



انتشارات
بین‌المللی
گاج

آس

مجموعه کتاب‌های آموزش ساده

سرشناسه: موسوی، سید شجاع‌الدین
عنوان و نام پدیدآور: حسابان یازدهم / سید شجاع‌الدین موسوی
حسین رحمانیان، علیرضا شعبانی نصر
مشخصات نشر: تهران: انتشارات بین‌المللی گاج؛ ۱۳۹۷
مشخصات ظاهری: ۴۲۴ ص. مصور.
فروست: این کتاب از مجموعه کتاب‌های آس گاج می‌باشد.
بها: ۴۹۰۰۰ تومان
شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۳۵۹-۸۲۷-۰۰
وضعیت فهرست‌نویسی: فیپای مختصر.
شماره‌ی کتابشناسی ملی: ۵۱۳۰۲۹۹

توجه: به موجب ماده‌ی
۵ قانون حمایت از حقوق
مؤلفان، مصنفان و هنرمندان مصوب
۱۳۴۸/۱۰/۱۱ کلیه‌ی حقوق این کتاب برای
انتشارات بین‌المللی گاج محفوظ می‌باشد و هیچ
شخص حقیقی یا حقوقی مق استفاده از آن
را ندارد و متفلفین به موجب این
قانون تمت پیگرد قانونی
قرار می‌گیرند.

[ناشر: انتشارات بین‌المللی گاج]
[مدیر مسئول: مهندس ابوالفضل جوکار]
[معاونت علمی: مهندس محمد جوکار]
[مدیر تألیف: علیرضا مزرعتی]
[واحد پژوهش و برنامه‌ریزی کتاب‌های: آس]
[عنوان کتاب: حسابان یازدهم]
[مؤلفان: سید شجاع‌الدین موسوی - حسین رحمانیان - علیرضا شعبانی نصر]
[برنامه‌ریزی و امور اجرایی: نیلوفر حاجیلو] + [ویرایش علمی: زهره شریاف مقدم - پروانه سعادت‌خواه]
[مدیر واحد فنی و گرافیک: صغری قربانی] + [نظارت بر تایپ و صفحه‌آرایی: محمد یوسفی]
[صفحه‌آرایی: ساناز عاشقی - مریم ناییب - فرزانه رجیبی] + [اجرا: مهسا هوشیار - الناز دارانی - لیلا فرجی امین]
[طراح شکل: وحیده معینی - ملیکا فدایی] + [کارتنویست: مجید باقرزادگان] + [طراح جلد: منصور سماواتی]
[مدیر چاپ: علی مزرعتی] + [لیتوگرافی، چاپ‌خانه و صحافی: گاج]
[نوبت چاپ: اول (۱۳۹۷)] + [شمارگان: ۳۰۰۰ نسخه]
[دفتر مرکزی: تهران، خیابان انقلاب، بین چهارراه ولیعصر (عج)
و خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹] + [تلفن: ۰۲۱-۶۴۲۰]
[سرویس پیام کوتاه (SMS): ۰۲۱-۱۰۰۰۴۲۵]
[صندوق پستی: ۳۷۷-۱۳۱۴۵]
[پایگاه اینترنتی: www.gaj.ir]
[قیمت: ۴۹۰۰۰ تومان]

مقدمه مؤلفان

◆◆◆ سخن اول

جدید خیلی راضی هستند و بعضی هم نه! اما آن چیزی که از همه اینا مهمتره اینه که «اصلاً چرا باید درس بخوانیم؟! و این همه دانش‌ها و آموخته‌هامون، کی و کجا قراره به دردمون بخورن؟» خصوصاً سؤال همیشگی تون: «ریاضیات به این سختی بالاخره به چه دردی میخوره?!». البته به نظر ما هر دانش‌آموزی که برای این سؤال‌ها جوابی داشته باشه، دیگه درس خواندن براش سخت نیست!

