فصل اول

عدد و الگوهای عددی

پاسخ‌های تشریحی

۱- گزینه‌ی **۴** در همه‌ی الگوها، هر عدد از اضافه شـدن عدد ۲ به عدد قبلی به‌دسـت می‌آید. پس فقط باید ببینیم اوّلین عددِ کدام گزینه بزرگ‌تر است. پاسخ گزینه‌ی (۴) است، زیرا در این گزینه هر عدد در یک جایگاه، از همه‌ی عددهای دیگر گزینه‌ها در آن جایگاه بزرگ‌تر است. در نتیجه سی‌امین عدد گزینه‌ی (۴) از همه بزرگ‌تر است.

۲- گزینه‌ی **۳** با توجّه به الگو متوجّه می‌شویم عددهای دوم به بعد، از اضافه شدن ۵ واحد به عدد قبلی به‌دست آمده‌اند:

عدد دوم : $۸=۳+۵$
عدد سوم : $۱۳=۸+۵=۳+۵+۵=۳+۲\times۵$
عدد چهارم : $۱۸=۱۳+۵=۸+۵+۵=۳+۵+۵+۵=۳+۳\times۵$

در نتیجه عدد پنجاهم برابر است با $۳+(۴۹\times۵)$.

۳- گزینه‌ی **۱** الگوی عددی موردنظر همان مضرب‌های عدد ۳ است.

بیست و هشتمین مضرب ۳ $=۳\times۲۸=۸۴$
سی و ششمین مضرب ۳ $=۳\times۳۶=۱۰۸$
$\Rightarrow ۱۰۸-۸۴=۲۴$

۴- گزینه‌ی **۴** هر گزینه را جداگانه بررسی می‌کنیم. عددهای الگوی گزینه‌ی (۴) زودتر از عدد ۵۰۰ گذر می‌کنند.

گزینه‌ی (۱) : $۵۰ \xrightarrow[+۱۰۰]{} ۱۵۰ \xrightarrow[+۱۰۰]{} ۲۵۰ \xrightarrow[+۱۰۰]{} ۳۵۰ \xrightarrow[+۱۰۰]{} ۴۵۰ \xrightarrow[+۱۰۰]{} ۵۵۰$

گزینه‌ی (۲) : $۱۰۰ \xrightarrow[+۱۰۰]{} ۲۰۰ \xrightarrow[+۱۰۰]{} ۳۰۰ \xrightarrow[+۱۰۰]{} ۴۰۰ \xrightarrow[+۱۰۰]{} ۵۰۰$

گزینه‌ی (۳) : $۲۵ \xrightarrow[\times۲]{} ۵۰ \xrightarrow[\times۲]{} ۱۰۰ \xrightarrow[\times۲]{} ۲۰۰ \xrightarrow[\times۲]{} ۴۰۰ \xrightarrow[\times۲]{} ۸۰۰$

گزینه‌ی (۴) : $۵ \xrightarrow[\times۵]{} ۲۵ \xrightarrow[\times۵]{} ۱۲۵ \xrightarrow[\times۵]{} ۶۲۵$

۵- گزینه‌ی **۳** عدد هر مرحله از اضافه شدن ۱/۵ به عدد مرحله‌ی قبل به‌دست آمده است:

$$۳,\frac{۹}{۲},\frac{۱۸}{۳},\frac{۱۵}{۲},\ldots$$

$$۳ \xrightarrow[+۱/۵]{} ۴/۵ \xrightarrow[+۱/۵]{} ۶ \xrightarrow[+۱/۵]{} ۷/۵ \;,\; \ldots$$

مرحله‌ی ۵: $۷/۵+۱/۵=۹$
مرحله‌ی ۶: $۹+۱/۵=۱۰/۵$
مرحله‌ی ۷: $۱۰/۵+۱/۵=۱۲$

پس کسر هفتم $\frac{۸۴}{۷}=۱۲$ است.

۶- گزینه‌ی **۴** در یک الگوی عددی، اگر فاصله‌ی بین هر دو عدد متوالی یکسـان باشـد، حاصل تفریق هر دو عدد دلخواه الگو، بر فاصله‌ی عددها، بخش‌پذیر است.

$$۲۰۱۷ \xrightarrow[-۷]{} ۲۰۱۰ \xrightarrow[-۷]{} ۲۰۰۳ \xrightarrow[-۷]{} ۱۹۹۶ \xrightarrow[-۷]{} ۱۹۸۹ \;،\; \ldots$$

در الگوی داده شـده، فاصله‌ی عددها ۷ تا اسـت. حالا حاصل تفریق گزینه‌ها را با عدد ۲۰۱۷ به‌دست می‌آوریم. گزینه‌ای که حاصل تفریقش بر ۷ بخش‌پذیر نباشد، از عددهای الگو نیست. حاصل تفریق گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) بر ۷ بخش‌پذیر است.

گزینه‌ی (۱) : $۲۰۱۷-۱۸۹۸=۱۱۹$
گزینه‌ی (۲) : $۲۰۱۷-۱۷۱۶=۳۰۱$
گزینه‌ی (۳) : $۲۰۱۷-۱۷۹۳=۲۲۴$
گزینه‌ی (۴) : $۲۰۱۷-۱۸۵۷=۱۶۰$

۷- گزینه‌ی ۳ مشاهده می‌کنیم به عدد اوّل، ۱ واحد، به عدد دوم ۳ واحد، به عدد سوم ۵ واحد و به عدد چهارم ۷ واحد اضافه شده است. پس می‌توانیم الگو را به‌صورت زیر کامل کنیم:

+۱ +۳ +۵ +۷ +۹ +۱۱ +۱۳ +۱۵ +۱۷

۱ , ۲ , ۵ , ۱۰ , ۱۷ , ۲۶ , ۳۷ , ۵۰ , ۶۵ , $\boxed{۸۲}$

۸- گزینه‌ی ۴ با توجّه به الگو، عددهای ششم و هشتم را می‌یابیم:

+۰/۲ +۰/۳ +۰/۴

۰/۳ , ۰/۵ , ۰/۸ , ۱/۲

در نتیجه عدد پنجم برابر است با ۱/۲+۰/۵=۱/۷

عدد ششم برابر است با ۱/۷+۰/۶=۲/۳

عدد هفتم برابر است با ۲/۳+۰/۷=۳

عدد هشتم برابر است با ۳+۰/۸=۳/۸

حاصل تفریق عددهای هشتم و ششم را حساب می‌کنیم: ۳/۸−۲/۳=۱/۵

۹- گزینه‌ی ۱ رابطه‌ی الگوی عددی به‌صورت زیر است:

−۱۹ −۱۷ −۱۵ −۱۳

۹۳ ۷۴ ۵۷ ۴۲ ۲۹

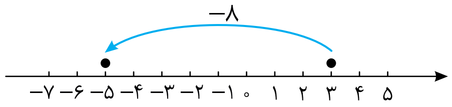
در نتیجه برای به‌دست آوردن ☐ باید از ۲۹، ۱۱ تا کم کنیم.

۱۰- گزینه‌ی ۴ رابطه‌ی الگوی عددی به‌صورت زیر است:

۳۰ ۲۸ ۲۵ ۲۱ ۱۶ ۱۰ ۳ ☐

−۲ −۳ −۴ −۵ −۶ −۷ −۸

مقدار ☐ را به کمک محور پیدا می‌کنیم:



جمله‌ی هفتم مثبت و جمله‌ی هشتم منفی است.

۱۱- گزینه‌ی ۴ رابطه‌ی الگوی عددی به‌صورت زیر است:

+۳ +۵ +۷

−۲ , ۱ , ۶ , ۱۳

حال با توجّه به این رابطه، عددهای بعدی را به‌دست می‌آوریم:

عدد پنجم=۱۳+۹=۲۲ , عدد ششم=۲۲+۱۱=۳۳

عدد هفتم=۳۳+۱۳=۴۶ , عدد هشتم=۴۶+۱۵=۶۱

در نتیجه عدد هشتم از ۵۰ بیش‌تر می‌شود.

۱۲- گزینه‌ی ۴ پژمان به طور متوسط، هر روز $\frac{۵۰۰۰}{۴}$ تومان از پدرش پول می‌گیرد و $\frac{۱۷۰۰}{۳}$ تومان خرج می‌کند. بنابراین پس‌انداز روزانه‌ی او برابر است با

$$\frac{۵۰۰۰}{۴}-\frac{۱۷۰۰}{۳}=۱۲۵۰-\frac{۱۷۰۰}{۳}=\frac{۳۷۵۰}{۳}-\frac{۱۷۰۰}{۳}=\frac{۲۰۵۰}{۳}$$

پس پژمان روزانه $\frac{۲۰۵۰}{۳}$ تومان پس‌انداز می‌کند. حالا ۱۰۰۰۰ را بر $\frac{۲۰۵۰}{۳}$ تقسیم می‌کنیم:

$$۱۰۰۰۰\div\frac{۲۰۵۰}{۳}=۱۴/۶۳\simeq۱۵$$

۱۳- گزینه‌ی ۳ با توجّه به حرکت اوّل متوجه می‌شویم که او در هر ۳ حرکت، ۴ واحد به راست می‌رود.

۲ واحد به راست، ۵ واحد به چپ و ۷ واحد به راست $\Rightarrow ۲-۵+۷=۴$

ابتدا مشخّص می‌کنیم در ۴۷ حرکت، چند دسته‌ی ۳تایی است.

$$\begin{array}{r|l} ۴۷ & ۳ \\ \cline{2-2} -۳ & ۱۵ \\ \cline{1-1} ۱۷ & \\ -۱۵ & \\ \cline{1-1} ۰۲ & \end{array}$$

۱۵ دسته‌ی ۳ تایی وجود دارد. یعنی در حرکت $۱۵\times۳=۴۵$، در نقطه‌ی $۱۵\times۴=۶۰$ ایستاده است. حال ۲ حرکت دیگر باید انجام دهد که همان حرکت اوّل و دوم است. بعد از حرکت ۴۶ ام (حرکت اوّل):

$$۶۰+۲=۶۲$$

بعد از حرکت ۴۷ ام: (حرکت دوم):

$$۶۲-۵=۵۷$$

۱۴- گزینه‌ی ۱ در روز شنبه پول او $۱۳۵-۱۲۳=۱۲$ هزار تومان اضافه شده، دوشنبه نیز ۱۲ هزار تومان اضافه شده، در نتیجه از پدر ۱۲ هزار تومان می‌گیرد.

روز یکشنبه پول او $۱۴۸-۱۳۵=۱۳$ هزار تومان اضافه شده، سه‌شنبه نیز ۱۳ هزار تومان اضافه شده، در نتیجه از مادر خود ۱۳ هزار تومان می‌گیرد.

۱۵- گزینه‌ی ۳ رابطه‌ی بین عددها به شکل زیر است:

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] ۱\,, \arrow[r, bend left, "\times۲"] & ۲\,, \arrow[r, bend left, "\times۵"] & ۱۰\,, \arrow[r, bend left, "\times۲"] & ۲۰\,, \arrow[r, bend left, "\times۵"] & ۱۰۰\,, \arrow[r, bend left, "\times۲"] & ۲۰۰\,, \arrow[r, bend left, "\times۵"] & ۱۰۰۰ \end{tikzcd}$$

در نتیجه‌ی گزینه‌ی (۳) درست است.

۱۶- گزینه‌ی ۳ رابطه‌ی الگوی عددی، به صورت زیر است

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] ۳ \arrow[r, bend right, "\times۴"'] & ۱۲ \arrow[r, bend right, "\div۲"'] & ۶ \arrow[r, bend right, "\times۴"'] & ۲۴ \arrow[r, bend right, "\div۲"'] & ۱۲ \end{tikzcd}$$

پس ۴ عدد بعد را با همین روش می‌نویسیم تا به عدد نهم برسیم:

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] ۱۲ \arrow[r, bend right, "\times۴"'] & ۴۸ \arrow[r, bend right, "\div۲"'] & ۲۴ \arrow[r, bend right, "\times۴"'] & ۹۶ \arrow[r, bend right, "\div۲"'] & \boxed{۴۸} \end{tikzcd}$$

عدد نهم برابر است با ۴۸.

۱۷- گزینه‌ی ۴ رابطه‌ی الگوی عددی به این صورت است:

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] ۲\,, \arrow[r, bend right, "+۲"'] & ۴\,, \arrow[r, bend right, "+۵"'] & ۹\,, \arrow[r, bend right, "+۲"'] & ۱۱\,, \arrow[r, bend right, "+۵"'] & ۱۶\,, \arrow[r, bend right, "+۲"'] & \square\,, \arrow[r, bend right, "+۵"'] & \bigcirc \end{tikzcd}$$

$$\square=۱۶+۲=۱۸$$

$$\bigcirc=\square+۵=۱۸+۵=۲۳$$

حاصل‌جمع ۱۸ و ۲۳ برابر است با ۴۱.

۱۸- گزینه‌ی ۱ رابطه‌ی الگوی عددی به‌صورت زیر است:

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] ۷\,, \arrow[r, bend right, "\times۲"'] & ۱۴\,, \arrow[r, bend right, "\times۳"'] & ۴۲\,, \arrow[r, bend right, "\times۲"'] & ۸۴\,, \arrow[r, bend right, "\times۳"'] & ۲۵۲\,, & \ldots \end{tikzcd}$$

الناز عدد را در ۲ و آرمین عدد را در ۳ ضرب می‌کند. دهمین عدد، پنجمین عددی است که الناز می‌نویسد. پس الگو را تا جمله‌ی دهم ادامه می‌دهیم:

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] ۲۵۲ \arrow[r, bend right, "\times۲"'] & ۵۰۴ \arrow[r, bend right, "\times۳"'] & ۱۵۱۲ \arrow[r, bend right, "\times۲"'] & ۳۰۲۴ \arrow[r, bend right, "\times۳"'] & ۹۰۷۲ \arrow[r, bend right, "\times۲"'] & ۱۸۱۴۴ \end{tikzcd}$$

۱۹- گزینه‌ی ۲ براساس الگوی ارائه شده، جمله‌ی هشتم را به‌دست می‌آوریم.

$$۵ \xrightarrow{+۲} ۷ \xrightarrow{\times ۲} ۱۴ \xrightarrow{+۲} ۱۶ \xrightarrow{\times ۲} ۳۲ , \ldots$$

پس به همین ترتیب عددهای بعدی را می‌نویسیم:

$$۳۲ \xrightarrow{+۲} ۳۴ \xrightarrow{\times ۲} ۶۸ \xrightarrow{+۲} ۷۰$$

جمله‌ی هشتم = ۷۰

۲۰- گزینه‌ی ۳ عددها را به‌ترتیب می‌نویسیم:

$$۱۸ \xrightarrow{\div ۳} ۶ \xrightarrow{\times ۴} ۲۴ \xrightarrow{\div ۳} ۸ \xrightarrow{\times ۴} ۳۲ \xrightarrow{\div ۳} \square$$

$$۳۲ \div ۳ = \frac{۳۲}{۳}$$

۲۱- گزینه‌ی ۱ رابطه‌ی الگوی عددی به‌صورت زیر است:

$$۱ \xrightarrow{\times ۲} ۲ \xrightarrow{\times ۳} ۶ \xrightarrow{\times ۴} ۲۴$$

به همین ترتیب عددهای بعدی را حساب می‌کنیم:

$$۲۴ \xrightarrow{\times ۵} ۱۲۰ \xrightarrow{\times ۶} ۷۲۰ \xrightarrow{\times ۷} ۵۰۴۰$$

عدد هفتم برابر ۵۰۴۰ است که از ۵۰۰۰ بزرگ‌تر است.

۲۲- گزینه‌ی ۳ اگر عدد اوّلی $\square$ باشد، سارا و ساناز به شکل زیر عدد را تغییر دادند:

$$\square \xrightarrow{+۳} \xrightarrow{\times ۳} \xrightarrow{+۳} \xrightarrow{\times ۳} \xrightarrow{+۳} \xrightarrow{\times ۳} \xrightarrow{+۳} \xrightarrow{\times ۳} ۹۲۷$$

اگر چهارمین عدد ساناز ۹۲۷ باشد، برای به‌دست آوردن $\square$ کافی است عکس همین عملیات را روی ۹۲۷ انجام دهیم، یعنی

$$\overset{ساناز}{۹۲۷} \xrightarrow{\div ۳} \overset{سارا}{۳۰۹} \xrightarrow{-۳} \overset{ساناز}{۳۰۶} \xrightarrow{\div ۳} \overset{سارا}{۱۰۲} \xrightarrow{-۳} \overset{ساناز}{۹۹} \xrightarrow{\div ۳} \overset{سارا}{۳۳} \xrightarrow{-۳} \overset{ساناز}{۳۰} \xrightarrow{\div ۳} \overset{سارا}{۱۰} \xrightarrow{-۳} \overset{ساناز}{\textcircled{۷}}$$

پس $\square$ برابر ۷ است.

۲۳- گزینه‌ی ۴ با توجّه به الگو متوجّه می‌شویم به ۱۹ باید ۱۶ واحد اضافه کنیم تا عدد بعدی به‌دست آید. زیرا به عدد اوّل، یک واحد اضافه شده و برابر با عدد دوم شده و به همین ترتیب ۲، ۴ و ۸ واحد به عددهای بعدی اضافه شده است:

$$۴+۱=۵ \quad , \quad ۵+۲=۷$$

$$۷+۴=۱۱ \quad , \quad ۱۱+۸=۱۹$$

$$\Rightarrow ۱۹+۸\times ۲=۱۹+۱۶=۳۵$$

۲۴- گزینه‌ی ۲ الگو را به‌صورت زیر می‌توانیم بنویسیم:

$$۵ \xrightarrow{+۲+(۱\times ۳)} ۱۰ \xrightarrow{+۲+(۲\times ۳)} ۱۸ \xrightarrow{+۲+(۳\times ۳)} ۲۹ \xrightarrow{+۲+(۴\times ۳)} \square \xrightarrow{+۲+(۵\times ۳)} \bigcirc$$

در نتیجه

$$\bigcirc=\square+۲+۵\times ۳$$

۲۵- گزینه‌ی ۲ اختلاف عددهای پشت هم را به‌دست می‌آوریم:

$$۹-۰=۹=۹\times ۱ \quad , \quad ۳۶-۹=۲۷=۹\times ۳$$

$$۸۱-۳۶=۴۵=۹\times ۵ \quad , \quad ۱۴۴-۸۱=۶۳=۹\times ۷$$

در نتیجه اختلاف عدد ۱۴۴ با عدد بعدی باید ۹×۹ باشد:

$$۱۴۴+۹\times ۹=۱۴۴+۸۱=۲۲۵$$

۲۶- گزینه‌ی ۴ به شکل زیر رابطه‌ی بین صورت‌ها و مخرج‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{tikzcd} \frac{۳}{۸} \arrow[r, bend left, "+۴"] \arrow[r, bend right, "+۹"'] & \frac{۷}{۱۷} \arrow[r, bend left, "+(۴\times۲)"] \arrow[r, bend right, "+(۹\times۲)"'] & \frac{۱۵}{۳۵} \arrow[r, bend left, "+(۴\times۴)"] \arrow[r, bend right, "+(۹\times۴)"'] & \frac{۳۱}{۷۱} \arrow[r, bend left, "+(۴\times۸)"] \arrow[r, bend right, "+(۹\times۸)"'] & \frac{۶۳}{۱۴۳} \end{tikzcd}$$

با توجّه به رابطه‌ی بالا، جمله‌ی ششم و هفتم را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{tikzcd} \frac{۶۳}{۱۴۳} \arrow[r, bend left, "+(۴\times۱۶)"] \arrow[r, bend right, "+(۹\times۱۶)"'] & \frac{۱۲۷}{۲۸۷} \arrow[r, bend left, "+(۴\times۳۲)"] \arrow[r, bend right, "+(۹\times۳۲)"'] & \frac{۲۵۵}{۵۷۵} \end{tikzcd}$$

جمله‌ی هفتم: $\frac{۲۵۵}{۵۷۵}$

۲۷- گزینه‌ی ۱ رابطه‌ی امتیازهای عرفان به‌صورت الگوی عددی زیر است:

$$۱۶ \xrightarrow{+(۶)} ۲۲ \xrightarrow{+(۲\times۶)} ۳۴ \xrightarrow{+(۳\times۶)} ۵۲$$

عددهای بعدی را با همین الگو ادامه می‌دهیم تا به امتیاز ۳۰۰ یا بالاتر برسیم.

$$۵۲ \xrightarrow{+(۴\times۶)} ۷۶ \xrightarrow{+(۵\times۶)} ۱۰۶ \xrightarrow{+(۶\times۶)} ۱۴۲ \xrightarrow{+(۷\times۶)} ۱۸۴ \xrightarrow{+(۸\times۶)} ۲۳۲$$
$$\xrightarrow{+(۹\times۶)} ۲۸۶ \xrightarrow{+(۱۰\times۶)} ۳۴۶$$

۳۴۶، عدد یازدهم الگو و اوّلین عدد بزرگ‌تر از ۳۰۰ است.

۲۸- گزینه‌ی ۲ رابطه‌ی بین پلّه‌های باقی‌مانده را در هر بار توقّف علی، پیدا می‌کنیم:

$$\begin{tikzcd} ۹۳۲ \arrow[r, bend right, "-۴۵"'] & ۸۸۷ \arrow[r, bend right, "\begin{matrix}-۹۰\\ \text{یا}\\ -(۴۵\times۲)\end{matrix}"'] & ۷۹۷ \arrow[r, bend right, "\begin{matrix}-۱۳۵\\ \text{یا}\\ -(۴۵\times۳)\end{matrix}"'] & ۶۶۲ \; , \; \ldots \end{tikzcd}$$

در توقّف بعدی، پلّه‌های باقی‌مانده برابر است با

$$\begin{tikzcd} ۶۶۲ \arrow[r, bend right, "-(۴\times۴۵)=-۱۸۰"'] & ۴۸۲ \end{tikzcd}$$

۴۸۲ پلّه باقی‌مانده، یعنی علی ۵۱۸=۴۸۲−۱۰۰۰ پلّه طی کرده است.

۲۹- گزینه‌ی ۴ طبق الگو هر عدد برابر است با ۳ برابر عدد قبل:

$$\begin{tikzcd} ۳ \arrow[r, bend left, "\times۳"] & ۹ \arrow[r, bend left, "\times۳"] & ۲۷ \arrow[r, bend left, "\times۳"] & ۸۱ \arrow[r, bend left, "\times۳"] & \square \arrow[r, bend left, "\times۳"] & \bigcirc \arrow[r, bend left, "\times۳"] & \triangle \end{tikzcd}$$

در نتیجه

$$\bigcirc = ۳\times \square$$
$$\triangle = ۳\times \bigcirc$$
$$\triangle = ۳\times(۳\times \square) = ۹\times \square$$

بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) همگی درست هستند.

۳۰- گزینه‌ی ۳ هر ساعت ۶۰ دقیقه است. یعنی در هر ساعت ۳ بار باکتری‌ها تقسیم می‌شوند و در دو ساعت ۶ بار تقسیم می‌شوند. تعداد باکتری‌ها را در پایان هر بیست دقیقه حساب می‌کنیم.

بیست دقیقه‌ی اوّل:	$۱\times۲=۲$
بیست دقیقه‌ی دوم:	$۲\times۲=۴$
بیست دقیقه‌ی سوم:	$۴\times۲=۸$
بیست دقیقه‌ی چهارم:	$۸\times۲=۱۶$
بیست دقیقه‌ی پنجم:	$۱۶\times۲=۳۲$
بیست دقیقه‌ی ششم:	$۳۲\times۲=۶۴$

۳۱- گزینه‌ی ۲ رابطه‌ی عددها را به‌صورت زیر مشخّص می‌کنیم:

۶۵۶۱ ۲۱۸۷ ۷۲۹

÷۳ ÷۳

عددهای بعدی را به‌دست می‌آوریم:

۷۲۹ ۲۴۳ ۸۱ ۲۷ ۹ ۳ ۱

÷۳ ÷۳ ÷۳ ÷۳ ÷۳ ÷۳

پس در جمله‌ی نهم به عدد ۱ می‌رسیم.

۳۲- گزینه‌ی ۳ مسافت طی شده در هر پرش را محاسبه می‌کنیم:

مسافت طی شده : ۱	پرش اوّل : ۱
مسافت طی شده : ۳+۱=۴	پرش دوم : ۱×۳=۳
مسافت طی شده : ۴+۹=۱۳	پرش سوم : ۳×۳=۹
مسافت طی شده : ۱۳+۲۷=۴۰	پرش چهارم : ۹×۳=۲۷
مسافت طی شده : ۴۰+۸۱=۱۲۱	پرش پنجم : ۲۷×۳=۸۱
مسافت طی شده : ۱۲۱+۲۴۳=۳۶۴	پرش ششم : ۸۱×۳=۲۴۳
مسافت طی شده : ۳۶۴+۷۲۹=۱۰۹۳	پرش هفتم : ۲۴۳×۳=۷۲۹

در پرش هفتم بیش از ۱۰۰۰ متر یا ۱ کیلومتر را طی می‌کند.

۳۳- گزینه‌ی ۳ رابطه‌ی بین عددها را پیدا می‌کنیم:

۷۲۹ , □ , ۸۱ , △ , ۹ , ○ , ۱

÷۹ ÷۹ ÷۹

برای این که الگو صحیح باشد، لازم است این رابطه به ۲ رابطه‌ی برابر کوچک‌تر تقسیم شود:

۷۲۹, □ ,۸۱⇒۷۲۹ □ ۸۱

÷۹ ÷۳ ÷۳

پس

۷۲۹ □ ۸۱ △ ۹ ○ ۱

÷۳ ÷۳ ÷۳ ÷۳ ÷۳ ÷۳

۷۲۹÷۳=۲۴۳=□ ۸۱÷۳=۲۷=△ ۹÷۳=۳=○

۳۴- گزینه‌ی ۳ برای هر ۲ عدد متوالی حساب می‌کنیم که چه مقدار از عدد قبلی کم شده است.

۲۵۹ , ۱۳۱ ، ۶۷ ، ۳۵ ، ۱۹

−۱۲۸ −۶۴ −۳۲ −۱۶

پس طبق الگو، برای به‌دست آمدن عدد بعدی باید $\frac{۱۶}{۲}=۸$ واحد از ۱۹ کم شود.

۳۵- گزینه‌ی ۱ الگوی عددی صورت و مخرج کسرها به‌صورت زیر است:

$$\frac{۴-۱}{۴}\quad\frac{۸-۱}{۸}\quad\frac{۱۶-۱}{۱۶}\quad\frac{۳۲-۱}{۳۲}\quad\frac{۶۴-۱}{۶۴}\quad\frac{۱۲۸-۱}{۱۲۸}=\frac{۱۲۷}{۱۲۸}$$

×۲ ×۲ ×۲ ×۲ ×۲

۳۶- گزینه‌ی ۳ الگوی اوّل برابر است با ضرب عددهای فرد در خودشان:

۱×۱, ۳×۳, ۵×۵, ۷×۷, ...

در نتیجه عدد بعدی برابر است با ○=۹×۹=۸۱.

الگوی دوم برابر است با ضرب عددهای زوج در خودشان:

۲×۲, ۴×۴, ۶×۶, ۸×۸, ...

در نتیجه عدد بعدی برابر است با □=۱۰×۱۰=۱۰۰.

اختلاف این دو عدد برابر است با

□ − ○ =۱۰۰−۸۱=۱۹

۳۷- گزینه‌ی ۲ رابطه‌ی زیر را بین عددها پیدا می‌کنیم:

۷۲۶ ، ۶۲۶ ، ۵۴۵ ، ۴۸۱

−۱۰۰=۱۰×۱۰ ، −۸۱=۹×۹ ، −۶۴=۸×۸

در نتیجه ☐ و ○ به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

☐ =۴۸۱−۷×۷=۴۸۱−۴۹=۴۳۲

○ = ☐ −۶×۶=۴۳۲−۳۶=۳۹۶

☐ − ○ =۴۳۲−۳۹۶=۳۶

۳۸- گزینه‌ی ۱ با توجّه به گزینه‌ها، فقط گزینه‌ی (۱) همه‌ی عددهای این الگو را ایجاد می‌کند:

عدد اوّل : ۵=۲×۲+۱ ، عدد دوم : ۱۷=۴×۴+۱

عدد سوم : ۳۷=۶×۶+۱ ، عدد چهارم : ۶۵=۸×۸+۱

عدد پنجم : ۱۰۱=۱۰×۱۰+۱

در نتیجه گزینه‌ی (۱) درست است.

۳۹- گزینه‌ی ۳ تغییرات هر دو عدد پشت سر هم را به‌دست می‌آوریم:

۱ ، ۶ ، ۱۶ ، ۳۳ ، ۵۹ ،...

+(۲×۲+۱) +(۳×۳+۱) +(۴×۴+۱) +(۵×۵+۱)

به همین ترتیب عددهای بعدی را حساب می‌کنیم:

۵۹ ، ۹۶ ، ۱۴۶ ، ۲۱۱

+(۶×۶+۱) +(۷×۷+۱) +(۸×۸+۱)

عدد هشتم ۲۱۱ است.

۴۰- گزینه‌ی ۲ از عدد سوم به بعد، هر عدد برابر است با حاصل تفریق ۲ عدد قبلی.

۲۱=۵۵−۳۴

۱۳=۳۴−۲۱

☐ =۲۱−۱۳=۸

○ =۱۳− ☐ =۱۳−۸=۵

۴۱- گزینه‌ی ۱ هر عدد سه برابر می‌شود، سپس یک واحد کم می‌شود تا عدد بعدی به‌دست آید:

۱۵ ، ۴۴ ، ۱۳۱ ، ۳۹۲ ، ۱۱۷۵

↑ (۱۵×۳)−۱ ↑ (۴۴×۳)−۱ ↑ (۱۳۱×۳)−۱ ↑ (۳۹۲×۳)−۱

۴۲- گزینه‌ی ۴ طبق الگو متوجّه می‌شویم هر بار عدد در دو ضرب و با ۵ جمع شده است.

۲، ○، ۲۳، ۵۱، ۱۰۷

۵۱=۲۳×۲+۵=۴۶+۵

۱۰۷=۵۱×۲+۵=۱۰۲+۵

بنابراین

○ =۲×۲+۵=۴+۵=۹

۴۳- گزینه‌ی ۲ هر عدد ۴ برابر شده و سپس با ۳ جمع شده است.

$$۳ \xrightarrow{(۳×۴)+۳} ۱۵ \xrightarrow{(۱۵×۴)+۳} ۶۳ \xrightarrow{(۶۳×۴)+۳} ۲۵۵ \xrightarrow{(۲۵۵×۴)+۳} ۱۰۲۰+۳=۱۰۲۳$$

۴۴- گزینه‌ی ۱

۲۹ برابر است با ۲×۱۵−۱. ۵۶ برابر است با ۲×۲۹−۲.

۱۰۸ برابر است با ۲×۵۶−۴. ۲۰۸ برابر است با ۲×۱۰۸−۸.

در نتیجه عدد بعدی برابر است با ۲ برابر ۲۰۸، منهای ۱۶:

۲×۲۰۸−۱۶=۴۱۶−۱۶=۴۰۰

۴۵- گزینه‌ی ۲ رابطه‌ی الگو به‌صورت زیر است:

$$۷۳۲ \xrightarrow{-(۳۸۴)} ۳۴۸ \xrightarrow{\underbrace{-(۱۹۲)}_{۳۸۴\div۲}} ۱۵۶ \xrightarrow{\underbrace{-(۹۶)}_{۱۹۲\div۲}} ۶۰$$

به همین روش △ و □ را به‌دست می‌آوریم:

$$۶۰ \xrightarrow{\underbrace{-(۴۸)}_{۹۶\div۲}} \boxed{۱۲} \xrightarrow{\underbrace{-(۲۴)}_{۴۸\div۲}} \triangle\!-۱۲$$

پس $\square+\triangle=۱۲+(-۱۲)=۰$.

۴۶- گزینه‌ی ۲ در هر عبارت طرف راست تساوی برابر با جمع ارقام طرف چپ تساوی است. در نتیجه □ برابر است با

$۳+۷+۵+۱+۹=۲۵$

۴۷- گزینه‌ی ۳ عدد هر مرحله، برابر است با حاصل‌جمع رقم‌های عدد قبلی با خود عدد قبلی:

$۲۵=۱۷+۱+۷$ ، $۳۲=۲۵+۵+۲$

$۳۷=۳۲+۳+۲$ ، $۴۷=۳۷+۳+۷$

$۵۸=۴۷+۴+۷$

در نتیجه عدد بعدی برابر است با

$۵۸+۵+۸=۷۱$

۴۸- گزینه‌ی ۳ در هر کسر مخرج برابر است با ۲ برابر صورت به علاوه‌ی ۲:

کسر اوّل : $۱۲=۵\times۲+۲$ ، کسر دوم : $۲۸=۱۳\times۲+۲$

کسر سوم : $۶=۲\times۲+۲$ ، کسر چهارم : $۱۶=۷\times۲+۲$

حال در بین گزینه‌ها، گزینه‌ی (۳) این ویژگی را ندارد.

گزینه‌ی (۱) : $۲۰=۹\times۲+۲$ ✓ ، گزینه‌ی (۲) : $۲۴=۱۱\times۲+۲$ ✓

گزینه‌ی (۳) : $۲۴\neq۱۰\times۲+۲$ ✗ ، گزینه‌ی (۴) : $۳۲=۱۵\times۲+۲$ ✓

۴۹- گزینه‌ی ۱ در هر کسر صورت در مخرج ضرب شده و با مخرج جمع شده و در صورت کسر بعد نوشته شده است و صورت کسر قبل در مخرج کسر بعد قرار گرفته است، پس

$$\frac{۱۸۹}{۲۰} \xrightarrow{۱۸۹\times۲۰+۲۰} \frac{۳۸۰۰}{۱۸۹}$$

۵۰- گزینه‌ی ۴ اگر جمله‌ی دوم را از جمله‌ی اوّل کم کنیم، آن‌گاه

$۱۳۲-۸۴=۴۸$

و همچنین اگر جمله‌ی سوم را از جمله‌ی دوم کم کنیم، آن‌گاه

$۳۶۳-۱۳۲=۲۳۱$

پس نتیجه می‌گیریم هر جمله حاصل جمع جمله‌ی قبل با عکس آن است. به همین ترتیب جمله‌های بعدی را حساب می‌کنیم:

جمله‌ی پنجم: $۷۲۶+۶۲۷=۱۳۵۳$ جمله‌ی ششم: $۱۳۵۳+۳۵۳۱=۴۸۸۴$

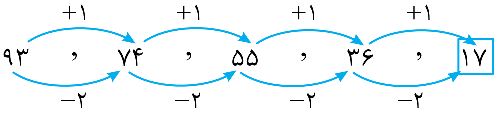
جمله‌ی هفتم: $۴۸۸۴+۴۸۸۴=۹۷۶۸$ جمله‌ی هشتم: $۹۷۶۸+۸۶۷۹=۱۸۴۴۷$

جمله‌ی نهم: $۱۸۴۴۷+۷۴۴۸۱=۹۲۹۲۸$ جمله‌ی دهم: $۹۲۹۲۸+۸۲۹۲۹=۱۷۵۸۵۷$

جمله‌ی یازدهم: $۱۷۵۸۵۷+۷۵۸۵۷۱=۹۳۴۴۲۸$

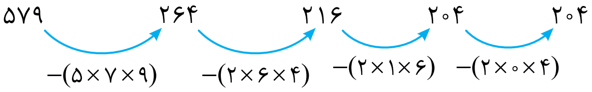
پس جمله‌ی یازدهم برابر است با ۹۳۴۴۲۸.

۵۱- گزینه‌ی ۲ الگوی دهگان‌ها و یکان‌ها به‌صورت زیر است:



⇒۹۳+۱۷=۱۱۰

۵۲- گزینه‌ی ۱ در الگوی داده شده اختلاف هر دو عدد متوالی برابر حاصل ضرب رقم‌های عدد قبل است. به‌عبارت دیگر حاصل‌ضرب ارقام هر عدد را از خود عدد کم می‌کنیم تا عدد بعدی به‌دست آید.



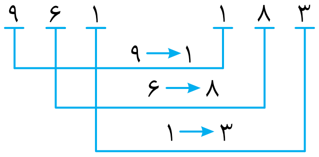
بنابراین این الگو در چهارمین عدد به مقدار ثابت ۲۰۴ می‌رسد.

۵۳- گزینه‌ی ۳ در هر عدد رقم‌های جایگاه یکان، دهگان و صدگان به رقم فرد یا زوج بعدی تغییر کرده است، یعنی

۱→۳→۵→۷→۹→۱→۳→...

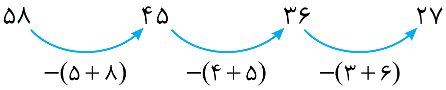
۲→۴→۶→۸→۰→۲→۴→...

پس عدد بعد از ۹۶۱ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

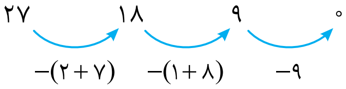


که برابر است با ۱۸۳.

۵۴- گزینه‌ی ۲ رابطه‌ی بین عددهای الگو به‌صورت زیر است:



به همین ترتیب الگو را ادامه می‌دهیم:

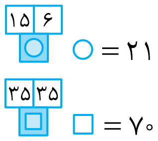


از عدد هفتم به بعد، عددهای الگو برابر صفر می‌شود.

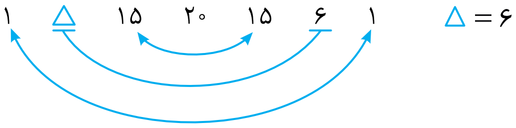
۵۵- گزینه‌ی ۲ طبق شکل سؤال متوجّه می‌شویم که عدد هر خانه مجموع عددهای دو خانه‌ی بالای آن است، مثلاً:

۲۱+۷=۲۸ ۱۵+۲۰=۳۵

پس



و متوجّه می‌شویم که در ردیف‌های اول و سوم عددهای قرار گرفته در دو طرف عدد وسط، متقارن هستند. پس



۵۶- گزینه‌ی ۱ حاصل عبارت آخر ۱۱۱۱۱۱۱ می‌شود که مجموع رقم‌های آن، برابر ۷ است:

۱۲۳۴۵۶×۹+۷=۱۱۱۱۱۱۱

۵۷- گزینه‌ی ۴ با توجّه به الگوی داده شده حاصل عبارت آخر ۸۸۸۸۸۸۸۸ می‌شود که مجموع ارقام آن ۶۴ است:

۸×۸=۶۴

۵۸- گزینه‌ی ۱ رابطه را به‌صورت زیر پیدا می‌کنیم.

بزرگ‌ترین عدد در شکل اوّل: $۱\times۴=۴$

بزرگ‌ترین عدد در شکل دوم: $۲\times۴=۸$

بزرگ‌ترین عدد در شکل سوم: $۳\times۴=۱۲$

⋮

بزرگ‌ترین عدد در شکل دهم: $۱۰\times۴=۴۰$

در نتیجه عددهای روی شکل دهم، ۴۰ , ۳۹ , ۳۸ , ۳۷ هستند. $۳۷+۳۸+۳۹+۴۰=۱۵۴$

۵۹- گزینه‌ی ۴ طبق الگو عددهای بالا و پایین زوج هستند. پس گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست هستند. همچنین عددهای بالای الگو مضرب‌های عدد ۴ هستند و در نتیجه گزینه‌ی (۲) هم نادرست است چون ۷۴ مضرب ۴ نیست.

۶۰- گزینه‌ی ۳ به عددهای همه‌ی ستون‌ها دقت کنید! هر عدد، از عدد پایین خود ۷ واحد کوچک‌تر است. پس برای یافتن عدد بالایی ۱۳۹۴، هفت واحد از آن کم می‌کنیم:

$$۱۳۹۴-۷=۱۳۸۷$$

۶۱- گزینه‌ی ۲ با توجّه به الگو می‌توان گفت:

۱) عددهای زوج و فرد در ردیف‌ها یکی در میان نوشته شده‌اند. عددهای زوج در ردیف‌های زوج (ردیف دوم، چهارم و ...) و عددهای فرد در ردیف‌های فرد (ردیف اوّل، سوم، پنجم و ...) قرار دارند.

۲) در ردیف اوّل ۱ عدد، در ردیف دوم ۳ عدد، در ردیف سوم ۵ عدد، در ردیف چهارم ۷ عدد و در نتیجه در ردیف پنجم ۹ عدد وجود دارد و به همین ترتیب ادامه دارد.

عدد ۲۰۱۰، ۱۰۰۵ امین $(۲۰۱۰=۲\times۱۰۰۵)$ عدد زوج است. پس بررسی می‌کنیم که تعداد عددها در کدام ردیف زوج به ۱۰۰۵ یا بالاتر می‌رسد.

...	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	شماره‌ی ردیف‌ها
...	۱۳	۱۱	۹	۷	۵	۳	۱	تعداد عددها در هر ردیف

$$\text{تعداد عددهای ردیف} = (۲\times\text{شماره‌ی ردیف})-۱$$

در ردیف ۴۴ام، $۸۷=۱-(۲\times۴۴)$ عدد زوج وجود دارد.

$$۳+۷+۱۱+۱۵+۱۹+۲۳+\cdots+۸۷ = (\text{تعداد عددها})\times(\text{عدد آخر}+\text{عدد اوّل})\div۲=\left(\frac{۸۷-۳}{۴}+۱\right)\times(۸۷+۳)\div۲=۹۹۰$$

پس عدد ۲۰۱۰ در ردیف ۴۴ قرار ندارد. در ردیف زوج بعدی (یعنی ۴۶)، ۹۱ عدد وجود دارد و حتماً ۱۰۰۵امین عدد زوج در این ردیف قرار می‌گیرد.

۶۲- گزینه‌ی ۳ به الگوی برداشتن توپ‌ها دقت کنید. برداشتن توپ‌ها، چهارتا چهارتا تکرار می‌شود.

$$\underbrace{۳,۲,۱,۲}, \underbrace{۳,۲,۱,۲}, \underbrace{۳,۲,۱,۲}, ۱, \ldots$$

چون در هر چهار برداشت توپ، دوتا آبی، یکی سفید و یکی قرمز برمی‌داریم، توپ‌های آبی زودتر از توپ‌های سفید و قرمز تمام می‌شوند. دقّت کنید چون ابتدا توپ‌های سفید و سپس توپ قرمز را برمی‌داریم، توپ‌های سفید زودتر از توپ‌های قرمز تمام می‌شوند.

۶۳- گزینه‌ی ۲ با توجّه به الگوی برداشتن توپ‌ها، تعداد توپ‌های هر سبد را پس از هر چهار برداشت محاسبه می‌کنیم:

$$\underbrace{۳,۲,۱,۲}_{(۱)}, \underbrace{۳,۲,۱,۲}_{(۲)}, \underbrace{۳,۲,۱,۲}_{(۳)}, \underbrace{۳,۲,۱,۲}_{(۴)}, \ldots$$

سبد (۳)	سبد (۲)	سبد (۱)	
۹۹	۹۸	۹۹	تعداد توپ‌ها پس از (۱)
۹۸	۹۶	۹۸	تعداد توپ‌ها پس از (۲)

در هر مرحله ۴ توپ برمی‌داریم، پس برای برداشتن ۵۰ توپ، ۱۲ مرحله‌ی چهارتایی (یعنی ۴۸ تا) باید توپ برداشت و ۲توپ دیگر را طبق الگو برمی‌داریم. یعنی یکی از سبد ۳، سپس یکی از سبد ۲

سبد (۳)	سبد (۲)	سبد (۱)	
۸۸	۷۶	۸۸	تعداد توپ‌ها پس از (۱۲)
۸۷	۷۶	۸۸	برداشت ۴۹ اُم
۸۷	۷۵	۸۸	برداشت ۵۰ اُم

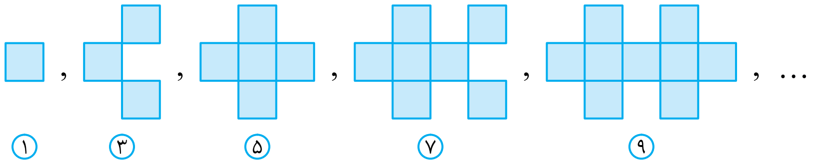
۶۴- گزینه‌ی ۳ با توجّه به شماره‌ی شکل و تعداد دایره‌ها، رابطه‌ی بین آن‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{tikzcd}
(۱) & (۲) & (۳) & (۴) & (۵) & (۶) \\
۴ \arrow[r, bend right, "+۲"'] & ۶ \arrow[r, bend right, "+۲"'] & ۸ \arrow[r, bend right, "+۲"'] & ۱۰ \arrow[r, bend right, "+۲"'] & ۱۲ \arrow[r, bend right, "+۲"'] & ۱۴
\end{tikzcd}$$

تعداد دایره‌ها در هر شکل = (۲× شماره‌ی شکل) + ۲

تعداد دایره‌ها در شکل دهم = (۱۰×۲)+۲=۲۲

۶۵- گزینه‌ی ۲ تعداد مربّع‌ها را در هر شکل حساب می‌کنیم:



طبق شکل هر بار ۲ مربّع به مربّع‌های قبلی اضافه می‌شود.

شکل (۱) : ۱

شکل (۲) : ۱+۱×۲=۳

شکل (۳) : ۱+۲×۲=۵

⋮

شکل (۳۷) : ۱+۳۶×۲=۱+۷۲=۷۳

۶۶- گزینه‌ی ۲ به چهار گوشه‌ی هر شکل، چهار مربّع جدید اضافه شده، پس در هر مرحله ۴ مربّع به تعداد مربّع‌ها اضافه می‌شود.

در شکل ۹۸ام، ۹۷ بار ۴ مربّع به شکل اوّل اضافه شده است: ۹۷×۴=۳۸۸

یک مربّع مرحله‌ی اوّل +۳۸۸ =۳۸۹

۶۷- گزینه‌ی ۲ تعداد قسمت‌های هر شکل را می‌نویسیم. مشاهده می‌کنیم که در هر شکل ۳ قسمت به قسمت‌های قبلی اضافه شده است:

شکل اوّل : ۴

شکل دوم : ۴+۳

شکل سوم : ۴+۳+۳=۴+۲×۳

⋮

در نتیجه در شکل چهاردهم:

$$\text{شکل چهاردهم}=۴+\underbrace{۳+...+۳}_{\text{۱۳ تا}}=۴+۳×۱۳=۴+۳۹=۴۳$$

۶۸- گزینه‌ی ۱ رابطه‌ی بین شماره‌ی شکل و تعداد خلال‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{tikzcd}
(۱) & (۲) & (۳) & (۴) & (۵) & (۶) \\
۵ \arrow[r, bend right, "+۴"'] \arrow[d] & ۹ \arrow[r, bend right, "+۴"'] & ۱۳ \arrow[r, bend right, "+۴"'] & ۱۷ \arrow[r, bend right, "+۴"'] & ۲۱ \arrow[r, bend right, "+۴"'] & ۲۵ \\
(۱×۴)+۱
\end{tikzcd}$$

تعداد خلال‌ها در هر شکل = (۴× شماره‌ی شکل) +۱

تعداد خلال‌ها در شکل صدم = (۱۰۰×۴)+۱=۴۰۱

۶۹- گزینه‌ی ۳ در هر مرحله روی هر ردیف شکل یک دایره اضافه شده است. شکل اول، چهار ردیف دارد. پس در هر مرحله ۴ دایره اضافه می‌شود.

$$\begin{tikzcd}
(۱) & (۲) & (۳) & (۴) \\
۵ \arrow[r, bend right, "+۴"'] \arrow[d] & ۹ \arrow[r, bend right, "+۴"'] & ۱۳ \arrow[r, bend right, "+۴"'] & ۱۷ \\
(۱×۴)+۱
\end{tikzcd}$$

تعداد دایره‌ها در شکل بیستم = (۲۰×۴)+۱=۸۱

۷۰- گزینه‌ی ۳ در الگوهای «الف»، «پ»، و «ت» در هر مرحله ۲ دایره اضافه شده است. همچنین در این الگوها، تعداد دایره‌ها در مرحله‌ی اوّل با هم برابرند. بنابراین در شکل صدم نیز تعداد دایره‌ها با هم برابر می‌شوند.

۷۱- گزینه‌ی ۴ شماره‌ی شکل و تعداد چوب کبریت‌ها را می‌نویسیم:

$$\begin{tikzcd}
(۱) & (۲) & (۳) & (۴) & (۵) \\
۷ \arrow[r, bend right, "+۳"'] \arrow[d] & ۱۰ \arrow[r, bend right, "+۳"'] \arrow[d] & ۱۳ \arrow[r, bend right, "+۳"'] & ۱۶ \arrow[r, bend right, "+۳"'] & ۱۹ \\
(۱\times۳)+۴ & (۲\times۳)+۴ \arrow[r] & \text{تعداد چوب کبریت‌ها در شکل ۱۱۱} & =(۱۱۱\times۳)+۴ &
\end{tikzcd}$$

۷۲- گزینه‌ی ۳ در هر مرحله به تعداد دایره‌های کوچک ۳ واحد اضافه شده:

در شکل دوم: ۱+۳×۱=۴

در شکل سوم: ۱+۳×۲=۷

در شکل چهارم: ۱+۳×۳=۱۰

⋮

در شکل صد و پنجاهم: ۱+۱۴۹×۳=۴۴۸

۷۳- گزینه‌ی ۲ رابطه‌ی بین شماره‌ی شکل و محیط آن‌را پیدا می‌کنیم:

محیط شکل = (۸×شماره‌ی شکل)+۴

شکل (۱): (۱×۸)+۴=۱۲

شکل (۲): (۲×۸)+۴=۲۰

شکل (۳): (۳×۸)+۴=۲۸

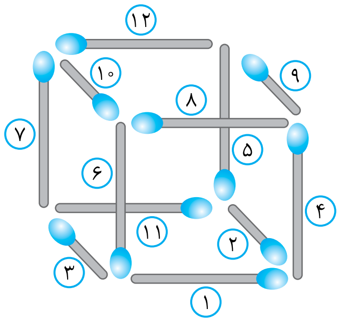
⋮

شکل (۱۴): (۱۴×۸)+۴=۱۱۶

۷۴- گزینه‌ی ۲ برای ساختن مکعّب اوّل ۱۲ چوب‌کبریت لازم است:

در مکعّب دوم هر خانه ۴ کبریت مشترک با خانه‌ی پایین‌تر دارد. پس برای ساختن آن فقط ۸ چوب کبریت لازم است. پس تعداد چوب‌کبریت‌ها در شکل صدم به‌صورت زیر است:

۹۹×۸+۱۲=۷۹۲+۱۲=۸۰۴



۷۵- گزینه‌ی ۱ تعداد چوب‌کبریت‌های هر شکل نسبت به شکل قبلی ۷ عدد اضافه شده است، بنابراین

تعداد چوب کبریت = (۷×شماره‌ی شکل)+۵

شکل (۱): (۱×۷)+۵=۱۲

شکل (۲): (۲×۷)+۵=۱۹

شکل (۳): (۳×۷)+۵=۲۶

⋮

شکل (○): (○×۷)+۵=۱۸۰

○=(۱۸۰−۵)÷۷=۲۵

در نتیجه شکل بیست و پنجم از ۱۸۰ چوب‌کبریت تشکیل شده است.

۷۶- گزینه‌ی ۴ تعداد چوب‌کبریت‌های محیط هر شکل نسبت به شکل قبلی ۴ تا اضافه شده است، بنابراین

تعداد چوب کبریت محیط = (۴×شماره‌ی شکل)+۴

شکل (۱) : (۱×۴)+۴=۸

شکل (۲) : (۲×۴)+۴=۱۲

شکل (۳) : (۳×۴)+۴=۱۶

⋮

شکل (۱۰۰) : (۱۰۰×۴)+۴=۴۰۴

۷۷- گزینه‌ی ۳ رابطه‌ی بین شماره‌ی شکل و تعداد چوب‌کبریت‌ها را می‌نویسیم:

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

۱۶ ۲۸ ۴۰ ۵۲ ۶۴

+۱۲ +۱۲ +۱۲ +۱۲

↓

(۱×۱۲)+۴ ⟶ تعداد چوب‌کبریت‌ها = (شماره‌ی شکل ×۱۲)+۴

از کوچک‌ترین گزینه تعداد چوب‌کبریت‌ها را به‌دست می‌آوریم:

گزینه‌ی (۲) : (۸۳×۱۲)+۴=۱۰۰۰ گزینه‌ی (۱) : (۸۲×۱۲)+۴=۹۸۸

گزینه‌ی (۳) : (۸۴×۱۲)+۴=۱۰۱۲ ⇒ ۸۴ جواب است

۷۸- گزینه‌ی ۲ در شکل‌های زوج، ۲ دایره‌ی رنگی و در شکل‌های فرد ۲ دایره‌ی سفید اضافه می‌شود.
تا شکل هفتاد و هفتم، شماره‌ی ۳۸ شکل زوج است، در نتیجه ۳۸×۲=۷۶ دایره‌ی رنگی اضافه می‌شود.

۷۶+۱=۷۷
↓
دایره‌ی رنگی
در شکل اوّل

۷۹- گزینه‌ی ۱ الگوی عددی شماره‌ی شکل و تعداد دایره‌های رنگی را می‌نویسیم:

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵) (۶) (۷) (۸)

۱ ۱ ۴ ۴ ۷ ۷ ۱۰ ۱۰

+۳ +۳ +۳

از شکل (۲) به شکل (۴)، ۳ دایره‌ی رنگی اضافه می‌شود. از شکل (۴) به (۶) و شکل (۶) به (۸) هم ۳ دایره‌ی رنگی اضافه می‌شود. برای رسیدن از شکل (۲) به شکل (۱۰۰)، ۴۹ بار ۳ دایره‌ی رنگی اضافه می‌شود. پس

تعداد دایره‌ی رنگی در شکل صدم=۱+(۴۹×۳)=۱۴۸

۸۰- گزینه‌ی ۴ در هر مرحله‌ی زوج ۲ مثلّث سفید و در هر مرحله‌ی فرد ۲ مثلّث رنگی به شکل اضافه شده است.
پس از ۱۰۰ مرحله، در ۵۰ مرحله‌ی زوج ۲ مثلّث سفید به شکل اضافه شده است که در مجموع برابر است با ۱۰۰ مثلّث سفید و با تنها مثلّث سفید شکل اوّل می‌شود ۱۰۱ مثلّث سفید.

۸۱- گزینه‌ی ۲ در هر مرحله ۲ دایره‌ی رنگی به شکل اضافه می‌شود. الگوی عددی دایره‌های رنگی به‌صورت زیر است:

مرحله :	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	(۶)	(۷)
تعداد دایره های رنگی :	۱	۳	۵	۷	۹	۱۱	۱۳

الگوی عددی دایره‌های رنگی، همان الگوی عددی عددهای فرد است.

سی‌امین عدد فرد=(۳۰×۲)−۱=۵۹

۸۲- گزینه‌ی **۴** مشخّص است که از مرحله‌ی دوم هر ۳ مرحله، ۲ کاشی سفید به طرح کاشی‌کاری شده اضافه می‌شود. پس به ازای هر سه مرحله، ۲ کاشی سفید اضافه می‌کنیم:

شماره‌ی مرحله‌ها : $۲ \xrightarrow{+۳} ۵ \xrightarrow{+۳} ۸ \xrightarrow{+۳} ۱۱ \xrightarrow{+۳} ۱۴ \xrightarrow{+۳} ۱۷ \xrightarrow{+۳} ۲۰$

تعداد کاشی‌های سفید : $۲ \xrightarrow{+۲} ۴ \xrightarrow{+۲} ۶ \xrightarrow{+۲} ۸ \xrightarrow{+۲} ۱۰ \xrightarrow{+۲} ۱۲ \xrightarrow{+۲} ۱۴$

در مرحله‌ی هفدهم، ۱۲ کاشی سفید داریم. می‌دانیم بین مرحله‌ی هفدهم و بیستم هیچ کاشی سفیدی به طرح اضافه نمی‌شود. پس تعداد کاشی‌های مرحله‌ی نوزدهم برابر ۱۲ است.

۸۳- گزینه‌ی **۱** ابتدا باید شماره‌ی شکلی را که ۱۰۱ مربّع دارد بیابیم:

شماره‌ی شکل :	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)
تعداد مربّع :	۱	۳	۵	۷	۹

تعداد مربّع‌ها = (شماره‌ی شکل × ۲) − ۱ ⇒ ۱۰۱ = (شماره‌ی شکل × ۲) − ۱ ⇒ شماره‌ی شکل = ۵۱

الگوی عددی تعداد خلال‌ها را می‌نویسیم:

شماره‌ی شکل :	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)
تعداد خلال‌ها :	۴	۱۰	۱۶	۲۲	۲۸

تعداد خلال‌ها = (شماره‌ی شکل × ۶) − ۲ ⇒ تعداد خلال‌ها در شکل پنجاه و یکم = (۶×۵۱) − ۲ = ۳۰۴

۸۴- گزینه‌ی **۴** در هر مرحله ۱ دایره اضافه شده که در مراحل زوج رنگی و در مراحل فرد سفید است. همچنین هر ۴ مرحله یک‌بار به جای یک دایره، ۲ دایره‌ی رنگی اضافه شده است. پس در صد مرحله، ۲۵ بار دو دایره‌ی رنگی اضافه شده است:

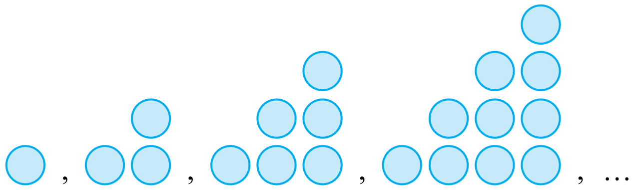
۱۰۰÷۴=۲۵

پس در مجموع در صد مرحله نصف مراحل دایره‌ی رنگی اضافه شده و ۲۵ بار یک دایره‌ی اضافی، در نتیجه

$\frac{۱۰۰}{۲}=۵۰$

۵۰+۲۵=۷۵

۸۵- گزینه‌ی **۲** به الگوی زیر دقّت کنید:



مرحله :	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)
تعداد دایره‌ها :	۱	۱+۲	۱+۲+۳	۱+۲+۳+۴

پس تعداد دایره‌ها در شکل دهم برابر ۱۰+...+۴+۳+۲+۱ است.

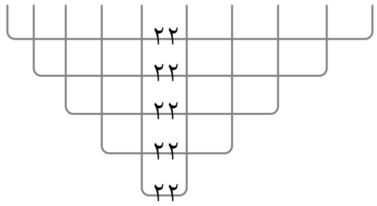
$$۱+۲+۳+۴+۵+...+۱۰=\frac{۱۰×(۱۰+۱)}{۲}=\frac{۱۰×۱۱}{۲}=۵۵$$

۸۶- گزینه‌ی **۳** در شکل‌های با شماره‌ی فرد، مثلّث رنگی اضافه نمی‌شود. اما در شکل‌های با شماره‌ی زوج، هر بار به اندازه‌ی شماره‌ی شکل، مثلّث رنگی اضافه می‌شود. الگوی عددی مثلّث‌های رنگی بدین صورت است:

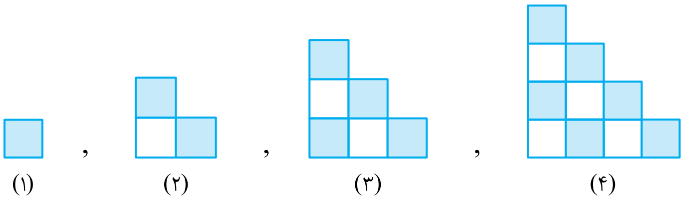
مرحله :	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	(۶)	
تعداد مثلّث‌های رنگی :	۰ و	۲ و	۲ و	۲+۴ و	۲+۴ و	۲+۴+۶ و	...

پس در شکل بیستم ۲۰+۱۸+۱۶+۱۴+۱۲+۱۰+۸+۶+۴+۲ مثلّث رنگی وجود دارد.

۲+۴+۶+۸+۱۰+۱۲+۱۴+۱۶+۱۸+۲۰ = ۵×۲۲ = ۱۱۰



۸۷- گزینه‌ی ۱ به الگوی زیر دقت کنید:



تعداد کلّ مربّع‌ها:	۱+۲+۳+۴	۱+۲+۳	۱+۲	۱
تعداد مربّع‌های رنگی:	۲+۴	۱+۳	۲	۱

با توجّه به الگو، تعداد مربّع‌های رنگی در شکل بیستم برابر است با

$$۲+۴+۶+۸+۱۰+...+۲۰=\frac{۲۰}{۲}\times\left(\frac{۲۰}{۲}+۱\right)=۱۰\times۱۱=۱۱۰$$

تعداد کلّ مربّع‌ها هم برابر است با

$$۱+۲+۳+۴+۵+...+۲۰=\frac{۲۰\times(۲۰+۱)}{۲}=۲۱۰$$

کسر رنگی در شکل بیستم برابر است با

$$\frac{۱۱۰}{۲۱۰}=\frac{۱۱}{۲۱}$$

۸۸- گزینه‌ی ۳ اگر الگوی چیدن آجرها را ادامه دهیم، تعداد آجرهای چیده شده برابر حاصل‌جمع زیر است. فرض کنیم ۸ ردیف کامل چیده‌ایم.

$$۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸=\frac{۸\times(۸+۱)}{۲}=۳۶$$

پس با چیدن کامل ردیف ۸ که ۸ آجر دارد، ۳۶ آجر استفاده شده است. ردیف ۹ در صورت امکان حدّاکثر ۹ آجر دارد. آن‌را اضافه می‌کنیم ۴۵=۹+۳۶. پس به ۴۵ آجر رسیدیم. ردیف ۹ کامل شده و یک آجر باقی‌مانده است. پس ردیف بعدی ۱۰ و یک آجر دارد.

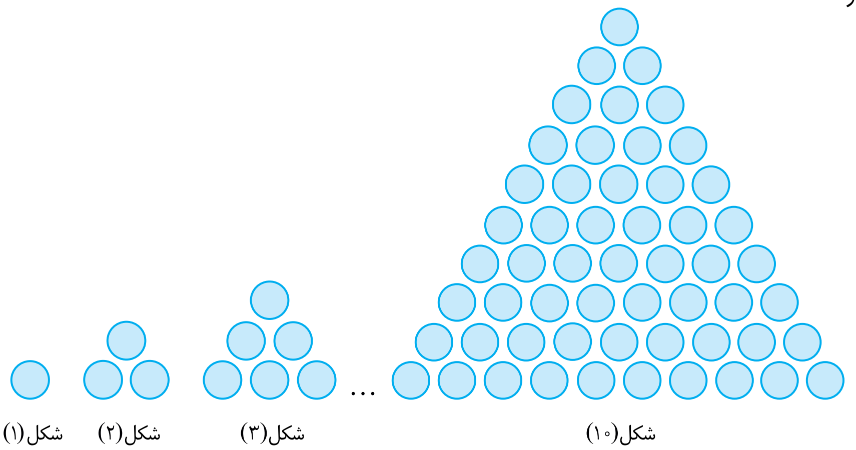
۸۹- گزینه‌ی ۳ الگوی ز را می‌نویسیم:

$$\underset{(۱)}{۵}\xrightarrow{+۶}\underset{(۲)}{۱۱}\xrightarrow{+۷}\underset{(۳)}{۱۸}\xrightarrow{+۸}\underset{(۴)}{۲۶}\xrightarrow{+۹}\underset{(۵)}{۳۵}\xrightarrow{+۱۰}\underset{(۶)}{۴۵}$$

و به همین ترتیب تا شکل دهم ادامه می‌دهیم:

$$\underset{(۶)}{۴۵}\xrightarrow{+۱۱}\underset{(۷)}{۵۶}\xrightarrow{+۱۲}\underset{(۸)}{۶۸}\xrightarrow{+۱۳}\underset{(۹)}{۸۱}\xrightarrow{+۱۴}\underset{(۱۰)}{۹۵}$$

۹۰- گزینه‌ی ۲ با دقّت در الگوی داده شده مشخّص می‌شود به هر شکل ۱ ردیف از پایین که تعداد مهره‌های ردیف پایین با شماره‌ی شکل برابر است، اضافه می‌شود.

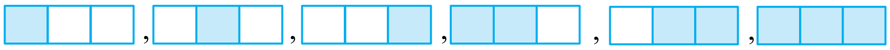


پس به شکل دهم، ۱۱ مهره اضافه می‌شود تا شکل یازدهم پدید آید.

۹۱- گزینه‌ی ۱ تعداد مستطیل‌ها را در هر شکل پیدا می‌کنیم:

شکل(۱):

شکل(۲):



شکل (۳) هم به همین ترتیب ۱۰ مستطیل دارد. الگوی عددی تعداد مستطیل‌ها را می‌نویسیم:

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵) (۶)

$۳ \xrightarrow{+۳} ۶ \xrightarrow{+۴} ۱۰ \xrightarrow{+۵} ۱۵ \xrightarrow{+۶} ۲۱ \xrightarrow{+۷} ۲۸$

و به همین ترتیب تا شکل دهم:

(۶) (۷) (۸) (۹) (۱۰)

$۲۸ \xrightarrow{+۸} ۳۶ \xrightarrow{+۹} ۴۵ \xrightarrow{+۱۰} ۵۵ \xrightarrow{+۱۱} ۶۶$

۹۲- گزینه‌ی ۴ در هر مرحله یک چند ضلعی با تعداد ضلع‌های فرد اضافه می‌شود. پس الگوی عددی خلال‌ها به صورت زیر است:

شماره‌ی شکل : (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

تعداد خلال‌ها : $۳ \xrightarrow{+۴} ۷ \xrightarrow{+۶} ۱۳ \xrightarrow{+۸} ۲۱ \xrightarrow{+۱۰} ۳۱$

و به همین ترتیب تا شکل نهم:

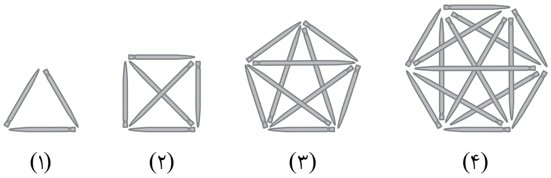
(۵) (۶) (۷) (۸) (۹)

$۳۱ \xrightarrow{+۱۲} ۴۳ \xrightarrow{+۱۴} ۵۷ \xrightarrow{+۱۶} ۷۳ \xrightarrow{+۱۸} ۹۱$

۹۳- گزینه‌ی ۱ در شکل اوّل ۳ مثلّث کوچک، در شکل دوم ۵+۳ مثلّث کوچک و در شکل سوم ۷+۵+۳ مثلّث کوچک وجود دارد. بنابراین تعداد مثلّث‌های کوچک در شکل دهم برابر است با

۳+۵+۷+۹+۱۱+۱۳+۱۵+۱۷+۱۹+۲۱=۱۲۰

۹۴- گزینه‌ی ۳ تعداد خلال‌های هر شکل را می‌نویسیم:



$۳ \xrightarrow{+۳} ۶ \xrightarrow{+۴} ۱۰ \xrightarrow{+۵} ۱۵$

و به همین ترتیب ادامه دارد:

(۴) (۵) (۶) (۷) (۸) (۹) (۱۰)

$۱۵ \xrightarrow{+۶} ۲۱ \xrightarrow{+۷} ۲۸ \xrightarrow{+۸} ۳۶ \xrightarrow{+۹} ۴۵ \xrightarrow{+۱۰} ۵۵ \xrightarrow{+۱۱} ۶۶$

۹۵- گزینه‌ی ۳ الگوی عددی خلال‌ها را می‌نویسیم:

$$\overset{(۱)}{۲} \xrightarrow{+۴} \overset{(۲)}{۶} \xrightarrow{+۶} \overset{(۳)}{۱۲} \xrightarrow{+۸} \overset{(۴)}{۲۰} \xrightarrow{+۱۰} \overset{(۵)}{۳۰} \xrightarrow{+۱۲} \overset{(۶)}{۴۲}$$

و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم:

$$\overset{(۶)}{۴۲} \xrightarrow{+۱۴} \overset{(۷)}{۵۶} \xrightarrow{+۱۶} \overset{(۸)}{۷۲} \xrightarrow{+۱۸} \overset{(۹)}{۹۰} \xrightarrow{+۲۰} \overset{(۱۰)}{۱۱۰}$$

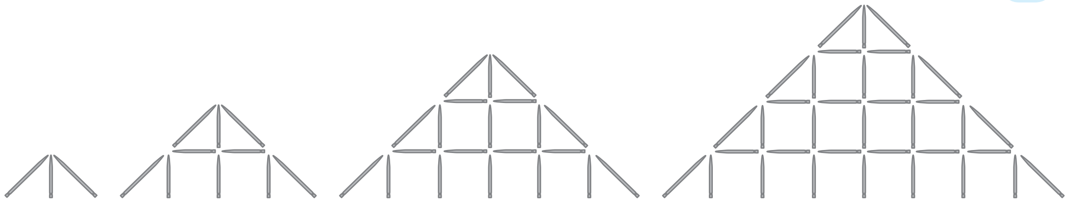
۹۶- گزینه‌ی ۴ الگوی عددی خلال‌ها را می‌نویسیم:

$$\overset{(۱)}{۱} \xrightarrow{+۵} \overset{(۲)}{۶} \xrightarrow{+۹} \overset{(۳)}{۱۵} \xrightarrow{+۱۳} \overset{(۴)}{۲۸} \xrightarrow{+۱۷} \overset{(۵)}{۴۵} \xrightarrow{+۲۱} \overset{(۶)}{۶۶}$$

و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم:

$$\overset{(۶)}{۶۶} \xrightarrow{+۲۵} \overset{(۷)}{۹۱} \xrightarrow{+۲۹} \overset{(۸)}{۱۲۰} \xrightarrow{+۳۳} \overset{(۹)}{۱۵۳} \xrightarrow{+۳۷} \overset{(۱۰)}{۱۹۰}$$

۹۷- گزینه‌ی ۱ شکل چهارم را با توجّه به الگو رسم می‌کنیم:



در شکل چهارم ۱۵ خلال جدید در پایین شکل نسبت به شکل (۳) اضافه شده است. حال الگوی عددی خلال‌ها را می‌نویسیم.

$$\overset{(۱)}{۳} \xrightarrow{+۷} \overset{(۲)}{۱۰} \xrightarrow{+۱۱} \overset{(۳)}{۲۱} \xrightarrow{+۱۵} \overset{(۴)}{۳۶} \xrightarrow{+۱۹} \overset{(۵)}{۵۵} \xrightarrow{+۲۳} \overset{(۶)}{۷۸} \xrightarrow{+۲۷} \overset{(۷)}{۱۰۵} \xrightarrow{+۳۱} \overset{(۸)}{\textcircled{۱۳۶}}$$

۹۸- گزینه‌ی ۲ الگوی عددی تعداد مربّع‌ها را می‌نویسیم:

$$\overset{(۱)}{۱} \xrightarrow{+۲} \overset{(۲)}{۳} \xrightarrow{+۳} \overset{(۳)}{۶} \xrightarrow{+۴} \overset{(۴)}{۱۰} \xrightarrow{+۵} \overset{(۵)}{۱۵} \xrightarrow{+۶} \overset{(۶)}{۲۱}$$

پس شکل ششم ۲۱ مربّع دارد. حال باید الگوی عددی تعداد خلال‌ها را پیدا کنیم و تعداد خلال‌ها در شکل ششم را به‌دست آوریم:

$$\overset{(۱)}{۴} \xrightarrow{+۶} \overset{(۲)}{۱۰} \xrightarrow{+۸} \overset{(۳)}{۱۸} \xrightarrow{+۱۰} \overset{(۴)}{۲۸} \xrightarrow{+۱۲} \overset{(۵)}{۴۰} \xrightarrow{+۱۴} \overset{(۶)}{۵۴}$$

۹۹- گزینه‌ی ۳ اگر الگوی عددی تعداد مربّع‌های کوچک را بنویسیم، تعداد مربّع‌های کوچک در شکل نهم برابر است با

$$۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹=۴۵$$

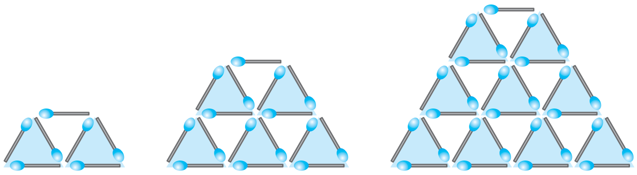
تعداد چوب کبریت‌ها را نیز با استفاده از ادامه‌ی سؤال قبل می‌توان به‌دست آورد:

تعداد چوب کبریت‌ها :

$$\begin{tikzcd} \text{(۴)} & \text{(۵)} & \text{(۶)} & \text{(۷)} & \text{(۸)} & \text{(۹)} \\ ۲۸ \arrow[r, bend right, "+۱۲"'] & ۴۰ \arrow[r, bend right, "+۱۴"'] & ۵۴ \arrow[r, bend right, "+۱۶"'] & ۷۰ \arrow[r, bend right, "+۱۸"'] & ۸۸ \arrow[r, bend right, "+۲۰"'] & ۱۰۸ \end{tikzcd}$$

$$\frac{\text{تعداد چوب کبریت‌ها در شکل نهم}}{\text{تعداد مربع‌ها در شکل نهم}}=\frac{۱۰۸}{۴۵}=\frac{۱۲}{۵}=\text{۱۲ به ۵}$$

۱۰۰- گزینه‌ی ۱ با توجّه به شکل‌های زیر، سه برابر تعداد مثلّث‌های رنگی به اضافه‌ی یک، برابر با تعداد چوب کبریت‌ها است.



شکل (۱) : $(۳×۲)+۱=۷$

شکل (۲) : $(۳×۵)+۱=۱۶$

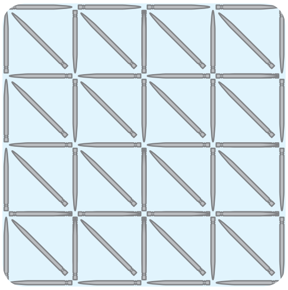
شکل (۳) : $(۳×۹)+۱=۲۸$

⋮

شکل (۸) : $(۳×۴۴)+۱=۱۳۳$

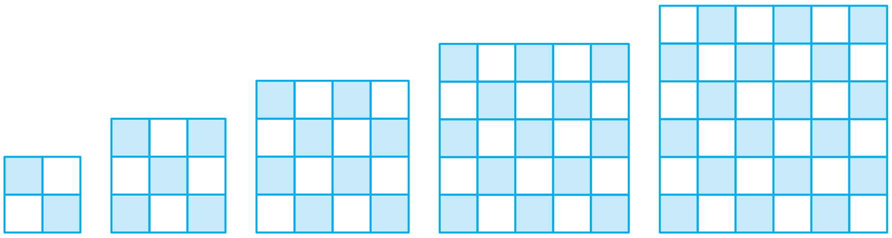
۱۰۱- گزینه‌ی ۲ شکل بعدی الگو را می‌کشیم:

الگوی عددی خلال‌ها را می‌نویسیم:



$$\begin{tikzcd} \text{(۱)} & \text{(۲)} & \text{(۳)} & \text{(۴)} & \text{(۵)} \\ ۵ \arrow[r, bend right, "+۱۱"'] & ۱۶ \arrow[r, bend right, "+۱۷"'] & ۳۳ \arrow[r, bend right, "+۲۳"'] & ۵۶ \arrow[r, bend right, "+۲۹"'] & ۸۵ \\ & +۱۱ \arrow[r, bend right, "+۶"'] & +۱۷ \arrow[r, bend right, "+۶"'] & +۲۳ \arrow[r, bend right, "+۶"'] & +۲۹ \end{tikzcd}$$

۱۰۲- گزینه‌ی ۳ شکل چهارم و پنجم الگو را رسم می‌کنیم:



الگوی عددی خانه‌های رنگی را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{tikzcd} \text{(۱)} & \text{(۲)} & \text{(۳)} & \text{(۴)} & \text{(۵)} & \text{(۶)} & \text{(۷)} & \text{(۸)} & \text{(۹)} \\ ۲ \arrow[r, bend right, "+۳"'] & ۵ \arrow[r, bend right, "+۳"'] & ۸ \arrow[r, bend right, "+۵"'] & ۱۳ \arrow[r, bend right, "+۵"'] & ۱۸ \arrow[r, bend right, "+۷"'] & ۲۵ \arrow[r, bend right, "+۷"'] & ۳۲ \arrow[r, bend right, "+۹"'] & ۴۱ \arrow[r, bend right, "+۹"'] & ۵۰ \end{tikzcd}$$

پس برای به‌دست آوردن تعداد خانه‌های رنگی در شکل بیستم، باید حاصل‌جمع زیر را محاسبه کنیم:

$$۲+(۳+۳)+(۵+۵)+(۷+۷)+(۹+۹)+(۱۱+۱۱)+...+(۱۹+۱۹)+۲۱$$

$$۲+\underbrace{۶+۱۰+۱۴+۱۸+۲۲+۲۶+۳۰+۳۴+۳۸}_{۲۲×۹}+۲۱=۲+۱۹۸+۲۱=۲۲۱$$

۱۰۳- گزینه‌ی ۲ با توجّه به هر شکل، الگوی زیر را برای تعداد مربّع‌های سفید می‌نویسیم:

شکل اوّل : $(۳\times۳)-(۱\times۱)=۹-۱=۸$

شکل دوم : $(۵\times۵)-(۲\times۲)=۲۵-۴=۲۱$

شکل سوم : $(۷\times۷)-(۳\times۳)=۴۹-۹=۴۰$

شکل چهارم : $(۹\times۹)-(۴\times۴)=۸۱-۱۶=۶۵$

۱۰۴- گزینه‌ی ۱ با توجّه به شکل‌ها، حاصل‌ضرب شماره‌ی هر شکل در خودش، برابر تعداد مثلّث‌های کوچک خواهد بود:

شکل دهم		شکل سوم	شکل دوم	شکل اوّل
$۱۰\times۱۰=۱۰۰$	...	$۳\times۳=۹$	$۲\times۲=۴$	$۱\times۱=۱$

۱۰۵- گزینه‌ی ۱ در هر شکل، ۱ سطر و ۱ ستون از مربّع رنگ شده است. اگر تعداد مربّع‌های هر ضلع را که برابر با شماره‌ی شکل است △ در نظر بگیریم، تعداد مربّع‌های سفید برابر است با

$$(\triangle-۱)(\triangle-۱)$$

مثلاً در شکل سوم که $\triangle=۳$ تعداد مربّع‌های سفید برابر است با $(۳-۱)(۳-۱)=۲\times۲=۴$.

پس به همین روش تعداد مربّع‌های سفید مرحله‌ی ۱ تا ۶ را محاسبه و با هم جمع می‌کنیم.

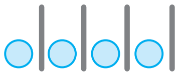
شماره‌ی مرحله : $\overset{(۱)}{(۱-۱)(۱-۱)}+\overset{(۲)}{(۲-۱)(۲-۱)}+\overset{(۳)}{(۳-۱)(۳-۱)}+\overset{(۴)}{(۴-۱)(۴-۱)}+\overset{(۵)}{(۵-۱)(۵-۱)}+\overset{(۶)}{(۶-۱)(۶-۱)}$

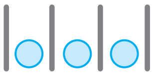
$۰+۱\times۱+۲\times۲+۳\times۳+۴\times۴+۵\times۵=۱+۴+۹+۱۶+۲۵=۵۵$

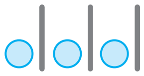
۱۰۶- گزینه‌ی ۳ در شکل اوّل یک مربّع سفید و در شکل دوم ۴ مربّع رنگی داریم. در شکل سوم ۹ مربّع سفید و در شکل چهارم ۱۶ مربّع رنگی داریم. به همین ترتیب در شکل‌هایی که شماره‌ی آن‌ها فرد است، به اندازه‌ی ضرب آن شماره در خودش مربّع سفید داریم و در آن‌هایی که زوج است، به اندازه‌ی ضرب شماره در خودش مربّع رنگی موجود است. ۱۷ فرد است بنابراین در شکل هفدهم، ۱۷×۱۷ مربّع سفید موجود است و تعداد مربّع‌های رنگی با شکل شانزدهم که ۱۶×۱۶ مربّع رنگی دارد، برابر است.

تعداد رنگی‌ها $=۱۶\times۱۶=۲۵۶$

۱۰۷- گزینه‌ی ۲ در هر مرحله یکی در میان، یک | یا یک ○ به شکل از سمت چپ اضافه می‌شود:

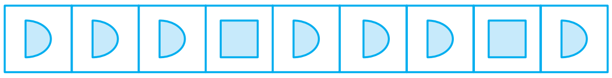

(۸)


(۷)


(۶)


(۵)

۱۰۸- گزینه‌ی ۲ الگو به‌صورت زیر کامل می‌شود:



در نتیجه گزینه‌ی (۲) صحیح است.

۱۰۹- گزینه‌ی ۲ در هر شکل با شماره‌ی فرد، ۱ قسمت رنگی و در هر شکل با شماره‌ی زوج ۲ قسمت سفید به مربّع اضافه می‌شود. بنابراین از ۳۰۰ مرحله، در ۱۵۰ مرحله تعداد قسمت‌های سفید افزایش پیدا می‌کند و در هر مرحله ۲ قسمت، پس

$۱۵۰\times۲=۳۰۰$

در مرحله‌ی (۱)، یک قسمت رنگی و یک قسمت سفید وجود دارد. پس مجموع قسمت‌های سفید برابر است با ۳۰۱.

۱۱۰- گزینه‌ی ۴ براساس شکل‌های داده‌شده، می‌بینیم که از مرحله‌ی اوّل تا چهارم ۱ مستطیل کامل شده است و از آن به بعد به ازای هر ۳ مرحله، یک مستطیل کامل می‌شود.

از ۷۸ مرحله، ۴ مرحله را برای مستطیل اوّل جدا می‌کنیم و ۷۴ مرحله‌ی باقی‌مانده را بر ۳ تقسیم می‌کنیم:

$۷۴=۲۴\times۳+۲$

$۲۴+۱=۲۵$

پس ۲۵ مستطیل کوچک کامل و ۲ ضلع اضافه داریم.

۱۱۱- گزینه‌ی ۳

تعداد مربّع‌های کوچک = خودش × شماره‌ی شکل

شکل (۱) : ۱×۱=۱

شکل (۲) : ۲×۲=۴

شکل (۳) : ۳×۳=۹

⋮

شکل (۱۵) : ۱۵×۱۵=۲۲۵

۱۱۲- گزینه‌ی ۴

تعداد مکعّب‌های واحد	=	شماره‌ی شکل	×	شماره‌ی شکل	×	شماره‌ی شکل
۱	=	۱	×	۱	×	۱
۸	=	۲	×	۲	×	۲
۲۷	=	۳	×	۳	×	۳
⋮		⋮		⋮		⋮
۱۷۲۸	=	۱۲	×	۱۲	×	۱۲

۱۱۳- گزینه‌ی ۱ با توجّه به الگوی شکل‌ها، شکل چهارم به‌صورت  است که $\frac{۱}{۱۶}$ آن رنگ نشده است.

۱۱۴- گزینه‌ی ۴ در هر شکل، یک واحد به عرض و یک واحد به طول اضافه شده است. الگوی عددی مساحت شکل‌ها را می‌نویسیم:

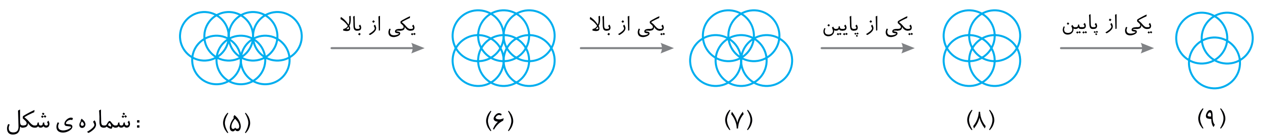
$$\underset{(۱)}{(۲\times۱)},\underset{(۲)}{(۳\times۲)},\underset{(۳)}{(۴\times۳)},\underset{(۴)}{(۵\times۴)},\dots,(\text{شماره‌ی شکل}+۱)\times(\text{شماره‌ی شکل})$$

مساحت شکل دهم $=((۱۰+۱)\times۱۰)=۱۱\times۱۰=۱۱۰$

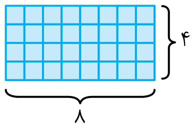
مساحت شکل بیستم $=((۲۰+۱)\times۲۰)=۲۱\times۲۰=۴۲۰$

$$\Rightarrow \frac{۴۲۰}{۱۱۰}=\frac{۴۲}{۱۱}$$

۱۱۵- گزینه‌ی ۳ در تبدیل شکل‌های اوّل به دوم و دوم به سوم، هر کدام یک دایره از ردیف بالا کم شده است. در تبدیل شکل‌های سوم به چهارم و چهارم به پنجم، هر کدام یک دایره از ردیف پایین کم شده است. پس به همین روش الگو را ادامه می‌دهیم:



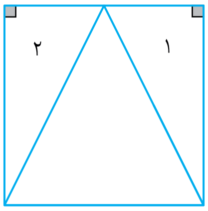
۱۱۶- گزینه‌ی ۲ براساس الگوی داده‌شده، در مرحله‌ی فرد فقط خطوطی اضافه می‌شود که مربّع‌ها را به دو مستطیل کوچک‌تر تقسیم می‌کند، پس مربّعی اضافه نمی‌شود. پس تعداد مربّع‌های با کم‌ترین مساحت در مرحله‌ی هفتم برابر است با تعداد مربّع‌های با کم‌ترین مساحت در مرحله‌ی ششم. مرحله‌ی ششم را رسم می‌کنیم. (در مرحله‌های زوج خطوط مستطیل‌ها را نصف و به دو مربّع تقسیم می‌کند.)



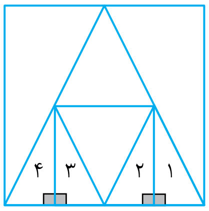
۴×۸=۳۲

بنابراین در شکل‌های ششم و هفتم ۳۲ مربّع با کم‌ترین مساحت وجود دارد.

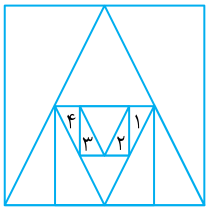
۱۱۷- گزینه‌ی ۱ در مرحله‌ی اوّل ۲ مثلّث وجود دارد و در هر مرحله ۴ مثلّث جدید به شکل اضافه می‌شود.



(۱) ،



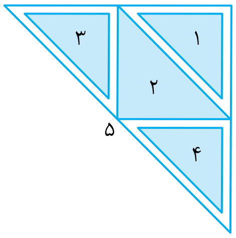
(۲) ،



(۳)

پس برای رسیدن به شکل صدم، (۹۹×۴) تا مثلّث به شکل اوّل اضافه می‌شود. یعنی ۳۹۸=(۹۹×۴)+۲ مثلّث داریم.

۱۱۸- گزینه‌ی ۳ در شکل اوّل هیچ مثلّثی نداریم. در شکل دوم، به وسیله‌ی یک مربّع، ۴ مثلّث در گوشه‌ها به وجود آمده که در هر کدام ۴ مثلّث وجود دارد که با مثلّث اصلی ۵ مثلّث می‌شـود، پس در هر مربّع ۲۰ مثلّث وجود دارد. ۴×۵=۲۰



از شکل دوم به بعد به هر شکل ۱ مربّع اضافه شده که ۲۰ مثلّث دارد.

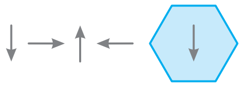
شکل دوم: ۲۰ مثلّث
شکل سوم: ۲×۲۰ مثلّث
شکل چهارم: ۳×۲۰ مثلّث
شکل پنجم: ۴×۲۰ مثلّث

به همین ترتیب در شکل ۲۳ام، ۲۰×۲۲=۴۴۰ مثلّث وجود دارد.

۱۱۹- گزینه‌ی ۱ شکل اوّل دایره و بدون ضلع است.

شکل دوم ۳ ضلعی، شکل سوم ۴ ضلعی و شکل چهارم ۵ ضلعی است.

به همین صورت متوجّه می‌شویم شکل بعدی ۶ ضلعی خواهد بود. فلش‌ها در هر مرحله °۹۰ دوران خلاف جهت عقربه‌های ساعت دارند، پس



۱۲۰- گزینه‌ی ۴ جهت فلش‌ها به صورت یکی در میان تغییر می‌کند. پس شکل ۵ ام «→» و شکل ششم «←» است.

تعداد دایره‌های داخل مربّع با عدد شکل برابر است.

مثلاً شکل سوم ۳ دایره دارد پس شکل ششم، شش دایره دارد.

۱۲۱- گزینه‌ی ۲ شکل (۱)، ۴۵ درجه چرخیده و شکل (۲) به‌دست آمده است. شکل (۲)، ۹۰ درجه چرخیده و شکل (۳) به‌دست آمده است. شـکل (۳)، ۴۵ درجه چرخیده و شـکل (۴) به‌دست آمده است. یعنی با چرخش ۴۵+۹۰+۴۵=۱۸۰ درجه‌ای شکل (۱)، به شکل (۴) می‌رسیم. با چرخاندن ۱۸۰ درجه‌ای شـکل (۴) نیز به شـکل (۷) می‌رسیم. در نتیجه شکل (۷) نسبت به شکل (۱) ۳۶۰ درجه چرخیده و کاملاً مانند شکل (۱) اسـت. یعنی با ۶ مرحله چرخش به شـکل اوّلیّه می‌رسیم. پس در شـکل‌های (۱) و (۷) و (۱۳) و (۱۹) شکلی مانند شکل (۱) می‌بینیم . پس شکل (۲۰) مانند شکل (۲) و شکل (۲۱) مانند شکل (۳) است.

۱۲۲- گزینه‌ی ۳ در هــر بــار، مربّع‌ها °۱۸۰ و لوزی‌ها نیز °۱۸۰ دوران یافته‌اند. هم‌چنین مربّع‌ها و لوزی‌ها یکی در میان دیده می‌شــوند. در نتیجه جای ◇ در شکل بعدی پایین دایره است. دقّت کنید !!! لوزی‌ها همیشه داخل دایره هستند.

۱۲۳- گزینه‌ی ۳ با توجّه به الگو، شکل (۳) با چرخش ۹۰ درجه‌ای شکل (۱) به دور خودش و درجهت عقربه‌های ساعت به وجود آمده است. شکل (۵) نیز حاصل چرخش ۹۰ درجه‌ای شکل (۳) به دور خودش و در جهت عقربه‌های ساعت است. به این ترتیب شکل (۹) دقیقاً مانند شکل (۱) اســت. به همین ترتیب شــکل‌های (۱)، (۹) و (۱۷) نیز یکســان هستند. برای رسیدن به شــکل (۲۳) کافی است شکل (۱) را ۹۰×۳= ۲۷۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانیم و گزینه‌ی (۳) به‌دست می‌آید.

۱۲۴- گزینه‌ی ۲ در مرحله‌ی دوم قطب‌نما $\frac{۱}{۴}$ دور، در مرحله‌ی سوم $\frac{۲}{۴}$ دور و در مرحله‌ی چهارم $\frac{۳}{۴}$ دور در جهت عقربه‌های ساعت چرخیده است. به همین ترتیب مشخّص می‌شود در هر چرخش، $\frac{۱}{۴}$ دور به تعداد چرخش قبل اضافه شده است. در نتیجه

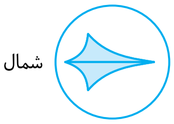
۴ بار $\frac{۱}{۴}$ دور می‌چرخد، $۴\times\frac{۱}{۴}=۱$: مرحله‌ی ۵

۵ بار $\frac{۱}{۴}$ دور می‌چرخد، $۵\times\frac{۱}{۴}=۱+\frac{۱}{۴}$: مرحله‌ی ۶

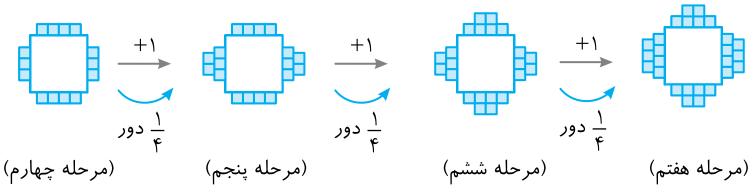
⋮

۷۵ بار $\frac{۱}{۴}$ دور می‌چرخد: $۷۵\times\frac{۱}{۴}=۱۸+\frac{۳}{۴}$: مرحله‌ی ۷۶

یعنی ۱۸ دور کامل و $\frac{۳}{۴}$ دور در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد، بنابراین شکل مرحله‌ی هفتاد و ششم به‌صورت زیر است:



۱۲۵- گزینه‌ی ۳ در هر شکل یک مربّع کوچک به هر ضلع اضافه شده و کلّ شکل $\frac{۱}{۴}$ دور چرخیده است. پس با این رابطه شکل را ادامه می‌دهیم:



۱۲۶- گزینه‌ی ۱ الگوی عددی تعداد چوب‌کبریت‌های به کار رفته برابر است با

(۱) (۲) (۳) (۴)

۶ , ۱۱ , ۱۶ , ۲۱ , ...

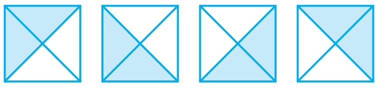
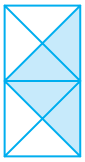
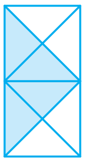
+۵ +۵ +۵ +۵

پس رابطه‌ی کلّی آن به‌صورت روبه‌رو است:

تعداد چوب کبریت‌ها = (۵×شماره‌ی شکل) +۱

تعداد چوب کبریت‌ها در شکل هفتادم = (۷۰×۵)+۱=۳۵۱

۱۲۷- گزینه‌ی ۲ طبق رابطه‌ی به‌دست آمده در سؤال قبل، (۵×شماره‌ی شکل) +۱ = ۲۷۶. شماره‌ی شکل در این حالت برابر ۵۵ می‌شود. پس مثلّث‌های شکل ۵۵ ام را باید شمرد. نمی‌توانیم شکل ۵۵ام را رسم کنیم، پس برای تعداد مثلّث‌ها نیز یک الگو پیدا می‌کنیم. در شکل (۱)، در کل ۸ مثلّث می‌توان شمرد. چهار مثلّث کوچک: 

چهار مثلّث بزرگ‌تر هم داریم:  اما دقّت کنید در شکل دوم علاوه بر ۸ مثلّث که در هر مربّع وجود دارد، ۲ مثلّث دیگر نیز می‌توان شمرد  و  پس در شکل دوم (۲×۱)+(۸×۲)=۱۸ مثلّث وجود دارد. رابطه‌ای که برای مثلّث‌ها به وجود می‌آید، برابر است با

تعداد مثلّث‌ها = (۸× شماره‌ی شکل) + ((شماره‌ی شکل −۱)×۲)

تعداد مثلّث‌ها در شکل ۵۵ام = (۵۵×۸)+((۵۵−۱)×۲)=۵۴۸

۱۲۸- گزینه‌ی ۴

هفتاد و سه میلیارد برابر است با: ۷۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰
پنجاه و شش میلیون برابر است با: ۵۶۰۰۰۰۰۰ +
صد و دو هزار برابر است با: ۱۰۲۰۰۰ +
نود و پنج برابر است با: ۹۵ +
در نتیجه جواب می شود: ۷۳۰۵۶۱۰۲۰۹۵

۱۲۹- گزینه‌ی ۴ سه رقم، سه رقم از سمت راست به چپ جدا می‌کنیم. پس عدد ۹۰۹′۰۰۰′۰۹۹′۰۰۹ به صورت «نهصد و نه میلیارد و نود و نه هزار و نه» نوشته می‌شود.

۱۳۰- گزینه‌ی ۲ ابتدا عدد را به رقم می‌نویسیم، سپس تعداد صفرها را می‌شماریم: ۳۰۰′۰۳۰′۰۳۳′۰۰۳

پس این عدد ۷ صفر دارد.

۱۳۱- گزینه‌ی ۴ عدد مورد نظر ما به این صورت است: ۴۷′۰۰۳′۳۰۳′۰۱۹

برای این که بفهمیم ساکنان جزیره این عدد را به چه صورتی می‌خوانند، باید جای رقم‌های عدد را برعکس بنویسیم و دوباره آن را بخوانیم.

نود و یک میلیارد و سی میلیون و سیصد و سی هزار و هفتاد و چهار ⇒ ۹۱′۰۳۰′۳۳۰′۰۷۴

۱۳۲- گزینه‌ی ۲ ما و ساکنان جزیره‌ی دورافتاده عدد را به یک صورت می‌خوانیم. بنابراین وقتی رقم‌های عدد را برعکس می‌کنیم، عدد نباید فرقی کند (باید متقارن باشد). اگر رقم صدگان عدد ۱ باشد، ۱۰ عدد با این شرایط وجود دارد:

۱۰۱,۱۱۱,۱۲۱,۱۳۱,...,۱۹۱

همین‌طور اگر رقم صدگان ۲ باشد، ۱۰ عدد دیگر با این شرایط می‌توانیم بنویسیم. چون رقم صدگان می‌تواند یکی از ۹ رقم ۱ ، ۲ ، ... و ۹ باشد (رقم صدگان را صفر قرار نمی‌دهیم که وقتی عدد را از سمت راست خواندیم، دو رقمی نشود) و برای هر کدام ۱۰ عدد می‌توانیم بنویسیم، روی هم ۹۰ عدد با این شرایط داریم. ۹×۱۰=۹۰

۱۳۳- گزینه‌ی ۱ هر طبقه سه مرتبه دارد. از آن‌جایی که میلیارد طبقه‌ی چهارم جدول ارزش مکانی است، صدگان میلیارد، دوازدهمین رقم آن است:

یکی‌ها			هزارها			میلیون‌ها			میلیاردها		
ی	د	ص	ی	د	ص	ی	د	ص	ی	د	ص

۱۳۴- گزینه‌ی ۴ این عدد چهار طبقه دارد و ۵۰۱ در طبقه‌ی میلیون‌هاست:

یکی‌ها	هزارها	میلیون‌ها	میلیاردها
۶۲۳	۹۷۸	۵۰۱	۴

۱۳۵- گزینه‌ی ۳ بزرگ‌ترین رقم در عدد ۵۸۰۳۷۹۱۴۶۲ رقم ۹ است که ارزش مکانی آن دهگان هزارها است.