سلام بچه‌ها. از سال ۱۳۹۰ که تغییرات کتاب‌های درسی ابتدایی و بعد متوسطه شروع شد درباره این که کتب دبیرستان و آزمون کنکور بالاخره چه شکلی میشه، حرف‌های زیادی می‌شنیدیم. به خصوص شماها که از اولین نسل‌هایی بودین که هر سال با کتاب‌های درسی جدید برخورد می‌کردین! بعضی معلم‌ها از کتاب‌های

◆◆◆ ویژگی‌های بارز کتاب



در تألیف کتب درسی جدید، به کاربردهای علم در زندگی توجه ویژه‌ای شده، طوری که بر روش بیان و مراحل آموزش مفهومی هم تأثیر گذاشته است. اما متأسفانه اکثر کتاب‌های کمک درسی همچنان دارند با همان روش‌های قدیمی و برخلاف اهداف آموزش مفهومی در کتب درسی جدید تألیف پیش می‌روند، یعنی با سؤالات و مثال‌های

تکراری بیش از حد و نکته‌های حفظی و کلیشه‌ای، به بمباران ذهن خواننده می‌پردازند. در حالی که تحولات کتب درسی جدید همسو با پیشرفت‌های آموزشی جهان بوده و نباید در مقابلش ایستادگی کرد! بنابراین ما هم با توجه به خلأ موجود در کتب کمک درسی فعلی کشور و همچنین الگو برداری از روش‌های کارآمد کتب خودآموز برتر جهان، بر آن شدیم تا نسل جدیدی از کتابهای کمک درسی را منطبق بر آخرین تغییرات محتوای کتب درسی جدید تألیف و رعایت روابط طولی و عرضی در اختیار شما عزیزان قرار دهیم. این سری کتابها، همان طور که می‌دانید، در واحد تألیف انتشارات بین‌المللی گاج، نام «آس» به خود گرفت که مخفف «آموزش ساده» است و تمام قابلیت‌های نسل‌های قبلی کتب کمک درسی چه برای مطالعه در منزل و چه برای تمرین در مدرسه، یکجا در آنها گنجانده شده است. در سری کتاب‌های آس، سعی بر این بوده تا ضمن مطالعه مطالب درسی، شما بتوانید با کشف کاربردهای‌شان در زندگی روزمره، لذت یادگیری واقعی و تفکر خلاق را بچشید. کتاب آموزش ساده «حسابان یازدهم» که اکنون پیش روی شماست، هم از این قاعده مستثنی نیست و مانند کتاب درسی حسابان (۱) رشته ریاضی دارای پنج فصل و در هر فصل دارای تعدادی درس است. در ادامه به توضیح ساختار کتاب برای راهنمایی نحوه استفاده از آن می‌پردازیم.

CONTENTS

فهرست مطالب

آسی | حسابان یازدهم

فصل اول
جبر و معادله

۵۹



فصل سوم
توابع نمایی و لگاریتمی

۲۲۳



فصل دوم

تابع

۱۳۹



فصل چهارم

مثلثات

۲۷۵



فصل پنجم

حد و پیوستگی

۳۳۳





ماجرا چیه؟!

در این فصل به پنج مطلب اساسی می‌پردازیم.
اول: یافتن مجموع دنباله‌های حسابی و هندسی با دو ایده جالب.
دوم: بحثی حول معادله درجه ۲، ریشه‌های آن (صفر تابع) و ویژگی‌های آن و بحثی حول این نکته که کم‌ترین و بیش‌ترین مقدار یک عبارت درجه ۲ کجا رخ می‌دهد و حل چند مسئله با کمک این مطلب.
سوم: تبدیل برخی معادلات که نه معادله خطی‌اند و نه معادله درجه ۲، به معادلات خطی یا درجه ۲ و سپس حل آن‌ها.
چهارم: بحثی حول قدر مطلق و ویژگی‌های آن
پنجم: یافتن معادل‌هایی برای مفاهیم هندسی در صفحه مختصات.
 کی دو خط موازی‌اند؟ کی عمودند؟ مختصات نقطه وسط پاره خطی که مختصات دو انتهای آن را می‌دانیم، چیست؟ فاصله دو نقطه در صفحه چه قدر است و

سپهر و سامان دو نوجوان ۱۴ و ۱۵ ساله هر روز صبح ساعت ۷ در مسیر یک جاده کوهستانی که بین قهرود و قمصر کشیده شده به دوچرخه‌سواری می‌پردازند. طول مسیر بین این دو روستا، ۲۷ کیلومتر است و چون مسیر شیب دارد، سرعت افراد در مسیر رفت و برگشت متفاوت است. سامان از قمصر شروع به دوچرخه‌سواری می‌کند و سپهر از قهرود و هر کدام سه بار این مسیر را به‌طور متوالی می‌روند و برمی‌گردند.