۱۳۶- گزینه‌ی ۳ در بزرگ‌ترین ارزش مکانی عدد ۴۹۸۵۷۶۱۰۲۳۷ رقم ۴ قرار دارد که در مرتبه‌ی دهگان میلیارد است.

۱۳۷- گزینه‌ی ۲ در کوچک‌ترین ارزش مکانی عدد ۳۲۴۱۶۷۸۰۵۹ رقم ۹ قرار دارد که در مرتبه‌ی یکان یکی‌ها است.

۱۳۸- گزینه‌ی ۳ ارزش مکانی بزرگ‌ترین رقم یکان میلیاردها و ارزش مکانی رقم ۱، یکان میلیون‌ها است. بنابراین ارزش مکانی رقم ۹ ، ۱۰۰۰ برابر ارزش مکانی رقم ۱ است:

۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰÷۱۰۰۰۰۰۰=۱۰۰۰

۱۳۹- گزینه‌ی ۴ در عدد ۶۱۲۷۹۸۴، رقم ۶ در مرتبه‌ی یکان میلیون است، یعنی ۶۰۰۰۰۰۰. اکنون تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزینه‌ی (۱): ۶۰۰۰ هزارتا یعنی ۶۰۰۰۰۰۰ (زیرا ۶۰۰۰۰۰۰=۱۰۰۰×۶۰۰۰)

گزینه‌ی (۲): ۶ تا یک میلیون یعنی ۶۰۰۰۰۰۰ (زیرا ۱۰۰۰۰۰۰×۶)

گزینه‌ی (۳): ۶۰ تا صد هزارتا یعنی ۶۰۰۰۰۰۰ (زیرا ۱۰۰۰۰۰×۶۰)

گزینه‌ی (۴): ۶۰۰ تا یک هزارتا یعنی ۶۰۰۰۰۰ (زیرا ۶۰۰۰۰۰=۱۰۰۰×۶۰۰)

بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است.

۱۴۰- گزینه‌ی ۲ با قرار دادن یک صفر در جلوی عدد ۲٬۳۸۷٬۰۹۶٬۵۱۴ رقم ۳ از مرتبه‌ی صدگان طبقه‌ی میلیون‌ها خارج و به یکان طبقه‌ی میلیاردها منتقل می‌شود:

۲۳٬۸۷۰٬۹۶۵٬۱۴۰

۱۴۱- گزینه‌ی ۴ ابتدا حاصل‌ضرب‌های موردنظر را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ۵۶۷۳۱۲۴۷۸۰۵\times ۱۰۰۰ = ۵۶۷۳۱۲۴۷۸۰۵۰۰۰ \Rightarrow \text{دهگان میلیون} = ۴ \\ ۹۰۶۳۱۵۱۸۰۶\times ۱۰۰ = ۹۰۶۳۱۵۱۸۰۶۰۰ \Rightarrow \text{دهگان میلیون} = ۱ \end{cases} \Rightarrow ۴\times ۱ = ۴$$

۱۴۲- گزینه‌ی ۲

$$\begin{cases} \bigcirc \ \text{تقریباً برابر ۱۱۰ میلیون است.} \\ \square \ \text{تقریباً برابر ۱۰ میلیون است.} \end{cases} \Rightarrow \bigcirc - \square = \text{۱۰۰ میلیون}$$

۱۴۳- گزینه‌ی ۲

$$\begin{cases} \bigcirc \ \text{تقریباً برابر ۴۰ میلیون است.} \\ \square \ \text{تقریباً برابر ۲۵ میلیون است.} \end{cases} \Rightarrow \bigcirc - \square = \text{۱۵میلیون}$$

۱۴۴- گزینه‌ی ۳ هر قسمت روی محور، ۵۰۰ تا را نشان می‌دهد. بنابراین ○، عدد ۲۵۰۰ و □ تقریباً عدد ۷۵۰ را نشان می‌دهد، پس □ × ○ تقریباً برابر است با:

۲۵۰۰×۷۵۰=۱٬۸۷۵٬۰۰۰

۱۴۵- گزینه‌ی ۳ از صفر تا ۱۵ میلیارد، ۵ فاصله‌ی برابر وجود دارد. پس هر فاصله روی محور (هر واحد محور) برابر ۳ میلیارد است. پس □، ○ و △ به ترتیب برابرند با ۳۱/۵ میلیارد، ۱۸ میلیارد و ۱۲ میلیارد (به طور تقریبی). در نتیجه

$\bigcirc + \triangle + \square = ۱۸ + ۱۲ + ۳۱/۵ = ۶۱/۵$ میلیارد

۱۴۶- گزینه‌ی ۴ چون بلندترین کوه ۶۸۸۲ متر است و بقیه‌ی کوه‌ها از آن کوتاه‌ترند، عبارت آ>۶۸۸۲ درست است.

۱۴۷- گزینه‌ی ۴ گزینه‌ها را به ترتیب به عدد می‌نویسیم:

گزینه‌ی (۱): ۴۰۶۴۶۰۴۶۰۴۶

گزینه‌ی (۲): ۴۰۶۴۶۴۰۶۰۴۶

گزینه‌ی (۳): ۴۰۶۴۶۰۴۶۰۴۰

گزینه‌ی (۴): ۴۰۶۴۶۰۰۶۰۴۶

که در این میان، گزینه‌ی (۴) از همه کوچک‌تر است.

۱۴۸- گزینه‌ی ۱ ابتدا رقم‌های مشخّص شده را می‌نویسیم:

		۱		۷	
(۱)	(۲)		(۳)		(۴)

می‌توانیم در جایگاه (۱) عدد ۶، در جایگاه (۲) عدد صفر، در جایگاه‌های (۳) و (۴) عدد ۹ را بنویسیم، در این صورت بزرگ‌ترین عدد با شرایط سؤال به‌دست می‌آید که برابر است با

۶۰۱۹۷۹

۱۴۹- گزینه‌ی ۲ بزرگ‌ترین مقدار ○ برابر است با ۹۳۳۲ و کوچک‌ترین مقدار ○ برابر است با ۱۷۳۰. حال مجموع این دو عدد را حساب می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} ۹۳۳۲ \\ +\ ۱۷۳۰ \\ \hline ۱۱۰۶۲ \end{array}$$

کوچک‌ترین عدد ساخته شده با رقم‌های ۲، ۶، ۰، ۱ و ۱ برابر است با

۱۰۱۲۶

۱۵۰- گزینه‌ی ۳ بزرگ‌ترین عدد کوچک‌تر از ۹۲۳، ۹۲۲ است، پس باید حساب کنیم که □ چه باشد تا ۸۷۶+□=۹۲۲ . □ را از کم کردن ۸۷۶ از ۹۲۲ به‌دست می‌آوریم:

□=۹۲۲−۸۷۶=۴۶

کوچک‌ترین عدد بزرگ‌تر از ۶۵۳ ، ۶۵۴ است. پس باید حساب کنیم که ○ چه عددی باشد تا ۳۵۹+○=۶۵۴ . ۳۵۹ را از ۶۵۴ کم می‌کنیم تا ○ به‌دست آید:

○=۶۵۴−۳۵۹=۲۹۵

حال پاسخ برابر است با

□+○=۴۶+۲۹۵=۳۴۱

۱۵۱- گزینه‌ی ۱ در گزینه‌ی (۱) بزرگ‌ترین عدد کوچک‌تر از ۱۷۸۶ برابر است با ۱۷۸۵. در نتیجه بزرگ‌ترین مقدار ○ برابر است با

۱۷۸۵−۸۹۳=۸۹۲

در گزینه‌ی (۲) بزرگ‌ترین مقدار ○ برابر است با

۲۰۸۴−۱۱۹۱=۸۹۳

در گزینه‌ی (۳) بزرگ‌ترین عدد کوچک‌تر از ۲۹۷۹ برابر است با ۲۹۷۸. در نتیجه بزرگ‌ترین مقدار ○ برابر است با

۲۹۷۸−۲۰۸۴=۸۹۴

در گزینه‌ی (۴) بزرگ‌ترین مقدار ○ برابر است با

۳۸۷۴−۲۹۷۹=۸۹۵

در نتیجه مقدار ○ در گزینه‌ی (۱) از سایر گزینه‌ها کوچک‌تر است.

۱۵۲- گزینه‌ی ۲ بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای ○+۱۷۴ برابر ۳۳۲ است. پس بزرگ‌ترین عددی را که به جای ○ می‌توان قرار داد پیدا می‌کنیم:

○+۱۷۴=۳۳۲ ⇒ ○=۳۳۲−۱۷۴=۱۵۸

کوچک‌ترین مقدار ○ نیز ۱ است. در نتیجه همه‌ی عددهای طبیعی ۱ تا ۱۵۸ را می‌توان به جای ○ قرار داد. تعداد این عددها ۱۵۸تا است.

۱۵۳- گزینه‌ی ۳ برای به‌دست آوردن بزرگ‌ترین عدد، ابتدا رقم‌های مشخّص شده را می‌نویسیم:

۴		۹		۰		
	(۴)		(۳)		(۲)	(۱)

سپس در جایگاه (۱) بزرگ‌ترین رقم مانده را قرار می‌دهیم و به همین ترتیب در جایگاه‌های (۲)، (۳) و (۴) این کار را انجام می‌دهیم. پس بزرگ‌ترین عدد حاصل برابر است با

۷۴۰۳۹۲۴

۱۵۴- گزینه‌ی ۱ بزرگ‌ترین عدد چهار رقمی ۸۷۵۳ و کوچک‌ترین عدد چهاررقمی ۳۵۷۸ است و اختلاف آن‌ها برابر است با

$$\begin{array}{r} ۸۷۵۳ \\ -\ ۳۵۷۸ \\ \hline ۵۱۷۵ \end{array}$$

۱۵۵- گزینه‌ی ۱ بزرگ‌ترین عدد با رقم‌های عدد ۳۲۰۵۰۹ برابر با ۹۵۳۲۰۰ و کوچک‌ترین عدد برابر با ۰۰۲۳۵۹ است. حال این دو عدد را از هم کم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} ۹۵۳۲۰۰ \\ -\ \ \ ۲۳۵۹ \\ \hline ۹۵۰۸۴۱ \end{array}$$

۱۵۶- گزینه‌ی ۴ با کنار هم قرار دادن توپ‌ها، بزرگ‌ترین عدد ممکن را می‌سازیم که برابر است با ۹ ۸ ۷۴ ۶۵ ۵ ۱۲۳ ۱۰

۱۵۷- گزینه‌ی ۲ باید از همه‌ی رقم‌های ۰ ، ۱ ، ... و ۹ در عدد استفاده کنیم. چون کوچک‌ترین عدد را می‌خواهیم، باید رقم‌های بزرگ‌تر در مرتبه‌های کم‌ارزش‌تر مانند یکان و دهگان قرار بگیرند. پس عددهای ۸ و ۹ در مرتبه‌های یکان و دهگان قرار می‌گیرند. چون عدد زوج است، ۸ رقم یکان و ۹ رقم دهگان می‌شود. پس عدد مورد نظر به‌صورت مقابل است: ۱۰۲۳۴۵۶۷۹۸

۱۵۸- گزینه‌ی ۲ عددهایی را که با سه کارت $\boxed{۱}$ ، $\boxed{۳}$ و $\boxed{۵}$ می‌توان ساخت می‌نویسیم:

$\boxed{۱}\ \boxed{۳}\ \boxed{۵}$, $\boxed{۳}\ \boxed{۱}\ \boxed{۵}$, $\boxed{۵}\ \boxed{۱}\ \boxed{۳}$

$\boxed{۱}\ \boxed{۵}\ \boxed{۳}$, $\boxed{۳}\ \boxed{۵}\ \boxed{۱}$, $\boxed{۵}\ \boxed{۳}\ \boxed{۱}$

حال حاصل‌جمع عددهای بالا را به‌دست می‌آوریم:

۱۳۵+۱۵۳+۳۱۵+۳۵۱+۵۱۳+۵۳۱=۱۹۹۸

۱۵۹- گزینه‌ی ۱ عددهای سه رقمی را که فقط از ۱ یا ۲ ساخته شده‌اند به چهار دسته می‌توان تقسیم کرد:

(۱)→ سه تا ۱ دارند : ۱۱۱

(۲)→ دوتا ۱ و یک ۲ دارند : ۱۱۲,۱۲۱,۲۱۱

(۳)→ یک ۱ و دوتا ۲ دارند : ۲۲۱,۲۱۲,۱۲۲

(۴)→ سه تا ۲ دارند : ۲۲۲

حاصل جمع این عددها برابر است با

۱۱۱+۱۱۲+۱۲۱+۲۱۱+۲۲۱+۲۱۲+۱۲۲+۲۲۲=۱۳۳۲

۱۶۰- گزینه‌ی ۲

$$۳\ \underset{(۱)}{\underline{\boxed{}}}\ ۰\ \underset{(۲)}{\underline{\boxed{}}}\ ۷\ \underset{(۳)}{\underline{\boxed{}}}\ ۸\ \underset{(۴)}{\underline{\boxed{}}}\ ۹$$

در جایگاه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) می‌توان عدد ۹ را قرار داد تا بزرگ‌ترین عدد کوچک‌تر از ۳۹۱۰۷۰۹۰۸ به‌دست آید. حال حاصل‌ضرب رقم‌های قرارگرفته در جاهای خالی را محاسبه می‌کنیم:

۹×۹×۹×۹=۶۵۶۱

بزرگ‌ترین رقم با ارقام ۱، ۶، ۵ و ۶ برابر است با

۶۶۵۱

۱۶۱- گزینه‌ی ۱ ابتدا کوچک‌ترین رقم (به غیر از صفر) را در مرتبه‌ی یکان هزار قرار می‌دهیم (عدد ۱) و با ارقام باقی‌مانده عددها را از کوچک به بزرگ می‌سازیم. سپس عدد ۲ را در مرتبه‌ی یکان هزار قرار می‌دهیم و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم تا عدد دهم مشخّص شود:

$\boxed{۱}\ \boxed{۰}\ \boxed{۲}\ \boxed{۳}$

$\boxed{۱}\ \boxed{۰}\ \boxed{۳}\ \boxed{۲}$

$\boxed{۱}\ \boxed{۲}\ \boxed{۰}\ \boxed{۳}$

$\boxed{۱}\ \boxed{۲}\ \boxed{۳}\ \boxed{۰}$

$\boxed{۱}\ \boxed{۳}\ \boxed{۰}\ \boxed{۲}$

$\boxed{۱}\ \boxed{۳}\ \boxed{۲}\ \boxed{۰}$

$\boxed{۲}\ \boxed{۰}\ \boxed{۱}\ \boxed{۳}$

$\boxed{۲}\ \boxed{۰}\ \boxed{۳}\ \boxed{۱}$

$\boxed{۲}\ \boxed{۱}\ \boxed{۰}\ \boxed{۳}$

دهمین عدد: $\boxed{۲}\ \boxed{۱}\ \boxed{۳}\ \boxed{۰}$

به جابه‌جایی کارت‌ها در هر ستون دقت کنید.

۱۶۲- گزینه‌ی ۳ عددها را از کوچک به بزرگ می‌نویسیم:

۳۴۵۶	سیزدهمین عدد ۵۳۴۶
۳۴۶۵	۵۳۶۴
۳۵۴۶	۵۴۳۶
۳۵۶۴	۵۴۶۳
۳۶۴۵	۵۶۳۴
۳۶۵۴	۵۶۴۳
۴۳۵۶	۶۳۴۵
۴۳۶۵	۶۳۵۴
۴۵۳۶	۶۴۳۵
۴۵۶۳	۶۴۵۳
۴۶۳۵	۶۵۳۴
۴۶۵۳	۶۵۴۳

که سیزدهمین آن‌ها برابر است با ۵۳۴۶.

۱۶۳- گزینه‌ی ۴ از بزرگ‌ترین عدد شروع کرده و عددها را می‌سازیم:

	۹۵۸۶۲	۹۶۸۵۲	۹۸۶۵۲
	۹۵۸۲۶	۹۶۸۲۵	۹۸۶۲۵
پانزدهمین عدد	۹۵۶۸۲	۹۶۵۸۲	۹۸۵۶۲
	۹۵۶۲۸	۹۶۵۲۸	۹۸۵۲۶
	۹۵۲۸۶	۹۶۲۸۵	۹۸۲۶۵
	۹۵۲۶۸	۹۶۲۵۸	۹۸۲۵۶

چون پانزدهمین عدد مشخص‌شده است، دیگر نیازی به نوشتن بقیّه‌ی عددها نیست.

۱۶۴- گزینه‌ی ۴ برای آن که عدد ده رقمی باقی‌مانده بزرگ‌ترین عدد ممکن شـود، باید رقم‌هایی که در مرتبه‌های بالاتر هسـتند بزرگ‌تر باشند:

$$\underbrace{۹\cancel{۸}\cancel{۷}\cancel{۶}\cancel{۵}۹\cancel{۸}\cancel{۷}\cancel{۶}\cancel{۵}۹۸۷\cancel{۶}\cancel{۵}۹۸۷۶۵}_{\text{بزرگ‌ترین عدد ده رقمی باقی ماندهی ممکن} = ۹۹۹۸۷۹۸۷۶۵}$$

حاصل‌جمع رقم‌های حذف شده $۸+۷+۶+۵+۸+۷+۶+۵+۶+۵=۶۳=$

۱۶۵- گزینه‌ی ۱ اگر بخواهیم حاصل‌جمع دو عدد بیش‌ترین مقدار باشـد، باید بزرگ‌ترین رقم‌ها را در بالاترین مرتبه‌ها قرار دهیم. یعنی اگر رقم ۹ را به جای دهگان هزار عدد اوّلی قرار می‌دهیم، رقم ۸ را در دهگان هزار عدد دومی قرار دهیم و به این ترتیب داریم:

$$\begin{array}{r} \boxed{۹}\ \boxed{۷}\ \boxed{۵}\ \boxed{۳}\ \boxed{۱} \\ +\ \boxed{۸}\ \boxed{۶}\ \boxed{۴}\ \boxed{۲}\ \boxed{۰} \\ \hline ۱\ \ ۸\ \ ۳\ \ ۹\ \ ۵\ \ ۱ \end{array}$$

۱۶۶- گزینه‌ی ۳ باید با رقم‌های ۳، ۶، ۰، ۴، ۹ و ۷ عددهای تولید شده را از بزرگ به کوچک بنویسیم:

اوّلین عددی که امیر می‌نویسد: ۹۷۶۴۳۰

اوّلین عددی که عرفان می‌نویسد: ۹۷۶۴۰۳

اوّلین عددی که صدرا می‌نویسد: ۹۷۶۳۴۰

دومین عددی که امیر می‌نویسد: ۹۷۶۳۰۴

دومین عددی که عرفان می‌نویسد: ۹۷۶۰۴۳

۱۶۷- گزینه‌ی ۳ عددهای سـاخته شـده باید بین ۷۱۰۰ تا ۸۰۰۰ باشـند، پس چهار رقمی هستند و رقم یکان هزار آن‌ها را باید برابر ۷ و رقم صدگان آن‌ها را حداقل برابر ۱ قرار داد:

«۷ و ۵ و ۱ و ۸»	«۷ و ۵ و ۰ و ۸»	«۷ و ۱ و ۰ و ۸»	«۷ و ۱ و ۰ و ۵»
۷۱۵۸	۷۵۰۸	۷۱۰۸	۷۱۰۵
۷۱۸۵	۷۵۸۰	۷۱۸۰	۷۱۵۰
۷۵۱۸	۷۸۰۵	۷۸۰۱	۷۵۰۱
۷۵۸۱	۷۸۵۰	۷۸۱۰	۷۵۱۰
۷۸۱۵			
۷۸۵۱			

پس ۶+۴+۴+۴=۱۸ عدد می‌توان ساخت.

۱۶۸- گزینه‌ی ۳ آن ۶ رقم یکسـان نمی‌توانند ۳ یا بیش‌تر باشـند، زیرا اگر برابر ۳ باشند، مجموع رقم‌ها از ۱۷ بیش‌تر می‌شود $(۶\times۳>۱۷)$.

پس آن ۶ رقم یا ۲ هستند یا ۱. فرض می‌کنیم برابر ۱ باشند. در این صورت

$$۶\times۱+\text{رقم دیگر}=۱۷\Rightarrow\text{رقم دیگر}=۱۱$$

و چون رقم‌ها بین صفر تا ۹ هستند، رقم دیگر نمی‌تواند ۱۱ باشد. پس آن ۶ رقم ۲ هستند.

$$۶\times۲+\text{رقم دیگر}=۱۷\Rightarrow۱۲+\text{رقم دیگر}=۱۷\Rightarrow\text{رقم دیگر}=۵$$

۱۶۹- گزینه‌ی ۱ عددهای طبیعی بین ۹۹ و ۱۰۰۰، سه رقمی هستند. دهگان عدد باید فرد باشد، پس می‌تواند برابر ۱، ۳، ۵، ۷ یا ۹ باشد. رقم صدگان می‌تواند یکی از عددهای ۱ تا ۹ باشد و طبق فرض مسئله رقم یکان ۳ یا ۸ است. سپس تعداد کلّ عددها ۹۰ تا است:

ی	د	ص
۸	۱	۱
۳	۳	۲
	۵	۳
	۷	⋮
	۹	۹

۹×۵× ۲=۹۰

۱۷۰- گزینه‌ی ۳ عددهای مضرب ۵، عددهایی هستند که رقم یکان آن‌ها ۵ و یا صفر باشد، بنابراین

ی	د
۰	۱
۵	۲
	۳
	⋮
	۹

۹×۲=۱۸

این عددها به‌صورت زیر هستند:

۱۰,۱۵,۲۰,۲۵,۳۰,۳۵,۴۰,۴۵,۵۰,۵۵,۶۰,۶۵,۷۰,۷۵,۸۰,۸۵,۹۰,۹۵

۱۷۱- گزینه‌ی ۳ ابتدا تعداد عددهای بین ۱۵۰۰ تا ۱۶۰۰ را که مجموع رقم‌های آن‌ها برابر ۱۴ است می‌یابیم. اگر عدد به صورت ۱۵○□ باشد، حاصل رقم‌های آن، یعنی ۱+۵+○+□ باید برابر ۱۴ شود و در نتیجه حاصل □+○ مساوی ۸ است. حالت‌های ممکن □ و ○ را در جدول زیر قرار داده‌ایم:

۴	۵	۳	۶	۲	۷	۱	۸	۰	○
۴	۳	۵	۲	۶	۱	۷	۰	۸	□

پس ۹ عدد تا این‌جا می‌توان ساخت.

حالا عددهای بین ۱۶۰۰ تا ۱۷۰۰ را درنظر می‌گیریم. اگر عدد به صورت ۱۶○□ باشد، حاصل ۱+۶+○+□ باید برابر ۱۴ باشد، پس ○+□=۷ است.

۴	۳	۵	۲	۶	۱	۷	۰	○
۳	۴	۲	۵	۱	۶	۰	۷	□

۸ عدد هم در این حالت ساخته می‌شود. بنابراین در کل ۱۷=۸+۹ عدد با شرایط مسئله وجود دارد.

۱۷۲- گزینه‌ی ۴ مجموع رقم‌های بزرگ‌ترین عدد چهار رقمی یعنی ۹۹۹۹ برابر است با: ۹+۹+۹+۹=۳۶

پس مجموع رقم‌های عدد چهار رقمی در دو حالت برابر ۳۴ است: رقم‌ها ۷، ۹، ۹ و ۹ یا ۸، ۸، ۹ و ۹ باشند. با این رقم‌ها عددهای متفاوت زیر را می‌توان ساخت:

۹,۹,۹,۷: ۹۹۹۷,۹۹۷۹,۹۷۹۹,۷۹۹۹

۹,۹,۸,۸: ۹۹۸۸,۸۸۹۹,۸۹۸۹,۹۸۹۸,۹۸۸۹,۸۹۹۸

در کل ۱۰ عدد می‌توان ساخت.

۱۷۳- گزینه‌ی ۴ حاصل‌ضرب رقم‌های یک عدد در دو حالت برابر ۶ است:

۱) یک رقم ۶ و بقیه‌ی رقم‌ها ۱ باشند. ۲) یک رقم ۲، یک رقم ۳ و بقیه‌ی رقم‌ها ۱ باشند.

حالا عددهای زوج را با توجّه به این‌که مجموع رقم‌ها ۸ است، می‌نویسیم:

(۲) حالت ← ۱۱۱۳۲, ۱۱۳۱۲, ۱۳۱۱۲, ۳۱۱۱۲ , (۱) حالت ← ۱۱۶

در کل ۵ عدد می‌توان نوشت.

۱۷۴- گزینه‌ی ۳ حال‌ضرب رقم‌های یک عدد سه رقمی در صورتی برابر ۲۴ می‌شود که رقم‌های آن یکی از چهار حالت زیر باشند:

(۲) حالت: ۸, ۳, ۱ , (۱) حالت: ۶, ۴, ۱

(۴) حالت: ۳, ۴, ۲ , (۳) حالت: ۶, ۲, ۲

اکنون در هر حالت، عددهای سه رقمی را می‌نویسیم:

حالت اوّل: ۱۴۶، ۱۶۴، ۴۶۱ ، ۴۱۶، ۶۴۱، ۶۱۴ حالت دوم: ۱۳۸، ۱۸۳، ۳۱۸، ۳۸۱، ۸۳۱، ۸۱۳

حالت سوم: ۶۲۲، ۲۲۶، ۲۶۲ حالت چهارم: ۳۴۲، ۳۲۴، ۲۴۳، ۲۳۴، ۴۳۲، ۴۲۳

پس در کل ۲۱ عدد وجود دارد.

۱۷۵- گزینه‌ی ۲ بزرگ‌ترین عدد دو رقمی ۹۹ است. در نتیجه بزرگ‌ترین عدد سه رقمی که با جمع ۳ عدد دو رقمی می‌توان به‌دست آورد برابر است با

۹۹+۹۹+۹۹=۲۹۷

کوچک‌ترین عدد سه رقمی هم برابر است با ۱۰۰ که آن را می‌توان به صورت ۷۰+۲۰+۱۰ نوشت. در نتیجه همه‌ی عددهای سه رقمی از ۱۰۰ تا ۲۹۷ را می‌توان به صورت جمع ۳ عدد دو رقمی نوشت. تعداد : (۲۹۷−۱۰۰)+۱=۱۹۷+۱=۱۹۸

۱۷۶- گزینه‌ی ۲ چون هر بار کوچک‌ترین عدد نوشته نشده را می‌نویسند، آخرین عدد همان بزرگ‌ترین عددی است که با این رقم‌ها می‌توان نوشت. بزرگ‌ترین عدد با این رقم‌ها برابر با ۹۸۵۳۱۰۰ است.

۱۷۷- گزینه‌ی ۳ در عدد ۱۳۲۵۷ رقم ۲ از رقم سمت چپ خود یعنی ۳ کوچک‌تر است، پس رقم‌های این عدد به صورت صعودی مرتب نشده است.

۱۷۸- گزینه‌ی ۱ اگر عددهایی را که رقم‌های آن‌ها به صورت صعودی مرتب شده‌اند بنویسیم، مشخّص می‌شود که ۲۸ عدد این ویژگی را دارند:

۱۸۹	۱۷۸	۱۶۷	۱۵۶	۱۴۵	۱۳۴	۱۲۳
	۱۷۹	۱۶۸	۱۵۷	۱۴۶	۱۳۵	۱۲۴
		۱۶۹	۱۵۸	۱۴۷	۱۳۶	۱۲۵
			۱۵۹	۱۴۸	۱۳۷	۱۲۶
				۱۴۹	۱۳۸	۱۲۷
					۱۳۹	۱۲۸
						۱۲۹
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷

۷ + ۶ + ۵ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱ = ۲۸

۱۷۹- گزینه‌ی ۳ عدد ۷۵۸ را در نظر می‌گیریم. آینه‌ی این عدد، عدد ۸۵۷ است. دقّت کنید که جایگاه رقم ۵ در دو عدد یکسان است، اما جایگاه ۸ و ۷ تغییر کرده است. پس در عددهای سه رقمی، عدد و آینه‌اش وقتی برابر هستند که رقم یکان و صدگان مساوی باشند.

۵۸۵ ۵۷۵ ۷۵۷ ۵۵۵
۷۸۷ ۸۷۸ ۸۵۸ ۷۷۷
۸۸۸

پس با کارت‌ها ۹ عدد سه‌رقمی می‌توان ساخت که با آینه‌ی خود برابر باشند.

۱۸۰- گزینه‌ی ۴ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱) : ۶۰۰٬۰۰۰٬۰۰۶ $\xrightarrow{\text{مقلوب عدد}}$ ۶۰۰٬۰۰۰٬۰۰۶ ✓

گزینه‌ی (۲) : ۱۲٬۳۴۴٬۳۲۱ $\xrightarrow{\text{مقلوب عدد}}$ ۱۲٬۳۴۴٬۳۲۱ ✓

گزینه‌ی (۳) : ۱۲۵٬۰۰۰٬۵۲۱ $\xrightarrow{\text{مقلوب عدد}}$ ۱۲۵٬۰۰۰٬۵۲۱ ✓

گزینه‌ی (۴) : ۹٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۹۰ $\xrightarrow{\text{مقلوب عدد}}$ ۰٬۹۰۰٬۰۰۰٬۰۰۹ ✗

۱۸۱- گزینه‌ی ۳ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

× ۱۴۱+۱۴۱=۲۸۲ : گزینه‌ی (۲)   × ۲۰۳+۳۰۲=۵۰۵ : گزینه‌ی (۱)

× ۲۱۲+۲۱۲=۴۲۴ : گزینه‌ی (۴)   ✓ ۱۲۳+۳۲۱=۴۴۴ : گزینه‌ی (۳)

۱۸۲- گزینه‌ی ۲ عدد سه رقمی وقتی با مقلوبش برابر است که یکان و صدگان آن با هم برابر باشند. برای وقتی که یکان و صدگان ۱ باشند، همه‌ی حالت‌ها را می‌نویسیم:

۱۰۱,۱۱۱,۱۲۱,۱۳۱,۱۴۱,۱۵۱,۱۶۱,۱۷۱,۱۸۱,۱۹۱

۱۰ حالت به وجود می‌آید. برای هر کدام از حالت‌های دیگر که رقم یکان و صدگان برابر هستند و مساوی یکی از رقم‌های ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ یا ۷ یا ۸ یا ۹ باشند، نیز ۱۰ حالت وجود دارد. پس در کل ۱۰×۹=۹۰ عدد سه رقمی با مقلوب خود برابر می‌شوند.

۱۸۳- گزینه‌ی ۱ بزرگ‌ترین عدد قرینه‌ی پنج رقمی، ۹۱۰۱۹ است. پس گزینه‌ی (۱) صحیح است.

۱۸۴- گزینه‌ی ۲ بزرگ‌ترین عدد شش رقمی قرینه برابر با ۹۷۴۴۷۹ و کوچک‌ترین عدد شش رقمی قرینه برابر با ۳۴۷۷۴۳ است. اختلاف این دو عدد را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{r} ۹\ ۷\ ۴\ ۴\ ۷\ ۹ \\ -\ ۳\ ۴\ ۷\ ۷\ ۴\ ۳ \\ \hline ۶\ ۲\ ۶\ ۷\ ۳\ ۶ \end{array}$$

۱۸۵- گزینه‌ی ۴ اگر رقم ۷ کنار رقم ۵ و دو رقم ۶ را حذف کنیم، عدد حاصل از دو طرف قرینه می‌شود:

$$\underbrace{۵\cancel{۷}۸۷۸\cancel{۶}۵\cancel{۶}}_{\downarrow}$$

$$۵۸۷۸۵$$

پس حداقل باید سه رقم حذف کنیم.

۱۸۶- گزینه‌ی ۲ اوّلین عدد متقارن بعد از ۱۳۹۴، ۱۴۴۱ است که اختلاف آن‌ها ۴۷ تا است:

$$\begin{array}{r} ۱\ ۴\ ۴\ ۱ \\ -\ ۱\ ۳\ ۹\ ۴ \\ \hline ۴۷ \end{array}$$

۱۸۷- گزینه‌ی ۳ عددهای شش رقمی متقارن را به ترتیب از بزرگ به کوچک می‌نویسیم:

اوّلین عددی که رادین می‌نویسد: ۹۸۱۱۸۹   اوّلین عددی که طاها می‌نویسد: ۹۸۰۰۸۹

اوّلین عددی که عرشیا می‌نویسد: ۹۱۸۸۱۹   دومین عددی که رادین می‌نویسد: ۹۱۰۰۱۹

دومین عددی که طاها می‌نویسد: ۹۰۸۸۰۹

۱۸۸- گزینه‌ی ۲ تمام عددهای قرینه‌ی بین ۱۰۰۰ تا ۲۰۰۰ را می‌نویسیم:

۱۰۰۱,۱۱۱۱,۱۲۲۱,۱۳۳۱,۱۴۴۱
۱۵۵۱,۱۶۶۱,۱۷۷۱,۱۸۸۱,۱۹۹۱

۱۸۹- گزینه‌ی ۴ بزرگ‌ترین مقدار ○ برابر است با: ۹۰۱۱۰۹

کوچک‌ترین مقدار ○ برابر است با: ۱۰۳۳۰۱

در نتیجه حاصل‌جمع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار ○ برابر است با

$$\begin{array}{r} ۹\ ۰\ ۱\ ۱\ ۰\ ۹ \\ +\ ۱\ ۰\ ۳\ ۳\ ۰\ ۱ \\ \hline ۱\ ۰\ ۰\ ۴\ ۴\ ۱\ ۰ \end{array}$$

۱۹۰- گزینه‌ی ۱ اگر عدد □□□□□ کوچک‌ترین عدد پنج رقمی باشد، باید رقم دهگان هزار آن کوچک‌ترین مقدار یعنی ۱ باشد: ۱□□□□

برای پیدا کردن کوچک‌ترین عدد خوب، کوچک‌ترین عدد بزرگ‌تر از ۱ را در یکان هزارها قرار می‌دهیم که برابر است با ۲ و به همین صورت ادامه می‌دهیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

فرض می‌کنیم عدد ○○○○○ بزرگ‌ترین عدد خوب پنج رقمی باشـد. پس باید بزرگ‌ترین ده هزارگان ممکن را انتخاب کنیم که ۵ است. زیرا هر رقم از رقم سمت چپ خود بزرگ‌تر است و اگر ده هزارگان از ۵ بزرگ‌تر (مثلاً ۶) باشد، آن‌گاه ⊗ ۹ ۸ ۷ ۶ عدد خوب پنج رقمی نیست، پس بزرگ‌ترین عدد خوب پنج رقمی براست با ⑤⑥⑦⑧⑨

حال اختلاف این دو عدد را حساب می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} ۵\ ۶\ ۷\ ۸\ ۹ \\ -\ ۱\ ۲\ ۳\ ۴\ ۵ \\ \hline ۴\ ۴\ ۴\ ۴\ ۴ \end{array}$$

۱۹۱- گزینه‌ی ۱ عددهای بین ۱۰۰ تا ۱۱۹ خوب نیستند، چون دهگان از صدگان بزرگ‌تر نیست. عددهای ۱۲۰، ۱۲۱ و ۱۲۲ هم عدد خوب نیستند، ولی از ۱۲۳ تا ۱۲۹ خوب هستند. به همین ترتیب عددهای خوب دیگر را مشخّص می‌کنیم و تعداد آن‌ها را حساب می‌کنیم:

۱۲۳ تا ۱۲۹ : ۱۲۹−۱۲۳+۱=۷
۱۳۴ تا ۱۳۹ : ۱۳۹−۱۳۴+۱=۶
۱۴۵ تا ۱۴۹ : ۱۴۹−۱۴۵+۱=۵
۱۵۶ تا ۱۵۹ : ۱۵۹−۱۵۶+۱=۴
۱۶۷ تا ۱۶۹ : ۱۶۹−۱۶۷+۱=۳
۱۷۸ تا ۱۷۹ : ۱۷۹−۱۷۸+۱=۲
۱۸۹ : ۱

از ۱۹۰ تا ۱۹۹ عدد خوب وجود ندارد، پس تعداد عددهای خوب بین ۱۰۰ تا ۲۰۰ برابر است با

$$۷+۶+۵+۴+۳+۲+۱=\frac{(۷+۱)\times۷}{۲}=۲۸$$

۱۹۲- گزینه‌ی ۳ عددهای خوب بین ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ سه رقمی هستند. پس فرض می‌کنیم عدد خوب موردنظر به‌صورت □□□ باشد.

این عدد رقم ۶ را دارد، پس یکی از سه حالت زیر ممکن است:

حالت (۱): رقم یکان ۶ باشد، در این صورت دهگان می‌تواند ۵، ۴، ۳ یا ۲ باشد. (دهگان نمی‌تواند ۱ باشد. چون اگر ۱ باشد، برای صدگان رقم کوچک‌تر نداریم.)

با انتخاب دهگان رقم‌های ممکن صدگان را می‌نویسیم:

دهگان ۵ باشد
؟ ۵ ۶
۴ ۵ ۶
۳ ۵ ۶
۲ ۵ ۶
۱ ۵ ۶

دهگان ۴ باشد
؟ ۴ ۶
۳ ۴ ۶
۲ ۴ ۶
۱ ۴ ۶

دهگان ۳ باشد
؟ ۳ ۶
۲ ۳ ۶
۱ ۳ ۶

دهگان ۲ باشد
؟ ۲ ۶
۱ ۲ ۶

پس تعداد عددهای خوب در این حالت برابر است با

$$۱+۲+۳+۴=\frac{(۴+۱)\times۴}{۲}=۱۰$$

حالت (۲): رقم دهگان ۶ باشد. در این صورت صدگان می‌تواند ۵، ۴، ۳، ۲ یا ۱ باشد.

با انتخاب صدگان رقم‌های ممکن یکان را می‌نویسیم:

صدگان ۵ باشد
۵ ۶ ؟
۵ ۶ ۷
۵ ۶ ۸
۵ ۶ ۹

صدگان ۴ باشد
۴ ۶ ؟
۴ ۶ ۷
۴ ۶ ۸
۴ ۶ ۹

صدگان ۳ باشد
۳ ۶ ؟
۳ ۶ ۷
۳ ۶ ۸
۳ ۶ ۹

صدگان ۲ باشد
۲ ۶ ؟
۲ ۶ ۷
۲ ۶ ۸
۲ ۶ ۹

صدگان ۱ باشد
۱ ۶ ؟
۱ ۶ ۷
۱ ۶ ۸
۱ ۶ ۹

پس تعداد عددهای خوب در این حالت ۱۵تاست.

حالت (۳): رقم صدگان ۶ باشد. در این صورت دهگان می‌تواند ۷ یا ۸ باشد (۹ نمی‌تواند باشد، زیرا اگر دهگان برابر ۹ باشد، برای یکان رقم بزرگ‌تر نداریم).

با انتخاب دهگان، رقم‌های ممکن یکان را می‌نویسیم:

دهگان ۷ باشد

$\boxed{۶}\boxed{۷}\boxed{?}$

۶ ۷ ۸

۶ ۷ ۹

دهگان ۸ باشد

$\boxed{۶}\boxed{۸}\boxed{?}$

۶ ۸ ۹

پس مجموع تعداد عددهای ۳ حالت برابر است با ۱۰+۱۵+۳=۲۸

۱۹۳- گزینه‌ی ۱ رقم ۷ در مرتبه‌ی صدگان میلیون است که وقتی به ۲ تبدیل می‌شود، از عدد ۳۷۵۴۹۲۸۶۰۱ پانصد میلیون کم می‌شود:

۳ $\boxed{۷}$ ۵۴ ۹۲۸ ۶۰۱

_ ۳ $\boxed{۲}$ ۵۴ ۹۲۸ ۶۰۱

$\boxed{۵}$ ۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰

۱۹۴- گزینه‌ی ۳ برای این که رقم ۴ که دارای ارزش مکانی یکان میلیارد است به رقم ۹ تبدیل شود، باید پنج میلیارد به عدد بیفزاییم:

$\boxed{۴}$ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰

+ $\boxed{۵}$ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰

$\boxed{۹}$ ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰

۱۹۵- گزینه‌ی ۱ وقتی به دهگان میلیون عددی ۶ واحد اضافه می‌کنیم، در واقع به عدد ۶۰۰۰۰۰۰۰ اضافه می‌شود. هنگامی که از یکان هزار آن ۳ واحد کم می‌کنیم، ۳۰۰۰ تا از عدد کم می‌شود. بنابراین ۵۹۹۹۷۰۰۰ تا به عدد افزوده می‌شود:

۶۰۰۰۰۰۰۰−۳۰۰۰=۵۹۹۹۷۰۰۰

۱۹۶- گزینه‌ی ۳ به بزرگ‌ترین عدد هشت رقمی ۹ واحد اضافه می‌کنیم:

۹ ۹ ۹ ۹ ۹ ۹ ۹ ۹

+ ۹

۱ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۸

۱۹۷- گزینه‌ی ۱ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱): ۱۰۰۰۰ واحد کاهش می‌یابد. گزینه‌ی (۲): ۱ واحد کاهش می‌یابد.

گزینه‌ی (۳): ۱۰۰ واحد کاهش می‌یابد. گزینه‌ی (۴): ۱۰۰۰ واحد کاهش می‌یابد.

در نتیجه‌ی گزینه‌ی (۱) صحیح است.

۱۹۸- گزینه‌ی ۱ دو عدد را به رقم نوشته، سپس اختلاف آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

۹۸۷۶۵۴۳۲۱۰

−۱۰۲۳۴۵۶۷۸۹

۸′۸۵۳′۰۸۶′۴۲۱

۱۹۹- گزینه‌ی ۴ وقتی عددی را هزار برابر می‌کنیم، رقم‌های یکان، دهگان و صدگان عدد جدید صفر می‌شوند. پس اگر عدد ۱۲۳۴ را به عدد جدید اضافه کنیم، رقم صدگان برابر ۲ می‌شود.

☆☆☆☆×۱۰۰۰= ☆☆☆☆۰۰۰

+ ۱۲۳۴

□□□□۲۳۴

۲۰۰- گزینه‌ی ۳ چون طبقه و مرتبه‌ی رقم ۸ در هر دو عدد در نظر گرفته نمی‌شود، هر دو رقم ۸ ارزش برابر دارند (یعنی ارزش مطلق آن‌ها برابر است).

۲۰۱- گزینه‌ی **۳** اگر عددهای مشابه را از طرفین تساوی حذف کنیم، عدد مورد نظر مشخّص می‌شود.

$$\cancel{۲}۰۰+\cancel{۳}۰۰+۴۰۰=۱۰۰+\cancel{۲}۰۰+\cancel{۳}۰۰+\boxed{?}$$

$$۴۰۰=۱۰۰+\boxed{?}$$

$$\boxed{?}=۴۰۰-۱۰۰$$

$$\boxed{?}=۳۰۰$$

۲۰۲- گزینه‌ی **۴** ده‌تا هزارتا برابر است با: $۱۰\times۱۰۰۰=۱۰۰۰۰$

صدتا ده‌تا برابر است با: $۱۰۰\times۱۰=۱۰۰۰$

ده تا یکی برابر است با: $۱۰\times۱=۱۰$

حاصل‌جمع این عددها برابر است با: $۱۰۰۰۰+۱۰۰۰+۱۰=۱۱۰۱۰$

۲۰۳- گزینه‌ی **۴** اگر عدد ۹۹۹۹۹ را در خودش ضرب و بعد بر خودش تقسیم کنیم، تغییر نمی‌کند. بنابراین کافی است آن را با عدد ۱ جمع کنیم:

$$\underbrace{(۹۹۹۹۹\times۹۹۹۹۹)\div۹۹۹۹۹}_{۹۹۹۹۹}+۱=۹۹۹۹۹+۱=۱۰۰۰۰۰$$

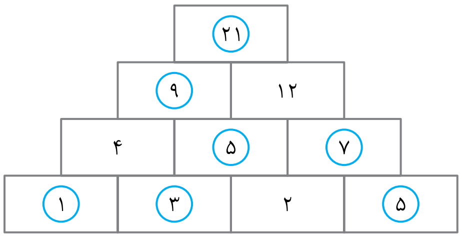
۲۰۴- گزینه‌ی **۲** گزینه‌ی (۲) نادرست است. برای مثال حاصل‌جمع سه عدد متوالی ۲، ۳ و ۴، عددی زوج نیست.

$۲+۳+۴=۹\Rightarrow$ عدد فرد است

۲۰۵- گزینه‌ی **۳** وقتی حاصل‌جمع و حاصل‌ضرب دو عدد فرد است، بدین معناست که هر دو عدد فرد هستند. به عنوان مثال:

$۵\times۷=۳۵$, $۵+۷=۱۲$

۲۰۶- گزینه‌ی **۳** حداکثر ۷ عدد فرد در جدول قرار می‌گیرد به شرط آن که ۳ عدد فرد در ردیف پایین قرار دهیم. به عنوان مثال:



۲۰۷- گزینه‌ی **۴** اگر هر دو عدد طبیعی موردنظر زوج باشند یا هر دو فرد باشند، نصف حاصل‌جمع‌شان هم عدد طبیعی است. به عنوان مثال:

$$\frac{۷+۹}{۲}=\frac{۱۶}{۲}=۱۸ \quad , \quad \frac{۴+۶}{۲}=\frac{۱۰}{۲}=۵$$

اگر هر دو عدد طبیعی موردنظر برابر باشند، نصف حاصل‌جمع‌شان هم عدد طبیعی است. به عنوان مثال:

$$\frac{۳+۳}{۲}=\frac{۶}{۲}=۳ \quad , \quad \frac{۲+۲}{۲}=\frac{۴}{۲}=۲$$

پس گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) درست هستند.

۲۰۸- گزینه‌ی **۱** گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱): $۱۱۰\times۱۰۱=۱۱۱۱۰$ ✓

گزینه‌ی (۲): $۱۱۱\times۱۰۱=۱۱۲۱۱$ ✗

گزینه‌ی (۳): $۱۱۱\times۱۱۱=۱۲۳۲۱$ ✗

گزینه‌ی (۴): $۱۱۱\times۱۱۰=۱۲۲۱۰$ ✗

۲۰۹- گزینه‌ی **۴** حاصل عبارت ۱۲۳۴۳۲۱ است و مجموع رقم‌های آن ۱۶ است.

$$۱۱۱۱\times۱۱۱۱=\underbrace{۱۲۳۴۳۲۱}_{۱+۲+۳+۴+۳+۲+۱=۱۶}$$

۲۱۰- گزینه‌ی **۲** در عبارت‌هایی که چهار عمل اصلی وجود دارد، ابتدا ضرب و تقسیم و بعد جمع و تفریق (با رعایت ترتیب آن‌ها از چپ به راست) انجام می‌گیرد.

$$\underbrace{\underbrace{۳۲۰\div۴۰}_{۸}\times۲۰}_{۱۶۰}+۹۵-\underbrace{۱۷\times۲}_{\substack{۳۴\\ \downarrow}}=$$

$$+۹۵-۳۴=۲۲۱$$

۲۱۱- گزینه‌ی ۳ در پرانتزهای عبارت موردنظر قطعاً پرانتزی به شــکل (۸−۸) اســت و حاصل آن صفر است. حاصل‌ضرب هر عددی در صفر نیز صفر است، پس حاصل عبارت صفر است.

۲۱۲- گزینه‌ی ۱ اگر عددها را به صورت زیر در جدول قرار دهیم، حاصل هر ســتون، هر ســطر و هر قطر ۱۵ می‌شــود و جای علامت سؤال عدد ۶ قرار می‌گیرد.

۶	۱	۸
۷	۵	۳
۲	۹	۴

۲۱۳- گزینه‌ی ۳ مجموع ۲ عدد فرد، زوج است، پس مجموع ۳ عدد فرد، فرد است و مجموع هر تعداد عدد زوج، زوج است. وحید ۴ عدد فرد و ۵ عدد زوج دارد که مجموع همه‌ی آن‌ها زوج است. علی ۳ عدد فرد و ۷ عدد زوج دارد که مجموع همه‌ی آن‌ها فرد است. پس مجموع عددهای کارت‌های علی فرد و مجموع عددهای کارت‌های وحید زوج است.

۲۱۴- گزینه‌ی ۳ از روش معکوس (برعکس) استفاده می‌کنیم و از انتهای مسئله به ابتدای آن می‌آییم:

△ +۸=۴۰⇒ △=۴۰−۸=۳۲

□ ×۴= △ ⇒ □= △ ÷۴=۸

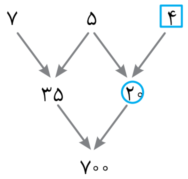
○−۳= □ ⇒ ○ = □+۳=۱۱

۲۱۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا ۷۰۰ را بر ۳۵ تقسیم می‌کنیم تا مقدار ○ به‌دست آید:

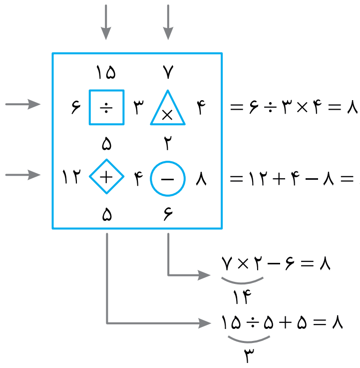
○×۳۵ = ۷۰۰ ⇒ ○= ۷۰۰ ÷ ۳۵ ⇒ ○= ۲۰

سپس ۲۰ را بر ۵ تقسیم می‌کنیم تا مقدار □ به‌دست آید:

□×۵ = ۲۰ ⇒ □ = ۲۰ ÷ ۵ ⇒ □ = ۴



۲۱۶- گزینه‌ی ۱ از حدس و آزمایش استفاده می‌کنیم و از گزینه‌ی (۱) شروع می‌کنیم:



پس گزینه‌ی (۱) درست است و نیازی به بررسی بقیه‌ی گزینه‌ها نیست.

۲۱۷- گزینه‌ی ۴ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

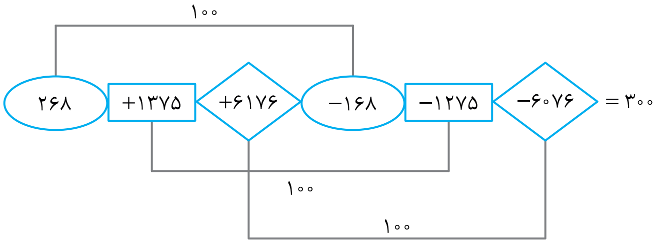
گزینه‌ی (۱): ۳+۵×۷+۹=۳+۳۵+۹=۴۷ ✗

گزینه‌ی (۲): ۳+۵+۷×۹=۳+۵+۶۳=۷۱ ✗

گزینه‌ی (۳): ۳×۵×۷+۹=۱۵×۷+۹=۱۰۵+۹=۱۱۴ ✗

گزینه‌ی (۴): ۳×۵+۷×۹=۱۵+۶۳=۷۸ ✓

۲۱۸- گزینه‌ی ۳ برای این‌که محاسبات را سریع‌تر انجام دهیم، اختلاف هر دو عدد را به شکل زیر به‌دست می‌آوریم:



۲۱۹- گزینه‌ی ۲ به عنوان مثال به تفریق زیر توجّه کنید:

$$\begin{tikzcd} ۱۸ \arrow[d, "-۳"'] & - & ۱۰ \arrow[d, "+۳"] & = & \boxed{۸} \arrow[d, bend left, "-۶"] \\ ۱۵ & - & ۱۳ & = & \boxed{۲} \end{tikzcd}$$

۲۲۰- گزینه‌ی ۳ پلاک خانه‌ها در هر طرف خیابان یا عددهای زوج هستند و یا عددهای فرد و خانه‌ی رضا در سمت خانه‌های با پلاک زوج قرار دارد.

چون عددهای سمت راست بزرگ‌تر از عددهای سمت چپ هستند، پس طبیعی است که تعداد خانه‌های سمت راست کم‌تر باشد که در این سؤال به نسبت ۲ به ۵ است.

$$\overbrace{۲,۴,۶,۸,۱۰}^{۳۰},۱۲,\overbrace{۱۴,۱۶}^{۳۰}$$

عدد مورد نظر عددی است که مجموع عددهای قبل از آن با مجموع عددهای بعد از آن با هم برابر باشند:

$۲+۴+۶+۸+۱۰=۳۰$

$۱۴+۱۶=۳۰$

پس پلاک خانه‌ی رضا ۱۲ است.

۲۲۱- گزینه‌ی ۲ چون اختلاف ۲۵ و ۲۴ یک واحد است، می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف دو عبارت ۱۸تاست.

$$\begin{cases} ۲۵\times۱۸=۴۵۰ \\ ۲۴\times۱۸=۴۳۲ \end{cases} \Rightarrow ۴۵۰-۴۳۲=۱۸$$

۲۲۲- گزینه‌ی ۳ عمل ضرب خاصیت جابه‌جایی یا تعویض‌پذیری دارد. بنابراین $\square\times۷$ با $۷\times\square$ برابر است، یعنی

$$۷\times\square=\square\times۷$$

۲۲۳- گزینه‌ی ۳ عبارت سمت چپ عکس خاصیت توزیع‌پذیری ضرب نسبت به تفریق را نشان می‌دهد (فاکتورگیری). بنابراین در □، (۷−۴) یا ۳ را قرار می‌دهیم:

$$(۹\times۷)-(۹\times۴)=۹\times\underbrace{\boxed{(۷-۴)}}_{۳}$$

۲۲۴- گزینه‌ی ۳ هرگاه دو عدد زوج متوالی را در هم ضرب کنیم، یکان حاصل‌ضرب می‌تواند یکی از رقم‌های ۸، ۴ و یا صفر باشد. به عنوان مثال:

$۴\times۶=۲\textcircled{۴}$ ، $۲\times۴=\textcircled{۸}$

$۸\times۱۰=۸\textcircled{۰}$ ، $۶\times۸=۴\textcircled{۸}$

$۱۰\times۱۲=۱۲\textcircled{۰}$

۲۲۵- گزینه‌ی ۳ رقم یکان حاصل‌ضرب دو عدد فرد متوالی ۳ یا ۵ یا ۹ است و نمی‌تواند ۷ باشد. به عنوان مثال:

$۳\times۵=۱۵$ $۷\times۹=۶۳$

$۱\ ,\ ۳\ ,\ ۵\ ,\ ۷\ ,\ ۹\ ,\ ۱۱$

$۱\times۳=۳$ $۵\times۷=۳۵$ $۹\times۱۱=۹۹$

۲۲۶- گزینه‌ی ۳ هرگاه سه عدد زوج متوالی در هم ضرب شوند، یکان حاصل‌ضرب یکی از رقم‌های صفر، ۲ و ۸ می‌شود. به عنوان مثال:

$۴\times۶\times۸=۱۹\textcircled{۲}$ ، $۲\times۴\times۶=۴\textcircled{۸}$

$۸\times۱۰\times۱۲=۹۶\textcircled{۰}$ ، $۶\times۸\times۱۰=۴۸\textcircled{۰}$

بنابراین رقم یکان حاصل‌ضرب سه عدد زوج متوالی هیچ‌گاه ۴ نخواهد شد.

۲۲۷- گزینه‌ی ۳ یکان حاصل‌ضرب از ضرب یکان عامل‌ها به‌دست می‌آید:

$$۱۳۹\textcircled{۱}\times۱۳۹\textcircled{۲}\times۱۳۹\textcircled{۳}\times۱۳۹\textcircled{۴}\times۱۳۹\textcircled{۵}=$$

$$۱\times۲\times۳\times۴\times۵=\boxed{۰}$$

۲۲۸- گزینه‌ی ۴ به ضرب‌های زیر نگاه کنید:

$$\begin{array}{r} \textcircled{۶} \\ ۱۸ \\ \times۱۸ \\ \hline ۱۴\textcircled{۴} \\ +۱۸۰ \\ \hline ۳۲\textcircled{۴} \end{array} \qquad \begin{array}{r} ۵۲ \\ \times۵۲ \\ \hline ۱۰\textcircled{۴} \\ +۲۶۰۰ \\ \hline ۲۷۰\textcircled{۴} \end{array} \qquad \begin{array}{r} ۱۳ \\ \times۱۳ \\ \hline ۳\textcircled{۹} \\ +۱۳۰ \\ \hline ۱۶\textcircled{۹} \end{array}$$

همانطور که دیدید، رقم یکان عدد نهایی را می‌توان فقط با ضرب‌کردن یکان عددها به‌دست آورد. به طور مثال:

$$۱۸\times۱۸=۳۲\boxed{۴}$$

$$۸\times۸=۶\boxed{۴}$$

حال پاسـخ مسـئله را بررسـی می‌کنیم. رقم‌های یکان هر عدد یکی از عددهای ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ... و ۹ است. پس کافی است حاصل‌ضرب این عددها را در خودشان به‌دست آوریم. رقم‌های ۲ ، ۳ ، ۷ و ۸ در بین یکان‌ها نیستند.

	۰×۰	۱×۱	۲×۲	۳×۳	۴×۴	۵×۵	۶×۶	۷×۷	۸×۸	۹×۹
رقم یکان	۰	۱	۴	۹	$۱\boxed{۶}$	$۲\boxed{۵}$	$۳\boxed{۶}$	$۴\boxed{۹}$	$۶\boxed{۴}$	$۸\boxed{۱}$

۲۲۹- گزینه‌ی ۲ با توجّه به سؤال قبل، رقم یکان را می‌توان تنها با ضرب‌کردن یکان‌ها در یکدیگر به‌دست آورد. اگر رقم یکان عددی ۰ ، ۱، ۵ یا ۶ باشد، با ضرب کردن عدد در خود، یکان عدد حاصل‌ضرب تغییر نمی‌کند.

$۲\times۲=\boxed{۴}$

$۴\times۲=\boxed{۸}$

$۸\times۲=۱\boxed{۶}$

$۱۶\times۲=۳\boxed{۲}$

$۳۲\times۲=۶\boxed{۴}$

$۶\times۶=۳\boxed{۶}$

$۳۶\times۶=۲۱\boxed{۶}$

$۲۱۶\times۶=۱۲۹\boxed{۶}$

$۵\times۵=۲\boxed{۵}$

$۲۵\times۵=۶۲\boxed{۵}$

$۶۲۵\times۵=۳۱۲\boxed{۵}$

۲۳۰- گزینه‌ی ۱ **راه‌حلّ اوّل**: همان‌طور که در سـؤال‌های قبل دیدیم، برای به‌دسـت آوردن رقم یکان حاصل‌ضرب، فقط باید رقم‌های یکان عددها را در هم ضرب کنیم. پس به جای عدد ۷۳ ، فقط رقم یکان ۳ را در نظر می‌گیریم و ۱۲ بار آن را در خودش ضرب می‌کنیم.

$$۳\xrightarrow{\text{دو بار}}۳\times۳=\boxed{۹}\xrightarrow{\text{سه بار}}۹\times۳=۲\boxed{۷}\xrightarrow{\text{چهار بار}}۷\times۳=۲\boxed{۱}\xrightarrow{\text{پنج بار}}۱\times۳=\boxed{۳}\xrightarrow{\text{شش بار}}۳\times۳=\boxed{۹}\xrightarrow{\text{هفت بار}}۹\times۳=۲\boxed{۷}$$

می‌بینیم که رقم‌های یکان نظم خاصی دارند و چهارتا چهارتا تکرار می‌شوند. $\text{دوازده بار ضرب}\rightarrow\boxed{۱}$,۷ ,۹ ,۳ , ۱, ۷, ۹, ۳ , ۱, ۷, ۹, ۳

راه‌حلّ دوم: عدد ۷۳ فرد اسـت و هر چند بار که در خودش ضرب شـود، باز هم عددی فرد به‌دسـت می‌آید. رقم یکان یک عدد فرد نمی‌تواند عددی زوج باشد، پس گزینه‌های (۲) ، (۳) و (۴) نادرست هستند و فقط گزینه‌ی (۱) باقی می‌ماند.

۲۳۱- گزینه‌ی ۱ عدد ۲۱ را می‌توان به صورت حاصل‌ضرب سه عدد طبیعی ۱، ۳، و ۷ نوشت:

$$۱\times۳\times۷=۲۱$$

حالت اوّل:

$$\underbrace{(۴-\triangle)}_{۱}\times\underbrace{(۶-\square)}_{۳}\times\underbrace{(۸-\bigcirc)}_{۷}=۲۱$$

$$\Downarrow\qquad\Downarrow\qquad\Downarrow$$

$$\triangle=۳\qquad\square=۳\qquad\bigcirc=۱\qquad\Rightarrow\triangle+\square+\bigcirc=۳+۳+۱=۷$$

حالت دوم:

$$\underbrace{(۴-\triangle)}_{۳}\times\underbrace{(۶-\square)}_{۱}\times\underbrace{(۸-\bigcirc)}_{۷}=۲۱$$

$$\Downarrow\qquad\Downarrow\qquad\Downarrow$$

$$\triangle=۱\qquad\square=۵\qquad\bigcirc=۱\qquad\Rightarrow\triangle+\square+\bigcirc=۱+۵+۱=۷$$

۲۳۲- گزینه‌ی ۳ برای بررسی گزینه‌ها می‌توان از بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عددهای مورد نظر هر گزینه استفاده کرد.
گزینه‌ی (۱) نادرست است ⇐ هفت رقمی است ۱۰۰۰۰۰۰=۱۰۰۰×۱۰۰۰⇐۱۰۰۰=کوچک‌ترین عدد چهار رقمی : گزینه‌ی (۱)
حاصل‌ضرب دو عدد دو رقمی، عدد پنج رقمی نخواهد شد ⇐ ۹۸۰۱=۹۹×۹۹⇐۹۹=بزرگ‌ترین عدد دو رقمی : گزینه‌ی (۲)
پس گزینه‌ی (۲) نیز نادرست است.
دقت کنید! حاصل‌ضرب دو عدد دو رقمی، سه یا چهار رقمی است. حاصل‌ضرب دو عدد سه رقمی پنج یا شش رقمی است. حاصل‌ضرب دو عدد چهار رقمی هفت یا هشت رقمی است. حاصل‌ضرب دو عدد پنج رقمی، نه یا ده رقمی است و این الگو ادامه دارد و در نتیجه گزینه‌ی (۳) درست است.

۲۳۳- گزینه‌ی ۴ دقت کنید! در انجام عملیات جمع اگر رقم‌های با مرتبه‌های یکسان را با هم جابه‌جا کنیم، حاصل‌جمع تغییر نمی‌کند. مثلاً:

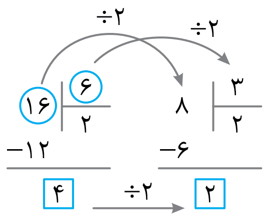
$$\underbrace{۱۲۳+۴۵۶}_{۵۷۹}=۱۲۶+۴۵۳=۵۷۹$$

در موارد «الف»، «ب» و «پ» فقط رقم‌های با مرتبه‌های یکسان با هم جابه‌جا شده‌اند و در نتیجه حاصل‌جمع‌ها با هم برابر و مساوی با ۱۰۵۴۸۷۷ است. حاصل عبارت «ت» نیز ۱۰۵۴۸۷۷ است که برابر سه حاصل‌جمع قبلی است. پس همه‌ی حاصل‌جمع‌ها برابر هستند.

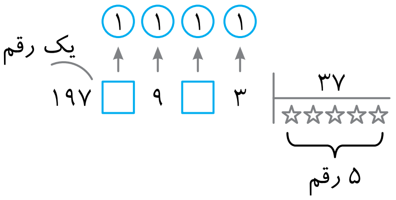
۲۳۴- گزینه‌ی ۱ به حاصل عبارت‌های اول و دوم دقّت کنید. در عبارت اول به تعداد یک‌های عدد ۱۰۱۰۱، عدد ۲۳ تکرار شـده اسـت. در عبارت دوم به تعداد یک‌های عدد ۱۰۱۰۱۰۱ عدد ۴۵ تکرار شده است. اکنون با توجّه به ا ین الگو عددهای سوم و چهارم را می‌نویسیم:
عدد سوم=۶۷×۱۰۱۰۱۰۱۰۱=۶۷۶۷۶۷۶۷۶۷
عدد چهارم=۸۹×۱۰۱۰۱۰۱۰۱۰۱=۸۹۸۹۸۹۸۹۸۹۸۹

$$\begin{array}{r} ۸\ ۹\ ۸\ ۹\ ۸\ ۹\ ۸\ ۹\ ۸\ ۹\ ۸\ ۹ \\ -\qquad ۶\ ۷\ ۶\ ۷\ ۶\ ۷\ ۶\ ۷\ ۶\ ۷ \\ \hline ۸\ ۹\ ۲\ ۲\ ۲\ ۲\ ۲\ ۲\ ۲\ ۲\ ۲\ ۲ \end{array}$$

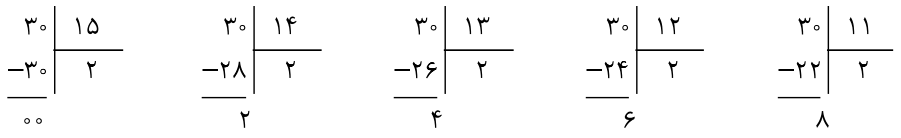
۲۳۵- گزینه‌ی ۴ هرگاه مقسوم و مقسوم‌علیه را بر عددی غیر از صفر تقسیم کنیم، خارج‌قسمت تغییری نمی‌کند، ولی باقی‌مانده بر همان عدد تقسیم می‌شود. به عنوان مثال:



۲۳۶- گزینه‌ی ۱ چون دو رقم سمت چپ مقسوم از مقسوم‌علیه کوچک‌تر است، پس برای سه رقم اوّل سمت چپ مقسوم یک رقم در خارج‌قسمت قرار می‌گیرد و از آن به بعد برای هر یک رقم مقسوم، یک رقم در خارج‌قسمت قرار می‌گیرد. بنابراین در خارج‌قسمت ۵ رقم قرار می‌گیرد:

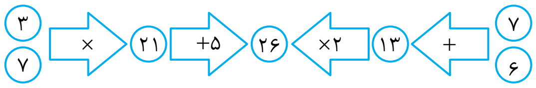


۲۳۷- گزینه‌ی ۳ اگر عدد ۳۰ را بر عددهای ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴ و ۱۵ تقسیم کنیم، خارج‌قسمت برابر ۲ می‌شود:



۱۱+۱۲+۱۳+۱۴+۱۵=۶۵

۲۳۸- گزینه‌ی ۲ با قرار دادن عدد ۷ به جای ستاره، نمودار به شکل زیر کامل می‌شود:



۲۳۹- گزینه‌ی ۱ وقتـی عـدد ۱۰ را ۹ بار در خودش ضرب می‌کنیم، عدد ۱٬۰۰۰٬۰۰۰٬۰۰۰ حاصل می‌شـود. اکنـون از عدد حاصل ۵ تا کم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} ۹۹۹\quad ۹۹۹\quad ۹۹۱۰ \\ ۱\ \cancel{۰}\cancel{۰}\cancel{۰}\quad \cancel{۰}\cancel{۰}\cancel{۰}\quad \cancel{۰}\cancel{۰}\cancel{۰} \\ -\qquad\qquad\qquad ۵ \\ \hline \underbrace{۹۹۹\quad ۹۹۹\quad ۹۹}_{\text{۸تا}}۵ \end{array}$$

مجموع رقم‌های عدد به‌دست آمده برابر است با $(۸\times۹)+۵=۷۷$

۲۴۰- گزینه‌ی ۴ وقتی ۱۰ را سی و سه بار در خودش ضرب می‌کنیم، حاصل‌ضرب $۱\underbrace{۰۰۰۰۰...۰۰۰}_{\text{سی و سه تا صفر}}$ می‌شود. بنابراین

$$\begin{array}{r} ۹۹۹\quad ۹۹۹\qquad\quad ۹۹۹۱۰ \\ ۱\ \cancel{۰}\cancel{۰}\cancel{۰}\quad \cancel{۰}\cancel{۰}\cancel{۰}\ \ ...\ \ \cancel{۰}\cancel{۰}\cancel{۰}\cancel{۰} \\ -\qquad\qquad\qquad\qquad ۳۳ \\ \hline \underbrace{۹\ ۹\ ۹\ ۹\ ۹\ ...\ ۹}_{\text{۳۱تا}}۶۷ \end{array}$$

مجموع رقم‌های عدد به‌دست آمده برابر است با:

$$\overbrace{(۳۱\times۹)}^{۲۷۹}+۶+۷=۲۹۲$$

۲۴۱- گزینه‌ی ۲ کوچک‌ترین عدد بزرگ‌تر از ۹۸۶۵۷ که رقم‌هایش متفاوت اسـت، عدد ۹۸۶۷۰ اسـت. پس باید $۹۸۶۷۰-۹۸۶۵۷=۱۳$ سانتی‌متر دیگر پیش برویم.

۲۴۲- گزینه‌ی ۱ برای این‌که بیش‌ترین حاصل‌ضرب پدید آید، رقم‌های ۶ و ۵ را در دهگان دو عدد و رقم‌های ۲ و ۳ را در یکان آن‌ها قرار می‌دهیم:

$۵۳\times۶۲=۳۲۸۶$

$۵۲\times۶۳=۳۲۷۶$

اگر عددها ۶۲ و ۵۳ باشند، بیش‌ترین حاصل‌ضرب ساخته می‌شود. پس بیش‌ترین حاصل‌ضرب برابر ۳۲۸۶ است.

۲۴۳- گزینه‌ی ۴ برای این که بیش‌ترین حاصل‌ضرب پدید آید دو عدد باید دو رقمی باشند و رقم‌های ۵ و ۹ در دهگان دو عدد و رقم‌های ۱ و ۲ در یکان آن‌ها باشند:

$۹۱\times۵۲=۴۷۳۲$
$۹۲\times۵۱=۴۶۹۲$

پس بیش‌ترین عدد به‌دست آمده برابر ۴۷۳۲ است.

۲۴۴- گزینه‌ی ۲ ابتدا رقم‌های یاداشت شده‌ی علی را مرحله به مرحله به‌دست می‌آوریم:

در مرحله‌ی اوّل ۴ را یادداشت می‌کند. $۷\times۲=۱۴$

در مرحله‌ی دوم ۸ را یادداشت می‌کند. $۱۴\times۲=۲۸$

در مرحله‌ی سوم ۶ را یادداشت می‌کند. $۲۸\times۲=۵۶$

در مرحله‌ی چهارم ۲ را یادداشت می‌کند. $۵۶\times۲=۱۱۲$

در مرحله‌ی پنجم ۴ را یادداشت می‌کند. $۱۱۲\times۲=۲۲۴$

در مرحله‌ی ششم ۸ را یادداشت می‌کند. $۲۲۴\times۲=۴۴۸$

در مرحله‌ی هفتم ۹ را یادداشت می‌کند. $۴۴۸\times۲=۸۹۶$

بنابراین علی پس از ۷ بار رقم‌های ۴، ۸، ۶، ۲، ۴، ۸ و ۹ را یادداشت می‌کند. کوچک‌ترین عدد ساخته‌شده با این رقم‌ها عبارت است از ۲۴۴۶۸۸۹ یعنی دو میلیون و چهارصد و چهل و شش هزار و هشتصد و هشتاد و نه.

۲۴۵- گزینه‌ی ۲ حاصل‌جمع همه‌ی رقم‌های یک عدد سه رقمی، حداکثر ۲۷ است. عدد ۴۲۹ برابر حاصل‌جمع یک عدد سه رقمی با رقم‌هایش است، پس رقم صدگان عدد اوّلیه حتماً ۴ است. چون عدد اوّلیه از ۴۲۹ کوچک‌تر است، با حدس و آزمایش می‌توان فهمید که عدد اوّلیه ۴۱۷ است.

$$۴۱۷+\underbrace{۴+۱+۷}_{۱۲}=۴۲۹$$

حاصل‌ضرب رقم‌های عدد ۴۱۷ برابر است با

$$۴\times۱\times۷=۲۸$$

۲۴۶- گزینه‌ی ۴ ابتدا حاصل‌جمع هر ۲۳تایی که از ۹۶۰ کم و هر ۱۷تایی که به ۴۴۰ اضافه می‌شود به‌دست می‌آوریم:

$$۲۳+۱۷=۴۰ \quad , \quad ۹۶۰-۴۴۰=۵۲۰$$

$۵۲۰\div۴۰=۱۳$ بار

۲۴۷- گزینه‌ی ۳ دو مبلغ ۱۳ و ۲۹ ریال به صورت زیر قابل پرداخت هستند:

$$۱۰+۲+۱=۱۳$$

$$۲۰+۵+۲+۱+۱=۲۹$$

مبلغ ۴۰ ریال را نمی‌تواند پرداخت کند. چون از ۵۰ ریالی که نمی‌تواند استفاده کند، پس ۱۰ ریالی و ۲۰ ریالی را برمی‌دارد که می‌شود ۳۰ ریال.
اما مجموع ۴ سکه‌ی دیگر کم‌تر از ۱۰ ریال است. ۹=۵+۲+۱+۱
پس ۴۰ ریال قابل پرداخت نیست. به همین ترتیب ۴۱ ریال را نیز نمی‌توان پرداخت کرد. اما جواب ۴۰ که کوچک‌تر است، درست است.

۲۴۸- گزینه‌ی ۴ ابتدا رقم‌های پوشیده‌شده را شماره‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{array}{rrrr} & ۸ & ۶ & ۳ \\ & \boxed{۲} & ۹ & ۱ \\ + & ۷ & \boxed{۱} & ۸ \\ \hline ۲ & ۱ & ۸ & ۲ \end{array}$$

چون ۱۲=۱+۸+۳، در نتیجه طبق قانون دهدهی، یک واحد به دهگان‌ها اضافه می‌کنیم:

$۱+۶+۹+\boxed{۱}=$ ۸ عددی بزرگتر از ۱۰ با یکان $=۱۸$

$\Rightarrow ۱۶+\boxed{۱}=۱۸\Rightarrow\boxed{۱}=۲$

پس طبق قانون دهدهی، یک واحد به صدگان‌ها اضافه می‌شود. یعنی

$۱+۸+\boxed{۲}+۷=$ (زیرا هزارگان ۲ است).عددی بزرگتر از ۲۰ که یکانش ۲ است $=۲۱$

$\Rightarrow ۱۶+\boxed{۲}=۲۱\Rightarrow\boxed{۲}=۵$

بنابراین مجموع رقم‌های پوشیده‌شده برابر است با

$$\boxed{۱}+\boxed{۲}=۲+۵=۷$$

۲۴۹- گزینه‌ی ۱ ابتدا رقم‌های پوشیده شده را شماره‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{array}{rrrr} & \boxed{۲} & ۹ & \boxed{۱} \\ + & \boxed{۳} & ۸ & ۷ \\ \hline \boxed{۵} & ۰ & \boxed{۴} & ۲ \end{array}$$

$\boxed{۱}+۷$ برابر با عددی شده که یکانش ۲ است و از ۱۰ بیش‌تر است. یعنی $۱۲=۷+\boxed{۱}$، در نتیجه $۵=\boxed{۱}$.
طبق قانون دهدهی، یک واحد به جمع ۸ و ۹ اضافه می‌شود و یکانش برابر $\boxed{۴}$ می‌شود:

$$\underset{\substack{\downarrow\\ \text{از جمع } ۵+۷}}{۱}+۹+۸=۱۸$$

در نتیجه $۸=\boxed{۴}$. دوباره طبق قانون دهدهی یک واحد به جمع $\boxed{۳}$ و $\boxed{۲}$ اضافه می‌شود و یکان آن صفر می‌شود. یعنی

$$\boxed{۲}+\boxed{۳}+۱=۱۰\Rightarrow\boxed{۲}+\boxed{۳}=۹$$

و در نتیجه $۱=\boxed{۵}$. پس مجموع رقم‌های پوشیده‌شده برابر است با

$$\boxed{۱}+(\boxed{۲}+\boxed{۳})+\boxed{۴}+\boxed{۵}=۵+۹+۸+۱=۲۳$$

۲۵۰- گزینه‌ی **۳** T برابر ۷ است، پس F برابر ۱ است و O یا ۴ است یا ۵. ولی چون O زوج است، پس O نمی‌تواند ۵ باشد. در نتیجه O ، ۴ و R ، ۸ است.

$$\begin{array}{r} ۷\ W\ ۴ \\ +\ ۷\ W\ ۴ \\ \hline ۱۴\ U\ ۸ \end{array}$$

حال W را مشخّص می‌کنیم. می‌دانیم $W+W$ از ۱۰ کوچک‌تر است، زیرا به صدگان ۱ واحد اضافه نشده است. پس W کوچک‌تر از ۵ است. W نمی‌تواند ۱ باشد، زیرا F یک است. ۲ نمی‌تواند باشد، زیرا در آن صورت U برابر با ۴ می‌شود و چون O، ۴ است، غیر ممکن است. همچنین چون O ، ۴ است، W ، ۴ نیز نمی‌تواند باشد. در نتیجه W ، ۳ است.

$$\begin{array}{r} ۷\ ۳\ ۴ \\ +\ ۷\ ۳\ ۴ \\ \hline ۱\ ۴\ ۶\ ۸ \end{array}$$

۲۵۱- گزینه‌ی **۴** چون $\bigcirc=\bigcirc+\square$ نتیجه می‌گیریم که $\square$ صفر است. زیرا $\bigcirc=\bigcirc+۰$. حال چون $\bigcirc=\bigcirc-\square$ و طبق قانون ده‌دهی $\square$ به علاوه‌ی ده می‌شود، نتیجه می‌گیریم $\bigcirc=\bigcirc-۱۰$ ، بنابراین $۲\times\bigcirc=۱۰\Rightarrow\bigcirc=۵$

اکنون دقت کنید که

$$\begin{array}{r} ۵\ ۰ \\ -\triangle\ ۵ \\ \hline ۵ \end{array}$$

در نتیجه عدد $۵\triangle$ برابر با ۴۵ است، پس $۴=\triangle$. چون

$$\begin{array}{r} ۵\ ۰ \\ +\ ۴\ ۵ \\ \hline \star ۵=۹۵ \end{array}$$

و نتیجه می‌گیریم $۹=\star$.

۲۵۲- گزینه‌ی **۲** تفریق را مرحله به مرحله انجام می‌دهیم:

$$\begin{array}{r} ۱۴\quad \\ ۸\ \cancel{۴}\ \ ۱۷ \\ ۱\ \cancel{۹}\ \cancel{۵}\ \cancel{۷} \\ -\qquad \bigcirc\ ۹ \\ \hline ۱\ ۸\ \triangle\ ۸ \end{array}$$

حال باید $\bigcirc-۴$ را حساب کنیم، اما چون صدگان حاصل تفریق ۸ است، به این معناست که $\bigcirc$ بزرگ‌تر از ۴ است و از ۹ یک واحد کم شده و به ۴ ده واحد اضافه شده است. پس:

$$۱۴-\bigcirc=\triangle\Rightarrow\bigcirc+\triangle=۱۴$$

۲۵۳- گزینه‌ی **۲** از ستون اوّل (یکان) شروع می‌کنیم که هر ۳ رقم آن یکسان است. ۳ بار جمع $\square$ برابر است با ۶ یا ۱۶ ولی ۱۶ به ۳ بخش‌پذیر نیست، بنابراین جمع سه تا $\square$ نمی‌تواند برابر ۱۶ باشد، پس

$$\square+\square+\square=۳\times\square=۶\Rightarrow\square=۲$$

حال ستون دوم (دهگان) را حساب می‌کنیم:

$$\square+\triangle+\square=۷\xrightarrow{\square=۲}۲+\triangle+۲=۷\Rightarrow\triangle+۴=۷\Rightarrow\triangle=۳$$

پس حاصل $\square+\triangle$ برابر است با $۳+۲=۵$.

۲۵۴- گزینه‌ی **۴** چون $AB\neq DE$، در نتیجه C نمی‌تواند ۱ باشد. پس C بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است
A نمی‌تواند ۳، ۴ یا ۵ باشد، زیرا D حداقل ۶ می‌شود. پس A یا ۱ است یا ۲. اگر A ، ۲ باشد، C حداقل باید ۳ باشد که در این صورت D حداقل ۶ می‌شود و این غیرممکن است. در نتیجه A ، ۱ است.
هیچ‌کدام از B یا C نمی‌توانند ۵ باشند، زیرا اگر یکی از آن‌ها ۵ باشد، E یا باید صفر باشد یا ۵ که نشدنی است. در نتیجه $D=۵$.
برای این که D ، ۵ باشد، C باید ۴ و $B\times C$ دو رقمی باشد. در نتیجه B برابر با ۳ و E برابر با ۲ است.

۲۵۵- گزینه‌ی ۱ CDCD را می‌توانیم به صورت $CD\times ۱۰۰+CD$ بنویسیم، در نتیجه $CD\times ۱۰۱=CDCD$. پس ABA برابر است با ۱۰۱. بنابراین $A=۱$ و $B=۰$ و $A+B$ برابر است با $۱+۰=۱$.

۲۵۶- گزینه‌ی ۴ ابتدا هزارگان را بررسی می‌کنیم. چون M با S فرق دارد و S برابر ۳ است، M باید ۲ باشد و طبق قانون دهدهی یک واحد به آن اضافه شده باشد. این اتفاق برای A هم می‌افتد و یک واحد به آن اضافه می‌شود و برای این که $A+۱$ باعث انتقال یک واحد به هزارگان شود، A باید ۹ و U صفر باشد.

حال یکان را بررسی می‌کنیم: $O+Y=۳$ یا $O+Y=۱۳$. $O+Y$ نمی‌تواند ۳ باشد. زیرا در این صورت O و Y باید دو رقم متفاوت کوچک‌تر از ۳ باشند، اما چون $U=۰$ و $M=۲$، این حالت اتفاق نمی‌افتد. پس $O+Y=۱۳$.

اکنون ستون دهگان را درنظر می‌گیریم. چون $S=۳$ و طبق قانون دهدهی یک واحد از یکان به آن اضافه می‌شود، نتیجه می‌گیریم:

$$۱+۳+N=۱۲\Rightarrow N=۸$$

در کل ۳ جفت رقم وجود دارد که جمعشان ۱۳ می‌شود: $(۴,۹)$، $(۸,۵)$ و $(۷,۶)$. چون $A=۹$ و $N=۸$، O و Y باید ۶ و ۷ باشند. در نتیجه

$$Y\times O=۶\times ۷=۴۲$$

۲۵۷- گزینه‌ی ۳ از ۲۵۰۰ عدد پنج رقمی که با رقم‌های داده شده می‌توان ساخت، ۹۶ عدد بدون تکرار رقم‌ها هستند:

ی	د	ص	ی‌ه	ده
۸	۸	۸	۸	۸
۲	۲	۲	۲	۲
۶	۶	۶	۶	۶
۷	۷	۷	۷	۷
۰	۰	۰	۰	

④×⑤×⑤×⑤×⑤ = ۲۵۰۰ کل اعداد

ی	د	ص	ی‌ه	ده
①	②	③	④	④

④×④×③×②×① = ۹۶ تعداد ارقام پنج رقمی بدون تکرار ارقام

۲۵۸- گزینه‌ی ۲ تعداد افرادی که قبل از نفر وسط و بعد از او در صف هستند، یکسان است. چون نفر وسط، بیستمین نفر است، نتیجه می‌شود

تعداد نفرات صف $=$ (۲×نفر وسط)-۱

$(۲۰\times ۲)-۱=۳۹$ نفر

۲۵۹- گزینه‌ی ۳ از مجموع دو عدد یکی کم می‌کنیم:

$$(۱۸+۱۷)-۱=۳۴$$

۲۶۰- گزینه‌ی ۱ باید عدد ۲۰۰ را اضافه کند، زیرا به جای ۱۴۶۳، ۱۲۶۳ را به ماشین حساب داده است:

۱④۶۳+ ۳۱۹ = ۱۷۸۲

۱②۶۳+ ۳۱۹ = ۱۵۸۲

+۲۰۰

۲۶۱- گزینه‌ی ۲ مجموع عددهای سود و ضرر را بر اختلاف قیمت‌های فروش تقسیم می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}۲۰۰۰+۲۵۰=۲۲۵۰\\ ۱۰۰۰-۸۵۰=۱۵۰\end{array}\right\}\Rightarrow ۲۲۵۰\div ۱۵۰=۱۵$$

۲۶۲- گزینه‌ی ۳ نصف اختلاف موردنظر باید به او پول بدهد.

$۳۴\div ۲=۱۷$ هزار تومان

۲۶۳- گزینه‌ی ۳ وقتی اوّلی ۱۲۰ تومان بیش‌تر از دومی و دومی ۸۰ تومان بیش‌تر از سومی داشته باشد، می‌توان گفت اوّلی ۲۰۰ تومان بیش‌تر از سومی دارد.

مجموع اختلاف پول سه نفر : $۲۰۰+۸۰=۲۸۰$

مجموع پول سه نفر بدون اختلاف : $۶۴۰-۲۸۰=۳۶۰$

سهم سومی : $۳۶۰\div ۳=۱۲۰$

سهم اوّلی : $۱۲۰+۲۰۰=۳۲۰$

۲۶۴- گزینه‌ی ۱ ۶ دانش‌آموز هر کدام یک مداد و ۵ دانش‌آموز هر کدام ۳ مداد دارند. تعداد مدادهای این ۱۱ دانش‌آموز را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ۵\times ۳=۱۵ \\ ۶\times ۱=۶ \end{cases} \Rightarrow ۱۵+۶=۲۱$$

در کل ۲۹ مداد داریم.

پس تعداد مدادهای باقی‌مانده برابر است با $۲۹-۲۱=۸$

۸ مداد بین بقیه‌ی دانش‌آموزان که هر کدام ۲ مداد دارند، تقسیم می‌شود: $۸\div ۲=۴$ نفر

۲۶۵- گزینه‌ی ۳ ابتدا میانگین ۵ عدد را به‌دست می‌آوریم:

میانگین = تعداد عددها ÷ مجموع عددها

$$۴۰\div ۵=۸$$

$$۸+۲۰=۲۸$$

$$۲۸\times ۵=۱۴۰$$

$$۱۴۰-۲۰=۱۲۰$$

مجموع ۵ عدد جدید $۱۲۰\times ۵=۶۰۰$

۲۶۶- گزینه‌ی ۲ با کمک گرفتن از رابطه‌ی زیر می‌توان مجموع عددهای ۱ تا ۱۰ را راحت‌تر به‌دست آورد:

مجموع عددهای متوالی = ((عدد اوّل + عدد آخر)× تعداد عددها) ÷۲

$$۱+۲+۳+۴+\cdots+۹+۱۰=\big((۱+۱۰)\times ۱۰\big)\div ۲=۵۵$$

۲۶۷- گزینه‌ی ۱ قیمت هر توپ فوتبال را با $\bigcirc$ و قیمت هر لباس فوتبال را با $\triangle$ نشان می‌دهیم. می‌دانیم قیمت یک توپ و یک لباس ۱۰۰ تومان است، پس

$$\triangle+\bigcirc=۱۰۰$$

قیمت دو توپ و سه لباس ۲۶۲ تومان، پس

$$\bigcirc+\bigcirc+\triangle+\triangle+\triangle=۲۶۲ \quad \Rightarrow \quad ۲\times(\bigcirc+\triangle)+\triangle=۲۶۲$$

به جای $\triangle+\bigcirc$، ۱۰۰ قرار می‌دهیم:

$$۲\times(۱۰۰)+\triangle=۲۶۲\Rightarrow ۲۰۰+\triangle=۲۶۲\Rightarrow\triangle=۶۲$$

پس قیمت هر لباس ورزشی ۶۲ تومان است.

$$۶۲+\bigcirc=۱۰۰\Rightarrow\bigcirc=۳۸$$

پس قیمت هر توپ فوتبال ۳۸ تومان است.

۲۶۸- گزینه‌ی ۱ حاصل جمع عددهای فرد دورقمی برابر است با

$$۱۱+۱۳+۱۵+۱۷+۱۹+\cdots+۹۹=\left(\frac{۹۹-۱۱}{۲}+۱\right)\times\left(\frac{۹۹+۱۱}{۲}\right)=۴۵\times ۵۵=۲۴۷۵$$

۲۶۹- گزینه‌ی ۳ **راه‌حلّ اوّل**: مجموع‌های مورد نظر را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\square=(۲+۴+۶+\cdots+۱۰۰) \quad , \quad \bigcirc=(۱+۳+۵+\cdots+۹۹)$$

$$\square-\bigcirc=(۲+۴+۶+\cdots+۱۰۰)-(۱+۳+۵+\cdots+۹۹)=\overbrace{(۲-۱)+(۴-۳)+\cdots+(۱۰۰-۹۹)}^{\text{(۱۰۰÷۲) تا عدد}}=۵۰$$

راه‌حلّ دوم: از فرمول مجموع عددهای متوالی فرد و زوج استفاده می‌کنیم:

$$\left.\begin{aligned} &\text{مجموع عددهای فرد ۱ تا ۱۰۰} : \frac{\cancel{(۱+۹۹)}^{\cancel{۱۰۰}^{۵۰}}\times ۵۰}{\cancel{۲}_{۱}}=۲۵۰۰ \\ &\text{مجموع عددهای زوج ۱ تا ۱۰۰} : \frac{\cancel{(۲+۱۰۰)}^{\cancel{۱۰۲}^{۵۱}}\times ۵۰}{\cancel{۲}_{۱}}=۲۵۵۰ \end{aligned}\right\}\Rightarrow ۲۵۵۰-۲۵۰۰=۵۰$$

۲۷۰- گزینه‌ی ۲ مجموع عددهای زوج ۲۶ تا ۱۰۰برابر است با

$$\frac{(۲۶+۱۰۰)\times۳۸}{۲}=\frac{۱۲۶\times۳۸}{۲}=۲۳۹۴$$

۲۷۱- گزینه‌ی ۳ ساعت در هر ساعت از شبانه‌روز به تعداد همان ساعت زنگ می‌زند، (یعنی ساعت ۱، یک زنگ، ... و ساعت ۲۰ نیز بیست زنگ). پس برای این‌که بفهمیم ساعت از ۱ بامداد تا ۸ شب چندبار زنگ می‌زند، مجموع عددهای ۱ تا ۲۰ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{(۱+۲۰)\times۲۰}{۲}=۲۱۰$$

۲۷۲- گزینه‌ی ۱ ابتدا عدد وسط را به‌دست می‌آوریم:

عدد وسطی $۳۹۵۰۰\div۵=۷۹۰۰$

$$۷۸۹۸\quad ۷۸۹۹\quad \overset{\text{عدد وسطی}}{۷۹۰۰}\quad \underset{\substack{\downarrow\\ \text{عدد ما قبل آخر}}}{۷۹۰۱}\quad ۷۹۰۲$$

۲۷۳- گزینه‌ی ۱ اگر ۱۸۴۰ را بر ۴ تقسیم کنیم، عدد وسط دو عدد وسط این چهار عدد به‌دست می‌آید:

$۱۸۴۰\div۴=۴۶۰$

$$\boxed{۴۵۷}+\boxed{۴۵۹}\overset{\overset{\text{عدد وسطی}}{۴۶۰}}{+}\boxed{۴۶۱}+\boxed{۴۶۳}=۱۸۴۰$$

پس ثلث عدد دوم برابر است با

$۴۵۹\div۳=۱۵۳$

۲۷۴- گزینه‌ی ۳ شماره‌ی ۹ صفحه یک رقمی و شماره‌ی ۹۰ صفحه دو رقمی است.

تعداد رقم‌های صفحه‌های یک رقمی و دو رقمی: $\left\{\begin{array}{l}\text{صفحه}\ ۹\times۱=۹\\ \text{صفحه}\ ۹۰\times۲=۱۸۰\end{array}\right.\Rightarrow۱۸۰+۹=۱۸۹$

تعداد رقم‌های صفحه‌های سه رقمی : $۲۴۹-۱۸۹=۶۰$

تعداد صفحه‌های سه رقمی : $۶۰\div۳=۲۰$

تعداد صفحه‌های کتاب برابر است با

$$\underset{\substack{\downarrow\\ \text{صفحه‌های}\\ \text{سه رقمی}}}{۲۰}+\overset{\substack{\text{صفحه‌های دو رقمی}\\ \uparrow}}{۹۰}+\underset{\substack{\downarrow\\ \text{صفحه‌های}\\ \text{یک رقمی}}}{۹}=۱۱۹$$

۲۷۵- گزینه‌ی ۱ **راه‌حلّ اوّل:** از این ۱۷۲۵ رقم، ۹ رقم برای صفحه‌های یک رقمی، ۱۸۰ رقم برای ۹۰ صفحه‌ی دو رقمی و ۱۵۳۶ رقم برای ۵۱۲ صفحه‌ی سه رقمی به کار می‌رود:

$۱۷۲۵-۹=۱۷۱۶$ ، $۱۷۱۶-۱۸۰=۱۵۳۶$

$۱۵۳۶\div۳=۵۱۲$

تعداد صفحه‌های کتاب برابر است با

$$\overset{\text{صفحه‌های یک رقمی}}{۹}+\underset{\text{صفحه‌های دو رقمی}}{۹۰}+\overset{\text{صفحه‌های سه رقمی}}{۵۱۲}=۶۱۱$$

راه‌حلّ دوم: از فرمول زیر نیز می‌توان تعداد صفحه‌های کتاب را به‌دست آورد:

تعداد صفحه‌ها $=(\text{تعداد رقم‌ها}+۱۰۸)\div۳$

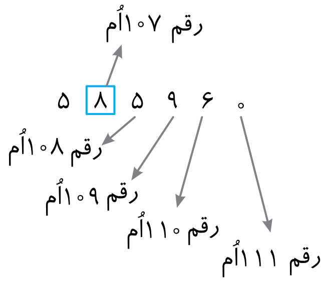
$(۱۷۲۵+۱۰۸)\div۳=۶۱۱$

۲۷۶- گزینه‌ی ۱ تعداد عددهای ده رقمی ۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰ و تعداد عددهای نه رقمی ۹۰۰۰۰۰۰۰۰ است. بنابراین

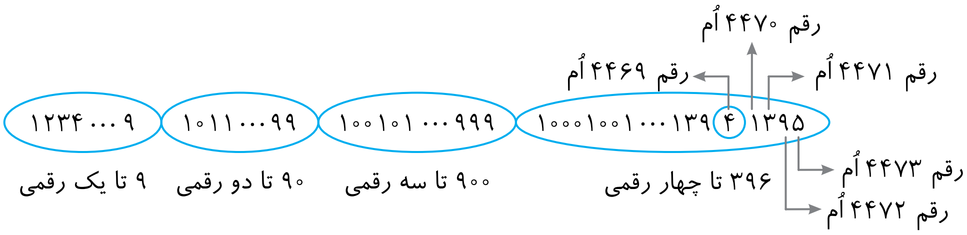
$$\begin{array}{r} ۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰ \\ -\quad ۹۰۰۰۰۰۰۰۰ \\ \hline ۸۱۰۰۰۰۰۰۰۰ \end{array}$$

۲۷۷- گزینه‌ی ۴ در ...۱۲۳۴۵۶، ۹ عدد یک رقمی و ۵۱ عدد دو رقمی وجود دارد، بنابراین

کل رقم‌ها $\begin{cases} ۹\times۱=۹ \\ ۵۱\times۲=۱۰۲ \end{cases} \Rightarrow ۱۰۲+۹=۱۱۱$

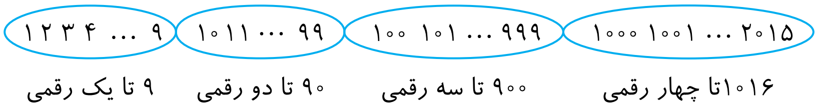


۲۷۸- گزینه‌ی ۳ از ۱ تا ۱۳۹۵، ۴۴۷۳ رقم داریم که رقم ۴۴۶۹ آن، عدد چهار است:



$$\begin{array}{rl} ۹\times۱ = & ۹ \\ ۹۰\times۲ = & ۱۸۰ \\ ۹۰۰\times۳ = & ۲۷۰۰ \\ ۳۹۶\times۴ = & ۱۵۸۴ \\ & + \\ \hline & ۴۴۷۳ \text{ رقم} \end{array}$$

۲۷۹- گزینه‌ی ۱ **راه‌حلّ اوّل:**

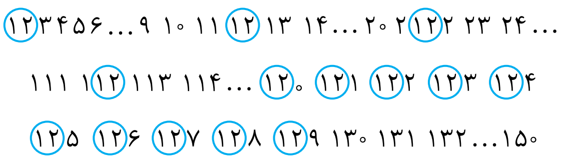


$$\begin{array}{rl} ۹\times۱ = & ۹ \\ ۹۰\times۲ = & ۱۸۰ \\ ۹۰۰\times۳ = & ۲۷۰۰ \\ ۱۰۱۶\times۴ = & ۴۰۶۴ \\ & + \\ \hline & ۶۹۵۳ \text{ رقم} \end{array}$$

راه‌حلّ دوم: همه‌ی این ۲۰۱۵ عدد را چهار رقمی فرض می‌کنیم، سپس ۱۱۰۷ رقم اضافه شده را کم می‌کنیم:

$۲۰۱۵\times۴=۸۰۶۰ \quad , \quad ۸۰۶۰-۱۱۰۷=۶۹۵۳$

۲۸۰- گزینه‌ی ۱

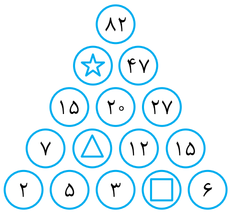


یک بار از ۱ تا ۹
یک بار از ۱۰ تا ۲۰
یک بار از ۲۰ تا ۳۰
یک بار از ۱۱۰ تا ۱۱۹
ده بار از ۱۲۰ تا ۱۲۹
} ۱۴ بار

۲۸۱- گزینه‌ی ۴ کوچک‌ترین عدد بزرگ‌تر از ۵۶۷۱۲۰ که تمام رقم‌هایش مانند هم باشد ۶۶۶۶۶۶ است. بنابراین

$$\begin{array}{r} ۶۶۶۶۶۶ \\ -\ ۵۶۷۱۲۰ \\ \hline ۹۹۵۴۶ \end{array}$$

۲۸۲- گزینه‌ی ۲ از دو ردیف پایین شروع می‌کنیم و با توجّه به این نکته که مجموع دو دایره‌ی پایینی دایره‌ی بالایی را می‌سازد، عدد داخل دایره‌ها را می‌یابیم.



□ +۶=۱۵ ⇒ □=۹

△=۳+۵=۸

☆ =۱۵+۲۰=۳۵

⇒ ☆+△+□ =۳۵+۸+۹=۵۲

۲۸۳- گزینه‌ی ۱ هر لوله را با ۵ برش می‌توان به قطعات ۱ متری تبدیل کرد. پس با ۱۵ برش می‌توان سه لوله را به قطعات ۱ متری تبدیل کرد:

برش ۶−۱=۵ ، قطعه ۶÷۱=۶

۳×۵=۱۵

۲۸۴- گزینه‌ی ۴ از هر قواره‌ی ۱۵ متری، ۵ قواره‌ی ۳ متری می‌توان برید:

تعداد قسمت‌ها ۱۵÷۳=۵

تعداد برش‌های هر قواره‌ی ۱۵ متری ۵−۱=۴ ⇐ تعداد برش‌ها =۱− تعداد قسمت‌ها

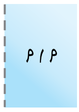
تعداد کل برش‌ها ۴×۴=۱۶

۲۸۵- گزینه‌ی ۱ تصویر عدد ۸۷۱۰۸ در آینه ۸۰۱۷۸ است، بنابراین

$$\begin{array}{r} ۸۷۱۰۸ \\ -\ ۸۰۱۷۸ \\ \hline ۶۹۳۰ \end{array}$$

۲۸۶- گزینه‌ی ۳ تصویر رقم‌های ۸، ۷، ۵، ۱ و ۰ در آینه تغییر نمی‌کند. بنابراین تصویر ۹۱۹ در آینه متفاوت است:

۹۱۹



۲۸۷- گزینه‌ی ۳ **راه‌حلّ اوّل**: با انتخاب گزینه‌ی (۳) خواهیم داشت:

$$(\overset{۲}{\cancel{۱۰}}-۸)+(\overset{۲}{\cancel{۱۰}}-۸)+(\overset{۲}{\cancel{۱۰}}-۸)+(\overset{۲}{\cancel{۱۰}}-۸)+(\overset{۲}{\cancel{۱۰}}-۸)=۱۰$$

راه‌حلّ دوم: چون شرایط برای هر پنج حیوان یکسان است، حاصل‌جمع حیوانات باید مضربی از ۱۰ باشد. بنابراین

۵×۲=۱۰ ، ۱۰−۸=۲

۲۸۸- گزینه‌ی ۳ با توجه به گفته‌ی پدرام، تعداد صندلی‌ها باید بر ۱۹ بخش‌پذیر باشد. در بین گزینه‌ها، فقط ۹۵ بر ۱۹ بخش‌پذیر است.

۹۵÷۱۹=۵

۲۸۹- گزینه‌ی ۲ اگر در تقسیمی، مقسوم و مقسوم‌علیه هر دو بر عددی بخش‌پذیر باشند، باقی‌مانده هم بر آن عدد بخش‌پذیر است. پس گزینه‌ی (۲)درست است. برای رد سایر گزینه‌ها مثال زیر را در نظر می‌گیریم. عدد ۳۳ را بر ۶ تقسیم می‌کنیم (چون هر دو بر ۳ بخش‌پذیرند):

$$\begin{array}{r|l} ۳۳ & ۶ \\ \cline{2-2} -۳۰ & ۵ \\ \cline{1-1} ۳ & \end{array}$$

۲۹۰- گزینه‌ی **۴** با بررسی گزینه‌ها مشخّص می‌شود که گزینه‌ی (۴) درست است. زیرا:

۸۵+۷۴=۱۵۹

$$\begin{array}{r|l} ۱۵۹ & ۳ \\ \cline{2-2} -۱۵ & ۵۳ \\ \cline{1-1} ۹ & \\ -\ ۹ & \\ \cline{1-1} ۰ & \end{array}$$

۲۹۱- گزینه‌ی **۳** گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) نادرست هستند. برای هر کدام یک مثال می‌زنیم:

گزینه‌ی (۱) : ۵+۷+۱۱=۲۳ ‏ ۲۳ بر ۳ بخش‌پذیر نیست.

گزینه‌ی (۲) : ۴+۶=۱۰ ‏ ۱۰ بر ۴ بخش‌پذیر نیست.

گزینه‌ی (۴) : ۷−۴=۳ ‏ ۳ بر ۲ بخش‌پذیر نیست.

حاصل‌جمع دو عدد زوج، عددی زوج است. حاصل‌جمع چهار عدد فرد هم عددی زوج است. پس مجموع دو عدد زوج و چهار عدد فرد بر ۲ بخش‌پذیر است.

۲۹۲- گزینه‌ی **۴** عددهایی بر ۳ بخش‌پذیرند که مجموع ارقام آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر است. همچنین از هر سه عدد متوالی، یکی بر ۳ بخش‌پذیر است.

$$۱۰۱\ ,\ \underbrace{\textcircled{۱۰۲},\ ۱۰۳\ ,\ ۱۰۴}\ ,\ \underbrace{\textcircled{۱۰۵},\ ۱۰۶\ ,\ ۱۰۷}\ ,\ \underbrace{\textcircled{۱۰۸},\ ۱۰۹\ ,\ ۱۱۰}\ ,\ \underbrace{\textcircled{۱۱۱},\ ۱۱۲\ ,\ ۱۱۳}\ ,\ \underbrace{\textcircled{۱۱۴},\ ۱۱۵\ ,\ ۱۱۶}$$

۲۹۳- گزینه‌ی **۴** عددهایی بر ۵ بخش‌پذیرند که یکان آن‌ها صفر و یا ۵ باشد. حال کل عددهای ممکن را می‌نویسیم:

یکان صفر باشد	یکان ۵ باشد
۵۴۱۰	۱۴۰۵
۵۱۴۰	۱۰۴۵
۴۵۱۰	۴۱۰۵
۴۱۵۰	۴۰۱۵
۱۴۵۰	۰۱۴۵
۱۵۴۰	۰۴۱۵
۶ عدد	۶ عدد

در کل ۱۲ عدد موجود است که بر ۵ بخش‌پذیرند.

۲۹۴- گزینه‌ی **۲** برای بخش‌پذیری بر ۵، رقم یکان باید صفر یا ۵ باشد.

$$\left.\begin{array}{l} ۲۵,\ ۴۵,\ ۷۵ \\ ۲۰,\ ۴۰,\ ۷۰,\ ۵۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{۷ عدد}$$

۲۹۵- گزینه‌ی **۴** عددهایی بر ۵ بخش‌پذیرند که یکان آن‌ها صفر یا ۵ باشد. با توجه به برابری یکان و صدگان، عدد صفر را نمی‌توان به جای یکان قرار داد چون عددی دو رقمی می‌شود: $\boxed{۰}\boxed{۹}\boxed{۰}$. پس یکان حتماً ۵ و صدگان نیز ۵ است. $\boxed{۵}\boxed{?}\boxed{۵}$

به جای علامت $(?)$ همه‌ی ارقام ۰، ۱، ۲، ... و ۹ که ۱۰ تا هستند می‌توان قرار داد. پس ۱۰ عدد با شرایط مسئله وجود دارد.

۲۹۶- گزینه‌ی **۴** عددهایی بر ۹ بخش‌پذیرند که مجموع ارقام آن‌ها بر ۹ بخش‌پذیر است. بنابراین اگر جای هر مربع عدد ۷ را قرار دهیم، مجموع ارقام عدد ۲۷ می‌شود که بر ۹ بخش‌پذیر است.

$۴\boxed{۷}\boxed{۷}\boxed{۷}۲$

۲۹۷- گزینه‌ی **۴** عدد ۱۴۷ بر عدد ۳ بخش‌پذیر است. چون ۱+۴+۷=۱۲ و ۱۲ بر ۳ بخش‌پذیر است.

عدد ۱۵۸ بر عدد ۲ بخش‌پذیر است، چون زوج است.

عدد ۱۵۳ بر عدد ۹ بخش‌پذیر است، چون ۱+۵+۳=۹ و ۹ بر ۹ بخش‌پذیر است.

عدد ۱۵۷ فقط بر ۱ و ۱۵۷ بخش‌پذیر است.

۲۹۸- گزینه‌ی **۳** عدد ۲۱۶ هم بر ۶ و هم بر مجموع ارقامش (یعنی ۹) بخش‌پذیر است.

عدد ۲۱۵ بر ۵ بخش‌پذیر است ولی بر مجموع ارقامش بخش‌پذیر نیست.

عدد ۲۱۷ بر ۷ بخش‌پذیر است ولی بر مجموع ارقامش بخش‌پذیر نیست.

عدد ۱۴۳ بر ۳ و مجموع ارقامش بخش‌پذیر نیست.

۲۹۹- گزینه‌ی **۲** از تعداد کل عددهای بخش‌پذیر بر ۴ که کم‌تر از ۱۱۱ هستند، تعداد عددهای بخش‌پذیر بر ۴ را که کم‌تر از ۱۱ هستند کم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} ۱۱۱ & ۴ \\ \cline{2-2} -\ ۸ & ۲۷ \\ \cline{1-1} ۳۱ & \\ -\ ۲۸ & \\ \cline{1-1} ۳ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۱۱ & ۴ \\ \cline{2-2} -\ ۸ & ۲ \\ \cline{1-1} ۳ & \end{array}$$

$$۲۷-۲=۲۵$$

۳۰۰- گزینه‌ی **۴** عددهایی بر ۶ بخش‌پذیرند که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیر باشند. پس □ باید عددی زوج باشد یعنی

□ = ۰ یا ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸

و حاصل‌جمع □+□+□+□+۵ باید بر ۳ بخش‌پذیر باشد:

$\square=۲\Rightarrow ۵+۲+۲+۲+۲=۱۳$ ✗ $\square=۰\Rightarrow ۵+۰+۰+۰+۰=۵$ ✗

$\square=۶\Rightarrow ۵+۶+۶+۶+۶=۲۹$ ✗ $\square=۴\Rightarrow ۵+۴+۴+۴+۴=۲۱$ ✓

$\square=۸\Rightarrow ۵+۸+۸+۸+۸=۳۷$ ✗

پس یک انتخاب برای □ وجود دارد.

۳۰۱- گزینه‌ی **۳** عدد سه رقمی ۵○۹ بر ۹ بخش‌پذیر است، پس مجموع رقم‌های آن باید بر ۹ بخش‌پذیر باشد. از طرفی ۱۴=۹+۵، بنابراین مجموع رقم‌های ۵○۹ باید برابر ۱۸ شود:

$$۵+\bigcirc+۹=۱۸\Rightarrow\bigcirc=۴$$

$$\left.\begin{array}{r} ۲\square۳ \\ +۳۲۶ \\ \hline ۵۴۹ \end{array}\right\}\Rightarrow \square+۲=۴\Rightarrow\square=۲$$

$$\bigcirc+\square=۴+۲=۶$$

۳۰۲- گزینه‌ی **۱** عددهایی که بر ۲ و ۳ بخش‌پذیر باشند، بر ۶ نیز بخش‌پذیرند. بنابراین کافی است بین ۶۰ و ۹۰ عددهایی را که بر ۶ بخش‌پذیرند، مشخّص کنیم:

$$۶۰,\boxed{۶۶,۷۲,۷۸,۸۴},۹۰$$

۳۰۳- گزینه‌ی **۴** در عدد ۲۱۳۵۷۸ سه رقم سمت راست بر ۸ بخش‌پذیر نیست، بنابراین خود عدد هم بر ۸ بخش‌پذیر نیست.

$$۲۱۳\boxed{۵۷۸}\ \big|\ \underline{۸}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{r|l} ۵۷۸ & ۸ \\ \cline{2-2} -۵۶ & ۷۲ \\ \hline ۱۸ & \\ -۱۶ & \\ \cline{1-1} ۲ & \end{array}$$

۳۰۴- گزینه‌ی **۴** چون عدد اوّلیه را در دو ضرب می‌کنیم، اوّلین عددی که روی کاغذ می‌نویسیم حتماً بر ۲ بخش‌پذیر است. در نتیجه باقی عددها نیز بر ۲ بخش‌پذیرند. اما گزینه‌ی (۴) عددی فرد است و نمی‌تواند یکی از عددهای نوشته شده روی کاغذ باشد.

۳۰۵- گزینه‌ی **۱** عددی که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش‌پذیر باشد، بر ۱۵ بخش‌پذیر است. پس $\boxed{}$ می‌تواند صفر یا ۵ باشد. اما عدد باید بر ۳ هم بخش‌پذیر شود:

$\boxed{}=۰\Rightarrow ۴۸۳۳۰\Rightarrow ۴+۸+۳+۳+۰=۱۸\longrightarrow$ بر ۳ بخش‌پذیر است.

$\boxed{}=۵\Rightarrow ۴۸۳۳۵\Rightarrow ۴+۸+۳+۳+۵=۲۳\longrightarrow$ بر ۳ بخش‌پذیر نیست.

بنابراین $\boxed{}=۵$ قابل قبول نیست.

۳۰۶- گزینه‌ی ۱ از بین دو عدد متوالی حتماً یکی زوج و دیگری فرد است. حاصل‌ضرب عدد زوج در هر عددی زوج است. پس حاصل‌ضرب دو عدد متوالی همیشه زوج و بر ۲ بخش‌پذیر است.

$$\underbrace{۱\qquad۲}_{۱\times۲=۲}\qquad\underbrace{۳\qquad۴}_{۳\times۴=۱۲}\qquad۵\qquad\underbrace{۶\qquad۷}_{۶\times۷=۴۲}$$

۳۰۷- گزینه‌ی ۲ عدد ۹۰۰۹ بر ۵ بخش‌پذیر نیست.

عدد ۱۱۵۵ بر ۹ بخش‌پذیر نیست.

عدد ۴۸۱۵ بر ۵ بخش‌پذیر بوده و مجموع ارقام آن برابر ۱۸ است.

عدد ۹۰۰۰ بر ۵ بخش‌پذیر بوده و مجموع ارقام آن برابر ۹ است.

پس دو عدد هم بر ۹ و هم بر ۵ بخش‌پذیرند.

۳۰۸- گزینه‌ی ۲ چون یکان عدد، زوج است، کافی است عدد بر ۹ نیز بخش‌پذیر باشد. فقط مقادیر گزینه‌ی(۲) این خاصیت را دارند:

$$\underbrace{۹\ ③\ \boxed{۱}\ ③\ ۲}_{\text{مجموع ارقام ۱۸ می‌شود.}}$$

۳۰۹- گزینه‌ی ۲ عددی که بر ۷ بخش‌پذیر باشد اما بر ۲۱ بخش‌پذیر نباشد، بر ۳ بخش‌پذیر نیست. زیرا عددهایی بر ۲۱ بخش‌پذیرند که هم بر ۳ و هم بر ۷ بخش‌پذیر باشند.

۳۱۰- گزینه‌ی ۳ چون ۱۲ زوج است، تمام مضارب آن بایستی زوج باشند. پس گزینه‌های (۲) و (۴) نمی‌توانند پاسخ باشند.

حال مضارب ۱۲ را می‌نویسیم: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ۴۸, ۶۰, ۷۲, ...

می‌بینیم عدد دو رقمی با دهگان ۵ وجود ندارد که مضرب ۱۲ باشد. پس فقط گزینه‌ی (۳) می‌تواند مضربی از ۱۲ باشد:

$$\square=۶\Rightarrow۳۶=۳\times۱۲$$

۳۱۱- گزینه‌ی ۴ اگر رقم ۲ را داخل ☐ قرار دهیم، دو رقم سمت راست بر ۴ بخش‌پذیر است و مجموع ارقام عدد نیز بر ۳ بخش‌پذیر است:

$$۳۱۲۱\boxed{۲}$$

پس عدد حاصل بر ۱۲ بخش‌پذیر می‌شود (عددی بر ۱۲ بخش‌پذیر است که بر ۳ و ۴ بخش‌پذیر باشد).

۳۱۲- گزینه‌ی ۴ همه‌ی عددهایی که بر ۳۶ بخش‌پذیرند باید بر ۴ و ۹ نیز بخش‌پذیر باشند. (دقت کنید همه‌ی عددهایی که بر ۱۲ و ۳ بخش‌پذیرند، بر ۳۶ بخش‌پذیر نیستند. مثلاً ۲۴ بر ۱۲ و ۳ بخش‌پذیر است اما بر ۳۶ بخش‌پذیر نیست.) پس مجموع ارقام عدد $\boxed{۶}\boxed{}\boxed{۴}\boxed{}$ باید ۱۸ یا ۲۷ باشد. اگر ◯ مجموع دو رقم نامعلوم باشد، آن‌گاه $\bigcirc=۱۸-۱۰=۸$ یا $\bigcirc=۲۷-۱۰=۱۷$. برای بخش‌پذیری بر ۴ نیز باید دو رقم سمت راست یعنی عدد $\boxed{۴}\boxed{}$ بر ۴ بخش‌پذیر باشد. پس عددها را بدین شکل می‌نویسیم:

$$\boxed{۶}\boxed{۸}\boxed{۴}\boxed{۰},\ \boxed{۶}\boxed{۴}\boxed{۴}\boxed{۴},\ \boxed{۶}\boxed{۰}\boxed{۴}\boxed{۸},\ \boxed{۶}\boxed{۹}\boxed{۴}\boxed{۸}$$

۳۱۳- گزینه‌ی ۳ عددی بر ۷۲ بخش‌پذیر است که هم بر ۸ و هم بر ۹ بخش‌پذیر باشد. برای این که عدد a۹۸۶b بر ۸ بخش‌پذیر باشد، باید ۳ رقم سمت راست یعنی ۸۶b بر ۸ بخش‌پذیر باشد. در نتیجه b باید ۴ باشد. عددی بر ۹ بخش‌پذیر است که مجموع ارقامش بر ۹ بخش‌پذیر باشد:

a۹۸۶b مجموع ارقام $=a+۹+۸+۶+۴=۲۷+a$

که a باید یا صفر یا ۹ باشد، ولی چون a رقم سمت چپ است، نمی‌تواند صفر باشد، پس $a=۹$. در نتیجه:

$$a+b=۹+۴=۱۳$$

۳۱۴- گزینه‌ی ۳ عدد ۲۱۰۲۱۷ بر هیچ‌یک از عددهای ۲، ۳، ۵، ۶، ۹ و ۱۰ بخش‌پذیر نیست، ولی:

عدد ۶۲۳۴۵۰ بر ۱۰ بخش‌پذیر است.

عدد ۱۰۷۳۰۵ بر ۵ بخش‌پذیر است.

عدد ۹۷۱۰۲۸ بر ۳ و ۹ بخش‌پذیر است.

۳۱۵- گزینه‌ی ۳ گزینه‌ی (۱) نادرست است. عدد ۱۲ بر ۴ و ۶ بخش‌پذیر است، اما بر ۲۴ بخش‌پذیر نیست.

گزینه‌ی (۲) نادرست است. عدد ۱۲ بر ۲ و ۱۲ بخش‌پذیر است، اما بر ۲۴ بخش‌پذیر نیست.

اگر عددی هم بر ☐ و هم بر ◯ بخش‌پذیر باشد، وقتی بر حاصل‌ضربشان $(\square\times\bigcirc)$ بخش‌پذیر است که کسر $\frac{\square}{\bigcirc}$ ساده‌نشدنی باشد.

پس گزینه‌ی (۳) درست است.

۳۱۶- گزینه‌ی ۲ کوچک‌ترین عدد نُه رقمی عدد ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ است. برای بخش‌پذیر شدن بر ۹، به جای یکان صفر، عدد ۸ را قرار می‌دهیم: «۱۰۰۰۰۰۰۰۸». این عدد بر ۲ و ۳ بخش‌پذیر است، اما بر ۵ و ۱۰ بخش‌پذیر نیست.

۳۱۷- گزینه‌ی ۴ عددی که بر ۲ و ۹ بخش‌پذیر باشد، بر ۱۸ هم بخش‌پذیر است. پس فقط کافی است که به عدد ۳۳۰۸۲۲، ۱۸ تا اضافه کنیم. (چون ۱۸ بر ۲، ۳، ۶ و ۹ بخش‌پذیر است) یعنی $۳۳۰۸۲۲+۱۸=۳۳۰۸۴۰$

۳۱۸- گزینه‌ی ۳ یکان عدد ۱۴۰۸۵۰ صفر است، بنابراین بر ۲، ۵ و ۱۰ بخش‌پذیر است. چون مجموع ارقام عدد برابر ۱۸ است، بر ۳ و ۹ نیز بخش‌پذیر است.

۳۱۹- گزینه‌ی ۳ یکان عدد ۴۵۰ صفر است، پس بر ۲، ۵ و ۱۰ بخش‌پذیر است و چون مجموع ارقامش برابر ۹ است، بر ۳ و ۹ بخش‌پذیر است. این عدد هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیر است، پس بر ۶ نیز بخش‌پذیر است.

۳۲۰- گزینه‌ی ۲ کوچک‌ترین عدد سه رقمی ۱۰۰ است که بر ۳ بخش‌پذیر نیست.

کوچک‌ترین عدد سه رقمی که بر ۳ بخش‌پذیر است برابر ۱۰۲ است: $۱۰۰, ۱۰۱, \boxed{۱۰۲}$

بزرگ‌ترین عدد سه رقمی ۹۹۹ است که بر ۹ بخش‌پذیر است.

بزرگ‌ترین عدد سه رقمی که بر ۳ بخش‌پذیر است اما بر ۹ بخش‌پذیر نیست برابر ۹۹۶ است: $۹۹۹, ۹۹۸, ۹۹۷, \boxed{۹۹۶}$

اختلاف این دو عدد برابر است با $۹۹۶-۱۰۲=۸۹۴$

۳۲۱- گزینه‌ی ۱ عددی که بر ۱۸ بخش‌پذیر است، بر ۲ و ۹ هم بخش‌پذیر است. پس به جای * فقط می‌توان رقم ۷ را قرار داد.

$$۳*۸ \Rightarrow \overset{۱۱}{\cancel{(۳+۸)}}+*=۱۸ \Rightarrow ۱۸-۱۱=۷ \Rightarrow \boxed{*=۷}$$

①①

$$\begin{array}{r} ۲۶۹ \\ +۳۷۸ \\ \hline ۶۴۷ \end{array}$$

$$\triangle\ \square\ \bigcirc = \underline{۶}۴\underline{۷} \Rightarrow \bigcirc - \triangle = ۷-۶=۱$$

۳۲۲- گزینه‌ی ۳ عددهایی را که بر ۹ بخش‌پذیرند و بین ۵۰ و ۹۵ هستند می‌نویسیم:

$$\underbrace{۵۴}, ۶۳, \underbrace{۷۲}, ۸۱, \underbrace{۹۰}$$

بر ۲ و ۹ بخش‌پذیرند.

۳۲۳- گزینه‌ی ۲ از آن‌جایی که رقم یکان همه‌ی گزینه‌ها صفر است، همه‌ی عددها بر ۵ بخش‌پذیرند. حال اگر رقم دهگان زوج باشد، عدد بر ۴ نیز بخش‌پذیر است که گزینه‌های (۱) و (۲) این ویژگی را دارند و از میان این دو گزینه، گزینه‌ی (۲) بر ۳ نیز بخش‌پذیر است، چون مجموع ارقامش بر ۳ بخش‌پذیر است.

۳۲۴- گزینه‌ی ۳ کوچک‌ترین عددی که بر سه عدد ۱۰، ۱۵ و ۲۰ بخش‌پذیر است، عدد ۶۰ است. عددهای دیگری که بر سه عدد ۱۰، ۱۵ و ۲۰ بخش‌پذیر هستند، حتماً بر ۶۰ نیز بخش‌پذیر خواهند بود و بزرگ‌ترین عدد سه رقمی بخش‌پذیر بر ۶۰، عدد ۹۶۰ است.

۳۲۵- گزینه‌ی ۲ از دو عدد متوالی حتماً یکی بر ۲ بخش‌پذیر است. از سه عدد متوالی حتماً یکی بر ۳ بخش‌پذیر است. پس حاصل‌ضرب سه عدد متوالی حتماً بر ۶ بخش‌پذیر است.

$\boxed{۶}, ۷, \underline{\underline{۸}}$ $\underline{\underline{۴}}, ۵, \boxed{۶}$ $۱۱, \underline{\underline{\boxed{۱۲}}}, ۱۳$ $۱۰۱, \underline{\underline{\boxed{۱۰۲}}}, ۱۰۳$

۳۲۶- گزینه‌ی ۴ در این سؤال پاسخ‌های نامطلوب را از گزینه‌ها حذف می‌کنیم. عدد مورد نظر باید بر ۳ ، ۴ و ۱۱ بخش‌پذیر باشد.

۳۰۰۳ بر ۴ بخش‌پذیر نیست.

۱۳۸۸ بر ۳ و ۱۱ بخش‌پذیر نیست.

۲۱۲۲ بر ۳ ، ۴ و ۱۱ بخش‌پذیر نیست.

۲۱۱۲ بر ۳ ، ۴ و ۱۱ بخش‌پذیر است.

۳۲۷- گزینه‌ی ۳ وقتی عددی در تقسیم بر ۷ باقی‌مانده ندارد، یعنی بر ۷ بخش‌پذیر است.

گزینه‌ی (۱) : $(۹۹۹-(۹\times۲))=۹۸۱$ ×

گزینه‌ی (۲) : $(۹۹۹۹-(۹\times۲))=۹۹۸۱$ ×

گزینه‌ی (۳) : $(۹۹۹۹۹-(۹\times۲))=۹۹۹۸۱$ ✓

پس گزینه‌ی (۳) بر ۷ بخش‌پذیر است و دیگر نیازی به بررسی گزینه‌ی (۴) نیست.

۳۲۸- گزینه‌ی ۴ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۳) ⇒ ۷۰۰÷۲۵=۲۸ , گزینه‌ی (۲) ⇒ ۶۲۵÷۲۵=۲۵ , گزینه‌ی (۱) ⇒ ۶۰۰÷۲۵=۲۴

باقی‌مانده‌ی ۹۲۰ بر ۵ صفر نیست، پس بر ۲۵ بخش‌پذیر نیست.

گزینه‌ی (۴) ⇒ ۹۲۰ | ۲۵
−۷۵ ۳۶
۱۷۰
−۱۵۰
۲۰

۳۲۹- گزینه‌ی ۲ عددهای ۱۲۳۱۲۳، ۱۲۳۴۵۶۷۸۹، ۳۶۶۳ و ۱۲۷۷۱ بر ۳ بخش‌پذیر هستند (جمع رقم‌هایشان بر ۳ بخش‌پذیر است).

بخش‌پذیری عددهای دیگر را بر ۱۱ بررسی می‌کنیم:

۱۰۰۱→۱−۰+۰−۱=۰⇒ ۱۰۰۱ بر ۱۱ بخش‌پذیر است

۵۴۹۰۱→۱−۰+۹−۴+۵=۱۱⇒ ۵۴۹۰۱ بر ۱۱ بخش‌پذیر است

۱۱۷۷۸۸۹۹→۹−۹+۸−۸+۷−۷+۱−۱=۰⇒ ۱۱۷۷۸۸۹۹ بر ۱۱ بخش‌پذیر است

۱۱۱۰۱۰۰۰۱→۱−۰+۰−۰+۱−۰+۱−۱+۱=۳⇒ ۱۱۱۰۱۰۰۰۱ بر ۱۱ بخش‌پذیر نیست

۳۳۰- گزینه‌ی ۳ **راه‌حلّ اوّل**: کوچک‌ترین عدد سه رقمی بخش‌پذیر بر ۱۳ برابر است با: ۱۳×۸=۱۰۴

بزرگ‌ترین عدد سه رقمی بخش‌پذیر بر ۱۳ برابر است با: ۱۳×۷۶=۹۸۸

بنابراین اگر عددهای ۸ تا ۷۶ را در ۱۳ ضرب کنیم، همگی سه رقمی هستند و بر ۱۳ بخش‌پذیرند و تعداد آن‌ها برابر است با

۷۶−۸+۱=۶۹

راه‌حلّ دوم: در تقسیم ۹۹۹ بر ۱۳، خارج‌قسمت ۷۶ است، یعنی ۷۶ مضرب ۱۳ کوچک‌تر از ۹۹۹ هستند.
همچنین در تقسیم ۹۹ بر ۱۳ خارج‌قسمت ۷ است، یعنی ۷ مضرب ۱۳ کوچک‌تر از ۹۹ هستند. پس ۶۹=۷−۷۶ مضرب ۱۳ سه رقمی هستند.

۳۳۱- گزینه‌ی ۱ در بزرگ‌ترین حالت رقم نامعلوم ۸ و در کوچک‌ترین حالت صفر است. چون رقم دهگان تغییر می‌کند، جواب سؤال برابر ۱۰×(۸−۰)=۸۰ است.

۳۳۲- گزینه‌ی ۴ اگر دو عدد بخش‌پذیر بر ۳ را با هم جمع یا از هم کم کنیم، عدد حاصل نیز بر ۳ بخش‌پذیر می‌شود.

عدد ۱۳۸۰ بر ۳ بخش‌پذیر است، چون: ۱+۳+۸+۰=۱۲

عدد ۱۳۸۳ بر ۳ بخش‌پذیر است، چون: ۱+۳+۸+۳=۱۵

حاصل‌ضرب ۱۳۸۳×۱۳۸۱ بر ۳ بخش‌پذیر است، چون ۱۳۸۳ بر ۳ بخش‌پذیر است.

$$\overbrace{\underbrace{۱۳۸۳ \times ۱۳۸۱}_{\text{بخش‌پذیر بر ۳}} \quad - \quad \underbrace{۱۳۸۰}_{\text{بخش‌پذیر بر ۳}}}^{\text{بخش‌پذیر بر ۳}}$$

۳۳۳- گزینه‌ی ۲ مطمئناً گزینه‌ی (۱) نادرست است، چون □ در یکان می‌تواند فرد باشد. حاصل‌جمع رقم‌ها را می‌نویسیم:

حاصل جمع رقم‌ها = △ + □ + ○ + ○ + △ + ○ + □ + △ + □
= △ + △ + △ + □ + □ + □ + ○ + ○ + ○

هر عددی را که سه بار با خودش جمع کنیم، حاصل‌جمع حتماً بر ۳ بخش‌پذیر می‌شود. پس عدد مورد نظر در کل بر ۳ بخش‌پذیر است.

۳۳۴- گزینه‌ی ۱ گزینه‌ای که بر یکی از عددهای ۳، ۴ یا ۵ بخش‌پذیر نباشد، پاسخ درست است:

گزینه‌ی (۱): عدد ۲۰ بر ۳ بخش‌پذیر نیست.
۲۰÷۵=۴ , ۲۰÷۴=۵

۳۳۵- گزینه‌ی ۱ برای این سؤال می‌توانیم از مفهوم بخش‌پذیری عددها استفاده کنیم. کوچک‌ترین عددی که هم بر ۵ و هم بر ۶ بخش‌پذیر است، عدد ۳۰ است. کوچک‌ترین عددی که هم بر ۳۰ و هم بر ۴ بخش‌پذیر است، عدد ۶۰ است. عدد ۶۰ نیز هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیر است. پس ۶۰ پاسخ صحیح است و مجموع ارقام آن ۶=۰+۶ است.

۳۳۶- گزینه‌ی ۴ گزینه‌ها را به صورت زیر می‌نویسیم:

۶۸۰۰۰۰۰۰+۱۷ : گزینه‌ی (۴) , ۶۷۰۰۰۰۰۰+۱۷ : گزینه‌ی (۳) , ۶۶۰۰۰۰۰۰+۱۷ : گزینه‌ی (۲) , ۶۵۰۰۰۰۰۰+۱۷ : گزینه‌ی (۱)

چون هر دو عدد ۱۷ و ۶۸۰۰۰۰۰۰ بر ۱۷ بخش‌پذیرند، پس ۶۸۰۰۰۰۱۷ نیز بر ۱۷ بخش‌پذیر است.

۳۳۷- گزینه‌ی ۴ عددی بر ۹۹ بخش‌پذیر است که بر ۹ و ۱۱ بخش‌پذیر باشد. مجموع رقم‌های عدد، ۲+۳+۳+۰+□+○=۸+ □+○ است. اگر در جاهای خالی ۱ و صفر قرار گیرند، عدد بر ۹ بخش‌پذیر می‌شود اما بر ۱۱ بخش‌پذیر نیست. بنابراین باید مضرب بعدی عدد ۹ یعنی ۱۸ را بسازیم. پس مجموع دو رقم نامعلوم باید ۱۰ باشد و اگر ۴ و ۶ را انتخاب کنیم، حاصل بر ۱۱ هم بخش‌پذیر می‌شود. با قرار دادن ۴ و ۶ به‌ترتیب در □ و ○ عدد ۲۳۴۶۳۰ به‌دست می‌آید که بر ۹ و ۱۱ بخش‌پذیر است.

۳۳۸- گزینه‌ی ۱ عددی بر ۱۵ بخش‌پذیر است که بر ۵ و ۳ بخش‌پذیر باشد. پس ○ (رقم یکان) فقط می‌تواند ۵ یا صفر باشد.

مرحله‌ی ۱: ○ مساوی صفر باشد و حاصل‌جمع رقم‌ها بر ۳ بخش‌پذیر شود:

۱۲□۷۴۲⓪ ⇒ ۱+۲+□+۷+۴+۲+۰=۱۶+□

برای آن که □+۱۶ بر ۳ بخش‌پذیر شود، □ می‌تواند ۲، ۵ و ۸ باشد. پس مرحله‌ی (۱)، ۳ حالت دارد.

مرحله‌ی ۲: ○ مساوی ۵ باشد و حاصل‌جمع رقم‌ها بر ۳ بخش‌پذیر شود:

۱۲□۷۴۲⑤ ⇒ ۱+۲+□+۷+۴+۲+۵=۲۱+□

پس □ می‌تواند ۰، ۳، ۶ یا ۹ باشد و مرحله‌ی (۲)، ۴ حالت دارد.

بنابراین در کل ۷ عدد با شرایط مسئله وجود دارد.

۳۳۹- گزینه‌ی ۴ ارقام مجاز ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ هستند. برای ساختن عددهای سه رقمی بخش‌پذیر بر ۳ با این رقم‌ها، سه حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت (۱): اگر سه رقم یکسان باشند، عددهای ۱۱۱، ۳۳۳، ۵۵۵، ۷۷۷ و ۹۹۹ را می‌توان در نظر گرفت.

حالت (۲): اگر دو رقم یکسان باشند، با دسته‌های روبه‌رو می‌توان عدد بخش‌پذیر بر ۳ نوشت: (۱,۱,۷), (۳,۳,۹), (۷,۷,۱), (۹,۹,۳)

که با هر دسته می‌توان ۳ عدد مختلف نوشت. پس ۱۲ عدد با این شرایط موجود است.

حالت (۳): اگر ۳ رقم متفاوت باشند، با دسته‌های روبه‌رو می‌توان عدد بخش‌پذیر بر ۳ نوشت: (۱,۳,۵), (۱,۵,۹), (۳,۵,۷), (۵,۷,۹)

که با هر دسته می‌توان ۶ عدد مختلف نوشت. پس ۲۴ عدد با این شرایط وجود دارد.

بنابراین در کل ۴۱ عدد سه رقمی بخش‌پذیر بر ۳ با ارقام فرد وجود دارد: ۵+۱۲+۲۴=۴۱

۳۴۰- گزینه‌ی ۳ هر دو عدد ۶ و ۹ بر ۳ بخش‌پذیر هستند. پس حجم ظرفی که با آن‌ها پر می‌شود نیز بر ۳ بخش‌پذیر است. گزینه‌ی (۳) (عدد ۲۵) بر ۳ بخش‌پذیر نیست.

۳۴۱- گزینه‌ی ۳ مقسوم‌علیه‌های ۱۲۰ را می‌نویسیم: ۱,۲,۳,۴,۵,۶,۸,۱۰,۱۲,۱۵,۲۰,۲۴,۳۰,۴۰,۶۰,۱۲۰

که فقط عددهای گزینه‌ی (۳) مقسوم‌علیه‌های ۱۲۰ هستند.

۳۴۲- گزینه‌ی ۳ باید مقسوم‌علیه‌های ۴۰۹۶ را بیابیم. ۴۰۹۶ حاصل‌ضرب ۱۲ بار عدد ۲ در خودش است. پس مقسوم‌علیه‌های آن به صورت زیر است:

۱,۲,۴,۸,۱۶,۳۲,۶۴,۱۲۸,۲۵۶,۵۱۲,۱۰۲۴,۲۰۴۸,۴۰۹۶

پس می‌توان به صورت‌های زیر، ۴۰۹۶ نفر را به گروه‌هایی با تعداد عضو برابر تقسیم کرد:

۲ گروه ۲۰۴۸ نفری
۴ گروه ۱۰۲۴ نفری
۸ گروه ۵۱۲ نفری
۱۶ گروه ۲۵۶ نفری
۳۲ گروه ۱۲۸ نفری
۶۴ گروه ۶۴ نفری
۱۲۸ گروه ۳۲ نفری
۲۵۶ گره ۱۶ نفری
۵۱۲ گروه ۸ نفری
۱۰۲۴ گروه ۴ نفری
۲۰۴۸ گروه ۲ نفری

} ۱۱ طریق

۳۴۳- گزینه‌ی ۴ کوچک‌ترین عدد سه رقمی ۱۰۰ است. پس کم‌ترین مقدار $\bigcirc$ به طوری که $\frac{\bigcirc}{۳}$ ، سه رقمی باشد، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{\bigcirc}{۳}=۱۰۰\Rightarrow\bigcirc=۳۰۰$$

بزرگ‌ترین عدد سه رقمی ۹۹۹ است. پس بزرگ‌ترین مقدار $\bigcirc$ را به طوری که $۳\times\bigcirc$ ، سه رقمی باشد، به‌صورت زیر می‌یابیم:

$$۳\times\bigcirc=۹۹۹\Rightarrow\bigcirc=۳۳۳$$

پس عددهای ۳۰۰ تا ۳۳۳ این خاصیت را دارند:

تعداد : $۳۳۳-۳۰۰+۱=۳۴$

۳۴۴- گزینه‌ی ۱ از ۱ تا ۹۹، ۳۳ عدد مضرب ۳ وجود دارد که ۳ تا از آن‌ها یک رقمی هستند. بنابراین ۳۰ عدد دو رقمی مضرب ۳ داریم:
$(۳۳-۳=۳۰)$

$$\begin{array}{r|l} ۹۹ & ۳ \\ \cline{2-2} -۹ & ۳۳ \\ \cline{1-1} ۹ & \\ -\ ۹ & \\ \cline{1-1} ۰ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۹ & ۳ \\ \cline{2-2} -۹ & ۳ \\ \cline{1-1} ۱ & \end{array}$$

همچنین از عددهای دو رقمی، ۶ عدد مضرب ۱۵ هستند:

$$\begin{array}{r|l} ۹۹ & ۱۵ \\ \cline{2-2} -۹۰ & ۶ \\ \cline{1-1} ۹ & \end{array}$$

بدین ترتیب از هر ۵تا مضرب ۳، یکی از آن‌ها بر ۵ نیز بخش‌پذیر است. پس تعداد عددهای مضرب ۳ که بر ۵ بخش‌پذیر نیستند برابر است با
$۳۰-۶=۲۴$

۳۴۵- گزینه‌ی ۱ ابتدا در فاصله‌ی داده شده تعداد مضرب‌های ۱۱ را محاسبه می‌کنیم. با توجه به تقسیم زیر، تعداد کل مضرب‌های ۱۱، ۱۸۱ است.

$$\begin{array}{r|l} ۲۰۰۰ & ۱۱ \\ \cline{2-2} -۱۱ & ۱۸۱ \\ \cline{1-1} ۹۰ & \\ -۸۸ & \\ \cline{1-1} ۱۲ & \\ ۱۱ & \\ \cline{1-1} ۱ & \end{array}$$

با توجه به مجموعه‌ی مضرب‌های عدد ۱۱، از هر سه مضرب ۱۱، یکی مضرب ۳ است (یعنی از ۱۸۱ مضرب ۱۱، ۶۰تا مضرب ۳ نیز هستند).
بنابراین تعداد عددهای طبیعی مضرب ۱۱ بین ۱ تا ۲۰۰۰ که بر ۳ بخش‌پذیر نیستند برابر است با $۱۸۱-۶۰=۱۲۱$

۳۴۶- گزینه‌ی ۲ تعداد عددهای بخش‌پذیر بر ۳ بین ۲۵۲ تا ۱۳۶۰، ۳۶۹تا است:

$$\begin{array}{r|l} ۱۳۶۰ & ۳ \\ \cline{2-2} -۱۲ & ۴۵۳ \\ \cline{1-1} ۱۶ & \\ -۱۵ & \\ \cline{1-1} ۱۰ & \\ -۹ & \\ \cline{1-1} ۱ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۲۵۲ & ۳ \\ \cline{2-2} -۲۴ & ۸۴ \\ \cline{1-1} ۱۲ & \\ -۱۲ & \\ \cline{1-1} ۰۰ & \end{array}$$

$۴۵۳-۸۴=۳۶۹$

چون این عددها نباید بر ۱۷ بخش‌پذیر باشند، پس تعداد عددهایی را که بر ۵۱ بخش‌پذیرند پیدا می‌کنیم و حاصل را از ۳۶۹ کم می‌کنیم (دقت کنید که کوچک‌ترین عدد بخش‌پذیر بر ۱۷ و ۳ برابر ۵۱ است.):

$$\begin{array}{r|l} ۱۳۶۰ & ۵۱ \\ \cline{2-2} -۱۰۲ & ۲۶ \\ \cline{1-1} ۳۴۰ & \\ -۳۰۶ & \\ \cline{1-1} ۳۴ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۲۵۲ & ۵۱ \\ \cline{2-2} -۲۰۴ & ۴ \\ \cline{1-1} ۴۸ & \end{array}$$

$۳۶۹-۲۲=۳۴۷$, $۲۶-۴=۲۲$

۳۴۷- گزینه‌ی ۲ کوچک‌ترین عددی است که بر ۳، ۴، ۵ و ۶ بخش‌پذیر باشد، ۶۰ است. چون با هر بار دسته‌بندی، ۲ تا مهره باقی می‌ماند، تعداد مهره‌ها حداقل ۶۲ تا است.

۳۴۸- گزینه‌ی ۲ ۱۲ بزرگ‌ترین عددی است که هم ۴۸ و هم ۳۶ بر آن بخش‌پذیرند.

۳۴۹- گزینه‌ی ۳ بزرگ‌ترین عددی که هم ۴۸ و هم ۳۲ بر آن بخش‌پذیرند، عدد ۱۶ است.

۳۵۰- گزینه‌ی ۲

گزینه‌ی (۱) نادرست است: به طور مثال جمع عددهای ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸ برابر با ۳۵ است که زوج نیست.

گزینه‌ی (۲) درست است: زیرا جمع هر تعداد فرد از عددهای متوالی بر همان تعداد بخش‌پذیر است. به‌طور مثال جمع عددهای ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ برابر با ۲۸ است که بر ۷ بخش‌پذیر است.

گزینه‌ی (۳) نادرست است: به طور مثال جمع عددهای ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ برابر با ۲۸ است که زوج است.

گزینه‌ی (۴) نادرست است: جمع عددهای ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸ برابر با ۳۵ است که بر ۴ بخش‌پذیر نیست.

۳۵۱- گزینه‌ی ۳ در میان گزینه‌ها، ۲۴ کوچک‌ترین عددی است که بر ۱۲ و ۸ بخش‌پذیر است. بنابراین پس از ۲۴ دقیقه، دو نفر در نقطه اول به هم می‌رسند.

۳۵۲- گزینه‌ی ۳ ۱۲ عدد زیر که رقم یکانشان ۱، ۲ و ۵ است، این ویژگی را دارند:

۱۱, ۱۲, ۱۵, ۲۱, ۲۲, ۲۵, ۳۱, ۳۲, ۳۵, ۴۱, ۴۲, ۴۵

عددهای زیر نیز این ویژگی را دارند:

۲۴, ۳۳, ۳۶, ۴۴, ۴۸

پس در کل ۱۷ عدد این ویژگی را دارند.

توجه: عددهای ۲۰، ۳۰ و ۴۰ این ویژگی را ندارند، چون بخش‌پذیری بر صفر معنا ندارد.

۳۵۳- گزینه‌ی ۴ اگر یک عدد شش رقمی داشته باشیم که سه رقم سمت راست و سه رقم سمت چپ مانند یک‌دیگر باشد، آن عدد حتماً بر ۷، ۱۱ و ۱۳ بخش‌پذیر است.

۳۵۴- گزینه‌ی ۱ از حاصل‌ضرب هر عدد ۲ در هر عدد ۵، یک صفر به انتهای راست عدد اضافه می‌شود. در حاصل‌ضرب مورد نظر عدد ۲۲ زوج است. $۱۱\times۲=۲۲$، پس فقط یک ۲ وجود دارد. پس با توجه به بخش‌پذیری ۴۴۵ بر ۵، فقط یک صفر در سمت راست عدد قرار می‌گیرد.

۳۵۵- گزینه‌ی ۴ از حاصل‌ضرب $۶\times۵\times۴$ یک صفر و از حاصل‌ضرب $۱۱\times۱۰\times۹$ نیز یک صفر به وجود می‌آید و به همین ترتیب که در زیر مشخّص شده، تعداد صفرهای حاصل ۷ تا می‌شود:

$$۱\times۲\times۳\times\underbrace{۴\times۵\times۶}_{\text{یک صفر}}\times۷\times۸\times\underbrace{۹\times۱۰\times۱۱}_{\text{یک صفر}}\times\ldots\times\underbrace{۱۴\times۱۵\times۱۶}_{\text{یک صفر}}\times\ldots\times\underbrace{۱۹\times۲۰\times۲۱}_{\text{یک صفر}}\times\ldots\times\underbrace{۲۴\times۲۵\times۲۶}_{\text{دو صفر}}\times\ldots\times\underbrace{۲۹\times۳۰}_{\text{یک صفر}}=\ldots\underbrace{۰۰۰۰۰۰۰}_{\text{۷ تا}}$$

۳۵۶- گزینه‌ی ۲ حاصل‌جمع رقم‌های عدد باید بر ۹ بخش‌پذیر باشد، پس دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت (۱): عددهای سه رقمی با رقم‌های ۰، ۴ و ۵:

۵۴۰, ۵۰۴, ۴۵۰ , ۴۰۵

حالت (۲): عددهای سه رقمی با رقم‌های ۵، ۶ و ۷:

۷۶۵, ۷۵۶, ۶۷۵, ۶۵۷, ۵۷۶, ۵۶۷

در کل ۱۰ عدد می‌توان ساخت.

۳۵۷- گزینه‌ی ۳ عددهایی بر ۲۵ بخش‌پذیرند که دو رقم سمت راست آن‌ها ۰۰ یا ۲۵ یا ۵۰ یا ۷۵ باشد.

۷۷۵	۷۵۰	۷۲۵	۷۰۰
۵۷۵	۵۵۰	۵۲۵	۵۰۰
۲۷۵	۲۵۰	۲۲۵	۲۰۰
دو رقم سمت راست ۷۵ باشد	دو رقم سمت راست ۵۰ باشد	دو رقم سمت راست ۲۵ باشد	دو رقم سمت راست۰۰ باشد

تعداد این عددها برابر است با: ۱۲=۳×۴

۳۵۸- گزینه‌ی ۱ عددهایی بر ۲۵ بخش‌پذیرند که دو رقم سمت راست آن‌ها یکی از چهار حالت ۰۰ ، ۲۵، ۵۰ یا ۷۵ باشد. حالت ۰۰ را نمی‌توان ساخت، اما بقیه‌ی حالت‌ها را می‌توان در نظر گرفت:

دو رقم آخر ۲۵ ⇐ ۷۹۰۲۵ , ۷۰۹۲۵ , ۹۷۰۲۵ , ۹۰۷۲۵

دو رقم آخر ۵۰ ⇐ ۹۷۲۵۰ , ۹۲۷۵۰ , ۷۹۲۵۰ , ۷۲۹۵۰ , ۲۹۷۵۰ , ۲۷۹۵۰

دو رقم آخر ۷۵ ⇐ ۹۲۰۷۵ , ۹۰۲۷۵ , ۲۹۰۷۵ , ۲۰۹۷۵

در کل ۱۴ عدد می‌توان ساخت.

۳۵۹- گزینه‌ی ۲ همه‌ی عددهای چهار رقمی ممکن با این چهار رقم را می‌سازیم:

$$\left.\begin{array}{l}۱۱۶۶\rightarrow ۶-۶+۱-۱=۰\\ ۶۶۱۱\rightarrow ۱-۱+۶-۶=۰\\ ۱۶۶۱\rightarrow ۱-۶+۶-۱=۰\\ ۶۱۱۶\rightarrow ۶-۱+۱-۶=۰\end{array}\right\}\Rightarrow \text{۴ عدد بر ۱۱ بخش‌پذیرند}$$

$$۱۶۱۶\rightarrow ۶-۱+۶-۱=۱۰$$

$$۶۱۶۱\rightarrow ۱-۶+۱-۶=-۱۰$$

۳۶۰- گزینه‌ی ۳ اگر عددی دو رقم سمت راستش صفر باشد، هم بر ۲۰، هم بر ۲۵ و هم بر ۵ بخش‌پذیر است. پس کافی است بین ۱۰۰۰ تا ۲۰۰۰ عددهایی را بیابیم که دو رقم سمت راست آن‌ها صفر باشد و مجموع ارقام آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر باشد. این عددها عبارت‌اند از:

۱۲۰۰ , ۱۵۰۰ , ۱۸۰۰

۳۶۱- گزینه‌ی ۳ عددهای سه رقمی با رقم‌های یکسان به صورت ۱۱۱، ۲۲۲، ... و ۹۹۹ هستند که همه‌ی آن‌ها به ۱۱۱ بخش‌پذیرند. ۱۱۱ برابر است با حاصل‌ضرب ۳ در ۳۷ که هر دو بر عدد دیگری بخش‌پذیر نیستند. پس عددهای دو رقمی‌ای انتخاب می‌کنیم که یکی از آن‌ها مضرب ۳۷ و دیگری مضرب ۳ باشد:

عددهای ۳۷ و ۱۲: (۳۷×۱)×(۳×۴)=۴۴۴

عددهای ۳۷ و ۱۵: (۳۷×۱)×(۳×۵)=۵۵۵

عددهای ۳۷ و ۱۸: (۳۷×۱)×(۳×۶)=۶۶۶

عددهای ۳۷ و ۲۱: (۳۷×۱)×(۳×۷)=۷۷۷

عددهای ۳۷ و ۲۴: (۳۷×۱)×(۳×۸)=۸۸۸

عددهای ۳۷ و ۲۷: (۳۷×۱)×(۳×۹)=۹۹۹

عددهای ۷۴ و ۱۲: (۳۷×۲)×(۴×۳)=۸۸۸

پس هفت جفت عدد دو رقمی وجود دارد.

۳۶۲- گزینه‌ی ۲ عددهای مورد نظر بر ۵ بخش‌پذیرند پس رقم یکان آن‌ها صفر یا ۵ است. از طرفی رقم یکان باید از رقم دهگان بیش‌تر باشد، پس یکان فقط می‌تواند ۵ باشد و همین‌طور دهگان یکی از عددهای ۲، ۳ و ۴ است (اگر رقم دهگان ۱ باشد، نمی‌تواند از رقم صدگان بزرگ‌تر شود).

عددهای بین ۵۰ تا ۵۰۰ با شرایط بالا عبارت‌اند از:

۱۲۵ , ۱۳۵ , ۱۴۵

۲۳۵ , ۲۴۵

۳۴۵

۳۶۳- گزینه‌ی **۱** عددی که بر ۱۵ بخش‌پذیر است، باید بر ۳ و ۵ بخش‌پذیر باشد. پس رقم یکان یا صفر است یا ۵.
اگر رقم یکان ۵ باشد، چون دو خانه حتماً با ۳ پر می‌شود، مجموع سه رقم می‌شود ۵+۳+۳=۱۱. پس برای بخش‌پذیر بودن به ۳، رقم چهارم باید ۱، ۴ یا ۷ باشد:

$$\left.\begin{array}{cccc}\boxed{}&\boxed{}&\boxed{}&\boxed{۵}\\ ۳&۱&۳&\\ ۳&۴&۳&\\ ۳&۷&۳&\\ ۳&۳&۱&\\ ۳&۳&۴&\\ ۳&۳&۷&\\ ۱&۳&۳&\\ ۴&۳&۳&\\ ۷&۳&۳&\end{array}\right\}\text{۹ حالت}$$

اگر رقم یکان صفر و دو رقم دیگر ۳ باشد، رقم چهارم می‌تواند ۳، ۶، ۹ یا صفر باشد.

$$\left.\begin{array}{cccc}\boxed{}&\boxed{}&\boxed{}&\boxed{۰}\\ ۳&۳&۳&\\ ۳&۳&۶&\\ ۳&۳&۹&\\ ۳&۳&۰&\\ ۳&۶&۳&\\ ۳&۹&۳&\\ ۳&۰&۳&\\ ۶&۳&۳&\\ ۹&۳&۳&\end{array}\right\}\text{۹ حالت}$$

پس در کل ۱۸=۹+۹ عدد با شرایط مسئله وجود دارد.

۳۶۴- گزینه‌ی **۱** گزینه‌ی (۱) نادرست است. در تقسیم روبه‌رو باقی‌مانده از خارج‌قسمت بزرگ‌تر است:

$$\begin{array}{r|l}۳۷&۲۴\\ \cline{2-2}-۲۴&۱\\ \cline{1-1}۱۳&\end{array}$$

۳۶۵- گزینه‌ی **۴** باقی‌مانده همیشه از مقسوم‌علیه کوچک‌تر است. پس در تقسیم بر ۳، باقی‌مانده فقط می‌تواند صفر، ۱ یا ۲ باشد.

۳۶۶- گزینه‌ی **۱** در تقسیم هر عدد بر ۴، باقی‌مانده‌ی تقسیم یکی از رقم‌های ۰، ۱، ۲ یا ۳ می‌شود، پس فرقی نمی‌کند که چهار عدد انتخاب شده چه عددهایی باشند. (چرا؟) حال ۴ عدد متوالی به صورت دلخواه انتخاب می‌کنیم: مثلاً ۵، ۶، ۷ و ۸ و هر کدام را بر ۴ تقسیم می‌کنیم. باقی‌مانده‌ها به ترتیب ۱ ، ۲ ، ۳ و ۰ می‌شوند. پس جمع باقی‌مانده‌ها برابر است با ۰+۱+۲+۳=۶

۳۶۷- گزینه‌ی **۱** مجموع ارقام عدد را به‌دست آورده و بر ۳ تقسیم می‌کنیم:

$$\underbrace{(۱+۱+۱+۱)}_{۴}+\underbrace{(۲+۲+۲+۲)}_{۸}+\underbrace{(۳+۳+۳+۳)}_{۱۲}=۲۴$$

$$\begin{array}{r|l}۲۴&۳\\ \cline{2-2}-۲۴&۸\\ \cline{1-1}\boxed{۰۰}&\end{array}\longrightarrow$$ باقی‌مانده‌ی تقسیم مجموع رقم‌های عدد بر ۳، برابر صفر است.

۳۶۸- گزینه‌ی **۴** باقی‌مانده‌ی عددهای گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) بر ۹ برابر ۵ است. اما باقی‌مانده‌ی عدد گزینه‌ی (۴) بر ۹، برابر ۶ است.

۳۶۹- گزینه‌ی **۴** باقی‌مانده‌ی تقسیم ۱۵۸۱ بر عدد ۹ را به‌دست می‌آوریم:

$$۱۵۸۱\rightarrow ۱+۵+۸+۱=۱۵\xrightarrow{\text{باقی‌مانده بر ۹}}۶$$

باقی‌مانده‌ی تقسیم عددهای گزینه‌ها بر ۹ را به‌دست می‌آوریم:

گزینه‌ی (۱) : $۴۸۱۹\rightarrow ۴+۸+۱+۹=۲۲\xrightarrow{\text{باقی‌مانده بر ۹}}۴$

گزینه‌ی (۲) : $۲۵۰۱۱\rightarrow ۲+۵+۰+۱+۱=۹\xrightarrow{\text{باقی‌مانده بر ۹}}۰$

گزینه‌ی (۳) : $۱۷۰۳۱\rightarrow ۱+۷+۰+۳+۱=۱۲\xrightarrow{\text{باقی‌مانده بر ۹}}۳$

گزینه‌ی (۴) : $۵۷۲۱\rightarrow ۵+۷+۲+۱=۱۵\xrightarrow{\text{باقی‌مانده بر ۹}}۶\checkmark$

۳۷۰- گزینه‌ی ۴ چون حاصل‌جمع ارقام ۹ می‌شود، حاصل‌جمع عددها بر ۹ بخش‌پذیر است و باقی‌مانده‌ی تقسیم صفر است.

۳۷۱- گزینه‌ی ۱ باقی‌مانده‌ها را تک تک به‌دست می‌آوریم:

۲۳۱ | ۴
−۲۰ | ۵۷
۳۱
−۲۸
۰۳

باقی‌مانده‌ی ۴÷۲۳۱ برابر با ۳ است.

۵۲۷ | ۲
−۴ | ۲۶۳
۱۲
−۱۲
۰۷
−۶
۱

باقی‌مانده‌ی ۲÷۵۲۷ برابر ۱ است.

۳۱۱ | ۱۹
−۱۹ | ۱۶
۱۲۱
−۱۱۴
۰۰۷

باقی‌مانده‌ی ۱۹÷۳۱۱ برابر ۷ است.

جمع باقی‌مانده‌ها برابر با ۱۱=۷+۱+۳ است.

۳۷۲- گزینه‌ی ۲ ۵۹۰۷ را بر ۷ تقسیم می‌کنیم و باقی‌مانده را به‌دست می‌آوریم:

۵۹۰۷ | ۷
−۵۶ | ۸۴۳
۳۰
− ۲۸
۲۷
− ۲۱
۰۶

باقی‌مانده برابر ۶ می‌شود، یعنی اوّلین عدد یک رقمی که علی به آن می‌رسد، ۶ است.

۳۷۳- گزینه‌ی ۳ دقت کنید عددهای ۱۲۳۰۸، ۱۲۳۱۰، ۱۲۳۱۲ و ۱۲۳۱۴ دوتا دوتا با هم فاصله دارند. باقی‌مانده‌ی تقسیم یکی از آن‌ها را به‌دست می‌آوریم و به راحتی با اضافه یا کم کردن عدد ۲ باقی‌مانده‌ی تقسیم بقیه را حساب می‌کنیم.

۱۲۳۰۸ | ۴۷
−۹۴ | ۲۶۱
۲۹۰
− ۲۸۲
۸۸
−۴۷
۴۱

باقی‌مانده‌ی تقسیم ۱۲۳۰۸ بر عدد ۴۷ برابر ۴۱ شد. پس باقی‌مانده‌ی تقسیم عددهای ۱۲۳۱۰، ۱۲۳۱۲، ۱۲۳۱۴ به ترتیب ۴۳، ۴۵ و ۴۷ (یا همان صفر) است. پس باقی‌مانده‌ی تقسیم ۱۲۳۱۲ بر ۴۷ از همه بیش‌تر است.

۳۷۴- گزینه‌ی ۲ باقی‌مانده‌ی تقسیم ◯ بر ۷ برابر ۴ است. یعنی در این تقسیم تعدادی دسته‌ی ۷تایی و ۴تا یکی باقی‌مانده است. حالا اگر یک واحد از مقسوم کم کنیم، فقط یک واحد از باقی‌مانده کم می‌شود. اگر ۲ واحد به مقسوم اضافه کنیم، فقط ۲ واحد به باقی‌مانده اضافه شده و باقی‌مانده برابر ۶ می‌شود.

از طرفی در تقسیمی که مقسوم‌علیه ۷ است، بیش‌ترین مقدار باقی‌مانده ۶ و کم‌ترین مقدار آن صفر است. پس باقی‌مانده‌ی تقسیم $\bigcirc+۲$ بر ۷ باقی‌مانده‌ی تقسیم سایر گزینه‌ها بر ۷ بزرگ‌تر است.

۳۷۵- گزینه‌ی ۲ در این تقسیم، مقسوم‌علیه برابر ۲۱ است و باقی‌مانده ۷ است. □ را مقدار اضافه‌شده به مقسوم در نظر می‌گیریم. در این صورت باقی‌مانده $۷+\square$ می‌شود. برای تغییر نکردن خارج‌قسمت تا جایی می‌توان به مقسوم اضافه کرد که باقی‌مانده‌ی جدید کم‌تر از مقسوم‌علیه باقی بماند، یعنی

$۷+\square<۲۱ \Rightarrow$ بیشترین مقدار $\square=۱۳$

۳۷۶- گزینه‌ی ۲ با اضافه کردن هر واحد به مقسوم‌علیه چون خارج‌قسمت مساوی ۵ است، ۵ واحد از باقی‌مانده کاسته می‌شود. مانند تقسیم زیر:

$$\begin{array}{r|l} ۱۱۷ & ۲۰ \\ \cline{2-2} -\underline{۱۰۰} & ۵ \\ ۱۷ & \end{array} \xrightarrow{\text{یک واحد به مقسوم علیه اضافه کنید}} \begin{array}{r|l} ۱۱۷ & ۲۱ \\ \cline{2-2} -\underline{۱۰۵} & ۵ \\ ۱۲ & \end{array} \xrightarrow[\text{مقسوم علیه اضافه کنید}]{\text{یک واحد دیگر به}} \begin{array}{r|l} ۱۱۷ & ۲۲ \\ \cline{2-2} -\underline{۱۱۰} & ۵ \\ ۷ & \end{array}$$

چون باقی‌مانده ۱۷ است. فقط ۳ بار می‌توان ۵ را از آن کم کرد، پس حداکثر سه واحد به مقسوم‌علیه می‌توان افزود.

۳۷۷- گزینه‌ی ۲ کوچک‌ترین عدد دو رقمی که باقی‌مانده‌ی آن بر ۷ مساوی ۲ باشد برابر ۱۶ و کوچک‌ترین عدد سه رقمی که باقی‌مانده‌اش بر ۷ مساوی ۲ باشد برابر ۱۰۰ است.

$$۱۰۰-۱۶=۸۴ \longrightarrow \begin{array}{r|l} ۸۴ & ۷ \\ \cline{2-2} -۷ & ۱۲ \\ \cline{1-1} ۱۴ & \\ -۱۴ & \\ \cline{1-1} ۰۰ & \end{array}$$

۳۷۸- گزینه‌ی ۲ باقی‌مانده‌ی تقسیم هر عدد بر ۳ می‌تواند صفر، ۱ یا ۲ باشد و باقی‌مانده‌ی تقسیم هر عدد بر ۵ می‌تواند صفر، ۱، ۲، ۳ یا ۴ باشد. بنابراین حاصل‌جمع باقی‌مانده‌ها حداکثر ۶ است. پس باقی‌مانده نمی‌تواند ۷ باشد.

۳۷۹- گزینه‌ی ۴ اگر یکی از عامل‌های ضرب بر عددی بخش‌پذیر باشد، حاصل‌ضرب نیز بر آن عدد بخش‌پذیر است.

$$\underbrace{۸\times۹۷۴۶+۱۶\times۲۳۷۹}_{\text{بر ۸ بخش پذیر است}} + ۴۳۱۲۶$$

بنابراین کافی است باقی‌مانده‌ی تقسیم ۱۲۶ بر ۸ را بیابیم:

$$۴۳\boxed{۱۲۶}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{r|l} ۱۲۶ & ۸ \\ \cline{2-2} -\;۸ & ۱۵ \\ \cline{1-1} ۴۶ & \\ -۴۰ & \\ \cline{1-1} ۶ & \end{array}$$

۳۸۰- گزینه‌ی ۴ همانند سؤال قبل عمل می‌کنیم:

$$\underbrace{۲\times۷۸+۱۴۵}_{\downarrow}+\underbrace{۱۴\times۲۰۷۷}_{\text{بر ۷بخش‌پذیر}}+\underbrace{۷\times۵۱۲۳}_{\text{بر ۷بخش‌پذیر}}$$

$$۲\times۷۸+۱۴۵=۱۵۶+۱۴۵=۳۰۱$$

ابتدا

$$\begin{array}{r|l} ۳۰۱ & ۷ \\ \cline{2-2} -۲۸ & ۴۳ \\ \cline{1-1} ۲۱ & \\ -۲۱ & \\ \cline{1-1} ۰۰ & \end{array}$$

۳۸۱- گزینه‌ی ۳ نزدیک‌ترین عدد به ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ را که بر ۶ بخش‌پذیر باشد پیدا می‌کنیم. این عدد ۱۰۰۰۰۰۰۰۲ است (هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیر است). اختلاف ۱۰۰۰۰۰۰۰۲ و ۱۰۰۰۰۰۰۰۰، ۲ واحد است. پس در تقسیم ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ بر ۶، در خارج‌قسمت یک دسته‌ی ۶تایی کم‌تر از خارج‌قسمت ۱۰۰۰۰۰۰۰۲ بر ۲ و ۴تا در باقی‌مانده خواهیم داشت.

۳۸۲- گزینه‌ی ۱ عدد را به صورت ۳۳۳۳۰+۸ می‌نویسیم. چون ۳۳۳۳۰ بر ۶ بخش‌پذیر است، کافی است باقی‌مانده‌ی ۸ بر ۶ را بیابیم که برابر ۲ است.

۳۸۳- گزینه‌ی ۳ عدد مورد نظر برابر ۱۰۳ است، زیرا:

۱۰۳ | ۵
−۱۰ | ۲۰
③

۱۰۳ | ۶
− ۶ | ۱۷
۴۳
− ۴۲
①

۳۸۴- گزینه‌ی ۴ کوچک‌ترین عددی که بر ۴، ۸ و ۱۸ بخش‌پذیر باشد، ۷۲ است. بنابراین

۹۹۹ | ۷۲
−۷۲ | ۱۳
۲۷۹
−۲۱۶
۶۳

۷۲×۱۳=۹۳۶ , ۹۳۶+۲=۹۳۸

۳۸۵- گزینه‌ی ۲ می‌دانیم ۱۰۰۱=۷×۱۱×۱۳، پس عدد ۱۰۰۱ بر هر سه عدد ۷، ۱۱ و ۱۳ بخش‌پذیر است و اگر یک واحد به آن بیفزاییم، عدد ۱۰۰۲ به‌دست می‌آید که باقی‌مانده‌ی آن بر عددهای ۷، ۱۱ و ۱۳ برابر یک است.

۳۸۶- گزینه‌ی ۳ کوچک‌ترین عددی که بر ۱۲ و ۱۸ بخش‌پذیر است، ۳۶ است:

۳×۳۶=۱۰۸ , ۱۰۸+۵=۱۱۳

۳۸۷- گزینه‌ی ۳ ابتدا کوچک‌ترین عدد دو رقمی بخش‌پذیر بر ۶ و ۸ را می‌یابیم. سپس یک واحد به آن اضافه می‌کنیم.

مضرب‌های ۶ : ۶,۱۲,۱۸,۲۴,۳۰,۳۶,...
مضرب‌های ۸ : ۸,۱۶,۲۴,۳۲,۴۰,۴۸,...

عدد ۲۴ کوچک‌ترین عددی است که هم بر ۶ و هم بر ۸ بخش‌پذیر است. پس باقی‌مانده‌ی ۲۴+۱=۲۵ بر ۶ و ۸ برابر ۱ است. باقی‌مانده‌ی تقسیم ۲۵ بر ۷، ۴ است.

۳۸۸- گزینه‌ی ۳ اگر دو عدد را با هم جمع کنیم، برای پیداکردن باقی‌مانده‌ی مجموع دو عدد، باید باقی‌مانده‌ها را با هم جمع کنیم. مثلاً اگر عدد اوّل باقی‌مانده‌ی ۲ و عدد دوم باقی‌مانده‌ی ۷ داشته باشد، باقی‌مانده‌ی مجموع آن‌ها به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$۲+۷=۹ \xrightarrow[\text{تقسیم بر ۹}]{\text{باقی‌مانده در}} ۰$$

پس در این حالت مجموع دو عدد بر ۹ بخش‌پذیر است.

۳۸۹- گزینه‌ی ۳ بزرگ‌ترین عدد سه رقمی فرد ۹۹۹ است که بر ۳ بخش‌پذیر است. باقی‌مانده‌ی ۹۹۸ بر ۳ برابر ۲ است. اگر عددهایی را که در تقسیم بر ۳، باقی‌مانده‌ی ۲ دارند پشت سر هم بنویسیم، یک الگوی عددی ساخته می‌شود که اختلاف هر دو عدد متوالی آن ۳ است پس باقی‌مانده‌ی تقسیم همه‌ی عددهای زیر بر ۳ برابر ۲ است.

۹۹۸−۹۹۵−۹۹۲−۹۸۹−۹۸۶−۹۸۳−۹۸۰−...

بزرگ‌ترین عدد فردسه رقمی که در تقسیم بر ۵ باقی‌مانده‌ی ۴ دارد، عدد ۹۹۹ است. دوباره الگوی عددهایی را که در تقسیم بر ۵ باقی‌مانده‌ی ۴ دارند می‌نویسیم:

۹۹۹−۹۹۴−۹۸۹−۹۸۴−۹۷۹−۹۷۴−...

عدد ۹۸۹ بزرگ‌ترین عدد مشترک دو الگوی عددی است. مجموع رقم‌های ۹۸۹ برابر ۲۶ است.

۳۹۰- گزینه‌ی ۴ **راه‌حلّ اول:** اگر عدد ۷۶۳۸۶۱ را ۱۰۰ بار با خودش جمع کنیم، عدد ۷۶۳۸۶۱۰۰ به‌دست می‌آید که مجموع رقم‌های آن برابر ۳۱ است. باقی‌مانده‌ی تقسیم ۳۱ بر ۹ برابر ۴ است. پس باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد حاصل بر ۹ نیز برابر ۴ است.

راه‌حلّ دوم: باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد ۷۶۳۸۶۱ بر ۹ برابر باقی‌مانده‌ی تقسیم مجموع رقم‌های آن (۷+۶+۳+۸+۶+۱=۳۱) بر ۹ است که برابر ۴ می‌شود. ابتدا مسئله‌ی ساده‌تری را حل کنیم. عدد ۷۶۳۸۶۱ را با خودش جمع می‌کنیم و باقی‌مانده‌ی تقسیم حاصل‌جمع بر ۹ را به‌دست می‌آوریم.

 ۷۶۳۸۶۱
+۷۶۳۸۶۱
۱۵۲۷۷۲۲

باقی‌مانده‌ی تقسیم ۱۵۲۷۷۲۲ بر ۹ برابر ۸ است که دو برابر عدد ۴ می‌شود. پس برای پیداکردن باقی‌مانده‌ی تقسیم حاصل‌جمع ۱۰۰ تا ۷۶۳۸۶۱ بر عدد ۹، باید باقی‌مانده‌ی تقسیم ۴×۱۰۰ بر ۹ را پیدا کنیم.

۴۰۰ | ۹
−۳۶ ۴۴
۴۰
−۳۶
$\boxed{۴}$

۳۹۱- گزینه‌ی ۲ به جدول سؤال دقت کنید. این جدول ۸ ستون دارد و همه‌ی عددهای طبیعی در آن نوشته می‌شوند. همه‌ی عددهای زیر ستون ۱، در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده‌ی ۱ دارند. همه‌ی عددهای زیر ستون ۲ نیز در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده‌ی ۲ دارند. به چنین جدولی، «جدول باقی‌مانده» می‌گویند. پس عدد ۱۳۹۵ را بر ۸ تقسیم می‌کنیم تا ببینیم باقی‌مانده‌ی آن بر ۸ چقدر است و در کدام ستون قرار می‌گیرد.

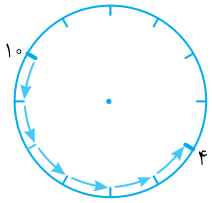
۱۳۹۵ | ۸
− ۸ ۱۷۴ → شماره‌ی ردیف=۱۷۴+۱=۱۷۵
۵۹
− ۵۶
۳۵
۳۲
③ → شماره‌ی ستون

۳۹۲- گزینه‌ی ۳ اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم تعداد مقسوم‌علیه‌ها بر ۳، ۲ باشد، می‌توانیم مقسوم‌علیه‌ها را به تعدادی دسته‌ی ۳تایی تقسیم کنیم و در نهایت ۲ مقسوم‌علیه بماند. هر کدام از آن دسته‌های ۳تایی را به ترتیب پویا، محمد و مهراب می‌گویند و در آخر، ۲ مقسوم‌علیه باقی مانده را ابتدا پویا و سپس محمد می‌گوید و در نتیجه محمد برنده می‌شود.

گزینه‌ی (۴) نمی‌تواند درست باشد، زیرا اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم تعداد مقسوم‌علیه‌ها بر ۳، ۲ نباشد، یا پویا برنده می‌شود یا مهراب. مثلاً عدد ۴، ۳ مقسوم‌علیه دارد و مهراب برنده می‌شود.

۳۹۳- گزینه‌ی ۳ برای تعیین علامت عددها نیاز داریم که محل مبدأ، واحد اندازه‌گیری و جهت‌های مثبت و منفی را قرارداد کنیم.

۳۹۴- گزینه‌ی ۳ ۶ ساعت از ۱۰ صبح به عقب برمی‌گردیم که به ساعت ۴ صبح می‌رسیم.



۳۹۵- گزینه‌ی ۱ برای یافتن پاسخ کافی است اختلاف دو زمان را به دقیقه تبدیل کنیم:

$$۱۶ : ۲۵'$$
$$-۱۲ : ۰۰'$$
$$\boxed{۴ : ۲۵'} \xrightarrow{\text{یعنی}} (۴×۶۰)+۲۵=۲۶۵'$$

$$۲۶۵'×۱=(+۲۶۵)$$

۳۹۶- گزینه‌ی ۴ عددهای صحیح شامل همه‌ی عددهای طبیعی $(۱,۲,۳,۴,۵,...)$، عدد صفر و قرینه‌ی عددهای طبیعی $(-۱,-۲,-۳,-۴,-۵,...)$ است.

۳۹۷- گزینه‌ی ۱ بین گزینه‌ها، کسر گزینه‌ی (۱) ساده شده و به عدد صحیح تبدیل می‌شود:

گزینه‌ی (۱) : $-\cancel{۳}\times\frac{\overset{۹}{\cancel{۵۴}}}{\underset{\cancel{۶}}{\cancel{۱۸}}}=-۹$

گزینه‌ی (۲) : $\cancel{۷}\times\frac{۱۳}{\underset{۲}{\cancel{۱۴}}}=\frac{۱۳}{۲}$

گزینه‌ی (۳) : $-\frac{۸}{۷}=-۱\frac{۱}{۷}$

گزینه‌ی (۴) : $\frac{۹}{۲۵}$

۳۹۸- گزینه‌ی ۲ عددهای صحیح شامل عددهای اعشاری و کسرهای ساده نشدنی مثل $\frac{۱}{۵}$ نیست.

۳۹۹- گزینه‌ی ۲ (-۱۵)، (-۵۶۱) و (۱۷۰۰۰) عددهای صحیح هستند. $(+\frac{۳۳}{۱۱})$ پس از ساده‌سازی به $+۳$ تبدیل می‌شود. پس صحیح است.

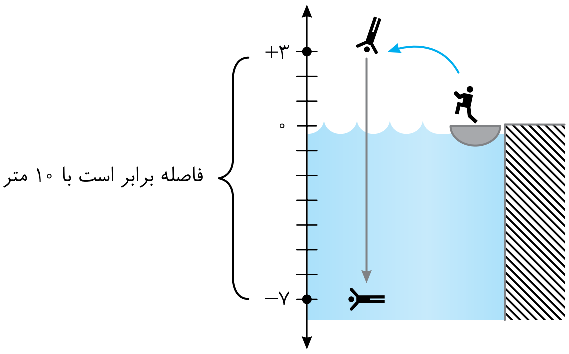
$\frac{۶}{۵}\rightarrow$ کسر ساده‌نشدنی است. عدد صحیح نیست

$\frac{۱۴\div ۱۴}{۴۲\div ۱۴}=\frac{۱}{۳}\rightarrow$ عدد صحیح نیست

$۵/۵\div ۵=۱/۱\rightarrow$ عدد صحیح نیست

پس ۳ عدد داریم که صحیح نیستند.

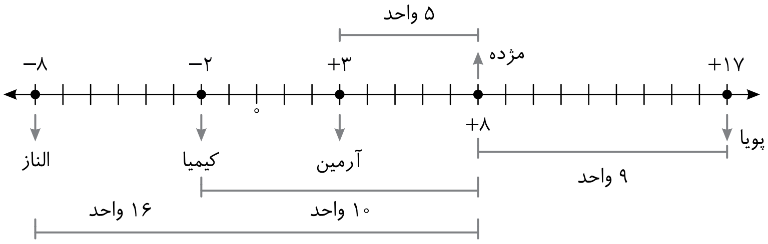
۴۰۰- گزینه‌ی ۲



۴۰۱- گزینه‌ی ۱ **راه‌حلّ اوّل**: فاصله‌ی پرستو از سطح دریا ۸۲ متر بالاتر از سطح دریاست و ماهی ۱۴۶ متر زیر سطح دریاست که باید این دو فاصله را با هم جمع کنیم: $۸۲+۱۴۶=۲۲۸$

راه‌حلّ دوم: برای تعیین فاصله‌ی یک عدد منفی و یک عدد مثبت، آن دو عدد را بدون علامت جمع می‌کنیم: $۸۲+۱۴۶=۲۲۸$

۴۰۲- گزینه‌ی ۴ موقعیّت مژده و دوستانش را روی محور مشخّص می‌کنیم.



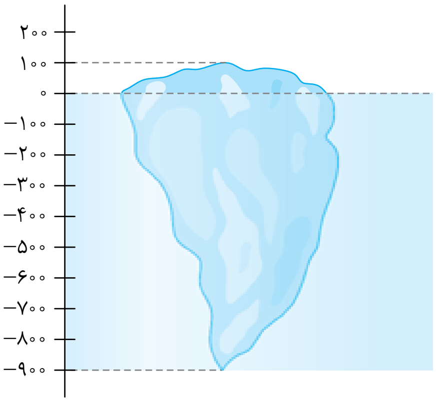
فاصله‌ی پویا تا مژده = ۹ واحد

فاصله‌ی آرمین تا مژده = ۵ واحد ✓

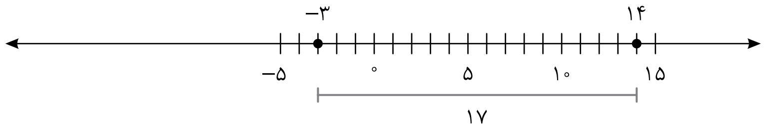
فاصله‌ی کیمیا تا مژده = ۱۰ واحد

فاصله‌ی الناز تا مژده = ۱۶ واحد

۴۰۳- گزینه‌ی ۳ طبق شکل پایین‌ترین نقطه‌ی کوه یخی ۹۰۰ متر زیر آب است. چون ۰/۹ کوه یخی داخل آب است، پس ۰/۱ کوه یخی خارج آب است که ۰/۱ همان ۱۰۰ متر بیان شده است. پس ۰/۹ کوه یخی، ۹۰۰ متر است.

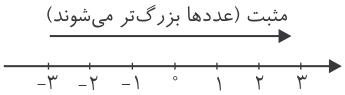


۴۰۴- گزینه‌ی ۱ دمای ابتدای سال و انتهای سال را روی محور مشخّص می‌کنیم.

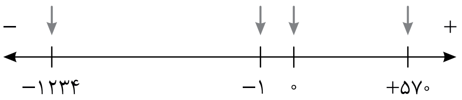


اختلاف دمای این شهر در ابتدا و انتهای سال برابر است با ۱۷.

۴۰۵- گزینه‌ی ۲ هر چه به سمت مثبت (راست) برویم، عددها بزرگ‌تر می‌شوند.



۴۰۶- گزینه‌ی ۴ با نشان دادن تقریبی اعداد روی محور می‌توان فهمید که (−۱۲۳۴) از بقیّه‌ی اعداد کوچک‌تر است.



۴۰۷- گزینه‌ی ۳ همه‌ی عددهای مثبت از همه‌ی عددهای منفی بزرگ‌تر هستند. پس $-۲۰۰ < ۲۰$.

۴۰۸- گزینه‌ی ۴ عددهای صحیح شامل عددهای صحیح مثبت (۱, ۲, ۳, ...)، صفر و عددهای صحیح منفی (−۱, −۲, −۳, ...) است. همه‌ی عددهای صحیح مثبت، از صفر و از همه‌ی عددهای صحیح منفی بزرگ‌تر هستند. پس گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست هستند.

۴۰۹- گزینه‌ی ۴ هر کسر را به عدد صحیح تبدیل کرده و سپس آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$(۱) \rightarrow -۳\frac{۸}{۲} = -\frac{۳\times۲+۸}{۲} = -۷$$

$$(۲) \rightarrow ۲\frac{۱۴}{۷} = \frac{۲\times۷+۱۴}{۷} = +۴$$

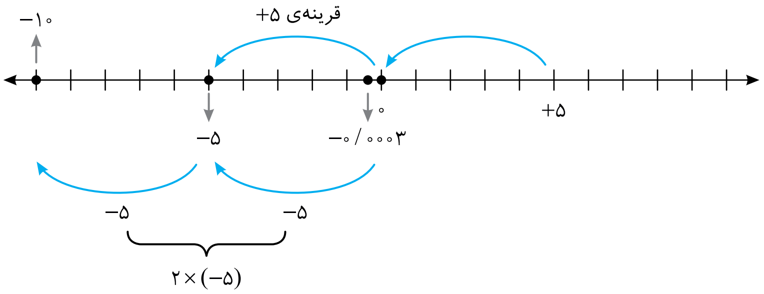
$$(۳) \rightarrow +۳\frac{۲۰}{۵} = +\frac{۳\times۵+۲۰}{۵} = +۷$$

$$(۴) \rightarrow -۹\frac{۱۶}{۴} = -\frac{۹\times۴+۱۶}{۴} = -۱۳$$

عددها را مقایسه می‌کنیم:

$$-۱۳ < -۷ < +۴ < +۷$$

۴۱۰- گزینه‌ی ۳ عددهای گزینه‌ها را روی محور مشخّص می‌کنیم:



پس عدد −۱۰ از همه‌ی گزینه‌ها کوچک‌تر است.

۴۱۱- گزینه‌ی ۱ عددهای گزینه‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

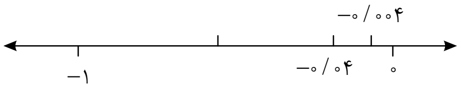
$\underline{-۳۵۹}<-۳۵۸<-۳۰۰<-۲۶۰<-۲۰<-۱۵<-۱۳<\underline{-۱۲}$

پس گزینه‌ی (۱) شامل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد صحیح بین گزینه‌هاست.

۴۱۲- گزینه‌ی ۲ گزینه‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

۱) $\rightarrow$ ۰/۰۵+۰/۰۵=۰/۱>−۰/۲ ✓

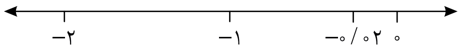
۲) $\rightarrow$ −۰/۰۰۴<−۰/۰۴ ✗



−۰/۰۰۴ عددی نزدیک‌تر به صفر است، پس مقدار منفی آن کم‌تر است و −۰/۰۰۴>−۰/۰۴.

۳) $\rightarrow$ ۰/۰۰۰۴>−۰/۰۰۵ عدد مثبت از عدد منفی بزرگ‌تر است ✓

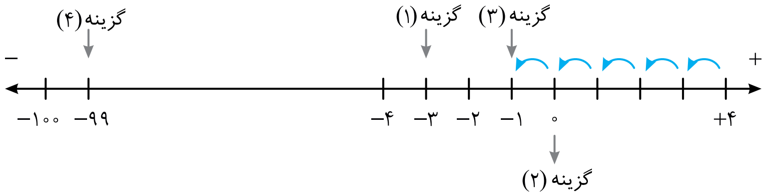
۴) $\rightarrow$ −۰/۰۲>−۲ ✓



۴۱۳- گزینه‌ی ۳ با بررسی گزینه‌ها، مشخّص می‌شود که گزینه‌ی (۳) نادرست است.

$$\underbrace{(+۹۳)-(+۱۳)}_{۸۰}<\underbrace{(+۲۱)+\overbrace{(-۳-۴-۵)}^{-۱۲}}_{۹}$$

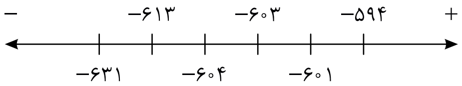
۴۱۴- گزینه‌ی ۲ گزینه‌ها را روی محور نشان می‌دهیم:



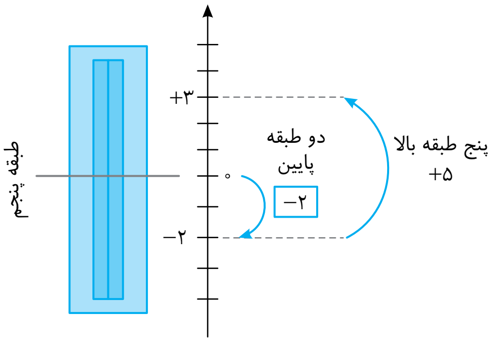
۴۱۵- گزینه‌ی ۲ کوچک‌ترین عدد صحیح چهار رقمی (−۹۹۹۹) است. همه‌ی عددهای صحیح چهار رقمی منفی از همه‌ی عددهای صحیح پنج رقمی منفی (و در نتیجه از −۵۵۶۷۱) بزرگ‌تر هستند. پس جواب برابر ۹×۹×۹×۹=۶۵۶۱ است.

۴۱۶- گزینه‌ی ۲ بزرگ‌ترین عدد دو رقمی صحیح عددی مثبت است. پس مساوی ۹۹ است. کوچک‌ترین عدد سه رقمی صحیح عددی منفی است. پس مساوی (−۹۹۹) است.

۴۱۷- گزینه‌ی ۲ بـه عدد −۵۹۴ روی محور زیر دقت کنید. دو عدد نزدیک به آن که با کارت‌های $\boxed{۶}$, $\boxed{۱}$, $\boxed{۳}$, $\boxed{۰}$ و $\boxed{۴}$ ساخته شده‌اند، (−۶۰۱) و (−۶۰۳) هستند. حاصل‌ضرب رقم‌های هر دوی این عددها «صفر» است.



۴۱۸- گزینه‌ی ۲ با توجّه به شکل زیر، گیتی روی محور در نقطه‌ی +۳ قرار دارد و چون ۳ طبقه از مبدأ بالا رفته و مبدأ طبقه‌ی ۵ است، پس در طبقه‌ی ۸ام قرار دارد.



۴۱۹- گزینه‌ی ۳ ابتدا دمای دوشنبه را به‌دست می‌آوریم:

دمای سه‌شنبه = دمای دوشنبه+۴

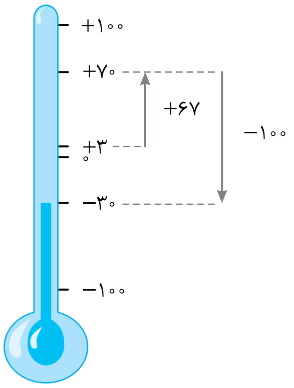
۲۲ = دمای دوشنبه+۴ ⇒ ۲۲−۴=۱۸ دمای دوشنبه

حال دمای چهارشنبه را به‌دست می‌آوریم:

دمای چهارشنبه+۶ = دمای دوشنبه

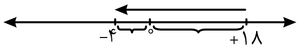
دمای چهارشنبه+۶=۱۸ ⇒ دمای چهارشنبه=۱۸−۶=۱۲

۴۲۰- گزینه‌ی ۳ تغییرات دمای فلز را روی محور (دماسنج) نمایش می‌دهیم. دمای نهایی دماسنج −۳۰ درجه است.



۴۲۱- گزینه‌ی ۴ با رسم روی محور مشخّص می‌شود که مایع را ۲۲ درجه سرد کرده‌ایم.

۱۸+۴=۲۲

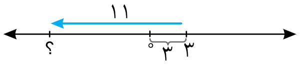


۴۲۲- گزینه‌ی ۳ با توجّه به سؤال ابتدا دمای شهر (ب) را به‌دست می‌آوریم:

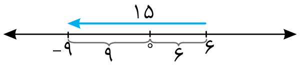
۲۲−۱۹=۳

سپس دمای شهر (ج) با کمک محور به‌دست می‌آوریم:

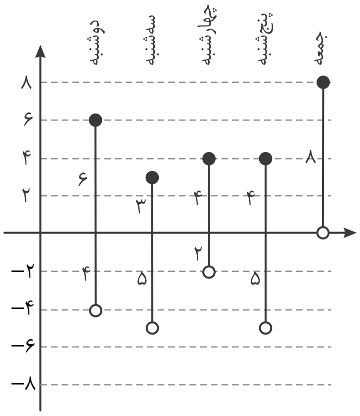
۱۱−۳=۸⇒؟=−۸



۴۲۳- گزینه‌ی ۲ با توجّه به فاصله‌ی ۸ و ۷ و فاصله‌ی ۷ و (الف)، متوجّه می‌شویم که نقطه‌ی (الف)، نقطه‌ی ۶ محور است. بنابراین ۱۵ واحد به سمت چپ (الف) حرکت کرده به نقطه‌ی (−۹) می‌رسیم.

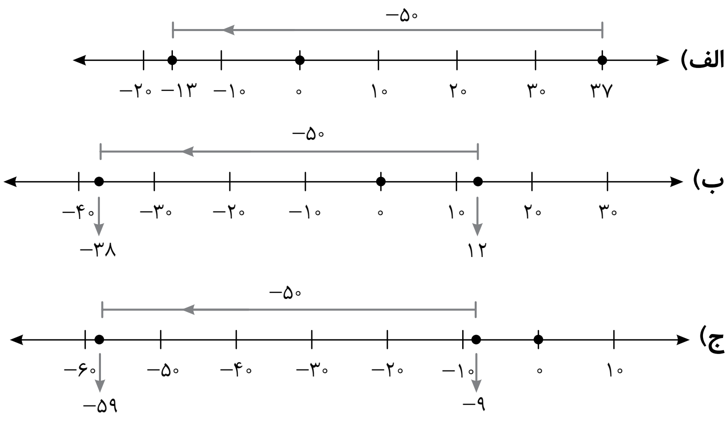


۴۲۴- گزینه‌ی ۱ فاصله‌ی نقطه‌ها در هر روز، تغییرات دما را در آن روز نشان می‌دهد.

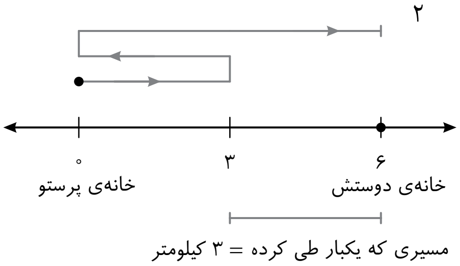


	تغییرات دما
دوشنبه	۶+۴=۱۰
سه‌شنبه	۳+۵=۸
چهارشنبه	۴+۲=۶
پنج‌شنبه	۴+۵=۹
جمعه	۸+۰=۸

۴۲۵- گزینه‌ی ۳ فقط کافیست دماها را روی محور مشخّص کنیم و هر سه را ۵۰ واحد به سمت منفی ببریم.

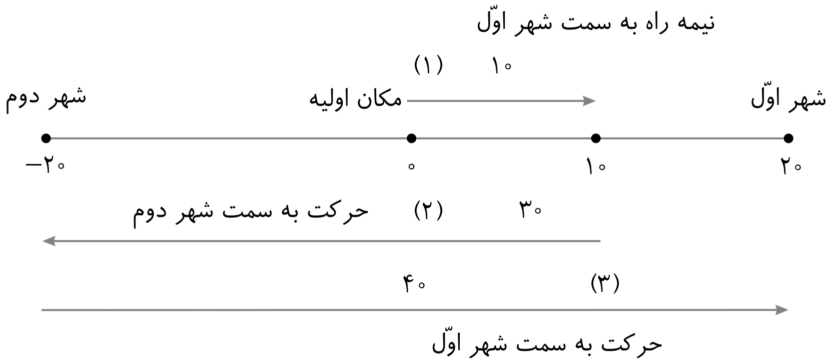


۴۲۶- گزینه‌ی ۱ مسیر حرکت پرستو را روی محور مشخّص می‌کنیم. میانه‌ی راه یعنی $\frac{۶}{۲}=۳$.



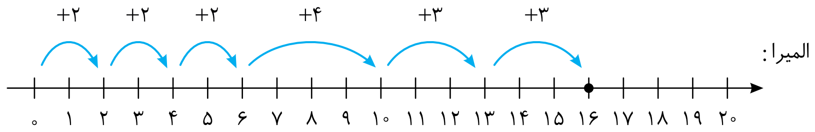
کلّ مسیر طی شده برابر است با ۱۲=۶+۳+۳ کیلومتر و مسیری که یک بار طی کرده برابر ۳ کیلومتر است، در نتیجه نسبت آن‌ها برابر است با $\frac{۳}{۱۲}=\frac{۱}{۴}$.

۴۲۷- گزینه‌ی ۴ با توجّه به شکل زیر، او مسیرهای (۱)، (۲) و (۳) را به ترتیب طی می‌کند.

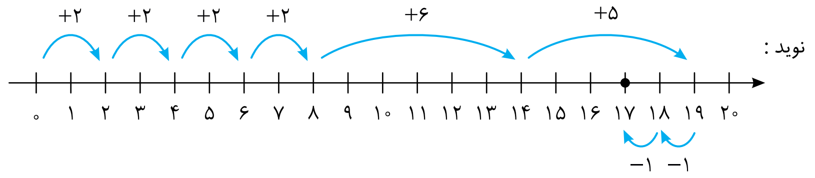


مجموع مسیرهای طی شده : $(۱)+(۲)+(۳)=۱۰+۳۰+۴۰=۸۰$ **کیلومتر**

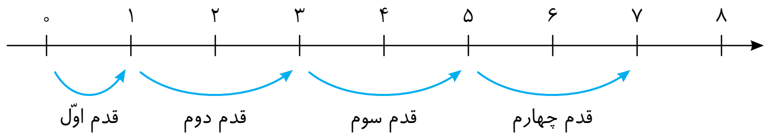
۴۲۸- گزینه‌ی ۲ مهره‌های المیرا و نوید را روی محور حرکت می‌دهیم:



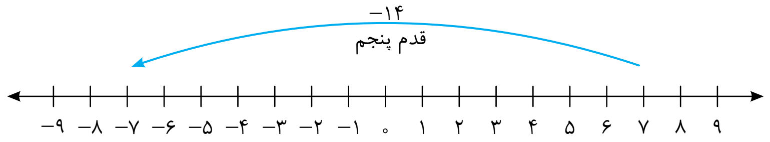
$\underset{\text{المیرا}}{۱۶} < \underset{\text{نوید}}{۱۷}$



۴۲۹- گزینه‌ی ۴ حرکت احمد را روی محور مشخّص می‌کنیم:

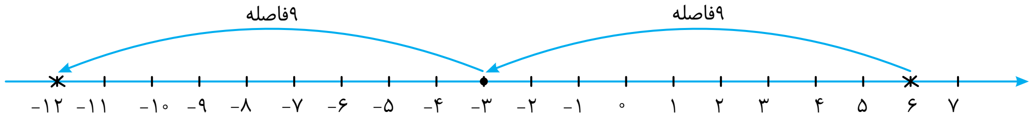


او در قدم چهارم ۷ واحد طی کرده، پس در قدم پنجم ۱۴ واحد به عقب باز می‌گردد.



پس او در نقطه‌ی −۷ ایستاده است.

۴۳۰- گزینه‌ی ۴ نقاط مورد نظر را روی محور نمایش داده و نقطه‌ی قرینه را می‌یابیم.



۴۳۱- گزینه‌ی ۴ الف) قرینه‌ی هر عدد منفی، عددی مثبت است. قرینه‌ی هر عدد مثبت، عددی منفی است. پس درست است.