سرعت سپهر در رفت و برگشت به ترتیب ۱۵ و ۲۰ است و سرعت سامان در رفت و برگشت به ترتیب ۱۸ و ۱۲ است. سامان و سپهر طی دوچرخه‌سواری هر روزه، چندبار از کنار یکدیگر عبور می‌کنند؟ کی و کجا؟ سعی کنید با استفاده از نمودار مکان-زمان دو نفر را در یک روز نشان دهید.



۱. نام روستایی است که در ۴۵ کیلومتری شهرستان کاشان قرار دارد.
 ۲. قمصر از توابع شهرستان کاشان می‌باشد و گلاب آن معروف است.

مجموع و حاصلضرب ریشه‌های معادله درجه دوم

در یک معادله درجه دوم بدون تعیین کردن ریشه‌های معادله درجه دوم می‌توانیم مجموع و حاصلضرب ریشه‌های معادله را به دست آوریم. حال اگر α و β ریشه‌های عبارت درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ باشند مجموع این دو ریشه را $S = \alpha + \beta$ و حاصلضرب این دو ریشه را $P = \alpha \cdot \beta$ می‌نامیم.

چون α و β ریشه‌های چندجمله‌ای $ax^2 + bx + c$ هستند پس می‌توانیم عبارت درجه دوم را به صورت $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$ نیز بنویسیم. حال اگر $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$ را باز کنیم داریم:

$$y = a(x - \alpha)(x - \beta) = a(x^2 - \beta x - \alpha x + \alpha\beta) = ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta$$

با توجه به معادله به دست آمده می‌توانیم به راحتی مقادیر S و P را بیابیم.

$$\text{مجموع ریشه‌ها} \quad -a(\alpha + \beta) = b \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

$$\text{حاصلضرب ریشه‌ها} \quad a\alpha\beta = c \Rightarrow \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

بنابراین اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، می‌توانیم معادله درجه دوم را با استفاده از مجموع و حاصلضرب ریشه‌ها نیز بازنویسی کنیم.

$$x^2 - \underbrace{(\alpha + \beta)}_S x + \underbrace{\alpha \cdot \beta}_P = x^2 - Sx + P$$

البته با استفاده از فرمول Δ و روش کلی حل معادله درجه دوم نیز می‌توانستیم به این نتیجه برسیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

حال کافی است یک‌بار این دو را با هم جمع و بار دیگر این دو را در هم ضرب نماییم.

$$\text{جمع ریشه‌ها} \quad \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b - b}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

$$\text{ضرب ریشه‌ها} \quad \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

$$\text{فاصله مطلق تفاضل ریشه‌ها} \quad d = |x_2 - x_1| = \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

سؤال

مجموع و حاصلضرب ریشه‌های چندجمله‌ای $5x^2 + 9x + 3$ را بیابید.

پاسخ مجموع و حاصلضرب ریشه‌های معادله درجه دو $ax^2 + bx + c = 0$ به ترتیب برابر با $\frac{-b}{a}$ و $\frac{c}{a}$ هستند. (البته به شرط اینکه معادله

جواب داشته باشد) بنابراین چون $\Delta = 9^2 - (4 \times 3 \times 5) = 21 > 0$ است نتیجه می‌شود مجموع و حاصلضرب ریشه‌های چندجمله‌ای $5x^2 + 9x + 3$

به ترتیب برابرند با:

$$S = \frac{-9}{5}, \quad P = \frac{3}{5}$$

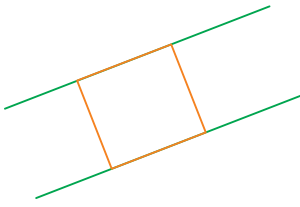
سؤال

مجموع و حاصلضرب جواب‌های معادله $3x^2 - x + 1 = 0$ را بیابید.

پاسخ با توجه به اینکه $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 3 = -11 < 0$ معلوم می‌شود که اصلاً این معادله جواب ندارد تا مجموع و حاصلضرب جواب‌ها

داشته باشد.

۳) دو ضلع یک مربع روی خط‌های $x - 3y = 1$ و $x - 3y = 5$ قرار دارد. مساحت این مربع چقدر است؟



پاسخ شکل مقابل به ما می‌گوید که اندازه هر ضلع مربع برابر فاصله دو خط است. فاصله دو خط موازی

$ax + by + c_1 = 0$ و $ax + by + c_2 = 0$ برابر $\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ است، بنابراین فاصله دو خط $x - 3y - 1 = 0$ و

$x - 3y - 5 = 0$ برابر $\frac{|-5 - (-1)|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{4\sqrt{10}}{10}$ است. بنابراین طول هر ضلع مربع برابر است با $\frac{4\sqrt{10}}{10}$ و

مساحت مربع برابر است با: $(\frac{4\sqrt{10}}{10})^2 = 1.6$

۴) دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $2x - 2y = 3$ و $y = x + 1$ هستند. مساحت این مربع کدام است؟

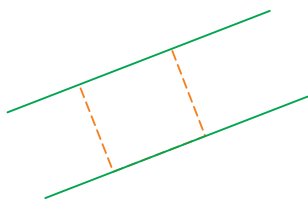
(براساسی تجربی - ۹۲)

(۱) $\frac{9}{4}$

(۲) $\frac{9}{8}$

(۳) $\frac{25}{8}$

(۴) $\frac{25}{4}$



پاسخ ۳ با توجه به این‌که دو خط داده شده موازی‌اند، معلوم می‌شود که طول ضلع مربع برابر است با

فاصله دو خط $x - y - \frac{3}{2} = 0$ و $x - y + 1 = 0$.

$$d = \frac{|1 - (-\frac{3}{2})|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{\frac{5}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{2\sqrt{2}}$$

بنابراین مساحت این مربع برابر $\frac{25}{8} = (\frac{5}{2\sqrt{2}})^2$ می‌باشد.

یافتن نقاطی از خط با ویژگی خاص



بعضی وقت‌ها مسأله از ما می‌خواهد نقاطی را روی یک خط خاص پیدا کنیم که فاصله‌شان از یک نقطه ثابت مقدار معینی باشد. پاسخ به این سؤال معمولاً به یک معادله رادیکالی می‌انجامد، که باید برای حل آن از مهارت‌هایی که تا الان در مورد حل معادلات رادیکالی آموختیم استفاده کنیم. شاید صورت سؤال‌های مطرح شده در این قسمت خیلی ارتباطی با حل معادلات رادیکالی نداشته باشد، اما وقتی به حل سؤال می‌پردازید این مسئله کاملاً واضح است.

سؤال

همه نقاط روی خط $y = -2x + 1$ را بیابید که فاصله آن‌ها از نقطه $(1, -1)$ برابر ۵ باشد.

پاسخ مختصات همه نقاطی که روی خط $y = -2x + 1$ قرار دارند به شکل $(x, -2x + 1)$ است، فاصله دو نقطه $(x, -2x + 1)$ و $(1, -1)$ برابر

است با: $d = \sqrt{(x-1)^2 + (-2x+1-(-1))^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (-2x+2)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + 4(x-1)^2} = \sqrt{5(x-1)^2} = \sqrt{5} |x-1|$

اگر این فاصله برابر ۵ باشد، خواهیم داشت: $\sqrt{5} |x-1| = 5 \Rightarrow |x-1| = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \sqrt{5} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{5} \Rightarrow y = -2x + 1 = -1 - 2\sqrt{5} \\ x-1 = -\sqrt{5} \Rightarrow x = 1 - \sqrt{5} \Rightarrow y = -2x + 1 = -1 + 2\sqrt{5} \end{cases}$

پس نقاط خواسته شده عبارتند از $(1 + \sqrt{5}, -1 - 2\sqrt{5})$ و $(1 - \sqrt{5}, -1 + 2\sqrt{5})$.