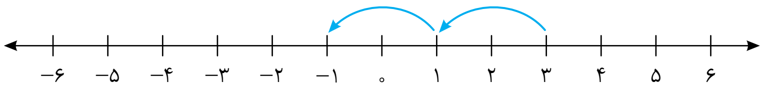
ب) قرینه‌ی صفر، صفر است. پس درست است.

پ) عدد صفر نه مثبت است و نه منفی. پس نادرست است.

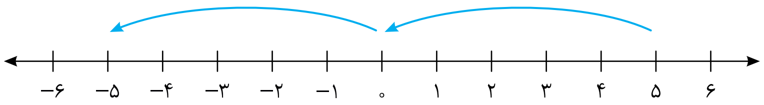
ت) درست است.

۴۳۲- گزینه‌ی ۱ حاصل هر یک از گزینه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

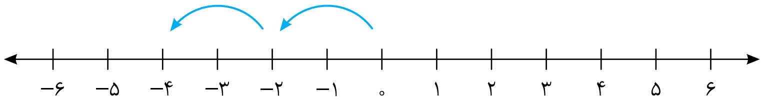
گزینه‌ی (۱): حاصل −۱ می‌شود.



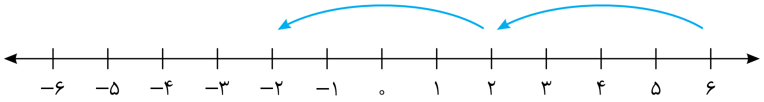
گزینه‌ی (۲): حاصل −۵ می‌شود.



گزینه‌ی (۳): حاصل −۴ می‌شود.

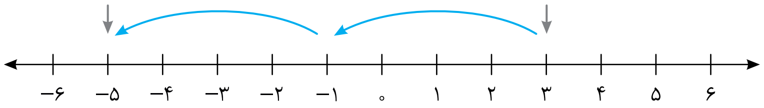


گزینه‌ی (۴): حاصل −۲ می‌شود.



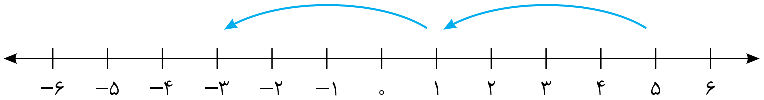
حاصل گزینه‌ی (۱) به صفر نزدیک‌تر است و از باقی گزینه‌ها بزرگ‌تر است.

۴۳۳- گزینه‌ی ۱ محور اعداد را رسم می‌کنیم:

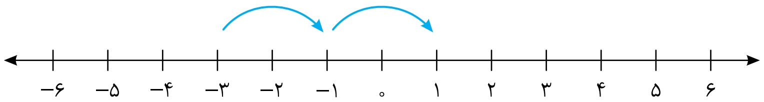


متوجّه می‌شویم که عدد −۱ وسط ۳ و −۵ قرار دارد. پس باید عدد ۳ را نسبت به −۱ قرینه کنیم تا −۵ به‌دست آید.

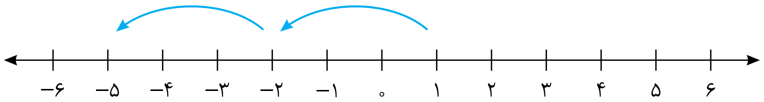
۴۳۴- گزینه‌ی ۴ مراحل را به‌ترتیب انجام می‌دهیم. عدد ۵ را نسبت به ۱ قرینه می‌کنیم. عدد −۳ به‌دست می‌آید.



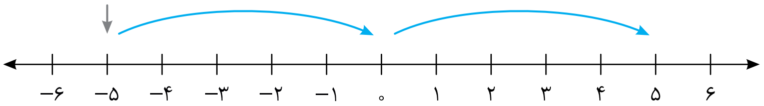
−۳ را نسبت به −۱ قرینه می‌کنیم. عدد ۱ به‌دست می‌آید.



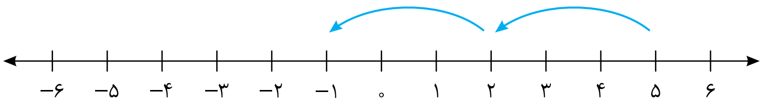
۱ را نسبت به −۲ قرینه می‌کنیم. عدد −۵ به‌دست می‌آید.



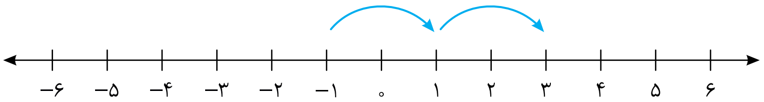
۴۳۵- گزینه‌ی ۳ مراحل را به صورت معکوس روی محور انجام می‌دهیم. ابتدا ۵− را نسبت به صفر قرینه می‌کنیم. عدد ۵ به‌دست می‌آید:



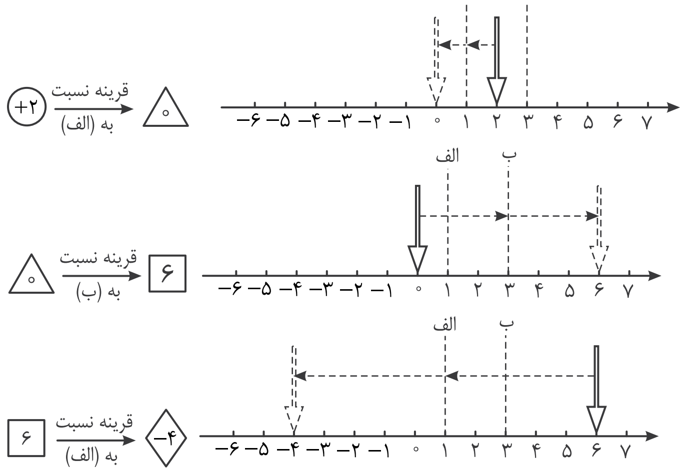
۵ را نسبت به ۲ قرینه می‌کنیم، عدد ۱− به‌دست می‌آید:



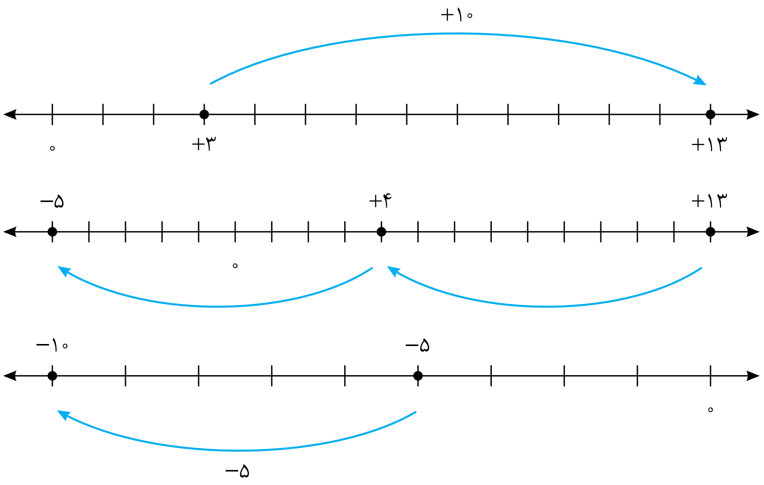
۱− را نسبت به ۱ قرینه می‌کنیم، عدد ۳ به‌دست می‌آید:



۴۳۶- گزینه‌ی ۳ فاصله‌ی هر نقطه و قرینه‌ی آن تا خط تقارن برابر است.



۴۳۷- گزینه‌ی ۱ مراحل را به‌صورت معکوس روی عدد ۳ انجام می‌دهیم:



$۳ \xrightarrow{+۱۰} \triangle$

$\triangle = ۱۳$

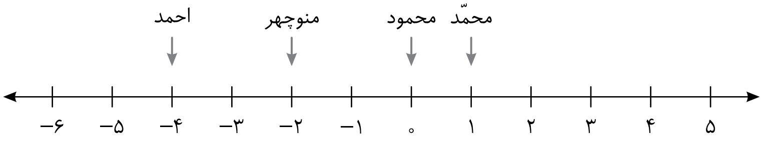
$۱۳ \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به ۴}} \bigcirc$

$\bigcirc = -۵$

$-۵ \xrightarrow{-۵} \square$

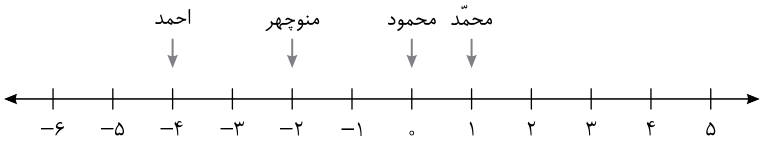
$\square = -۱۰$

۴۳۸- گزینه‌ی ۴ روی محور اعداد جای هر فرد را مشخص می‌کنیم.



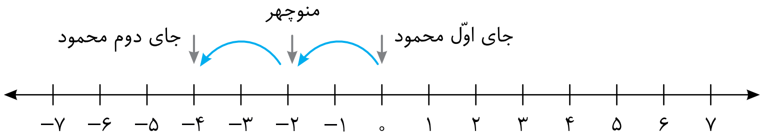
فاصله‌ی محمد و محمود یک واحد است و از بقیّه به هم نزدیک‌ترند.

۴۳۹- گزینه‌ی ۳ با توجّه به مکان افراد روی محور اعداد، متوجّه می‌شویم منوچهر نقطه‌ی قرینه‌ی بین احمد و محمود است.

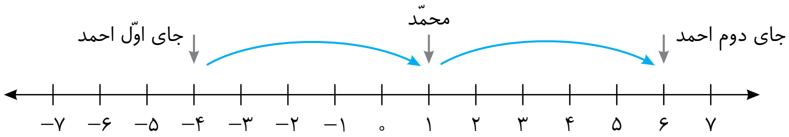


۴۴۰- گزینه‌ی ۴ قرینه‌ها را مرحله به مرحله انجام می‌دهیم.

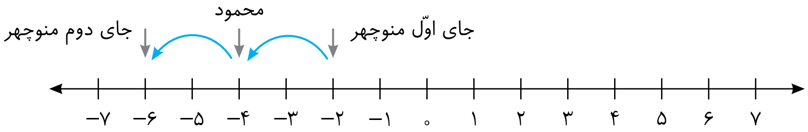
محمود را نسبت به منوچهر قرینه می‌کنیم.



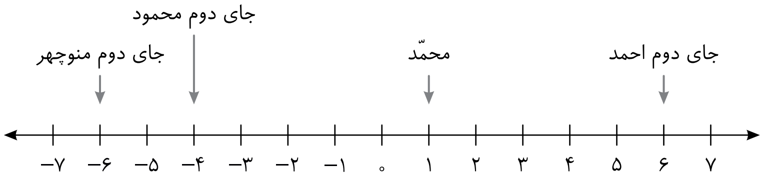
احمد را نسبت به محمّد قرینه می‌کنیم.



منوچهر را نسبت به جای جدید محمود قرینه می‌کنیم.

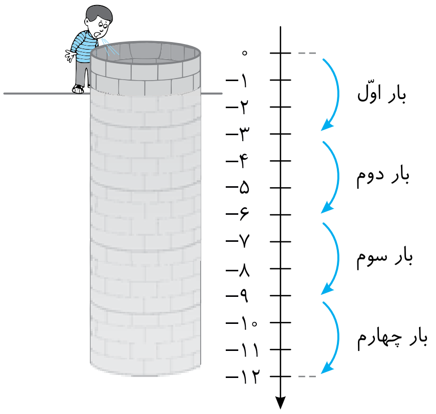


حال جای افراد به‌صورت زیر است:

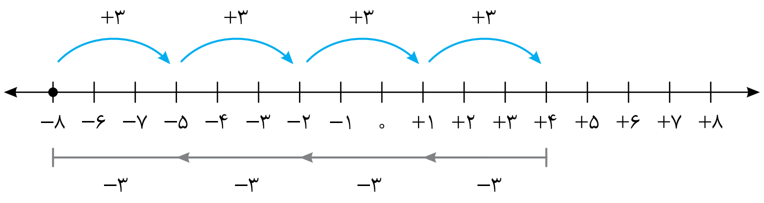


فاصله‌ی احمد و منوچهر از همه بیش‌تر است.

۴۴۱- گزینه‌ی ۳ از مبدأ ۴ بار و هر بار ۳ متر پایین می‌رویم. پس ارتفاع چاه ۱۲ متر زیر زمین است.

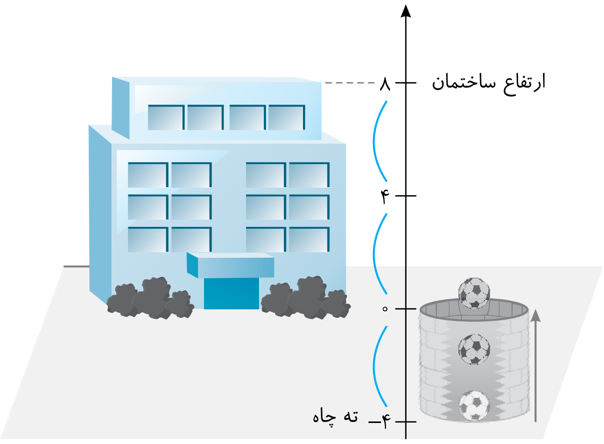


۴۴۲- گزینه‌ی ۲ غذا چهار ساعت در یخچال بوده، یعنی ۴ بار و هر بار ۳ درجه کاهش دما داشته و به −۸ درجه رسیده است، برای پیدا کردن دمای اوّلیّه کافیست ۴ بار و هر بار ۳ درجه دما را زیاد کنیم، پس



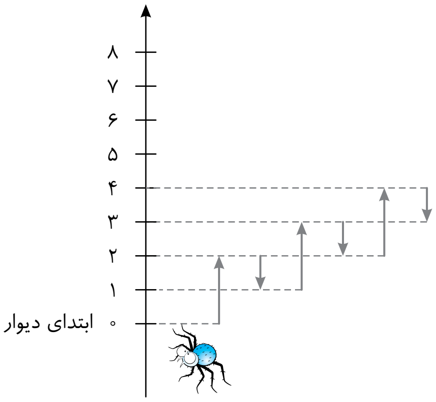
دمای اوّلیّه‌ی غذا +۴ درجه بوده است.

۴۴۳- گزینه‌ی ۲ توپ $\frac{۱}{۳}$ ارتفاع رها شده، تا سطح چاه بالا می‌آید که در شکل با فلش نشان داده شده است، یعنی $\frac{۱}{۳}$ ارتفاع رها شده ۴ متر است. با توجّه به شکل متوجّه می‌شویم که ارتفاع ساختمان ۸ متر است.



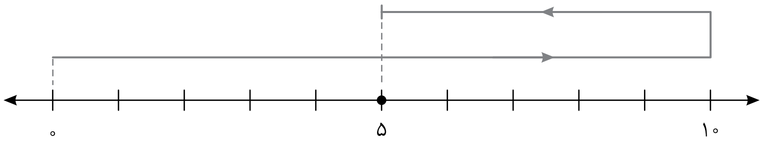
۴۴۴- گزینه‌ی ۲ حرکت عنکبوت را روی دیوار بررسی می‌کنیم. عنکبوت ۹ ساعت روی دیوار است: ساعت اوّل و دوم، ۲ متر بالا می‌رود و ساعت سوم ۱ متر پایین می‌آید.

به همین ترتیب ادامه می‌دهد و بعد از ۹ ساعت در ارتفاع ۳ متری از دیوار قرار دارد.

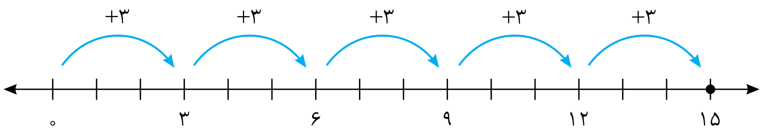


۴۴۵- گزینه‌ی ۲ گزینه‌ها را جداگانه بررسی و با هم مقایسه می‌کنیم.

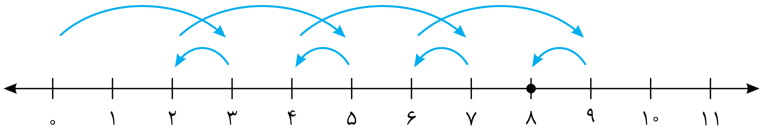
گزینه‌ی (۱): نقطه‌ی +۵



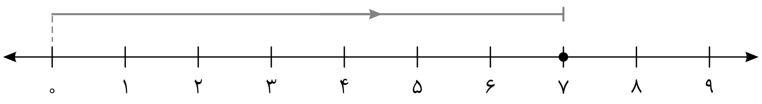
گزینه‌ی (۲): نقطه‌ی +۱۵



گزینه‌ی (۳): نقطه‌ی +۸



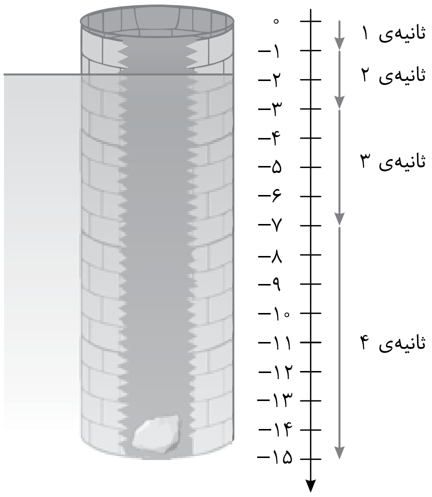
گزینه‌ی (۴): نقطه‌ی +۷



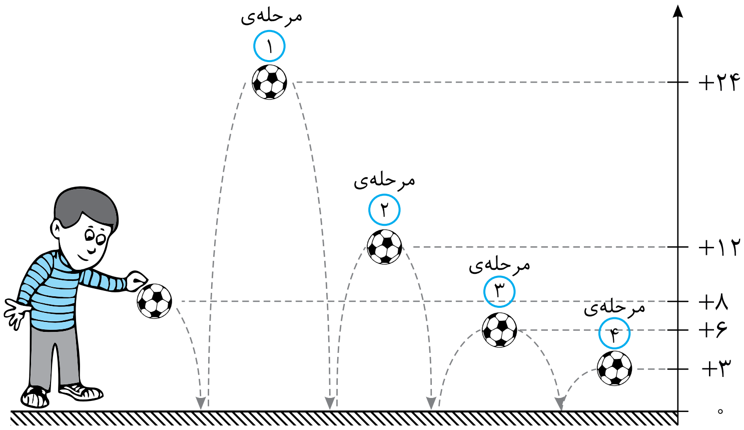
گزینه‌ها را مقایسه می‌کنیم:

$+۵<+۷<+۸<+۱۵$

۴۴۶- گزینه‌ی **۲** حرکت سنگ روی محور را رسم می‌کنیم.
در ثانیه‌ی ۳، ۴ متر پایین آمده و چون هر ثانیه دو برابر ثانیه‌ی قبل‌اش پایین می‌آید پس در ثانیه‌ی ۴، دو برابر ثانیه‌ی ۳ که ۴ متر پایین آمده بود پایین می‌آید. یعنی در ثانیه‌ی ۴، ۸=۲×۴ متر پایین می‌آید. بنابراین در ثانیه‌ی ۴ در ۱۵− قرار دارد.

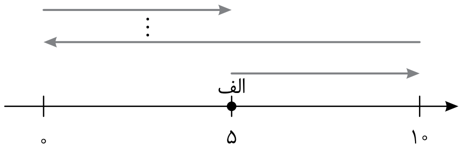


۴۴۷- گزینه‌ی **۲** حرکت توپ را روی محور نمایش می‌دهیم:

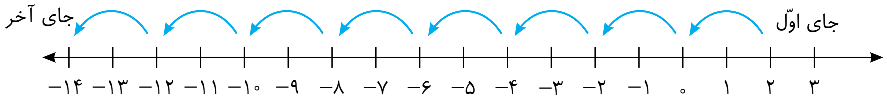


تــوپ در جهــش اوّل تــا ارتفاع ۲۴+ متر بالا می‌آید و پس از آن با هر بار زمین خوردن نصــف ارتفاعش کاهش می‌یابد. پس در جهش دوم تا ۱۲+ متر و جهش سوم تا ۶+متر بالا می‌آید. در جهش چهارم هم در ۳+ متر قرار می‌گیرد که بالاترین نقطه‌ی این جهش است.

۴۴۸- گزینه‌ی **۴** مسیر ۱۰ متری مسابقه را روی محور رسم می‌کنیم. می‌دانیم هر ثانیه دونده ۲ متر را طی می‌کند. پس در ۱ دقیقه ۱۲۰=۲×۶۰ متر را طی کرده است. یعنی دونده ۱۱ بار مسیر ۱۰ متر را طی می‌کند. پس ۱۱ بار به نقطه‌ی (الف) می‌رسد ولی در هنگام شروع از نقطه‌ی (الف) ۵ متر تا نقطه‌ی ۱۰ و در هنگام پایان مسیر، از نقطه‌ی صفر تا (الف) ۵ متر را طی می‌کند، پس ۲ بار دیگر هم به نقطه‌ی (الف) می‌رسد. پس مجموعاً ۱۳=۲+۱۱ بار روی نقطه‌ی (الف) قرار می‌گیرد.

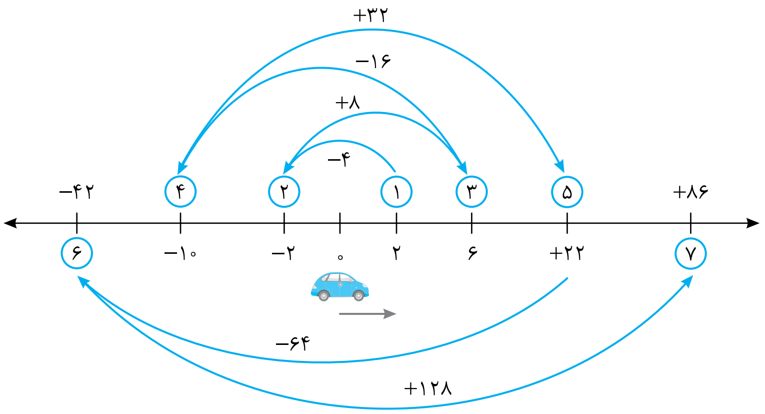


۴۴۹- گزینه‌ی **۳** در جملــه‌ی «خالــه زهرا! خیزید و خز آرید که هنگام خزان اســت» ۴ حرف «خ» و ۴ حرف «ز» وجود دارد. پس او ۸ تا ۲ واحدی به سمت منفی‌ها حرکت می‌کند.

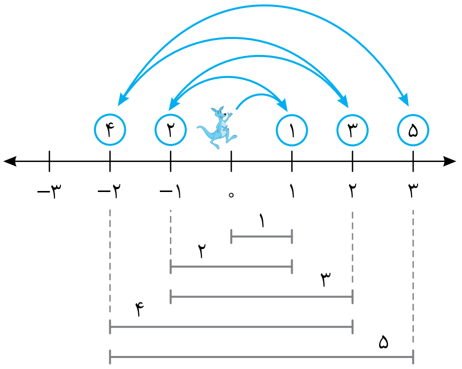


او در نقطه‌ی ۱۴− قرار گرفته است.

۴۵۰- گزینه‌ی ۴ حرکت ماشین روی محور را تا عبور از ‎+۸۰ ادامه می‌دهیم. شماره‌ی درون ○ نشان‌دهنده‌ی شماره‌ی مرحله است.

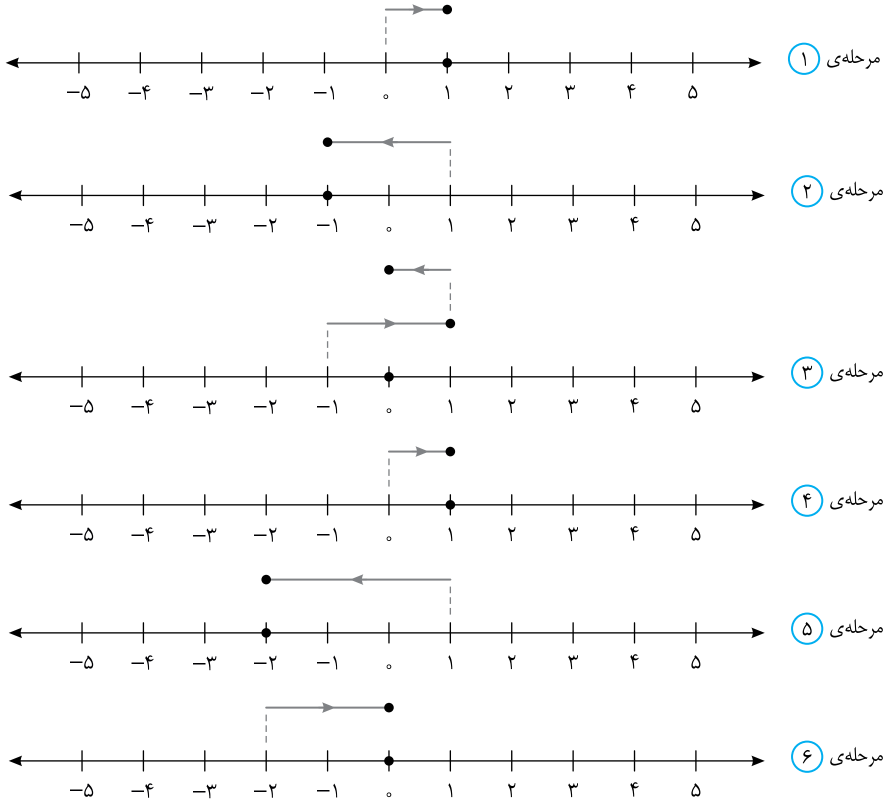


۴۵۱- گزینه‌ی ۴ حرکت‌های کانگورو را روی محور رسم می‌کنیم. اگر ○ کانگورو و عدد درون دایره شماره‌ی جهش باشد:



بعد از جهش پنجم روی نقطه‌ی ‎+۳ قرار دارد.

۴۵۲- گزینه‌ی ۴ با توجه به مربع‌های هر مرحله، حرکت هومان را روی محور رسم می‌کنیم.



پس بعد از مرحله‌ی ششم به نقطه‌ی مبدأ یعنی صفر باز می‌گردد.

۴۵۳- گزینه‌ی ۴ با توجّه به سؤال، امتیازهای منفی و امتیازهای مثبت با هم جمع می‌شوند. پس ③ می‌تواند ③ را بی‌اثر کند. همچنین ① و ② با هم می‌توانند ③ را بی‌اثر کنند. پس می‌توان برای گزینه‌ها نوشت:

گزینه‌ی (۱) درست است:

$$\cancel{①}\,\cancel{③}\,\cancel{③}\,②\,\cancel{①}=②$$

گزینه‌ی (۲) درست است:

$$\cancel{③}\,①\,\cancel{②}\,\cancel{②}\,\cancel{③}=①$$

گزینه‌ی (۳) درست است:

$$③\,③\,②\,②=\underbrace{③\,②}_{①}\,\underbrace{③\,②}_{①}=②$$

گزینه‌ی (۴) نادرست است:

$$③\,②\,\cancel{①}\,\cancel{①}=⑤$$

۴۵۴- گزینه‌ی ۳ گزینه‌ی (۱) نادرست است. با چهار شلیک ①③③③ می‌توان به امتیاز ۸ رسید.

گزینه‌ی (۲) نادرست است:

$$②\,①\,②\,①\,②\,①\,②\,①\,②\,①=⑤$$

گزینه‌ی (۳) درست است. تمام حالت‌های شلیک زیر به ③ می‌رسند.

③ , ①③① , ①②③②① , ③②①③③②① , …

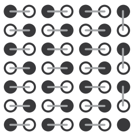
پس با هر تعداد فرد شلیک می‌توان به امتیاز ③ رسید.

گزینه‌ی (۴) نادرست است. تعداد شلیک فرد را در گزینه‌ی قبل توضیح دادیم. حالا تعداد شلیک زوج را توضیح می‌دهیم. همه‌ی حالت‌های زیر به ① می‌رسند:

②① , ③②①① , ③②①①②② , ③②①①①①②② , …

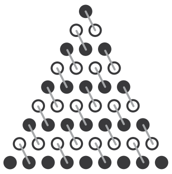
۴۵۵- گزینه‌ی ۳ ○ یعنی +۱ و ● یعنی −۱ . پس کنار هم قرار گرفتن ●○ یا ○ ● به معنای صفر است. پس هر ○ ● را می‌توان خط زد و صفر در نظر گرفت.

گزینه‌ی (۱) :



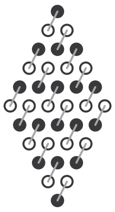
(−۱)= تنها یک ● خط نخورده است.

گزینه‌ی (۲) :



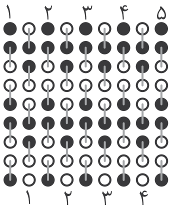
(−۵)= ۵ تا ● خط نخورده است.

گزینه‌ی (۳) :



۰= هیچ علامتی باقی نماند.

گزینه‌ی (۴) :



(−۱)= ۴ تا ○ و ۵ تا ● باقی مانده است. یعنی ۴ تا ○ ● ایجاد می‌شود که صفر است.

۴۵۶- گزینه‌ی ۲ با پرانتزگذاری عبارت به شکل زیر، می‌توانیم بیست پرانتز را که حاصل هر پرانتز $(+۱)$ است به‌وجود آوریم:

$$\underbrace{(-۱+۲)}_{+۱}+\underbrace{(-۳+۴)}_{+۱}+\cdots+\underbrace{(-۳۹+۴۰)}_{+۱}=۲۰\times(+۱)=(+۲۰)$$

۴۵۷- گزینه‌ی ۳ عددهای داخل پرانتز را می‌توانیم به صورت زیر دسته‌بندی کنیم:

$$(-۱+۲)+(-۳+۴)+(-۵+۶)+\cdots+(-۹۹۹+۱۰۰۰)$$

که تعداد دسته‌ها $۵۰۰=\frac{۱۰۰۰}{۲}$ تا است و حاصل هر پرانتز $(+۱)$ است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$۴\times\underbrace{(۱+۱+۱+\cdots+۱)}_{\text{۵۰۰ تا}}=۴\times۵۰۰=۲۰۰۰$$

۴۵۸- گزینه‌ی ۳ ابتدا به شکل زیر پرانتزگذاری می‌کنیم سپس تعداد پرانتزها را در حاصل هر پرانتز (که ۳ است) ضرب می‌کنیم.

$$(۴-۱)+(۶-۳)+(۸-۵)+\cdots+(۹۴-۹۱)=۳+۳+۳+\cdots+۳+۳$$

$$\frac{(۹۴-۴)}{۲}+۱=۴۶=\text{تعداد پرانتزها}\Rightarrow ۴۶\times۳=۱۳۸$$

۴۵۹- گزینه‌ی ۲ کافیست سه عدد مثبت حدس بزنید که جمعشان ۷ است. پس $۱+۲+۴=۷$

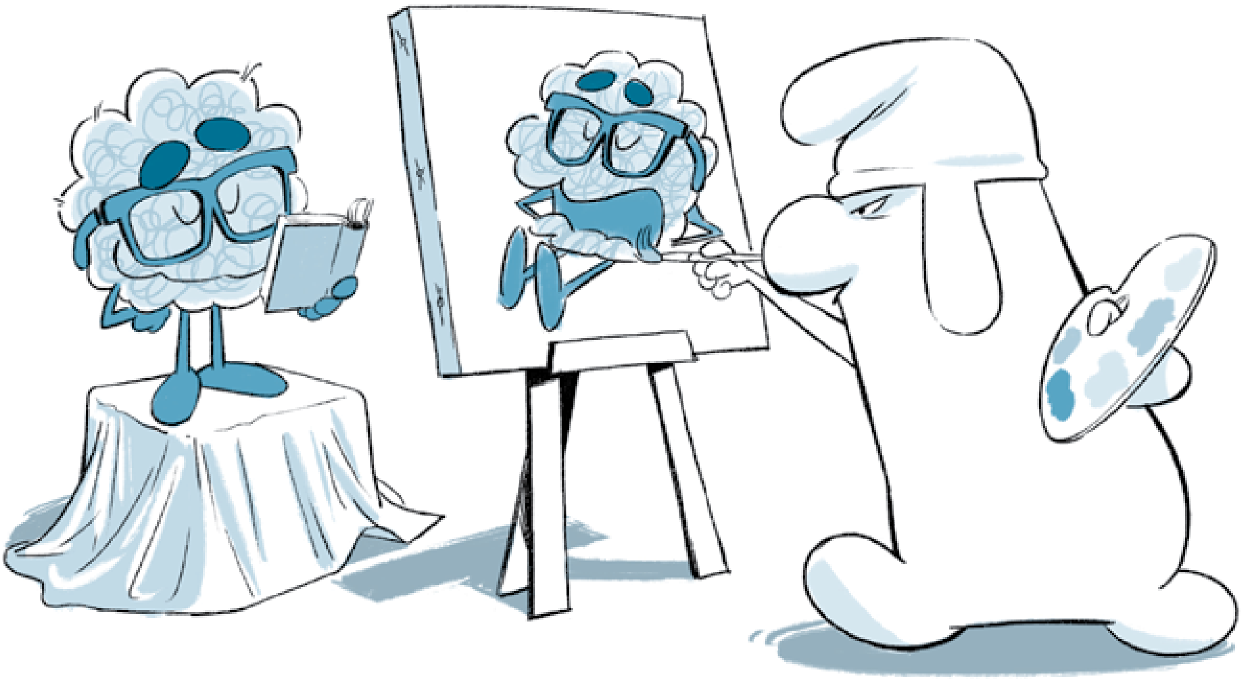
حاصل ضربشان: $۱\times۲\times۴=۸$

۴۶۰- گزینه‌ی ۲ رادین برای تولدش $۵۰+۳۵+۱۵=۱۰۰$ هزار تومان هدیه گرفته است. او $۵۰۰-۱۰۰=۴۰۰$ هزار تومان دیگر برای خرید دوچرخه احتیاج دارد. چون او هفته‌ای ۱۶ هزار تومان درآمد دارد، $۴۰۰\div۱۶=۲۵$ هفته طول می‌کشد تا ۴۰۰ هزار تومان را به‌دست آورد. بنابراین بعد از ۲۵ هفته می‌تواند آن دوچرخه را بخرد.

۴۶۱- گزینه‌ی ۱ **راه‌حلّ اوّل**: همه‌ی حالت‌ها را می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l}۱۲۳+۴۵+۶۷+۸۹=۳۲۴\\ ۱۲۳-۴۵+۶۷+۸۹=۲۳۴\\ ۱۲۳+۴۵-۶۷+۸۹=۱۹۰\\ ۱۲۳+۴۵+۶۷-۸۹=۱۴۶\\ ۱۲۳-۴۵-۶۷+۸۹=۱۰۰\\ ۱۲۳-۴۵+۶۷-۸۹=۵۶\\ ۱۲۳+۴۵-۶۷-۸۹=۱۲\\ ۱۲۳-۴۵-۶۷-۸۹=-۷۸\end{array}\right\}\xrightarrow{+}۳۲۴+۲۳۴+۱۹۰+۱۴۶+۱۰۰+۵۶+۱۲+(-۷۸)=۹۸۴$$

راه‌حلّ دوم: خلاق شویم!!! به ازای هر علامت $(+)$ که پشت عدد ۸۹ قرار می‌گیرد، یک علامت $(-)$ نیز پشت عدد ۸۹ قرار خواهد گرفت. این اتفاق برای عددهای ۴۵ و ۶۷ نیز می‌افتد. پس اگر همه‌ی حالت‌های گفته شده را با هم جمع کنیم، مانند این است که عددهای ۸۹، ۴۵ و ۶۷ بی‌اثر هستند و چون تعداد کلّ حالت‌های مختلف قرار دادن $+$ها و $-$ها ۸تاست، فقط ۱۲۳، ۸ بار با خود جمع شده و حاصل جمع نهایی $۸\times۱۲۳=۹۸۴$ خواهد بود.

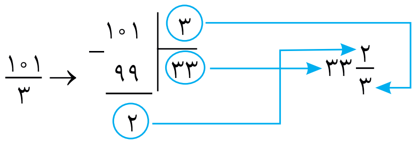


فصل دوم

کسر

پاسخ‌های تشریحی

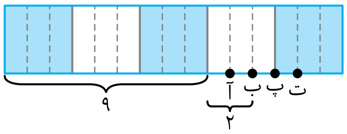
۴۶۲- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ برای تبدیل یک کسر به عدد مخلوط، صورت را بر مخرج تقسیم می‌کنیم:



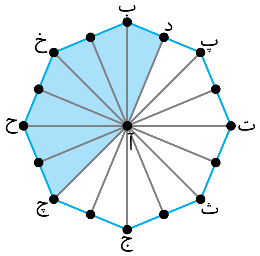
۴۶۳- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ برای جدا کردن ۱۱ قسمت، اول روبان را به ۱۵ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. روبان ۵ متر است و ۵ قسمت ۱ متری رنگی و سفید دارد. پس کافی است هر بخش را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم.

حال از این ۱۵ قسمت، ۱۱ قسمت را جدا می‌کنیم. برای این‌کار ۳ بخش اول و ۲ قسمت از بخش چهارم را انتخاب می‌کنیم. (۳×۳+۲=۱۱)

بنابراین امید باید روبان را از نقطه‌ی «ب» ببرد.

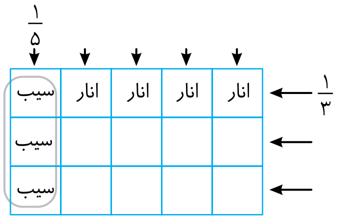


۴۶۴- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ از مرکز «آ» به تمام رأس‌ها و نقطه‌های میانی ضلع‌ها خطی رسم می‌کنیم. حال شکل به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم شده که ۷ قسمت آن رنگی است. پس مساحت قسمت رنگی برابر با $\frac{۷}{۱۶}$ مساحت کل شکل است.



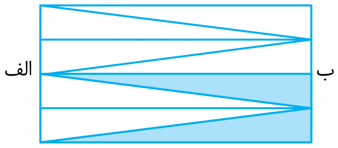
۴۶۵- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ به شکل مقابل نگاه کنید:

$\frac{۱}{۵}$ از درخت‌های باغ، درخت سیب هستند. پس اگر باغ را به صورت سه قسمت دیگر در نظر بگیریم (یعنی بعد از حذف قسمتی که سیب کاشته شده است)، می‌بینیم که $\frac{۱}{۳}$ از بقیه‌ی درخت‌های باغ، درخت انار هستند.



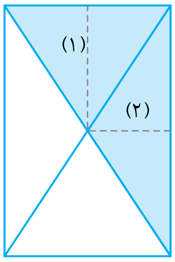
۴۶۶- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ شکل به ۸ مثلث برابر تقسیم می‌شود که ۲ تا از آن‌ها رنگی شده است. پس $\frac{۲}{۸}$ شکل رنگی است.

$\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$

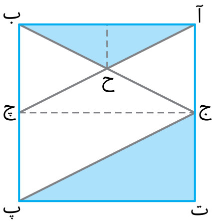


۴۶۷- گزینه‌ی $\boxed{۱}$ تقسیم‌بندی شکل را به صورت روبه‌رو انجام می‌دهیم:

دو ناحیه‌ی (۱) و (۲) به چهار مثلث برابر تقسیم می‌شوند. چون ناحیه‌های (۱) و (۲) هر دو از دو مثلث برابر ساخته شده‌اند، پس مساحت یکسانی دارند و نسبت مساحت آن‌ها برابر ۱ است.



۴۶۸- گزینه‌ی ۲ طول ضلع مربع ۲ سانتی‌متر است. با خطی نقطه‌های «ج» و «چ» را به هم وصل می‌کنیم. مربع به ۲ مستطیل با طول ۲ و عرض $۲\times\frac{۱}{۲}$ تقسیم می‌شود.



قطرهای مستطیل «آ ب چ ج» در وسط مستطیل یک‌دیگر را قطع می‌کنند. این نقطه را «ح» می‌نامیم و از نقطه‌ی «ح» ارتفاع مثلث «آ ب ح» را رسم می‌کنیم. عرض مستطیل ۱ سانتی‌متر است، پس ارتفاع مثلث که برابر با نصف عرض مســتطیل اســت مساوی $\frac{۱}{۲}$ می‌شود. از طرف دیگر، قاعده‌ی این مثلث برابر طول ضلع مربع است. بنابراین مساحت مثلث «آ ب ح» برابر است با

$$\frac{\text{ارتفاع}\times\text{قاعده}}{۲}=\frac{۲\times\frac{۱}{۲}}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

ارتفاع مثلث «پ ت ج» همان عرض مستطیل است، پس مساحت آن برابر است با

$$\frac{\text{ارتفاع}\times\text{قاعده}}{۲}=\frac{۲\times۱}{۲}=۱$$

مجموع مساحت دو مثلث رنگ شده برابر است با

$$\frac{۱}{۲}+۱=\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۲}=\frac{۳}{۲}$$

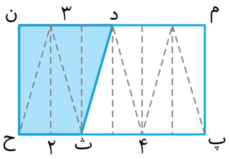
مساحت مربع برابر است با

$$\text{طول ضلع}\times\text{خودش}=۲\times۲=۴$$

بنابراین نسبت مساحت قسمت رنگی به مساحت مربع برابر است با

$$\frac{\frac{۳}{۲}}{۴}=\frac{۳}{۲}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۸}$$

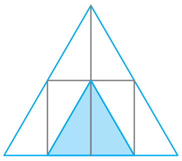
۴۶۹- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول**: با اضافه کردن خط‌های نشــان داده شده، ناحیه‌ی سایه‌دار را متشکل از ۵ مثلث مشــابه می‌بینیم. در حالی که کل مســتطیل متشکل از ۱۲ تا از این مثلث‌هاســت. بنابراین ناحیه‌ی رنگی $\frac{۵}{۱۲}$ کل مستطیل است.



راه‌حل دوم: می‌توانیم از فرمول مساحت ذوزنقه و مستطیل استفاده کنیم. اگر طول ضلع «ن ح» $\square$ باشد، داریم:

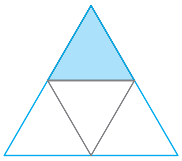
$$\frac{\text{مساحت ذوزنقه}}{\text{مساحت مستطیل}}=\frac{\frac{(۳+۲)\times\square}{۲}}{(۲+۴)\times\square}=\left(\frac{\frac{۵\times\square}{۲}}{\frac{۶\times\square}{۱}}\right)=\frac{۱\times۵\times\cancel{\square}}{۲\times۶\times\cancel{\square}}=\frac{۵}{۱۲}$$

۴۷۰- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول**: شکل را به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:

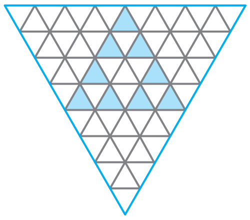


شکل به ۸ مثلث برابر تبدیل می‌شود که دو تا از آن‌ها رنگی است. پس $\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$ شکل رنگی است.

راه‌حل دوم: مثلث رنگی را جابه‌جا کرده و به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:

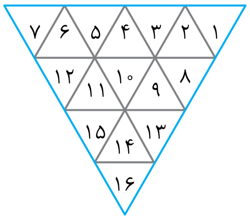


شکل به ۴ مثلث برابر تبدیل می‌شود که یکی از آن‌ها رنگی است. پس $\frac{۱}{۴}$ شکل رنگی شده است.

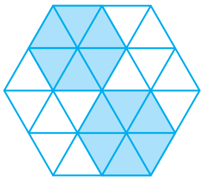


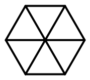
۴۷۱- گزینه‌ی ۲ مثلث‌های شکل از به هم وصل شدن وسط ضلع‌ها تشکیل شده‌اند. پس برای پیدا کردن نسبت مساحت‌های خواسته شده، وسط اضلاع را به همین ترتیب به هم وصل می‌کنیم تا مثلث اصلی به مثلث‌های کوچک‌تر هم‌اندازه تقسیم شود. تا رسیدن به کوچک‌ترین مثلث شکل اصلی (مثلث‌های هاشورخورده) تقسیم کردن شکل به مثلث‌های کوچک‌تر را ادامه می‌دهیم.

حال مثلث اصلی به ۶۴ مثلث کوچک تقسیم شده، یعنی ۴ مثلث که هر کدام ۱۶ مثلث کوچک‌تر دارند.

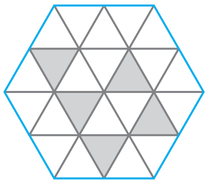


از این ۶۴ مثلث، ۹ تای آن‌ها رنگی است. پس نسبت مساحت قسمت رنگی به مساحت کل برابر با $\frac{۹}{۶۴}$ است.



۴۷۲- گزینه‌ی ۲ اگر مرکز شش ضلعی منتظم را به رأس‌های آن وصل کنیم، شش مثلث متساوی‌الاضلاع ایجاد می‌شود. ()

مرکز شش ضلعی بزرگ و دو شش ضلعی کوچک را به رأس‌هایشان وصل می‌کنیم و به بیرون ادامه می‌دهیم. شکل به ۲۴ مثلث برابر تبدیل می‌شود که ۱۲ تای آن‌ها رنگ شده است. پس $\frac{۱}{۲}=\frac{۱۲}{۲۴}$ شکل رنگی است.

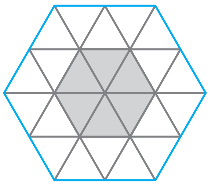


۴۷۳- گزینه‌ی ۱ مرکز شش ضلعی را به رأس‌های آن وصل می‌کنیم، سپس وسط اضلاع ۶ مثلث ایجاد شده را به هم وصل می‌کنیم.

در کل ۲۴ مثلث کوچک خواهیم داشت که ۵ تا از آن‌ها رنگی است، پس $\frac{۵}{۲۴}$ شکل رنگی است.

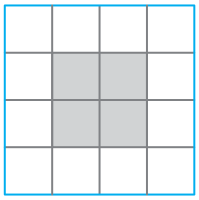
۴۷۴- گزینه‌ی ۳ هر مورد را به صورت جدا بررسی می‌کنیم.

شکل (۱):



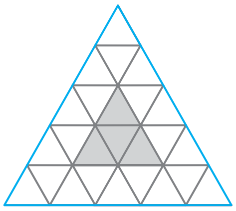
$$\frac{\text{مساحت رنگی}}{\text{مساحت غیر رنگی}}=\frac{۶}{۱۸}=\frac{۱}{۳}$$

شکل (۲):



$$\frac{\text{مساحت رنگی}}{\text{مساحت غیر رنگی}}=\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱}{۳}$$

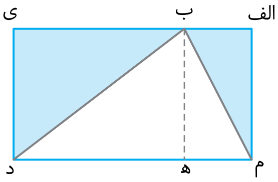
شکل (۳):



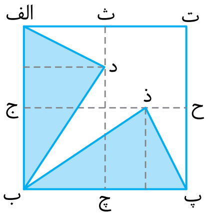
$$\frac{\text{مساحت رنگی}}{\text{مساحت غیر رنگی}}=\frac{۴}{۲۱}$$

چون $\frac{۴}{۲۱}<\frac{۱}{۳}$، پس در شکل (۳) نسبت مساحت قسمت رنگی به مساحت قسمت غیررنگی کم‌تر است.

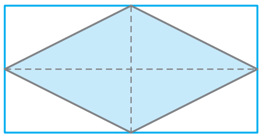
۴۷۵- گزینه‌ی ۳ شکل را به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:
طبق تقسیم‌بندی، مساحت مثلث‌های «الف ب م» و «ب م ه» با هم و مساحت مثلث‌های «ب ی د» و «ب ه د» نیز، با هم برابر است. پس می‌توان گفت مساحت مثلث «ب م د» برابر مجموع مساحت مثلث‌های «الف ب م» و «ب ی د» است و در نتیجه مجموع مساحت مثلث‌های «الف ب م» و «ب ی د» برابر نصف مساحت مستطیل «الف م د ی» است.



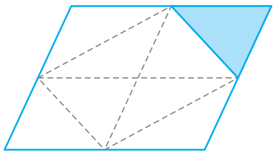
۴۷۶- گزینه‌ی ۱ با توجه به تست قبل، مساحت مثلث «پ ذ ب» نصف مساحت مستطیل «ح ج ب پ» است. مساحت مستطیل «ح ج ب پ» هم نصف مساحت مربع «الف ب پ ت» است. پس می‌توان گفت مساحت مثلث «پ ذ ب» برابر $\frac{۱}{۴}$ مساحت مربع «الف ب پ ت» است. به همین ترتیب مساحت مثلث «الف ب د» هم $\frac{۱}{۴}$ مساحت مربع «الف ب پ ت» است. در نتیجه مجموع مساحت دو مثلث «پ ذ ب» و «الف ب د» نصف مساحت مربع است.

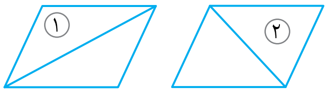


۴۷۷- گزینه‌ی ۱ شکل را رسم می‌کنیم و تقسیم‌بندی را انجام می‌دهیم:
با این تقسیم‌بندی ۸ مثلث برابر داریم که ۴ تا درون لوزی است.
پس مساحت لوزی $\frac{۴}{۸}$ مساحت مستطیل یعنی نصف مساحت مستطیل است.



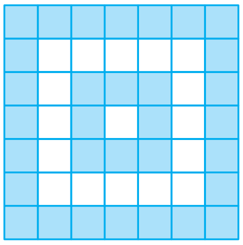
۴۷۸- گزینه‌ی ۳ شکل را رسم می‌کنیم و تقسیم‌بندی روبه‌رو را انجام می‌دهیم. (همه‌ی وسط‌های ضلع‌ها را به هم وصل کرده‌ایم.)
شکل به ۸ مثلث تقسیم می‌شود.
با آن‌که مثلث‌ها برابر نیستند اما مساحتشان برابر است! برای توضیح به دو متوازی‌الاضلاع مساوی روبه‌رو دقت کنید:
مساحت دو مثلث (۱) و (۲) برابر است. زیرا مساحت هر کدام نصف مساحت متوازی‌الاضلاع‌اند. اما مثلث‌ها کاملاً شبیه هم نیستند. حال در شکل اول، متوازی‌الاضلاع از ۸ مثلث هم مساحت تشکیل شده است که یکی از مثلث‌ها رنگ شده است، پس جواب $\frac{۱}{۸}$ است.





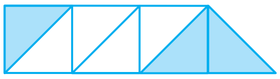
۴۷۹- گزینه‌ی ۴ مربع‌های رنگی را به شکل اضافه می‌کنیم، سپس نسبت تعداد مربع‌های رنگی و سفید را به دست می‌آوریم:

تعداد مربع‌های رنگی = ۳۲
تعداد مربع‌های سفید = ۱۷
$\Rightarrow$ نسبت سیاه به سفید = $\frac{۳۲}{۱۷}$

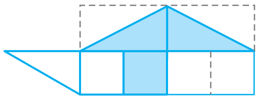


۴۸۰- گزینه‌ی ۲ اگر شکل هر گزینه را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم، کسر مربوط به قسمت رنگی مشخص می‌شود.

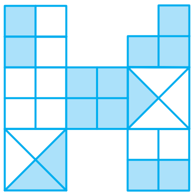
گزینه‌ی (۱): $\frac{۳}{۷}$



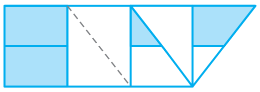
گزینه‌ی (۳): $\frac{۳}{۷}$



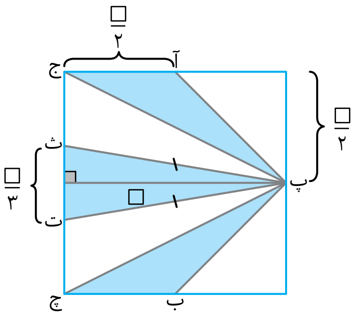
گزینه‌ی (۲): $\frac{۱۴}{۲۷} \neq \frac{۳}{۷}$



گزینه‌ی (۴): $\frac{۳}{۷}$



۴۸۱- گزینه‌ی ۲ مساحت سه مثلث رنگی را حساب می‌کنیم. مساحت مثلث‌های «آ پ ج» و «ب پ چ» برابر است. پس فقط مساحت مثلث «آ پ ج» را حساب می‌کنیم. طول ضلع مربع را □ در نظر می‌گیریم. ارتفاع و قاعده‌ی مثلث «آ پ ج» $\frac{\square}{۲}$ است. پس مساحت مثلث «آ پ ج» برابر است با



$$\frac{\text{ارتفاع}\times\text{قاعده}}{۲} = \frac{\frac{۱}{۲}\square\times\frac{۱}{۲}\square}{۲} = \frac{۱}{۸}\square\times\square$$

قاعده‌ی مثلث «پ ت ث» برابر است با $\frac{۱}{۳}\square$. چون ساق‌های این مثلث هم‌اندازه‌اند، پس ارتفاع وارد بر قاعده‌ی «ت ث» هم‌اندازه‌ی ضلع مربع است. پس مساحت مثلث «پ ت ث» برابر است با

$$\frac{\frac{۱}{۳}\square\times\square}{۲} = \frac{۱}{۶}\square\times\square$$

حال مساحت سه مثلث رنگی را با هم جمع می‌کنیم:

$$\text{مساحت ناحیه‌ی رنگی} = \frac{۱}{۶}\times\square\times\square + ۲\times(\frac{۱}{۸}\square\times\square) = \frac{\square\times\square}{۶} + \frac{\square\times\square}{۴}$$

با مخرج مشترک گرفتن نتیجه می‌شود:

$$\text{مساحت ناحیه‌ی رنگی} = \frac{۴\times\square\times\square}{۲۴} + \frac{۶\times\square\times\square}{۲۴} = \frac{۱۰\times\square\times\square}{۲۴}$$

از طرف دیگر، مساحت مربع برابر است با

$$\square\times\square = \text{خودش}\times\text{طول ضلع}$$

بنابراین نسبت مساحت قسمت رنگی به مساحت مربع برابر است با

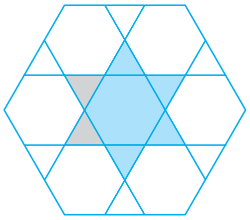
$$\frac{\frac{۱۰}{۲۴}\times\square\times\square}{\square\times\square} = \frac{۱۰}{۲۴}$$

۴۸۲- گزینه‌ی ۴ کل شکل از ۷ شش ضلعی کوچک و یکسان و ۱۲ مثلث متساوی‌الاضلاع برابر ساخته شده است.

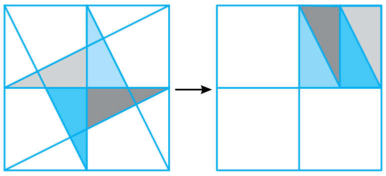
با کنار هم قرار دادن شش مثلث متساوی‌الاضلاع، یک شش ضلعی با اضلاع برابر ساخته می‌شود.

پس شکل در کل از ۹ شش ضلعی کوچک ساخته شده است که ۲ تا از آن‌ها رنگ شده است.

در نتیجه جواب $\frac{۲}{۹}$ است.



۴۸۳- گزینه‌ی ۲ ناحیه‌ی رنگی از کنار هم قرار گرفتن ۴ مثلث ساخته شده که می‌توان آن‌ها را درون یکی از مربع‌های کوچک، کنار هم چید. پس ۱ مربع از ۴ مربع رنگ شده است، بنابراین $\frac{۱}{۴}$ مربع بزرگ پوشانده شده است.

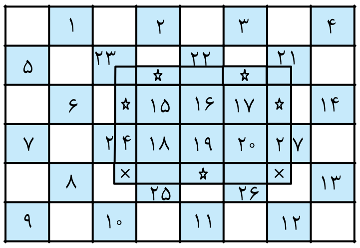


۴۸۴- گزینه‌ی ۱ کل شکل از ۸×۶ مربع تشکیل شده است.

مربع‌های کاملاً رنگی را شماره‌گذاری می‌کنیم.

تعداد مربع‌هایی که کاملاً رنگی هستند ۲۷ تا است.

از کنار هم قرار گرفتن هر دو مستطیل ستاره‌دار هم یک مربع ساخته می‌شود. ۵ مستطیل ستاره‌دار داریم که برابر $\frac{۵}{۲}$ مربع رنگی است. دو مربع کوچک هم داریم که با علامت «×» مشخص کرده‌ایم و هر کدام $\frac{۱}{۴}$ مربع رنگی هستند. این دو مربع با مستطیل‌های ستاره‌دار در مجموع $۳=\frac{۶}{۲}$ مربع رنگی ایجاد می‌کنند. پس در کل ۳۰ مربع رنگی داریم و $\frac{۳۰}{۴۸}$ شکل رنگی است.



۴۸۵- گزینه‌ی ۴ گزینه‌ی (۱) کسر $\frac{۶}{۸}$، گزینه‌ی (۲) کسر $\frac{۴۸}{۶۴}$، گزینه‌ی (۳) کسر $\frac{۱۲}{۱۶}$ و گزینه‌ی (۴) کسر $\frac{۱۳}{۱۶}$ را نشان می‌دهد.

$$\frac{۶}{۸}=\frac{۱۲}{۱۶}=\frac{۴۸}{۶۴}$$

۴۸۶- گزینه‌ی ۴ کسر را تا جایی که ممکن است ساده می‌کنیم.

$$\frac{۶۰۰}{۷۲۰}\underset{\div ۱۰}{\overset{\div ۱۰}{=}}\frac{۶۰}{۷۲}\underset{\div ۲}{\overset{\div ۲}{=}}\frac{۳۰}{۳۶}\underset{\div ۲}{\overset{\div ۲}{=}}\frac{۱۵}{۱۸}\underset{\div ۳}{\overset{\div ۳}{=}}\frac{۵}{۶}$$

در نتیجه ساده‌ترین شکل کسر $\frac{۶۰۰}{۷۲۰}$، به صورت $\frac{۵}{۶}$ است.

۴۸۷- گزینه‌ی ۳ برای ساده کردن، صورت و مخرج را بر عددی که هر دو بر آن بخش‌پذیرند تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{۵۵۲}{۳۶۰}\underset{\div ۲}{\overset{\div ۲}{=}}\frac{۲۷۶}{۱۸۰}\underset{\div ۲}{\overset{\div ۲}{=}}\frac{۱۳۸}{۹۰}\underset{\div ۲}{\overset{\div ۲}{=}}\frac{۶۹}{۴۵}\underset{\div ۳}{\overset{\div ۳}{=}}\frac{۲۳}{۱۵}$$

۴۸۸- گزینه‌ی ۴ گزینه‌ی (۴) صحیح است، زیرا

$$\frac{۱۵}{۳۵}\underset{\div ۵}{\overset{\div ۵}{=}}\frac{۳}{۷}\quad,\quad\frac{۶}{۱۴}\underset{\div ۲}{\overset{\div ۲}{=}}\frac{۳}{۷}\quad,\quad\frac{۲۷}{۶۳}\underset{\div ۹}{\overset{\div ۹}{=}}\frac{۳}{۷}$$

بنابراین سه کسر با هم برابر هستند.

۴۸۹- گزینه‌ی ۴ می‌دانیم $\frac{۵}{۷}\underset{\times ۳}{\overset{\times ۳}{=}}\frac{۱۵}{۲۱}$ ، $\frac{۵}{۷}\underset{\times ۴}{\overset{\times ۴}{=}}\frac{۲۰}{۲۸}$ و $\frac{۵}{۷}\underset{\times ۹}{\overset{\times ۹}{=}}\frac{۴۵}{۶۳}$. در نتیجه گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) را می‌توان در جای خالی قرار داد. اما گزینه‌ی (۴) را نمی‌توان قرار داد، زیرا با $\frac{۵}{۷}$ برابر نیست.

$$\frac{۳۵}{۴۲}\underset{\div ۷}{\overset{\div ۷}{=}}\frac{۵}{۶}\neq\frac{۵}{۷}$$

۴۹۰- گزینه‌ی ۲ ابتدا ○ را به‌دست می‌آوریم:

$\frac{\bigcirc}{۱۱}=\frac{۲۱}{۷۷}$ و $۷۷=۱۱\times۷$، در نتیجه $\bigcirc\times۷=۲۱$ ، پس $\bigcirc=۳$.

با جای‌گذاری مقدار ○ در رابطه‌ی داده شده نتیجه می‌شود

$$\frac{۳}{۱۱}=\frac{۲۱}{۷۷}=\frac{۱۵}{\square}$$

چون $\frac{۳}{۱۱}=\frac{۱۵}{\square}$ و $۱۵=۳\times۵$، در نتیجه $\square=۱۱\times۵=۵۵$ ، بنابراین

$$\bigcirc\times\square=۳\times۵۵=۱۶۵$$

۴۹۱- گزینه‌ی ۱ به ترتیب ○، □ و △ را به‌دست می‌آوریم:

چون $\frac{۳}{۷}=\frac{\bigcirc}{۲۱}$ و ۲۱=۷×۳، در نتیجه $\bigcirc=۳\times۳=۹$.

چون $\frac{۳}{۷}=\frac{۲۱}{\square}$ و ۲۱=۳×۷، در نتیجه $\square=۷\times۷=۴۹$.

چون $\frac{۳}{۷}=\frac{\triangle}{۹۱}$ و ۹۱=۷×۱۳، در نتیجه $\triangle=۳\times۱۳=۳۹$.

حال حاصل‌جمع ○، □ و △ را حساب می‌کنیم:

$$\bigcirc+\square+\triangle=۹+۴۹+۳۹=۹۷$$

۴۹۲- گزینه‌ی ۱ مقایسه‌ی دو به دو انجام می‌دهیم:

$$\frac{۶}{۲۵},\frac{۳}{۱۰}\Rightarrow\frac{۶\times۲}{۲۵\times۲}=\frac{۱۲}{۵۰}\boxed{<}\frac{۳\times۵}{۱۰\times۵}=\frac{۱۵}{۵۰}$$

$$\frac{۲}{۵},\frac{۱۳}{۵۰}\Rightarrow\frac{۲\times۱۰}{۵\times۱۰}=\frac{۲۰}{۵۰}\boxed{>}\frac{۱۳}{۵۰}$$

حالا دو عدد کوچک‌تر را مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{۱۳}{۵۰},\frac{۶}{۲۵}\Rightarrow\frac{۱۳}{۵۰}\boxed{>}\frac{۶\times۲}{۲۵\times۲}=\frac{۱۲}{۵۰}$$

پس جواب $\frac{۶}{۲۵}$ است.

۴۹۳- گزینه‌ی ۲ درستی و نادرستی هر گزینه را بررسی می‌کنیم:

درست $\frac{۵}{۷}>\frac{۴}{۸}\Rightarrow\frac{۴۰}{۵۶}>\frac{۲۸}{۵۶}$: گزینه‌ی (۲)

نادرست $\frac{۵}{۶}<\frac{۴}{۷}\Rightarrow\frac{۳۵}{۴۲}<\frac{۲۴}{۴۲}$: گزینه‌ی (۱)

نادرست $\frac{۵}{۱۰}<\frac{۴}{۹}\Rightarrow\frac{۴۵}{۹۰}<\frac{۴۰}{۹۰}$: گزینه‌ی (۴)

نادرست $\frac{۴}{۹}<\frac{۳}{۱۱}\Rightarrow\frac{۴۴}{۹۹}<\frac{۲۷}{۹۹}$: گزینه‌ی (۳)

۴۹۴- گزینه‌ی ۳ هر کدام از گزینه‌ها را با $\frac{۳}{۴}$ مقایسه می‌کنیم:

✗ $\frac{۳}{۴},\frac{۱۳}{۲۰}\rightarrow\frac{۳\times۵}{۴\times۵}=\frac{۱۵}{۲۰}\boxed{>}\frac{۱۳}{۲۰}$: گزینه‌ی (۲)

✗ $\frac{۳}{۴},\frac{۳۵}{۷۱}\rightarrow\frac{۳\times۷۱}{۴\times۷۱}=\frac{۲۱۳}{۲۸۴}\boxed{>}\frac{۳۵\times۴}{۷۱\times۴}=\frac{۱۴۰}{۲۸۴}$: گزینه‌ی (۱)

✗ $\frac{۳}{۴},\frac{۷۱}{۱۰۱}\rightarrow\frac{۳\times۱۰۱}{۴\times۱۰۱}=\frac{۳۰۳}{۴۰۴}\boxed{>}\frac{۷۱\times۴}{۱۰۱\times۴}=\frac{۲۸۴}{۴۰۴}$: گزینه‌ی (۴)

✓ $\frac{۳}{۴},\frac{۱۹}{۲۴}\rightarrow\frac{۳\times۶}{۴\times۶}=\frac{۱۸}{۲۴}\boxed{<}\frac{۱۹}{۲۴}$: گزینه‌ی (۳)

پس فقط $\frac{۱۹}{۲۴}$ بزرگ‌تر از $\frac{۳}{۴}$ است.

۴۹۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا $\frac{۵}{۷}$ و $\frac{۳}{۸}$ را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{۵}{۷},\frac{۳}{۸}:\frac{۴۰}{۵۶}\boxed{>}\frac{۲۱}{۵۶}\Rightarrow\frac{۵}{۷}>\frac{۳}{۸}$$

حال $\frac{۳}{۸}$ و $\frac{۴}{۹}$ را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{۴}{۹},\frac{۳}{۸}:\frac{۳۲}{۷۲}\boxed{>}\frac{۲۷}{۷۲}\Rightarrow\frac{۴}{۹}>\frac{۳}{۸}$$

حال $\frac{۴}{۹}$ و $\frac{۵}{۷}$ را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{۵}{۷},\frac{۴}{۹}:\frac{۴۵}{۷۲}\boxed{>}\frac{۲۸}{۷۲}\Rightarrow\frac{۵}{۷}>\frac{۴}{۹}$$

در نتیجه $\frac{۳}{۸}<\frac{۴}{۹}<\frac{۵}{۷}$.

۴۹۶- گزینه‌ی ۳ دو کسر را انتخاب کرده و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{۷}{۳},\frac{۹}{۸}:\frac{۷\times۸}{۳\times۸}=\frac{۵۶}{۲۴}\boxed{>}\frac{۹\times۳}{۸\times۳}=\frac{۲۷}{۲۴}\Rightarrow\frac{۷}{۳}>\frac{۹}{۸}$$

حالا کسرهای $\frac{۱۳}{۱۱}$ و $\frac{۹}{۸}$ را مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{۱۳}{۱۱},\frac{۹}{۸}:\frac{۱۳\times۸}{۱۱\times۸}=\frac{۱۰۴}{۸۸}\boxed{>}\frac{۹\times۱۱}{۸\times۱۱}=\frac{۹۹}{۸۸}\Rightarrow\frac{۱۳}{۱۱}>\frac{۹}{۸}$$

با استفاده از دو نتیجه‌ی قبل نمی‌توان فهمید که $\frac{۱۳}{۱۱}$ بزرگ‌تر است یا $\frac{۷}{۳}$. پس مجبوریم این دو را هم مقایسه کنیم:

$$\frac{۷}{۳},\frac{۱۳}{۱۱}:\frac{۷\times۱۱}{۳\times۱۱}=\frac{۷۷}{۳۳}\boxed{>}\frac{۱۳\times۳}{۱۱\times۳}=\frac{۳۹}{۳۳}\Rightarrow\frac{۷}{۳}>\frac{۱۳}{۱۱}$$

پس $\frac{۷}{۳}>\frac{۱۳}{۱۱}>\frac{۹}{۸}$. اکنون کسرها را از چپ به راست و از کوچک به بزرگ می‌نویسیم: $\frac{۹}{۸},\frac{۱۳}{۱۱},\frac{۷}{۳}$.

۴۹۷- گزینه‌ی ۲ کسر $\frac{۷}{۲۱}$ برابر با $\frac{۱}{۳}$ است، بنابراین دو کسر دیگر را با $\frac{۱}{۳}$ مقایسه می‌کنیم: کسر $\frac{۵}{۱۹}$ از $\frac{۱}{۳}$ کوچک‌تر و کسر $\frac{۹}{۲۳}$ از $\frac{۱}{۳}$ بزرگ‌تر است. بنابراین گزینه‌ی (۲) صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{۵}{۱۹}<\frac{۵}{۱۵}=\frac{۱}{۳}\\ \frac{۹}{۲۳}>\frac{۹}{۲۷}=\frac{۱}{۳}\\ \frac{۷}{۲۱}=\frac{۱}{۳}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۵}{۱۹}<\frac{۷}{۲۱}<\frac{۹}{۲۳}$$

۴۹۸- گزینه‌ی ۲ ابتدا $\frac{۶۵۳}{۵۳}$ و $\frac{۶۵۳}{۵۷}$ را مقایسه می‌کنیم. «در مقایسه‌ی دو کسری که صورتشان برابر است، کسری کوچک‌تر است که مخرج بزرگ‌تری دارد.» پس $\boxed{\frac{۶۵۳}{۵۷}}<\frac{۶۵۳}{۵۳}$.

حالا $\frac{۶۵۷}{۵۷}$ و $\frac{۶۵۷}{۵۳}$ را مقایسه می‌کنیم. طبق جمله‌ی بالا $\boxed{\frac{۶۵۷}{۵۷}}<\frac{۶۵۷}{۵۳}$.

حالا دو کسر $\frac{۶۵۷}{۵۷}$ و $\frac{۶۵۳}{۵۷}$ را مقایسه می‌کنیم. «در مقایسه‌ی دو کسری که مخرجشان برابر است، کسری کوچک‌تر است که صورت کوچک‌تر دارد.» پس $\boxed{\frac{۶۵۳}{۵۷}}<\frac{۶۵۷}{۵۷}$.

نتیجه: در بین چند کسر، کسری که کوچک‌ترین صورت و بزرگ‌ترین مخرج را دارد، از بقیه‌ی کسرها کوچک‌تر است.

۴۹۹- گزینه‌ی ۱

نکته: «در کسرهای بزرگ‌تر از واحد که اختلاف عدد صورت و مخرج برابر است، کسری بزرگ‌تر است که صورت کوچک‌تری دارد.»

اختلاف صورت و مخرج در همه‌ی کسرها ۲ است. پس طبق نکته‌ی گفته شده نتیجه می‌شود $\frac{۵}{۳}>\frac{۷}{۵}>\frac{۹}{۷}$

کسرها را از کوچک به بزرگ و از سمت چپ به راست می‌نویسیم: $\frac{۹}{۷},\frac{۷}{۵},\frac{۵}{۳}$.

۵۰۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا گزینه‌های (۲) ، (۳) و (۴) را ساده می‌کنیم سپس گزینه‌ها را مقایسه می‌کنیم.

گزینه‌ی (۴) : $\frac{۷۷۷}{۸۸۸}\underset{\div۱۱۱}{\overset{\div۱۱۱}{=}}\frac{۷}{۸}$ گزینه‌ی (۳) : $\frac{۲۲۲۲}{۳۳۳۳}\underset{\div۱۱۱۱}{\overset{\div۱۱۱۱}{=}}\frac{۲}{۳}$ گزینه‌ی (۲) : $\frac{۴۴}{۵۵}\underset{\div۱۱}{\overset{\div۱۱}{=}}\frac{۴}{۵}$

نکته: «در کسرهای کوچک‌تر از واحد که اختلاف عدد صورت و مخرج برابر است، کسری بزرگ‌تر است که صورت بزرگ‌تری دارد».

بنابراین

$$\frac{۲}{۳}<\frac{۴}{۵}<\frac{۷}{۸}<\frac{۸}{۹}$$

۵۰۱- گزینه‌ی **۳** حاصل عبارت هر گزینه را به دست می‌آوریم:

گزینه‌ی (۱): $\frac{۳\times۵}{۲}=\frac{۱۵}{۲}=۷\frac{۱}{۲}$

گزینه‌ی (۲): $\frac{۵-۳}{۲}=\frac{۲}{۲}=۱$

گزینه‌ی (۳): $\frac{۵+۳}{۲}=\frac{۸}{۲}=۴\Rightarrow۳<\frac{۵+۳}{۲}<۵$

گزینه‌ی (۴): $\frac{۵\div۳}{۲}=\frac{\frac{۵}{۳}}{\frac{۲}{۱}}=\frac{۵}{۶}$

۵۰۲- گزینه‌ی **۲** ابتدا مخرج دو کسر را یکسان می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۶}\overset{\times۷}{\underset{\times۷}{=}}\frac{۷}{۴۲}\quad,\quad\frac{۱}{۷}\overset{\times۶}{\underset{\times۶}{=}}\frac{۶}{۴۲}$$

سپس صورت و مخرج هر دو را در ۳ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{۷}{۴۲}\overset{\times۳}{\underset{\times۳}{=}}\frac{۲۱}{۱۲۶}\quad,\quad\frac{۶}{۴۲}\overset{\times۳}{\underset{\times۳}{=}}\frac{۱۸}{۱۲۶}$$

در نتیجه

$$\frac{۱۸}{۱۲۶}<\frac{۱۹}{۱۲۶}<\frac{۲۰}{۱۲۶}<\frac{۲۱}{۱۲۶}$$

اگر کسر $\frac{۲۰}{۱۲۶}$ را ساده کنیم، به کسر $\frac{۱۰}{۶۳}$ می‌رسیم.

۵۰۳- گزینه‌ی **۲** کسری که از $\frac{۳}{۸}$ بزرگ‌تر و از $\frac{۱۱}{۱۶}$ کوچک‌تر باشد، بین این دو کسر قرار می‌گیرد. پس در هر گزینه با مخرج مشترک گرفتن، سه کسر را با هم مقایسه می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱): نادرست، $\frac{۲}{۹}$ از هر دو کسر کوچک‌تر است.

$$\frac{۳}{۸},\frac{۲}{۹},\frac{۱۱}{۱۶}:\ \frac{۳\times۱۸}{۸\times۱۸},\frac{۲\times۱۶}{۹\times۱۶},\frac{۱۱\times۹}{۱۶\times۹}\Rightarrow\frac{۵۴}{۱۴۴},\frac{۳۲}{۱۴۴},\frac{۹۹}{۱۴۴}$$

$$\frac{۳۲}{۱۴۴}<\frac{۵۴}{۱۴۴}<\frac{۹۹}{۱۴۴}\Rightarrow\frac{۲}{۹}<\frac{۳}{۸}<\frac{۱۱}{۱۶}$$

گزینه‌ی (۲): درست، $\frac{۹}{۱۵}$ بین دو کسر قرار دارد.

$$\frac{۳\times۳۰}{۸\times۳۰},\frac{۹\times۱۶}{۱۵\times۱۶},\frac{۱۱\times۱۵}{۱۶\times۱۵}\Rightarrow\frac{۹۰}{۲۴۰}<\frac{۱۴۴}{۲۴۰}<\frac{۱۶۵}{۲۴۰}\Rightarrow\frac{۳}{۸}<\frac{۹}{۱۵}<\frac{۱۱}{۱۶}$$

گزینه‌ی (۳): نادرست، $\frac{۱۴}{۱۵}$ از هر دو کسر بزرگ‌تر است.

$$\frac{۳\times۳۰}{۸\times۳۰},\frac{۱۴\times۱۶}{۱۵\times۱۶},\frac{۱۱\times۱۵}{۱۶\times۱۵}\Rightarrow\frac{۹۰}{۲۴۰},\frac{۲۲۴}{۲۴۰},\frac{۱۶۵}{۲۴۰}$$

$$\frac{۹۰}{۲۴۰}<\frac{۱۶۵}{۲۴۰}<\frac{۲۲۴}{۲۴۰}\Rightarrow\frac{۳}{۸}<\frac{۱۱}{۱۶}<\frac{۱۴}{۱۵}$$

گزینه‌ی (۴): نادرست، $\frac{۴}{۵}$ از هر دو کسر بزرگ‌تر است.

$$\frac{۳\times۱۰}{۸\times۱۰},\frac{۴\times۱۶}{۵\times۱۶},\frac{۱۱\times۵}{۱۶\times۵}\Rightarrow\frac{۳۰}{۸۰},\frac{۶۴}{۸۰},\frac{۵۵}{۸۰}$$

$$\frac{۳۰}{۸۰}<\frac{۵۵}{۸۰}<\frac{۶۴}{۸۰}\Rightarrow\frac{۳}{۸}<\frac{۱۱}{۱۶}<\frac{۴}{۵}$$

۵۰۴- گزینه‌ی ۲ ابتدا بررسی می‌کنیم $\frac{۳}{۱۰}$ بزرگ‌تر است یا $\frac{۵}{۸}$: $\frac{۳\times۸}{۱۰\times۸}=\frac{۲۴}{۸۰}\boxed{<}\frac{۵\times۱۰}{۸\times۱۰}=\frac{۵۰}{۸۰}\Rightarrow\frac{۳}{۱۰}<\frac{۵}{۸}$

کسری که بین $\frac{۳}{۱۰}$ و $\frac{۵}{۸}$ قرار می‌گیرد باید بزرگ‌تر از $\frac{۳}{۱۰}$ و کوچک‌تر از $\frac{۵}{۸}$ باشد. حالا کسرها را با $\frac{۳}{۱۰}$ مقایسه می‌کنیم:

$\frac{۳}{۱۶}$ بین دو کسر نیست. $\frac{۳}{۱۰},\frac{۳}{۱۶}:\frac{۳}{۱۰}>\frac{۳}{۱۶}\Rightarrow$

$\frac{۱۲}{۲۵}$ ممکن است بین دو کسر باشد. $\frac{۳}{۱۰},\frac{۱۲}{۲۵}:\frac{۳\times۵}{۱۰\times۵}=\frac{۱۵}{۵۰}\boxed{<}\frac{۱۲\times۲}{۲۵\times۲}=\frac{۲۴}{۵۰}\Rightarrow$

$\frac{۳۷}{۴۰}$ ممکن است بین دو کسر باشد. $\frac{۳}{۱۰},\frac{۳۷}{۴۰}:\frac{۳\times۴}{۱۰\times۴}=\frac{۱۲}{۴۰}\boxed{<}\frac{۳۷}{۴۰}\Rightarrow$

$\frac{۲۵}{۱۲}$ بزرگ‌تر از واحد است پس نمی‌تواند بین دو کسر کوچک‌تر از واحد باشد چون از هر دو بزرگ‌تر است.

حالا بین دو کسر $\frac{۱۲}{۲۵}$ و $\frac{۳۷}{۴۰}$ ، کسری که از $\frac{۵}{۸}$ کوچک‌تر است، بین دو کسر می‌باشد.

$\frac{۱۲}{۲۵}$ بین $\frac{۵}{۸}$ و $\frac{۳}{۱۰}$ است. $\frac{۱۲}{۲۵},\frac{۵}{۸}:\frac{۱۲\times۸}{۲۵\times۸}=\frac{۹۶}{۲۰۰}\boxed{<}\frac{۵\times۲۵}{۸\times۲۵}=\frac{۱۲۵}{۲۰۰}\Rightarrow\frac{۱۲}{۲۵}<\frac{۵}{۸}\Rightarrow$

برای اطمینان بیش‌تر، خودتان کسرهای $\frac{۳۷}{۴۰}$ و $\frac{۵}{۸}$ را مقایسه کنید.

۵۰۵- گزینه‌ی ۱ برای تشخیص بهتر و سریع‌تر باید مخرج مشترک بگیریم:

$$\boxed{\frac{۱\times۳}{۵\times۳}}\qquad\boxed{\frac{۱\times۵}{۳\times۵}}$$

$$\downarrow\qquad\qquad\downarrow$$

$$\frac{۳}{۱۵}<\boxed{\frac{۴}{۱۵}}<\frac{۵}{۱۵}$$

۵۰۶- گزینه‌ی ۱ کسر $\frac{۳۰۷}{۳۰۸}$ از کسر $\frac{۳۰۸}{۳۰۷}$ کوچک‌تر است. از طرف دیگر، عدد ۱ همیشه بین دو کسر کوچک‌تر از واحد و بزرگ‌تر از واحد قرار دارد.

$$\frac{۳۰۷}{۳۰۸}<۱,\qquad\frac{۳۰۸}{۳۰۷}>۱$$

در مورد سایر گزینه‌ها نیز داریم: $\frac{۱}{۴}<\frac{۱}{۳}<\frac{۱}{۲}<\frac{۳۰۷}{۳۰۸}<\frac{۳۰۸}{۳۰۷}$

۵۰۷- گزینه‌ی ۴ حاصل عبارت هر گزینه را به‌دست می‌آوریم:

گزینه‌ی (۲): $\frac{۱}{۵}\times\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۲۵}$

گزینه‌ی (۱): $\frac{۱}{۵}-\frac{۱}{۵}=\frac{۰}{۵}=۰$

گزینه‌ی (۴): $\frac{۱}{۵}\div\frac{۱}{۵}=۱$

گزینه‌ی (۳): $\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۵}=\frac{۲}{۵}$

۵۰۸- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول:** مخرج سه کسر $\frac{۹}{۱۰}$، $\frac{۱۰۰۱}{۱۰۰۰}$ و $\frac{۹۹}{۱۰۰}$ را برابر می‌کنیم. $\frac{۹۹\times۱۰}{۱۰۰\times۱۰}=\frac{۹۹۰}{۱۰۰۰},\quad\frac{۱۰۰۱}{۱۰۰۰},\quad\frac{۹\times۱۰۰}{۱۰\times۱۰۰}=\frac{۹۰۰}{۱۰۰۰}$

از بین ۳ کسر بالا، کسری به کسر واحد (عدد یک) نزدیک‌تر است که اختلاف صورت و مخرج کم‌تری داشته باشد. پس $\frac{۱۰۰۱}{۱۰۰۰}$ نزدیک‌ترین عدد به یک است.

دو عدد $\frac{۱۰۰۱}{۱۰۰۰}$ و $\frac{۱۰۰۰}{۹۹۹}$ هر دو بزرگ‌تر از واحد هستند. کسری که کوچک‌تر است، به عدد یک نزدیک‌تر است. $\frac{۱۰۰۰۰۰۰}{۹۹۹۰۰۰}=\frac{۱۰۰۰}{۹۹۹}>\frac{۱۰۰۱}{۱۰۰۰}=\frac{۹۹۹۹۹۹}{۹۹۹۰۰۰}$

راه‌حل دوم: هر کدام از کسرها را به صورت یک جمع یا یک تفریق می‌نویسیم. عبارتی به عدد یک نزدیک‌تر است که در آن مقدار اضافه شده به عدد یک یا مقدار کم شده از عدد یک کوچک‌تر باشد.

$$\frac{۹}{۱۰}=۱-\frac{۱}{۱۰}\qquad\frac{۱۰۰۱}{۱۰۰۰}=۱+\frac{۱}{۱۰۰۰}\qquad\frac{۹۹}{۱۰۰}=۱-\frac{۱}{۱۰۰}\qquad\frac{۱۰۰۰}{۹۹۹}=۱+\frac{۱}{۹۹۹}$$

چون $\frac{۱}{۱۰۰۰}<\frac{۱}{۹۹۹}<\frac{۱}{۱۰۰}<\frac{۱}{۱۰}$، پس جواب $\frac{۱۰۰۱}{۱۰۰۰}$ است.

۵۰۹- گزینه‌ی ۲ اگر کسرهای مساوی و هم‌مخرج هر گزینه را بنویسیم، متوجه می‌شویم که گزینه‌ی (۲) به $\frac{۴}{۷}$ نزدیک‌تر است.

$$\frac{۴}{۷} \underset{\times ۱۳۱}{\overset{\times ۱۳۱}{=}} \frac{۵۲۴}{۹۱۷}$$

گزینه‌ی (۱): $\frac{۸۱}{۱۴۰} \underset{\times ۶/۵۵}{\overset{\times ۶/۵۵}{=}} \frac{۵۳۰/۵۵}{۹۱۷}$ گزینه‌ی (۲): $\frac{۵۲۵}{۹۱۷}$ گزینه‌ی (۳): $\frac{۴۰۱}{۷۰۰} \underset{\times ۱/۳۱}{\overset{\times ۱/۳۱}{=}} \frac{۵۲۵/۳۱}{۹۱۷}$ گزینه‌ی (۴): $\frac{۵۲۱}{۹۱۷}$

۵۱۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا مخرج کسرهای $\frac{۱}{۶}$ و $\frac{۱}{۵}$ را یکسان می‌کنیم، سپس دو کسر میان آن‌ها را می‌یابیم:

$$\frac{۱}{۶}\ ,\ \bigcirc\ ,\ \square\ ,\ \frac{۱}{۵}$$

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad \downarrow$$

$$\boxed{\frac{۵\times۳}{۳۰\times۳}}\ ,\ \bigcirc\ ,\ \square\ ,\ \boxed{\frac{۶\times۳}{۳۰\times۳}}$$

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad \downarrow$$

$$\frac{۱۵}{۹۰} < \boxed{\frac{۱۶}{۹۰}} < \boxed{\frac{۱۷}{۹۰}} < \frac{۱۸}{۹۰}$$

۵۱۱- گزینه‌ی ۳ ابتدا مخرج مشترک کسرها را به دست می‌آوریم. برای جای دادن ۱۳ کسر میان دو کسر $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۲}{۳}$ به ۱۴ فاصله نیاز است. بنابراین صورت و مخرج کسرهای جدید را در ۱۴ ضرب می‌کنیم.

صورت و مخرج کسر $\frac{۲}{۳}$ یک‌بار در ۴ و بار دیگر در ۱۴ ضرب می‌شوند، یعنی در ۵۶ ضرب می‌شوند.

$$\frac{۲\times۴}{۳\times۴}\ ,\ \frac{۳\times۳}{۴\times۳}$$

$$\boxed{\frac{۸\times۱۴}{۱۲\times۱۴}}\ ,\ \boxed{\frac{۹\times۱۴}{۱۲\times۱۴}}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\frac{۱۱۲}{۱۶۸}<\frac{۱۱۳}{۱۶۸}<\frac{۱۱۴}{۱۶۸}<\cdots<\frac{۱۲۶}{۱۶۸}$$

۵۱۲- گزینه‌ی ۱ کسرها را با کسر $\frac{۱}{۳}$ مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{۷}{۱۵}>\frac{۵}{۱۵}=\frac{۱}{۳},\quad \frac{۴}{۱۸}<\frac{۶}{۱۸}=\frac{۱}{۳},\quad \frac{۱۰}{۱۲}>\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱}{۳},\quad \frac{۱۴}{۴۵}<\frac{۱۵}{۴۵}=\frac{۱}{۳}$$

بنابراین نیمی از کسرها کوچک‌تر از $\frac{۱}{۳}$ هستند، پس گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند. نادرستی گزینه‌ی (۳) را نیز خودتان بررسی کنید.

۵۱۳- گزینه‌ی ۴ هرگاه صورت کسری را در یک عدد طبیعی (به غیر از یک) ضرب کنیم یا مخرج کسر را بر یک عدد طبیعی (به غیر از یک) تقسیم کنیم، کسر چندین برابر بزرگ می‌شود (زیرا کسر در همان عدد ضرب می‌شود).

۵۱۴- گزینه‌ی ۴ اگر صورت کسری از خمس مخرجش کوچک‌تر باشد، با پنج برابر کردن صورت باز هم، کسر بزرگ‌تر از واحد پدید نمی‌آید تا بتوان عدد مخلوط ساخت. مانند کسر $\frac{۲}{۱۵}$ که در آن صورت (یعنی ۲) کوچک‌تر از خمس مخرج (یعنی ۳) است.

$$\frac{۲}{۱۵} \xrightarrow[\text{برابر می‌کنیم}]{\text{صورت را ۵}} \frac{۱۰}{۱۵}$$

۵۱۵- گزینه‌ی ۱ $\frac{۲۱}{۳۵}$ یعنی $\frac{۳}{۵}$. اگر به صورت ۶ واحد اضافه شود و به مخرج ۱۰واحد اضافه کنیم، کسر $\frac{۲۷}{۴۵}$ پدید می‌آید که با $\frac{۳}{۵}$ برابر است.

$$\frac{۲۱}{۳۵} \underset{+۱۰}{\overset{+۶}{=}} \frac{۲۷}{۴۵} \underset{\div ۹}{\overset{\div ۹}{=}} \frac{۳}{۵} \qquad\qquad \frac{۲۱}{۳۵} \underset{\div ۷}{\overset{\div ۷}{=}} \frac{۳}{۵}$$

۵۱۶- گزینه‌ی ۲ مطابق با صورت مسئله عبارت زیر را می‌نویسیم:

$$\frac{۵}{۹+\bigcirc}=\frac{۲}{۷}\Rightarrow ۹+\bigcirc=\frac{۷\times۵}{۲}$$

$$۹+\bigcirc=\frac{۳۵}{۲}\Rightarrow\bigcirc=\frac{۳۵}{۲}-۹=\frac{۱۷}{۲}$$

۵۱۷- گزینه‌ی ۳ $\frac{۴}{۱۰}$ را به ساده‌ترین شکل ممکن می‌نویسیم:

$$\underset{\div ۲}{\overset{\div ۲}{\frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵}}}$$

چون $\frac{۲۲}{۵\times\bigcirc}=\frac{۲}{۵}$ و ۲۲=۲×۱۱، در نتیجه

$$۵\times\bigcirc=۵\times۱۱\Rightarrow\bigcirc=۱۱$$

۵۱۸- گزینه‌ی ۲ ابتدا طرفین وسطین می‌کنیم:

$$۳۴\times۲۱\times۵۶\times۴=۱۷\times۱۴\times۳\times\bigcirc$$

سپس می‌توانیم عبارت زیر را بنویسیم:

$$\bigcirc=\frac{\overset{۲}{\cancel{۳۴}}\times\overset{۷}{\cancel{۲۱}}\times\overset{۴}{\cancel{۵۶}}\times۴}{\underset{۱}{\cancel{۱۷}}\times\underset{۱}{\cancel{۱۴}}\times\underset{۱}{\cancel{۳}}}=۲\times۷\times۴\times۴=۲۲۴$$

۵۱۹- گزینه‌ی ۲ ابتدا طرفین وسطین می‌کنیم:

$$۳\times۴\times\square=۵\times۲\times\triangle$$

حال طرفین تساوی را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$۳\times۲\times\square=۵\times\triangle\Rightarrow۶\times\triangle=۵\times\triangle$$

یعنی ۶ برابر $\square$ باید با ۵ برابر $\triangle$ برابر باشد. فقط عددهای گزینه‌ی (۲) این خاصیت را دارند.

۵۲۰- گزینه‌ی ۲ عبارت جایگزین صورت را می‌نویسیم: ($\bigcirc+\bigcirc$ یعنی $۲\times\bigcirc$)

$$\frac{\bigcirc+\bigcirc}{\bigcirc\times\bigcirc}=\frac{۲\times\cancel{\bigcirc}}{\cancel{\bigcirc}\times\bigcirc}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{۲}{\bigcirc}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\bigcirc=\frac{۴\times۲}{۱}=۸$$

۵۲۱- گزینه‌ی ۲ برای این‌که حاصل عبارت $\frac{\square\times\triangle}{\square-\triangle}$ بزرگ‌ترین مقدار شود باید $\square$ و $\triangle$ بزرگ‌ترین اعداد باشند و فقط یک واحد اختلاف داشته باشند. پس $\square$ برابر ۶۰ و $\triangle$ برابر ۵۹ است.

$$\frac{۶۰\times۵۹}{۶۰-۵۹}=\frac{۳۵۴۰}{۱}=۳۵۴۰$$

۵۲۲- گزینه‌ی ۴ ابتدا کسرهای مساوی با $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۴}$ را که مخرج ۲۴ دارند، می‌نویسیم. سپس کسرهای میان آن‌ها را مشخص می‌کنیم.

$$\boxed{\frac{۱\times۸}{۳\times۸}}\downarrow\qquad\boxed{\frac{۲\times۶}{۴\times۶}}\downarrow$$

$$\frac{۸}{۲۴}<\frac{۹}{۲۴}<\boxed{\frac{۱۰}{۲۴}}<\frac{۱۱}{۲۴}<\frac{۱۲}{۲۴}$$

بی‌شمار کسر مساوی $\frac{۱۰}{۲۴}$ می‌توان نوشت که بین دو کسر خواسته شده باشند مثل $\frac{۲۰}{۴۸}$، $\frac{۳۰}{۷۲}$ و ...

۵۲۳- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ ابتدا مخرج کسرهای $\frac{۱}{۶}$ و $\frac{۱}{۵}$ را ۱۲۰ می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۶}\overset{\times۲۰}{\underset{\times۲۰}{=}}\frac{۲۰}{۱۲۰}\qquad\qquad\frac{۱}{۵}\overset{\times۲۴}{\underset{\times۲۴}{=}}\frac{۲۴}{۱۲۰}$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\frac{۲۰}{۱۲۰}<\frac{۲۱}{۱۲۰}<\frac{۲۲}{۱۲۰}<\frac{۲۳}{۱۲۰}<\frac{۲۴}{۱۲۰}$$

در نتیجه ۳ کسر بین دو کسر $\frac{۱}{۶}$ و $\frac{۱}{۵}$ وجود دارد که مخرج آن‌ها ۱۲۰ باشد.

۵۲۴- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ ابتدا کسر $\frac{۸۵}{۱۳۶}$ را ساده می‌کنیم که می‌شود $\frac{۵}{۸}\overset{\div۱۷}{\underset{\div۱۷}{=}}\frac{۸۵}{۱۳۶}$. حال دو کسر پیدا می‌کنیم که مساوی $\frac{۵}{۸}$ باشند و صورت یکی از آن‌ها به ۱۵۶ و مخرج دیگری به ۲۱۵ نزدیک باشد.

$$\frac{۵}{۸}\xrightarrow{\text{صورت و مخرج در ۲۷ ضرب شود}}\frac{۱۳۵}{۲۱۶}$$

$$\frac{۵}{۸}\xrightarrow[\text{صورت و مخرج در ۳۱ ضرب شود}]{}\frac{۱۵۵}{۲۴۸}$$

به این ترتیب ۵ کسر با شرایط مورد نظر وجود دارد. (یک بار صورت و مخرج را در ۲۷، یک بار در ۲۸، ... و یک بار در ۳۱ ضرب کنید.)

$$\boxed{\frac{۵}{۸}=\frac{۱۳۵}{۲۱۶}}\quad\boxed{\frac{۵}{۸}=\frac{۱۴۰}{۲۲۴}}\quad\boxed{\frac{۵}{۸}=\frac{۱۴۵}{۲۳۲}}\quad\boxed{\frac{۵}{۸}=\frac{۱۵۰}{۲۴۰}}\quad\boxed{\frac{۵}{۸}=\frac{۱۵۵}{۲۴۸}}$$

۵۲۵- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ کسر $\frac{۱}{۲}$ از $\frac{۱}{۴}$ بزرگ‌تر است، پس

$$\frac{۱}{۴}<\frac{*}{۲۰۰}<\frac{۱}{۲}$$

مخرج کسرها را برابر می‌کنیم:

$$\frac{۱\times۵۰}{۴\times۵۰}<\frac{*}{۲۰۰}<\frac{۱\times۱۰۰}{۲\times۱۰۰}\Rightarrow\frac{۵۰}{۲۰۰}<\frac{*}{۲۰۰}<\frac{۱۰۰}{۲۰۰}$$

پس * باید عددی طبیعی بین ۵۰ و ۱۰۰ باشد. یعنی به جای ستاره می‌توان $۴۹=۱۰۰-۵۰-۱$ عدد طبیعی قرار داد.

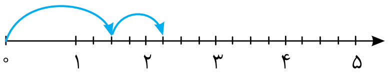
۵۲۶- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ یک راه نوشتن چند کسر بین دو کسر، این است که مخرج مشترک ایجاد کنیم. در این‌جا باید کسرهایی بین $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۲}{۳}$ قرار گیرند که مخرج آن‌ها ۱۰۰ باشد. پس بین ۳ عدد ۲، ۳ و ۱۰۰ مخرج مشترک می‌گیریم. عدد ۶۰۰ را انتخاب می‌کنیم، بنابراین

$$\left.\begin{array}{l}\frac{۱}{۲}=\frac{۳۰۰}{۶۰۰}\\[4pt]\frac{۲}{۳}=\frac{۴۰۰}{۶۰۰}\\[4pt]\frac{*}{۱۰۰}=\frac{۶\times*}{۶۰۰}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۳۰۰}{۶۰۰}<\frac{۶\times*}{۶۰۰}<\frac{۴۰۰}{۶۰۰}$$

پس $*\times۶$ باید بین ۳۰۰ و ۴۰۰ بوده و بر شش بخش‌پذیر باشد. اولین عددی که از ۳۰۰ بزرگ‌تر و بر ۶ بخش‌پذیر است ۳۰۶ و بزرگ‌ترین عددی که بر ۶ بخش‌پذیر است و از ۴۰۰ کوچک‌تر است ۳۹۶ است. تعداد کل این اعداد برابر $\frac{۳۹۶-۳۰۶}{۶}+۱$ است.