در سؤال فوق دیدیم که برخوردی با معادله رادیکالی صورت نگرفت. اما در سؤال بعد با معادله رادیکالی سرشاخ می‌شویم.

سؤال

همه نقاط روی خط $y = x - 1$ را بیابید که فاصله آن‌ها از نقطه $(3, 0)$ برابر ۴ واحد است.

پاسخ معلوم است که مختصات همه نقاطی که روی خط $y = x - 1$ قرار دارند به صورت $(x, x - 1)$ است. فاصله دو نقطه $(x, x - 1)$ و $(3, 0)$ برابر است با:

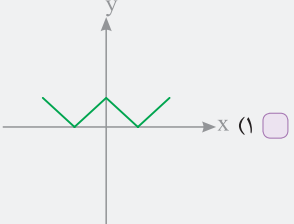
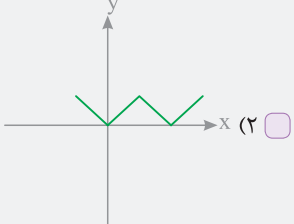
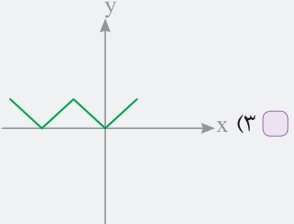
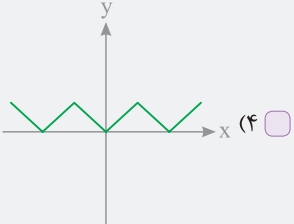
$d = \sqrt{(x-3)^2 + (x-1)^2}$

و اگر این فاصله برابر ۴ باشد، به معادله رادیکالی زیر می‌رسیم: $\sqrt{(x-3)^2 + (x-1)^2} = 4$ طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم.

$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + x^2 - 2x + 1 = 16 \Rightarrow 2x^2 - 8x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$

پس دو نقطه $(2 + \sqrt{7}, 1 + \sqrt{7})$ و $(2 - \sqrt{7}, 1 - \sqrt{7})$ جواب‌های این مسأله هستند.

حال شما سعی کنید به‌عنوان یک تمرین این مسأله را بدون برخورد با معادله رادیکالی و حتی بدون برخورد با حل معادله درجه ۲ حل کنید.