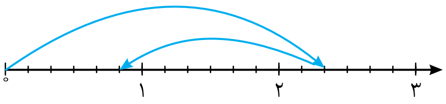
$$\frac{۳۹۶-۳۰۶}{۶}+۱=\frac{۹۰}{۶}+۱=۱۵+۱=۱۶$$

۵۲۷- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ محور عمل جمع را نشان می‌دهد. با توجه به این‌که هر واحد به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است، پیکان اول $۱\frac{۲}{۴}$ یا $۱\frac{۱}{۲}$ و پیکان دوم $\frac{۳}{۴}$ را نمایش می‌دهد. بنابراین عبارت متناظر با محور برابر است با



$$۱\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۲}+\frac{۳}{۴}$$

۵۲۸- گزینه‌ی ۳ محور عمل تفریق را نشان می‌دهد. با توجه به پیکان‌های روی محور و این‌که هر واحد به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده است عامل اوّل تفریق $۲\frac{۲}{۶}$ و عامل دوم تفریق $۱\frac{۳}{۶}$ است. پس عبارت متناظر با محور برابر است با



$$۲\frac{۲}{۶}-۱\frac{۳}{۶}=۲\frac{۱}{۳}-۱\frac{۱}{۲}$$

۵۲۹- گزینه‌ی ۳ عبارت زیر را تنظیم کرده سپس $\frac{۷}{۵}$ را از ۴ کم می‌کنیم.

$$\frac{۷}{۵}+\square=۴$$

$$\square=۴-\frac{۷}{۵}$$

$$\square=\frac{۲۰}{۵}-\frac{۷}{۵}=\frac{۱۳}{۵}$$

۵۳۰- گزینه‌ی ۱ اگر مخرج مشترک گرفته و سپس عملیات را انجام دهیم، شکل موردنظر مشخص می‌شود:

$$۳\frac{۱}{۴}-۱\frac{۱}{۳}=۳\frac{۳}{۱۲}-۱\frac{۴}{۱۲}=۲\frac{۱۵}{۱۲}-۱\frac{۴}{۱۲}=۱\frac{۱۱}{۱۲}$$

۵۳۱- گزینه‌ی ۲ ابتدا کسرها را با مخرج یکسان می‌نویسیم:

$$\frac{۱}{۲۰}\overset{\times۳}{\underset{\times۳}{=}}\frac{۳}{۶۰}\quad,\quad ۴\frac{۴}{۱۲}\overset{\times۵}{\underset{\times۵}{=}}۴\frac{۲۰}{۶۰}\quad,\quad ۳\frac{۲}{۲۰}\overset{\times۳}{\underset{\times۳}{=}}۳\frac{۶}{۶۰}$$

اکنون حاصل عبارت را به‌دست می‌آوریم:

$$۳\frac{۶}{۶۰}+\frac{۱}{۶۰}+۴\frac{۲۰}{۶۰}+\frac{۳}{۶۰}=۷\frac{۳۰}{۶۰}=۷\frac{۱}{۲}$$

۵۳۲- گزینه‌ی ۲ هر عدد مخلوط را می‌توان به صورت حاصل‌جمع بخش صحیح و بخش کسری نوشت:

$$۳\frac{۳}{۲۰}=۳+\frac{۳}{۲۰},\qquad ۲\frac{۴}{۵}=۲+\frac{۴}{۵}$$

$$\frac{۱}{۴۰}+۳\frac{۳}{۲۰}+۲\frac{۴}{۵}+۱\frac{۱}{۴۰}=\frac{۱}{۴۰}+۳+\frac{۳}{۲۰}+۲+\frac{۴}{۵}+۱+\frac{۱}{۴۰}$$

در انجام عمل جمع، ترتیب جمع کردن عددها مهم نیست. یعنی می‌توان ۱، ۲ و ۳ را جمع کرد و پس از آن کسرها را به هر ترتیب دلخواه جمع نمود.

$$\text{حاصل عبارت}=(۳+۲+۱)+(\frac{۱}{۴۰}+\frac{۳}{۲۰}+\frac{۴}{۵}+\frac{۱}{۴۰})=۶+(\frac{۱+۱}{\underbrace{۴۰}_{\frac{۱}{۲۰}}}+\frac{۳}{۲۰}+\frac{۴}{۵})=۶+(\frac{۱}{۲۰}+\frac{۳}{۲۰}+\frac{۴}{۵})=۶+(\frac{۴}{۲۰}+\frac{۴}{۵})=۶+\frac{۱}{۵}+\frac{۴}{۵}=۶+\frac{۵}{۵}=۷$$

۵۳۳- گزینه‌ی ۱ طبق فرض مسئله مجموع عددها در هر سطر، ستون و قطر برابر است. مجموع عددهای سطر اول برابر یک است، بنابراین مجموع عددهای سطر دوم نیز باید برابر یک باشد، در نتیجه

$$\underbrace{\frac{۱\times۳}{۵\times۳}+\frac{۷}{۱۵}}_{\frac{۳+۷}{۱۵}}+\square=\frac{۱۵}{۱۵}$$

$$\frac{۳+۷}{۱۵}+\square=\frac{۱۵}{۱۵}$$

$$\square=\frac{۱۵}{۱۵}-\frac{۱۰}{۱۵}=\frac{۵}{۱۵}=\frac{۱}{۳}$$

یعنی به جای * باید $\frac{۱}{۳}$ را قرار داد.

+	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۲}$
$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲}$
$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۲}$

۵۳۴- گزینه‌ی ۳ به جای این‌که همه‌ی کسرها را با هم جمع کنیم، جدول را مانند شکل روبه‌رو پر می‌کنیم. می‌بینیم که کسرهای $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۶}$، سه بار، کسر $\frac{۱}{۴}$، دو بار و کسر $\frac{۱}{۲}$، چهار بار تکرار شده است. پس مجموع کسرها به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$۳\times\frac{۱}{۳}+۳\times\frac{۱}{۶}+۲\times\frac{۱}{۴}+۴\times\frac{۱}{۲}=۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+۲=۴$$

۵۳۵- گزینه‌ی ۳ در انجام عمل جمع و تفریق ترتیب انجام تفریق‌ها و جمع‌ها مهم نیست.
یعنی در عبارت زیر می‌توان به این صورت عمل کرد:

$$\frac{۸}{۷}+\frac{۹}{۱۴}+\frac{۱۰}{۲۱}+\frac{۱۱}{۲۸}+\frac{۱۲}{۳۵}-۱-\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۵}=(\frac{۸}{۷}-۱)+(\frac{۹}{۱۴}-\frac{۱}{۲})+(\frac{۱۰}{۲۱}-\frac{۱}{۳})+(\frac{۱۱}{۲۸}-\frac{۱}{۴})+(\frac{۱۲}{۳۵}-\frac{۱}{۵})$$

$$=(\frac{۸}{۷}-\frac{۷}{۷})+(\frac{۹}{۱۴}-\frac{۷}{۱۴})+(\frac{۱۰}{۲۱}-\frac{۷}{۲۱})+(\frac{۱۱}{۲۸}-\frac{۷}{۲۸})+(\frac{۱۲}{۳۵}-\frac{۷}{۳۵})$$

$$=\frac{۱}{۷}+\frac{۲}{۱۴}+\frac{۳}{۲۱}+\frac{۴}{۲۸}+\frac{۵}{۳۵}=\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}=\frac{۵\times۵}{۷\times۵}=\frac{۲۵}{۳۵}$$

۵۳۶- گزینه‌ی ۳ ابتدا پرانتز اول را محاسبه می‌کنیم. $\frac{۱}{۶۴}$ را اضافه و کم می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۶۴}+\frac{۱}{۶۴}+\frac{۱}{۳۲}+\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۶۴}=\frac{۱}{۳۲}+\frac{۱}{۳۲}+\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۶۴}$$

$$=\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۶۴}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۶۴}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۶۴}$$

$$=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۶۴}=\frac{۳۲}{۶۴}-\frac{۱}{۶۴}=\frac{۳۱}{۶۴}$$

حال برای پرانتز دوم، مقدار $\frac{۱}{۱۰۲۴}$ را اضافه و کم می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۱۰۲۴}+\frac{۱}{۱۰۲۴}+\frac{۱}{۵۱۲}+\frac{۱}{۲۵۶}+\frac{۱}{۱۲۸}-\frac{۱}{۱۰۲۴}=\frac{۱}{۵۱۲}+\frac{۱}{۵۱۲}+\frac{۱}{۲۵۶}+\frac{۱}{۱۲۸}-\frac{۱}{۱۰۲۴}$$

$$=\frac{۱}{۲۵۶}+\frac{۱}{۲۵۶}+\frac{۱}{۱۲۸}-\frac{۱}{۱۰۲۴}=\frac{۱}{۱۲۸}+\frac{۱}{۱۲۸}-\frac{۱}{۱۰۲۴}$$

$$=\frac{۱}{۶۴}-\frac{۱}{۱۰۲۴}=\frac{۱۶}{۱۰۲۴}-\frac{۱}{۱۰۲۴}=\frac{۱۵}{۱۰۲۴}$$

حال حاصل پرانتز دوم را از پرانتز اول کم می‌کنیم:

$$\frac{۳۱}{۶۴}-\frac{۱۵}{۱۰۲۴}=\frac{۴۹۶}{۱۰۲۴}-\frac{۱۵}{۱۰۲۴}=\frac{۴۸۱}{۱۰۲۴}$$

۵۳۷- گزینه‌ی ۴ اعداد صحیح را با هم و کسرها را نیز با هم جمع می‌کنیم:

$$۱\frac{۱}{۱۰}+۲\frac{۲}{۱۰}+۳\frac{۳}{۱۰}+۴\frac{۴}{۱۰}+\cdots+۸\frac{۸}{۱۰}+۹\frac{۹}{۱۰}+۱۰\frac{۱۰}{۱۰}=(\overbrace{۱+\underbrace{۲+\underbrace{۳+۴+۵+۶+۷+۸}_{۱۱}+۹}_{۱۱}+۱۰}^{۱۱})+(\frac{۱}{۱۰}+\frac{۲}{۱۰}+\frac{۳}{۱۰}+\cdots+\frac{۱۰}{۱۰})$$

برای به دست آوردن حاصل پرانتز اول، عدد اول را با عدد آخر یعنی ۱ را با ۱۰، عدد دوم را با عدد یکی مانده به آخر یعنی ۲ را با ۹ جمع کرده و بقیه‌ی عددها را نیز همین‌طور جمع می‌کنیم. ۵ تا عدد ۱۱ به وجود می‌آید. از این روش در جمع صورت کسرهای پرانتز دوم هم می‌توان استفاده کرد.

حاصل عبارت $=(۵\times۱۱)+(\frac{۱+۲+۳+۴+\cdots+۱۰}{۱۰})=۵۵+\frac{۵۵}{۱۰}=۵۵+۵\frac{۵}{۱۰}=۶۰\frac{۵}{۱۰}$

۵۳۸- گزینه‌ی ۴ ابتدا پرانتزگذاری کرده، سپس حاصل پرانتزها را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید ۴۹ پرانتز به وجود می‌آید (۴۹=۲÷۹۸).

$$\underbrace{(۹۸\frac{۹۸}{۱۰۰}-۹۷\frac{۹۷}{۱۰۰})}_{\downarrow \atop ۱\frac{۱}{۱۰۰}}+\underbrace{(۹۶\frac{۹۶}{۱۰۰}-۹۵\frac{۹۵}{۱۰۰})}_{\downarrow \atop ۱\frac{۱}{۱۰۰}}+\cdots+\underbrace{(۲\frac{۲}{۱۰۰}-۱\frac{۱}{۱۰۰})}_{\downarrow \atop ۱\frac{۱}{۱۰۰}}=۴۹\times۱\frac{۱}{۱۰۰}=۴۹\times\frac{۱۰۱}{۱۰۰}=\frac{۴۹۴۹}{۱۰۰}=۴۹\frac{۴۹}{۱۰۰}$$

۵۳۹- گزینه‌ی ۲ کسر $\frac{۱}{۱\times۲}$ را می‌توان به صورت $\frac{۲-۱}{۱\times۲}$ نوشت و به صورت زیر ادامه داد:

$$\frac{۱}{۱\times۲}=\frac{۲-۱}{۱\times۲}=\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{۱\times\underset{۱}{\cancel{۲}}}-\frac{۱}{۱\times۲}=\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{۲}$$

این کار را در مورد کسر $\frac{۱}{۲\times۳}$ هم می‌توان انجام داد:

$$\frac{۱}{۲\times۳}=\frac{۳-۲}{۲\times۳}=\frac{\overset{۱}{\cancel{۳}}}{۲\times\underset{۱}{\cancel{۳}}}-\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}\times۳}=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}$$

به همین ترتیب می‌توان نوشت:

$$\frac{۱}{۴\times۵}=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۵},\quad \frac{۱}{۵\times۶}=\frac{۱}{۵}-\frac{۱}{۶},\quad \ldots$$

بنابراین

$$\frac{۱}{۱\times۲}+\frac{۱}{۲\times۳}+\frac{۱}{۳\times۴}+\cdots+\frac{۱}{۹\times۱۰}=(\frac{۱}{۱}-\cancel{\frac{۱}{۲}})+(\cancel{\frac{۱}{۲}}-\cancel{\frac{۱}{۳}})+(\cancel{\frac{۱}{۳}}-\cancel{\frac{۱}{۴}})+\cdots+(\cancel{\frac{۱}{۸}}-\cancel{\frac{۱}{۹}})+(\cancel{\frac{۱}{۹}}-\frac{۱}{۱۰})=\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{۱۰}=\frac{۱۰}{۱۰}-\frac{۱}{۱۰}=\frac{۹}{۱۰}$$

۵۴۰- گزینه‌ی ۴ با توجه به سؤال قبل $\frac{۳}{۱\times۴}$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{۳}{۱\times۴}=\frac{۴-۱}{۱\times۴}=\frac{۴}{۱\times۴}-\frac{۱}{۱\times۴}=\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{۴}$$

به طور کلی هر کسری را که در مخرج آن حاصل‌ضرب دو عدد و در صورت آن حاصل تفریق همان دو عدد وجود داشته باشد، می‌توان به صورت حاصل تفریق دو کسر با صورت ۱ نوشت. یعنی

$$\frac{۳}{۴\times۷}=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۷},\quad \frac{۳}{۷\times۱۰}=\frac{۱}{۷}-\frac{۱}{۱۰},\quad \ldots$$

بنابراین

$$\frac{۳}{۱\times۴}+\frac{۳}{۴\times۷}+\frac{۳}{۷\times۱۰}+\cdots+\frac{۳}{۲۲\times۲۵}=(\frac{۱}{۱}-\cancel{\frac{۱}{۴}})+(\cancel{\frac{۱}{۴}}-\cancel{\frac{۱}{۷}})+(\cancel{\frac{۱}{۷}}-\cancel{\frac{۱}{۱۰}})+\cdots+(\cancel{\frac{۱}{۲۲}}-\frac{۱}{۲۵})=\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{۲۵}=\frac{۲۴}{۲۵}$$

به مجموع کسرهایی که به صورت بالا هستند، مجموع کسرهای تلسکوپی می‌گویند. جواب مجموع کسرهای تلسکوپی به صورت زیر است:

$$\frac{۱}{\text{عدد کوچک‌تر مخرج کسر اول}}-\frac{۱}{\text{عدد بزرگ‌تر مخرج کسر آخر}}$$

۵۴۱- گزینه‌ی ۲ صورت سؤال را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۴۲}+\frac{۱}{۵۶}=\frac{۱}{۲\times۳}+\frac{۱}{۳\times۴}+\frac{۱}{۴\times۵}+\frac{۱}{۵\times۶}+\frac{۱}{۶\times۷}+\frac{۱}{۷\times۸}$$

در همه‌ی کسرها اختلاف دو عدد مخرج برابر یک است که در صورت وجود دارد. پس مجموع بالا «مجموع کسرهای تلسکوپی» است. بنابراین

$$\text{حاصل عبارت}=(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳})+(\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۴})+(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۵})+(\frac{۱}{۵}-\frac{۱}{۶})+(\frac{۱}{۶}-\frac{۱}{۷})+(\frac{۱}{۷}-\frac{۱}{۸})=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۸}=\frac{۴}{۸}-\frac{۱}{۸}=\frac{۳}{۸}$$

یا می‌توان از رابطه‌ی سؤال قبل استفاده کرد:

$$\frac{۱}{\text{عدد کوچک‌تر کسر اول}}-\frac{۱}{\text{عدد بزرگ‌تر کسر آخر}}=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۸}=\frac{۳}{۸}$$

۵۴۲- گزینه‌ی ۱ صورت کسرها با هم متفاوت است، اما در همه‌ی کسرها، اختلاف دو عدد مخرج در صورت وجود دارد. پس مجموع کسرهای مورد نظر، تلسکوپی است.

$$\frac{۱}{۱\times۲}+\frac{۲}{۲\times۴}+\frac{۳}{۴\times۷}+\frac{۴}{۷\times۱۱}+\cdots+\frac{۱۰}{۴۶\times۵۶}=(\frac{۱}{۱}-\cancel{\frac{۱}{۲}})+(\cancel{\frac{۱}{۲}}-\cancel{\frac{۱}{۴}})+(\cancel{\frac{۱}{۴}}-\cancel{\frac{۱}{۷}})+\cdots+(\cancel{\frac{۱}{۴۶}}-\frac{۱}{۵۶})=\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{۵۶}=\frac{۵۵}{۵۶}$$

۵۴۳- گزینه‌ی ۳ ابتدا حاصل عبارت‌ها را به‌دست می‌آوریم، سپس حاصل عبارت اوّل را بر حاصل عبارت دوّم تقسیم می‌کنیم (در ضمن توجّه داشته باشید که حاصل $\frac{۱}{۴\times۵}$ با $\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۵}$ و حاصل $\frac{۲}{۴\times۶}$ با $\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۶}$ برابر است). بنابراین

$$\left.\begin{array}{l}\frac{۱}{۴\times۵}+\frac{۱}{۵\times۶}+\ldots+\frac{۱}{۱۱\times۱۲}=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۵}-\frac{۱}{۶}+\ldots+\frac{۱}{۱۱}-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۳-۱}{۱۲}=\frac{۲}{۱۲}=\frac{۱}{۶}\\ \frac{۲}{۴\times۶}+\frac{۲}{۶\times۸}+\frac{۲}{۸\times۱۰}+\frac{۲}{۱۰\times۱۲}=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۶}-\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۸}-\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱۰}-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۳-۱}{۱۲}=\frac{۲}{۱۲}=\frac{۱}{۶}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۱}{۶}\div\frac{۱}{۶}=۱$$

۵۴۴- گزینه‌ی ۲ برای آن‌که از راه‌حلی شبیه راه‌حل سؤال‌های قبل استفاده کنیم باید در صورت کسرها اختلاف عددهای مخرج را داشته باشیم. یعنی اگر مثلاً با $\frac{۳}{۴\times۷}$ کار داشتیم، می‌توانستیم مانند سؤال‌های قبل عمل کنیم. ولی حالا که با $\frac{۱}{۴\times۷}$ کار داریم، چاره‌ی کار ضرب کردن کسر $\frac{۳}{۴\times۷}$ در $\frac{۱}{۳}$ است. به عبارتی

$$\left.\begin{array}{l}\frac{۳}{۴\times۷}=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۷}\\ \frac{۱}{۴\times۷}=\frac{۱}{۳}(\frac{۳}{۴\times۷})\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۱}{۴\times۷}=\frac{۱}{۳}(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۷})$$

در مورد بقیه‌ی کسرها نیز به همین صورت عمل می‌کنیم، بنابراین باید حاصل عبارت زیر را به‌دست آوریم:

$$\frac{۱}{۳}(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۷})+\frac{۱}{۳}(\frac{۱}{۷}-\frac{۱}{۱۰})+\frac{۱}{۳}(\frac{۱}{۱۰}-\frac{۱}{۱۳})+\cdots+\frac{۱}{۳}(\frac{۱}{۲۵}-\frac{۱}{۲۸})$$

$$=\frac{۱}{۳}(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۷}-\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱۰}-\frac{۱}{۱۳}+\cdots+\frac{۱}{۲۵}-\frac{۱}{۲۸})=\frac{۱}{۳}\times(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۲۸})=\frac{۱}{\underset{۱}{\cancel{۳}}}\times\frac{\overset{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۶}}}{\underset{۱۴}{\cancel{۲۸}}}=\frac{۱}{۱۴}$$

۵۴۵- گزینه‌ی ۳ اختلاف دو عدد مخرج در همه‌ی کسرها برابر ۵ است: $۷-۲=۱۲-۷=۱۷-۱۲=\cdots=۳۲-۲۷=۵$

اما همه‌ی صورت‌ها با هم برابر و مساوی ۳ هستند.

همه‌ی صورت‌ها را بر ۳ تقسیم می‌کنیم، در این صورت مجموع زیر به دست می‌آید:

$$\frac{۱}{۲\times۷}+\frac{۱}{۷\times۱۲}+\frac{۱}{۱۲\times۱۷}+\cdots+\frac{۱}{۲۷\times۳۲}$$

اما همچنان اختلاف عددهای مخرج با صورت یکسان نیست. پس همه‌ی صورت‌ها را در ۵ ضرب می‌کنیم. در این حالت مجموع تلسکوپی زیر به‌دست می‌آید

$$\frac{۵}{۲\times۷}+\frac{۵}{۷\times۱۲}+\frac{۵}{۱۲\times۱۷}+\cdots+\frac{۵}{۲۷\times۳۲}=\frac{۱}{\text{عدد کوچک‌تر مخرج اول}}-\frac{۱}{\text{عدد بزرگ‌تر مخرج آخر}}=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳۲}=\frac{۱۶}{۳۲}-\frac{۱}{۳۲}=\frac{۱۵}{۳۲}$$

اما جواب $\frac{۱۵}{۳۲}$ نیست چون عبارت یک بار بر ۳ تقسیم و یک بار در ۵ ضرب شده است. پس حالا باید $\frac{۱۵}{۳۲}$ را در ۳ ضرب و بر ۵ تقسیم کنیم:

$$\frac{۱۵}{۳۲}\times۳\div۵=\frac{\overset{۳}{\cancel{۱۵}}}{۳۲}\times۳\times\frac{۱}{\underset{۱}{\cancel{۵}}}=\frac{۹}{۳۲}$$

۵۴۶- گزینه‌ی ۴ ابتدا کسرها را ساده کرده و کسرهای سمت چپ را با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۴}+\frac{۳}{۶}+\square+\frac{۵}{۱۰}=۳\frac{۶}{۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+\square+\frac{۱}{۲}=۳\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۴}{۲}+\square=۳\frac{۱}{۲}\Rightarrow۲+\square=\frac{۷}{۲}\Rightarrow\square=\frac{۷}{۲}-۲=\frac{۷}{۲}-\frac{۴}{۲}=\frac{۳}{۲}$$

۵۴۷- گزینه‌ی ۲ طبق روش مصریان، صورت همه‌ی کسرها یک است و هیچ دو کسر مساوی با هم جمع نمی‌شوند. پس باید مقدار هر گزینه را حساب کنیم:

گزینه‌ی (۲): $\frac{۱۱}{۱۶}=\frac{۱}{۱۶}+\frac{۲}{۱۶}+\frac{۸}{۱۶}=\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۲}$ ✓

گزینه‌ی (۱): $\frac{۱۷}{۲۰}=\frac{۲}{۲۰}+\frac{۵}{۲۰}+\frac{۱۰}{۲۰}=\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}$ ×

گزینه‌ی (۴): $\frac{۱۵}{۱۶}=\frac{۱}{۱۶}+\frac{۲}{۱۶}+\frac{۴}{۱۶}+\frac{۸}{۱۶}=\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}$ ×

گزینه‌ی (۳): $\frac{۷}{۱۶}=\frac{۱}{۱۶}+\frac{۲}{۱۶}+\frac{۴}{۱۶}=\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴}$ ×

۵۴۸- گزینه‌ی ۴ برای به‌دست آوردن * به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{*}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۶}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{*}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{۴}{۶}+\frac{۱}{*}\Rightarrow\frac{۱}{*}=\frac{۳}{۴}-\frac{۴}{۶}=\frac{۹}{۱۲}-\frac{۸}{۱۲}=\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow\boxed{*=۱۲}$$

۵۴۹- گزینه‌ی ۱ کسر $\frac{۴}{۵}$ را می‌توان به صورت جمع دو کسر $\frac{۱}{۵}$ و $\frac{۳}{۵}$ نوشت. کسر $\frac{۱}{۵}$ می‌تواند یکی از کسرهای مورد نظر مصریان باشد. پس حالا $\frac{۳}{۵}$ را باید به صورت کسر مصری نوشت. $\frac{۳}{۵}$ را هم می‌توان به صورت $\frac{۲}{۵}+\frac{۱}{۵}$ نوشت. اما مصریان هیچ‌گاه دو کسر برابر را با هم جمع نمی‌کنند. می‌توان کمی مسیر را تغییر داد. دقت کنید که کسرهای $\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۶}{۱۰}$ برابر هستند. کسر $\frac{۶}{۱۰}$ را می‌توان به صورت $\frac{۱}{۱۰}+\frac{۵}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۲}$ نوشت. پس کسر $\frac{۳}{۵}$ را نیز به صورت کسر مصری نوشتیم و در نتیجه $\frac{۴}{۵}=\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۲}$، پس کم‌ترین تعداد کسر مورد نیاز ۳ تاست.

۵۵۰- گزینه‌ی ۴ یک تغییر کوچک در کسرهای $\frac{۷}{۱۲}$ و $\frac{۸}{۱۵}$ و $\frac{۱۰}{۲۱}$ می‌دهیم:

$$\frac{۸}{۱۵}\to\frac{۸}{۳\times۵}\to\frac{۳+۵}{۳\times۵}=\frac{\overset{۱}{\cancel{۳}}}{\underset{۱}{\cancel{۳}}\times۵}+\frac{\overset{۱}{\cancel{۵}}}{۳\times\underset{۱}{\cancel{۵}}}=\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۳}$$

$$\frac{۷}{۱۲}\to\frac{۷}{۳\times۴}\to\frac{۳+۴}{۳\times۴}=\frac{\overset{۱}{\cancel{۳}}}{\underset{۱}{\cancel{۳}}\times۴}+\frac{\overset{۱}{\cancel{۴}}}{۳\times\underset{۱}{\cancel{۴}}}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۳}$$

$$\frac{۱۰}{۲۱}\to\frac{۱۰}{۳\times۷}\to\frac{۳+۷}{۳\times۷}=\frac{\overset{۱}{\cancel{۳}}}{\underset{۱}{\cancel{۳}}\times۷}+\frac{\overset{۱}{\cancel{۷}}}{۳\times\underset{۱}{\cancel{۷}}}=\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۳}$$

نکته: «هر کسری را که مخرج آن از حاصل‌ضرب دو عدد و صورت آن از مجموع آن دو عدد ساخته شده باشد می‌توان به صورت مجموع دو کسر متفاوت با صورت ۱ نوشت.» مثلاً:

$$\frac{۵}{۶}\to\frac{۲+۳}{۲\times۳}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}$$

کسر $\frac{۱۷}{۴۰}$ را می‌توان به صورت مجموع سه کسر $\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۰}$ نوشت.

۵۵۱- گزینه‌ی ۴ کسرهای مساوی $\frac{۱}{۶}$ را نوشته و از بین آن‌ها حالتی را انتخاب می‌کنیم که بتوانیم $\frac{۱}{۶}$ را به شکل $\frac{۱}{□}+\frac{۱}{○}$ بنویسیم.

$$\frac{۱\times۲}{۶\times۲}=\frac{۲}{۱۲}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۱۲}$$

چون □ و ○ دو عدد متفاوت هستند، این حالت قابل قبول نیست.

$$\frac{۱\times۳}{۶\times۳}=\frac{۳}{۱۸}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۲}{۱۸}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{۹}$$

این حالت قابل قبول است، پس مقدار یکی از ○ و □ برابر ۹ و دیگری برابر ۱۸ است.

۵۵۲- گزینه‌ی ۳ اگر عددهای طبیعی ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ را به جای شکل‌های عبارت سمت چپ قرار دهیم، $۱\frac{۲۷}{۶۰}$ به‌دست می‌آید که برابر با طرف راست عبارت است:

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۶}=\frac{۳۰+۲۰+۱۵+۱۲+۱۰}{۶۰}=\frac{۸۷}{۶۰}=۱\frac{۲۷}{۶۰}$$

بنابراین مجموع عددهای داخل شکل‌ها برابر است با $۲+۳+۴+۵+۶=۲۰$

۵۵۳- گزینه‌ی ۱ عبارت را به صورت زیر با مخرج‌های یکسان می‌نویسیم و محاسبات را انجام می‌دهیم.

$$\frac{\square}{۱۱}+\frac{\bigcirc}{۳}=\frac{۳\times\square}{۳۳}+\frac{۱۱\times\bigcirc}{۳۳}=\frac{۳۱}{۳۳}\Rightarrow ۳\times\square+۱۱\times\bigcirc=۳۱$$

حالا باید $\bigcirc$ و $\square$ را حدس بزنیم. به جای $\bigcirc$ نمی‌توان ۳ قرار داد. چون اگر $\bigcirc=۳$، $۱۱\times$③ برابر ۳۳ شـده و حاصل عبارت سمت چپ از ۳۱ بیش‌تر می‌شود. پس $\bigcirc$ فقط می‌تواند ۱ یا ۲ باشد.

$۳\times\square+۱۱\times\bigcirc$	$\square$	$\bigcirc$
$۳\times۵+۱۱\times۱=۲۶<۳۱\Rightarrow$ $\square$ را افزایش می‌دهیم	۵	۱
$۳\times۶+۱۱\times۱=۲۹<۳۱\Rightarrow$ $\square$ را افزایش می‌دهیم	۶	۱
$۳\times۷+۱۱\times۱=۳۲>۳۱\Rightarrow$ $\square$ و $\bigcirc$ را تغییر می‌دهیم	۷	۱
$۳\times۲+۱۱\times۲=۲۸<۳۱\Rightarrow$ $\square$ را افزایش می‌دهیم	۲	۲
$۳\times۳+۱۱\times۲=۳۱$ ✓	۳	۲

بنابراین $\bigcirc=۲$ و $\square=۳$، در نتیجه $\bigcirc\times\square=۶$.

۵۵۴- گزینه‌ی ۳ کسر $\frac{\square+\Delta}{\Delta}$ برابر حاصل‌جمع دو کسر $\frac{\square}{\Delta}$ و $\frac{\Delta}{\Delta}$ است.

$$\frac{\square+\Delta}{\Delta}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\frac{\square}{\Delta}+\frac{\overset{۱}{\cancel{\Delta}}}{\underset{۱}{\cancel{\Delta}}}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\frac{\square}{\Delta}+۱=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\frac{\square}{\Delta}=\frac{۴}{۳}-۱\Rightarrow\frac{\square}{\Delta}=\frac{۱}{۳}$$

۵۵۵- گزینه‌ی ۳ بزرگ‌ترین عدد $۵\frac{۳}{۴}$ و کوچک‌ترین عدد $۱\frac{۲}{۵}$ است. اکنون اختلاف این دو عدد را به دست می‌آوریم:

$$۵\frac{۳}{۴}-۱\frac{۲}{۵}=۵+\frac{۳\times۵}{۴\times۵}-(۱+\frac{۲\times۴}{۵\times۴})=۴+\frac{۷}{۲۰}=۴\frac{۷}{۲۰}$$

۵۵۶- گزینه‌ی ۴ می‌دانیم اندازه‌ی هر کسـر با افزایش صورت و یا کاهش مخرج افزایش می‌یابد. بنابراین ۶ و ۷ را برای صورت و ۳ و ۴ را برای مخرج انتخاب می‌کنیم و به دو حالت زیر محاسبات را انجام می‌دهیم.

حالت اول: $\frac{۷}{۳}+\frac{۶}{۴}=\frac{۲۸}{۱۲}+\frac{۱۸}{۱۲}=\frac{۴۶}{۱۲}$

حالت دوم: $\frac{۷}{۴}+\frac{۶}{۳}=\frac{۲۱}{۱۲}+\frac{۲۴}{۱۲}=\frac{۴۵}{۱۲}$

پس بزرگ‌ترین عددی که از جمع دو کسر به‌دست می‌آید برابر $\frac{۴۶}{۱۲}$ یا $\frac{۲۳}{۶}$ است.

۵۵۷- گزینه‌ی ۳ برای تشـکیل مثلث، باید مجموع اندازه‌های دو ضلع کوچک‌تر، از اندازه‌ی ضلع بزرگ‌تر بیش‌تر باشـد که در بین گزینه‌ها تنها عدد ۶ چنین شرایطی را ایجاد می‌کند.

$$\boxed{۶}+۴\frac{۳}{۴}>۱۰\frac{۱}{۲}$$

$$۱۰\frac{۳}{۴}>۱۰\frac{۱}{۲}$$

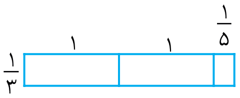
۵۵۸- گزینه‌ی ۲ حاصل $\frac{۱}{۲}\times۲$ مسـاوی ۱ اسـت. پس $\square$ باید از $\frac{۱}{۲}$ بزرگ‌تر باشد. کسرهای $\frac{۱}{۹}$، $\frac{۳}{۷}$ و $\frac{۴}{۹}$ کسرهای کوچک‌تر از $\frac{۱}{۲}$ هستند و نمی‌توانند به جای $\square$ قرار گیرند. پس ۴ تا از کسرها را می‌توان به جای $\square$ قرار داد.

۵۵۹- گزینه‌ی ۳ تعداد کسرها ۱۰۰تا است و کوچک‌ترین آن‌ها $\frac{۱}{۳۰۰}$ است. پس اگر همه‌ی کسرها را $\frac{۱}{۳۰۰}$ فرض کنیم، حاصل‌جمع موردنظر برابر $\frac{۱}{۳}$ می‌شود، زیرا

$$۱۰۰\times\frac{۱}{۳۰۰}=\frac{۱۰۰}{۳۰۰}=\frac{۱}{۳}$$

امّا چون کسرهای دیگر از $\frac{۱}{۳۰۰}$ بزرگ‌تر هستند، پس حتماً حاصل‌جمع آن‌ها از $\frac{۱}{۳}$ بیش‌تر است.

۵۶۰- گزینه‌ی ۲ به روش مساحتی شکل مربوط به عبارت $۲\frac{۱}{۵}\times\frac{۱}{۳}$، به صورت مقابل است.



۵۶۱- گزینه‌ی ۳ حاصل هر پرانتز را به دست آورده سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

عبارت سؤال: $(۲\times۱)+(۲\times\frac{۱}{۴})+(\frac{۳}{۵}\times۱)+(\frac{۳}{۵}\times\frac{۱}{۴})=۲+\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۵}+\frac{۳}{۲۰}=۲+\frac{۱۰+۱۲+۳}{۲۰}=۲\frac{۲۵}{۲۰}=۳\frac{۵}{۲۰}=۳\frac{۱}{۴}$

حاصل عبارت گزینه‌ی (۳) برابر است با $\frac{۱۳}{\cancel{۵}}\times\frac{\cancel{۵}}{۴}=\frac{۱۳}{۴}=۳\frac{۱}{۴}$

پس حاصل عبارت سؤال با گزینه‌ی (۳) برابر است.

۵۶۲- گزینه‌ی ۳ محاسبات را به‌صورت زیر انجام می‌دهیم:

$$(۳\times۲)+(\frac{۷}{۲}\times\frac{۴}{۳}+\frac{۵}{۳}\times۱)+(\frac{۶}{۵}\times\frac{۲}{۳})=۶+(\frac{۱۴}{۳}+\frac{۵}{۳})+(\frac{۴}{۵})=۶+\frac{۱۹}{۳}+\frac{۴}{۵}=۶+\frac{۹۵+۱۲}{۱۵}=۶+\frac{۱۰۷}{۱۵}=۶+۷\frac{۲}{۱۵}=۱۳\frac{۲}{۱۵}$$

۵۶۳- گزینه‌ی ۱ به جای این‌که عدد را بر ۲ تقسیم کنیم می‌توانیم آن را در $\frac{۱}{۲}$ ضرب کنیم:

$$۹۹\frac{۱}{۲}\div۲=\frac{۱۹۹}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱۹۹}{۴}=۴۹\frac{۳}{۴}$$

۵۶۴- گزینه‌ی ۴ $\frac{۲}{۳}$ یک عدد (○) برابر ۸ شده است. بنابراین

$$○\times\frac{۲}{۳}=۸\Rightarrow○=۸\div\frac{۲}{۳}=\overset{۴}{\cancel{۸}}\times\frac{۳}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=۱۲$$

۵۶۵- گزینه‌ی ۲ عبارت ریاضی سؤال به صورت زیر است که با ساده‌کردن آن حاصل به‌دست می‌آید.

$$\frac{۳}{\cancel{۴}}\times\frac{\cancel{۴}}{\cancel{۵}}\times\frac{\cancel{۵}}{\cancel{۶}}\times\frac{\cancel{۶}}{\cancel{۷}}\times\frac{\cancel{۷}}{\cancel{۸}}\times\overset{۳۰۰}{\cancel{۲۴}}۰۰=۹۰۰$$

۵۶۶- گزینه‌ی ۳ یک چهارم $\frac{۲}{۳}$ عدد ○ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{\underset{۲}{\cancel{۴}}}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{۳}\times○=\frac{۱}{۶}\times○$$

حالا ثلث نصف عدد ○ را هم به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}\times○=\frac{۱}{۶}\times○$$

اکنون اختلاف دو مقدار به‌دست آمده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۶}\times○-\frac{۱}{۶}\times○=۰$$

۵۶۷- گزینه‌ی ۴ از ضرب کسرها استفاده می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{\cancel{۵}}\times\frac{۱}{\cancel{۴}}\times\frac{۱}{\cancel{۲}}\times\frac{۱}{\cancel{۵}}\times\overset{\overset{\overset{۲}{\cancel{۱۰}}}{\cancel{۲۰}}}{\cancel{۱۰۰}}\!\!\!\!\!\!\!\!\!\cancel{۴}۰۰=\frac{۲}{۳}\\[2ex]\frac{۱}{\cancel{۲}}\times\frac{۱}{\cancel{۳}}\times\frac{۱}{\underset{۲}{\cancel{۴}}}\times\frac{۱}{\cancel{۵}}\times\overset{\overset{\overset{۵}{\cancel{۱۰}}}{\cancel{۳۰}}}{\cancel{۶۰}}\!\!\!\!\!\!\!\!\cancel{۳}۰۰=\frac{۵}{۲}\end{array}\right\}\frac{\cancel{۲}}{۳}\times\frac{۵}{\cancel{۲}}=\frac{۵}{۳}=۱\frac{۲}{۳}$$

۵۶۸- گزینه‌ی **۱** حاصل هر پرانتز را به دست آورده سپس در صورت امکان عدد صورت و مخرج کسرهای هر پرانتز را ساده می‌کنیم.

$$(۱-\frac{۱}{۱۰})\times(۱-\frac{۱}{۹})\times(۱-\frac{۱}{۸})\times(۱-\frac{۱}{۷})\times(۱-\frac{۱}{۶})\times(۱-\frac{۱}{۵})=(\frac{۱۰}{۱۰}-\frac{۱}{۱۰})\times(\frac{۹}{۹}-\frac{۱}{۹})\times(\frac{۸}{۸}-\frac{۱}{۸})\times(\frac{۷}{۷}-\frac{۱}{۷})\times(\frac{۶}{۶}-\frac{۱}{۶})\times(\frac{۵}{۵}-\frac{۱}{۵})$$

$$=\frac{\cancel{۹}}{۱۰}\times\frac{\cancel{۸}}{\cancel{۹}}\times\frac{\cancel{۷}}{\cancel{۸}}\times\frac{\cancel{۶}}{\cancel{۷}}\times\frac{\cancel{۵}}{\cancel{۶}}\times\frac{۴}{\cancel{۵}}=\frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵}$$

۵۶۹- گزینه‌ی **۲** حاصل هر پرانتز را به‌دست می‌آوریم:

$$(۱-\frac{۱}{۱۰۰})=\frac{۹۹}{۱۰۰},\quad (۱-\frac{۱}{۹۹})=\frac{۹۸}{۹۹},\quad \dots,\quad (۱-\frac{۱}{۵۰})=\frac{۴۹}{۵۰}$$

بنابراین حاصل عبارت برابر است با

$$\frac{\cancel{۹۹}}{۱۰۰}\times\frac{\cancel{۹۸}}{\cancel{۹۹}}\times\frac{\cancel{۹۷}}{\cancel{۹۸}}\times\dots\times\frac{۴۹}{\cancel{۵۰}}=\frac{۴۹}{۱۰۰}$$

۵۷۰- گزینه‌ی **۳** اگر مخرج کسر را بر $\frac{۱}{۵}$ تقسیم کنیم، مثل آن است که مخرج را ۵ برابر کنیم. از طرف دیگر، صورت را نیز ۵ برابر کرده‌ایم، یعنی صورت و مخرج کسر در عددی ثابت ضرب شده‌اند و کسر مساوی آن ساخته شده است، پس مقدار کسر تغییر نمی‌کند.

۵۷۱- گزینه‌ی **۴** عملیّات مشخّص شده در هر گزینه را انجام می‌دهیم:

گزینه‌ی (۱): $\left\{\begin{array}{l}\frac{۳}{۴}\times\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۲}\\ \frac{۱}{۲}\div۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\boxed{\frac{۱}{۴}}\end{array}\right.$

گزینه‌ی (۲): $\left\{\begin{array}{l}\frac{۱}{۲}\div۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}\\ \frac{۱}{۴}\times\frac{۴}{۱}=\frac{۴}{۴}=\boxed{۱}\end{array}\right.$

گزینه‌ی (۳): $\left\{\begin{array}{l}\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۲}=۱\\ ۱\div۱=\boxed{۱}\end{array}\right.$

گزینه‌ی (۴): $\left\{\begin{array}{l}۱\div\frac{۳}{۴}=۱\times\frac{۴}{۳}=\frac{۴}{۳}\\ \frac{۴}{۳}\times۳=\frac{۴}{۱}=\boxed{۴}\end{array}\right.$

۵۷۲- گزینه‌ی **۴** برای بررسی گزینه‌های (۱) و (۲)، دو کسر $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۳}$ را انتخاب می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}\text{ضرب دو کسر}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۶}\\ \text{تفاضل دو کسر}=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}=\frac{۳}{۶}-\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۶}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{ضرب دو کسر}=\text{تفاضل دو کسر}$$

پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.

برای بررسی گزینه‌ی (۳)، دو کسر $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۲}{۳}$ را انتخاب می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}\text{تقسیم کسر بزرگ‌تر بر کسر کوچک‌تر}=\frac{۳}{۴}\div\frac{۲}{۳}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۳}{۲}=\frac{۹}{۸}\\ \text{حاصل‌جمع دو کسر}=\frac{۳}{۴}+\frac{۲}{۳}=\frac{۹}{۱۲}+\frac{۸}{۱۲}=\frac{۱۷}{۱۲}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۹}{۸}<\frac{۱۷}{۱۲}$$

تقسیم کسر بزرگ‌تر بر کسر کوچک‌تر، کوچک‌تر از حاصل‌جمع دو کسر شد و در نتیجه گزینه‌ی (۳) نادرست است.

گزینه‌ی (۴) درست است، اما چرا؟ دو کسر کوچک‌تر از یک را مانند ○ و □ در نظر می‌گیریم:

$$\left.\begin{array}{l}\text{تفاضل دو کسر}=\square-\bigcirc\\ \text{مجموع دو کسر}=\square+\bigcirc\end{array}\right\}\Rightarrow\text{حاصل‌جمع تفاضل و مجموع}=\square-\cancel{\bigcirc}+\square+\cancel{\bigcirc}=\square+\square$$

چون $۱>\square$ است، پس هیچ‌گاه جمع دو تا □ به عدد ۲ نمی‌رسد. پس همیشه، $۲>\square+\square$ می‌شود.

۵۷۳- گزینه‌ی **۴** حاصل هر یک از گزینه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

گزینه‌ی (۱): $\frac{۱}{۴}\times\frac{۳}{۴}\times۲\div۸=\frac{۱}{۴}\times\frac{۳}{۴}\times۲\times\frac{۱}{۸}=\frac{۳}{۶۴}$

گزینه‌ی (۲): $\frac{۱}{۸}\times\frac{۱}{۴}\times۲\times۴=\frac{۱}{۴}$

گزینه‌ی (۳): $\frac{۱}{۵}\times\frac{۱}{۸}\times\frac{۱}{۲}\times۴۰\div۴=\frac{۱}{۵}\times\frac{۱}{۸}\times\frac{۱}{۲}\times۴۰\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۸}$

گزینه‌ی (۴): $\frac{۱}{۱۵}\times\frac{۳}{۴}\times۵\times\frac{۱}{۸}=\frac{۱}{۳۲}$

گزینه‌ی (۴) از سه گزینه‌ی دیگر کوچک‌تر است.

۵۷۴- گزینه‌ی ۲ قسمت رنگی شکل $\frac{۱۵}{۲۰}$ یا $\frac{۳}{۴}$ را نشان می‌دهد که علامت‌های مشخص‌شده‌ی $+$، $\times$ و $-$، حاصل تقسیم یعنی $۲\frac{۱}{۷}$ را نمایش می‌دهند. یعنی عبارت تقسیم به شکل زیر بوده است:

$$\frac{۳}{۴}\div\square=۲\frac{۱}{۷}$$

این عبارت را به شکل $\frac{۳}{۴}\div۲\frac{۱}{۷}=\square$ نیز می‌توان نوشت. پس گزینه‌ی (۲) درست است. در جای خالی این عبارت کسر $\frac{۷}{۲۰}$ قرار می‌گیرد، زیرا

$$\frac{۳}{۴}\div۲\frac{۱}{۷}=\frac{\cancel{۳}}{۴}\times\frac{۷}{\underset{۵}{\cancel{۱۵}}}=\frac{۷}{۲۰}$$

۵۷۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا حاصل عبارت داخل پرانتز را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۴}{۶}-\frac{۳}{۵}+\frac{۴}{۳}=\frac{۲۰-۱۸+۴۰}{۳۰}=\frac{۴۲}{۳۰}$$

حال تقسیم را انجام می‌دهیم:

$$\frac{۴۲}{۳۰}\div\frac{۱۸}{۳۰}=\frac{۴۲}{۳۰}\times\frac{۳۰}{۱۸}=\frac{۴۲}{۱۸}\underset{\div۶}{\overset{\div۶}{=}}\frac{۷}{۳}=۲\frac{۱}{۳}$$

۵۷۶- گزینه‌ی ۱ ساده‌شده‌ی کسر برابر با ۱ است و حاصل‌ضرب ۲۰ تا ۱ هم می‌شود ۱.

$$\frac{۳\frac{۳}{۴}}{۳\frac{۱۲}{۱۶}}=\frac{۳\frac{۳}{۴}}{۳\frac{۳}{۴}}=۱,\qquad \underbrace{۱\times۱\times\cdots\times۱}_{\text{۲۰ بار}}=۱$$

$$\frac{۷}{۸}\xrightarrow{\text{معکوس}}\frac{۸}{۷}$$

$$۱\div\frac{۸}{۷}=۱\times\frac{۷}{۸}=\frac{۷}{۸}$$

۵۷۷- گزینه‌ی ۲ صورت کسر را $\bigcirc$ و مخرج را $\square$ فرض می‌کنیم. اکنون با توجه به فرض‌های مسئله می‌توان نوشت:

$$\frac{\bigcirc\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۵}}{\square\times\frac{۲}{۷}\times\frac{۵}{۸}}=\frac{\bigcirc\times\frac{۲}{۵}}{\square\times\frac{۵}{۲۸}}=\frac{۵۶}{۲۵}\times\frac{\bigcirc}{\square}$$

در نتیجه کسر $\frac{۵۶}{۲۵}$ برابر می‌شود.

۵۷۸- گزینه‌ی ۴ با مخرج مشترک گرفتن حاصل هر پرانتز را به‌دست می‌آوریم:

$$\left(\frac{۹}{۱۰}+\frac{۹}{۱۰۰}+\frac{۹}{۱۰۰۰}+\frac{۹}{۱۰۰۰۰}\right)\div\left(\frac{۳}{۱۰}+\frac{۳}{۱۰۰}+\frac{۳}{۱۰۰۰}+\frac{۳}{۱۰۰۰۰}\right)=\left(\frac{۹۰۰۰+۹۰۰+۹۰+۹}{۱۰۰۰۰}\right)\div\left(\frac{۳۰۰۰+۳۰۰+۳۰+۳}{۱۰۰۰۰}\right)$$

$$=\frac{۹۹۹۹}{۱۰۰۰۰}\div\frac{۳۳۳۳}{۱۰۰۰۰}=\frac{\overset{۳}{\cancel{۹۹۹۹}}}{۱۰۰۰۰}\times\frac{۱۰۰۰۰}{\underset{۱}{\cancel{۳۳۳۳}}}=\frac{۳}{۱}=۳$$

۵۷۹- گزینه‌ی ۴ عدد صحیح مساوی هر عدد مخلوط را به‌دست آورده، سپس با رعایت الویت چهار عمل اصلی حاصل عبارت را به‌دست می‌آوریم:

$$۴۴\underset{\downarrow}{\boxed{\cancel{\frac{۵۱}{۱۷}}}}-۲۵\underset{\downarrow}{\boxed{\cancel{\frac{۴۸}{۱۶}}}}\div۵\underset{\downarrow}{\boxed{\cancel{\frac{۲۴}{۱۲}}}}+۲\underset{\downarrow}{\boxed{\cancel{\frac{۱۸}{۱۸}}}}\times۱\underset{\downarrow}{\boxed{\cancel{\frac{۳۱}{۳۱}}}}$$

$$=(۴۴+۳)-(۲۵+۳)\div(۵+۲)+(۲+۱)\times(۱+۱)$$

$$=۴۷-\underbrace{۲۸\div۷}_{۴}+\underbrace{۳\times۲}_{۶}=۴۷-۴+۶=۴۹$$

۵۸۰- گزینه‌ی ۲ حاصل عبارت گزینه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

گزینه‌ی (۲): $\frac{۲}{۱+\frac{۱}{۳}}=\frac{۲}{\frac{۴}{۳}}=\frac{\frac{۲}{۱}}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}$

گزینه‌ی (۱): $\frac{۲}{۱-\frac{۱}{۳}}=\frac{۲}{\frac{۲}{۳}}=\frac{\frac{۲}{۱}}{\frac{۲}{۳}}=\frac{۶}{۲}=۳$

گزینه‌ی (۴): $\frac{۳}{۱-\frac{۱}{۲}}=\frac{۳}{\frac{۱}{۲}}=\frac{\frac{۳}{۱}}{\frac{۱}{۲}}=۶$

گزینه‌ی (۳): $\frac{۳}{۱+\frac{۱}{۲}}=\frac{۳}{\frac{۳}{۲}}=\frac{\frac{۳}{۱}}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۶}{۳}=۲$

حاصل عبارت گزینه‌ی (۲) از بقیه کوچک‌تر است.

۵۸۱- گزینه‌ی ۱ با توجه به ترتیب عملیات، در هر گزینه باید ابتدا حاصل پرانتز را به‌دست آورد. دقت کنید که در گزینه‌ها فقط عددهای $۵\frac{۳}{۱۳}$، $۵\frac{۶}{۱۳}$، $۵\frac{۷}{۱۳}$ و $۵\frac{۴}{۱۳}$ متفاوت هستند و بقیه مشابه‌اند. با توجه به این که در یک تقسیم، اگر مقسوم‌علیه کوچک‌تر باشد، خارج‌قسمت بزرگ‌تر می‌شود و این که حاصل پرانتز گزینه‌ی (۱) از بقیه کوچک‌تر است، پاسخ گزینه‌ی (۱) است.

۵۸۲- گزینه‌ی ۴ حاصل عبارت دوم را از حاصل عبارت اوّل کم می‌کنیم:

$$(\frac{۲\frac{۱}{۴}}{۱۶}+۳۲)-(\frac{۲\frac{۱}{۴}}{۱۶}+\frac{۳۲}{۱۶})=(\frac{\frac{۹}{۴}}{\frac{۱۶}{۱}}+۳۲)-(\frac{\frac{۹}{۴}}{\frac{۱۶}{۱}}+\frac{۳۲}{۱۶})=\overbrace{(\frac{۹}{۶۴}+۳۲)-(\frac{۹}{۶۴}+۲)}^{۳۲-۲}=۳۰$$

۵۸۳- گزینه‌ی ۴ از پایین‌ترین کسرها محاسبات را انجام می‌دهیم:

$$\frac{۱}{\frac{۱}{\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}}+\frac{۱}{۶}}=\frac{۱}{\frac{۱}{\frac{۳-۲}{۶}}+\frac{۱}{۶}}=\frac{۱}{\frac{۱}{\frac{۱}{۶}}+\frac{۱}{۶}}=\frac{۱}{۶+\frac{۱}{۶}}=\frac{۱}{\frac{۳۷}{۶}}=\frac{۶}{۳۷}$$

۵۸۴- گزینه‌ی ۱ ابتدا حاصل کسر بزرگ را به دست می‌آوریم:

حاصل صورت $۳\frac{۲\times۲}{۳\times۲}-۱\frac{۲}{۶}=۲\frac{۴-۲}{۶}=۲\frac{۲}{۶}=۲\frac{۱}{۳}=\frac{۷}{۳}$

حاصل مخرج $\frac{۲}{۵}+۱=\frac{۲}{۵}+\frac{۵}{۵}=\frac{۷}{۵}$

$\Rightarrow$ حاصل کسر بزرگ $\frac{\frac{۷}{۳}}{\frac{۷}{۵}}=\frac{\cancel{۷}\times۵}{\cancel{۷}\times۳}=\frac{۵}{۳}$

حاصل پرانتز اول برابر است با

$$۱\frac{۷}{۹}\times۱\frac{۱}{۲}=\frac{\overset{۸}{\cancel{۱۶}}}{\underset{۳}{\cancel{۹}}}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۳}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=\frac{۸}{۳}$$

بنابراین حاصل عبارت موردنظر برابر است با

$$(۱\frac{۷}{۹}\times۱\frac{۱}{۲})\ -\frac{(۳\frac{۲}{۳}-۱\frac{۲}{۶})}{\frac{۲}{۵}+۱}\times۱=\frac{۸}{۳}-\frac{۵}{۳}\times۱=\frac{۸}{۳}-\frac{۵}{۳}=\frac{۳}{۳}=۱$$

۵۸۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا حاصل پرانتزها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{(\frac{۲}{۳}\div\frac{۲}{۶})\times(۳-۲\frac{۲}{۵})}{(\frac{۱}{۳}\times\frac{۲}{۴})\div۱+\frac{۲}{۴}}=\frac{\overbrace{(\frac{۲}{\underset{۱}{\cancel{۳}}}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۶}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}})}^{۲}\times\overbrace{(۲\frac{۵}{۵}-۲\frac{۲}{۵})}^{\frac{۳}{۵}}}{\underbrace{(\frac{۱}{۳}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\underset{۲}{\cancel{۴}}})}_{\frac{۱}{۶}}\div۱+\frac{۲}{۴}}=\frac{۲\times\frac{۳}{۵}}{\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۲}}=\frac{\frac{۶}{۵}}{\frac{۱+۳}{۶}}=\frac{\frac{۶}{۵}}{\frac{۴}{۶}}=\frac{\overset{۳}{\cancel{۶}}\times\overset{۳}{\cancel{۶}}}{۵\times\underset{\underset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۴}}}=\frac{۹}{۵}$$

$$,\qquad \square+\frac{۹}{۵}=۲\Rightarrow\square=\frac{۱}{۵}$$

۵۸۶- گزینه‌ی ۱ هر کدام از گزینه‌ها را ساده کرده، سپس با هم مقایسه می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱) : $\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۴}{۳}=۱\frac{۱}{۳}$

گزینه‌ی (۲) : $\frac{۲}{\frac{۳}{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۲}{\frac{۳\times۲}{۱}}=\frac{\frac{۲}{۱}}{\frac{۶}{۱}}=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}$

گزینه‌ی (۳) : $\frac{\frac{\frac{۳}{۲}}{۱}}{۴}=\frac{\frac{\frac{\frac{۳}{۲}}{۱}}{۱}}{۴}=\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۴}{۱}}=\frac{۳}{۸}$

گزینه‌ی (۴) : $\frac{\frac{\frac{۲}{۳}}{۱}}{۴}=\frac{\frac{\frac{\frac{۲}{۱}}{۳}}{۱}}{۴}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۴}{۱}}=\frac{۲}{۱۲}=\frac{۱}{۶}$

حاصل عبارت گزینه‌ی (۱) از بقیّه بزرگ‌تر است.

۵۸۷- گزینه‌ی ۱ می‌توانید قبل از شروع به حل مسئله‌های این شکلی، ابتدا مخرج مشترک‌هایی را که باید بین مخرج‌ها بگیرید محاسبه کنید. این کار دقت و سرعت شما را بالا می‌برد.

مخرج مشترک ۱۰ و ۱۲ برابر ۶۰، مخرج مشترک ۶ و ۸ برابر ۲۴ و مخرج مشترک ۵ و ۶ برابر ۳۰ است.

$$\frac{\frac{۱}{\frac{۱}{۱۰}-\frac{۱}{۱۲}}}{\frac{۱}{\frac{۱}{۵}-\frac{۱}{۶}}-\frac{۱}{\frac{۱}{۶}-\frac{۱}{۸}}}=\frac{\frac{۱}{\frac{۶}{۶۰}-\frac{۵}{۶۰}}}{\frac{۱}{\frac{۶}{۳۰}-\frac{۵}{۳۰}}-\frac{۱}{\frac{۴}{۲۴}-\frac{۳}{۲۴}}}=\frac{\frac{۱}{\frac{۱}{۶۰}}}{\frac{۱}{\frac{۱}{۳۰}}-\frac{۱}{\frac{۱}{۲۴}}}=\frac{۶۰}{۳۰-۲۴}=\frac{۶۰}{۶}=۱۰$$

۵۸۸- گزینه‌ی ۲ کسرهای صورت را به ترتیب با هم جمع می‌کنیم:

$$\left\{\begin{array}{ll}
\text{مرحله‌ی اول} & \frac{۱}{۹۶}+\frac{۱}{۹۶}=۲\times\frac{۱}{۹۶}=\frac{۲}{۹۶}=\frac{۱}{۴۸}\\
\text{مرحله‌ی دوم} & \frac{۱}{۴۸}+\frac{۱}{۴۸}=۲\times\frac{۱}{۴۸}=\frac{۲}{۴۸}=\frac{۱}{۲۴}\\
\text{مرحله‌ی سوم} & \frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{۲۴}=۲\times\frac{۱}{۲۴}=\frac{۲}{۲۴}=\frac{۱}{۱۲}\\
\text{مرحله‌ی چهارم} & \frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۱۲}=۲\times\frac{۱}{۱۲}=\frac{۲}{۱۲}=\frac{۱}{۶}\\
\text{مرحله‌ی پنجم} & \frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۶}=۲\times\frac{۱}{۶}=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}\\
\text{مرحله‌ی ششم} & \frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳}=۲\times\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}
\end{array}\right\}\Rightarrow\ \text{حاصل صورت}=\frac{۲}{۳}$$

در مخرج، ابتدا ضرب و سپس جمع و تفریق را انجام می‌دهیم:

$$\frac{۴}{۳}+(\frac{۷}{۳}\times\frac{۱}{۷})-\frac{۳}{۳}=\frac{۲}{۳}$$

پس حاصل عبارت مورد نظر برابر ۱ است.

$$\frac{\frac{۱}{۹۶}+\frac{۱}{۹۶}+\frac{۱}{۴۸}+\frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳}}{۱\frac{۱}{۳}+۲\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۷}-۱}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۲}{۳}}=۱$$

۵۸۹- گزینه‌ی ۱ ساده‌شده‌ی کسرها را با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{\frac{۵}{۱۰}}{۵۰۰}+\frac{\frac{۵۰}{۱۰۰}}{۵۰}+\frac{\frac{۱}{۲}}{۵}+\frac{\frac{۵}{۱۰}}{\frac{۵}{۱۰}}+\frac{\frac{۵۰}{۱۰۰}}{\frac{۵}{۱۰۰}}=\frac{\overset{۱}{\cancel{۵}}\times۱}{۱۰\times\underset{۱۰۰}{\cancel{۵۰۰}}}+\frac{\cancel{۵۰}\times۱}{۱۰۰\times\cancel{۵۰}}+\frac{۱\times۱}{۲\times۵}+\frac{\overset{۱}{\cancel{۵}}\times\overset{۱}{\cancel{۱۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۱۰}}\times\underset{۱}{\cancel{۵}}}+\frac{\overset{۱۰}{\cancel{۵۰}}\times\overset{۱}{\cancel{۱۰۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۱۰۰}}\times\underset{۱}{\cancel{۵}}}$$

$$=\frac{۱}{۱۰۰۰}+\frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱}+\frac{۱۰}{۱}=\frac{۱+۱۰+۱۰۰+۱۰۰۰+۱۰۰۰۰}{۱۰۰۰}=\frac{۱۱۱۱۱}{۱۰۰۰}=۱۱\frac{۱۱۱}{۱۰۰۰}$$

۵۹۰- گزینه‌ی ۴ عملیّات محاسباتی را از مخرج $\frac{۳}{۱+۴}$ آغاز می‌کنیم (یعنی $۱+۴=۵$) و بقیّه‌ی محاسبات را به‌صورت زیر انجام می‌دهیم:

$$\begin{cases} ۱+\cfrac{۲}{۱+\cfrac{۳}{۱+۴}}=? \\ ۱+\frac{۳}{۵}=۱\frac{۳}{۵}=\frac{۸}{۵} \\ \cfrac{\frac{۲}{۱}}{\frac{۸}{۵}}=\frac{\cancel{۲}^{۱}\times۵}{\cancel{۸}_{۴}\times۱}=\frac{۵}{۴} \end{cases}\Rightarrow ۱+\cfrac{۲}{۱+\cfrac{۳}{۱+۴}}=۱+\frac{۵}{۴}=۱\frac{۵}{۴}=۲\frac{۱}{۴}$$

۵۹۱- گزینه‌ی ۲ از پایین‌ترین مخرج شروع می‌کنیم:

$$\cfrac{۱}{۲-\cfrac{۱}{۲-\cfrac{۱}{\boxed{۲-\frac{۱}{۲}}}}}=\cfrac{۱}{۲-\cfrac{۱}{۲-\boxed{\cfrac{۱}{\frac{۳}{۲}}}}}=\cfrac{۱}{۲-\cfrac{۱}{\boxed{۲-\frac{۲}{۳}}}}=\cfrac{۱}{۲-\boxed{\cfrac{۱}{\frac{۴}{۳}}}}=\cfrac{۱}{\boxed{۲-\frac{۳}{۴}}}=\cfrac{۱}{\frac{۵}{۴}}=\frac{۴}{۵}$$

۵۹۲- گزینه‌ی ۲ چون کسرها در مخرج به سمت پایین نوشته شده‌اند، از پایین‌ترین مخرج‌هایی که می‌بینیم شروع می‌کنیم، یعنی از $(۲+۱)$ها در کسرهای $\frac{۲}{۲+۱}$:

$$\cfrac{۲}{\cfrac{۲}{\cfrac{۲}{\frac{۲}{\boxed{۲+۱}}+۱}+۱}+۱+\cfrac{۲}{۱+\cfrac{۲}{۱+\frac{۲}{\boxed{۲+۱}}}}}=\cfrac{۲}{\cfrac{۲}{\cfrac{۲}{\boxed{\frac{۲}{۳}+۱}}+۱}+۱+\cfrac{۲}{۱+\cfrac{۲}{\boxed{۱+\frac{۲}{۳}}}}}=\cfrac{۲}{\cfrac{۲}{\boxed{\cfrac{۲}{\frac{۵}{۳}}}+۱}+۱+\cfrac{۲}{۱+\boxed{\cfrac{۲}{\frac{۵}{۳}}}}}=\cfrac{۲}{\cfrac{۲}{\boxed{\frac{۶}{۵}+۱}}+۱+\cfrac{۲}{\boxed{۱+\frac{۶}{۵}}}}=\cfrac{۲}{\boxed{\cfrac{۲}{\frac{۱۱}{۵}}}+۱+\boxed{\cfrac{۲}{\frac{۱۱}{۵}}}}$$

$$=\cfrac{۲}{\frac{۱۰}{۱۱}+۱+\frac{۱۰}{۱۱}}=\cfrac{۲}{\frac{۳۱}{۱۱}}=\frac{۲۲}{۳۱}$$

۵۹۳- گزینه‌ی ۳ در صورت‌ها و مخرج‌ها عددها را دو تا دو تا جدا کرده و محاسبات را انجام می‌دهیم:

$$\cfrac{\cfrac{(۱۰-۹)+(۸-۷)+\cdots+(۲-۱)}{(۲۰-۱۸)+(۱۶-۱۴)+\cdots+(۴-۲)}}{\cfrac{(۳۰-۲۷)+(۲۴-۲۱)+\cdots+(۶-۳)}{(۵۰-۴۵)+(۴۰-۳۵)+\cdots+(۱۰-۵)}}=\cfrac{\cfrac{۱+۱+\cdots+۱}{۲+۲+\cdots+۲}}{\cfrac{۳+۳+\cdots+۳}{۵+۵+\cdots+۵}}$$

در همه‌ی صورت‌ها و مخرج‌های عبارت اصلی ۱۰ عدد وجود دارد. وقتی آن‌ها را دوتا دوتا دسته‌بندی می‌کنیم و تفریق انجام می‌دهیم، تعداد عددها در هر صورت و مخرج برابر ۵ تا می‌شود. بنابراین حاصل عبارت برابر است با

$$\cfrac{\cfrac{۱\times\cancel{۵}}{۲\times\cancel{۵}}}{\cfrac{۳\times\cancel{۵}}{۵\times\cancel{۵}}}=\cfrac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۵}}=\frac{۵}{۶}$$

۵۹۴- گزینه‌ی ۴ عددهای صورت کسر اول ۲ برابر عددهای مخرج آن هستند و عددهای مخرج کسر اصلی همگی مضرب ۶ هستند.

$$\begin{cases} \text{حاصل صورت}\quad \frac{۴+۸+۱۲+۱۶+\cdots+۴۰}{۲+۴+۶+۸+\cdots+۲۰}=\frac{۲(۲+۴+۶+۸+\cdots+۲۰)}{۲+۴+۶+۸+\cdots+۲۰)}=\frac{۲}{۱} \\ \text{حاصل مخرج}\quad ۶+۱۲+۱۸+۲۴+\cdots+۳۶=۶(۱+۲+۳+۴+۵+۶)=۱۲۶ \end{cases}$$

$$\cfrac{\cfrac{۴+۸+۱۲+۱۶+\cdots+۴۰}{۲+۴+۶+۸+\cdots+۲۰}}{\cfrac{۶+۱۲+۱۸+۲۴+\cdots+۳۶}{۱}}\times۶۳=\cfrac{\frac{۲}{۱}}{\frac{۱۲۶}{۱}}\times۶۳=\frac{۲\times۱\times\cancel{۶۳}^{۱}}{۱\times\cancel{۱۲۶}_{۲}}=۱$$

۵۹۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا حاصل پرانتزها و عامل‌های بیرون پرانتزها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\frac{۱}{\frac{۱}{۴۰}}+(۱\div\frac{۱}{۳۰})}{\frac{۱}{\frac{۱}{۴۰۰}}-(۱\div\frac{۱}{۳۰۰})}=\frac{۷\div\bigcirc}{۱۰\div\frac{۱}{۷}}\Rightarrow\frac{۴۰+۳۰}{۴۰۰-۳۰۰}=\frac{\frac{۷}{\bigcirc}}{\frac{۷۰}{۱}}\Rightarrow\frac{۷۰}{۱۰۰}=\frac{۷}{\bigcirc\times۷۰}\Rightarrow\frac{۷}{۱۰}=\frac{۷}{\bigcirc\times۷۰}\Rightarrow۱۰=\bigcirc\times۷۰\Rightarrow\bigcirc=\frac{۱۰}{۷۰}=\frac{۱}{۷}$$

۵۹۶- گزینه‌ی ۲ وقتی صورت و مخرج کسری را در عددی ضرب یا تقسیم کنیم، حاصل کسر تغییر نمی‌کند.

$$\frac{۱۷\boxed{\times}۲}{۲۳\boxed{\times}۲}=\frac{۱۷}{۲۳},\quad\frac{۱۷\boxed{\div}۲}{۲۳\boxed{\div}۲}=\frac{۱۷}{۲۳}$$

پس گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند. اکنون گزینه‌های دیگر را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱): $\frac{۱۷\boxed{-}۲}{۲۳\boxed{-}۲}=\frac{۱۵}{۲۱}=\frac{۵}{۷}$

چون $\frac{۵}{۷}<\frac{۱۷}{۲۳}$، پس گزینه‌ی (۱) نیز نادرست است.

گزینه‌ی (۲): $\frac{۱۷\boxed{+}۲}{۲۳\boxed{+}۲}=\frac{۱۹}{۲۵}>\frac{۱۷}{۲۳}$ ✓

۵۹۷- گزینه‌ی ۳ ابتدا توجه کنید که

$$۴\frac{۲}{۳}=\frac{۴\times۳+۲}{۳}=\frac{۱۴}{۳}$$

در نتیجه معکوس $۴\frac{۲}{۳}$ برابر است با $\frac{۳}{۱۴}$. حال اختلاف $۴\frac{۲}{۳}$ را با معکوسش حساب می‌کنیم:

$$\frac{۱۴}{۳}-\frac{۳}{۱۴}=\frac{۱۴\times۱۴-۳\times۳}{۱۴\times۳}=\frac{۱۹۶-۹}{۴۲}=\frac{۱۸۷}{۴۲}=۴\frac{۱۹}{۴۲}$$

۵۹۸- گزینه‌ی ۳ $\frac{۱}{۲}$ از $\frac{۲}{۳}$ مربع‌ها یعنی $\frac{۱}{۳}$ مربع‌ها، پس کافی است $\frac{۱}{۳}$ مربع‌ها را از کلّ مربع‌ها کم کنیم.

$\frac{۱}{\cancel{۲}}\times\frac{\cancel{۲}}{۳}=\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{۱}{۳}\times۱۲=\frac{۱۲}{۳}=۴$ ، باقی‌مانده‌ی مربع‌ها $۱۲-۴=۸$

۵۹۹- گزینه‌ی ۳ ابتدا عدد مخلوط $۵۵\frac{۲}{۳}$ را به کسر تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{۵۵\times۳+۲}{۳}=\frac{۱۶۵+۲}{۳}=\frac{۱۶۷}{۳}$$

معکوس کسر به‌دست آمده برابر $\frac{۳}{۱۶۷}$ است. اکنون نصف کسر $\frac{۳}{۱۶۷}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۳}{۱۶۷}\div۲=\frac{۳}{۱۶۷}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۳۳۴}$$

۶۰۰- گزینه‌ی ۲ فرض می‌کنیم عدد ☐ باشد. بنابراین

$$\frac{۳}{۵}\times\frac{۱۰}{۱۲}\times\frac{۱}{۳}\square=\frac{۲}{۱۲}\square=\frac{۱}{۶}\square$$

۶۰۱- گزینه‌ی ۱ ابتدا ربع ربع ثلث خمس ۷۰۰ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۵}\times۷۰۰=\frac{۱۷۵}{۶۰}$$

سپس ثلث خمس خمس نصف ۸۰۰ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۵}\times\frac{۱}{۵}\times\frac{۱}{۲}\times۸۰۰=\frac{۱۶}{۳}$$

حال تقسیم را انجام می‌دهیم:

$$\frac{۱۷۵}{۶۰}\div\frac{۱۶}{۳}=\frac{۱۷۵}{۶۰}\times\frac{۳}{۱۶}=\frac{۱۷۵}{۳۲۰}$$

۶۰۲- گزینه‌ی ۴ عدد موردنظر را $\bigcirc$ فرض می‌کنیم. با توجه به اطلاعات مسئله می‌توان نوشت

$$\frac{۵}{۷}\times\frac{۳}{۴}\times\bigcirc=\frac{۱}{۳۵}$$

در نتیجه

$$\bigcirc=\frac{۱}{۳۵}\div\frac{۵}{۷}\div\frac{۳}{۴}\Rightarrow\bigcirc=\frac{۱}{۳۵}\times\frac{۷}{۵}\times\frac{۴}{۳}=\frac{۴}{۵\times۵\times۳}=\frac{۴}{۷۵}$$

۶۰۳- گزینه‌ی ۲ عدد موردنظر برابر است با

$$\frac{۳}{۷}\times\frac{۱۴}{۱۵}\times\frac{۵}{۹}\times\frac{۵}{۱۶}\times۳۶۰۰=۲۵۰$$

و معکوس آن $\frac{۱}{۲۵۰}$ است.

۶۰۴- گزینه‌ی ۴ ابتدا تعداد کل خانه‌ها و تعداد خانه‌های رنگی دو مستطیل را می‌شماریم:

تعداد کل خانه‌ها: $۱۶+۱۲=۲۸$

تعداد خانه‌های رنگی: $۷+۴=۱۱$

برای این‌که $\frac{۳}{۷}$ کل دو شکل $\left(\frac{۳}{۷}\times۲۸\right)$ رنگی باشد، باید ۱۲ خانه رنگی باشد. از این ۱۲ خانه‌ی مورد نیاز ۱۱ تا رنگی هستند، پس باید ۱ خانه‌ی دیگر $(۱۲-۱۱)$ را رنگ کنیم تا تعداد خانه‌های رنگی ۱۲ تا شود.

$$\begin{tikzcd} ۳ \arrow[r, bend left, "\times۴"] & \boxed{۱۲} \\ ۷ \arrow[r, bend right, "\times۴"'] & ۲۸ \end{tikzcd}$$

۶۰۵- گزینه‌ی ۱ برنده $\frac{۲}{۳}$ مجموع اندازه‌ی فروغ و سیمین را خوانده است. پس ابتدا مشخص می‌کنیم که فروغ و سیمین مجموعاً چه کسری از کتاب را خوانده‌اند:

$$\frac{۲}{۱۳}+\frac{۳}{۷}=\frac{۲\times۷}{۱۳\times۷}+\frac{۳\times۱۳}{۷\times۱۳}=\frac{۱۴}{۹۱}+\frac{۳۹}{۹۱}=\frac{۵۳}{۹۱}$$

حال $\frac{۲}{۳}$ این مقدار را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۵۳}{۹۱}\times\frac{۲}{۳}=\frac{۱۰۶}{۲۷۳}$$

۶۰۶- گزینه‌ی ۲ قیمت یک کالا را به دست می‌آوریم:

قیمت یک کالا $۴۰۰\div۱۰=۴۰$

برای به دست آوردن کسری از کالا که ۱۰ تومان است می‌توان نوشت:

$$\frac{۱۰}{۴۰}=\frac{۱}{۴}$$

۶۰۷- گزینه‌ی ۴ سهم نفر اول و دوم را حساب می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}\text{سهم نفر اول}=\frac{۲}{\cancel{۹}}\times\overset{۱۰۰}{\cancel{۹۰۰}}=۲۰۰\\ \text{سهم نفر دوم}=\frac{۳}{\cancel{۵}}\times\overset{۱۸۰}{\cancel{۹۰۰}}=۵۴۰\end{array}\right\}\Rightarrow\text{سهم نفر سوم}=۹۰۰-(\overset{۷۴۰}{\cancel{۲۰۰+۵۴۰}})=۱۶۰$$

۶۰۸- گزینه‌ی ۴ علی نقّاش ثلث شبانه‌روز یعنی ۸ ساعت کار می‌کند:

$۲۴\times\frac{۱}{۳}=\frac{۲۴}{۳}=۸$ ساعت

رضا نقّاش $۱\frac{۱}{۲}$ برابر علی نقّاش کار می‌کند یعنی ۱۲ ساعت، زیرا

$$۱\frac{۱}{۲}\times۸=\frac{۳}{۲}\times۸=۱۲$$

بنابراین رضا نقّاش $\frac{۱۲}{۲۴}=\frac{۱}{۲}$ از شبانه‌روز را کار می‌کند.

روش سریع: $\frac{۳}{۲}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۲}$

۶۰۹- گزینه‌ی ۳ باید ببینیم ۱۰۰ کیلو شکلات، در چند جعبه‌ی $۱\frac{۱}{۴}$ کیلوگرمی قرار می‌گیرد.

$$۱۰۰\div ۱\frac{۱}{۴}=۱۰۰\div\frac{۵}{۴}=۱۰۰\times\frac{۴}{۵}=۸۰$$

هزینه‌ی خرید همه‌ی جعبه‌ها برابر است با $۸۰\times ۵۵۰۰=۴۴۰۰۰۰$ تومان

۶۱۰- گزینه‌ی ۱ طول مســتطیل را $\bigcirc$ و عرض آن را $\square$ در نظر می‌گیریم. در این صورت طول جدید، $\bigcirc\times\frac{۱}{۴}$ و عرض جدید، $\square\times\frac{۳}{۵}$ است، در نتیجه مساحت مستطیل جدید برابر است با

$$\bigcirc\times\frac{۱}{۴}\times\square\times\frac{۳}{۵}=\bigcirc\times\square\times\frac{۳}{۲۰}$$

که کم‌تر از $\square\times\bigcirc$ است، پس مساحت کاهش یافته است. اکنون اختلاف مساحت مستطیل اصلی و مساحت مستطیل جدید رابه‌دست می‌آوریم:

$$\bigcirc\times\square-\bigcirc\times\square\times\frac{۳}{۲۰}=\bigcirc\times\square\left(۱-\frac{۳}{۲۰}\right)=\bigcirc\times\square\times\frac{۱۷}{۲۰}$$

یعنی مساحت مستطیل جدید به اندازه‌ی $\frac{۱۷}{۲۰}$ مساحت مستطیل اصلی کاهش یافته است.

۶۱۱- گزینه‌ی ۱ یک دور چرخش سیاره‌ی M یک سال و شش ماه (۱۸ ماه) و یک دور چرخش سیاره‌ی N یک سال (۱۲ ماه) طول می‌کشد.

پس بعد از گذشت ۷ ماه، سیاره‌ی M، $\frac{۷}{۱۸}$ از مسیر خود و سیاره‌ی N، $\frac{۷}{۱۲}$ از مسیر خود را طی نموده‌اند.

در واقع سیاره‌ی N با طی نمودن $\frac{۷}{۱۲}$ از مسیر، $\frac{۵}{۱۲}$ از مسیرش باقی مانده که این مقدار بیش از $\frac{۱}{۳}$ باقی‌مانده‌ی مسیرش است.

۶۱۲- گزینه‌ی ۱ قیمت ۴ دفتر را به دست می‌آوریم: $۴\times ۱۵۰=۶۰۰$

مریم با $\frac{۲}{۷}$ پول خود دفترها را خریده است. پس

$$\overset{\times ۳۰۰}{\underset{\times ۳۰۰}{\frac{۲}{۷}=\frac{۶۰۰}{\boxed{۲۱۰۰}}}}\ \text{تمام پول}$$

پس تمام پول مریم ۲۱۰۰ تومان بوده است.

۶۱۳- گزینه‌ی ۱ وقتی ثلث وزن فاطمه ۱۰ کیلوگرم است وزن فاطمه ۳۰ کیلوگرم است.

$$\frac{۱}{۳}\times\text{وزن فاطمه}=۱۰\Rightarrow\text{وزن فاطمه}=۱۰\times ۳=۳۰$$

پس خمس وزن فاطمه برابر است با $۳۰\div ۵=۶$

اکنون وزن زهرا را می‌یابیم:

$$\frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}}{۵}\times\frac{۱}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}\times\text{وزن زهرا}=۶\Rightarrow\frac{۲}{۵}\times\text{وزن زهرا}=۶\Rightarrow\text{وزن زهرا}=۶\div\frac{۲}{۵}=\overset{۳}{\cancel{۶}}\times\frac{۵}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=۱۵$$

۶۱۴- گزینه‌ی ۳ احسان با $\frac{۱}{۴}$ پول خود یک کتاب می‌خرد، پس $۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$ پولش باقی می‌ماند.

او با نصف پول باقی‌مانده پیراهن می‌خرد، یعنی با $\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۸}$ کل پول. قیمت پیراهن برابر ۳۰۰۰ تومان اســت. بنابراین تمام پول احســان ۸۰۰۰ تومان است، زیرا

$$\overset{\times ۱۰۰۰}{\underset{\times ۱۰۰۰}{\frac{۳}{۸}=\frac{۳۰۰۰}{\boxed{۸۰۰۰}}}}\ \text{تمام پول}$$

در نتیجه قیمت کتاب برابر است با

$$\text{قیمت کتاب}=\frac{۱}{۴}\times ۸۰۰۰=۲۰۰۰$$

۶۱۵- گزینه‌ی ۴ این سؤال را به دو طریق می‌توانیم پاسخ بدهیم:

راه‌حل اول: از راه محاسبه کردن:

باقی‌مانده $۱۰۰۰۰۰-۲۰۰۰۰=۸۰۰۰۰$ سرمایه‌گذاری $\frac{۱}{۵}\times۱۰۰۰۰۰=\frac{۱۰۰۰۰۰}{۵}=۲۰۰۰۰$

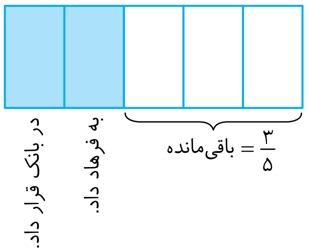
۶۰۰۰۰ تومان خرج کرده است. $۱۰۰۰۰۰-(۲۰۰۰۰+۲۰۰۰۰)=۶۰۰۰۰$ به فرهاد داد $\frac{۱}{۴}\times۸۰۰۰۰=\frac{۸۰۰۰۰}{۴}=۲۰۰۰۰$

راه‌حل دوم: از راه رسم شکل:

×۲۰۰۰۰

۳	$\boxed{۶۰۰۰۰}$	باقی‌مانده
۵	۱۰۰۰۰۰	کل پول

×۲۰۰۰۰



۶۱۶- گزینه‌ی ۳ اختلاف $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۷}$ عدد را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۷}=\frac{۷-۳}{۲۱}=\frac{۴}{۲۱}$$

پس اختلاف $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۷}$ عدد برابر $\frac{۴}{۲۱}$ آن عدد است.

×۷

۲۸	۴	
$\boxed{۱۴۷}$	۲۱	عدد اصلی

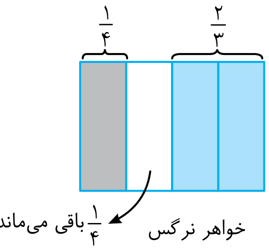
×۷

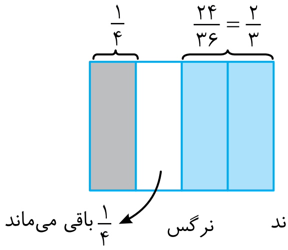
۶۱۷- گزینه‌ی ۱ $\frac{۲}{۷}=\frac{۴}{۱۴}$ از دانش‌آموزان کلاه دارند و $\frac{۱}{۱۴}$ از آن‌ها عینکی هستند و کلاه به سر دارند. بنابراین کسری از دانش‌آموزان که فقط کلاه به سر دارند برابر است با

$$\frac{۴}{۱۴}-\frac{۱}{۱۴}=\frac{۳}{۱۴}\xrightarrow{\text{کسر مساوی } \frac{۳}{۱۴}}\frac{۹}{۴۲}$$

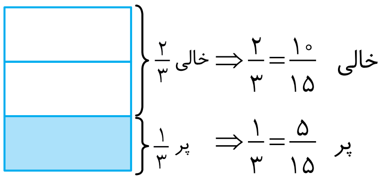
۶۱۸- گزینه‌ی ۱ کیک هر دو نفر را به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

کسر $\frac{۲۴}{۳۶}$ پس از ساده شدن برابر $\frac{۲}{۳}$ است. با مشاهده‌ی هر دو شکل معلوم می‌شود که $\frac{۱}{۴}$ از کیک هر کدام باقی می‌ماند.

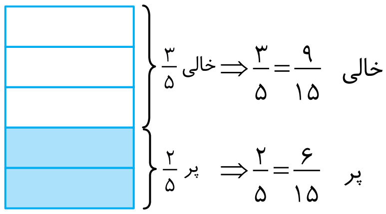




۶۱۹- گزینه‌ی ۳ $\frac{۲}{۳}$ از بطری اول خالی است.



$\frac{۳}{۵}$ از بطری دوم خالی است.



دو بطری در حالت پر $\left\{\begin{array}{l}\frac{۱۰}{۱۵}+\frac{۹}{۱۵}=\frac{۱۹}{۱۵}\\ \frac{۵}{۱۵}+\frac{۶}{۱۵}=\frac{۱۱}{۱۵}\end{array}\right.\Rightarrow\frac{۱۹}{۱۵}+\frac{۱۱}{۱۵}=\frac{۳۰}{۱۵}$

$$\frac{\frac{۱۱}{۱۵}}{\frac{۳۰}{۱۵}}=\frac{۱۱\times\cancel{۱۵}}{۳۰\times\cancel{۱۵}}=\frac{۱۱}{۳۰}$$

۶۲۰- گزینه‌ی ۲ $۲\frac{۱}{۴}$ کیلومتر مربّع یعنی $\frac{۹}{۴}$ کیلومتر مربّع:

$$۲\frac{۱}{۴}=\frac{۹}{۴}$$

مساحت زمینی که برای مسکن مهر واگذار شده برابر است با

$$\frac{۱}{۳}\times\frac{۹}{۴}=\frac{۹}{۱۲}=\frac{۳}{۴}$$

مساحت بقیّه‌ی زمین $\frac{۹}{۴}-\frac{۳}{۴}=\frac{۶}{۴}$ متر مربّع است که $\frac{۱}{۴}$ آن به فضای سبز اختصاص داده شده است، یعنی:

$$\frac{۱}{\underset{۲}{\cancel{۴}}}\times\frac{\overset{۳}{\cancel{۶}}}{۴}=\frac{۳}{۸}$$

مجموع مساحت مسکن مهر و فضای سبز را به‌دست می‌آوریم و از مساحت زمین کم می‌کنیم تا مساحت قسمت باقی‌مانده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۳}{۴}+\frac{۳}{۸}=\frac{۶+۳}{۸}=\frac{۹}{۸} \qquad , \qquad \frac{۹}{۴}-\frac{۹}{۸}=\frac{۱۸-۹}{۸}=\frac{۹}{۸}$$

نسبت مساحت باقی‌مانده به مساحت کل برابر است با

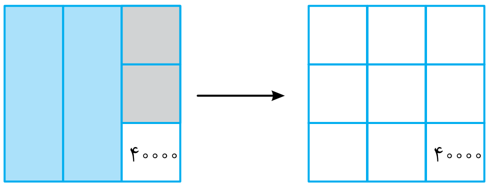
$$\frac{\frac{۹}{۸}}{\frac{۹}{۴}}=\frac{\overset{۱}{\cancel{۹}}\times\overset{۱}{\cancel{۴}}}{\underset{۲}{\cancel{۸}}\times\underset{۱}{\cancel{۹}}}=\frac{۱}{۲}=\frac{۲}{۴}$$

۶۲۱- گزینه‌ی ۲ $\frac{۲}{۳}$ شصت هزار تومان یعنی ۴۰۰۰۰ تومان. با توجه به شکل‌های زیر $\frac{۱}{۹}$ کل پول ۴۰۰۰۰ است، بنابراین می‌توان کل پول را به‌دست آورد:

×۴۰۰۰۰

۴۰۰۰۰	۱	
$\boxed{۳۶۰۰۰۰}$	۹	کل پول

×۴۰۰۰۰



۶۲۲- گزینه‌ی ۴ $\frac{۱}{۴}$ کتاب‌ها علمی و $\frac{۱}{۲}$ آن‌ها داستان است، یعنی $\frac{۳}{۴}$ کتاب‌ها علمی و داستان است. زیرا

$$\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}=\frac{۱+۲}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

پس $\frac{۴}{۴}-\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۴}$ کتاب‌ها باقی می‌ماند که $\frac{۱}{۳}$ آن‌ها کتاب مرجع است، بنابراین $\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۱۲}$ کتاب‌ها، کتاب مرجع است. اکنون مجموع کتاب‌های علمی، داستان و مرجع را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۹+۱}{۱۲}=\frac{۱۰}{۱۲}=\frac{۵}{۶}$$

این مقدار را از کل کسر کم می‌کنیم تا کسر مربوط به باقی‌مانده‌ی کتاب‌ها مشخّص شود:

$$\frac{۶}{۶}-\frac{۵}{۶}=\frac{۱}{۶}$$

چون ۲۵ کتاب در کتابخانه باقی مانده است، پس تعداد کل کتاب‌ها ۱۵۰ تا است.

	۲۵	۱
کلّ کتاب‌ها	$\boxed{۱۵۰}$	۶

۶۲۳- گزینه‌ی ۴ ابتدا حاصل‌جمع کیک خورده شده توسط سارا و سمیرا را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۱۰}=\frac{۵+۶}{۲۰}=\frac{۱۱}{۲۰}$$

این مقدار را از کل کسر کم می‌کنیم تا کسر مربوط به کیک باقی‌مانده را به دست آوریم:

$$۱-\frac{۱۱}{۲۰}=\frac{۲۰}{۲۰}-\frac{۱۱}{۲۰}=\frac{۹}{۲۰}$$

سعید $\frac{۲}{۳}$ این مقدار را خورده است، یعنی

$$\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\underset{۱}{\cancel{۳}}}\times\frac{\overset{۳}{\cancel{۹}}}{\underset{۱۰}{\cancel{۲۰}}}=\frac{۳}{۱۰}$$

بنابراین $\frac{۹}{۲۰}-\frac{۳}{۱۰}=\frac{۹-۶}{۲۰}=\frac{۳}{۲۰}$ کیک خورده نشده است.

۶۲۴- گزینه‌ی ۱ ابتدا مبلغ ۸۰۰ تومان را در محاسبات در نظر نمی‌گیریم. مجید در دو روز اوّل $\frac{۱۶}{۲۱}$ پولش را خرج کرده است، زیرا

$$\frac{۳}{۷}+\frac{۱}{۳}=\frac{۹+۷}{۲۱}=\frac{۱۶}{۲۱}$$

باقی‌مانده‌ی پول او قبل از این‌که به خواهرش قرض بدهد برابر است با

$$\frac{۲۱}{۲۱}-\frac{۱۶}{۲۱}=\frac{۵}{۲۱}$$

نصف این مقدار را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۵}{۲۱}\div ۲=\frac{۵}{۲۱}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۴۲}$$

پس کسر مربوط به مقدار خرج شده می‌شود

$$\frac{۱۶}{۲۱}+\frac{۵}{۴۲}=\frac{۳۲+۵}{۴۲}=\frac{۳۷}{۴۲}$$

این مقدار را از کل کسر کم می‌کنیم

$$\frac{۴۲}{۴۲}-\frac{۳۷}{۴۲}=\frac{۵}{۴۲}$$

برای مجید ۱۱۲۰۰ تومان باقی می‌ماند که با ۸۰۰ تومان می‌شود ۱۲۰۰۰ تومان، بنابراین

×۲۴۰۰

۱۲۰۰۰	۵	
$\boxed{۱۰۰۸۰۰}$	۴۲	کل پول

×۲۴۰۰

پس کل پول مجید ۱۰۰۸۰۰ تومان است.

۶۲۵- گزینه‌ی ۲ مینا در روز دوم $\frac{۱}{۶}$ از صفحه‌های کتاب را خوانده است:

روز اول

روز دوم $\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۶}$ باقی‌مانده $\frac{۲}{۲}-\boxed{\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۲}$

باقی‌مانده بعد از دو روز $\frac{۶}{۶}-\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}$ مجموع دو روز $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۶}=\frac{۳+۱}{۶}=\frac{۴}{۶}$

مجموع سه روز $\frac{۱}{۳۶}+\frac{۴}{۶}=\frac{۱+۲۴}{۳۶}=\frac{۲۵}{۳۶}$ روز سوم $\frac{۱}{۱۲}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۳۶}$

مینا $\frac{۲۵}{۳۶}$ از صفحه‌های کتاب را خوانده و چون $\frac{۲۵}{۳۶}$ ساده‌تر نمی‌شود، پس کتاب او حداقل ۳۶ صفحه دارد.

۶۲۶- گزینه‌ی ۳ نصف ۱۸۰ مترمربّع ۹۰ مترمربّع است:

روز دوم $۹۰\div ۳=۳۰$, روز اول $۱۸۰\div ۲=۹۰$

روز سوم $\frac{۲}{\cancel{۳}_{۱}}\times\cancel{۶۰}^{۲۰}=۴۰$

باقی مانده $۱۸۰-۱۶۰=۲۰$ رنگ شده $۹۰+۳۰+۴۰=۱۶۰$

÷۲۰

$$\frac{\text{سطح باقی‌مانده}}{\text{کل سطح}}=\frac{۲۰}{۱۸۰}=\frac{۱}{۹}$$

÷۲۰

۶۲۷- گزینه‌ی ۳ حســین در نوبت اوّل، نصف مســیر را طی می‌کند. محمدرضا در نوبت دوم $\frac{۳}{۱۶}$ نصف ثلث باقی‌مانده‌ی راه را طی می‌کند.

پس ابتدا باقی‌مانده‌ی راه را حساب می‌کنیم:

$$۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۲}{۲}-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

$\frac{۳}{۱۶}$ نصف ثلث باقی‌مانده برابر است با

مسیری که محمدرضا طی کرده : $\frac{۱}{۲}\times(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۱۶})=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۱۶}=\frac{۱}{۶۴}$

از نیمه‌ی دوم راه $\frac{۱}{۶۴}$ آن طی شده، پس کافی است $\frac{۱}{۶۴}$ را از $\frac{۱}{۲}$ باقی‌مانده کم کنیم:

$$\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۶۴}=\frac{۳۲}{۶۴}-\frac{۱}{۶۴}=\frac{۳۱}{۶۴}$$

پس حسین باید در نوبت سوم $\frac{۳۱}{۶۴}$ مسیر را طی کند تا به مقصد برسند.

۶۲۸- گزینه‌ی ۳ ابتدا حساب می‌کنیم که فرامرز چه کسری از جعبه‌ها را جابه‌جا کرده است:

$$\frac{۶}{۱۵}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۳۰}$$

این مقدار را از کل کسر می‌کنیم:

$$۱-\frac{۱}{۳۰}=\frac{۳۰}{۳۰}-\frac{۱}{۳۰}=\frac{۲۹}{۳۰}$$

پرویز $\frac{۱۵}{۱۶}$ خمس این مقدار را برده، یعنی

$$\frac{۱۵}{۱۶}\times\frac{۱}{۵}\times\frac{۲۹}{۳۰}=\frac{۸۷}{۴۸۰}$$

کسر مربوط به باقی‌مانده‌ی جعبه‌ها برابر است با

$$\frac{۲۹}{۳۰}-\frac{۸۷}{۴۸۰}=\frac{۲۹\times۱۶}{۳۰\times۱۶}-\frac{۸۷}{۴۸۰}=\frac{۴۶۴}{۴۸۰}-\frac{۸۷}{۴۸۰}=\frac{۳۷۷}{۴۸۰}$$

۶۲۹- گزینه‌ی ۱ ابتدا حساب می‌کنیم که در هفته‌ی اول چه کسری از سؤالات حل شده است:

$$\frac{۳}{۵}\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۴۰}$$

$\frac{۳}{۴۰}$ سؤالات حل شده، یعنی $۱-\frac{۳}{۴۰}=\frac{۴۰}{۴۰}-\frac{۳}{۴۰}=\frac{۳۷}{۴۰}$ سؤالات باقی‌مانده است. در هفته‌ی دوم $\frac{۳}{۴۰}$ باقی‌مانده‌ی سؤالات حل شده، یعنی $\frac{۳}{۴۰}\times\frac{۳۷}{۴۰}$ سؤالات که برابر است با $\frac{۱۱۱}{۱۶۰۰}$. کسر مربوط به باقی‌مانده‌ی سؤال‌ها برابر است با

$$\frac{۳۷}{۴۰}-\frac{۱۱۱}{۱۶۰۰}=\frac{۱۴۸۰-۱۱۱}{۱۶۰۰}=\frac{۱۳۶۹}{۱۶۰۰}$$

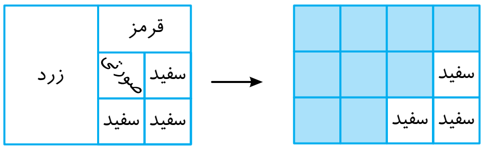
بچه‌ها نصف این مقدار را حل می‌کنند، یعنی نصف همین مقدار باقی می‌ماند. پس کسر مربوط به سؤالات حل نشده برابر است با

$$\frac{۱۳۶۹}{۱۶۰۰}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱۳۶۹}{۳۲۰۰}$$

۶۳۰- گزینه‌ی ۴ برای پاسخ به این‌گونه مسائل می‌توانیم به دو صورت زیر عمل کنیم:

راه‌حل اول: رسم شکل

$$\frac{۳}{۱۲}=\frac{۱}{۴}$$



راه‌حل دوم: محاسبات

قرمز $\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}-۱$:آن‌هایی که زرد نیستند.

صورتی $\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۶}-\frac{۱}{۲}-۱$:آن‌هایی که زرد و قرمز نیستند.

سفید $\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۱۲}-\frac{۱}{۶}-\frac{۱}{۲}-۱$:بقیّه یا آن‌هایی که زرد، قرمز و صورتی نیستند.

۶۳۱- گزینه‌ی ۲ ابتدا مبلغ‌های ۶۰۰ ، ۱۰۰ و ۴۰۰ تومان را در محاسبات به حساب نمی‌آوریم.