ردیف	تمرین دوره‌ای
۲۳	در کدام یک از بازه‌های زیر ریشه‌ای از معادله $\frac{x}{x+1} - \frac{2x}{x-2} = 1$ وجود دارد؟ <input type="checkbox"/> (۱) (-۲, -۱) <input type="checkbox"/> (۲) (-۱, ۰) <input type="checkbox"/> (۳) (۰, ۱) <input type="checkbox"/> (۴) (۱, ۲)
۲۴	خط $2x - 3y + 4 = 0$ عمود منصف پاره خط AB است و مختصات نقطه A برابر (۳, ۱) است. نسبت عرض نقطه B به طول آن چقدر است؟ <input type="checkbox"/> (۱) ۱ <input type="checkbox"/> (۲) ۳ <input type="checkbox"/> (۳) ۵ <input type="checkbox"/> (۴) ۷
۲۵	نقاط $A(2, 5)$ ، $B(3, 4)$ و $C(4, 6)$ رؤس مثلث ABC هستند. اندازه ارتفاع وارد بر ضلع AC در مثلث ABC برابر کدام است؟ <input type="checkbox"/> (۱) $2\sqrt{3}$ <input type="checkbox"/> (۲) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ <input type="checkbox"/> (۳) $4\sqrt{7}$ <input type="checkbox"/> (۴) $\frac{5\sqrt{7}}{8}$
۲۶	فاصله دو خط $3x - 4y = 4$ و $3x - 4y = 8$ چقدر است؟ <input type="checkbox"/> (۱) $\frac{1}{6}$ <input type="checkbox"/> (۲) $\frac{1}{8}$ <input type="checkbox"/> (۳) ۱ <input type="checkbox"/> (۴) $\frac{1}{2}$
۲۷	α و β جواب‌های معادله $x^2 - x - 3 = 0$ هستند، α^3 و β^3 جواب‌های کدام یک از معادلات زیر خواهند بود؟ <input type="checkbox"/> (۱) $x^2 - x - 11 = 0$ <input type="checkbox"/> (۲) $x^2 + x - 11 = 0$ <input type="checkbox"/> (۳) $x^2 - 10x - 27 = 0$ <input type="checkbox"/> (۴) $x^2 - 5x + 9 = 0$
۲۸	ماکزیم مقدار عبارت $(x^2 - 3)^2 - 2x^4 + (x^2 - 3)^2$ چقدر است؟ <input type="checkbox"/> (۱) ۳ <input type="checkbox"/> (۲) ۷ <input type="checkbox"/> (۳) ۹ <input type="checkbox"/> (۴) ۱۲
۲۹	مجموع ضرایب معادله سهمی که از نقاط (۲, ۱)، (۴, ۲) و (۵, ۳) می‌گذرد، کدام است؟ <input type="checkbox"/> (۱) ۱ <input type="checkbox"/> (۲) -۱ <input type="checkbox"/> (۳) ۲ <input type="checkbox"/> (۴) -۲
۳۰	نقطه A روی خط $y = 2x - 1$ قرار دارد و فاصله آن از نقطه (۲, ۰) برابر ۲ است. کدام گزینه می‌تواند طول این نقطه باشد؟ <input type="checkbox"/> (۱) $\frac{4 + \sqrt{11}}{5}$ <input type="checkbox"/> (۲) $\frac{2 - \sqrt{3}}{5}$ <input type="checkbox"/> (۳) $\frac{3 + \sqrt{2}}{5}$ <input type="checkbox"/> (۴) $\frac{7 - \sqrt{2}}{5}$
۳۱	معادله $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5} = 2$ چند جواب دارد؟ <input type="checkbox"/> (۱) صفر <input type="checkbox"/> (۲) ۱ <input type="checkbox"/> (۳) ۲ <input type="checkbox"/> (۴) ۳
۳۲	کدام گزینه، نمودار تابع $f(x) = x+1 - 1 $ است؟ <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>(۱) <input type="checkbox"/></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(۲) <input type="checkbox"/></p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>(۳) <input type="checkbox"/></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(۴) <input type="checkbox"/></p> </div> </div>