خرید کیف و کتاب $\frac{۲}{۴}+\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$ ، خرید کتاب $\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$ ، باقی‌مانده‌ی پول $\frac{۴}{۴}-\frac{۲}{۴}=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$

خرید دفتر $\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{۳}\times\frac{۱}{\underset{۲}{\cancel{۴}}}=\frac{۱}{۶}$ ، باقی‌مانده $\frac{۴}{۴}-\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۴}$

$$\begin{array}{c}\times ۱۱۰۰ \\ \begin{array}{|c|c|}\hline ۱ & ۱۱۰۰ \\ \hline ۱۲ & \boxed{۱۳۲۰۰} \\ \hline \end{array} \\ \times ۱۱۰۰\end{array}$$

$$۶۰۰+۴۰۰+۱۰۰=۱۱۰۰$$

باقی‌مانده $\frac{۱۲}{۱۲}-\frac{۱۱}{۱۲}=\frac{۱}{۱۲}$

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۶}=\frac{۶+۳+۲}{۱۲}=\frac{۱۱}{۱۲}$$

۶۳۲- گزینه‌ی ۳ جدول زیر را تشکیل می‌دهیم و تعداد صفحات مانده را از روز آخر به اول حساب می‌کنیم:

صفحاتی که باید خوانده شود	محاسبات	کسر مانده	کسر خوانده شده	صفحات اضافه	روز
۶۲					۴
۱۲۰	$(۶۲+۱۸)\div\frac{۲}{۳}$	$\frac{۲}{۳}$	$\frac{۱}{۳}$	۱۸	۳
۱۸۰	$(۱۲۰+۱۵)\div\frac{۳}{۴}$	$\frac{۳}{۴}$	$\frac{۱}{۴}$	۱۵	۲
$\boxed{۲۴۰}$	$(۱۸۰+۱۲)\div\frac{۴}{۵}$	$\frac{۴}{۵}$	$\frac{۱}{۵}$	۱۲	۱

۶۳۳- گزینه‌ی ۱ $\frac{۲}{۳}$ عدد ۳۰ می‌شود ۲۰:

$$\frac{۲}{۳}\times ۳۰=\frac{۶۰}{۳}=۲۰$$

عدد موردنظر را ☐ در نظر می‌گیریم. با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$۲۰+\frac{\square}{۳}=۲\times\square\Rightarrow ۲\times\square-\frac{\square}{۳}=۲۰\Rightarrow\frac{۶\times\square}{۳}-\frac{\square}{۳}=\frac{۵\times\square}{۳}=۲۰\Rightarrow\square=\frac{\overset{۴}{\cancel{۲۰}}\times ۳}{\cancel{۵}}=۱۲\Rightarrow\boxed{۱+۲=۳}$$

۶۳۴- گزینه‌ی ۲ $\frac{۴}{۱۶}$ از نصف عددی یعنی $\frac{۱}{۸}$ آن عدد:

$$\begin{array}{c}\times ۷۰۰۰ \\ \begin{array}{|c|c|}\hline ۹ & ۶۳۰۰۰ \\ \hline ۱۶ & \boxed{۱۱۲۰۰۰} \\ \hline \end{array} \\ \times ۷۰۰۰\end{array}$$

باقی‌مانده $\frac{۸}{۸}-\frac{۱}{۸}=\frac{۷}{۸}$ ، $\frac{\overset{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۴}}}{\underset{۸}{\cancel{۱۶}}}\times\frac{۱}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=\frac{۱}{۸}$

حاصل‌جمع آن‌ها $\frac{۱}{۸}+\frac{۷}{۱۶}=\frac{۲+۷}{۱۶}=\frac{۹}{۱۶}$ ، نصف باقی‌مانده $\frac{۱}{۲}\times\frac{۷}{۸}=\frac{۷}{۱۶}$

۶۳۵- گزینه‌ی ۱ وقتی کســری را ۹ برابر می‌کنیم، یعنی ۸ برابر به آن اضافه شــده است (پس $\frac{۷}{۵}$ یعنی همان ۸ برابر کسر). بنابراین اگر $\frac{۷}{۵}$ را بر ۸ تقسیم کنیم، $\frac{۱}{۸}$ آن و یا خود کسر اولیه به‌دست می‌آید.

کسر اوّلیه $\frac{۷}{۵}\div ۸=\frac{۷}{۵}\times\frac{۱}{۸}=\frac{۷}{۴۰}$

ثلث کسر برابر است با

$$\frac{۷}{۴۰}\div ۳=\frac{۷}{۴۰}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۷}{۱۲۰}$$

پس مخرج ثلث کسر حداقل برابر ۱۲۰ است.

۶۳۶- گزینه‌ی ۳ شاگرد اوستا علی در هر روز ۵ تا ظرف سفالی درست می‌کند:

سهم شاگرد $\frac{۱}{۸}\times ۴۰=\frac{۴۰}{۸}=۵$

سفال ساخته شده طی ۳ روز $۴۰+۵=۴۵$

۳۰ تا سه روز وقت لازم است $۱۳۵۰\div ۴۵=۳۰$

۳ ماه = روز $۳۰\times ۳=۹۰$

۶۳۷- گزینه‌ی ۱ محیط چرخ که یک دایره است برابر « ۳/۱۴×شعاع ×۲» است.

$$\text{نسبت محیط‌ها}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{۲\times\text{شعاع چرخ}\times ۳/۱۴}{۲\times\text{شعاع لاستیک}\times ۳/۱۴}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{\text{شعاع چرخ}}{\text{شعاع لاستیک}}=\frac{۲}{۳}$$

۶۳۸- گزینه‌ی ۴ ثلث قاعده برابر ۲ است. پس قاعده برابر ۳×۲=۶ می‌شود.

$$\text{مساحت مثلث}=\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}\Rightarrow ۴۲=\frac{۶\times\text{ارتفاع}}{۲}\Rightarrow\text{ارتفاع}=\frac{\overset{۷}{\cancel{۴۲}}\times ۲}{\cancel{۶}}=۱۴$$

۶۳۹- گزینه‌ی ۴ مساحت را یک بار با دو ضلع قائمه (دو ضلع کوچک‌تر) و یک بار با وتر و ارتفاع وارد برآن محاسبه می‌کنیم که در هر دو حالت عدد یکسانی است:

مساحت مثلث =۲÷(قاعده ×ارتفاع)

$$\left(\frac{۶}{۱۳}\times\frac{۸}{۱۳}\right)\div ۲=\frac{۶}{۱۳}\times\frac{۸}{۱۳}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۲۴}{۱۶۹}$$

مساحت مثلث =۲÷(قاعده ×ارتفاع)

$$\left(\bigcirc\times\frac{۱۰}{۱۳}\right)\div ۲=\frac{۲۴}{۱۶۹}\Rightarrow\bigcirc=\frac{۲۴}{۱۶۹}\times ۲\div\frac{۱۰}{۱۳}=\frac{۴۸}{۱۶۹}\div\frac{۱۰}{۱۳}=\frac{۴۸}{۱۶۹}\times\frac{۱۳}{۱۰}=\frac{۲۴}{۶۵}$$

۶۴۰- گزینه‌ی ۲ در ابتدا برای گاو نیز دو پا در نظر می‌گیریم. بنابراین

$۸۰\times ۲=۱۶۰$

تعداد به‌دست آمده را از کلّ پاها کم می‌کنیم:

$۲۲۰-۱۶۰=۶۰$

این عدد را بر ۲ تقسیم می‌کنیم تا تعداد گاوها به‌دست می‌آید:

گاو $۶۰\div ۲=۳۰$

پس تعداد مرغ‌ها برابر است با

مرغ $۸۰-۳۰=۵۰$

اکنون نسبت تعداد پاهای مرغ‌ها به پاهای گاوها را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l}۵۰\times ۲=۱۰۰\ \text{تعداد پاهای مرغ‌ها}\\ ۳۰\times ۴=۱۲۰\ \text{تعداد پاهای گاوها}\end{array}\right\}\Rightarrow\underset{\div ۲۰}{\overset{\div ۲۰}{\frac{۱۰۰}{۱۲۰}=\frac{۵}{۶}}}$$

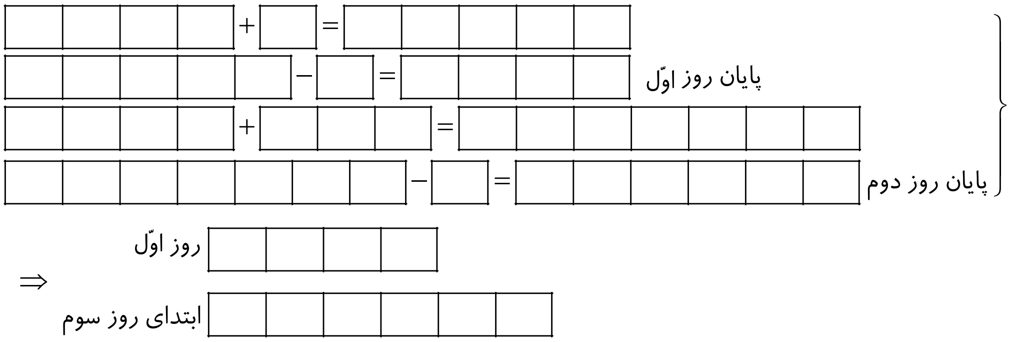
۶۴۱- گزینه‌ی ۳ جرم ظرف برابر $\frac{۱}{۵}$ جرم ظرف پر از آب است. یعنی جرم ظرف پر از آب ۵ برابر جرم ظرف است. در نتیجه جرم آب درون ظرف ۴ برابر جرم ظرف خالی است.

حالا اگر نصف گنجایش ظرف آب بریزیم، یعنی ۲ برابر جرم ظرف درون آن آب ریخته‌ایم. در نتیجه وقتی ظرف تا نصفه پر است به اندازه‌ی ۲ برابر ظرف خالی درون آن آب ریخته شده است یعنی جرم ظرف در این حالت سه برابر جرم ظرف خالی است. پس

$$\text{جرم ظرف نیمه‌پر}=\text{جرم ظرف خالی}\times ۳=۲\frac{۲}{۵}\Rightarrow\text{جرم ظرف خالی}=\frac{۱۲}{۵}\div ۳=\frac{\overset{۴}{\cancel{۱۲}}}{۵}\times\frac{۱}{\cancel{۳}}=\frac{۴}{۵}$$

جرم آب درون ظرف نیمه‌پر = ۲ برابر جرم ظرف خالی $۲\times\frac{۴}{۵}=\frac{۸}{۵}=۱\frac{۳}{۵}$

۶۴۲- گزینه‌ی ۱ مراحل مطرح شده در سؤال را با شکل نمایش می‌دهیم:



$$۶-۴=۲$$

$$\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

$\frac{۱}{۲}$ ذخیره‌ی روز اوّل به روز سوم اضافه شده است.

۶۴۳- گزینه‌ی ۱ در هر مرحله به عدد صحیح‌ها یک واحد و به کسرها $\frac{۱}{۴}$ اضافه شده است.

$$\begin{tikzcd} ۲\frac{۱}{۴} \arrow[r, bend right, "+۱\frac{۱}{۴}"'] & ۳\frac{۱}{۲} \arrow[r, bend right, "+۱\frac{۱}{۴}"'] & ۴\frac{۳}{۴} \arrow[r, bend right, "+۱\frac{۱}{۴}"'] & \boxed{۶} \end{tikzcd}$$

۶۴۴- گزینه‌ی ۲ اگر به عدد صورت‌ها توجه کنیم، می‌بینیم که با نظمی مشخص پیش‌رفته‌اند، همچنین عدد مخرج‌ها نیز با نظمی مشخص پیش‌رفته است.

$$\begin{tikzcd} \frac{۲}{۴} \arrow[r, bend left, "+۵"] \arrow[r, bend right, "+۲"'] & \frac{۷}{۶} \arrow[r, bend left, "+۴"] \arrow[r, bend right, "+۳"'] & \frac{۱۱}{۹} \arrow[r, bend left, "+۳"] \arrow[r, bend right, "+۴"'] & \frac{۱۴}{۱۳} \arrow[r, bend left, "+۲"] \arrow[r, bend right, "+۵"'] & \frac{۱۶}{۱۸} \end{tikzcd}$$

اما از آن‌جایی که کسر $\frac{۱۶}{۱۸}$ در گزینه‌ها نیست، کسر مساوی آن یعنی $\frac{۱۶}{۱۸}=\frac{۸}{۹}$ را انتخاب می‌کنیم.

۶۴۵- گزینه‌ی ۲ عدد صورت هر کسر ثابت ولی مخرج کسر اول در ۲ ضرب شده، مخرج کسر دوم در ۳ ضرب شده و به همین ترتیب ادامه می‌یابد.

$$\begin{tikzcd} \frac{۲}{۳} \arrow[r, bend right, "\times ۲"'] & \frac{۲}{۶} \arrow[r, bend right, "\times ۳"'] & \frac{۲}{۱۸} \arrow[r, bend right, "\times ۴"'] & \frac{۲}{۷۲} \arrow[r, bend right, "\times ۵"'] & \frac{۲}{۳۶۰} \end{tikzcd}$$

پس $\triangle=\frac{۲}{۱۸}$ و $\square=\frac{۲}{۳۶۰}$ ، بنابراین حاصل $\triangle+\square$ برابر است با

$$\frac{۲}{۱۸}+\frac{۲}{۳۶۰}=\frac{۴۰+۲}{۳۶۰}=\frac{۴۲}{۳۶۰}=\frac{۷}{۶۰}$$

۶۴۶- گزینه‌ی ۱ اگر به عدد صورت‌ها دقّت کنید متوجه می‌شوید که هر کدام از صورت‌ها ابتدا چهار برابر شده‌اند، سپس یک واحد از آن‌ها کم شده است. همچنین هر مخرج نیز ابتدا چهار برابر شده، سپس یک واحد از آن کم شده است. بنابراین

$$\begin{tikzcd} \frac{۱۷۱}{۲۹۹} \arrow[r, bend left, "(\times ۴)-۱"] \arrow[r, bend right, "(\times ۴)-۱"'] & = \frac{۶۸۳}{۱۱۹۵} \end{tikzcd}$$

$$\frac{۳}{۵},\ \frac{۱۱}{۱۹},\ \frac{۴۳}{۷۵},\ \frac{۱۷۱}{۲۹۹},\ \boxed{\frac{۶۸۳}{۱۱۹۵}}$$

۶۴۷- گزینه‌ی ۳ اگر در هر کسر حاصل‌جمع رقم‌های صورت را در خودش ضرب کنیم، مخرج کسر به دست می‌آید.
به‌طور مثال کسر $\frac{۷۸}{۲۲۵}$ را در نظر بگیرید. حاصل‌جمع رقم‌های صورت برابر ۱۵ است و مخرج از ضرب عدد ۱۵ در خودش به‌دست می‌آید (بقیّه‌ی کسرها را خودتان بررسی کنید).

اکنون کسر $\frac{\square}{۳۲۴}$ را در نظر می‌گیریم. مخرج را می‌توان به صورت ۱۸×۱۸ نوشت. پس در صورت کسر عددی باید قرار گیرد که مجموع رقم‌های آن ۱۸ باشد. در بین گزینه‌ها فقط عدد ۹۹ این خاصیّت را دارد.

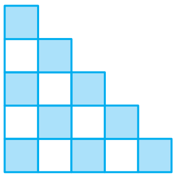
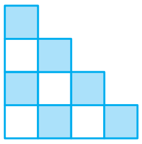
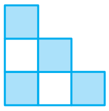
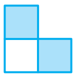
۶۴۸- گزینه‌ی ۲ ابتدا کسرها را طوری ساده می‌کنیم که صورت آن‌ها ۳ شود:

$$\frac{۳}{۴},\frac{۳}{۹},\frac{۶÷۲}{۳۲÷۲},\frac{۶÷۲}{۵۰÷۲},\frac{۱۸÷۶}{۲۱۶÷۶},\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$$

$$\underset{۲×۲}{\frac{۳}{۴}},\underset{۳×۳}{\frac{۳}{۹}},\underset{۴×۴}{\frac{۳}{۱۶}},\underset{۵×۵}{\frac{۳}{۲۵}},\underset{۶×۶}{\frac{۳}{۳۶}},\underset{۷×۷}{\boxed{\frac{۳}{۴۹}}}$$

یعنی کسر آخر $\frac{۳}{۴۹}$ است که اگر کسر مساوی آن را بسازیم، $\frac{۳×۲}{۴۹×۲}=\frac{۶}{۹۸}$ به‌دست می‌آید.

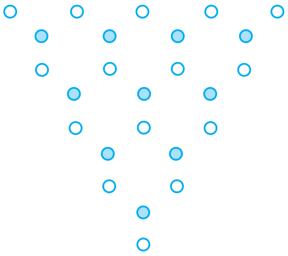
۶۴۹- گزینه‌ی ۳ به جدول زیر دقت کنید:

۵	۴	۳	۲	۱	شماره‌ی شکل
					شکل
$\frac{۹}{۱۵}$	$\frac{۶}{۱۰}$	$\frac{۴}{۶}$	$\frac{۲}{۳}$	۱	کسر رنگی

در هر شکل نسبت به شکل قبل یک ردیف اضافه شده و در هر ردیف، مربع‌ها یک در میان رنگ شده‌اند.

۶۵۰- گزینه‌ی ۳ در هر شکل یک ردیف به دایره‌های سفید و یک ردیف به دایره‌های رنگی اضافه می‌شود. پس شکل پنجم نسبت به شکل چهارم ۵ دایره‌ی سفید و ۴ دایره‌ی رنگی بیش‌تر از شکل چهارم دارد. در نتیجه شکل پنجم ۱۵=۱۰+۵ دایره‌ی سفید و ۱۰=۶+۴ دایره‌ی رنگی دارد.

$$\frac{۲}{۵}=\frac{۱۰÷۵}{۲۵÷۵}=\frac{۱۰}{۱۰+۱۵}=\frac{\text{دایره‌های رنگی}}{\text{دایره‌های سفید+دایره‌های رنگی}}=\text{کسر دایره‌های رنگی}$$



شکل (۵)

۶۵۱- گزینه‌ی ۳ با تشکیل جدول نظام‌دار زیر، پاسخ مشخص می‌شود.

تعداد مثلث‌های رنگی	تعداد کل مثلث‌ها	شماره‌ی شکل‌ها
۰	۱	۱
۱=۱+۰	۴=۲×۲	۲
۱+۲=۳	۹=۳×۳	۳
۱+۲+۳=۶	۱۶=۴×۴	۴
۱+۲+۳+۴=۱۰	۲۵=۵×۵	۵
۱+۲+۳+۴+۵=۱۵	۳۶=۶×۶	۶
۱+۲+۳+۴+۵+۶=۲۱	۴۹=۷×۷	۷
۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷=۲۸	۶۴=۸×۸	۸

بنابراین $\frac{۲۸}{۶۴}=\frac{۷}{۱۶}$ از شکل هشتم رنگی است.

۶۵۲- گزینه‌ی ۲ در هر مرحله یک رنگ ثابت می‌ماند و به رنگ دیگر ۴ خانه اضافه می‌شود. پس می‌توان جدول زیر را طراحی نمود.

شماره‌ی مرحله	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد خانه‌های رنگی	۴	۴	۸	۸	۱۲	۱۲	۱۶	۱۶	۲۰	۲۰
تعداد خانه‌های سفید	۱	۵	۵	۹	۹	۱۳	۱۳	۱۷	۱۷	۲۱

پس در مرحله‌ی دهم ۲۰ خانه‌ی رنگی و ۲۱ خانه‌ی سفید داریم که نسبت آن‌ها برابر $\frac{۲۰}{۲۱}$ است.

۶۵۳- گزینه‌ی ۴ مجموع طول خط‌های عمودی (|) و مجموع طول خط‌های افقی (ــــ) را در هر یک از چهار شکل به دست می‌آوریم:

شکل (۱) : $\begin{cases} \text{مجموع عمودی}=۱ \\ \text{مجموع افقی}=۱ \end{cases}$

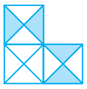
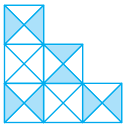
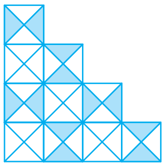
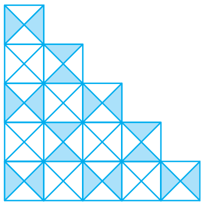
شکل (۲) : $\begin{cases} \text{مجموع عمودی}=۱+۲=۳ \\ \text{مجموع افقی}=۱+۲=۳ \end{cases}$

شکل (۳) : $\begin{cases} \text{مجموع عمودی}=۱+۲+۳=۶ \\ \text{مجموع افقی}=۱+۲+۳=۶ \end{cases}$

شکل (۴) : $\begin{cases} \text{مجموع عمودی}=۱+۲+۳+۴=۱۰ \\ \text{مجموع افقی}=۱+۲+۳+۴=۱۰ \end{cases}$

مجموع طول خط‌های افقی و مجموع طول خط‌های عمودی در هر شکل با هم برابر است. چون در هر شکل جدید هر تعدادی که به خط‌های عمودی اضافه شده، همان تعداد به خط‌های افقی هم اضافه شده است. پس در شکل صدم نیز مجموع طول خط‌های عمودی و مجموع طول خط‌های افقی با هم برابرند و نسبت آن‌ها برابر ۱ یا همان $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ است.

۶۵۴- گزینه‌ی ۲ به جدول زیر دقت کنید:

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	۴	۵
شکل					
کسر رنگ شده	$\frac{۲}{۴}$	$\frac{۴}{۱۲}$	$\frac{۸}{۲۴}$	$\frac{۱۲}{۴۰}$	$\boxed{\frac{۱۸}{۶۰}}$

در هر شکل جدید یک ردیف مربع اضافه می‌شود، مربع‌ها به ۴ مثلث تقسیم می‌شوند و یکی در میان دو تا مثلث رنگ می‌شود.

۶۵۵- گزینه‌ی ۲ هر کدام از تساوی‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) $\left.\begin{array}{l} \boxed{۲}+\boxed{۴}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}=\frac{۲}{۴}+\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴} \\ \boxed{۶}=\frac{۱}{۶} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{۲}+\boxed{۴}\neq\boxed{۶}$ «نادرست»

ب) $\left.\begin{array}{l} \boxed{۳}\times\boxed{۵}=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۱۵} \\ \boxed{۱۵}=\frac{۱}{۱۵} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{۳}\times\boxed{۵}=\boxed{۱۵}$ «درست»

پ) $\left.\begin{array}{l} \boxed{۳}-\boxed{۷}=\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۷}=\frac{۷}{۲۱}-\frac{۳}{۲۱}=\frac{۴}{۲۱} \\ \boxed{۴}=\frac{۱}{۴} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{۳}-\boxed{۷}\neq\boxed{۴}$ «نادرست»

ت) $\left.\begin{array}{l} \boxed{۱۲}\div\boxed{۳}=\frac{۱}{۱۲}\div\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۱۲}\times\frac{۳}{۱}=\frac{۱}{۴} \\ \boxed{۴}=\frac{۱}{۴} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{۱۲}\div\boxed{۳}=\boxed{۴}$ «درست»

۲ تا از تساوی‌ها درست هستند.

فصل سوم

عددهای اعشاری

پاسخ‌های تشریحی

۶۵۶- گزینه‌ی ۳ اگر $\frac{۱}{۴۰}$ را به عدد اعشاری تبدیل کنیم، ۵ در مرتبه‌ی هزارم قرار می‌گیرد.

$$\overset{\times ۲۵}{\underset{\times ۲۵}{\frac{۱}{۴۰}=\frac{۲۵}{۱۰۰۰}}} \Rightarrow \frac{۱}{۴۰}=۰/۰۲\text{⑤} \rightarrow \text{هزارم}$$

۶۵۷- گزینه‌ی ۳ نمایش اعشاری $\frac{۱}{۶۴}$ را با تقسیم ۱ بر ۶۴ تا سه رقم اعشار به‌دست می‌آوریم. سومین رقم اعشار، همان ارزش مکانی هزارم است.

$$\begin{array}{r|l} ۱/۰۰۰ & ۶۴ \\ \cline{2-2} -\underline{۶۴} & ۰/۰۱۵ \\ ۳۶۰ & \\ -\underline{۳۲۰} & \\ ۰/۰۴۰ & \end{array}$$

۶۵۸- گزینه‌ی ۲ کسر را ساده کرده و سپس به عدد اعشاری تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{۲۴}{۳۲}=\frac{۳}{۴}=\frac{۷۵}{۱۰۰}=۰/۷۵$$

۶۵۹- گزینه‌ی ۳ ابتدا $\frac{۲۰}{۳۲}$ را ساده می‌کنیم، سپس با انجام تقسیم، آن را به عدد اعشاری تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{۲۰}{۳۲}=\frac{۵}{۸}=۵\div۸=۰/۶۲۵$$

۶۶۰- گزینه‌ی ۴ با تقسیم ۹ بر ۶۰ متوجه می‌شویم که $۹'$، برابر ۰/۱۵ یک ساعت (شصت دقیقه) است.

$$۹\div۶۰=\frac{۹}{۶۰}=۰/۱۵ \qquad ۶:۰۹' \xrightarrow{\text{یعنی}} ۶/۱۵$$

۶۶۱- گزینه‌ی ۱ هر چه رقم‌های بعد از ممیز بیش‌تر می‌شود، به عدد ۹ نزدیک‌تر می‌شویم.

$$\begin{array}{r} ۹/۰۰۰۰ \\ -\;۸/۹۹۹۹ \\ \hline ۰/۰۰۰۱ \end{array}$$

۶۶۲- گزینه‌ی ۳ $\frac{۱}{۴۰۰۰}$ سیب هرچند ناچیز است امّا کسری از سیب می‌باشد.

$$\begin{array}{r|l} ۱/۰۰۰۰۰ & ۴۰۰۰ \\ \cline{2-2} -\underline{۸۰۰۰} & ۰/۰۰۰۲۵ \\ ۲۰۰۰۰ & \\ -\underline{۲۰۰۰۰} & \\ ۰۰۰۰۰ & \end{array}$$

۶۶۳- گزینه‌ی ۴ هر گزینه را جداگانه بررسی می‌کنیم.

گزینه‌ی (۱) : $\begin{array}{r} ۶ \\ +۰/۳۴۲ \\ \hline ۶/۳۴۲ \end{array}$ ، $\begin{array}{r} ۶/۳۴۲ \\ +\;۰/۰۰۷ \\ \hline ۶/۳۴۹ \end{array} \neq ۶/۳۴۲۰۰۷$

گزینه‌ی (۲):

$$\begin{array}{r}۶\\+۰/۳۴\\\hline ۶/۳۴\end{array}\qquad\begin{array}{r}۶/۳۴\\+۰/۰۰۲\\\hline ۶/۳۴۲\end{array}\qquad\begin{array}{l}\;\;۱\\\;\;۶/۳۴۲\\+۰/۷\\\hline ۷/۰۴۲\neq ۶/۳۴۲۰۰۷\end{array}$$

گزینه‌ی (۳):

$$\begin{array}{r}۶\\+۰/۳\\\hline ۶/۳\end{array}\qquad\begin{array}{r}۶/۳\\+۰/۴\\\hline ۶/۷\end{array}\qquad\begin{array}{r}۶/۷\\+۰/۲\\\hline ۶/۹\end{array}\qquad\begin{array}{l}\;۶/۹\\+۰/۷\\\hline ۷/۶\neq ۶/۳۴۲۰۰۷\end{array}$$

گزینه‌ی (۴):

$$\begin{array}{r}۶\\+۰/۳\\\hline ۶/۳\end{array}\qquad\begin{array}{r}۶/۳\\+۰/۰۴\\\hline ۶/۳۴\end{array}\qquad\begin{array}{r}۶/۳۴\\+۰/۰۰۲\\\hline ۶/۳۴۲\end{array}\qquad\begin{array}{r}۶/۳۴۲\\+۰/۰۰۰۰۰۷\\\hline ۶/۳۴۲۰۰۷\end{array}\qquad ✓$$

۶۶۴- گزینه‌ی ۲ گزینه‌ی (۲) نادرست است، زیرا سمت راست تساوی برابر است با ۲/۱۱۱.

۶۶۵- گزینه‌ی ۱ گسترده‌نویسی عدد ۵/۱۶۰۹ را کامل می‌کنیم:

$$۵/۱۶۰۹=\frac{۵}{\square}+\frac{\bigcirc}{۱۰}+\frac{\triangle}{۱۰۰۰۰}+\frac{۶}{▱}+\frac{\bigtriangledown}{۱۰۰۰}$$

$$=\frac{۵}{۱}+\frac{۱}{۱۰}+\frac{۶}{۱۰۰}+\frac{۰}{۱۰۰۰}+\frac{۹}{۱۰۰۰۰}$$

$$\Rightarrow \square=۱,\ \bigcirc=۱,\ \triangle=۹,\ ▱=۱۰۰,\ \bigtriangledown=۰$$

$$\Rightarrow \bigtriangledown+(\square\times\bigcirc)+(\triangle\times ▱)=۰+(۱\times۱)+(۹\times۱۰۰)=۹۰۱$$

۶۶۶- گزینه‌ی ۴ اگر برای اعداد ۱ تا ۹ که بعد از ممیّز قرار گرفته‌اند، ابتدا دو رقم در نظر بگیریم، تعداد کل رقم‌های بعد از ممیّز خواهد شد:

$۲۱\times۲=۴۲$

سپس ۹ تا رقمی را که اضافه در نظر گرفته‌ایم کم کنیم، تعداد رقم‌های بعد از ممیّز برابر می‌شود با

$۴۲-۹=۳۳$

اگر از ۳۳ رقمی که بعد از ممیّز قرار دارد، ۴ رقم به عقب حرکت کنیم، به رقم ۹ که در واقع بیست و نهمین رقم بعد از ممیّز است می‌رسیم.

۰/۱۲۳۴۵۶۰۰۰۱۹۲۰۲۱

رقم ۲۹ ام رقم ۳۳ ام

۶۶۷- گزینه‌ی ۳ بین هر دو عدد اعشاری، بی‌شمار عدد اعشاری وجود دارد.

۱۹/۹۴ , ۱۹/۹۴۱ , ۱۹/۹۴۱۵,۱۹/۹۴۱۵۱۶,۱۹/۹۴۲, ... , ۱۹/۹۵

۶۶۸- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول**: هر گزینه را جداگانه بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱) : ۱/۱−۱/۰۰۰۰۰۰۱۱۱۱=۰/۰۹۹۹۹۹۸۸۸۹

گزینه‌ی (۲) : ۱/۰۰۰۰۰۰۱۱۱۱−۰=۱/۰۰۰۰۰۰۱۱۱۱

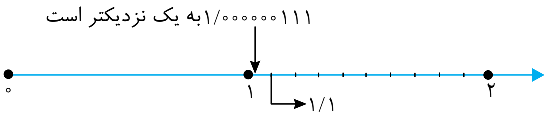
گزینه‌ی (۳) : ۱/۰۰۰۰۰۰۱۱۱۱−۱=۰/۰۰۰۰۰۰۱۱۱۱

گزینه‌ی (۴) : ۲−۱/۰۰۰۰۰۰۱۱۱۱=۰/۹۹۹۹۹۹۸۸۸۹

هرچه اختلاف بین دو عدد، کم‌تر باشد، آن دو عدد به هم نزدیک‌ترند.

با توجه به گزینه‌ها، عدد ۱/۰۰۰۰۰۰۱۱۱۱ به عدد ۱ نزدیک‌تر است.

راه‌حل دوم: از محور اعداد کمک می‌گیریم:



۶۶۹- گزینه‌ی **۳** اختلاف همه‌ی گزینه‌ها را با ۳/۱۴ حساب می‌کنیم:

گزینه‌ی (۲) : $۳/۱۴۵-۳/۱۴=۰/۰۰۵$

گزینه‌ی (۱) : $۳/۱۴-۳/۰۱۴=۰/۱۲۶$

گزینه‌ی (۴) : $۳/۱۴۱۵-۳/۱۴=۰/۰۰۱۵$

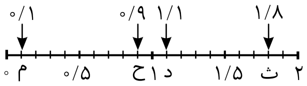
گزینه‌ی (۳) : $۳/۱۴۰۵-۳/۱۴=۰/۰۰۰۵$

مشاهده می‌کنیم اختلاف گزینه‌ی (۳) از ۳/۱۴ نسبت به دیگر گزینه‌ها، کم‌تر و در نتیجه این گزینه به ۳/۱۴ نزدیک‌تر است.

۶۷۰- گزینه‌ی **۳** مکان نقطه‌ی (د) فقط کمی از (هـ) کوچک‌تر است. پس حاصل تقسیم (د) بر (هـ) (یعنی $\frac{د}{هـ}$) باید به ۱ نزدیک باشد که در این صورت پاسخ «ج» است. به عنوان مثال اگر (د) را حدوداً ۱/۵ و (هـ) را حدوداً ۱/۶ فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{۱/۵}{۱/۶}=۰/۹۳۷۵$$

۶۷۱- گزینه‌ی **۴** از آن‌جایی که هرچه عدد صورت کسر بزرگ‌تر و عدد مخرج کسر کوچک‌تر شود، کسر بزرگ‌تری پدید می‌آید، در میان گزینه‌ها با توجه به محور، گزینه‌ی (۴) از همه بزرگ‌تر است. زیرا (ث) بیش‌ترین مقدار و (م) کم‌ترین مقدار روی محور را نشان می‌دهد. برای بررسی تقریبی، اگر محور را به شکل روبه‌رو عددگذاری کنیم و براساس آن گزینه‌ها را بررسی کنیم، خواهیم داشت:



۱) $\frac{ح}{م}=\frac{۰/۹}{۰/۱}=\frac{۹}{۱}=۹$

۲) $\frac{ث}{ح}=\frac{۱/۸}{۰/۹}=\frac{۱۸}{۹}=۲$

۳) $\frac{د}{ح}=\frac{۱/۱}{۰/۹}=\frac{۱۱}{۹}=۱\frac{۲}{۹}$

۴) $\frac{ث}{م}=\frac{۱/۸}{۰/۱}=\frac{۱۸}{۱}=۱۸$

۶۷۲- گزینه‌ی **۱** فاصله‌ی بین $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۵}{۶}$ به ۱۰ بخش مساوی تقسیم شده است. طول هر بخش را به‌دست می‌آوریم:

طول هر بخش $=(\frac{۵}{۶}-\frac{۱}{۲})\div۱۰=(\frac{۵}{۶}-\frac{۳}{۶})\div۱۰=\frac{۲}{۶}\div۱۰=\frac{۱}{۳۰}$

۰/۶۶۶۶ تقریباً برابر کسر $\frac{۲}{۳}$ است. برای رسیدن از کسر $\frac{۵}{۶}$ به کسر $\frac{۲}{۳}$ باید ۵ بخش به اندازه‌ی $\frac{۱}{۳۰}$ به عقب رفت که به ○ می‌رسیم.

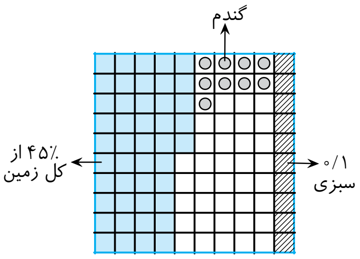
$$\frac{۵}{۶}-\frac{۲}{۳}=\frac{۵}{۶}-\frac{۴}{۶}=\frac{۱}{۶}=\frac{۵}{۳۰}=۵\times\frac{۱}{۳۰}$$

۶۷۳- گزینه‌ی **۲** صورت کسر را بر مخرج تقسیم می‌کنیم تا عدد اعشار معادل کسر را بیابیم و براساس آن مکان عدد را روی محور مشخص کنیم.

$$\frac{۶۹۳}{۹۵۴}\simeq۰/۷۲$$

۶۷۴- گزینه‌ی **۲** با توجه به شکل می‌توانیم بخش‌های مختلف سؤال را روی آن به صورت زیر نشان دهیم:

اگر زمین ۱۰ قسمت ۱۰ تایی باشد، پس ۰/۱ آن که سبزی کاشته به صورت مقابل است:
۰/۹ آن باقی می‌ماند. ۰/۴۵ از زمین که اجاره داده شده، ۴۵ قسمت از کل زمین است. در صورتی که بخواهد ۰/۲ از بقیه‌ی زمین یعنی $\frac{۲}{۱۰}$ از ۴۵ قسمت باقی‌مانده (۹ قسمت) را گندم بکارد، ۳۶ قسمت یا ۰/۳۶ از زمین او خالی خواهد ماند.



۶۷۵- گزینه‌ی **۳** $\frac{۳}{۸}$ را به عدد اعشاری تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{۳}{۸}\underset{\times۱۲۵}{\overset{\times۱۲۵}{=}}\frac{۳۷۵}{۱۰۰۰}=۰/۳۷۵$$

$$۰/۳۴<۰/۳۶۹<۰/۳۷۵<۰/۳۷۹$$

۶۷۶- گزینه‌ی **۳** هر یک از گزینه‌ها را به کسر تبدیل می‌کنیم و آن‌ها را با ثلث واحد یعنی $\frac{۱}{۳}$ مقایسه می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱) : $۰/۳۰۰۱=\frac{۳۰۰۱}{۱۰۰۰۰}$, $\frac{۳۰۰۱\times۳}{۱۰۰۰۰\times۳}=\frac{۹۰۰۳}{۳۰۰۰۰}\boxed{<}\frac{۱\times۱۰۰۰۰}{۳\times۱۰۰۰۰}=\frac{۱۰۰۰۰}{۳۰۰۰۰}$ ✗

گزینه‌ی (۲) : $۰/۳۳=\frac{۳۳}{۱۰۰}$, $\frac{۳۳\times۳}{۱۰۰\times۳}=\frac{۹۹}{۳۰۰}\boxed{<}\frac{۱\times۱۰۰}{۳\times۱۰۰}=\frac{۱۰۰}{۳۰۰}$ ✗

گزینه‌ی (۳) : $۰/۳۴=\frac{۳۴}{۱۰۰}$, $\frac{۳۴\times۳}{۱۰۰\times۳}=\frac{۱۰۲}{۳۰۰}\boxed{>}\frac{۱\times۱۰۰}{۳\times۱۰۰}=\frac{۱۰۰}{۳۰۰}$ ✓

گزینه‌ی (۴) : $۰/۳۳۳=\frac{۳۳۳}{۱۰۰۰}$, $\frac{۳۳۳\times۳}{۱۰۰۰\times۳}=\frac{۹۹۹}{۳۰۰۰}\boxed{<}\frac{۱\times۱۰۰۰}{۳\times۱۰۰۰}=\frac{۱۰۰۰}{۳۰۰۰}$ ✗

۶۷۷- گزینه‌ی ۳ کسرها را به عدد اعشاری تبدیل می‌کنیم:

$\frac{۱}{۲}=۰/۵\Rightarrow$ درست است $(۰/۵۵>\frac{۱}{۲})$

$\frac{۱}{۸}=۰/۱۲۵\Rightarrow$ نادرست است $(۰/۱۲۶<\frac{۱}{۸})$

$۳\frac{۴}{۲۵}=۳\frac{۱۶}{۱۰۰}=۳/۱۶\Rightarrow$ درست است $(۳/۱۶=۳\frac{۴}{۲۵})$

۶۷۸- گزینه‌ی ۳ فقط نابرابری‌های گزینه‌ی (۳) صحیح است.

۶۷۹- گزینه‌ی ۳ ابتدا اعداد را مرتب می‌کنیم:

$۶/۰۰۲۲<۶/۰۲۰۲<۶/۰۲۲<۶/۲<۶/۲۰۲<۶۰/۲<۶۰۲/۰۲<۶۲۲/۰۲<۶۶۲/۰۲$

که پنجمین عدد برابر است با ۶/۲۰۲.

۶۸۰- گزینه‌ی ۲ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱): $\frac{۰/۴۲}{۰/۴}\underset{\times ۱۰۰}{\overset{\times ۱۰۰}{=}}\frac{۴۲}{۴۰}=۱\frac{۲}{۴۰}=۱\frac{۱}{۲۰}$

گزینه‌ی (۲) : $\frac{۴/۲}{۰/۸\times ۰/۲}=\frac{۴/۲}{۰/۱۶}\underset{\times ۱۰۰}{\overset{\times ۱۰۰}{=}}\frac{۴۲۰}{۱۶}=۲۶\frac{۴}{۱۶}=۲۶\frac{۱}{۴}$

گزینه‌ی (۳) : : $\frac{۰/۸۲}{۱/۶}\underset{\times ۱۰۰}{\overset{\times ۱۰۰}{=}}\frac{۸۲}{۱۶۰}\underset{\div ۲}{\overset{\div ۲}{=}}\frac{۴۱}{۸۰}<۱$

گزینه‌ی (۴) : $\frac{۰/۸۰۰۲}{۰/۱۰۶}\underset{\times ۱۰۰۰۰}{\overset{\times ۱۰۰۰۰}{=}}\frac{۸۰۰۲}{۱۰۶۰}=۷\frac{۵۸۲}{۱۰۶۰}$

بنابراین گزینه‌ی (۲) از سایر کسرها بزرگ‌تر است.

۶۸۱- گزینه‌ی ۲ عددی دقیقاً وسط است که میانگین دو عدد دیگر باشد. میانگین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد را در هر چهار گزینه به‌دست می‌آوریم و با عدد دیگر مقایسه می‌کنیم:

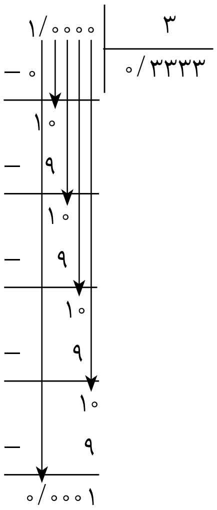
گزینه‌ی (۱) : $\frac{۰/۳۳+۰/۲۰}{۲}=۰/۲۶۵\neq ۰/۲۵$ ✗

گزینه‌ی (۲) : $\frac{۰/۶+۰/۲}{۲}=۰/۴$ ✓

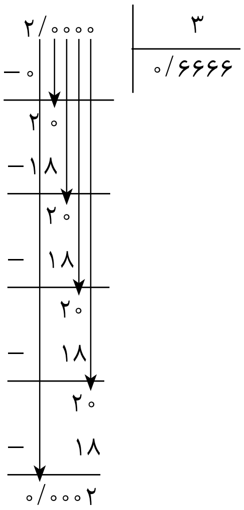
گزینه‌ی (۳) : $\frac{۰/۳۲+۰/۱۲}{۲}=۰/۲۲\neq ۰/۲۱$ ✗

گزینه‌ی (۴) : $\frac{۱/۳+۰/۳}{۲}=۰/۸\neq ۰/۷$ ✗

۶۸۲- گزینه‌ی ۲ حاصل تقسیم ۲ به ۳ و ۱ به ۳ را تا ۴ رقم اعشار حساب می‌کنیم:



$\Rightarrow ۰/۳۳۳<\frac{۱}{۳}<۰/۳۳۴$



$\Rightarrow ۰/۶۶۶<\frac{۲}{۳}<۰/۶۶۷$

بنابراین $\frac{۱}{۳}<۰/۳۳۴<۰/۶۶۶<\frac{۲}{۳}$.

۶۸۳- گزینه‌ی **۳** حاصل هر پرانتز را به‌دست می‌آوریم و ساده می‌کنیم:

$$\frac{۹۹\times۹۸\times۹۷\times...\times۴\times۳\times۲\times۱}{۱۰۰\times۹۹\times۹۸\times...\times۴\times۳}=\frac{۲}{۱۰۰}=۰/۰۲$$

۶۸۴- گزینه‌ی **۴** عدد باید بین ۶ و ۸ باشد. چون عدد اعشاری است، حتماً یک رقم قبل از ممیز و چهار رقم بعد از ممیز قرار می‌گیرد. عدد ۹ نمی‌تواند قبل از ممیز قرار گیرد، چون عدد حاصل بزرگ‌تر از ۸ خواهد شد، همین‌طور عدد ۳ نمی‌تواند قبل از ممیز قرار گیرد زیرا عدد حاصل کوچک‌تر از ۵ خواهد شد. اما کارت‌های $\boxed{۷}$ ، $\boxed{۶}$ را می‌توان قبل از ممیز قرار داد و با قرار دادن سه کارت باقی‌مانده به هر حالت دلخواه، عددی بین ۶ و ۸ ساخته می‌شود.
بنابراین ۱۲ عدد اعشاری با این کارت‌ها می‌تواند بسازد.

$$۶<\boxed{۷}/\boxed{۹}\boxed{۶}\boxed{۳}<۸ \qquad ۶<\boxed{۶}/\boxed{۹}\boxed{۷}\boxed{۳}<۸$$
$$۶<\boxed{۷}/\boxed{۹}\boxed{۳}\boxed{۶}<۸ \qquad ۶<\boxed{۶}/\boxed{۹}\boxed{۳}\boxed{۷}<۸$$
$$۶<\boxed{۷}/\boxed{۶}\boxed{۹}\boxed{۳}<۸ \qquad ۶<\boxed{۶}/\boxed{۷}\boxed{۹}\boxed{۳}<۸$$
$$۶<\boxed{۷}/\boxed{۶}\boxed{۳}\boxed{۹}<۸ \qquad ۶<\boxed{۶}/\boxed{۷}\boxed{۳}\boxed{۹}<۸$$
$$۶<\boxed{۷}/\boxed{۳}\boxed{۹}\boxed{۶}<۸ \qquad ۶<\boxed{۶}/\boxed{۳}\boxed{۹}\boxed{۷}<۸$$
$$۶<\boxed{۷}/\boxed{۳}\boxed{۶}\boxed{۹}<۸ \qquad ۶<\boxed{۶}/\boxed{۳}\boxed{۷}\boxed{۹}<۸$$

۶۸۵- گزینه‌ی **۲** با توجه به مثال‌های زده شده (۳۳/۳۳ و ۱۲/۲۱) عددها عبارتند از

۱۳/۳۱	۱۲/۲۱	۱۱/۱۱	۱۰/۰۱	۱/۱
۲۳/۳۲	۲۲/۲۲	۲۱/۱۲	۲۰/۰۲	۲/۲
۳۳/۳۳	۳۲/۲۳	۳۱/۱۳	۳۰/۰۳	۳/۳

۶۸۶- گزینه‌ی **۳** حاصل گزینه‌ها را حساب می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱) : $۰/۱+۰/۲+۰/۴+۰/۵+۰/۶=۱/۸$

گزینه‌ی (۲) : $\underbrace{۵/۵۵-۴/۴۴}_{۱/۱۱}+\underbrace{۳/۳۳-۲/۲۲}_{۱/۱۱}=۲/۲۲$

گزینه‌ی (۳) : $۹/۳۷-۷/۱۴=۲/۲۳$

گزینه‌ی (۴): $\underbrace{۰/۱۳+۷/\overbrace{۱۷-۵/}^{۱/۹۷}۲-۰/۱۲}_{۰/۰۱}=۰/۰۱+۱/۹۷=۱/۹۸$

۶۸۷- گزینه‌ی **۴** ربع واحد یعنی $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۴}=۰/۲۵$.

گزینه‌ی (۱) : $۰/۳۵>۰/۲۵ \quad , \quad ۰/۱۱+۰/۱۴=۰/۲۵$

گزینه‌ی (۲) : $\underbrace{۹/۲۶-۹}_{۰/۲۶}>۰/۲۵ \ , \underbrace{۰/۵-۰/۲۹}_{۰/۲۱}<۰/۲۵$

گزینه‌ی (۳) : $\underbrace{۴+۰/۰۶}_{۴/۰۶}>۰/۲۵ \ , \ \underbrace{۰/۵۶۱-۰/۴}_{۰/۱۶۱}<۰/۲۵$

گزینه‌ی (۴) : $\underbrace{۰/۱+۰/۰۱+۰/۰۰۱}_{۰/۱۱۱}<۰/۲۵ \quad , \quad \underbrace{\underbrace{۰/۴۴-۰/۲}_{۰/۲۴}-۰/۰۳}_{۰/۲۱}<۰/۲۵$

۶۸۸- گزینه‌ی **۲** ابتدا اعداد مخلوط را به اعداد اعشاری تبدیل می‌کنیم:

$$۵۰\frac{۵۰}{۲۰۰}=۵۰\frac{۲۵}{۱۰۰}=۵۰/۲۵$$

$$۳۹\frac{۷۵}{۱۰۰}=۳۹/۷۵$$

حال جمع را انجام می‌دهیم:

$$۵۰/۲۵+۷۱/۲۵+۳۹/۷۵=۱۶۱/۲۵$$

۶۸۹- گزینه‌ی ۲ حاصل هر گزینه را به‌دست می‌آوریم، سپس اختلاف آن را با ۱ حساب می‌کنیم:

گزینه‌ی (۲) : ۰/۰۹+۰/۹=۰/۹۹
۱−۰/۹۹=۰/۰۱

گزینه‌ی (۱) : ۰/۹+۰/۲=۱/۱
۱/۱−۱=۰/۱

گزینه‌ی (۴) : ۱+۰/۱+۰/۰۱=۱/۱۱
۱/۱۱−۱=۰/۱۱

گزینه‌ی (۳) : ۰/۸+۰/۰۹+۰/۲=۱/۰۹
۱/۰۹−۱=۰/۰۹

در نتیجه گزینه‌ی (۲) به یک نزدیک‌تر است.

۶۹۰- گزینه‌ی ۲ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۲) : ۰/۰۲۲+۰/۰۰۴+۰/۰۹۹=۰/۱۲۵
گزینه‌ی (۱) : ۰/۳۴۷+۰/۴۹۵+۰/۱۷۵=۱/۰۱۷
گزینه‌ی (۴) : ۰/۱+۰/۰۵+۰/۱۵=۰/۳۰=۰/۳
گزینه‌ی (۳) : ۰/۰۹۴+۰/۰۷۸+۰/۰۴۹=۰/۲۲۱

۶۹۱- گزینه‌ی ۱ عددها را به رقم می‌نویسیم:

هفتاد و هفتاد صدم =۷۰/۷۰ ، هفتاد و هفت صدم=۰/۷۷
۷۰/۷۰−۰/۷۷=۶۹/۹۳

۶۹۲- گزینه‌ی ۳ با بررسی گزینه‌ها به شکل زیر مشخص می‌شود گزینه‌ی (۳) صحیح است.

۴۰ کیلوگرم $\rightarrow$ ۴۰ کیلوگرم
۹ کیلوگرم $\xrightarrow{\div ۱۰۰۰}$ ۹ هزارگرم
۰/۰۷۰ کیلوگرم $\xrightarrow{\div ۱۰۰۰}$ ۷۰ گرم
۰/۰۰۵ کیلوگرم $\xrightarrow{\div ۱۰۰۰}$ ۵ گرم

۴۹/۰۷۵ کیلوگرم

۶۹۳- گزینه‌ی ۳ ۲/۳۷۵ را از ۵/۶ کم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} ۵/۶ \\ -۲/۳۷۵ \\ \hline ۳/۲۲۵ \end{array}$$

۶۹۴- گزینه‌ی ۱ در این گونه مسائل باید به واحدها توجه داشت و در تبدیل آن‌ها دقت نمود. ابتدا همه‌ی واحدها را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم.

۰/۸ متر×۱۰۰=۸۰ سانتی‌متر
۰/۲۵ متر×۱۰۰=۲۵ سانتی‌متر   ۱۱۲+۲۵=۱۳۷ سانتی‌متر   ۱۳۷−۸۰=۵۷ سانتی‌متر   ۵۷÷۱۰=۵/۷ دسی‌متر

۶۹۵- گزینه‌ی ۴ ابتدا تفریق را انجام می‌دهیم:

۰/۹۹۹۹۹۹+۰/۱۱۱۱۱۱−۰/۸۸۸۸۸۸=۰/۱۱۱۱۱۱+۰/۱۱۱۱۱۱=۰/۲۲۲۲۲۲

۶۹۶- گزینه‌ی ۲

۱/۵ ۲/۵
۶/۱۲۵+۵/۱۲۳+۴/۷۵۶+۳/۸۰۱−۵/۱۲۵−۳/۶۲۳−۲/۷۵۶−۱/۳۰۱=۱+۱/۵+۲+۲/۵=۷
۱ ۲

۶۹۷- گزینه‌ی ۱ بهتر است عدد اعشاری را به کسر تبدیل کنیم. سپس محاسبات را انجام دهیم. (در ضمن اگر صورت و مخرج $\frac{۱۱}{۸}$ در ۱۲۵ ضرب شود، کسر $\frac{۱۳۷۵}{۱۰۰۰}$ به‌دست می‌آید.)

$$۶/۱۲۵-\frac{۱۱}{۸}+\frac{۱}{۰/۱۲۵}=\frac{۶۱۲۵}{۱۰۰۰}-\frac{۱۳۷۵}{۱۰۰۰}+\frac{۱}{\frac{۱۲۵}{۱۰۰۰}}=\frac{۶۱۲۵}{۱۰۰۰}-\frac{۱۳۷۵}{۱۰۰۰}+\frac{۱۰۰۰\times۸}{۱۲۵\times۸}=\frac{۶۱۲۵}{۱۰۰۰}-\frac{۱۳۷۵}{۱۰۰۰}+\frac{۸۰۰۰}{۱۰۰۰}=\frac{۱۲۷۵۰}{۱۰۰۰}=۱۲/۷۵۰$$

۶۹۸- گزینه‌ی **۳** کسرها را هم‌مخرج می‌کنیم.

$$\frac{۰/۳\times۲}{۵\times۲}+\frac{۰/۱\times۵}{۲\times۵}+\frac{۱\times۲۰}{۰/۵\times۲۰}-۰/۲=\frac{۰/۶}{۱۰}+\frac{۰/۵}{۱۰}+\frac{۲۰}{۱۰}-\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱۹/۱}{۱۰}=۱/۹۱$$

$$۱/۹۱\Rightarrow ۱+۹+۱=۱۱$$

۶۹۹- گزینه‌ی **۲** کسرها را به صورت عدد اعشاری می‌نویسیم:

$$۶/۹۳-\frac{۶+۱\frac{۲}{۱۰}}{۲\frac{۴}{۱۰}}=۶/۹۳-\frac{۶+۱/۲}{۲/۴}=۶/۹۳-\frac{۷/۲}{۲/۴}=۶/۹۳-۳=۳/۹۳$$

۷۰۰- گزینه‌ی **۳** حاصل جمع اعداد اعشاری صورت را بر حاصل‌جمع اعداد اعشاری مخرج تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{۰/۶+۰/۰۶+۰/۰۰۶+۰/۰۰۰۶}{۰/۳+۰/۰۳+۰/۰۰۳+۰/۰۰۰۳}=\frac{۰/۶۶۶۶}{۰/۳۳۳۳}\Rightarrow\frac{\frac{۶۶۶۶}{۱۰۰۰۰}}{\frac{۳۳۳۳}{۱۰۰۰۰}}=\frac{\overset{۲}{\cancel{۶۶۶۶}}\times\overset{۱}{\cancel{۱۰۰۰۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۱۰۰۰۰}}\times\underset{۱}{\cancel{۳۳۳۳}}}=۲$$

۷۰۱- گزینه‌ی **۴**

$$\underbrace{۰/۱۱+\overbrace{۰/۲۲+۰/۳۳}^{۰/۵۵}+۰/۴۴}_{۰/۵۵}+\underbrace{۱/۱+\overbrace{۲/۲+۳/۳}^{۵/۵}+۴/۴}_{۵/۵}=۰/۵۵+۰/۵۵+۵/۵+۵/۵=۱/۱+۱۱=۱۲/۱$$

۷۰۲- گزینه‌ی **۱** با استفاده از فرمول تعداد اعداد و فرمول مجموع اعداد، حاصل عبارت را به‌دست می‌آوریم:

$$(\frac{\text{عدد آخر - عدد اول}}{\text{فاصله‌ی اعداد}})+۱=\text{تعداد اعداد}\Rightarrow(\frac{۱۲/۳-۰/۳}{۰/۳})+۱=۴۱\ \text{تعداد اعداد}$$

$$\frac{\text{تعداد اعداد}\times(\text{عدد آخر + عدد اول})}{۲}=\text{مجموع اعداد}\Rightarrow\frac{(۱۲/۳+۰/۳)\times۴۱}{۲}=۲۵۸/۳$$

۷۰۳- گزینه‌ی **۲** با توجه به این‌که مخرج‌ها یکسان هستند، کافی است حاصل‌جمع صورت‌ها را بر مخرج تقسیم کنیم.

$$(\frac{\text{عدد آخر - عدد اول}}{\text{فاصله‌ی اعداد}})+۱=\text{تعداد اعداد}\Rightarrow\frac{(۸/۵-۰/۵)}{۰/۵}+۱=۱۷\ \text{تعداد اعداد}$$

$$\frac{\text{تعداد اعداد}\times(\text{عدد آخر + عدد اول})}{۲}=\text{مجموع اعداد}$$

$$(\frac{(۸/۵+۰/۵)\times۱۷}{۲})=۷۶/۵\ \ \text{مجموع اعداد صورت}\Rightarrow\frac{۷۶/۵}{۲۵}=۳/۰۶$$

۷۰۴- گزینه‌ی **۳** بهتر است ابتدا پرانتزگذاری کنیم و سپس تعداد پرانتزها را پیدا کنیم.

$$\underbrace{(۹۹/۵-۹۸/۵)}_{۱}\underset{+}{+}\underbrace{(۹۷/۵-۹۶/۵)}_{۱}+\cdots+\underbrace{(۱/۵-۰/۵)}_{۱}$$

چون تعداد پرانتزها ۵۰تا است $(۵۰=۲\div۱۰۰)$، حاصل جمع بالا برابر $۵۰=۱\times۵۰$ می‌شود.

۷۰۵- گزینه‌ی **۴** برای رسم مثلث باید مجموع اندازه‌ی دو ضلع کوچک‌تر مثلث از اندازه‌ی ضلع بزرگ‌تر آن بیش‌تر باشد.

با اضلاع گزینه‌ی (۴) مثلث رسم نمی‌شود. زیرا $\underbrace{۰/۶+۰/۸}_{۱/۴}=۱/۴$.

۷۰۶- گزینه‌ی **۴** **نکته:** «تعداد عددهای اعشاری بین هر دو عدد دلخواه، بی‌شمار است.»

دقت کنید به جای ☐ عددهای ۶, ۷, ۸, ..., ۱۳ را می‌توان قرار داد. اما عددهای ۶/۱ ، ۶/۰۱ ، ۶/۰۰۱ ، ۶/۰۰۰۱ و ... را نیز می‌توان قرار داد. عددهای ۶/۹ ، ۶/۹۹ ، ۶/۹۹۹ ، ۶/۹۹۹۹ و ... را نیز می‌توان قرار داد. همین‌طور که می‌بینید بی‌شمار عدد می‌توان نوشت.

۷۰۷- گزینه‌ی ۲ برای حل چنین مسائلی، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقدار □ را پیدا می‌کنیم. کوچک‌ترین مقدار □ ، مساوی ۲ است. بزرگ‌ترین مقدار □ را نیز از حاصل تفریق ۳۲/۵ و ۱۹/۷۱ به‌دست می‌آوریم.

۳۲/۵−۱۹/۷۱=۱۲/۷۹⇒ بزرگ‌ترین مقدار □ =۱۲

چون اگر □=۱۳ ، حاصل ۱۳+۱۹/۷۱ از ۳۲/۵ بزرگ‌تر می‌شود، پس همه‌ی اعداد طبیعی □=۲, ۳, ۴,...,۱۲ جواب هستند. تعداد این اعداد برابر است با ۱۲−۲+۱=۱۱.

۷۰۸- گزینه‌ی ۲ کم‌ترین مقدار برای (○+□)، عدد ۴ و بیش‌ترین مقدار برای آن عدد ۶ است. با کمک جدول الگوسازی، مقدارهای مختلف (○×□) را پیدا می‌کنیم:

(○+□)=۶

○×□	□	○
۰	۶	۰
۵ ←	۵	۱
۸ ←	۴	۲
۹ ←	۳	۳
۸	۲	۴
۵	۱	۵
۰	۰	۶

(○+□)=۵

○×□	□	○
۰	۵	۰
۴	۴	۱
۶ ←	۳	۲
۶	۲	۳
۴	۱	۴
۰	۰	۵

(○+□)=۴

○×□	□	○
۰ ←	۴	۰
۳ ←	۳	۱
۴ ←	۲	۲
۳	۱	۳
۰	۰	۴

مقدارهای مختلف ○×□ : ۰, ۳, ۴, ۶, ۵, ۸, ۹.

۷۰۹- گزینه‌ی ۱ برای آن‌که حاصل‌جمع دو عدد بزرگ‌ترین باشد، رقم‌های بزرگ‌تر باید در مرتبه‌های با ارزش مکانی بالاتر قرار بگیرند. پس دو عدد را می‌نویسیم:

$$\begin{array}{r} \boxed{۰}\,/\,\boxed{۹}\,\boxed{۷}\,\boxed{۵}\,\boxed{۳}\,\boxed{۱} \\ +\ \boxed{۰}\,/\,\boxed{۸}\,\boxed{۶}\,\boxed{۴}\,\boxed{۲}\,\boxed{۰} \\ \hline ۱\,/\,۸\;۳\;۹\;۵\;۱ \end{array}$$

۷۱۰- گزینه‌ی ۳ بزرگ‌ترین حاصل تفریق وقتی به‌دست می‌آید که اختلاف بزرگ‌ترین عدد ممکن را از کوچک‌ترین عدد ممکن به‌دست آوریم:

بزرگ‌ترین عدد ممکن=۰/۹۸۷۶۵

کوچک‌ترین عدد ممکن=۰/۰۱۲۳۴

بزرگ‌ترین حاصل تفریق=۰/۹۸۷۶۵−۰/۰۱۲۳۴=۰/۹۷۵۳۱

۷۱۱- گزینه‌ی ۱ کوچک‌ترین حاصل تفریق وقتی به‌دست می‌آید که دو عدد تا حد ممکن به یک‌دیگر نزدیک باشند. برای حل این مسئله می‌توان از یک حدس شروع کرد. مثلاً دو عدد ۰/۹۷۵۳۱ و ۰/۸۶۴۲۰.

۰/۹۷۵۳۱−۰/۸۶۴۲۰=۰/۱۱۱۱۱

دقت کنید با جابه‌جا کردن دو رقم ۶ و ۷ در دو عدد، حاصل تفریق کوچک‌تر می‌شود.

۰/۹۶۵۳۱−۰/۸۷۴۲۰=۰/۰۹۱۱۱

با انجام حدس و آزمایش و سعی در کوچک کردن حاصل تفریق، به دو عدد ۰/۱۹۸۷۶ و ۰/۲۰۳۴۵ می‌رسیم که کوچک‌ترین حاصل تفریق را دارد.

۰/۲۰۳۴۵−۰/۱۹۸۷۶=۰/۰۰۴۶۹

۷۱۲- گزینه‌ی ۱ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۲) : $\frac{۱۶}{۸}\times ۰/۷۵=۲\times ۰/۷۵=۱/۵$

گزینه‌ی (۱) : ۱/۲۵×۱/۵=۱/۸۷۵ ← بزرگ‌ترین

گزینه‌ی (۴) : $۰/۵\times\frac{۸}{۵}=\frac{\overset{۱}{\cancel{۵}}}{۱۰}\times\frac{۸}{\underset{۱}{\cancel{۵}}}=\frac{۸}{۱۰}=۰/۸$

گزینه‌ی (۳) : ۵×۰/۳=۱/۵

۷۱۳- گزینه‌ی ۲ در حاصل، از تعداد ارقام بعد از ممیز ۳ تا کم شده، پس ☐ باید ۱۰۰۰ باشد.

۷۱۴- گزینه‌ی ۲ حاصل هر گزینه را به‌دست می‌آوریم.

گزینه‌ی (۲) : $۳۰/۵۳\times ۱۰۰۰=۳۰۵۳۰$

گزینه‌ی (۱) : $۳/۰۵۳\times ۱۰۰=۳۰۵/۳$

گزینه‌ی (۴) : $۳۰۵/۳\times ۱۰=۳۰۵۳$

گزینه‌ی (۳) : $۰/۳۰۵۳\times ۱۰۰۰۰=۳۰۵۳$

در نتیجه گزینه‌ی (۲) از باقی گزینه‌ها بزرگ‌تر است.

۷۱۵- گزینه‌ی ۲ گزینه‌ی (۲) از بقیّه کوچک‌تر است.

گزینه‌ی (۲) : $۰/۰۰۱۰\times ۱۰۰۰۰۰۰=۱۰۰۰$

گزینه‌ی (۱) : $۱۲/۱\times ۱۰۰۰=۱۲۱۰۰$

گزینه‌ی (۴) : $۰/۱۰۰۰\times ۱۰۰۰۰۰=۱۰۰۰۰$

گزینه‌ی (۳) : $۷\div ۰/۰۰۰۰۱=۷۰۰۰۰۰$

۷۱۶- گزینه‌ی ۲ با توجه به این‌که در همه‌ی گزینه‌ها عددها فقط فرقشان در محل ممیز است، پس عددحاصل از همه‌ی گزینه‌ها بدون در نظر گرفتن ممیز یکسان است.

حال فقط بررسی می‌کنیم کدام گزینه تعداد ارقام اعشارش بیش‌تر است.

در گزینه‌ی (۱)، ۵ رقم اعشار داریم.

در گزینه‌ی (۲)، ۶ رقم اعشار داریم.

در گزینه‌ی (۳)، ۴ رقم اعشار داریم.

در گزینه‌ی (۴)، ۵ رقم اعشار داریم.

در نتیجه گزینه‌ی (۲) کوچک‌تر است.

۷۱۷- گزینه‌ی ۳ حاصل گزینه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

گزینه‌ی (۱) : $\underbrace{(\underbrace{(۰/۰۰۰۰۱\times ۰/۰۰۱)}_{۰/۰۰۰۰۰۰۰۱}\div ۱۰)}_{۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱}\times ۱۲۳۴۵۰=۰/۰۰۰۱۲۳۴۵۰=۰/۰۰۰۱۲۳۴۵\Rightarrow$ ۹ رقم دارد

گزینه‌ی (۲) : $\underbrace{(\underbrace{(۰/۰۰۱\div ۰/۰۰۰۰۱)}_{۱۰۰}\times ۱۰۰۰۰)}_{۱۰۰۰۰۰۰}+۵۵۴۴۱۷=۱۵۵۴۴۱۷\Rightarrow$ ۷ رقم دارد

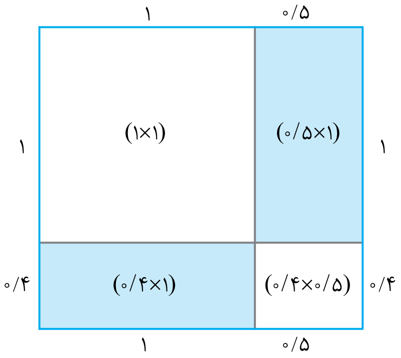
گزینه‌ی (۳) : $\underbrace{(\underbrace{(۰/۰۱۰۲۰۳۰۴\times ۱۰۰۰۰۰)}_{۱۰۲۰/۳۰۴}\div ۰/۰۱)}_{۱۰۲۰۳۰/۴}+۰/۰۱۲۴=۱۰۲۰۳۰/۴۱۲۴\Rightarrow$ ۱۰ رقم دارد

گزینه‌ی (۴) : $\underbrace{(\underbrace{(۷۸۶۵۲۳۱\div ۱۰۰)}_{۷۸۶۵۲/۳۱}\times ۱۰۰۰۰۰)}_{۷۸۶۵۲۳۱۰۰۰}\times ۰/۰۰۰۰۰۱=۷۸۶۵/۲۳۱\Rightarrow$ ۷ رقم دارد

۷۱۸- گزینه‌ی ۲ مساحت کل مستطیل از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$\text{طول}\times\text{عرض}=(۱+۱+۰/۱۳)\times(۰/۳۵)=۲/۱۳\times ۰/۳۵$

۷۱۹- گزینه‌ی ۱ اندازه‌ی اضلاع شکل را کامل می‌کنیم:



$\text{مساحت سفید}=(۱\times ۱)+(۰/۴\times ۰/۵)$

$=۱+۰/۲۰=۱/۲$

$\text{مساحت رنگی}=(۰/۴\times ۱)+(۰/۵\times ۱)$

$=۰/۴+۰/۵=۰/۹$

اختلاف مساحت ناحیه‌ی رنگی و ناحیه‌ی سفید برابر است با:

$۱/۲-۰/۹=۰/۳$

۷۲۰- گزینه‌ی ۳ ابتدا حاصل پرانتزها سپس حاصل کل عبارت را به‌دست می‌آوریم.

$$(۲/۷۳+۰/۵-۱/۲۳)\times(۵/۶+۱/۴)+۲/۵=(۳/۲۳-۱/۲۳)\times۷+۲/۵=۲\times۷+۲/۵=۱۶/۵$$

۷۲۱- گزینه‌ی ۲ محاسبات را از کوچک‌ترین پرانتز شروع می‌کنیم.

$۸۷/۲۴+۴=۹۱/۲۴$ ، $۷/۵+۷/۰۴=۱۴/۵۴$

$۳\times۹۱/۲۴=۲۷۳/۷۲$ ، $۶\times۱۴/۵۴=۸۷/۲۴$

۷۲۲- گزینه‌ی ۲ با توجه به اولویت چهار عمل اصلی، حاصل هر عبارت را به‌دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:

الف) $۳+۲\times۴\div۴-۲\times۲=۳+۲-۴=\boxed{۱}$

ب) $۵-(۲+\underbrace{(۴-(۸\div۴))}_{(۴-۲)})=۵-۴=\boxed{۱}$

ج) $۰/۴۷+(۰/۲+۰/۱\times۰/۱+۰/۸\times۰/۴)=۰/۴۷+(۰/۲+۰/۰۱+۰/۳۲)=\boxed{۱}$

$۱+۱+۱=۳$

۷۲۳- گزینه‌ی ۱ حاصل هرکدام از عبارت‌های الف، ب و ج را حساب می‌کنیم:

الف) $۳\frac{۱}{۱۰}=\frac{۳۱}{۱۰}$ ، $۰/۲=\frac{۲}{۱۰}$ ، $\frac{۳۱}{۱۰}\times\frac{۲}{۱۰}=\frac{۶۲}{۱۰۰}=۰/۶۲$

ب) $۰/۶\times۰/۱=۰/۰۶$ ، $۰/۰۶+۱=۱/۰۶$

ج) $\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}=\frac{۴}{۲۰}+\frac{۵}{۲۰}+\frac{۱۰}{۲۰}=\frac{۱۹}{۲۰}$ ، $\frac{۱۹}{۲۰}\overset{\times۵}{\underset{\times۵}{=}}\frac{۹۵}{۱۰۰}=۰/۹۵$

حاصل‌جمع عبارت‌ها خواهد شد: $۲/۶۳=۰/۶۲+۱/۰۶+۰/۹۵$.

۷۲۴- گزینه‌ی ۳ برای به‌دست آوردن حاصل‌ضرب‌ها از الگوی داخل معما و سرگرمی فصل سوم کتاب درسی استفاده کنید. اما تفاوتی که دارد این است که تعداد اعشارها را خودتان باید به‌دست آورید. جواب گزینه‌ی (۳) باید ۴ رقم اعشار داشته باشد که ۵ رقم اعشار دارد و نادرست است.

۷۲۵- گزینه‌ی ۱ ۳۵۰ تا ۰/۰۴ یعنی $۱۴=۳۵۰\times۰/۰۴$. فقط حاصل گزینه‌ی (۱) برابر ۱۴ است.

$$\underbrace{۵\times۱\times۲\times۱\times۰/۲}_{۱}\times۷=۱\times۱\times۱\times۲\times۷=۱۴$$

۷۲۶- گزینه‌ی ۳ برای نشان دادن نادرستی گزینه‌ها، یک مثال می‌زنیم.

گزینه‌ی (۱) نادرست است، چون $۲/۲۵=۱/۵\times۱/۵$.

گزینه‌ی (۲) نادرست است، چون $۱/۷=۱/۹-۰/۲$.

گزینه‌ی (۴) نادرست است، چون $\frac{۱}{۲}>۰/۱=۰/۳-۰/۲$.

گزینه‌ی (۳) درست است، چون حاصل‌ضرب هر دو عدد کوچک‌تر از ۱، همیشه کوچک‌تر از ۱ است.

۷۲۷- گزینه‌ی ۴ با بررسی گزینه‌ها مشخص می‌شود که گزینه‌ی (۴) صحیح است.

$$\frac{۲۵}{۸}=۳\frac{۱}{۸}=۳/۱۲۵$$

۷۲۸- گزینه‌ی ۱ همان‌طور که می‌دانید به جای این‌که عددی را بر ۶/۲۵ تقسیم کنیم می‌توانیم آن عدد را در معکوس $\frac{۶۲۵}{۱۰۰}$ ضرب کنیم. یعنی

$\square\times\frac{۱۰۰}{۶۲۵}=?$ ، $\square\div\frac{۶۲۵}{۱۰۰}=?$

و از آن‌جایی که ساده شده‌ی کسر $\frac{۱۰۰}{۶۲۵}$ برابر $\frac{۱۶}{۱۰۰}$ است پس برای قسمت اول مسئله می‌توانیم بگوییم آن عدد را در ۰/۱۶ ضرب می‌کنیم.

برای قسمت دوم نیز، با طی کردن مراحل زیر درمی‌یابیم که به جای ضرب کردن در ۱/۶، می‌توانیم بر $\frac{۱۰۰}{۱۶۰}$ تقسیم کنیم.

$\square\div\frac{۱۰۰}{۱۶۰}=?$ ، $\square\div\frac{۱۰}{۱۶}=?$ ، $\square\times\frac{۱۶}{۱۰}=?$ ، $\square\times۱/۶=?$

۷۲۹- گزینه‌ی ۱ ابتدا ۴/۵ برابر $\frac{۳۱}{۴}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$۴/۵\times\frac{۳۱}{۴}=\frac{۴۵}{۱۰}\times\frac{۳۱}{۴}=\frac{۱۳۹۵}{۴۰}=۳۴/۸۷۵$$

سپس حاصل را با ۳/۲۸ جمع می‌کنیم:

$$۳۴/۸۷۵+۳/۲۸=۳۸/۱۵۵$$

۷۳۰- گزینه‌ی ۴ حاصل عبارت را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۵/۴۰۰۰\div۱۰۰۰}{۰/۰۰۰۳\times۰/۰۲}=\frac{۰/۰۰۵۴}{۰/۰۰۰۰۰۶}=\frac{۵۴}{۰/۰۶}=\frac{۵۴۰۰}{۶}=۹۰۰$$

عدد ۸۹۹/۹ به عدد ۹۰۰ نزدیک‌ترین است.

۷۳۱- گزینه‌ی ۳ بر اساس اولویت چهار عمل اصلی، حاصل صورت کسر را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{۰/۴+\overbrace{۱/۵\times۴}^{۶}-\overbrace{۰/۸\div۰/۲}^{۴}}{۲/۴}=\frac{۰/۴+۶-۴}{۲/۴}=\frac{۶/۴-۴}{۲/۴}=\frac{۲/۴}{۲/۴}=۱$$

۷۳۲- گزینه‌ی ۲ عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\overset{۰/۱}{\cancel{۱/۲}}\times\overset{۰/۰۱}{\cancel{۰/۰۰۰۱۲}}}{\underbrace{۰/۳\times۰/۰۴}_{\underset{۱}{\cancel{۰/۰۱۲}}}\times۰/۰۰۴\times\underbrace{۰/۶\times۲۰}_{\underset{۱}{\cancel{۱۲}}}}=\frac{۰/۱\times۰/۰۱}{۰/۰۰۴}=\frac{۰/۰۰۱}{۰/۰۰۴}=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵$$

۷۳۳- گزینه‌ی ۳ ابتدا ممیز صورت و مخرج کسرها را از میان برده سپس تا حدّ امکان عبارت را ساده و به عدد مخلوط تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{۰/۳۳۳}{۰/۲۲۲\times۰/۱۱۱}\overset{\times۱۰۰۰}{\underset{\times۱۰۰۰}{=}}\frac{\overset{۳}{\cancel{۳۳۳}}}{۰/۲۲۲\times\underset{۱}{\cancel{۱۱۱}}}=\frac{۳}{۰/۲۲۲}\overset{\times۱۰۰۰}{\underset{\times۱۰۰۰}{=}}\frac{۳۰۰۰}{۲۲۲}\overset{\div۶}{\underset{\div۶}{=}}\frac{۵۰۰}{۳۷}=۱۳\frac{۱۹}{۳۷}\Rightarrow$$ این عدد به گزینه‌ی (۳) نزدیک‌تر است.

۷۳۴- گزینه‌ی ۳ اگر اولویت‌های چهار عمل اصلی را رعایت کنیم، گزینه‌ی (۳) صحیح است (بهتر است پرانتزگذاری کنیم).

گزینه‌ی (۱) : $(۴\div۰/۰۲)+(۰/۲\times۳\frac{۱}{۲})=۲۰۰+۰/۷=۲۰۰/۷$

گزینه‌ی (۲) : $(۵\times۲\frac{۲}{۵})+(۶\times۳\frac{۱}{۵}\times۰/۱)=\overset{۱}{\cancel{۵}}\times\frac{۱۲}{\underset{۱}{\cancel{۵}}}+۶\times\frac{\overset{۸}{\cancel{۱۶}}}{۵}\times\frac{۱}{\underset{۵}{\cancel{۱۰}}}=۱۲+\frac{۴۸}{۲۵}=۱۲+۱\frac{۲۳}{۲۵}=۱۳\frac{۹۲}{۱۰۰}=۱۳/۹۲$

گزینه‌ی (۳) : $(۵\div۰/۰۲)+(۵\div۰/۰۰۲)=۲۵۰+۲۵۰۰=۲۷۵۰$

گزینه‌ی (۴) : $\frac{۱}{\underset{۱}{\cancel{۳}}}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۳}}}{۱}\times\frac{۲}{۵}+\overset{۱}{\cancel{۳}}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\underset{۱}{\cancel{۳}}}\times\frac{۱}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=\frac{۲}{۵}+۱=۱/۴$

۷۳۵- گزینه‌ی ۲ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱): هر هکتار ۱۰۰۰۰ متر مربّع اســت پس ۸ هکتار ۸۰۰۰۰ متر مربّع اســت. از طرفی ۰/۸ کیلومتر مربّع ۸۰ هکتار اســت. پس علامت بین آن‌ها نادرست است.

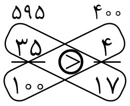
گزینه‌ی (۲): ابتدا عدد مخلوط را به عدد اعشاری تبدیل و سپس داخل پرانتز را حساب می‌کنیم.

$$۳\frac{۲}{۵}=\frac{۱۷}{۵}=\frac{۳۴}{۱۰}=۳/۴$$

$$\underbrace{۲/۹۱-(\underbrace{\cancel{۴/۳-۳/۴}}_{۰/۹})}_{۲/۰۱}>۱/۰۲$$

در نتیجه این گزینه درست است.

گزینه‌ی (۳): با طرفین وسطین کردن عبارت زیر مشخّص می‌شود که $\frac{۳۵}{۱۰۰}$ از $\frac{۴}{۱۷}$ بزرگ‌تر است. پس رابطه نادرست است.



گزینه‌ی (۴): ابتدا عبارت داخل پرانتز و سپس کروشه را به‌دست می‌آوریم:

$$۲-\overset{\frac{۱}{۲۵}}{[\overset{\frac{۱}{۷۵}}{(\overset{\frac{۲}{۷۵}}{(\frac{۲}{۳۰۰}÷\frac{۱}{۴})}×\frac{۲}{۴})}]}×۳ \qquad \frac{۲}{۳۰۰}÷\frac{۱}{۴}=\frac{۲}{\underset{۷۵}{\cancel{۳۰۰}}}×\frac{\overset{۱}{\cancel{۴}}}{۱}=\frac{۲}{۷۵} \quad , \quad \frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{۷۵}×\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\underset{\underset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۴}}}=\frac{۱}{۷۵}$$

در عبارت روبه‌رو اولویت با عمل ضرب است.

$$۲-\underbrace{\frac{۱}{۷۵}×۳}_{\frac{۳}{۷۵}=\frac{۱}{۲۵}}=۲-\frac{۱}{۲۵}=\frac{۵۰}{۲۵}-\frac{۱}{۲۵}=\frac{۴۹}{۲۵}=۱/۹۶$$

پس گزینه‌ی (۴) نیز نادرست است.

۷۳۶- گزینه‌ی ۲ با توجّه به تساوی، کافی است حاصل عبارت را بر عامل اول تقسیم کنیم:

$$۱۰/۰۰۰۳×\square=۱۰۰۰۰/۳\Rightarrow\square=\frac{۱۰۰۰۰/۳}{۱۰/۰۰۰۳}=\frac{\cancel{۱۰/۰۰۰۳}×۱۰۰۰}{\cancel{۱۰/۰۰۰۳}}=۱۰۰۰$$

۷۳۷- گزینه‌ی ۴ $\frac{۱}{۲۰}$ را بر حاصل سمت دیگر تساوی تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{۰/۰۰۵}{۱۰۰۰۰}×۱۰۰۰۰۰÷\frac{۱}{۱۰۰۰}×\square=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow \underbrace{\frac{۰/۰۰۵}{\underset{۱}{\cancel{۱۰۰۰۰}}}×\overset{۱۰}{\cancel{۱۰۰۰۰۰}}×\frac{۱۰۰۰}{۱}}_{\frac{۰/۰۰۵}{۱}×\frac{۱۰}{۱}×\frac{۱۰۰۰}{۱}=\frac{۵۰}{۱}}×\square=\frac{۱}{۲۰}$$

$$\frac{۵۰}{۱}×\square=\frac{۱}{۲۰}\Rightarrow\square=\frac{۱}{۲۰}÷\frac{۵۰}{۱}=\frac{۱}{۲۰}×\frac{۱}{۵۰}=\frac{۱}{۱۰۰۰}=۰/۰۰۱$$

۷۳۸- گزینه‌ی ۲ باید دو عبارت برابر شوند، تا حاصل تفریق آن‌ها صفر شود. محاسبات را از داخلی‌ترین پرانتز آغاز می‌کنیم:

$$\left[((\underbrace{(۱+۲\frac{۱}{۸})}_{۳\frac{۱}{۸}}÷\underbrace{۰/۵)}_{\frac{۵}{۱۰}}×\cdots\cdots\right]-(\underbrace{(۳÷۲/۱)}_{۳÷\frac{۲۱}{۱۰}}×\cdots\cdots)=(\frac{۲۵}{\underset{۴}{\cancel{۸}}}×\frac{\overset{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۱۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۵}}}×\cdots\cdots)-(\overset{۱}{\cancel{۳}}×\frac{۱۰}{\underset{۷}{\cancel{۲۱}}}×\cdots\cdots)$$

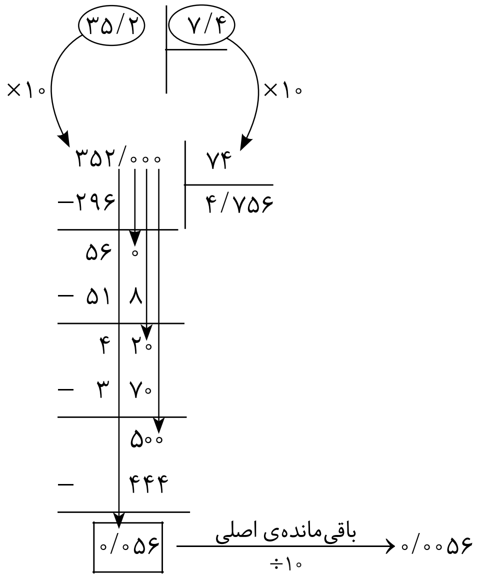
اگر اعداد گزینه‌ی (۲) را در عبارت قرار دهیم، حاصل عبارت صفر می‌شود:

$$(\frac{۲۵}{۴}×\cdots\cdots)-(\frac{۱۰}{۷}×\cdots\cdots)=(\frac{\overset{۵}{\cancel{۲۵}}}{\underset{۱}{\cancel{۴}}}×\frac{\overset{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۸}}}{\underset{\underset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۱۰}}})-(\frac{\overset{۱}{\cancel{۱۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۷}}}×\frac{\overset{۵}{\cancel{۳۵}}}{\underset{۱}{\cancel{۱۰}}}) \Rightarrow ۵-۵=۰$$

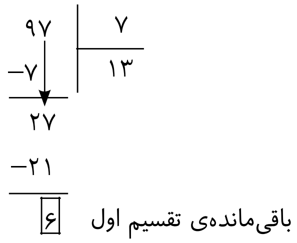
۷۳۹- گزینه‌ی **۲** اگر حاصل پرانتز داخل کروشه را از عدد ۲/۲۵ کم کنیم، برابر با صفر می‌شود.
از آن‌جایی که هر عددی در صفر ضرب شود، حاصل ضرب نیز صفر خواهد بود، گزینه‌ی (۲) صحیح است.

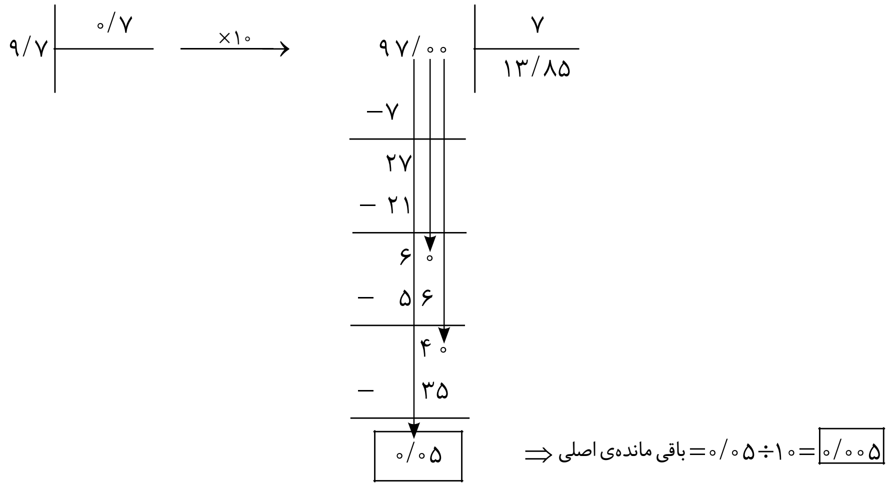
$$\underbrace{[۲/۲۵-(\overset{۲/۲۵}{\cancel{۳\frac{۳}{۵}\div ۱/۶}})]}_{۰}\times\left(\frac{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\cdots+\frac{۱}{۲۰}}{\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۴}\times\frac{۴}{۸}\times\cdots\times\frac{۵۰}{۱۰۰}}\right)=۰ \quad , \quad ۳\frac{۳}{۵}\div\frac{۱۶}{۱۰}=\frac{\overset{۹}{\cancel{۱۸}}}{\underset{۱}{\cancel{۵}}}\times\frac{\overset{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۱۰}}}{\underset{\underset{۴}{\cancel{۸}}}{\cancel{۱۶}}}=\frac{۹}{۴}=۲/۲۵$$

۷۴۰- گزینه‌ی **۲** مقسوم و مقسوم علیه را در ۱۰ ضرب می‌کنیم تا مقسوم علیه از حالت اعشاری خارج شود.



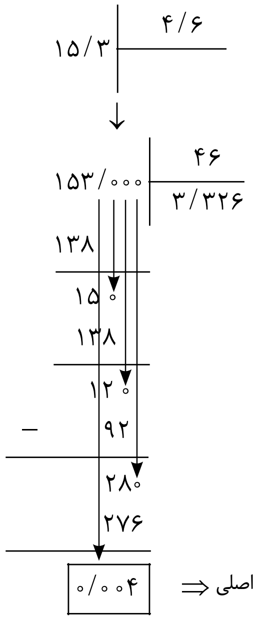
۷۴۱- گزینه‌ی **۲** باقی‌مانده‌ی تقسیم اول را بر باقی‌مانده‌ی تقسیم دوم، تقسیم می‌کنیم.





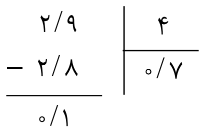
بنابراین ۱۲۰۰=۰/۰۰۵÷۶.

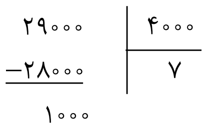
۷۴۲- گزینه‌ی ۳ تقسیم را انجام می‌دهیم:



⇒ باقی‌مانده‌ی اصلی $=۰/۰۰۴\div۱۰=\boxed{۰/۰۰۰۴}$

۷۴۳- گزینه‌ی ۳ با انجام تقسیم باقی‌مانده‌ی هر تقسیم را به‌دست می‌آوریم:

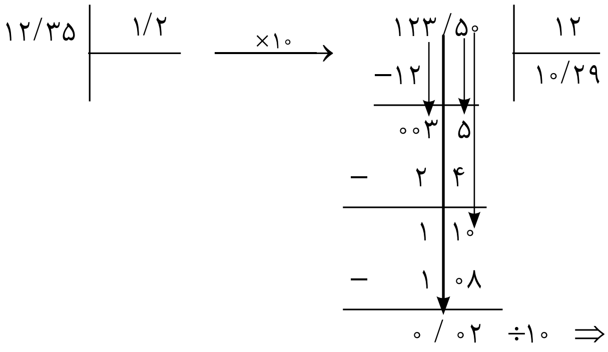




باقی‌مانده‌ی تقسیم اوّل را بر باقی‌مانده‌ی تقسیم دوم، تقسیم می‌کنیم.

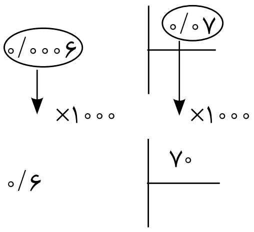
$۱۰۰۰\div۰/۱=۱۰۰۰\times\frac{۱۰}{۱}=۱۰۰۰۰$ برابر

۷۴۴- گزینه‌ی ۲ مقسوم و مقسوم‌علیه را در ۱۰ ضرب کرده سپس تقسیم را به شکل زیر انجام می‌دهیم:



۰/۰۲ ÷۱۰ ⇒ باقی‌مانده‌ی اصلی $=۰/۰۰۲$

۷۴۵- گزینه‌ی ۲ هرگاه مقسوم و مقسوم‌علیه تقسیمی در عددی به غیر از صفر ضرب شود، خارج‌قسمت تغییر نمی‌کند ولی باقی‌مانده در همان عدد ضرب می‌شود. بنابراین تنها گزینه‌ای که خارج‌قسمتش با خارج تقسیم ۰/۰۷÷۰/۰۰۰۶ برابر است، گزینه‌ی (۲) است.



۷۴۶- گزینه‌ی ۳ هرگاه مقسوم و مقسوم‌علیه تقسیمی را ۵ برابر کنیم، خارج‌قسمت تغییر نمی‌کند ولی باقی‌مانده در همان عدد ضرب می‌شود و باقی‌مانده‌ی تقسیم جدید را به وجود می‌آورد، بنابراین

باقی‌مانده‌ی جدید $۱/۹\times۵=۹/۵$

$$\underset{\text{خارج قسمت}}{\underset{\uparrow}{۳/۶}}+\underset{\text{باقی‌مانده‌ی جدید}}{\underset{\uparrow}{۹/۵}}=۱۳/۱$$

۷۴۷- گزینه‌ی ۴ اعداد اعشاری را به شکل کسری نوشته سپس حاصل عبارت را کسری به‌دست آورده و به اعشاری تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{array}{ccccc} ۰/۵ & \times & ۰/۷ & \times & ۰/۱۱\\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow\\ \frac{۵}{۱۰} & \times & \frac{۷}{۱۰} & \times & \frac{۱۱}{۱۰۰}\end{array}=\frac{۳۸۵}{۱۰۰۰۰}=۰/۰۳۸۵$$

۷۴۸- گزینه‌ی ۱ می‌توانیم تقسیم ۲ بر ۳ را به شکل زیر بنویسیم:

$$\frac{۲}{۳}\longrightarrow\begin{array}{r|l} ۲ & ۳\\ \hline & ۰/۶۶۶۶\end{array}\quad,\quad\frac{۲}{۳۰}\longrightarrow\underset{\downarrow}{\frac{۲}{۳}}\times\underset{\downarrow}{\frac{۱}{۱۰}}$$

$$۰/۶۶۶۶\div۱۰=۰/۰۶۶۶$$

۷۴۹- گزینه‌ی ۱ چون صورت کسر بر ۱۰ تقسیم شده است، کسر ۱۰ برابر کوچک شده و همچنین چون مخرج کسر در ۱۰ ضرب شده است، کسر ۱۰ برابر دیگر نیز کوچک شده است. پس حاصل کسر ۱۰۰ برابر کوچک شده است. $(۱۰\times۱۰=۱۰۰)$

$$۱۳\div۱۰۰=۰/۱۳$$

۷۵۰- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول**: اگر ۸۹۱ را در $\frac{۱}{۱۰۰}$ ضرب کنیم، مثل این است که ۸۹۱ را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم که می‌شود ۸/۹۱ .

$$۸۹۱\times\frac{۱}{۱۰۰}\xrightarrow{\text{مثل}}۸۹۱\div۱۰۰=۸/۹۱\Rightarrow۸/۹۱\div\textcircled{۱}=۸۹۱\times\boxed{\frac{۱}{۱۰۰}}$$

راه‌حل دوم: عبارت $۸/۹۱\div\bigcirc$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$۸/۹۱\div\bigcirc=\frac{۸۹۱}{۱۰۰}\div\bigcirc\quad,\quad\frac{۸۹۱}{۱۰۰}\times\frac{۱}{\bigcirc}=۸۹۱\times\frac{۱}{۱۰۰\times\bigcirc}$$

در نتیجه $\square$ برابر $\frac{۱}{۱۰۰\times\bigcirc}$ است که در بین گزینه‌ها فقط گزینه‌ی (۳) این شرایط را دارد.

$$\bigcirc=۱\quad,\quad\square=\frac{۱}{۱۰۰\times۱}=۰/۰۱$$

۷۵۱- گزینه‌ی ۱ برای راحتی کار می‌توانیم اعداد اعشاری را به کسر تبدیل کنیم (از خط کسری کوچک‌تر محاسبات را آغاز می‌کنیم.)

$$\frac{۰/۱}{\frac{۰/۱}{\frac{۰/۴}{۰/۲}}}$$

مرحله‌ی سوم $\frac{۰/۱}{\frac{۱}{۲۰}}=\frac{\frac{۱}{۱۰}}{\frac{۱}{۲۰}}=\frac{۱\times\cancel{۲۰}^{۲}}{\cancel{۱۰}_{۱}\times۱}=۲$

مرحله‌ی دوم $\frac{۰/۱}{\frac{۲}{۱}}=\frac{\frac{۱}{۱۰}}{\frac{۲}{۱}}=\frac{۱}{۲۰}$

مرحله‌ی اوّل $\frac{۰/۴}{۰/۲}=\frac{\frac{۴}{۱۰}}{\frac{۲}{۱۰}}=\frac{\cancel{۴}^{۲}\times\cancel{۱۰}^{۱}}{\cancel{۱۰}_{۱}\times\cancel{۲}_{۱}}=\frac{۲}{۱}$

۷۵۲- گزینه‌ی ۱ محاسبات را از خط کسری کوچک‌تر شروع می‌کنیم: (برای راحتی کار می‌توانیم اعداد اعشاری را به کسر تبدیل کنیم.)

$$\frac{\boxed{\frac{\boxed{\frac{\frac{۲}{۱۰}}{\frac{۲}{۱۰}}=۱}}{\frac{۲}{۱۰}}=\frac{۱۰}{۲}=۵}}{\frac{۲}{۱۰}}=\frac{\frac{۵}{۱}}{\frac{۲}{۱۰}}=\frac{۵۰}{۲}=۲۵$$

۷۵۳- گزینه‌ی ۴ با نوشتن به شکل زیر بهتر قابل تشخیص است.

$$۱ \xrightarrow{+۳} \underset{\text{بار اول}}{۴} \xrightarrow{+۱/۵} \underset{\text{بار دوم}}{۵/۵} \xrightarrow{+۰/۷۵} \underset{\text{بار سوم}}{۶/۲۵} \xrightarrow{+۰/۳۷۵} \underset{\text{بار چهارم}}{۶/۶۲۵}$$

۷۵۴- گزینه‌ی ۳ هر عدد اعشاری را به کسر تبدیل کرده، سپس هر کسر را معکوس می‌کنیم:

$$(۱/۴) \times (۰/۸) \times (۰/۶) \times (۱/۲)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\frac{۱۴}{۱۰} \times \frac{۸}{۱۰} \times \frac{۶}{۱۰} \times \frac{۱۲}{۱۰}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\frac{۱۰}{۱۴} \times \frac{۱۰}{۸} \times \frac{۱۰}{۶} \times \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{۱۰۰۰۰}{۸۰۶۴} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{۸۰۶۴}{۱۰۰۰۰} = ۰/۸۰۶۴$$

۷۵۵- گزینه‌ی ۴ بهتر است اعداد مخلوط را به اعداد اعشاری تبدیل کنیم سپس همه‌ی اعداد اعشاری را ده برابر کنیم:

$$\frac{۴/۵\times۲/۱\times۳/۴}{۳/۶\times۱/۲\times۱/۸}\times\frac{۷/۲\times۳/۶\times۱/۸}{۱/۴\times۱۳/۵\times۱/۷}\div\frac{۵}{۴}=\frac{\overset{۱}{\cancel{۴۵}}\times\overset{\overset{۱}{\cancel{۳}}}{\cancel{۲۱}}\times\overset{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۳۴}}}{\underset{۱}{\cancel{۳۶}}\times\underset{۱}{\cancel{۱۲}}\times\underset{۱}{\cancel{۱۸}}}\times\frac{\overset{۶}{\cancel{۷۲}}\times\overset{۱}{\cancel{۳۶}}\times\overset{۱}{\cancel{۱۸}}}{\underset{\underset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۱۴}}\times\underset{\underset{۱}{\cancel{۳}}}{\cancel{۱۳۵}}\times\underset{۱}{\cancel{۱۷}}}\times\frac{۴}{۵}=۶\times\frac{۴}{۵}=\frac{۲۴}{۵}=۴\frac{۴}{۵}=۴\frac{۸}{۱۰}=۴/۸$$

۷۵۶- گزینه‌ی ۴ با قرار دادن ۰/۷۸ = ☐، ۰/۵۹ = ○، ۰/۱۳ = △ و ۰/۱۲ = ◇ جواب به‌دست می‌آید:

$$\frac{۰/۷۸-۰/۵۹}{۰/۱۳-۰/۱۲}=\frac{۰/۱۹}{۰/۰۱}=۱۹$$

۷۵۷- گزینه‌ی ۴ بزرگ‌ترین عددی را که به جای ☐ می‌توان قرار داد، از تقسیم ۱/۶ بر ۰/۰۴ به‌دست می‌آوریم:

$$۱/۶\div۰/۰۴=۴۰$$

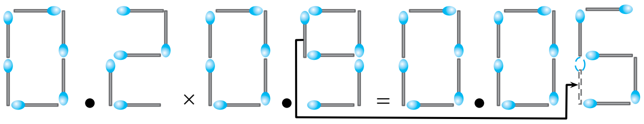
پس ☐ باید اولین عدد اعشاری کوچک‌تر از ۴۰ با یک رقم اعشار باشد که عدد ۳۹/۹ است تا حاصل ☐÷۱/۶ از ۰/۰۴ بزرگ‌تر شود. پس عدد بعد ۳۹/۸ و عدد بعدی ۳۹/۷ و آخرین عدد ۰/۱ خواهد بود. کل این اعداد را می‌توان به صورت الگوی زیر نوشت:

$$۳۹/۹,\ ۳۹/۸,\ ۳۹/۷,\ ۳۹/۶,\ \ldots,\ ۰/۳,\ ۰/۲,\ ۰/۱$$

$$-۰/۱ \quad -۰/۱ \quad -۰/۱$$

$$\text{تعداد}=\frac{۳۹/۹-۰/۱}{۰/۱}+۱=۳۹۸+۱=۳۹۹$$

۷۵۸- گزینه‌ی ۱ کافی است یک چوب کبریت را از 0.9 برداشته تا به 0.3 تبدیل شود. این چوب کبریت را طوری روی 0.05 قرار دهیم که تبدیل به 0.06 شود.