ردیف	تمرین دوره‌ای
۲۳	در کدام یک از بازه‌های زیر ریشه‌ای از معادله $\frac{x}{x+1} - \frac{2x}{x-2} = 1$ وجود دارد؟ <input type="checkbox"/> (۱) (-۲, -۱) <input type="checkbox"/> (۲) (-۱, ۰) <input type="checkbox"/> (۳) (۰, ۱) <input type="checkbox"/> (۴) (۱, ۲)
۲۴	خط $2x - 3y + 4 = 0$ عمود منصف پاره خط AB است و مختصات نقطه A برابر (۳, ۱) است. نسبت عرض نقطه B به طول آن چقدر است؟ <input type="checkbox"/> (۱) ۱ <input type="checkbox"/> (۲) ۳ <input type="checkbox"/> (۳) ۵ <input type="checkbox"/> (۴) ۷
۲۵	نقاط $A(2, 5)$ ، $B(3, 4)$ و $C(4, 6)$ رؤس مثلث ABC هستند. اندازه ارتفاع وارد بر ضلع AC در مثلث ABC برابر کدام است؟ <input type="checkbox"/> (۱) $2\sqrt{3}$ <input type="checkbox"/> (۲) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ <input type="checkbox"/> (۳) $4\sqrt{7}$ <input type="checkbox"/> (۴) $\frac{5\sqrt{7}}{8}$
۲۶	فاصله دو خط $3x - 4y = 4$ و $3x - 4y = 8$ چقدر است؟ <input type="checkbox"/> (۱) $\frac{1}{6}$ <input type="checkbox"/> (۲) $\frac{1}{8}$ <input type="checkbox"/> (۳) ۱ <input type="checkbox"/> (۴) $\frac{1}{2}$
۲۷	α و β جواب‌های معادله $x^2 - x - 3 = 0$ هستند، α^3 و β^3 جواب‌های کدام یک از معادلات زیر خواهند بود؟ <input type="checkbox"/> (۱) $x^2 - x - 11 = 0$ <input type="checkbox"/> (۲) $x^2 + x - 11 = 0$ <input type="checkbox"/> (۳) $x^2 - 10x - 27 = 0$ <input type="checkbox"/> (۴) $x^2 - 5x + 9 = 0$
۲۸	ماکزیم مقدار عبارت $(x^2 - 3)^2 - 2x^4 + (x^2 - 3)^2$ چقدر است؟ <input type="checkbox"/> (۱) ۳ <input type="checkbox"/> (۲) ۷ <input type="checkbox"/> (۳) ۹ <input type="checkbox"/> (۴) ۱۲
۲۹	مجموع ضرایب معادله سهمی که از نقاط (۲, ۱)، (۴, ۲) و (۵, ۳) می‌گذرد، کدام است؟ <input type="checkbox"/> (۱) ۱ <input type="checkbox"/> (۲) -۱ <input type="checkbox"/> (۳) ۲ <input type="checkbox"/> (۴) -۲
۳۰	نقطه A روی خط $y = 2x - 1$ قرار دارد و فاصله آن از نقطه (۲, ۰) برابر ۲ است. کدام گزینه می‌تواند طول این نقطه باشد؟ <input type="checkbox"/> (۱) $\frac{4 + \sqrt{11}}{5}$ <input type="checkbox"/> (۲) $\frac{2 - \sqrt{3}}{5}$ <input type="checkbox"/> (۳) $\frac{3 + \sqrt{2}}{5}$ <input type="checkbox"/> (۴) $\frac{7 - \sqrt{2}}{5}$
۳۱	معادله $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5} = 2$ چند جواب دارد؟ <input type="checkbox"/> (۱) صفر <input type="checkbox"/> (۲) ۱ <input type="checkbox"/> (۳) ۲ <input type="checkbox"/> (۴) ۳
۳۲	کدام گزینه، نمودار تابع $f(x) = x+1 - 1 $ است؟ <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(۱) <input type="checkbox"/></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(۲) <input type="checkbox"/></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(۳) <input type="checkbox"/></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(۴) <input type="checkbox"/></p> </div> </div>



درس سوم: ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی

۲۵۳ برخی دیگر از ویژگی‌های لگاریتم

۲۵۷ معادلات لگاریتمی

بخش سؤالات ۲۶۰

درس دوم: تابع لگاریتمی و لگاریتم

۲۳۹ رسم نمودار تابع وارون تابع $y = 2^x$

۲۴۰ رسم نمودار وارون تابع $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

۲۴۱ معرفی تابع لگاریتم

۲۴۷ نمودارهای تابع نمایی و لگاریتمی

بخش سؤالات ۲۴۹

درس اول: تابع نمایی

۲۲۶ رسم نمودار تابع $y = 2^x$

۲۲۷ رسم نمودار تابع $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

بخش سؤالات ۲۳۴

خلاصه فصل ۲۶۶

تمرین دوره‌ای فصل ۲۶۷

گزینه چند؟!!!!



۱- زاویه 30° برابر چند رادیان است؟

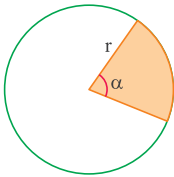
- (۱) $\frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{3}$

۲- زاویه $\frac{2\pi}{5}$ رادیان برابر چند درجه است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۱۰۸ (۳) ۱۴۴ (۴) ۱۵۰

۳- مساحت قطاعی از دایره‌ای به شعاع r که مقابل به زاویه α رادیان است، چقدر است؟

- (۱) $\frac{\alpha}{3} r^2$ (۲) $\frac{\alpha}{2} r^2$ (۳) αr^2 (۴) $2\alpha r^2$



۴- اگر طول جغرافیایی دو نقطه A و B روی کره زمین برابر باشد و عرض جغرافیایی آن‌ها به ترتیب α درجه و β درجه شمالی باشد و شعاع کره زمین را r در نظر بگیریم، فاصله این دو نقطه روی سطح کره زمین کدام است؟

- (۱) $\frac{|\alpha - \beta| \pi r}{360}$ (۲) $\frac{|\alpha - \beta| \pi r}{270}$ (۳) $\frac{|\alpha - \beta| \pi r}{180}$ (۴) $\frac{|\alpha - \beta| \pi r}{120}$

۵- عرض جغرافیایی قطب شمال چند درجه است؟

- (۱) 25° (۲) 45° (۳) 90° (۴) 180°

۶- انتهای کمان زاویه 4° رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۷- اگر زوایای $\frac{5\pi}{12}$ و $\frac{3\pi}{8}$ رادیان مربوط به یک مثلث باشند، زاویه سوم این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{8}$ (۲) $\frac{5\pi}{12}$ (۳) $\frac{5\pi}{16}$ (۴) $\frac{5\pi}{24}$

۸- حداکثر زاویه بین ساق و قاعده یک مثلث متساوی الساقین چند درجه باشد تا قاعده آن بزرگترین ضلع مثلث باشد؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 75°

۹- اگر زاویه 160° در یک دایره، کمانی به طول ۲۴ سانتی‌متر از دایره جدا کند، شعاع دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{\pi}$ (۲) $\frac{27}{\pi}$ (۳) $\frac{8}{\pi}$ (۴) $\frac{16}{\pi}$

معما

قبیله جبارسینک ۱۰۰۰ نفر کارگر دارد که هرکدام از آن‌ها یا بنا یا نجار یا کشاورز هستند و هیچ‌کس دو شغل ندارد. هرکدام از این هزار نفر یا همیشه دروغ می‌گویند و یا همیشه راست می‌گویند.

از این هزار نفر سؤالی شد و تعداد جواب‌های بله یا خیر آن‌ها یادداشت شد که در جدول زیر آمده است:



سؤال	تعداد جواب مثبت	تعداد جواب منفی
آیا شما یک بنا هستید؟	۲۵۰	۷۵۰
آیا شما یک نجار هستید؟	۳۵۰	۶۵۰
آیا شما یک کشاورز هستید؟	۴۵۰	۵۵۰

تعیین کنید چند نفر از این هزار نفر دروغگو و چند نفر راستگو بوده‌اند؟

آیا می‌توانید تعیین کنید در میان کدام صنف، تعداد راستگوها خیلی بیشتر از دروغگوهاست؟ چندتا بیشتر است؟

gajco®

Development
Infrastructure
Student



دفترهای شکلاتی و کاغذهای گاجکو

این دفترها با ظاهری جذاب و دوست داشتنی انتخاب نخست دانش‌آموزان شما خواهند بود. کیفیت مرغوب برگ‌های این دفتر فرایند نوشتن را برای دانش‌آموز راحت کرده و موجب حرکت روان مداد، ماژیک و... بر روی آن می‌شود، اما راز خلاقیت این دفتر در جلد معطر آن است، که با هر بار دست کشیدن بر روی جلد این دفتر، عطر شکلات را احساس می‌کند، این عطر یک رایحه‌ی کاملاً طبیعی بوده و محصولی از کشور آلمان است همچنین انتشارات گاج در این راستا دست به توزیع نمونه‌ای خاص و باکیفیت از کاغذهای A4 زده است. این نمونه از کاغذ تولید کشور اندونزی بوده و صد در صد از خمیر پالپ تهیه شده که با تراکم بالا و مرغوبیت قابل قبول، به عنوان یک انتخاب شایسته در اختیار کاربران قرار گرفته است. پتانسیل بالای این سری کاغذها موجب شده که رنگ پرینتر به سرعت بر سطح آن خشک شده و جلوه‌ای به مراتب بهتر داشته باشد و همینطور با درجه مرغوبیت بالا توانسته گواهی‌نامه‌های بین‌المللی ISO9001، ISO14001 و ISO18001 را به خود اختصاص دهد.