۷۵۹- گزینه‌ی ۲ ابتدا مسافت طی شده را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم.

$$۱۲۳۵\div۱۰۰۰=۱/۲۳۵$$

حال اختلاف را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{array}{r} ۵\ ۹\ ۱۰ \\ ۴/\cancel{۶}\,\cancel{۰}\,\cancel{۰} \\ -\ ۱/\ ۲\ ۳\ ۵ \\ \hline ۳/\ ۳\ ۶\ ۵ \end{array}$$

۳/۳۶۵ کیلومتر دیگر مانده است.

۷۶۰- گزینه‌ی ۳ ضرب را انجام می‌دهیم:

$$\begin{array}{r} ۳/۱۵ \\ \times\ ۰/۲ \\ \hline ۰/۶۳۰ \end{array}$$

مساحت مستطیل ۰/۶۳۰ سانتی‌متر مربع است.

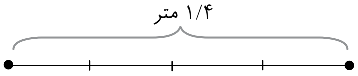
۷۶۱- گزینه‌ی ۲ ۹/۳۶ را بر ۰/۱۳ تقسیم می‌کنیم:

۹/۳۶÷۰/۱۳=۹۳۶÷۱۳=۷۲

۷۶۲- گزینه‌ی ۲ ۷/۳۳ متر، مساوی ۷۳۳ سانتی‌متر است.

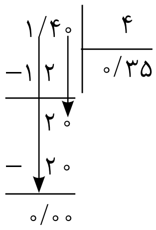
۷۳۳÷۲/۵۴=۲۸۸/۵۸

۷۶۳- گزینه‌ی ۲ با ۳ برش، ۴ قسمت پدید می‌آید:



تعداد قسمت‌ها=۱+تعداد برش‌ها

۳ +۱=۴



۷۶۴- گزینه‌ی ۱ هر کیلوگرم، ۱۰۰۰ گرم است.

۷/۲۵×۱۰۰۰=۷۲۵۰ گرم

جرم هر جعبه‌ی کوچک دستمال کاغذی برابر است با:

۷۲۵۰÷۲۰۰=۳۶/۲۵ گرم

۷۶۵- گزینه‌ی ۳ جرم کلّ آهن را بر وزن هر میخ تقسیم می‌کنیم:

$$۲\frac{۳}{۵}\div ۰/۰۲=\frac{۱۳}{۵}\div\frac{۲}{۱۰۰}=\frac{۱۳}{\underset{۱}{\cancel{۵}}}\times\frac{\overset{\overset{۱۰}{\cancel{۲۰}}}{\cancel{۱۰۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=۱۳۰$$

۷۶۶- گزینه‌ی ۲ مجموع جرم یک پیچ و مهره ۱۳/۷۵ گرم است.

۹/۲۵+۴/۵=۱۳/۷۵

۱۳/۷۵×۴۰۰=۵۵۰۰ گرم

۵۵۰۰÷۱۰۰۰=۵/۵ کیلوگرم

۷۶۷- گزینه‌ی ۱ ۴/۵ کیلوگرم یعنی ۴۵۰۰ گرم (یعنی ۴۵۰۰ تا سکه‌ی یک گرمی)

۴/۵×۱۰۰۰=۴۵۰۰ گرم

۴۵۰۰÷۱=۴۵۰۰ عدد سکّه

۵۰۰ ریال ÷۱۰=۵۰ تومان

۴۵۰۰×۵۰=۲۲۵۰۰۰ تومان

۷۶۸- گزینه‌ی ۴ ۱/۲۶ متر، ۱۲۶سانتی‌متر است.

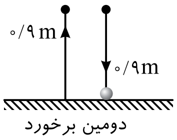
۱/۲۶ متر ×۱۰۰=۱۲۶ سانتی‌متر

۰/۲۷ متر ×۱۰۰=۲۷ سانتی‌متر

۱/۵ برابر قد زهرا : سانتی‌متر ۱۲۶×۱/۵=۱۸۹

قد مادر زهرا : سانتی‌متر ۱۸۹−۲۷=۱۶۲

۷۶۹- گزینه‌ی ۲ مسافتی که توپ تا اولین برخوردش با زمین می‌پیماید ۱ متر است.
سپس ۰/۹ ارتفاع قبلی بالا می‌آید و سپس پایین می‌رود.



$$\frac{۹}{۱۰}\times ۱=\frac{۹}{۱۰}=۰/۹$$

مسافت طی شده تا دومین برخورد با زمین برابر می‌شود با ۲/۸=(۰/۹+۰/۹)+۱.

۷۷۰- گزینه‌ی ۳ به کمک جدول زیر ارتفاعی را که توپ پس از هر برخورد با زمین دارد، می‌نویسیم:

برخورد	۱	۲	۳	۴	۵
ارتفاع	۲	$\frac{۲}{۳}\times۲=\frac{۴}{۳}$	$\frac{۲}{۳}\times\frac{۴}{۳}=\frac{۸}{۹}$	$\frac{۲}{۳}\times\frac{۸}{۹}=\frac{۱۶}{۲۷}$	$\frac{۲}{۳}\times\frac{۱۶}{۲۷}=\boxed{\frac{۳۲}{۸۱}}$

در برخورد ۵اُم، توپ تا ارتفاعی کم‌تر از ۰/۵ متر بالا می‌آید، چون $\frac{۱}{۲}=۰/۵>\frac{۳۲}{۸۱}$ است.

۷۷۱- گزینه‌ی ۳ ابتدا اختلاف دو زمان را پیدا می‌کنیم تا متوجه شویم چند تا ۱/۰۴ کیلومتر بر ساعت به سرعت اتومبیل افزوده می‌شود.

$$\begin{array}{r} ۹:۴۵' \\ -۹:۳۵' \\ \hline ۱۰' \end{array}$$

به سرعت اتومبیل اضافه می‌شود: کیلومتر بر ساعت ۱۰×۱/۰۴=۱۰/۴

۸۵/۴+۱۰/۴=۹۵/۸

۷۷۲- گزینه‌ی ۱ ابتدا اندازه‌ی محیط دایره را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم.

سانتی‌متر ۹/۵×۱۰۰=۹۵۰

قطر = ۳/۱۴÷ محیط دایره

قطر ۹۵۰÷۳/۱۴=۳۰۲/۵۴≃۳۰۲

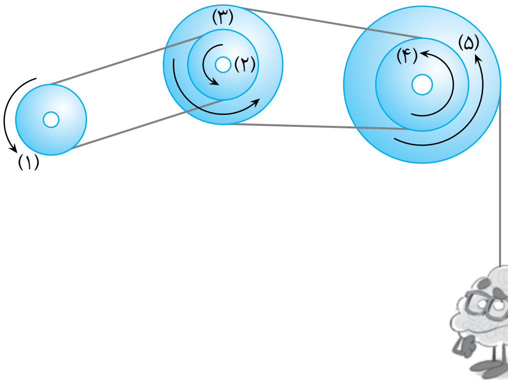
شعاع ۳۰۲÷۲=۱۵۱

۷۷۳- گزینه‌ی ۴ وقتی شعاع ۴۰ سانتی‌متر بیش‌تر می‌شود، قطر ۸۰ سانتی‌متر بیش‌تر می‌شود.

سانتی‌متر ۸۰×۳/۱۴=۲۵۱/۲

متر ۲۵۱/۲÷۱۰۰=۲/۵۱۲

۷۷۴- گزینه‌ی ۳ جهت چرخش چرخ‌ها را با توجه به جهت چرخش چرخ (۱)، به‌دست می‌آوریم. پس کُرک بالا می‌آید.



دور چرخ (۲) × محیط چرخ (۲) = دور چرخ (۱) × محیط چرخ (۱)

⇒ ۰/۲×۱۵=۰/۳× دور چرخ (۲) ⇒ دور چرخ (۲)=۱۰

تعداد دور چرخ‌های (۲) و (۳) با هم برابر است.

دور چرخ (۴) × محیط چرخ (۴) = دور چرخ (۳) × محیط چرخ (۳)

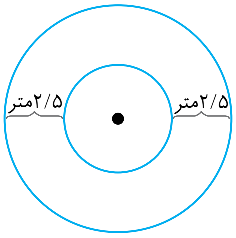
⇒ ۰/۵×۱۰=۰/۴× دور چرخ (۴) ⇒ دور چرخ (۴)=۱۲/۵

تعداد دورچرخ‌های (۴) و (۵) با هم برابر است.

مسافت طی‌شده توسط چرخ (۵) = مقدار جابه‌جایی کُرک

⇒ دور چرخ (۵) × محیط چرخ (۵) = ۰/۸×۱۲/۵=۱۰ متر

۷۷۵- گزینه‌ی ۲ در چرخ‌های کامیون، دو دایره به صورت روبه‌رو است:



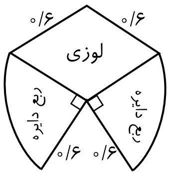
قطر دایره‌ای که چرخ سمت راست طی می‌کند ۵ متر بزرگ‌تر از قطر دایره‌ای است که چرخ سمت چپ طی می‌کند. (۲×۲/۵=۵) بنابراین چرخ سمت راست ۱۵/۷ متر (۵×۳/۱۴=۱۵/۷) بیش‌تر طی می‌کند.

۷۵×۲×۳/۱۴=۴۷۱ سانتی‌متر = ۴/۷۱ متر

اختلاف تعداد دور = محیط چرخ ÷ اختلاف مسافت طی شده‌ی چرخ‌ها

دور ۱۵/۷÷۴/۷۱=۳/۳۳۳≃۳

۷۷۶- گزینه‌ی ۳ ضلع لوزی، شعاع ربع دایره‌ها نیز می‌باشد.



طول چهار ضلع لوزی ۰/۶×۴=۲/۴

طول دو کمان $\frac{(۰/۶\times۲\times۳/۱۴)\times۲}{۴}=۱/۸۸۴$

میلی‌متر ۱/۸۸۴+۲/۴=۴/۲۸۴

سانتی‌متر ۴/۲۸۴÷۱۰=۰/۴۲۸۴

۷۷۷- گزینه‌ی ۱ حجم مکعب مستطیل فلزی را به‌دست می‌آوریم. (در ضمن هر متر ۱۰۰ سانتی‌متر است)

۱/۵ ×۰/۵ ×۰/۱
↓ ↓ ↓
۱۵۰ × ۵۰ × ۱۰ =۷۵۰۰۰ سانتی‌متر مکعب

۷۵۰۰۰×۰/۲۵=۱۸۷۵۰ گرم

۱۸۷۵۰÷۱۰۰۰=۱۸/۷۵ کیلوگرم

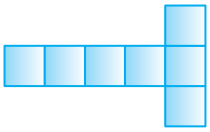
۷۷۸- گزینه‌ی ۲ ابتدا حجم کارتن و جعبه را جداگانه به‌دست می‌آوریم:

حجم = طول × عرض × ارتفاع
حجم کارتن (متر مکعب) ۲×۱/۵×۰/۵=۱/۵
حجم هر جعبه‌ی ساعت (متر مکعب) ۱/۵÷۸=۰/۱۸۷۵

$\underbrace{۰/۲۵\times۰/۷۵}_{۰/۱۸۷۵}\times\bigcirc=۰/۱۸۷۵$

$۰/۱۸۷۵\times\bigcirc=۰/۱۸۷۵\Rightarrow\bigcirc=\frac{۰/۱۸۷۵}{۰/۱۸۷۵}=۱$ متر

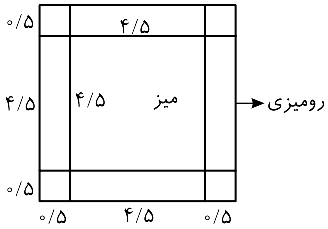
۷۷۹- گزینه‌ی ۳ محیط شکل گسترده‌ی مکعب ۱۴ ضلع یکسان دارد.



هر وجه ۴ ضلع یکسان دارد.

اندازه‌ی هر ضلع: سانتی‌متر ۱۷۵÷۱۴=۱۲/۵
اندازه‌ی محیط یک وجه: سانتی‌متر ۱۲/۵×۴=۵۰
متر ۵۰÷۱۰۰=۰/۵

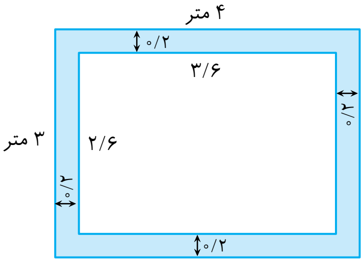
۷۸۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا طول ضلع میز را به‌دست آورده سپس ۱ متر به طول آن می‌افزاییم تا طول ضلع رومیزی به‌دست آید.



۱۸/۰ | ۴
−۱۶ | ۴/۵
۲۰
−۲۰
۰/۰

ضلع رومیزی ۴/۵+۰/۵+۰/۵=۵/۵
۲۲ متر نوار نیاز داریم ⇐ محیط رومیزی ۴×۵/۵=۲۲

۷۸۱- گزینه‌ی ۱ برای راحتی کار بهتر است فرش را به شکل زیر رسم کنیم و مساحت قسمت سفید را از مساحت فرش کم کنیم تا مساحت حاشیه به‌دست آید.



مساحت فرش (متر مربع) ۴×۳=۱۲

هر ۱۰۰ سانتی‌متر یک متر است. پس ۲۰ سانتی‌متر ۰/۲ متر است.

متر ۲۰÷۱۰۰=۰/۲

اگر بابت حاشیه از دو سر طول و عرض فرش ۰/۲ متر کم کنیم، طول و عرض قسمت سفید شکل به‌دست می‌آید.

۲×۰/۲=۰/۴

طول قسمت سفید ۴−۰/۴=۳/۶
عرض قسمت سفید ۳−۰/۴=۲/۶
} ⇐ مساحت قسمت سفید (متر مربع) ۳/۶×۲/۶=۹/۳۶

مساحت حاشیه‌ی فرش (متر مربع) ۱۲−۹/۳۶=۲/۶۴

۷۸۲- گزینه‌ی ۱ محیط شکل از محیط مستطیلی به ابعاد ۵۱ و ۳۱ به‌دست می‌آید:

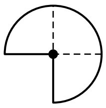
عرض ۲۲/۲۵+۸/۷۵=۳۱
محیط شکل (میلی‌متر) (۵۱+۳۱)×۲=۱۶۴
سانتی‌متر ۱۶۴÷۱۰=۱۶/۴

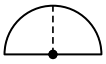
۷۸۳- گزینه‌ی ۲ با دقّت در هر دو شکل متوجّه می‌شویم اختلاف محیطی که بیان شده است به اندازه‌ی $\frac{۱}{۴}$ محیط دایره است. بنابراین محیط دایره ۱۲۵۶۰ میلی‌متر است. (۳۱۴۰×۴=۱۲۵۶۰)

محیط دایره (متر) ۱۲۵۶۰÷۱۰۰۰=۱۲/۵۶
قطر دایره (متر) ۱۲/۵۶÷۳/۱۴=۴
شعاع (متر) ۴÷۲=۲

با توجه به شکل، اختلاف مساحت دو شکل معادل ربع دایره است.

اختلاف مساحت دو شکل (متر مربع) $\overset{۱}{\cancel{۲}}\times\overset{۱}{\cancel{۲}}\times ۳/۱۴\times\frac{۱}{\underset{۱}{\underset{\cancel{۲}}{\cancel{۴}}}}=۳/۱۴$





۷۸۴- گزینه‌ی ۱ وقتی عددی را ۷ برابر می‌کنیم در واقع ۶ برابر به آن افزوده‌ایم پس ۰/۸۴ اضافه شده معادل ۶ برابر افزایش است. بنابراین با تقسیم ۰/۸۴÷۶ عدد اصلی (۰/۱۴) پیدا می‌شود که اختلاف آن با ۰/۵ برابر است با ۰/۳۶=۰/۱۴−۰/۵.

۷۸۵- گزینه‌ی ۱

جرم ۳ کیسه = جرم ۴ کیسه − جرم ۷ کیسه

۱۰/۲۵−۶/۵=۳/۷۵
جرم هر کیسه ۳/۷۵÷۳=۱/۲۵
جرم ۴ کیسه ۱/۲۵×۴=۵
جرم سبد ۶/۵−۵=۱/۵

۷۸۶- گزینه‌ی ۳ ابتدا جرم نصف روغن را به‌دست می‌آوریم:

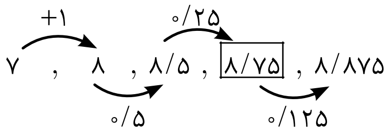
جرم نصف روغن ۳/۹۴−۲/۱۹=۱/۷۵
جرم کلّ روغن ۱/۷۵×۲=۳/۵
جرم ظرف خالی ۳/۹۴−۳/۵=۰/۴۴

۷۸۷- گزینه‌ی ۳ از آن‌جا که ۲/۷۵ کیلوگرم جای‌گزین نیمه‌ی دیگر بلوک سیمانی است، پس

نیمه‌ی بلوک +۲/۷۵= بلوک سیمانی

جرم بلوک $=۲\times۲/۷۵=۵/۵۰=۵\frac{۱}{۲}$ کیلوگرم

۷۸۸- گزینه‌ی ۲ به عدد اول یک واحد، به عدد بعدی نصف یک واحد (یعنی ۰/۵) و به عدد بعدی نصف ۰/۵ (یعنی ۰/۲۵) اضافه شده است.

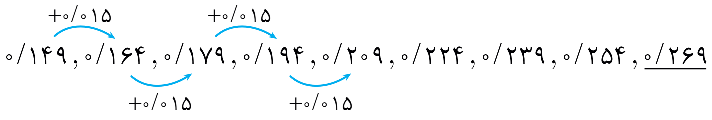


۷ , ۸ , ۸/۵ , $\boxed{۸/۷۵}$, ۸/۸۷۵

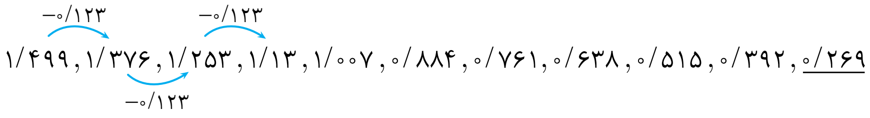
۷۸۹- گزینه‌ی ۲ طبق الگوی داده شـده، از عدد سـوم به بعد، هر عدد برابر با مجموع دو عدد قبلی خود اسـت. با این الگو یازدهمین عدد را به‌دست می‌آوریم.

عدد اوّل : ۲/۲۵
عدد دوم : ۲/۲۵
عدد سوم : ۲/۲۵+۲/۲۵=۴/۵
عدد چهارم : ۴/۵+۲/۲۵=۶/۷۵
عدد پنجم : ۶/۷۵+۴/۵=۱۱/۲۵
عدد ششم : ۶/۷۵+۱۱/۲۵=۱۸
عدد هفتم : ۱۸+۱۱/۲۵=۲۹/۲۵
عدد هشتم : ۱۸+۲۹/۲۵=۴۷/۲۵
عدد نهم : ۲۹/۲۵+۴۷/۲۵=۷۶/۵
عدد دهم : ۷۶/۵+۴۷/۲۵=۱۲۳/۷۵
عدد یازدهم : ۱۲۳/۷۵+۷۶/۵=۲۰۰/۲۵

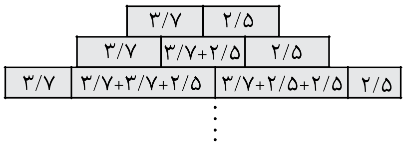
۷۹۰- گزینه‌ی ۱ رابطه‌ی هر الگو را پیدا می‌کنیم و الگوها را ادامه می‌دهیم.



۰/۱۴۹ , ۰/۱۶۴ , ۰/۱۷۹ , ۰/۱۹۴ , ۰/۲۰۹ , ۰/۲۲۴ , ۰/۲۳۹ , ۰/۲۵۴ , <u>۰/۲۶۹</u>



۱/۴۹۹ , ۱/۳۷۶ , ۱/۲۵۳ , ۱/۱۳ , ۱/۰۰۷ , ۰/۸۸۴ , ۰/۷۶۱ , ۰/۶۳۸ , ۰/۵۱۵ , ۰/۳۹۲ , <u>۰/۲۶۹</u>



۷۹۱- گزینه‌ی ۱ می‌توانیم عددهای شکل را به این‌صورت بنویسیم:

جمع ردیف ۱: ۱×۳/۷+۱×۲/۵

جمع ردیف ۲: ۲×۳/۷+۲×۲/۵

جمع ردیف ۳: ۴×۳/۷+۴×۲/۵

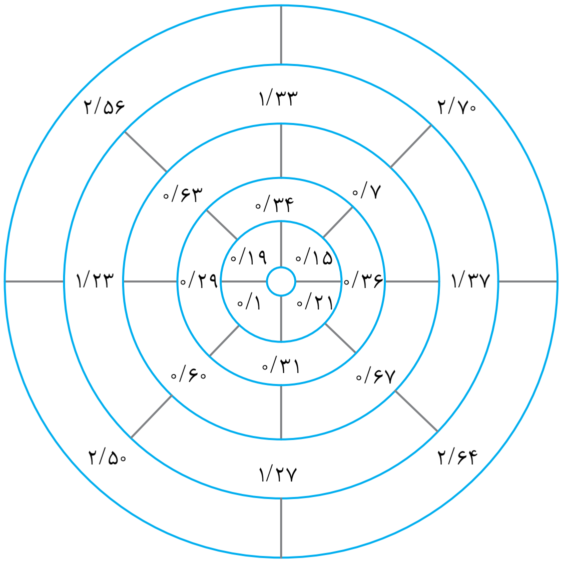
⋮

به همین ترتیب تعداد ۳/۷ و ۲/۵ها در هر ردیف ۲ برابر تعداد آن‌ها در ردیف قبلی است.

ردیف	تعداد ۳/۷ و ۲/۵
اول	۱
دوم	۲
سوم	۴
چهارم	۸
پنجم	۱۶
ششم	۳۲
هفتم	۶۴

جمع ردیف هفتم: (۶۴×۳/۷)+(۶۴×۲/۵)=۳۹۶/۸

۷۹۲- گزینه‌ی ۲



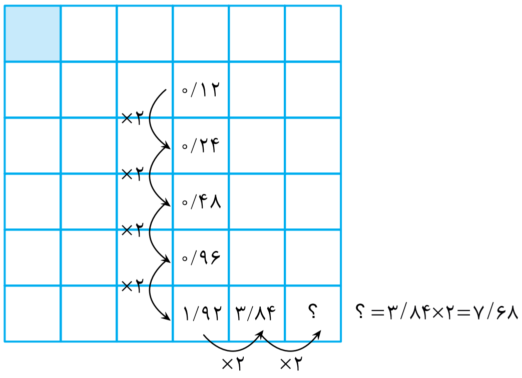
راه‌حل اوّل: با توجه به الگوی شکل، حاصل‌جمع هر دو عدد روی دو تکه‌ی کنار هم را روی تکه‌ی بیرونی و چسبیده به دو تکه‌ی اولیه می‌نویسیم. اگر الگو را تکمیل کنیم، به شکل روبه‌رو می‌رسیم. حاصل‌جمع همه‌ی اعداد برابر ۲۰/۱۵ است.

۰/۶۵+۱/۳+۲/۶+۵/۲+۱۰/۴=۲۰/۱۵

راه‌حل دوّم: الگوی عددی حاصل‌جمع ۴ عدد روی یک دور به این صورت است: حاصل‌جمع ۴ عدد روی یک دور، دو برابر حاصل‌جمع ۴ عدد دور داخلی است. به طور مثال حاصل ۱/۳=۰/۳۴+۰/۳۶+۰/۳۱+۰/۲۹، دو برابر حاصل‌جمع ۰/۶۵=۰/۱۹+۰/۱۵+۰/۲۱+۰/۱ است. پس حاصل‌جمع کل برابر است با

۰/۶۵+(۰/۶۵×۲)+(۰/۶۵×۴)+(۰/۶۵×۸)+(۰/۶۵×۱۶)=۲۰/۱۵

۷۹۳- گزینه‌ی ۱ بـا توجّه بـه مربّع اولیّه، اعداد از چپ به راسـت و بالا به پایین در عدد ۲ ضرب می‌شـوند و مقدار خانه‌ی بعدی سـاخته می‌شود. با توجه به این نکته، مقدار (؟) را می‌یابیم:



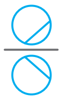
فصل چهارم

تقارن و مختصات

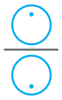
پاسخ‌های تشریحی

۷۹۴- گزینه‌ی ۲ اصلاح‌شده‌ی گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) در شکل‌های زیر رسم شده است.

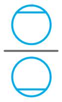
گزینه‌ی (۴):



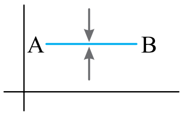
گزینه‌ی (۳):



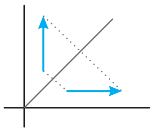
گزینه‌ی (۱):



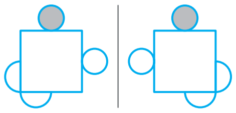
۷۹۵- گزینه‌ی ۲ با رسم شکل مشخص می‌شود که گزینه‌ی (۲) حاصل می‌شود.



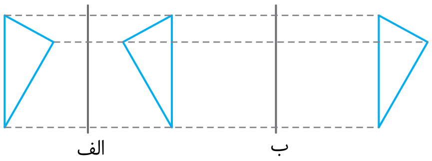
۷۹۶- گزینه‌ی ۲ با رسم شکل مشخص می‌شود که گزینه‌ی (۲) پدید می‌آید.



۷۹۷- گزینه‌ی ۳ (ج) و (د) نسبت به محور عمودی متقارن هستند.

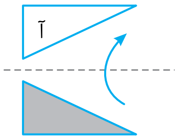


۷۹۸- گزینه‌ی ۱ قرینه‌ی شکل را نسبت به دو خط (الف) و (ب) به‌دست می‌آوریم:

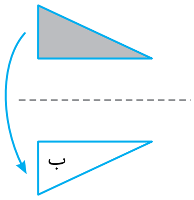


۷۹۹- گزینه‌ی ۴ گزینه ها را بررسی می‌کنیم:

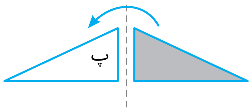
گزینه‌ی (۱): نسبت به نقطه‌چین قرینه است.



گزینه‌ی (۲): قرینه است.

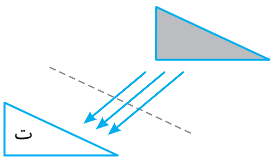


گزینه‌ی (۳): قرینه است.

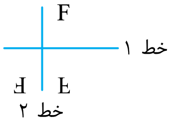


گزینه‌ی (۴): قرینه نیست.

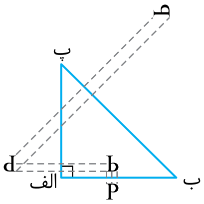
(همان مثلّث رنگی است و فقط جابه‌جا شده)



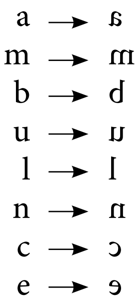
۸۰۰- گزینه‌ی ۲ با رسم قرینه‌ی شکل در مرحله‌ی اول نسبت به خط (۱) و در مرحله‌ی دوم نسبت به خط (۲)، شکل گزینه‌ی (۲) حاصل می‌شود.



۸۰۱- گزینه‌ی ۴ بهتر است مراحل سؤال را به ترتیب و دقیق رسم کنیم تا شکل نهایی نمایان شود.

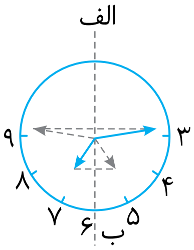


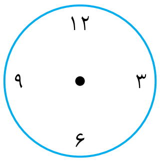
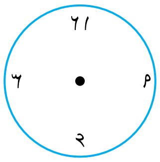
۸۰۲- گزینه‌ی ۲ اگر از داخل ماشین به کلمه نگاه کنیم، هر یک از حروف آن به شکل زیر می‌شود.



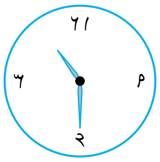
که فقط در گزینه‌ی (۲) این شکل‌ها رعایت شده‌اند.

۸۰۳- گزینه‌ی ۴ ابتدا ساعت ′۷:۱۳ را رسم کرده و سپس عقربه‌ها را نسبت به پاره‌خط «الف ب» قرینه می‌کنیم. ساعت قرینه شده ′۴:۴۷ را نشان می‌دهد.

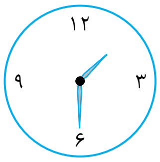


۸۰۴- گزینه‌ی ۲ تصویر ســاعت  در آینه به‌صورت  اســت. پس گزینه‌ی (۴) نادرست است چون عدد ۶ در آینه تغییر نکرده است. برای به‌دست آوردن تصویر آینه‌ای یک شکل، آن را نسبت به یک خطّ عمودی قرینه می‌کنیم:

گزینه‌ی (۲):



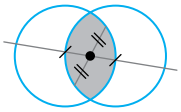
تصویر ساعت '۱:۳۰ در آینه



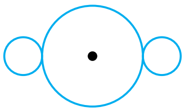
ساعت '۱:۳۰

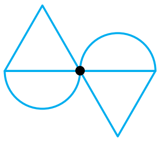
۸۰۵- گزینه‌ی ۱ وقتی ساعت را روبه‌روی آینه قرار داده و تصویر آن را در آینه می‌بینیم، مانند این است که عقربه‌ها را نسبت به قطر عمودی ساعت قرینه کنیم. از بین همه‌ی زمان‌ها، فقط قرینه‌ی ساعت‌های ۱۲:۰۰ و ۶:۰۰ نسبت به قطر عمودی، برابر خودشان است.

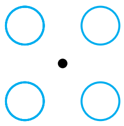
۸۰۶- گزینه‌ی ۳ شکل‌های (۱)، (۲) و (۴) محور تقارن دارند. اما مرکز تقارن ندارند. مرکز تقارن گزینه‌ی (۳) معلوم است.



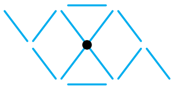
۸۰۷- گزینه‌ی ۴ شکل گزینه‌ی (۴) با چرخش °۱۸۰ حول نقطه‌ی وسط پاره‌خط، روی خودش منطبق نمی‌شود. اما بقیّه‌ی شکل‌ها با چرخش حول نقطه‌های نشان داده شده، به اندازه‌ی °۱۸۰، روی خودشان منطبق می‌شوند.

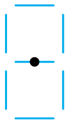






۸۰۸- گزینه‌ی ۳ مرکز تقارن شکل‌های گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) به‌صورت زیر نشان داده شده‌اند:

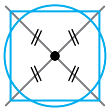

و

و


۸۰۹- گزینه‌ی ۴ شکل گزینه‌ی (۴) مانند یک مثلّث است و مثلّث تقارن مرکزی ندارد.

۸۱۰- گزینه‌ی ۳ حروف Z ، S ،O ،N ،I و H دارای مرکز تقارن هستند و تقارن مرکزی دارند.

۸۱۱- گزینه‌ی ۴ لوزی و متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن دارند. گزینه‌های (۱) و (۲) درست‌اند. گزینه‌ی (۳) هم درست است. می‌توانیم مربّع و دایره را طوری روی هم قرار دهیم که مرکز دایره و مربع روی هم باشند.



گزینه‌ی (۴) نادرست است. هیچ مثلّثی مرکز تقارن ندارد.

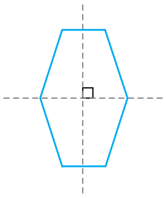
۸۱۲- گزینه‌ی ۳ گزینه‌ی (۱) نادرست است. چون زاویه‌ی موردنظر باید °۱۸۰ باشد.

گزینه‌ی (۲) نادرست است. مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن ندارد.

گزینه‌ی (۳) درست است. متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد امّا محور تقارن ندارد.

گزینه‌ی (۴) نادرست است. شکلی که دو محور تقارن عمود بر هم دارد، حتما مرکز تقارن هم دارد.

۸۱۳- گزینه‌ی ۴ مستطیل دو خطّ تقارن عمود بر هم دارد و خطّ تقارن دیگری هم ندارد. پس گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست هستند.

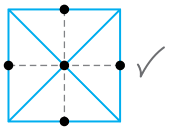


شکل روبه‌رو دو خطّ تقارن عمود بر هم دارد، اما چهارضلعی نیست. پس گزینه‌ی (۲) هم نادرست است.

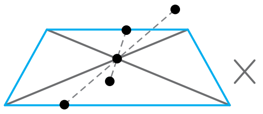
۸۱۴- گزینه‌ی ۱ برای کشیدن قرینه‌ی یک شکل نسبت به یک نقطه، از نقاط روی محیط شکل به آن نقطه وصل کرده و به اندازه‌ی خودش امتداد می‌دهیم. به این کار تقارن مرکزی و به آن نقطه مرکز تقارن می‌گویند.

شکل‌ها را رسم کرده، سپس قطرهای آن‌ها را رسم می‌کنیم:

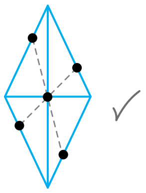
گزینه‌ی (۲) :



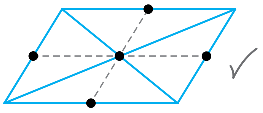
گزینه‌ی (۱) :



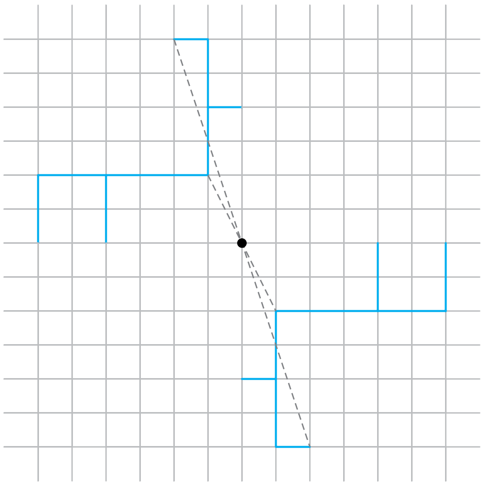
گزینه‌ی (۴) :



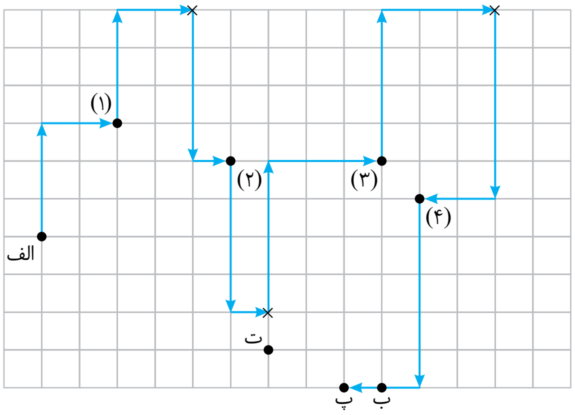
گزینه‌ی (۳) :



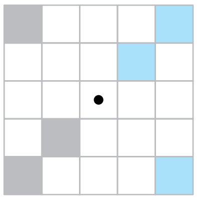
۸۱۵- گزینه‌ی ۲ قرینه‌ی شکل را نسبت به نقطه‌ی (ب) رسم می‌کنیم:



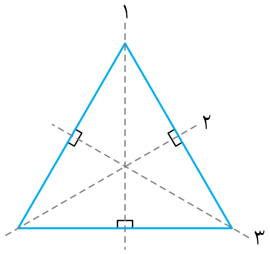
۸۱۶- گزینه‌ی **۳** با استفاده از روش مربّع شماری مسئله‌ها را حل می‌کنیم و به نقطه‌ی (پ) می‌رسیم.



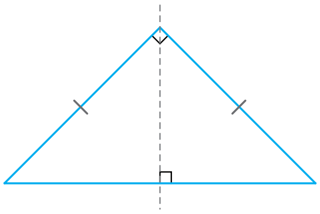
۸۱۷- گزینه‌ی **۳** قرینه‌ی مربع‌های رنگی را نســبت به نقطه‌ی داده شده به‌دست می‌آوریم. چون هیچ‌کدام از مربّع‌های رنگی، نســبت به نقطه‌ی موردنظر، قرینه‌ی هم نیســتند، جواب همان سه مربّع است.



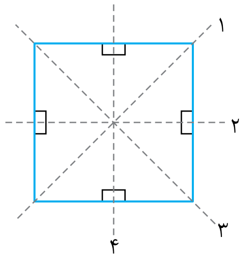
۸۱۸- گزینه‌ی **۲** همه‌ی مثلث‌های متساوی‌الاضلاع ۳ خط تقارن دارند.



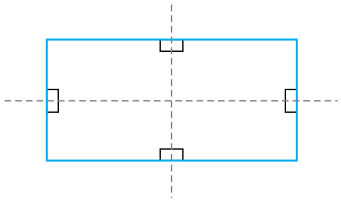
۸۱۹- گزینه‌ی **۳** مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین دو ضلع برابر و یک زاویه‌ی راست دارد.



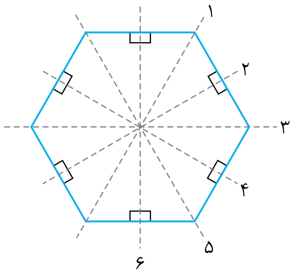
۸۲۰- گزینه‌ی **۲** هر مربع ۴ خط تقارن دارد.



۸۲۱- گزینه‌ی **۲** مستطیل دو محور تقارن دارد.

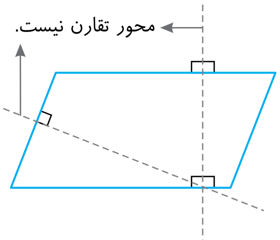


۸۲۲- گزینه‌ی ۱ هر شش‌ضلعی منتظم ۶ خط تقارن دارد.



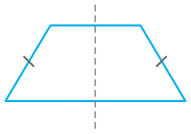
نکته: همه‌ی چندضلعی‌های منتظم به اندازه‌ی تعداد اضلاعشان، محور تقارن دارند.

۸۲۳- گزینه‌ی ۴ متوازی‌الاضلاع محور تقارن ندارد.

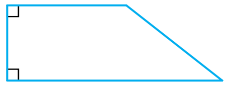


۸۲۴- گزینه‌ی ۲ سه نوع ذوزنقه‌ی مختلف می‌توان رسم کرد:

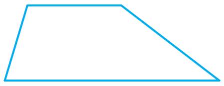
ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین



یک محور تقارن دارد.

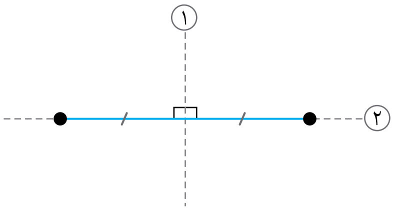


محور تقارن ندارد.



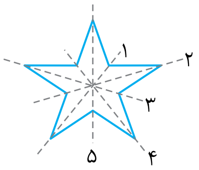
محور تقارن ندارد.

۸۲۵- گزینه‌ی ۲ در دو سر یک پاره‌خط دو نقطه قرار دارد که ادامه‌ی آن را محدود می‌کند. یک خط تقارن آن عمودمنصف و خط تقارن دیگر آن منطبق و روی پاره‌خط است.

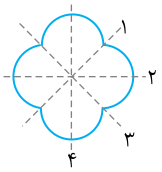


۸۲۶- گزینه‌ی ۴ خط‌های تقارن هر شکل را رسم کرده و می‌شماریم:

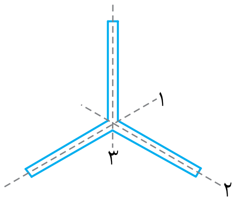
گزینه‌ی (۱) :



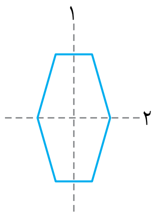
گزینه‌ی (۲) :



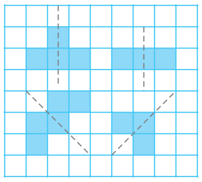
گزینه‌ی (۳) :



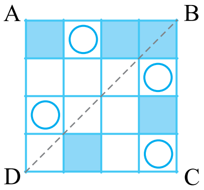
گزینه‌ی (۴) :



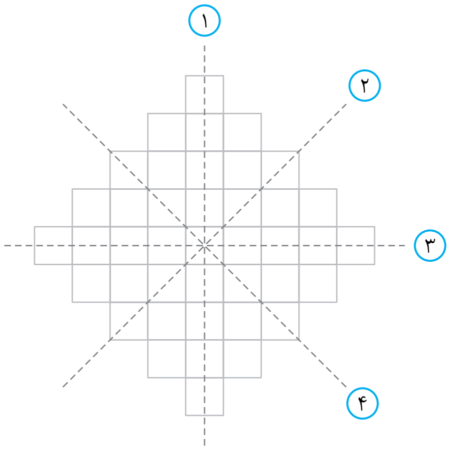
۸۲۷- گزینه‌ی ۴ همه‌ی شکل‌های سؤال خط تقارن دارند.

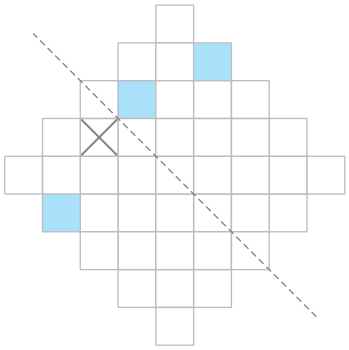


۸۲۸- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل می‌بینیم برای این‌که BD محور تقارن شود باید ۴ خانه‌ی علامت خورده رنگ شوند.

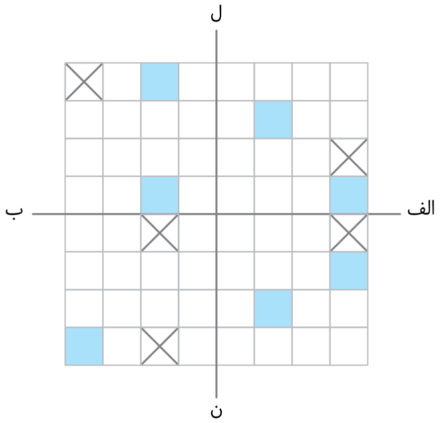


۸۲۹- گزینه‌ی ۱ این شکل اگر رنگی نبود، ۴ محور تقارن داشت. حالا اگر محور شماره‌ی (۴) را محور تقارن شکل رنگ شده در نظر بگیریم، تنها کافی است تا ۱ مربّع دیگر را رنگ کنیم.

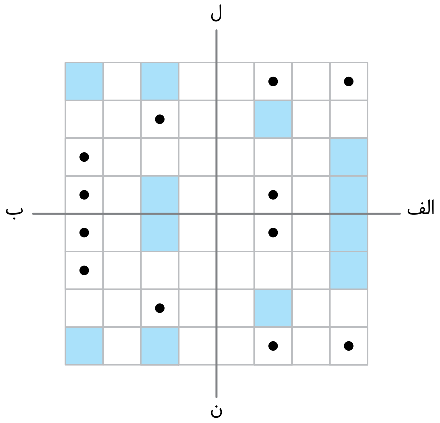




۸۳۰- گزینه‌ی ۴ ابتدا شـکل را طوری رنگ‌آمیزی می‌کنیم که نسبت به خطّ (الف ب) متقارن باشد، مربّع‌های رنگی جدید را با ☒ نشان می‌دهیم.



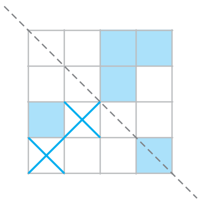
حالا شکل نسبت به (الف ب) متقارن است. امّا نسبت به (ل ن) متقارن نیست. دوباره شکل را طوری رنگ می‌کنیم که نسـبت به (ل ن) متقارن شـود. مربّع‌های رنگی جدید را با ● نشان می‌دهیم.



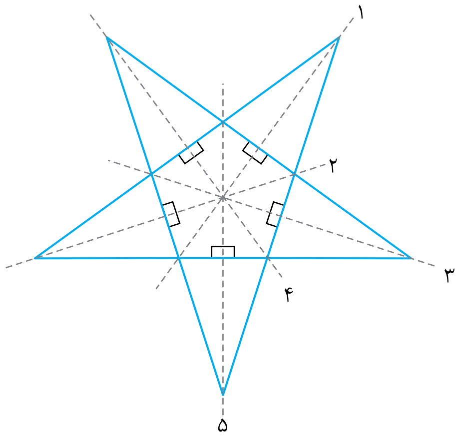
حالا شکل هم نسبت به (الف ب) و هم نسبت به (ل ن) متقارن است. در کل ۲۴ تا از ۶۴ مربع رنگ شده است.

$$\frac{۲۴}{۶۴}=\frac{۳}{۸}$$

۸۳۱- گزینه‌ی ۲ خـطّ تقارنی که به کم‌تریـن تعداد مربّع رنگی نیاز دارد به‌صورت زیر اسـت. مربّع‌های رنگی جدید، با ☒ مشخّص شده‌اند که ۲ تا هستند.

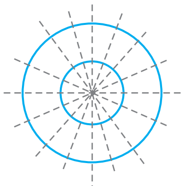


۸۳۲- گزینه‌ی **۴** خطوط تقارن ســتاره دقیقــاً همان خطوط تقــارن پنج‌ضلعی منتظم هستند.



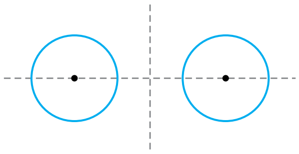
۸۳۳- گزینه‌ی **۳** شکل‌های هر گزینه را رسم کرده و تعداد خط‌های تقارن را می‌شماریم:

گزینه‌ی (۱) :



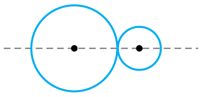
«بی‌شمار خط تقارن دارد.»

گزینه‌ی (۲) :



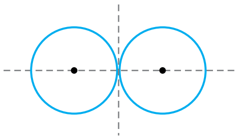
«دو خط تقارن دارد.»

گزینه‌ی (۳) :



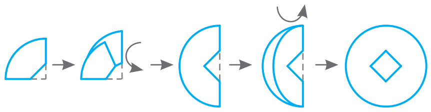
«یک خط تقارن دارد.»

گزینه‌ی (۴) :

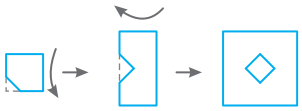


«دو خط تقارن دارد.»

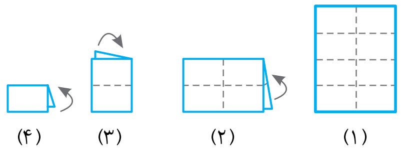
۸۳۴- گزینه‌ی **۳** تاهای زده شده روی دایره را از آخر به اول باز می‌کنیم:



۸۳۵- گزینه‌ی **۳** تاهای زده شده را از آخر به اول باز می‌کنیم:



۸۳۶- گزینه‌ی **۴** تاهای زده شده را از آخر به اول باز می‌کنیم:



نکته: اگر کاغذ را روی خط تقارن عمودی و افقی به هر ترتیب دلخواه و به تعداد ☐ بار تا کنیم، همیشه تعداد بخش‌های به وجود آمده در شکل باز شده برابر است با:

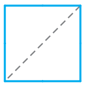
$$\underbrace{۲\times۲\times۲\times۲\times\cdots\times۲}_{\square\ \text{بار}}$$

۸۳۷- گزینه‌ی ۲ شکل‌های زیر خطوط ایجاد شده در هر مرحله از تا کردن را نشان می‌دهند.

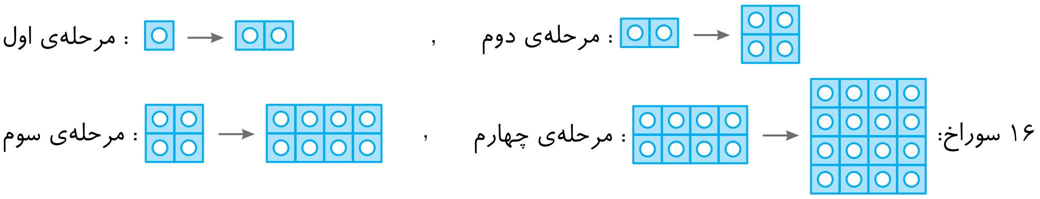

تازدن چهارم


تازدن سوم


تازدن دوم

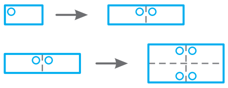

تازدن اول

۸۳۸- گزینه‌ی ۲ تای کاغذ را به صورت زیر باز می‌کنیم:

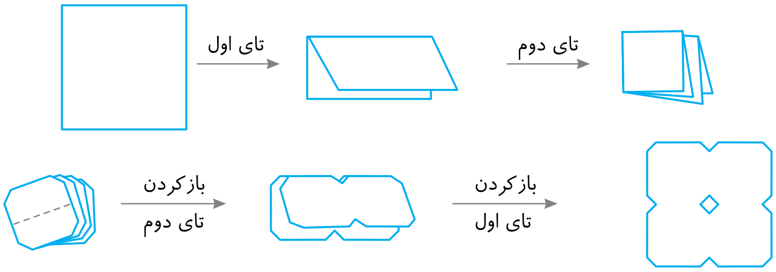


۸۳۹- گزینه‌ی ۱ مرحله‌ی اول که کاغذ را باز می‌کنیم به شکل روبه‌رو می‌شود:

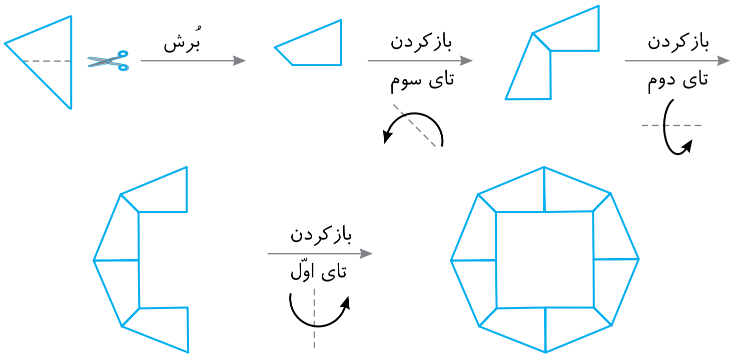
مرحله‌ی دوم که کاغذ را باز می‌کنیم به شکل روبه‌رو می‌شود:



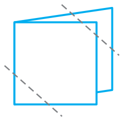
۸۴۰- گزینه‌ی ۴ کاری که رستا کرد، به‌صورت زیر است:

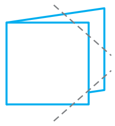


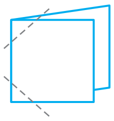
۸۴۱- گزینه‌ی ۲ دوباره از آخر به اول تاهای انجام‌شده را باز می‌کنیم.



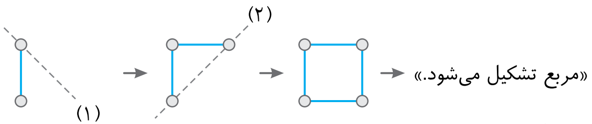
۸۴۲- گزینه‌ی ۳ نمی‌توان کاغذ را دوبار تا کرد. گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) به‌صورت زیر ساخته می‌شوند. خط‌چین‌ها محلّ برش را نشان می‌دهند.

گزینه‌ی (۴):


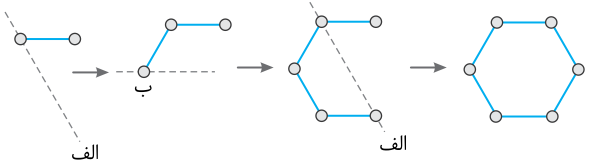
گزینه‌ی (۲):


گزینه‌ی (۱):


۸۴۳- گزینه‌ی ۱ خط‌های تقارن برای ساخت یک چهارضلعی در شکل زیر نشان داده شده است:

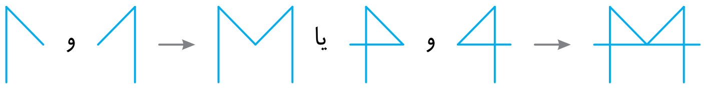


برای ساختن شش ضلعی به صورت زیر عمل می‌کنیم:

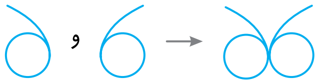


برای ساخت شش ضلع ۲ خط تقارن و سه بار قرینه کردن نیاز داریم.

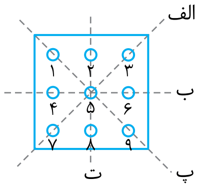
۸۴۴- گزینه‌ی ۲ هر شکل حاصل قرینه‌ی یک عدد به زبان انگلیسی است.



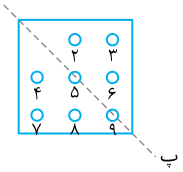
پس در ششمین بار باید عدد ۶ قرینه شود.



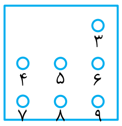
۸۴۵- گزینه‌ی ۳ ابتدا خط‌های تقارن شکل را می‌کشیم و سپس با حذف کردن دایره‌ها، تقارن را از بین می‌بریم.



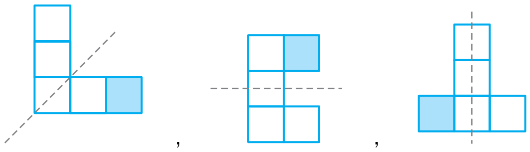
با برداشتن نقطه‌ی (۱) تقارن خط‌های (الف)، (ب) و (ت) از بین می‌رود.



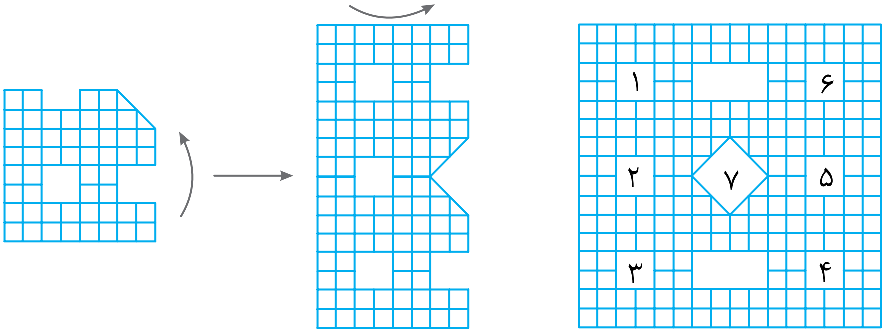
با برداشتن نقطه‌ی (۲) نیز تقارن خط (پ) از بین می‌رود.



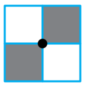
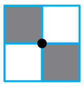
۸۴۶- گزینه‌ی ۳ مربّع پنجم را به ۳ حالت می‌توان کنار شکل قرار داد تا شکل حاصل محور تقارن داشته باشد.

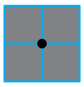


۸۴۷- گزینه‌ی ۴ تاهای زده را به ترتیب از آخر به اول باز می‌کنیم. اول تای افقی و سپس تای عمودی .

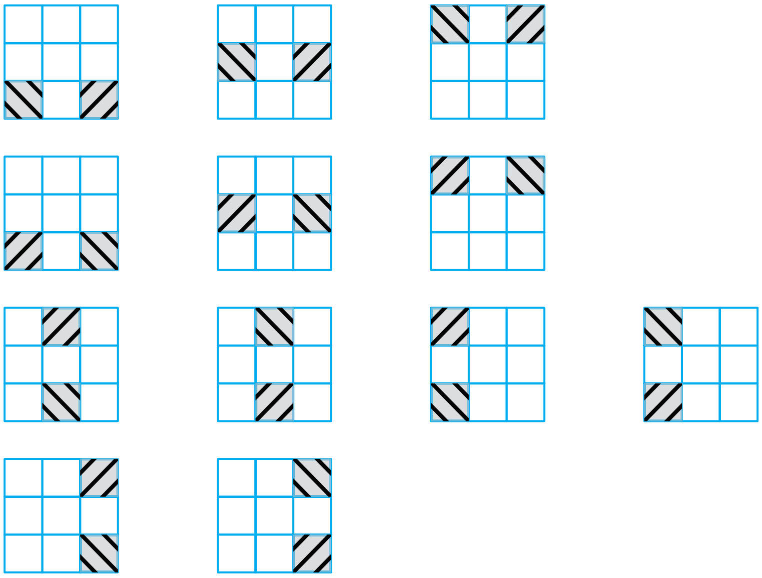


۸۴۸- گزینه‌ی ۳ می‌توانیم هیچ مربّعی را رنگ‌آمیزی نکنیم و شکل مرکز تقارن دارد. نمی‌توانیم با رنگ کردن یک مربّع، مرکز تقارن داشته باشیم.

با دو مربّع سیاه به دو حالت  و  نقطه‌ی موردنظر مرکز تقارن است. با سه مربّع سیاه، نقطه‌ی موردنظر نمی‌تواند مرکز تقارن باشد.

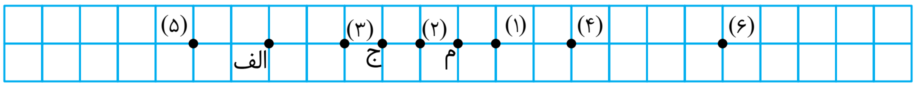
در نهایت می‌توان هر چهار مربّع را رنگ کرد و نقطه‌ی موردنظر مرکز تقارن باشد: 

۸۴۹- گزینه‌ی ۲ حالت‌ها عبارت‌اند از:



۸۵۰- گزینه‌ی ۳ در هیچ کدام از کارت‌ها وسط دو ضلع به هم وصل نشده یعنی کارت  وجود ندارد. پس گزینه‌ی (۳) ساخته نمی‌شود.

۸۵۱- گزینه‌ی ۱ با ۶ بار قرینه کردن نقطه، به روشی که در سؤال مطرح شده، به‌ترتیب به نقطه‌های (۱)، (۲)، (۳)، (۴)، (۵) و (۶) می‌رسیم:



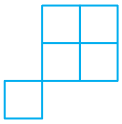
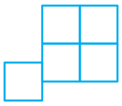
جدول زیر فاصله‌ی نقطه‌های به‌دست آمده را تا نقطه‌ی الف نشان می‌دهد.

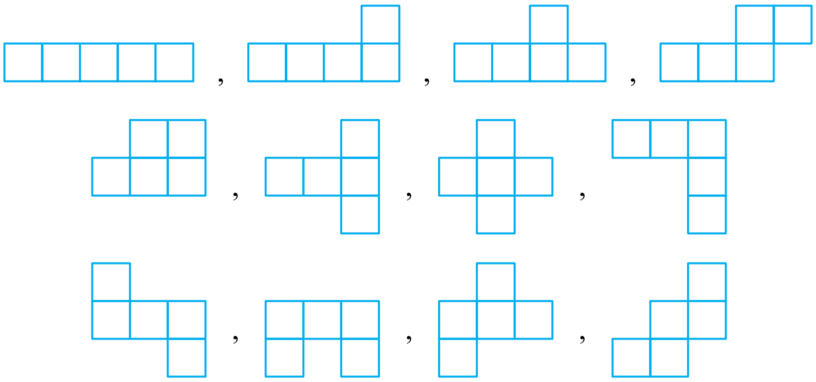
۶	۵	۴	۳	۲	۱	شماره‌ی نقطه‌های به‌دست آمده
۱۲	۲	۸	۲	۴	۶	فاصله‌ی نقطه‌ی به‌دست آمده تا نقطه‌ی الف

بین فاصله‌های به‌دست آمده، یک الگوی عددی وجود دارد.

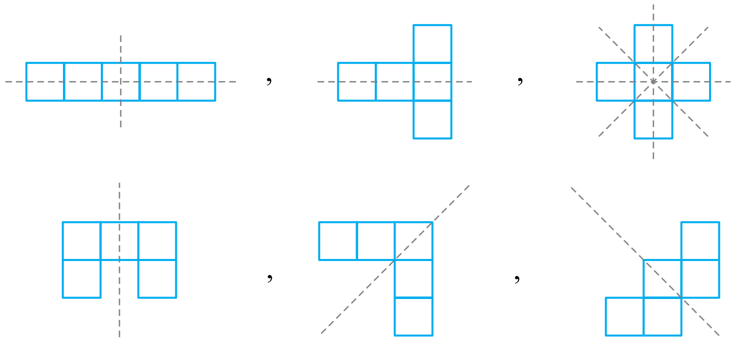
(۱) (۲) (۳) (۴) (۵) (۶)
۶ , ۴ , ۲ , ۸ , ۲ , ۱۲ , ...
+۴ +۴

در نقطه‌های با شماره‌ی زوج، فاصله برابر با ۲ برابر شماره‌ی الگوی قرینه کردن است. پس در نقطه‌ی ۲۰ام، فاصله برابر ۴۰=۲×۲۰ است.

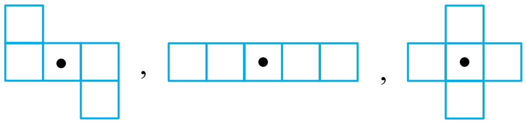
۸۵۲- گزینه‌ی ۳ با توجّه به صورت سؤال  و ، پنج مربّعی نیستند. همه‌ی پنج‌مربعی‌ها عبارت‌اند از:



۸۵۳- گزینه‌ی ۴ پنج مربعی‌های دارای خط تقارن:

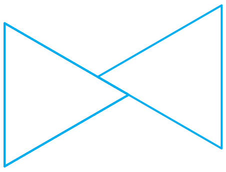


۸۵۴- گزینه‌ی ۳ پنج مربّعی‌های دارای مرکز تقارن:

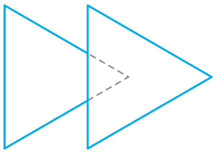


۸۵۵- گزینه‌ی ۴ با چرخاندن، جابه‌جاکردن و روی هم انداختن مثلّث‌ها می‌توان شکل‌های گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) را ساخت امّا هیچ‌گاه یک مربّع با کنار هم گذاشتن دو مثلّث متساوی‌الاضلاع ساخته نمی‌شود.

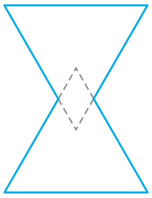
گزینه‌ی (۳):



گزینه‌ی (۲):

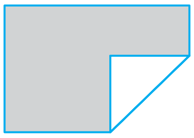


گزینه‌ی (۱):

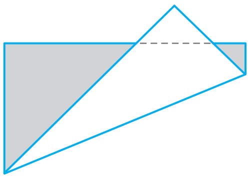


۸۵۶- گزینه‌ی ۲ تاشده‌ی گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) به‌صورت زیر است. رنگ پشت کاغذ سفید و رنگ روی آن خاکستری است.

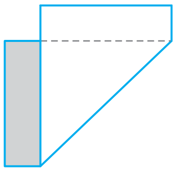
گزینه‌ی (۴):



گزینه‌ی (۳):

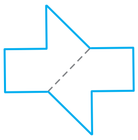


گزینه‌ی (۱):

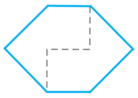


۸۵۷- گزینه‌ی ۳ شکل‌های گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) به‌صورت زیر ساخته می‌شوند.

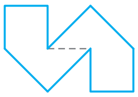
گزینه‌ی (۴):



گزینه‌ی (۲):

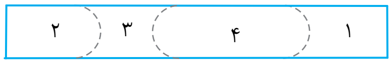


گزینه‌ی (۱):

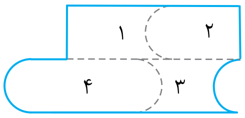


۸۵۸- گزینه‌ی ۴ گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) به‌صورت زیر ساخته می‌شوند. امّا گزینه‌ی (۴) را نمی‌توان ساخت.

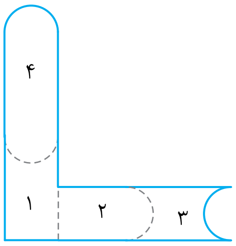
گزینه‌ی (۲):



گزینه‌ی (۱):

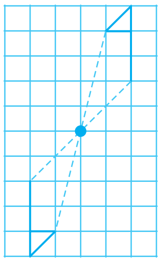


گزینه‌ی (۳):

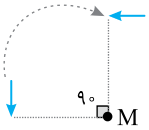


۸۵۹- گزینه‌ی ۴ با رسم شکل قابل تشخیص است.

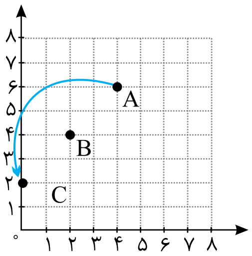
در ضمن وقتی شکلی ۱۸۰ درجه قرینه شود، شکلی مساوی و در خلاف جهت شکل قبلی ایجاد می‌شود.



۸۶۰- گزینه‌ی ۴ اگر با توجه به صورت سؤال، شکل را °۹۰ در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران دهیم، شکل گزینه‌ی (۴) پدید می‌آید.

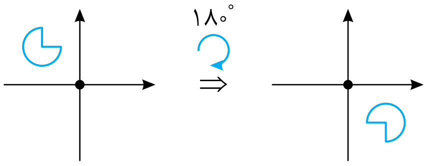


۸۶۱- گزینه‌ی ۱ با توجه به صورت سؤال و رسم شکل، نقطه در مختصات $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix}$ قرار می‌گیرد.

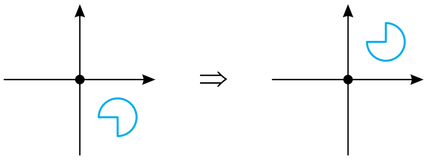


۸۶۲- گزینه‌ی ۴ با چرخش °۱۸۰ شکل در جهت حرکت عقربه‌های ساعت، شکل گزینه‌ی (۴) پدید می‌آید.

۸۶۳- گزینه‌ی ۴ ابتدا شکل حاصل از دوران را می‌یابیم.

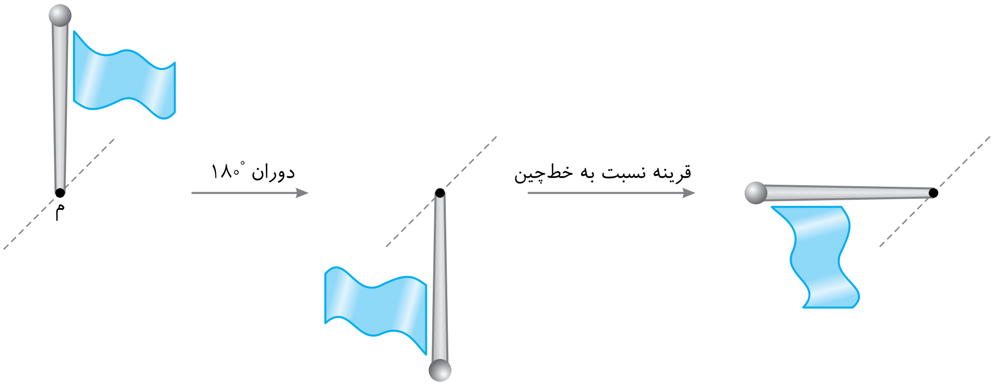


حال نسبت به محور افقی قرینه می‌کنیم:

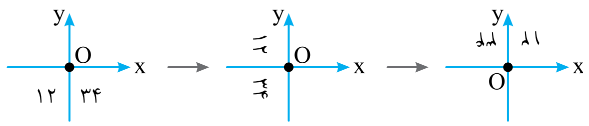


۸۶۴- گزینه‌ی ۱ تصویر هر یک ساعت، یک دور کامل می‌چرخد. پس در ساعت ۲:۰۰ هم به شکل همین تصویر سؤال خواهد بود. امّا در ساعت ′۲:۱۵، ربع ساعت گذشته و شکل به اندازه‌ی ربع °۳۶۰ می‌چرخد، یعنی ۳۶۰÷۴=۹۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد و شکل گزینه‌ی (۱) ساخته می‌شود.

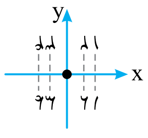
۸۶۵- گزینه‌ی ۳ مراحل دوران و قرینه کردن را در زیر می‌نویسیم:



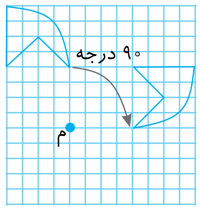
۸۶۶- گزینه‌ی ۴ مطابق شکل برای چرخش ۱۸۰ درجه ۲ بار چرخش ۹۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت انجام می‌دهیم:



حال نسبت به محور x قرینه می‌کنیم:



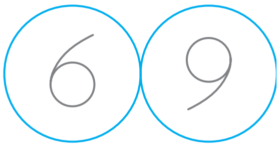
۸۶۷- گزینه‌ی ۳ با چرخاندن شکل به اندازه‌ی °۹۰ حول (م) گزینه‌ی ۳ پدید می‌آید.

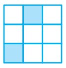


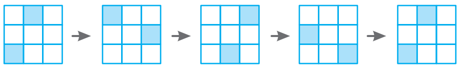
۸۶۸- گزینه‌ی ۳ اگر شـکل را ۲۷۰ درجه (یعنی ۳ تا ۹۰ درجه) در جهت عقربه‌های سـاعت حول نقطه‌ی «م» بچرخانیم؛ شـکل دوران‌یافته مانند شکل گزینه‌ی (۳) خواهد بود.

۸۶۹- گزینه‌ی ۱ در گزینه‌های (۲) و (۴) که ترتیب حروف کنار هم درست نیست. در گزینه‌ی (۳) جهت علامت ـِـ زیر حرف «ی» نادرست است.

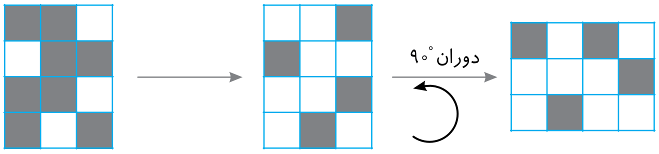
۸۷۰- گزینه‌ی ۱ سکّه‌ی بالایی هم ۹۰ درجه به دور خود می‌چرخد و هم ۹۰ درجه به دور سکه پایینی پس دوران ۱۸۰ درجه خواهد داشت.



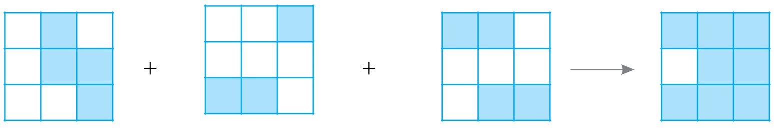
۸۷۱- گزینه‌ی ۳ شکل  را چند بار به اندازه‌ی ۹۰ درجه و حول مرکز شکل در جهت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم:


گزینه‌ی (۳)

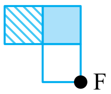
۸۷۲- گزینه‌ی ۴ کافی است خانه‌های رنگی شکل را سفید و خانه‌های سفید آن را رنگی کنیم و شکل حاصل را ۹۰ درجه دوران دهیم.



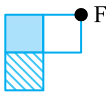
۸۷۳- گزینه‌ی ۳ در بهترین حالت‌هایی که این سه صفحه روی هم قرار می‌گیرند، تنها ۸ خانه‌ی رنگی وجود خواهد داشت. یکی از این حالت‌ها به‌صورت زیر است:


شکل (الف)　دوران‌یافته‌ی شکل (ب) به اندازه‌ی °۹۰ و در جهت ↻　دوران‌یافته‌ی شکل (پ) به اندازه‌ی °۹۰ و در جهت ↻

۸۷۴- گزینه‌ی ۳ اگر شکل را ۹۰ درجه در خلاف جهت عقربه‌های ساعت حول F بچرخانیم:

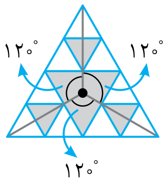


و اگر شکل را ۹۰ درجه‌ی دیگر بچرخانیم:



۸۷۵- گزینه‌ی ۴ شکل از ۸ بخش ساخته شده است. امّا این ۸ بخش با هم مساوی نیستند. در اینجا رنگ یکسان ندارند. در این حالت‌ها اگر شکل تقارن مرکزی داشته باشد (که در اینجا دارد)، با ۱۸۰° دوران حول مرکز روی خودش منطبق می‌شود.

۸۷۶- گزینه‌ی ۳ ابتدا مرکز شکل را پیدا می‌کنیم و از آن به رأس‌های شکل وصل می‌کنیم. در اینجا سه زاویه‌ی برابر ساخته می‌شود که اندازه‌ی هر کدام $\frac{۳۶۰}{۳}=۱۲۰^\circ$ است. این شکل با اندازه‌ای کم‌تر از ۱۲۰° چرخش روی خودش منطبق نمی‌شود.



۸۷۷- گزینه‌ی ۴ شکل تقارن چرخشی دارد. چون می‌توان آن‌را به ۴ بخش مساوی تقسیم کرد. برای پیدا کردن زاویه‌ی دوران مناسب، ۳۶۰ را بر ۴ تقسیم می‌کنیم:

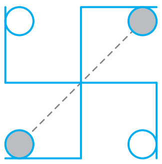
$$۳۶۰\div۴=۹۰^\circ$$

۸۷۸- گزینه‌ی ۲ شکل را می‌توان به ۸ ناحیه‌ی مساوی چسبیده به هم تقسیم کرد. پس برای آن‌که کم‌ترین زاویه‌ی دوران که شکل روی خودش بیفتد را بیابیم، ۳۶۰ را بر تعداد ناحیه‌ها تقسیم می‌کنیم:

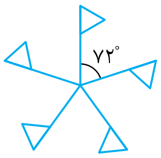
$$۳۶۰\div۸=۴۵^\circ$$

۸۷۹- گزینه‌ی ۲ هر گزینه را بررسی می‌کنیم:

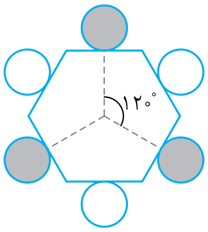
گزینه‌ی (۱): یکی از محورهای تقارن را رسم کردیم. شکل را باید ۱۸۰° بچرخانیم.



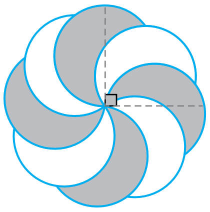
گزینه‌ی (۲): شکل را باید ۷۲° بچرخانیم.



گزینه‌ی (۳): شکل را باید ۱۲۰° بچرخانیم.



گزینه‌ی (۴): شکل را باید ۹۰° بچرخانیم.

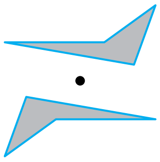


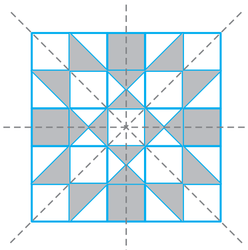
در نتیجه گزینه‌ی (۲) درست است.

۸۸۰- گزینه‌ی ۳ شکل تقارن چرخشی دارد و با $\frac{۳۶۰}{۸}=۴۵$ درجه چرخش حول مرکز روی خودش منطبق می‌شود.

نکته: اگر شکلی با دوران به اندازه‌ی هر زاویه‌ی معیّن روی خودش بیفتد، با دوران به اندازه‌ی تمام مضرب‌های آن زاویه نیز روی خودش می‌افتد. ۱۳۵° و ۹۰° مضرب‌های ۴۵° هستند امّا ۶۰° مضرب آن نیست.

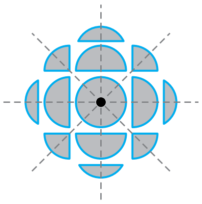
۸۸۱- گزینه‌ی ۲ شکل محور تقارن ندارد. همه‌ی شکل‌هایی که مرکز تقارن دارند، حتما تقارن چرخشی هم دارند.





۸۸۲- گزینه‌ی ۴ محورهای تقارن شـکل به‌صورت زیر هستند. شکل تقارن چرخشی و تقارن مرکزی دارد و با ۹۰ درجه دوران حول مرکز تقارن، بر خودش منطبق می‌شود.

۸۸۳- گزینه‌ی ۳ شکل تقارن چرخشی دارد و حدّاقل با ۱۲۰ درجه چرخش حول مرکز، روی خودش منطبق می‌شود. پس با $۱۲۰×۲=۲۴۰^\circ$ هم روی خودش منطبق می‌شود. پس با چرخش به اندازه‌ی دو زاویه‌ی کوچک‌تر از ۳۶۰° روی خودش منطبق می‌شود.



۸۸۴- گزینه‌ی ۴ محورهای تقارن و مرکز تقارن شکل را رسم می‌کنیم. چون هر شکلی که مرکز تقارن دارد، حتما تقارن چرخشـــی هم دارد، عبارت‌های (الف)، (ب) و (پ) درســـت هستند. شکل با $۳۶۰÷۴=۹۰^\circ$ دوران حول مرکز، روی خودش منطبق می‌شود. پس با دوران، با زاویه‌های به اندازه‌ی همه‌ی مضرب‌های ۹۰° هم روی خودش منطبق می‌شود. ۱۱۷۰° نیز مضرب ۹۰° است.

$۱۱۷۰=۹۰×۱۳$

۸۸۵- گزینه‌ی ۱ تقارن ناحیه‌های رنگی شـش ضلعی نسـبت به مرکز روی هم نمی‌افتد. پس (الف) نادرست است. قسمت (ب) هم نادرست است. شکل اصلا محور تقارن ندارد. شکل تقارن چرخشی دارد، امّا با ۶۰° دوران روی خودش منطبق نمی‌شود. پس (پ) هم نادرست است.

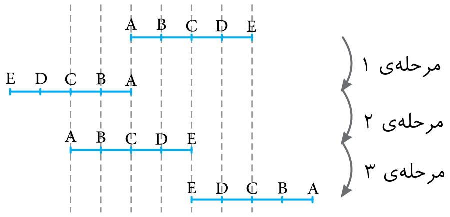
۸۸۶- گزینه‌ی ۱ شـکل تقارن چرخشـــی دارد و چون هشت گوشه‌ی مسـاوی دارد، با چرخش به اندازه‌ی حداقل $\frac{۳۶۰}{۸}=۴۵^\circ$ حول نقطه‌ی مشـخّص شـده، روی خودش منطبق می‌شـود. پس در همه‌ی مضرب‌های ۴۵° نیز روی خودش منطبق خواهد شد. حالا باید تعداد مضرب‌های ۴۵ را از ۵ تا ۱۰۰۰ پیدا کنیم. کافی است ۱۰۰۰ را بر ۴۵ تقسیم بدون اعشار کنیم.

۱۰۰۰ | ۴۵

۹۹۰ | ۲۲ ← ۲۲تا عددمضرب۴۵،از۵تا ۱۰۰۰ داریم.

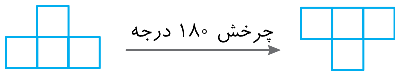
۱۰

۸۸۷- گزینه‌ی ۴ مرحله به مرحله شکل را دقیق رسم می‌کنیم:

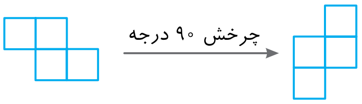


با توجه به شکل، نقطه‌ی D در همان نقطه‌ای قرار می‌گیرد که در آغاز قرار داشته است.

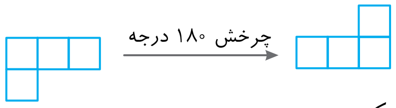
۸۸۸- گزینه‌ی ۴ شکل گزینه‌ی (۱) را می‌توان با چرخش ۱۸۰ درجه به شکل (الف) تبدیل کرد:



شکل گزینه‌ی (۲) را می‌توان با چرخش ۹۰ درجه به شکل (ب) تبدیل کرد:

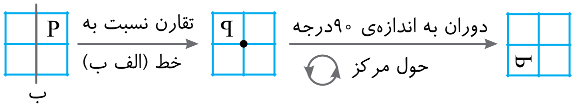


شکل گزینه‌ی (۳) را می‌توان با یک چرخش ۱۸۰ درجه به شکل (ج) تبدیل کرد:

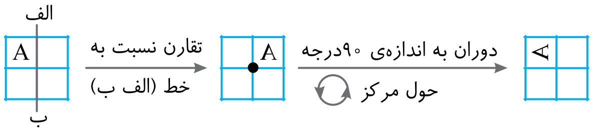


در نتیجه شکل گزینه‌ی (۴) را نمی‌توان با هیچ چرخشی به یکی از ۳ شکل (الف)، (ب) و (ج) تبدیل کرد.

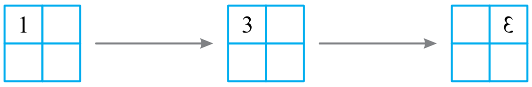
۸۸۹- گزینه‌ی ۲ یکی از راه‌های تبدیل جدول (۱) به جدول (۲) به صورت زیر است:



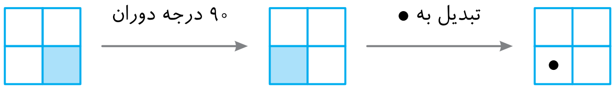
حالا برای جدول (۳) همین کار را تکرار می‌کنیم.



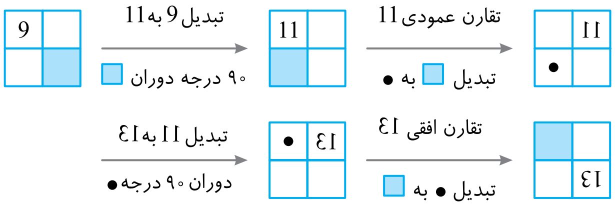
۸۹۰- گزینه‌ی ۳ در هر شـکل فقط عددهای فرد دیده می‌شـوند. به‌ترتیب عددها نسبت به خطّ عمودی و سپس نسبت به خطّ افقی و دوباره نسبت به خطّ عمودی و سپس نسبت به خط افقی قرینه شده‌اند.



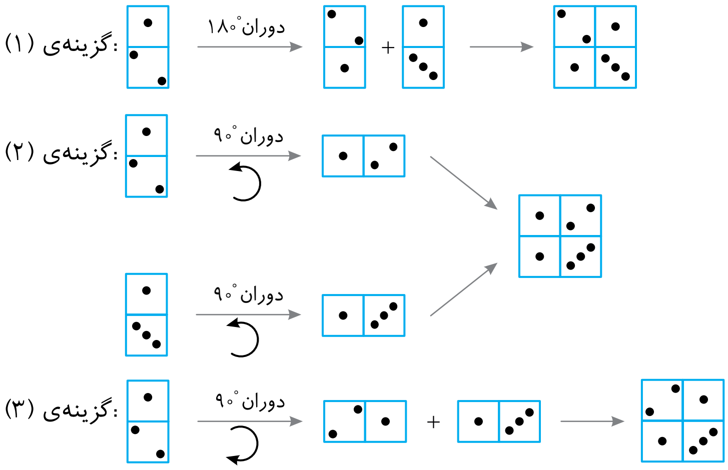
در مورد ● و 🟦 نیز هر بار ۹۰ درجه دوران در جهت عقربه ساعت داده شده و به یک‌دیگر تبدیل می‌شوند.



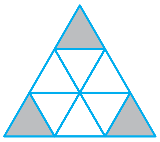
پس



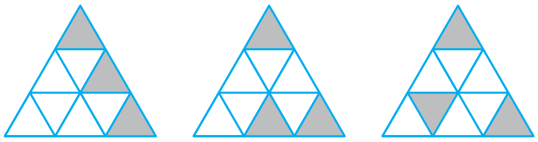
۸۹۱- گزینه‌ی ۴ روش ساخت گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳):



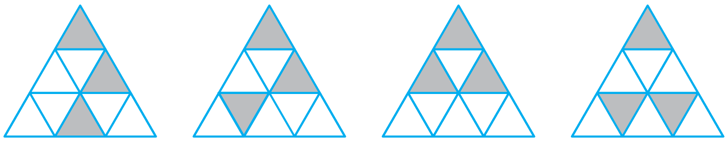
۸۹۲- گزینه‌ی ۳ ابتدا سه مثلّث رنگی را در گوشه‌ها در نظر بگیرید و یک حالت ساخته می‌شود:



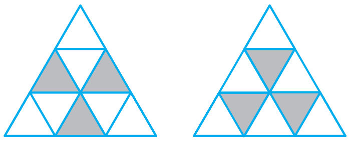
دو مثلّث رنگی را در رأس‌ها و یکی را در جایی غیر از رأس مثلّث درنظر بگیرید که ۳ حالت به‌وجود می‌آید:



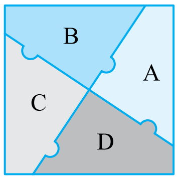
حالا فرض کنید یک مثلّث رنگی در رأس و دو مثلّث دیگر در رأس‌ها نباشند که ۴ حالت به وجود می‌آید:



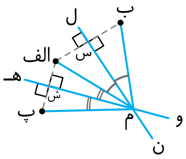
درنهایت این‌که هیچ مثلّثی در رأس نباشد که دو حالت به وجود می‌آید:



بنابراین ۲+۴+۳+۱=۱۰ شکل به‌وجود می‌آید.



۸۹۳- گزینه‌ی ۳ ۵ تکّه پازل داریم. این پازل‌ها در کل ۴ تورفتگی و ۶ برآمدگی دارند. هر کدام از شـکل‌های B و E دو برآمدگی دارند. پس یکی از آن‌ها استفاده نخواهد شد. شکل A را ۹۰ درجه در جهت عقربه‌ی ساعت می‌چرخانیم. شـکل B بدون چرخش روی آن قرار می‌گیرد. شـکل‌های C و D را نیز به ترتیب با چرخش ۹۰° و ۱۸۰° در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌توان به A و B وصل کرد. پس شکل E استفاده نمی‌شود.



۸۹۴- گزینه‌ی ۳ اگر از نقطه‌ی (الف) به خط «ل ن» و خط «و ه» عمود کنیم و به اندازه‌ی خود ادامه دهیم قرینه‌ی آن به‌دست می‌آید.

پس «الف س» = «س ب» و «الف ش» = «ش پ» می‌شود. پس می‌توان گفت که خط «ب م» قرینه‌ی خط «الف م» نسبت به خط «ل م» و خط «الف م» قرینه‌ی خط «م پ» نسبت به خط «ه م» هستند.

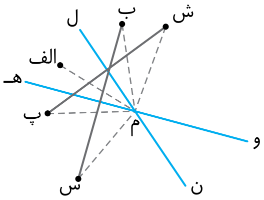
پس زاویه‌ی «الف م س» = زاویه‌ی «س م ب» و زاویه‌ی «الف م ش» = زاویه‌ی «ش م پ» می‌باشد، در نتیجه:

زاویه‌ی «ش م پ» + زاویه‌ی «ب م ل» = ۳۵ = زاویه‌ی «الف م ه» + زاویه‌ی «ل م الف» = زاویه‌ی «ل م ه»

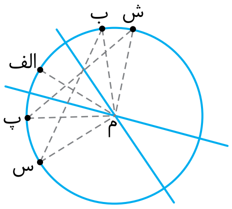
۳۵

۷۰=زاویه‌ی «ش م پ» + زاویه‌ی «الف م ش» + زاویه‌ی «س م الف» + زاویه‌ی «ب م س» = زاویه‌ی «ب م پ»

۳۵

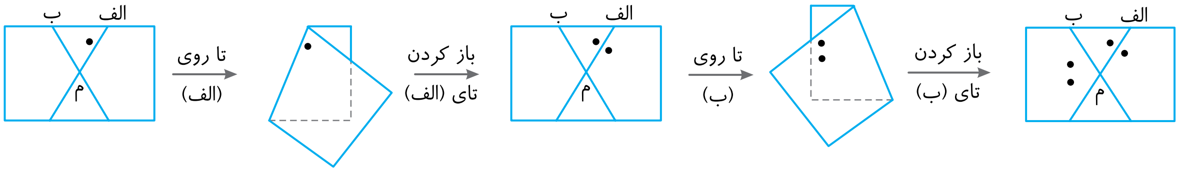


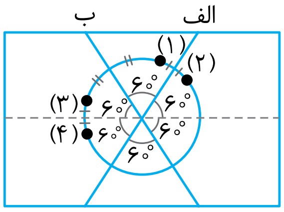
۸۹۵- گزینه‌ی ۴ قرینه‌ی نقطه‌های (ب) و (پ) را به ترتیب نسبت به خط‌های (و ه) و (ن ل) به‌دست آورده و به ترتیب (س) و (ش) نام‌گذاری می‌کنیم. نقطه‌ی (ب) قرینه‌ی نقطه‌ی (الف) اسـت. پس خط (ب م) قرینه‌ی خط (الف م) است و در نتیجه با هم برابرند. به همین ترتیب خط (پ م) با (الف م) هم برابر می‌شود. در نتیجه پاره‌خط‌های (ش م)، (ب م)، (الف م)، (پ م) و (س م) با هم برابرند. پس گزینه‌ی (۴) درست است.



نکته: در حالت کلی می‌توان گفت، قرینه‌ی یک نقطه نسـبت به دو خط متقاطع و قرینه‌های قرینه‌های آن‌ها نسبت به همان دو خط، روی دایره‌ای به مرکز (م) هستند.

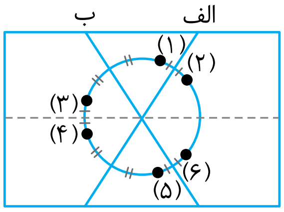
۸۹۶- گزینه‌ی ۲ تا کردن روی خط (الف) و (ب) همان قرینه کردن لکه نسـبت به این خط‌هاسـت. ابتدا کاغذ را یک بار روی خط (الف) و یک‌بار روی خط (ب) تا می‌زنیم:





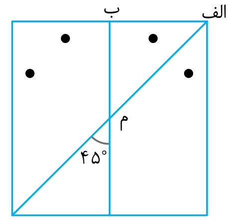
با دوبار تا کردن ۴ تا لکه به وجود می‌آید. این لکه‌ها مانند سـؤال قبل روی دایره‌ای هسـتند که مرکز آن نقطه‌ی (م) اسـت. این دایره را می‌کشـیم. هر لکه‌ی جدیدی که با تا کردن به‌دست آوریم حتماً روی دایره خواهد بود. علامت‌های (|) و (||) کمان‌های مسـاوی را روی دایره نشـان می‌دهند. مثلاً لکه‌های (۱) و (۲) قرینه‌ی هم هستند پس طول کمان‌ها تا خط تقارن (الف) برابر است.

خط‌چین را برای درک بهتر سؤال می‌کشیم.

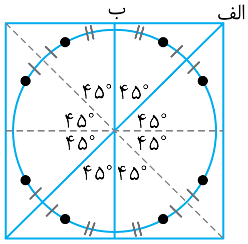


اگـر دوباره شـکل را روی خط (الف) تـا کنیم، لکه‌های (۱) و (۲)، لکه‌ی جدیدی بـه وجود نمی‌آورند چون قرینه‌ی هم هسـتند. لکه‌های (۵) و (۶) هم از قرینه شـدن لکه‌های (۴) و (۳) به‌دسـت می‌آیند. به شکل و فاصله‌های برابر نشـان داده شـده دقت کنید. با تا کردن دوباره‌ی شـکل روی خط‌های (الف) و (ب) هیچ نقطه‌ی جدیدی به‌دست نخواهد آمد.

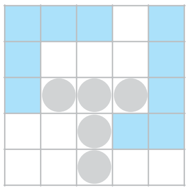
۸۹۷- گزینه‌ی ۲ صفحه را نسبت به خط (الف) و سپس نسبت به خط (ب) تا می‌زنیم و باز می‌کنیم. شکل مقابل به‌دست می‌آید. چهار لکه روی کاغذ به وجود می‌آید که مانند سؤال قبل روی دایره‌ای به مرکز (م) است.



خط‌چین‌ها را برای درک بهتر حل مسأله می‌کشیم. با تا کردن دوباره‌ی شکل روی خط‌های (الف) و (ب) چهار لکه‌ی جدید به وجود می‌آید. مانند سؤال قبل با تا کردن دوباره شکل روی خط‌های (الف) و (ب) هیچ نقطه‌ی جدیدی ایجاد نخواهد شد.

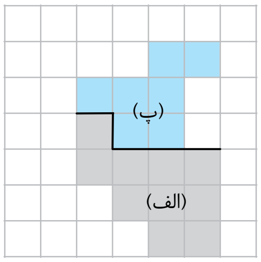


۸۹۸- گزینه‌ی ۲ اگر شکل گزینه‌ی (۲) را ۹۰ درجه بچرخانیم و به‌صورت زیر در جاهای خالی قرار دهیم، هیچ کدام از شکل‌های دیگر را نمی‌توان در جاهای خالی قرار داد.

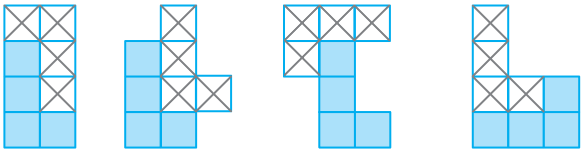


۸۹۹- گزینه‌ی ۱ ابتدا تعداد خانه‌های رنگی شکل را مشخّص کرده و می‌شماریم. ۱۷ خانه‌ی رنگی وجود دارد. مجموع خانه‌های شکل‌های (الف و پ) و (ب و ت) ۱۷ تاست و در بقیّه‌ی گزینه‌ها مجموع تعداد خانه‌های موجود ۱۷ تا نیست. پس جواب یا گزینه‌ی (۱) است یا گزینه‌ی (۲).

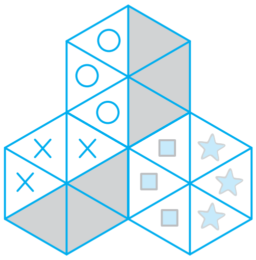
می‌توان دو شکل گزینه‌ی (۱) را به‌صورت شکل روبه‌رو روی خانه‌های رنگی قرار داد.



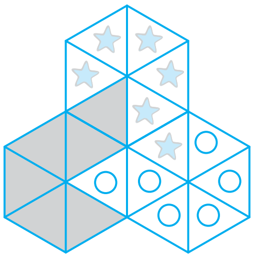
۹۰۰- گزینه‌ی ۳ ساخت همه‌ی شکل‌ها به‌صورت زیر است:



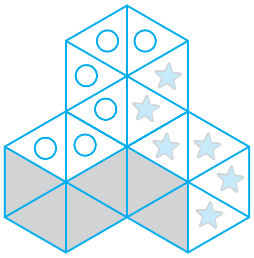
۹۰۱- گزینه‌ی ۳ با استفاده از شکل‌های گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) می‌توان شکل را ساخت:



گزینه‌ی (۴)

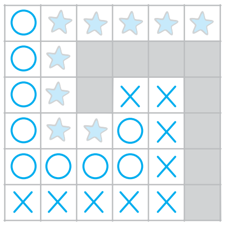


گزینه‌ی (۲)



گزینه‌ی (۱)

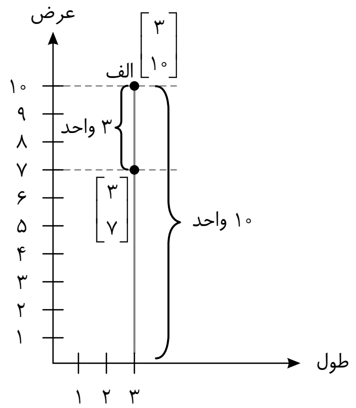
۹۰۲- گزینه‌ی ۱ باید یک مربّع دلخواه بکشیم امّا از کوچک‌ترین مربّع شروع کنیم و با چرخاندن و جابه‌جاکردن بلوک خاکستری، آن‌را بپوشانیم. دقت کنید که ضلع مربّع نمی‌تواند از ۶ واحد کوچک‌تر باشد. جواب به‌صورت مقابل است:



۹۰۳- گزینه‌ی ۲ صفحه‌ی مختصات از دو محور افقی (طول‌ها) و عمودی (عرض‌ها) که بر هم عمودند، تشکیل شده است. مختصات نقطه را به شکل $\begin{bmatrix}\text{طول}\\ \text{عرض}\end{bmatrix}$ نشان می‌دهند. و مبدأ مختصات $\begin{bmatrix}۰\\ ۰\end{bmatrix}$ است.

۹۰۴- گزینه‌ی ۳ نقطه‌ای در شرقی‌ترین موقعیّت قرار دارد که بزرگ‌ترین طول را دارد. یعنی نقطه‌ی (ج). نقطه‌ای در شمالی‌ترین موقعیّت قرار دارد که بزرگ‌ترین عرض را دارد. یعنی نقطه‌ی (ث).

۹۰۵- گزینه‌ی ۴ نقطه را روی محور مختصات نشان می‌دهیم. برای رسیدن به نقطه‌ی (الف)، از مبدأ مختصات ۳ واحد به شرق و ۱۰ واحد به شمال می‌رویم.



۹۰۶- گزینه‌ی ۱ نقطه‌هایی را که رادین ایستاده است، به‌ترتیب مشخّص می‌کنیم.

۶ واحد به شمال:

$$\begin{bmatrix}۱۱\\ ۴\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}۱۱\\ ۴+۶\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۱\\ ۱۰\end{bmatrix}$$

۵ واحد به غرب:

$$\begin{bmatrix}۱۱\\ ۱۰\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}۱۱-۵\\ ۱۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۶\\ ۱۰\end{bmatrix}$$

۳ واحد به جنوب:

$$\begin{bmatrix}۶\\ ۱۰\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}۶\\ ۱۰-۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۶\\ ۷\end{bmatrix}$$

۶ واحد به غرب:

$$\begin{bmatrix}۶\\ ۷\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}۶-۶\\ ۷\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰\\ ۷\end{bmatrix}$$

۴ واحد به شمال:

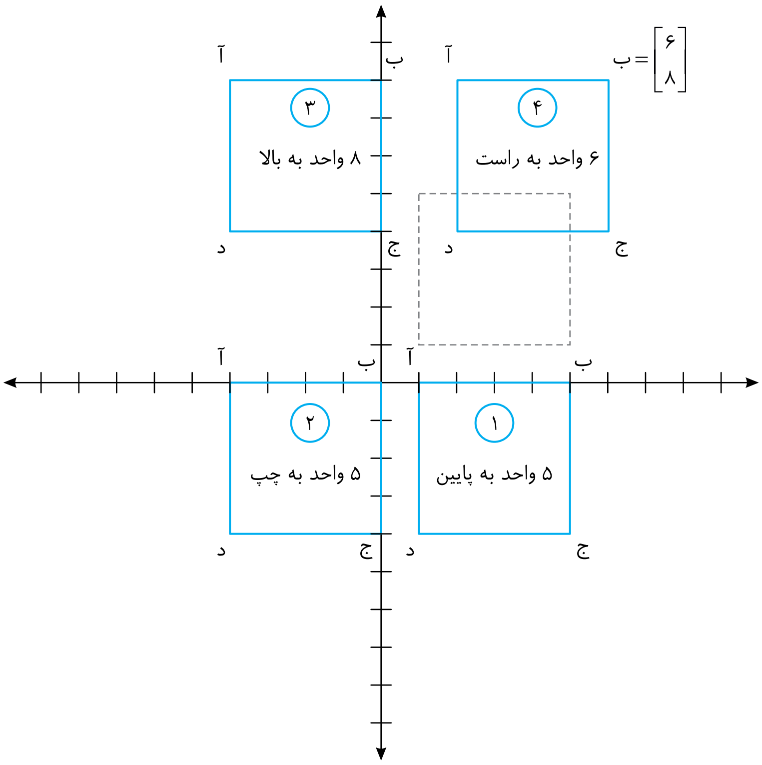
$$\begin{bmatrix}۰\\ ۷\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}۰\\ ۷+۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰\\ ۱۱\end{bmatrix}$$

۹ واحد به شرق:

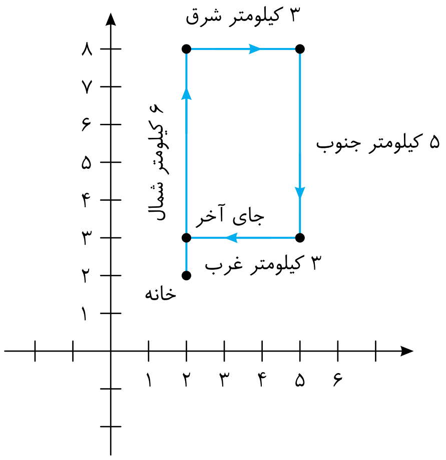
$$\begin{bmatrix}۰\\ ۱۱\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}۰+۹\\ ۱۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۹\\ ۱۱\end{bmatrix}$$

در نتیجه در آخر در نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۹\\ ۱۱\end{bmatrix}$ قرار دارد.

۹۰۷- گزینه‌ی ۲ مربّع را به‌ترتیب مراحل گفته شده حرکت می‌دهیم:



۹۰۸- گزینه‌ی ۳ فرض می‌کنیم خانه‌ی تیام در نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۲\\۲\end{bmatrix}$ محور مختصات قرار دارد. مسیر او را به‌صورت زیر مشخّص می‌کنیم:



در آخر، او نسبت به خانه‌اش ۱ کیلومتر و در جهت شمال جابه‌جا شده است.

۹۰۹- گزینه‌ی ۳ ضلع (آ ب) موازی محور طول‌هاست. پس عرض نقطه‌های (آ) و (ب) با هم برابراند. بنابراین

۸= عرض نقطه‌ی (ب)

ضلع (ب پ) موازی محور عرض‌هاست پس طول نقطه‌های (ب) و (پ) با هم برابراند. بنابراین

۶= طول نقطه‌ی (ب)

پس مختصات نقطه‌ی (ب) برابر است با $\begin{bmatrix}۶\\۸\end{bmatrix}$.

۹۱۰- گزینه‌ی ۱ برای این‌که نقطه‌ی M روی محور طول‌ها قرار گیرد، باید عرض آن صفر باشد، پس:

○−۲=۰

○=+۲

۹۱۱- گزینه‌ی ۱ بـرای این‌کـه یک نقطه روی محور عرض‌ها قرار گیرد باید طول آن صفر باشـد، پس اگر در □، ۵ قرار دهیم طول نقطه صفر می‌شود و یا به روش زیر محاسبه می‌کنیم که در □ چه عددی قرار می‌گیرد.

$$B=\begin{bmatrix}۴\times\square-۲۰\\ \square-۶\end{bmatrix}\qquad ۴\times\square-۲۰=۰\Rightarrow ۴\times\square=۲۰\Rightarrow \square=۲۰\div ۴\Rightarrow \square=۵$$

۹۱۲- گزینه‌ی ۳ همه‌ی نقاط روی نیمساز زاویه‌ی محورهای مختصات دارای طول و عرض یکسان هستند.

۹۱۳- گزینه‌ی ۴ با توجّه به توضیح سؤال قبل، طول و عرض نقطه‌ی A برابرند. یعنی داریم:

$$\bigcirc+۸=۱۸\Rightarrow\bigcirc=۱۸-۸\Rightarrow\bigcirc=۱۰$$

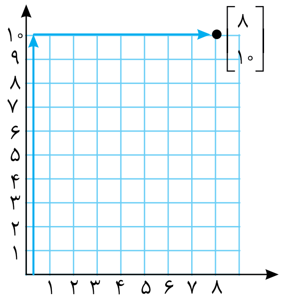
۹۱۴- گزینه‌ی ۱ چون فاصله‌ی نقطه‌ی A از دو محور طول و عرض یکسان است، پس طول و عرض آن برابر است.

$$A=\begin{bmatrix}۲۰\\ \boxed{۱۰}+۱۰\end{bmatrix}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}۲۰\\ ۲۰\end{bmatrix}$$

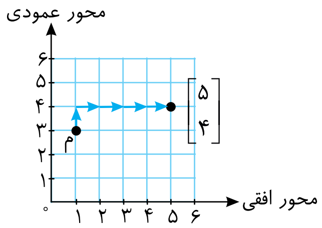
اگر طول و عرض یک نقطه مساوی باشد، آن نقطه روی نیمساز ربع اوّل قرار دارد.

۹۱۵- گزینه‌ی ۱ در گزینه‌هـای (۲) ، (۳) و (۴) در مختصـات هر نقطه، مؤلفه‌ی طول، ۵ برابر مؤلفه‌ی عرض اسـت ولی در گزینه‌ی (۱) این گونه نیست.

۹۱۶- گزینه‌ی ۳ بـا توجه به صورت سـؤال اگر حرکـت را از مبدأ مختصات شـروع کنیم به مختصات $\begin{bmatrix}۸\\ ۱۰\end{bmatrix}$ می‌رسیم.



۹۱۷- گزینه‌ی ۱ مسیر حرکت فرزاد از نقطه‌ی (م) را مشخص می‌کنیم و مختصات مکان جدید را به‌دست می‌آوریم.



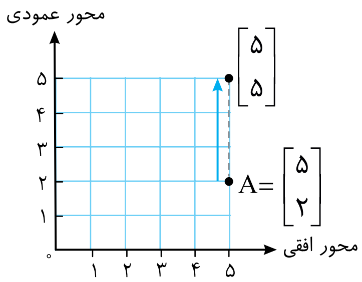
۹۱۸- گزینه‌ی ۲ با توجه به صورت سؤال می‌توانیم به شکل زیر مختصات نقطه‌ی N را به‌دست آوریم:

$$\text{مختصات نقطه‌ی N}\quad \begin{bmatrix}۱۵\\ ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۸\\ -۵\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۷\\ ۵\end{bmatrix}$$

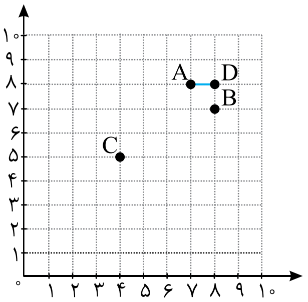
عرض نقطه صفر است، پس این نقطه روی محور طول‌ها قرار می‌گیرد.

۹۱۹- گزینه‌ی ۳ مطابـق شـکل، وقتی نقطه‌ی A، سـه واحـد در جهت بالا و مـوازی با محور عرض‌ها حرکت می‌کند، مختصات عرض آن، ۳ واحد افزایش می‌یابد.

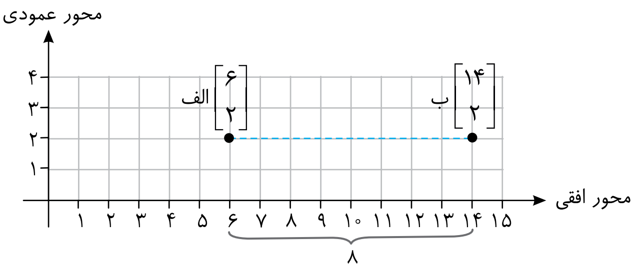
چون در موقعیّت جدید، طول و عرض آن برابر می‌شـود ($\begin{bmatrix}۵\\ ۵\end{bmatrix}$) پس روی نیمسـاز ربع اوّل قرار می‌گیرد.



۹۲۰- گزینه‌ی **۱** پاره‌خطی موازی محور افقی است که مختصات نقاط دوسر پاره‌خط دارای مؤلفه‌های دومِ (عمودیِ) برابر باشند.



۹۲۱- گزینه‌ی **۲** چون مؤلفه‌ی عرض دو نقطه یکسان است، دو نقطه روی یک خط راست موازیِ محور طول‌ها قرار دارند و با توجه به شکل داریم:



فاصله‌ی بین ۲ نقطه: $۱۴-۶=۸$

۹۲۲- گزینه‌ی **۱** مختصات نقطه‌ی A نصف C و مختصات نقطه‌ی B نصف D است، پس اندازه‌ی پاره‌خط AB نصف اندازه‌ی پاره‌خط CD است.

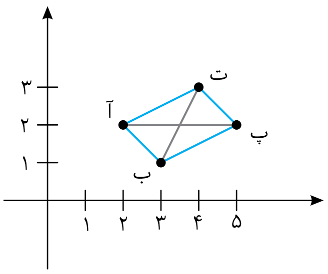
۹۲۳- گزینه‌ی **۱** با توجّه به صورت سؤال می‌توانیم مختصات نقطه‌ی وسط پاره‌خط (الف ب) را به صورت زیر به‌دست آوریم:

$$\begin{cases} \frac{۶+۴}{۲}=\frac{۱۰}{۲}=۵ \\ \frac{۱۵+۷}{۲}=\frac{۲۲}{۲}=۱۱ \end{cases}$$

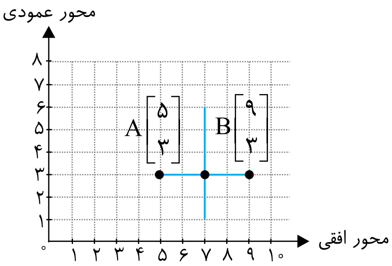
پس مختصات وسط پاره‌خط (الف ب) $\begin{bmatrix}۵\\۱۱\end{bmatrix}$ می‌باشد.

۹۲۴- گزینه‌ی **۲** ۴ نقطه را روی محورهای مختصات مشخص می‌کنیم:

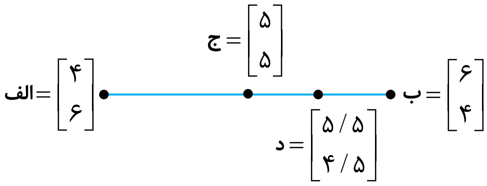
چون نقاط (آ) و (پ) دارای عرض‌های یکسان هستند، در نتیجه پاره‌خط (آ پ) با محور طول‌ها موازی است.



۹۲۵- گزینه‌ی **۳** با توجّه به شـکل، نقطه‌ی وسط پاره‌خط AB به مختصات $\begin{bmatrix}۷\\۳\end{bmatrix}$ می‌باشد و عمودمنصف پاره‌خط AB و خطّ تقارن از این نقطه می‌گذرد. مطابق شکل عمودمنصف پاره‌خط AB موازی با محور عرض‌ها است و هر نقطه بر روی این خط به طول ۷ می‌باشد.



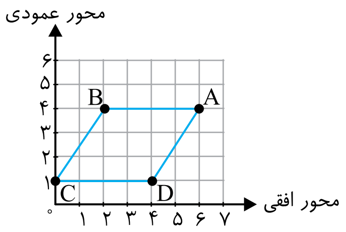
۹۲۶- گزینه‌ی ۱ با توجه به صورت سؤال با کمک گرفتن از فرمول میانگین ابتدا مختصات نقطه‌ی (ج) و سپس به وسیله‌ی آن مختصات نقطه‌ی (د) را پیدا می‌کنیم.



$$\text{مؤلفه‌ی عرض نقطه‌ی وسط}=\frac{\text{مجموع مؤلفه‌های عرض دو سر پاره‌خط}}{۲} \quad \text{و} \quad \text{مؤلفه‌ی طول نقطه‌ی وسط}=\frac{\text{مجموع مؤلفه‌های طول دو سر پاره‌خط}}{۲}$$

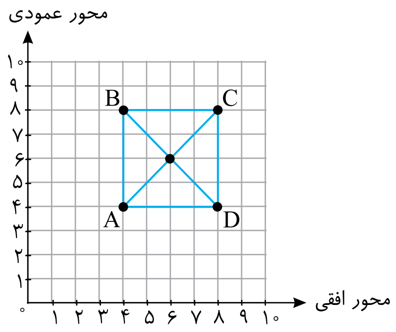
$$\left.\begin{matrix}\frac{۵+۶}{۲}=\frac{۱۱}{۲}=۵/۵\\ \frac{۵+۴}{۲}=\frac{۹}{۲}=۴/۵\end{matrix}\right\}\Rightarrow د=\begin{bmatrix}۵/۵\\۴/۵\end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \left.\begin{matrix}\frac{۴+۶}{۲}=\frac{۱۰}{۲}=۵\\ \frac{۶+۴}{۲}=\frac{۱۰}{۲}=۵\end{matrix}\right\}\Rightarrow ج=\begin{bmatrix}۵\\۵\end{bmatrix}$$

۹۲۷- گزینه‌ی ۱ با توجه به رسم شکل واضح است که نقطه‌ی $D=\begin{bmatrix}۴\\۱\end{bmatrix}$ است و در حالت کلـی در متوازی‌الاضلاع، مجموع مختصات دو رأس مقابل با مجموع مختصات دو رأس مقابل دیگر برابر است. پس می‌توانیم تساوی زیر را بنویسیم و مختصات نقطه‌ی $D=\begin{bmatrix}\bigcirc\\\square\end{bmatrix}$ را به‌دست آوریم.



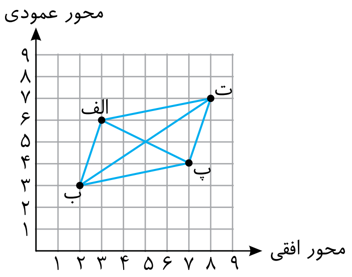
$$\begin{bmatrix}۶\\۴\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۰\\۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\۴\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\textcircled{۴}\\\boxed{۱}\end{bmatrix}$$

۹۲۸- گزینه‌ی ۳ بـا توجه به صورت سـؤال چهارضلعی را روی محورهای مختصات رسم می‌کنیم، شـکل حاصل یک مربع اسـت. از آن‌جا که محل برخورد دو قطر وسـط قطرها است کافی است در شکل مقابل وسط یکی از قطرها را به‌دست آوریم.



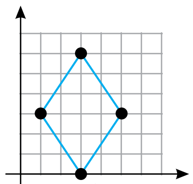
مختصات محل برخورد قطرها: $\begin{bmatrix}\frac{۴+۸}{۲}\\ \frac{۸+۴}{۲}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۶\\۶\end{bmatrix}$

۹۲۹- گزینه‌ی ۱ ابتدا متوازی‌الاضلاع را روی صفحه‌ی مختصات رسم می‌کنیم. قطرهـا همدیگـر را نصف می‌کننـد. پس محل برخورد قطرها وسـط قطرها اسـت. در نتیجه مختصات وسط یکی از قطرها را به‌دست می‌آوریم.



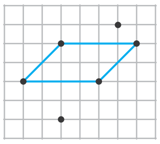
$$\left\{\begin{matrix}\frac{۳+۷}{۲}=۵\\ \frac{۶+۴}{۲}=۵\end{matrix}\right.\Rightarrow\begin{bmatrix}۵\\۵\end{bmatrix}$$

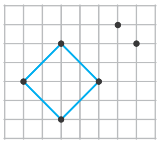
۹۳۰- گزینه‌ی ۲ برای تشخیص، بهتر است آن را رسم کنیم:

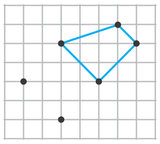


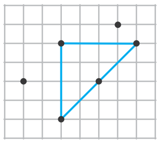
لوزی

۹۳۱- گزینه‌ی ۲ با وصل کردن نقاط به یک‌دیگر می‌توانیم شکل‌های زیر را ایجاد کنیم.


متوازی الاضلاع

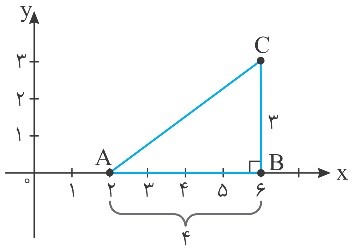

مربع


ذوزنقه‌ی قائم الزاویه

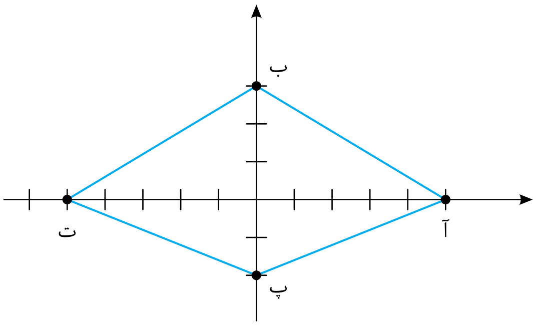

مثلث قائم الزاویه

۹۳۲- گزینه‌ی ۳ مثلث را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. مثلث قائم‌الزاویه است و مساحت آن برابر است با:

$$\text{مساحت مثلث}=\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}=\frac{۳\times\overset{۲}{\cancel{۴}}}{\cancel{۲}}=۶$$



۹۳۳- گزینه‌ی ۲ چهارضلعی را روی محورهای مختصات رسم می‌کنیم. قطرهای چهارضلعی به‌دست آمده بر هم عمودند، پس مساحت آن برابر است با



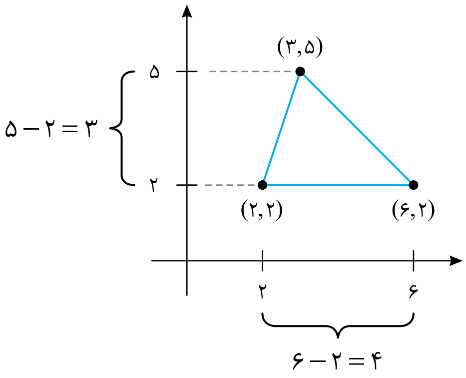
$$\frac{\text{قطر دوم}\times\text{قطر اوّل}}{۲}$$

قطر اوّل = ۱۰ واحد

قطر دوم = ۵ واحد

$$\Rightarrow \text{مساحت}=\frac{۵\times\overset{۵}{\cancel{۱۰}}}{\cancel{۲}}=۲۵$$

۹۳۴- گزینه‌ی ۳ با توجّه به شکل، ارتفاع و قاعده‌ی مثلث را به‌دست می‌آوریم.

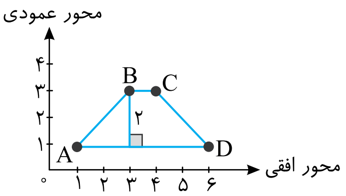


ارتفاع = ۳ قاعده = ۴

$$\text{مساحت مثلّث}=\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}$$

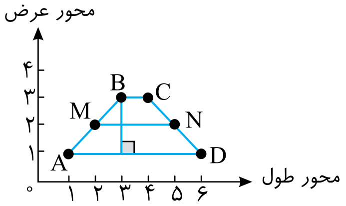
$$\text{مساحت}=\frac{۳\times\overset{۲}{\cancel{۴}}}{\cancel{۲}}=۶$$

۹۳۵- گزینه‌ی ۳ با توجه به اطلاعات داده شده، ذوزنقه را روی صفحه‌ی مختصات رسم می‌کنیم. با توجه به شکل ارتفاع ذوزنقه برابر با ۲ است.



۹۳۶- گزینه‌ی ۴ با توجّه به شکل ذوزنقه، گزینه‌ی (۴) صحیح است. زیرا مختصات نقطه‌ی وسط ساق CD برابر است با:

$$\begin{cases}\text{مؤلفه‌ی طول نقطه‌ی وسط}=\dfrac{\text{مجموع مؤلفه‌های طول دو نقطه}}{۲}\\[2ex]\text{مؤلفه‌ی عرض نقطه‌ی وسط}=\dfrac{\text{مجموع مؤلفه‌های عرض دو نقطه}}{۲}\end{cases}\Rightarrow\begin{bmatrix}\dfrac{۴+۶}{۲}\\[2ex]\dfrac{۳+۱}{۲}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵\\۲\end{bmatrix}$$

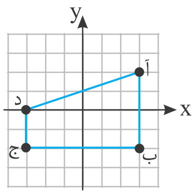


۹۳۷- گزینه‌ی ۲ با توجّه به شکل، M و N به‌ترتیب وسط AB و CD هستند. پس طول پاره‌خط MN برابر است با ۳ . یا به بیان دیگر می‌توان گفت طول MN نصف مجموع BC و AD است. پس:

$$(۱+۵)\div۲=۳$$

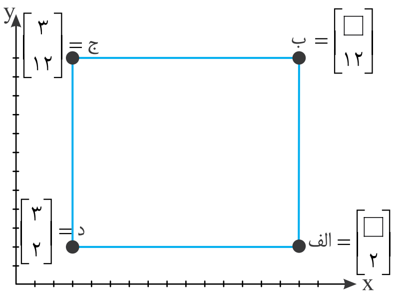
۹۳۸- گزینه‌ی ۱ با توجه به شـکل و فرمول $\boxed{\text{مساحت ذوزنقه}=\dfrac{\text{ارتفاع}\times(\text{قاعده‌ی کوچک}+\text{قاعده‌ی بزرگ})}{۲}}$، مســاحت ذوزنقه را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{(۱+۵)\times۲}{۲}=۶$$



۹۳۹- گزینه‌ی ۳ ابتدا نقاط را روی صفحه‌ی مختصات مشخص می‌کنیم. چون چهارضلعی (آ ب ج د) یک ذوزنقه است با استفاده از فرمول مساحت آن، مساحت چهارضلعی (آ ب ج د) را به‌دست می‌آوریم.

$$\boxed{\text{مساحت ذوزنقه}=\frac{\text{ارتفاع}\times(\text{قاعده‌ی بزرگ}+\text{قاعده‌ی کوچک})}{۲}}\Rightarrow\frac{\overset{۶}{\cancel{(۲+۴)}}\times\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=۶\times۳=۱۸$$



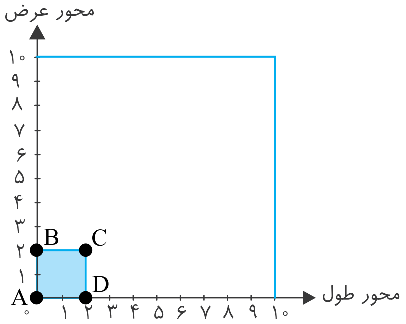
۹۴۰- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل طول پاره‌خط‌های (الف د) و (ج د) را به‌دست می‌آوریم.

طول پاره‌خط (الف د) : □−۳ و طول پاره‌خط (ج د) : ۱۲−۲=۱۰ است.

مساحت = (الف د) × (ج د)

$$۱۰\times(\square-۳)=۱۲۰\Rightarrow\square-۳=\frac{۱۲۰}{۱۰}=۱۲$$

$$\square-۳=۱۲\Rightarrow\square=۱۲+۳=۱۵$$



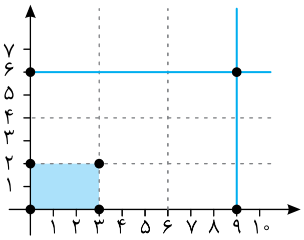
۹۴۱- گزینه‌ی ۲ اگــر مختصات رأس‌هــای مربّع را ۵ برابر کنیم طــول اضلاع آن ۵ برابر می‌شود. در نتیجه با توجه به شکل مساحت آن ۵×۵ یعنی ۲۵ برابر می‌شود.

۹۴۲- گزینه‌ی ۱ اگرمؤلفه‌ی طول و مؤلفه‌ی عرض رأس‌های مستطیل را در عدد ۳ ضرب کنیم اضلاع مستطیل ۳ برابر و درنتیجه مساحتش ۳×۳ یعنی ۹ برابر می‌شود.

$$\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}\xrightarrow{\times۳}\begin{bmatrix}۹\\۶\end{bmatrix}\qquad\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}\xrightarrow{\times۳}\begin{bmatrix}۰\\۶\end{bmatrix}$$

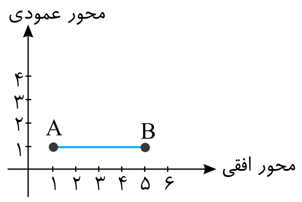
$$\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}\xrightarrow{\times۳}\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}\qquad\begin{bmatrix}۳\\۰\end{bmatrix}\xrightarrow{\times۳}\begin{bmatrix}۹\\۰\end{bmatrix}$$

مساحت مستطیل جدید ۶×۹=۵۴ مساحت مستطیل اولیه ۲×۳=۶

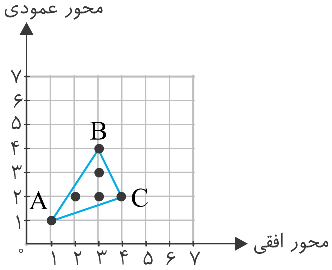


۹۴۳- گزینه‌ی ۲ ۴ مربع واحد در مرکز شــکل اســت. با توجه به شــکل، اگر مربع‌های ناقص را در کنار هم قرار دهیم ۶ مربع کامل تشکیل خواهد شد. بنابراین کلاً ۱۰=۶+۴ مربع واحد وجود دارد.

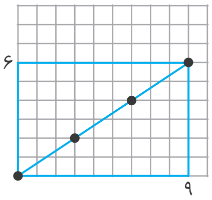
۹۴۴- گزینه‌ی ۱ اندازه‌ی قاعده‌ی مثلّث ۴ است، پس ارتفاع آن نباید ۲ باشد. زیرا در این صورت مســاحت آن برابر ۴ می‌شــود. در گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) عرض نقاط ۳ است، بنابراین فاصله‌ی آن نقاط تا قاعده (که همان طول ارتفاع مثلّث خواهد شد) ۲ واحد است که امکان‌پذیر نیست.



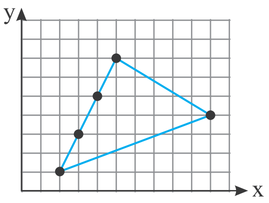
۹۴۵- گزینه‌ی ۱ با رســم شکل معلوم می‌شود ســه نقطه به مختصات $\begin{bmatrix}۲\\۲\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}۳\\۳\end{bmatrix}$ درون مثلّث ABC وجود دارد که مختصات آن‌ها صحیح است.



۹۴۶- گزینه‌ی ۲ مطابق شکل، قطر مستطیل از ۴ نقطه‌ی شبکه‌ای می‌گذرد.



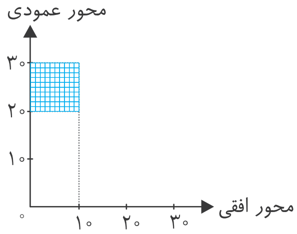
۹۴۷- گزینه‌ی ۳ با رســم دقیق شکل مشخّص می‌شود ۵ نقطه‌ی شــبکه‌ای روی محیط مثلث واقع شده است.



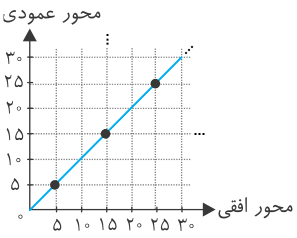
۹۴۸- گزینه‌ی ۱ چــون نقاط مورد نظـر دارای مؤلفه‌های صحیح هســتند، طول نقاط یکــی از اعداد (۰,۱,...,۹) می‌باشد (یعنی ده تا) و عرض نقاط یکی از اعداد (۲۱,۲۲,...,۳۰) می‌باشد (یعنی ده تا).

پس در واقع طول به ۱۰ قسمت و عرض به ۱۰ قسمت تقسیم می‌شود. بنابراین:

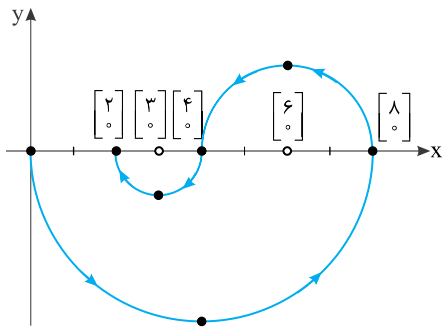
تعداد نقاط مورد نظر ۱۰۰=۱۰×۱۰

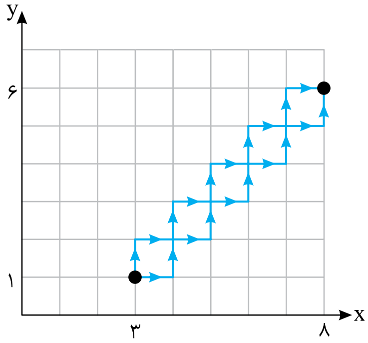


۹۴۹- گزینه‌ی ۴ از ۱ تــا ۴۵، ۹ عدد وجود دارد که بر ۵ بخش‌پذیرند که از بین آن‌ها ۴ عدد ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ یکانشان صفر است، پس تعداد نقاط مورد نظر برابر است با ۹−۴=۵.

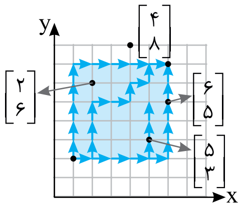


۹۵۰- گزینه‌ی ۲ بهتر است مراحل سؤال را به ترتیب و دقیق رسم کنیم تا نقطه‌ی پایانی مشخص شود.





۹۵۱- گزینه‌ی ۴ مورچه می‌تواند ابتدا به راست (→) و سپس بالا (↑) برود. یا اول به بالا رفته و سپس به راست برود. مسیری که این مورچه با طول ۱۰ واحد طی می‌کند در شکل مقابل مشخص شده است.



۹۵۲- گزینه‌ی ۳ اگر از نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix}$، ۵ تا به سمت بالا و ۵ تا به سمت راست یا برعکس حرکت کنیم به نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۶\\۷\end{bmatrix}$ می‌رسیم. این مسیر، کوتاه‌ترین مسیر است. چون حرکت به سمت چپ یا به سمت پایین ندارد. در شکل مقابل مسیرهای دیگری که کوتاه‌ترین طول را دارند مشخص شده است. همه‌ی این مسیرها در ناحیه‌ی خاکستری قرار دارند، پس نقطه‌ای که خارج این ناحیه باشد، جواب مورد نظر است. با توجه به شکل نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۴\\۸\end{bmatrix}$ خارج این ناحیه قرار دارد.

۹۵۳- گزینه‌ی ۳ مختصات نقطه‌ی سیاه هر کاشی را به‌دست می‌آوریم و با دقت در مؤلفه‌های افقی متوجه می‌شویم که یک واحد یک واحد زیاد شده است و نسبت به شماره‌ی کاشی ۳ واحد بیش‌تر است.

مختصات نقطه‌ی سیاه در کاشی شماره‌ی (۱) $\rightarrow \begin{bmatrix}۴\\۱\end{bmatrix}$

مختصات نقطه‌ی سیاه در کاشی شماره‌ی (۲) $\rightarrow \begin{bmatrix}۵\\۴\end{bmatrix}$

مختصات نقطه‌ی سیاه در کاشی شماره‌ی (۳) $\rightarrow \begin{bmatrix}۶\\۷\end{bmatrix}$

مختصات نقطه‌ی سیاه در کاشی شماره‌ی (۴) $\rightarrow \begin{bmatrix}۷\\۱۰\end{bmatrix}$

پس مؤلفه‌ی افقی برای کاشی ۱۰۱، $۱۰۴=۱۰۱+۳$ خواهد بود.

اما مؤلفه‌ی عمودی از فرمول زیر قابل محاسبه است.

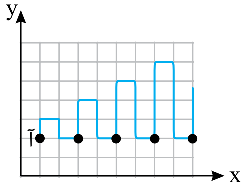
$\boxed{\text{مؤلفه‌ی عمودی کاشی مورد نظر = ۲- (فاصله‌ی مؤلفه‌های عمودی متوالی × شماره‌ی کاشی)}}$

مؤلفه‌ی عمودی کاشی شماره‌ی یک $(۱\times ۳)-۲=۳-۲=۱$

مؤلفه‌ی عمودی کاشی شماره‌ی دو $(۲\times ۳)-۲=۴$

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$

$(۱۰۱\times ۳)-۲=۳۰۱$



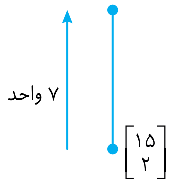
۹۵۴- گزینه‌ی ۲ سعی می‌کنیم الگویی برای نقاط مشخص شده در شکل پیدا کنیم. برای هر نقطه مختصات آن و طول مسیری را که برای رسیدن به آن طی شده است، می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مسیر به طول ۴}} \begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مسیر به طول ۶}} \begin{bmatrix}۵\\۲\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مسیر به طول ۸}} \begin{bmatrix}۷\\۲\end{bmatrix}$$

با توجه به نقاط متوجه می‌شویم مؤلفه‌های افقی دو تا دو تا اضافه می‌شوند و مؤلفه‌های عمودی آن‌ها همیشه ۲ می‌باشند و به طول مسیرها نیز ۲ واحد، ۲ واحد اضافه می‌شود. این نقاط را تا جایی ادامه می‌دهیم که مجموع طول مسیرها عددی نزدیک ۷۷ شود.

$$\begin{bmatrix}۷\\۲\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مسیر به طول ۱۰}} \begin{bmatrix}۹\\۲\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مسیر به طول ۱۲}} \begin{bmatrix}۱۱\\۲\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مسیر به طول ۱۴}} \begin{bmatrix}۱۳\\۲\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مسیر به طول ۱۶}} \begin{bmatrix}۱۵\\۲\end{bmatrix}$$

$۴+۶+۸+۱۰+۱۲+۱۴+۱۶=۷۰$



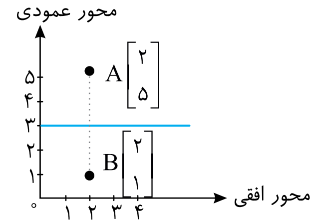
پس برای آن‌که طول مسیر ۷۷ شود، باید از نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۱۵\\۲\end{bmatrix}$، به اندازه‌ی ۷ واحد دیگر روی شکل پیش برویم.

$۲+۷=۹$

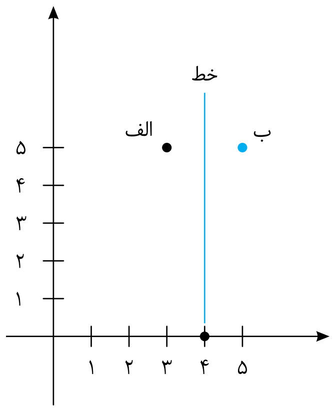
مختصات نقطه‌ی آخر$=\begin{bmatrix}۱۵\\۹\end{bmatrix}$

۹۵۵- گزینه‌ی ۱ با توجّه به نکات درس‌نامه، وقتی قرینه‌ی یک شکل را نسبت به محور عمودی (یا هر خط موازی با محور عرض‌ها) رسم کنیم، مؤلفه‌های دوم (مؤلفه‌ی عمودی) تغییر نمی‌کنند.

۹۵۶- گزینه‌ی ۴ وقتی نقطه‌ای را نسبت به خطی که موازی با محور طول‌ها است قرینه می‌کنیم، مختصات طولش تغییر نمی‌کند. به شکل مقابل توجّه کنید:

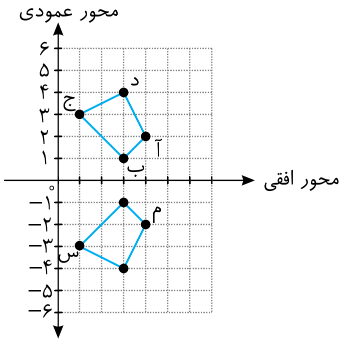


۹۵۷- گزینه‌ی ۲ نقطه و خط را رسم می‌کنیم:



قرینه‌ی آن نقطه‌ی (ب) می‌شود که مختصات آن $\begin{bmatrix}۵\\۵\end{bmatrix}$ است.

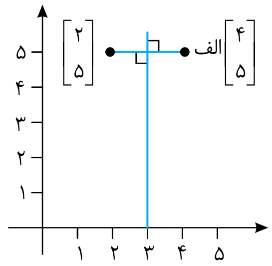
۹۵۸- گزینه‌ی ۲ وقتی نقطه‌ای را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم، فقط عرض آن قرینه می‌شود.



$$\text{آ} = \begin{bmatrix}۴\\۲\end{bmatrix} \xrightarrow[\text{به محور طول‌ها}]{\text{قرینه نسبت}} \text{م} = \begin{bmatrix}۴\\-۲\end{bmatrix}$$

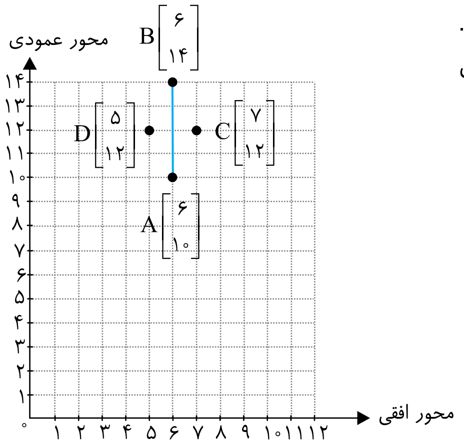
$$\text{ج} = \begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix} \xrightarrow[\text{به محور طول‌ها}]{\text{قرینه نسبت}} \text{س} = \begin{bmatrix}۱\\-۳\end{bmatrix}$$

۹۵۹- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول**: جواب با رسم شکل قابل تشخیص است.

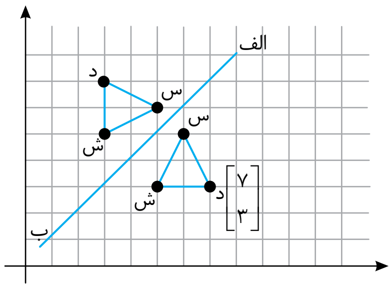


راه‌حل دوم: اگر قرینه‌ی نقطه‌ای را نسبت به خطی که موازی با محور عمودی است رسم کنیم مؤلفه‌ی عرض نقطه تغییر نمی‌کند ولی مؤلفه‌ی طول تغییر می‌کند. از میان گزینه‌ها، گزینه‌ی (۴) که مختصات خود نقطه است و از سه گزینه‌ی دیگر فقط گزینه‌ی (۱) این ویژگی را دارد.

۹۶۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا نقاط A و B و خط راستی که از آن‌ها می‌گذرد را رسم می‌کنیم. سپس به کمک نمایش نقطه‌ی C قرینه‌ی آن را نسبت به خط مورد نظر (که D نام‌گذاری کرده‌ایم) رسم می‌کنیم. بدین ترتیب نقطه‌ی $D=\begin{bmatrix}۵\\۱۲\end{bmatrix}$ به‌دست می‌آید.



۹۶۱- گزینه‌ی ۴ **راه‌حل اول:** رسم شکل

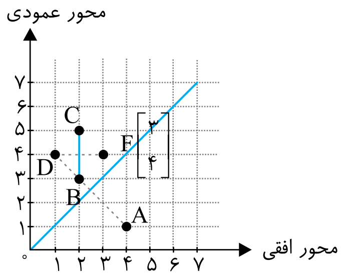


راه‌حل دوم: از آن‌جایی که مختصات نقطه‌ی (د)، $\begin{bmatrix}۳\\۷\end{bmatrix}$ می‌باشد و باید نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول قرینه شود، کافیست جای مؤلفه‌های طول و عرض را جابه‌جا کنیم تا مختصات نقطه‌ی قرینه‌ی آن به‌دست آید. بنابراین مختتصات نقطه‌ی قرینه $\begin{bmatrix}۷\\۳\end{bmatrix}$ می‌باشد.

۹۶۲- گزینه‌ی ۱ وقتی یک نقطه را نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اوّل قرینه می‌کنیم، جای مؤلفه‌های آن عوض می‌شود. بنابراین داریم:

$$\begin{bmatrix}۴\\۱\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{نسبت به نیمساز}]{\text{قرینه}}\begin{bmatrix}۱\\۴\end{bmatrix}=D$$

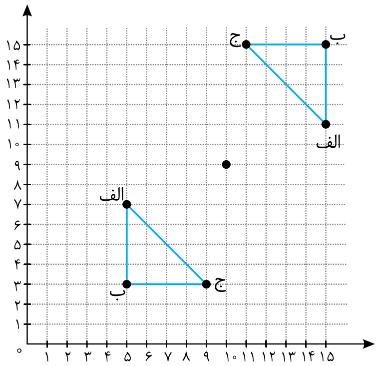
همچنین با توجّه به شکل قرینه‌ی نقطه‌ی $D=\begin{bmatrix}۱\\۴\end{bmatrix}$ نسبت به پاره‌خط BC برابر $F=\begin{bmatrix}۳\\۴\end{bmatrix}$ است.



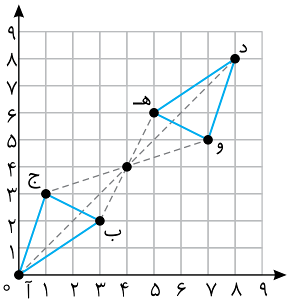
۹۶۳- گزینه‌ی ۱ با توجه به متن سؤال، نقطه‌ی B وسط نقطه‌ی A و نقطه‌ی قرینه‌اش است که در این صورت کافیست مختصات نقطه‌ی وسط را دو برابر کنیم سپس اختلافش را با مختصات نقطه‌ی A به‌دست آوریم.

$$(\bigcirc+۷)\div۲=۹$$
$$(۹\times۲)-۷=\textcircled{۱۱}\Rightarrow\begin{bmatrix}۱۱\\۱۱\end{bmatrix}$$

۹۶۴- گزینه‌ی ۳ با رسم شکل قابل تشخیص است.



۹۶۵- گزینه‌ی ۳ با رسم قرینه‌ی شکل، مشاهده می‌کنیم که قرینه‌ی نقاط (آ ب ج) نقاط (د هـ و) هستند که مختصات آن‌ها به صورت زیر است:

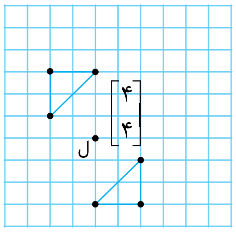


$$\text{د}=\begin{bmatrix}۸\\۸\end{bmatrix}\ ،\ \text{و}=\begin{bmatrix}۷\\۵\end{bmatrix}\ ،\ \text{هـ}=\begin{bmatrix}۵\\۶\end{bmatrix}$$

۹۶۶- گزینه‌ی ۱ با توجه به صورت سؤال، نقطه‌ی C وسط پاره‌خط AB است. پس مختصات نقطه‌ی وسط AB را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l}\text{مؤلفه‌ی طول نقطه‌ی وسط}=\dfrac{\text{مجموع مؤلفه‌های طول دو نقطه}}{۲}=\dfrac{۱۱+۵}{۲}=\dfrac{۱۶}{۲}=۸\\[2ex]\text{مؤلفه‌ی عرض نقطه‌ی وسط}=\dfrac{\text{مجموع مؤلفه‌های عرض دو نقطه}}{۲}=\dfrac{۹+۷}{۲}=\dfrac{۱۶}{۲}=۸\end{array}\right\}\Rightarrow C=\begin{bmatrix}۸\\۸\end{bmatrix}$$

۹۶۷- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول**: می‌توانیم شکل رسم کنیم:



راه‌حل دوم: می‌توانیم مؤلفه‌های طول و عرض هر رأس را با قرینه‌های خودشان جمع و بر ۲ تقسیم کنیم تا مختصات نقطه‌ی (ل) به‌دست آید.

$$\begin{bmatrix}۲\\۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۶\\۳\end{bmatrix}\begin{matrix}\nearrow\ \dfrac{۶+۲}{۲}=۴\\[2ex]\searrow\ \dfrac{۵+۳}{۲}=۴\end{matrix}\qquad\begin{bmatrix}۴\\۴\end{bmatrix}\text{ل}$$

$$\begin{bmatrix}۲\\۷\end{bmatrix},\begin{bmatrix}۶\\۱\end{bmatrix}\begin{matrix}\nearrow\ \dfrac{۶+۲}{۲}=۴\\[2ex]\searrow\ \dfrac{۷+۱}{۲}=۴\end{matrix}\qquad\begin{bmatrix}۴\\۴\end{bmatrix}\text{ل}\ ،$$

$$\begin{bmatrix}۴\\۷\end{bmatrix},\begin{bmatrix}۴\\۱\end{bmatrix}\begin{matrix}\nearrow\ \dfrac{۷+۱}{۲}=\dfrac{۸}{۲}=۴\\[2ex]\searrow\ \dfrac{۴+۴}{۲}=\dfrac{۸}{۲}=۴\end{matrix}\qquad\begin{bmatrix}۴\\۴\end{bmatrix}\text{ل}\ ،$$

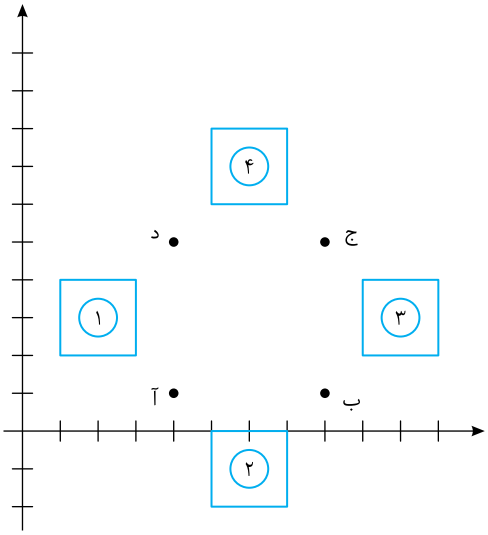
۹۶۸- گزینه‌ی ۳ محورهای مختصات را رسم می‌کنیم و ۴ مرحله‌ی اوّل را انجام می‌دهیم: ابتدا شکل حاصل از رسم نقاط را به‌دست می‌آوریم که همان شکل (۱) است. شکل را نسبت به نقطه‌ی (آ) قرینه می‌کنیم و شکل (۲) به‌دست می‌آید.

سپس شکل حاصل را نسبت به (ب) قرینه می‌کنیم و شکل (۳) به‌دست می‌آید.

حال شکل را نسبت به (ج) قرینه می‌کنیم و شکل (۴) به‌دست می‌آید.

اگر شکل را نسبت به (د) قرینه کنیم دوباره به شکل (۱) می‌رسیم و بعد از آن نیز دوباره به (۲)، (۳)، (۴) و ...

در نتیجه شکل جدیدتری حاصل نمی‌شود. پس کافی است مساحت (۱)، (۲)، (۳) و (۴) را حساب کنیم.



مساحت (۱): $۲\times۲=۴\Rightarrow$ مجموع مساحت‌های (۱)، (۲)، (۳)، (۴) $=۴\times۴=۱۶$

فصل پنجم

اندازه گیری

پاسخ‌های تشریحی

۹۶۹- گزینه‌ی ۲ ارتفاع یک اتاق معمولاً بین ۲ متر و ۹۰ سانتی‌متر تا ۳ متر و ۴۰ سانتی‌متر است.
از آن‌جا که هر متر ۱۰ دسی‌متر است پس:

دسی‌متر ۲/۹۸۶×۱۰=۲۹/۸۶ متر

۹۷۰- گزینه‌ی ۲ هر متر ۱۰۰۰ میلی‌متر است. پس:

میلی‌متر ۳/۰۶۷×۱۰۰۰=۳۰۶۷

۹۷۱- گزینه‌ی ۲ هر کدام از اندازه‌ها را به سانتی‌متر تبدیل و با هم جمع می‌کنیم:

۲۰۰ سانتی‌متر = ۲ متر ⇒ ۱۰۰ سانتی‌متر = ۱ متر

۱۰ سانتی‌متر = ۱ دسی‌متر

۲۱۵ سانتی‌متر = ۵ سانتی‌متر + ۱۰ سانتی‌متر + ۲۰۰ سانتی‌متر

۹۷۲- گزینه‌ی ۳ همه‌ی واحدها را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم:

۱ سانتی‌متر = ۱۰ میلی‌متر

۱۰۰ سانتی‌متر = ۱۰ دسی‌متر

حال حاصل جمع را حساب می‌کنیم:

۱۱۱ سانتی‌متر = ۱ سانتی‌متر + ۱۰ سانتی متر + ۱۰۰ سانتی‌متر

۹۷۳- گزینه‌ی ۲ هر دقیقه ۶۰ ثانیه است پس ۲۵۰ ثانیه را به ۶۰ تقسیم می‌کنیم تا ببینیم چند دقیقه‌ی کامل داریم:

$$\begin{array}{r|l} ۲۵۰ & ۶۰ \\ \cline{2-2} ۲۴۰ & \boxed{۴} \\ \cline{1-1} ۱۰ & \end{array}$$

۴ دقیقه‌ی کامل و ۱۰ ثانیه

۹۷۴- گزینه‌ی ۱ در این گونه مسائل باید به واحدها توجه داشت و در تبدیل آن‌ها دقت نمود. ابتدا همه‌ی واحدها را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم.

سانتی‌متر ۰/۸×۱۰۰=۸۰ متر

دسی‌متر ۵۷÷۱۰=۵/۷   سانتی‌متر ۱۳۷−۸۰=۵۷   سانتی‌متر ۱۱۲+۲۵=۱۳۷   سانتی‌متر ۰/۲۵×۱۰۰=۲۵ متر

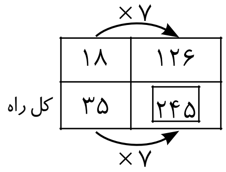
۹۷۵- گزینه‌ی ۱ اگر تعداد صفحه‌ها را نصف کنیم تعداد ورق‌ها به دست می‌آید.

(برگ) ورق ۱۵۰÷۲=۷۵

ضخامت هر برگ (تا سه رقم اعشار) میلی‌متر ۷÷۷۵≃۰/۰۹۳   ,   میلی‌متر ۰/۰۷×۱۰۰=۷ دسی‌متر

۹۷۶- گزینه‌ی ۳ $\frac{۳}{۵}$ از $\frac{۶}{۷}$ راهی، $\frac{۱۸}{۳۵}$ آن راه است.

$$\frac{۳}{۵}\times\frac{۶}{۷}=\frac{۱۸}{۳۵}$$



×۷

	۱۸	۱۲۶
کل راه	۳۵	$\boxed{۲۴۵}$

×۷

متر ۴۹×۱۰۰۰=۴۹۰۰۰   ,   کیلومتر $۲۴۵\times\frac{۱}{۵}=\frac{۲۴۵}{۵}=۴۹$

۹۷۷- گزینه‌ی ۲ عدد $\frac{۳}{۴}=۰/۷۵$ و $\frac{۳}{۲}=۱/۵$ است. پس:

$$\frac{\cancel{۳}}{\cancel{۴}}\times\frac{\overset{۲}{\cancel{۸}}}{\underset{۳}{\cancel{۹}}}\times\frac{\cancel{۳}}{\cancel{۲}}=۱$$ متر

۱ متر برابر ۱۰ دسی‌متر است.

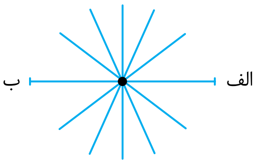
۹۷۸- گزینه‌ی ۲ میانگین قد سه نفر را می‌یابیم سپس اختلاف قد محمد را با میانگین قد سه نفر به دست می‌آوریم؛ در ضمن چون پاسخ را به سانتی‌متر خواسته، واحدها را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم:

۱۵/۲ دسی‌متر = ۱۵۲ سانتی‌متر ۱۰ × ، ۱/۴۹ متر = ۱۴۹ سانتی‌متر ۱۰۰ ×

```
  ۱۶۱
  ۱۴۹
+۱۵۲
  ۴۶۲
```

اختلاف قد محمد با میانگین: سانتی‌متر ۱۶۱−۱۵۴=۷ ، میانگین قد سه نفر ۴۶۲÷۳=۱۵۴

۹۷۹- گزینه‌ی ۴ بی‌شمار خط مانند شکل می‌توان رسم کرد که پاره‌خط «الف ب» را نصف کنند.

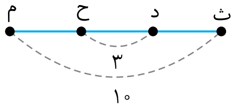


۹۸۰- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل گزینه‌ی (۴) اگر CD را از حاصل عبارت پرانتز کم کنیم، پاره‌خط AD ایجاد می‌شود که مساوی حاصل جمع طرف دوم تساوی است.

$$(AB-BC)=AC$$
$$AC-CD=AD$$
$$AD=AE+ED$$

۹۸۱- گزینه‌ی ۱ ابتدا بهتر است که خلاصه شده‌ی سؤال را روی شکل زیر بررسی کنیم، سپس مجموع اعداد را به‌دست آوریم:

(م ح =□), (ح د =۳), (م ث =۱۰)⇒(د ث =۷−□)



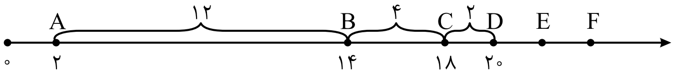
م‌ث + ح‌ث + دم + ث‌د + دح + ح‌م

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

۱۰ + ۱۰−□ + □+۳ + ۷−□ + ۳ + □

$\cancel{□}+۱۰-\cancel{□}+\cancel{□}+۱۳-\cancel{□}+۱۰=۱۰+۱۳+۱۰=۳۳$

۹۸۲- گزینه‌ی ۳ ابتدا طول پاره‌خط AB را به دست می‌آوریم. اگر آن را بر ۳ تقسیم کنیم، طول BC به دست می‌آید و اگر طول BC را نصف کنیم طول CD به دست می‌آید.

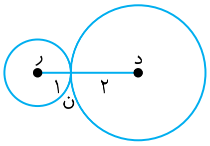


طول AB ۱۴−۲=۱۲
طول BC ۱۲÷۳=۴
طول CD ۴÷۲=۲
⇒
نقطه‌ی C ۱۴+۴=۱۸
نقطه‌ی D ۱۸+۲=۲۰

۹۸۳- گزینه‌ی ۴ فاصله‌ی بین نقاط A و B، $۶\frac{۱}{۲}$ آجر است:

نصف آجر ۱۶÷۲=۸
طول ۶ آجر ۶×۱۶=۹۶
⇒ ۹۶+۸=۱۰۴ سانتی‌متر ، ۱۰۴÷۱۰=۱۰/۴ دسی‌متر

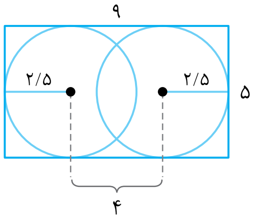
۹۸۴- گزینه‌ی ۳ پاره‌خط «ر د» و دو دایره را طبق سؤال رسم می‌کنیم:



«ر د» = «ر ن» + «ن د»

«ر د» =۱+۲=۳

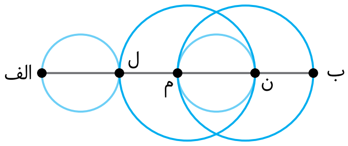
۹۸۵- گزینه‌ی ۳ از روی شکل متوجه می‌شویم که قطر دایره‌ها برابر با ۵ است، پس شعاع $\frac{۵}{۲}=۲/۵$ است.



حال فاصله‌ی دو مرکز برابر است با:

$۹-(\cancel{۲/۵+۲/۵})=۹-۵=۴$

۹۸۶- گزینه‌ی ۴ پاره‌خط‌های «الف ل» و «م ن» قطرهای دایره‌های کوچک هستند. پس طول آن‌ها برابر ۸=۴×۲ سانتی‌متر است. پاره‌خط «ل ن» برابر قطر دایره‌ی بزرگ است:



«ل ن»=۷×۲=۱۴

«ل ن» = «ل م» + «م ن»

۱۴ = «ل م» + (۸) ⇒ «ل م» = ۶

به همین حالت «ب ن» هم برابر ۶ سانتی‌متر است. بنابراین طول پاره‌خط «الف ب» برابر می‌شود با:

۸+۶+۸+۶=۲۸

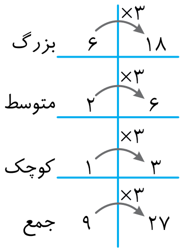
۹۸۷- گزینه‌ی ۴ با توجّه به عبارت‌های متن سؤال می‌توانیم طول پاره‌خط‌ها را با اندازه‌های روبه‌رو فرض کنیم تا تشخیص راحت‌تر شود.

AB=۱۰

EF=۱۵ , ۲۰>۱۵>۱۰ ⇒ CD>EF>AB

CD=۲۰

۹۸۸- گزینه‌ی ۲ با استفاده از تناسب طول هر قسمت را به‌دست می‌آوریم



در نتیجه اختلاف طول قسمت متوسط از طول قسمت کوچک‌تر برابر است با:

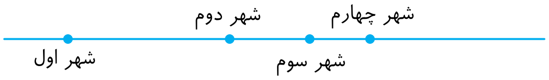
۶−۳= ۳ کیلومتر

هر کیلومتر ۱۰۰۰۰ دسی‌متر است:

فاصله=۳×۱۰۰۰۰=۳۰۰۰۰ دسی‌متر

۹۸۹- گزینه‌ی ۴ فاصله‌ی شهر دوم تا سوم برابر است با نصف فاصله‌ی شهر اول تا دوم یعنی:

فاصله‌ی شهر دوم تا سوم $=\frac{۲۰}{۲}=۱۰$ کیلومتر



فاصله‌ی شهر اول تا سوم برابر است با:

فاصله‌ی شهر اول تا دوم + فاصله‌ی شهر دوم تا سوم =۲۰+۱۰=۳۰ کیلومتر

فاصله شهر سوم تا چهارم برابر است با:

$\frac{\text{فاصله‌ی شهر اول تا سوم}}{۴}=\frac{۳۰}{۴}=۷/۵$ کیلومتر

در آخر فاصله‌ی شهر دوم تا چهارم برابر است با:

فاصله‌ی شهر دوم تا سوم + فاصله‌ی شهر سوم تا چهارم =۱۰+۷/۵=۱۷/۵ کیلومتر

و هر کیلومتر ۱۰۰۰ متر است:

۱۷/۵×۱۰۰۰=۱۷۵۰۰ متر

۹۹۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا حاصل جمع طول دو قطعه نوار را به دست آورده سپس با توجّه به این که هر متر ده دسی‌متر است اندازه‌ی طول نوار نایلنی را به متر تبدیل می‌کنیم.

متر ۷÷۱۰=۰/۷ ، دسی‌متر ۳/۵×۲=۷

۹۹۱- گزینه‌ی ۳ نصف محیط برابر است با مجموع طول و عرض، بنابراین داریم:

$$\text{عرض}+\text{طول}=\text{عرض}+\text{عرض}+۶=\frac{۱۲۰}{۲}=۶۰$$

۶۰−۶=۵۴

اندازه‌ی عرض ۵۴÷۲=۲۷

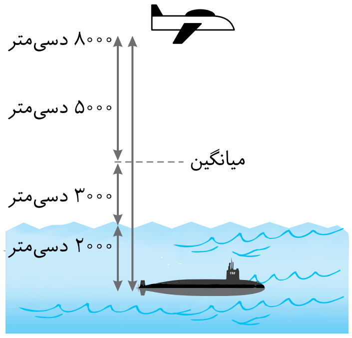
۹۹۲- گزینه‌ی ۱ با تبدیل کیلومتر به دسی‌متر و رسم شکل، مسئله راحت‌تر حل می‌شود.

می‌دانیم هر کیلومتر، ۱۰۰۰۰ دسی‌متر است. بنابراین داریم:

دسی‌متر ۰/۲×۱۰۰۰×۱۰=۲۰۰۰ کیلومتر

میانگین دسی‌متر $\frac{۲۰۰۰+۸۰۰۰}{۲}=\frac{۱۰۰۰۰}{۲}=۵۰۰۰$

اختلاف میانگین تا سطح دریا دسی‌متر ۸۰۰۰−۵۰۰۰=۳۰۰۰



۹۹۳- گزینه‌ی ۴ تنها گزینه‌ای که بر ۵۵ بخش‌پذیر است، گزینه‌ی (۴) می‌باشد.

تکه ۲۲۰÷۵۵=۴ ، سانتی‌متر ۲/۲×۱۰۰=۲۲۰ متر

۹۹۴- گزینه‌ی ۴ با تای سوم ۸ قطعه خواهیم داشت. پس:

متر ۸÷۱۰=۰/۸ ، دسی‌متر ۶۴÷۸=۸

۹۹۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا محیط دایره را محاسبه، سپس جدول تناسب روبه‌رو را تشکیل می‌دهیم.

محیط سانتی‌متر ۲۰۰×۲×۳/۱۴=۱۲۵۶

تفاضل دو کمان سانتی‌متر ۶۲۸−۱۵۷=۴۷۱

دسی‌متر ۴۷۱÷۱۰=۴۷/۱

۴	$\boxed{۶۲۸}$	کمان بزرگ‌تر
۳	۴۷۱	
۱	$\boxed{۱۵۷}$	کمان کوچک‌تر
۸	۱۲۵۶	مجموع نسبت‌ها

×۱۵۷

۹۹۶- گزینه‌ی ۱ ابتدا حاصل جمع طول لوله‌ها را به دست می‌آوریم سپس حاصل نهایی را به متر تبدیل می‌کنیم:

دسی‌متر (۱×۱۰)+(۲×۹)+(۳×۸)+(۴×۷)+(۵×۶)+(۶×۵)+(۷×۴)+(۸×۳)+(۹×۲)+(۱۰×۱)=۲۲۰

متر ۲۲۰÷۱۰=۲۲

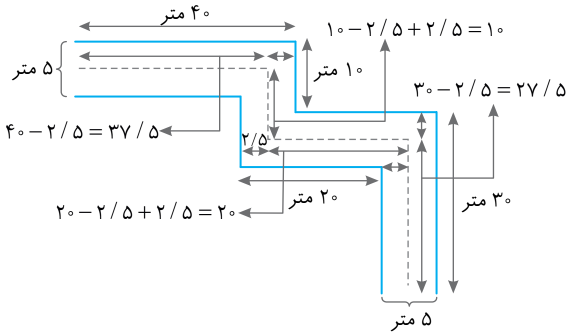
۹۹۷- گزینه‌ی ۳ ابتدا تعداد پاره‌خط‌ها را محاسبه می‌کنیم سپس طول پاره‌خط‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

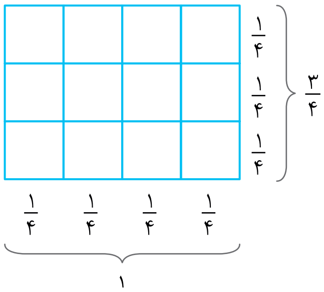
پاره‌خط $\frac{۶×۵}{۲}=\frac{۳۰}{۲}=۱۵$

۵+۱۰+۸+۴+۲+(۲+۴)+(۴+۸)+(۸+۱۰)+(۱۰+۵)+(۲+۴+۸)+(۴+۸+۱۰)+
(۸+۱۰+۵)+(۲+۴+۸+۱۰)+(۴+۸+۱۰+۵)+(۲+۴+۸+۱۰+۵)=۲۱۹

۹۹۸- گزینه‌ی ۳ در شکل خط‌چین عرض کوچه را در هر قسمت به دو نیمه‌ی ۲/۵ متری (۵÷۲=۲/۵) تقسیم می‌کند. پس بخش‌های به‌دست آمده را مطابق شکل با هم جمع می‌کنیم.

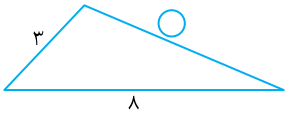
۳۷/۵+۱۰+۲۰+۲۷/۵=۹۵





۹۹۹- گزینه‌ی ۲ طول جدول برابر یک است. پس طول هر ضلع مربع‌ها برابر $\frac{۱}{۴}$ می‌شود. کل طول سیم برابر ۴ تا طول جدول به اندازه‌ی ۱ و ۵ تا عرض به اندازه‌ی $\frac{۳}{۴}$ است:

$$۴\times۱+۵\times\frac{۳}{۴}=۴+\frac{۱۵}{۴}=\frac{۱۶}{۴}+\frac{۱۵}{۴}=\frac{۳۱}{۴}$$



۱۰۰۰- گزینه‌ی ۲ در هر مثلّث مجموع هر دو ضلع باید از ضلع سوم بزرگ‌تر باشد. یعنی:

$$۳+\bigcirc>۸ \Rightarrow \bigcirc>۵$$
$$۸+۳>\bigcirc \Rightarrow ۱۱>\bigcirc$$

پس ○ فقط می‌تواند ۶، ۷، ۸، ۹ و ۱۰ باشد.

۱۰۰۱- گزینه‌ی ۳ برای تشکیل شدن مثلّث باید جمع اندازه‌ی هر دو ضلع از اندازه‌ی ضلع سوم بیش‌تر شود. یعنی

$$۵+۱۹>\square$$
$$۵+\square>۱۹ \quad (*)$$
$$\square+۱۹>۵$$

در رابطه‌ی (*) کوچک‌ترین عدد طبیعی که با ۵ جمع شود و از ۱۹ بزرگ‌تر شود، ۱۵ است.

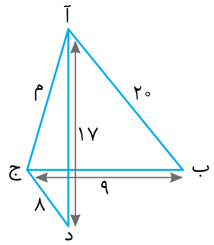
$$۵+\boxed{۱۵}=۲۰>۱۹$$

حال به‌جای □، ۱۵ را قرار دهیم و بقیه‌ی حالت‌ها را امتحان می‌کنیم.

$$۵+۱۹=۲۴>\boxed{۱۵} \quad ✓$$
$$\boxed{۱۵}+۱۹=۳۴>۵ \quad ✓$$

پس کم‌ترین مقدار ممکن برای طول ضلع سوم ۱۵ است، بنابراین کم‌ترین محیط برابر است با

$$۱۹+۱۵+۵=۳۹$$



۱۰۰۲- گزینه‌ی ۳ فرض می‌کنیم چهار نقطه به‌صورت زیر هستند. در هر مثلّث مجموع ۲ ضلع باید از ضلع سوم بزرگ‌تر باشد. در مثلّث «آ ب ج» داریم: $م+۹>۲۰\Rightarrow م>۱۱$

در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۴) نمی‌تواند درست باشد.

در مثلّث «آ د ج» داریم: $۱۷+۸>م\Rightarrow ۲۵>م$

در نتیجه گزینه‌ی (۲) هم نمی‌تواند باشد.

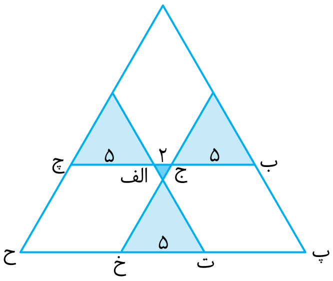
۱۰۰۳- گزینه‌ی ۲ چون جدول متقارن است، خانه‌های خالی را پر می‌کنیم:

نقطه‌ی اول را «الف» می‌گیریم و بقیه‌ی نقطه‌ها را با توجه به جدول قرار می‌دهیم.

د	ج	ب	الف	
۳	۴	۲		الف
۵	۶		۲	ب
۱		۶	۴	ج
	۱	۵	۳	د

«ب» با «الف» ۲ واحد فاصله دارد. «ج» با «الف» ۴ واحد و با «ب» ۶ واحد فاصله دارد.

نقطه‌ی «د» با «الف» ۳ واحد، با «ج» ۱ واحد و با «ب» ۵ واحد فاصله دارد. پس نقطه‌ی «د» بین «الف» و «ج» و نقطه‌ی «الف» بین «ب» و «د» قرار دارد.



۱۰۰۴- گزینه‌ی ۲ در این جا چهارضلعی‌های متوازی‌الاضلاعی داریم و از ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع استفاده می‌کنیم. چهارضلعی‌های (الف ب پ ت) و (ج چ ح خ) متوازی‌الاضلاع هستند. پس:

(الف ب)=(پ ت)=۲+۵=۷

(ج چ)=(خ ح)=۲+۵=۷

طول ضلع مثلث=طول پاره خط(پ ح)=(خ ح)+(ت خ)+(پ ت) =۷+۵+۷=۱۹

محیط مثلث بزرگ ۵۷=۳×۱۹

۱۰۰۵- گزینه‌ی ۴ هکتار و کیلومتر مربع را به متر مربع تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{\text{۱ هکتار}}{\text{۱ کیلومترمربع}}=\frac{\text{۱۰۰۰۰ متر مربع}}{\text{۱۰۰۰۰۰۰ متر مربع}}=\frac{۱}{۱۰۰}=\frac{\text{سانتی‌متر}}{\text{متر}}$$

۱۰۰۶- گزینه‌ی ۳ با توجه به این‌که هر متر مربّع ۱۰۰ دسی‌متر مربّع است.

متر مربّع ۰/۰۴۵=۱۰۰÷۴/۵ دسی‌متر مربّع

$$\frac{۳}{\cancel{۵}_{۱}}\times\frac{\cancel{۴۵}^{۹}}{۱۰۰۰}=\frac{۲۷}{۱۰۰۰}=۰/۰۲۷$$

۱۰۰۷- گزینه‌ی ۳ یک کیلومتر برابر ۱۰۰۰ متر است و هر متر برابر ۱۰۰ سانتی‌متر. پس یک کیلومتر برابر ۱۰۰۰۰۰ سانتی‌متر است.

سانتی‌متر مربّع ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰=۱۰۰۰۰۰×۱۰۰۰۰۰= مساحت مربّع به طول یک کیلومتر

سانتی‌متر مربّع ۱=۱×۱= مساحت مربّع به طول یک سانتی‌متر

در کل می‌توان نتیجه گرفت:

ده میلیارد سانتی‌متر مربّع = سانتی‌متر مربّع ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰= متر مربّع ۱۰۰۰۰۰۰= یک کیلومتر مربّع

۱۰۰۸- گزینه‌ی ۱ مساحت مربّع را به‌دست می‌آوریم:

متر مربّع ۱۲۲۱۰۲۵=۱۱۰۵×۱۱۰۵

یک کیلومتر مربّع برابر ۱۰۰۰۰۰۰ مترمربّع است.

÷۱۰۰۰۰۰۰

۱/۲۲۱۰۲۵	۱	کیلومتر مربع
۱۲۲۱۰۲۵	۱۰۰۰۰۰۰	متر مربع

÷۱۰۰۰۰۰۰

۱۰۰۹- گزینه‌ی ۱ یک کیلومتر مربّع برابر ۱۰۰۰۰۰۰ مترمربّع است.

×۶۰۰۰

۶۰۰۰	۱	کیلومتر مربع
۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	متر مربع

×۶۰۰۰

هر هکتار نیز برابر ۱۰۰۰۰ متر مربّع است.

÷۱۰۰۰۰

۶۰۰۰۰۰	۱	هکتار
۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	متر مربع

÷۱۰۰۰۰

۱۰۱۰- گزینه‌ی ۳ همه‌ی مساحت‌ها را در یک واحد اندازه‌گیری می‌نویسیم. در این سؤال واحد مساحت‌ها را به متر مربّع تبدیل می‌کنیم:

متر مربّع ۱۰۰۰۰= یک هکتار :گزینه‌ی (۱)

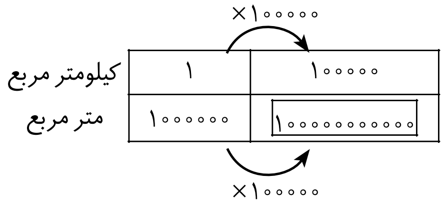
متر مربّع ۱۰۰۰۰=۱۰۰×۱۰۰= مساحت زمین مربّعی به طول ۱۰۰ متر :گزینه‌ی (۲)

متر مربّع ۱۰۰۰۰۰۰=۱۰۰۰×۱۰۰۰= یک کیلومتر × یک کیلومتر = مساحت زمین مربّعی به طول یک کیلومتر :گزینه‌ی (۳)

متر مربّع ۲۰۰۰۰=۱۰۰×۲۰۰= عرض × طول = مساحت زمین مستطیلی :گزینه‌ی (۴)

۱۰۱۱- گزینه‌ی **۴** باید مساحت خشکی‌ها را از مساحت خشکی‌ها و آب‌ها کم کنیم:

کیلومتر مربّع ۱۷۴۸۰۰۰−۱۶۴۸۰۰۰=۱۰۰۰۰۰



کیلومتر مربع	۱	۱۰۰۰۰۰
متر مربع	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

صد میلیارد = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

۱۰۱۲- گزینه‌ی **۲** طول و عرض مستطیل را به متر تبدیل می‌کنیم:

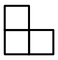
هر متر ۱۰ دسی‌متر است.
هر متر ۱۰۰۰ میلی‌متر است.
مساحت مستطیل برابر است با:

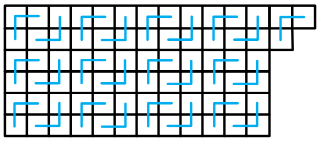
طول=۲/۵÷۱۰=۰/۲۵ متر
عرض=۱۵۰÷۱۰۰۰=۰/۱۵ متر
عرض × طول =۰/۱۵×۰/۲۵=۰/۰۳۷۵ متر مربّع

۱۰۱۳- گزینه‌ی **۳** ابتدا طول و عرض مستطیل را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم:

هر سانتی‌متر ۱۰ میلی‌متر است.
هر متر ۱۰۰ سانتی‌متر است:
مساحت مستطیل برابر است با:

عرض =۵۰۰÷۱۰=۵۰ سانتی‌متر
طول=۰/۸×۱۰۰=۸۰ سانتی‌متر
عرض × طول =۵۰×۸۰=۴۰۰۰ سانتی‌متر مربّع

۱۰۱۴- گزینه‌ی **۳** ابتدا باید تعداد کاشی‌های  را که در شکل به کار رفته پیدا کنیم. به صورت زیر کاشی‌ها را می‌شماریم:

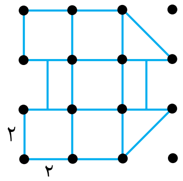


۴=۲۵÷۱۰۰=تعداد کاشی‌ها = مساحت کل ÷ مساحت هر کاشی ⇐

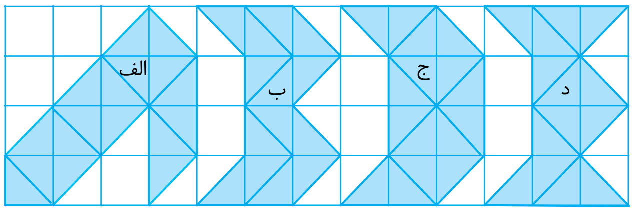
۱۰۱۵- گزینه‌ی **۱** با توجّه به شکل با کنار هم قرار دادن قسمت‌های ناقص می‌توان مربّع ایجاد کرد بنابراین ۷ مربّع داریم:

مساحت هر مربّع ۴=۲×۲

۲۸=۷×۴= مساحت ⇐ ۷ مربّع کامل = ۵ مربّع کامل + ۴ نصف مربع

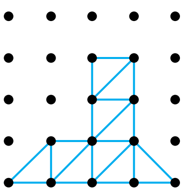


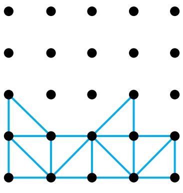
۱۰۱۶- گزینه‌ی **۱** شکل‌ها را به مثلّث‌های کوچک و برابر تقسیم می‌کنیم و تعداد مثلّث‌های هر شکل را می‌شماریم:

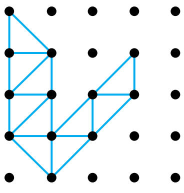


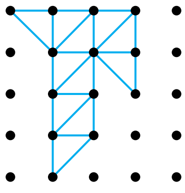
۱۴ مثلث ۱۶ مثلث ۱۴ مثلث ۱۷ مثلث

۱۰۱۷- گزینه‌ی **۴** شکل‌ها را به مثلّث‌های کوچک و یکسان تقسیم می‌کنیم و تعداد مثلّث‌های هر شکل را می‌شماریم.


الف) ۱۰ مثلث

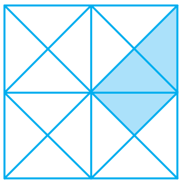

ب) ۱۰ مثلث


ج) ۱۰ مثلث


د) ۱۱ مثلث

پس مساحت (د) از بقیه بیش‌تر است.

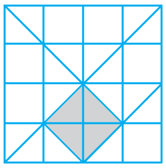
۱۰۱۸- گزینه‌ی **۳** شکل را به صورت مقابل تقسیم‌بندی می‌کنیم:



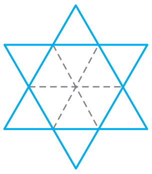
طبق شکل قسمت سایه‌خورده ۳ مثلّث کوچک و کل مربّع ۱۶ مثلّث کوچک دارد،

بنابراین نسبت مساحت ناحیه‌ی رنگی به مساحت کل برابر است با: $\frac{۳}{۱۶}$

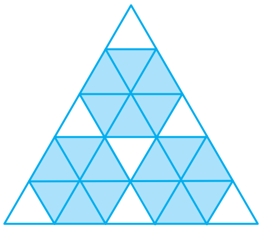
۱۰۱۹- گزینه‌ی **۳** مربّع را به ۱۶ مربّع کوچک‌تر به صورت نشان داده شده، تقسیم می‌کنیم. مربّع رنگی از ۴ نیم مربّع کوچک یعنی دو مربّع کوچک تشکیل شده است، بنابراین نسبت مساحت رنگی به مساحت مربع بزرگ برابر $\frac{۲}{۱۶}$ یا $\frac{۱}{۸}$ است.



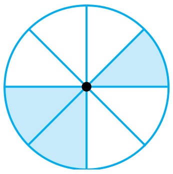
۱۰۲۰- گزینه‌ی **۱** هر ۶ ضلعی از ۶ مثلّث متساوی‌الاضلاع که طول ضلعشان با طول ضلع ۶ ضلعی برابر است تشکیل شده است. چون تعداد مثلّث‌های بیرونی و درونی با هم برابر است و در یک ضلع هم مشترک هستند، مساحت‌هایشان با هم برابر است و نسبت آن‌ها به یک‌دیگر ۱ به ۱ است.



۱۰۲۱- گزینه‌ی **۲** شش‌ضلعی واحد رادین از ۶ مثلّث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است. مثلّث بزرگ نیز شامل ۲۵ تا از این مثلّث‌هاست. بنابراین مساحت مثلّث بزرگ برحسب واحدهای شش‌ضلعی رادین برابر است با: $\frac{۲۵}{۶}=۴\frac{۱}{۶}$

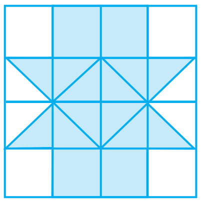


۱۰۲۲- گزینه‌ی **۴** با توجه به شکل روبه‌رو می‌توانیم سطح دایره را به هشت قسمت مساوی تقسیم کنیم که $\frac{۳}{۸}$ آن رنگی است. پس مساحت بخش رنگی $\frac{۳}{۸}\times ۱۲=\frac{۹}{۲}$ است.



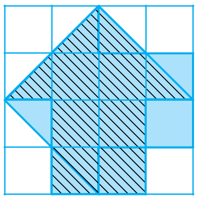
۱۰۲۳- گزینه‌ی **۱** اگر دو مربّع بزرگ را طوری روی هم قرار دهیم که جهت فلش‌ها تغییر نکند شکل روبه‌رو پدید می‌آید. (یعنی ۴ تا $\frac{۱}{۲}$ از مساحت مربّع‌های کوچک که برابر با ۲ مربّع کوچک است)

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}=\frac{۴}{۲}=۲$$

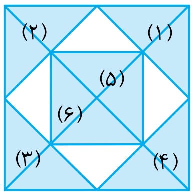


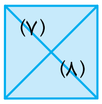
۱۰۲۴- گزینه‌ی **۴** کافی است دو فلش را در یک مربّع ۴×۴ رسم کرده و هر شکل را به صورت خاص رنگ بزنیم. بخش‌هایی که دو بار رنگ بخورند، جز جواب هستند. قسمت دو بار رنگ خورده از ۴ مثلّث به مساحت $\frac{۱}{۲}$ و ۴ مربّع به مساحت ۱ تشکیل شده است. پس مساحت مورد نظر ۶ می‌باشد.

$$(۴\times\frac{۱}{۲})+(۴\times۱)=۲+۴=۶$$

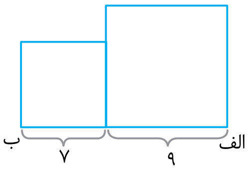


۱۰۲۵- گزینه‌ی **۲** مربّع بزرگ به ۱۶ مثلّث کوچک و مساوی تقسیم شده است. یعنی مساحت هر مثلّث کوچک برابر $\frac{۱}{۱۶}$ است. پس با کنار هم قرار گرفتن دو مثلّث کوچک، مثلّثی به مساحت $(\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۱۶}=\frac{۲}{۱۶}=\frac{۱}{۸})$ ساخته می‌شود. این مثلّث‌ها در شکل رنگ شده‌اند. دقت کنید! در مربّع کوچک وسط دو مثلّث دیگر هم می‌توان پیدا کرد.





۱۰۲۶- گزینه‌ی **۴** مساحت مربّع بزرگ ۸۱ است. در نتیجه ضلع آن ۹ است (۸۱=۹×۹)
مساحت مربّع کوچک ۴۹ است. در نتیجه ضلع آن ۷ است (۴۹=۷×۷)
پس در مجموع طول ضلع (الف ب) برابر با ۱۶=۹+۷ است.



۱۰۲۷- گزینه‌ی **۲** می‌دانیم مساحت هر مربّع برابر است با (ضلع × ضلع)، اما راه دیگر به دست آوردن مساحت مربّع به این صورت است:

$$\text{مساحت مربع}=\frac{\text{قطر}\times\text{قطر}}{۲}\Rightarrow \text{مساحت مربّع}=\frac{۲\times۲}{۲}=۲$$

۱۰۲۸- گزینه‌ی ۴ برای به دست آوردن مساحت رویه‌ی توپ، کافی است مساحت مربّع را به دست آوریم:
۳۵×۳۵=۱۲۲۵ سانتی‌متر مربّع ، ۱۲۲۵÷۱۰۰=۱۲/۲۵ دسی‌متر مربّع

۱۰۲۹- گزینه‌ی ۲ ابتدا محیط مربّع را به دست می‌آوریم سپس محیط مربّع را سه برابر می‌کنیم تا طول سیم خاردار به دست آید.
طول سیم خاردار (متر) ۶۰×۳=۱۸۰ ، محیط مربّع (متر) ۱۵×۴=۶۰ ، ۱۵×۱۵=۲۲۵

۱۰۳۰- گزینه‌ی ۳ جدول نظام‌دار زیر را تشکیل می‌دهیم:

×۱۶

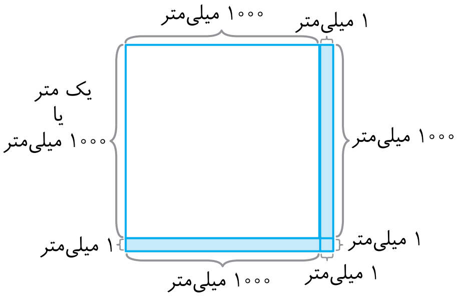
۱۶	۱	متر مربع
۱۶۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	سانتی متر مربع

×۱۶

⇐ طول ضلع مربع ۴ متر است

۴	۳	۲	۱	طول ضلع
۴×۴=۱۶	۳×۳=۹	۲×۲=۴	۱×۱=۱	مساحت مربع (ضلع × ضلع)
۴×۴=۱۶	۴×۳=۱۲	۴×۲=۸	۴×۱=۴	محیط مربع (ضلع ×۴)

۱۰۳۱- گزینه‌ی ۴ شکل روبه‌رو مربّعی را نشان می‌دهد که طول ضلع آن یک میلی‌متر اضافه شده است.



با افزایش یک میلی‌متری طول مربّع، مساحت‌های ۲ مستطیل و یک مربّع رنگی اضافه می‌شود.

مساحت‌های اضافه شده = ۲(۱×۱۰۰۰)+(۱×۱)=۲۰۰۰+۱=۲۰۰۱

۱۰۳۲- گزینه‌ی ۱ ابتدا مساحت اتاق را به دست می‌آوریم. مساحت اتاق ۱۸۰ برابر مساحت یک موزاییک است.

مساحت اتاق $=۱۸۰\times۰/۲=\overset{۱۸}{\cancel{۱۸۰}}\times\frac{۲}{\cancel{۱۰}}=۳۶$ متر مربّع　　　مساحت مربع = ۳۶ = ضلع × ضلع ⇐ ضلع مربع = ۶

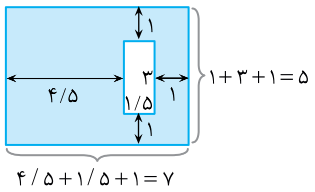
محیط مربع = ۴× ضلع = ۴×۶=۲۴

۱۰۳۳- گزینه‌ی ۴ مساحت ناحیه‌ی رنگی برابر اختلاف مساحت مستطیل و مربّع است.

مساحت مربع $=\frac{\text{قطر × قطر}}{۲}=\frac{۴\times\overset{۲}{\cancel{۴}}}{\cancel{۲}}=۸$　　　مساحت مستطیل = طول × عرض = ۸×۴=۳۲

مساحت ناحیه‌ی رنگی = ۳۲−۸=۲۴

۱۰۳۴- گزینه‌ی ۱ طبق فاصله‌های گفته شده در صورت سؤال، شکل را کامل می‌کنیم:



مساحت حیاط = ۷×۵=۳۵
مساحت حوض = ۳×۱/۵=۴/۵
⇐ مساحت حیاط بدون حوض = ۳۵−۴/۵=۳۰/۵

۱۰۳۵- گزینه‌ی ۱ ابتدا مساحت مستطیل سفید را به دست می‌آوریم:

۱۰×۸− مساحت مستطیل سفید = ۵۸

۸۰− مساحت مستطیل سفید = ۵۸ ⇐ مساحت مستطیل سفید = ۲۲

حال این مقدار را از مساحت مستطیل به طول ۱۲ و عرض ۹ کم می‌کنیم تا مساحت ناحیه‌ی خاکستری به دست آید:
مساحت ناحیه‌ی خاکستری = ۱۲×۹−۲۲=۱۰۸−۲۲=۸۶

۱۰۳۶- گزینه‌ی ۱ با نصف کردن اندازه‌ی محیط مستطیل، مجموع طول و عرض آن به دست می‌آید که با تشکیل یک تناسب می‌توانیم طول و عرض مستطیل را به دست آوریم:
مجموع طول و عرض ۴۴÷۲=۲۲

مساحت مستطیل = ۱۴×۸=۱۱۲ میلی‌متر مربّع

سانتی‌متر مربّع ۱۱۲÷۱۰۰=۱/۱۲

×۲

۱۴	۷	طول
۸	۴	عرض
۲۲	۱۱	مجموع نسبت‌ها

×۲

۱۰۳۷- گزینه‌ی ۴ وقتی طول کفش ۲۸ سانتی‌متر است طول فرش ۴۲۰ و عرض آن ۲۸۰ سانتی‌متر است.

سانتی‌متر ۲۸۰=۲۸×۱۰= عرض فرش　　　　سانتی‌متر ۴۲۰=۲۸×۱۵= طول فرش

سانتی‌متر مربّع ۱۱۷۶۰۰=۴۲۰×۲۸۰= مساحت فرش

۱۰۳۸- گزینه‌ی ۳ ابتدا محیط و طول مستطیل را به دست می‌آوریم:

مجموع طول و عرض مستطیل ۵۰=۲÷۱۰۰　　　　محیط مستطیل ۱۰۰=۱۰÷۱۰۰۰

مساحت مستطیل ۴۰۰=۴۰×۱۰　　　　عرض مستطیل ۱۰=۴۰−۵۰　　　　طول مستطیل ۴۰=۲۵÷۱۰۰۰

۱۰۳۹- گزینه‌ی ۴ وقتی مساحت مربّع ۲۵ سانتی‌متر است بدین معناست که هر کدام از اضلاع آن ۵ سانتی‌متر است (زیرا ۲۵=۵×۵).
از آن‌جایی که عرض مستطیل با ضلع مربّع برابر است و طول مستطیل ۲ برابر عرضش، می‌توان نتیجه گرفت:

طول مستطیل ۱۰=۲×۵

مساحت مستطیل سانتی‌متر مربّع ۵۰=۱۰×۵

۱۰۴۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا ضلع مربّع را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{محیط}}{\text{تعداد ضلع}}=\frac{۲۴}{۴}=\frac{\cancel{۴}\times ۶}{\cancel{۴}}=۶ \text{ سانتی‌متر}$$

و سپس مساحت مربّع که برابر با مساحت مستطیل است را به دست می‌آوریم تا به وسیله‌ی آن طول مستطیل را محاسبه کنیم.

مساحت مستطیل = عرض × طول　　　　مساحت مربّع = ضلع × ضلع

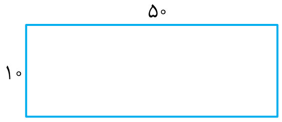
طول مستطیل سانتی‌متر ۹=۴÷۳۶⇐ مساحت مستطیل ۳۶=۴×○　　　　سانتی متر مربّع ۳۶=۶×۶

محیط مستطیل ۲۶=۱۳×۲=(۴+۹)×۲

۱۰۴۱- گزینه‌ی ۴ ابتدا مساحت و محیط باغ مستطیلی را به دست می‌آوریم.

مساحت باغ مستطیلی: مترمربع ۵۰۰=۵۰×۱۰

محیط باغ مستطیلی: متر ۱۲۰=۶۰×۲=(۵۰+۱۰)×۲



اگر همین مقدار حصار را دور یک باغ مربّعی بکشیم طول هر ضلع باغ ۳۰ متر می‌شود. ۳۰=۴÷۱۲۰
مساحت باغ مربّعی: متر مربّع ۹۰۰=۳۰×۳۰
اختلاف مساحت دو باغ: متر مربّع ۴۰۰=۵۰۰−۹۰۰

۱۰۴۲- گزینه‌ی ۲ ابتدا ٪۴۰ محیط مربّع را حساب می‌کنیم.

محیط مربّع (متر) ۱۲۰=۴×۳۰

○	۴۰	
۱۲۰	۱۰۰	محیط مربع

$$\Rightarrow ○=\frac{۴۰\times۱۲۰}{۱۰۰}=۴۸ \text{ متر}$$

حال محیط مستطیل را به دست می‌آوریم:

×۴۸

۴۸	۱	
$\boxed{۲۸۸}$	۶	محیط مستطیل

×۴۸

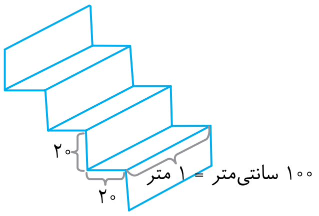
$$\frac{۱}{\underset{۲}{\cancel{۴}}}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{۳}=\frac{۱}{۶}$$

می‌دانیم محیط مستطیل دو برابر مجموع طول و عرض آن است.

متر ۴۹=۹۵−۱۴۴= عرض مستطیل　　,　　۱۴۴=۲÷۲۸۸= مجموع طول و عرض

مساحت مستطیل = طول × عرض ۴۶۵۵=۹۵×۴۹⇐

۱۰۴۳- گزینه‌ی ۳ ارتفاع هر پله و طول هر پله یک مستطیل و طول هر پله و عرض هر پله هم یک مستطیل تشکیل می‌دهد. در شکل زیر این مستطیل‌ها دیده می‌شوند.
مساحت موکت مورد نیاز برای هر پله برابر مساحت دو مستطیل برابر با عرض ۲۰ سانتی‌متر و طول ۱۰۰ سانتی‌متر است.

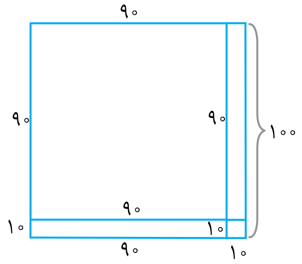


$$\text{سانتی‌متر مربّع } ۴۰۰۰=\left(\overset{۲۰۰۰}{\cancel{۲۰\times۱۰۰}}\right)\times۲= \text{مساحت موکت برای یک پله}$$

متر مربّع ۴= سانتی‌متر مربّع ۴۰۰۰۰=۱۰×۴۰۰۰= مساحت موکت برای ۱۰ پله

۱۰۴۴- گزینه‌ی ۱ وقتی اضلاع را سه برابر کنیم مساحت شکل ۳×۳ یعنی ۹ برابر خواهد شد. ۳۶×۹=۳۲۴ سانتی‌متر مربّع

۱۰۴۵- گزینه‌ی ۲ ابعاد پارچه ۰/۱ آب می‌روند، یعنی هر ضلع آن به اندازه‌ی ۰/۱ اندازه‌ی قبلی کوچک می‌شود.



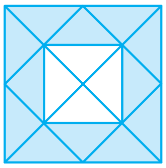
ضلع اولیه = یک متر = ۱۰۰ سانتی‌متر

ضلع جدید =۱۰۰−۰/۱×۱۰۰=۱۰۰−۱۰=۹۰

مساحت مربّع جدید =۹۰×۹۰=۸۱۰۰ سانتی‌متر مربّع

۱۰۴۶- گزینه‌ی ۱ چون زاویه‌ی بین قطرها قابل تغییر است، پس هم مساحت و هم محیط تغییر می‌کنند.

۱۰۴۷- گزینه‌ی ۲ شکل را به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:

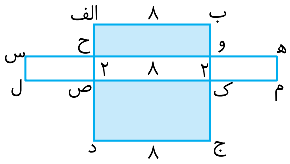


مثلّث‌های ایجاد شده در ناحیه رنگی ۱۲تاست و تعداد مثلّث‌های مربّع کوچک ۴تاست.

۱۲÷۴=۳

مساحت ناحیه‌ی رنگی ۳ برابر مساحت مربّع کوچک است.

۱۰۴۸- گزینه‌ی ۴ طول ضلع (الف ب) برابر با ۸ سانتی‌متر است پس مساحت مربّع (الف ب ج د) ۶۴ سانتی‌متر مربّع است (۶۴=۸×۸) .

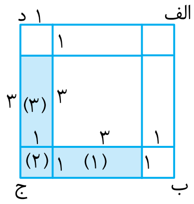


حال اگر مساحت مستطیل (ح و ک ص) را از مساحت مربّع (الف ب ج د) کم کنیم مساحت قسمت سایه‌خورده به دست می‌آید. چون (الف ب) با (س ه) موازی است. با (ح و) هم موازی و هم مساوی است بنابراین:

مساحت مستطیل (ح و ک ص) سانتی‌متر مربّع ۱۶=۲×۸

مساحت سایه‌خورده، سانتی‌متر مربّع ۴۸=۱۶−۶۴

۱۰۴۹- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول**: می‌توانیم قسمت سایه‌خورده را به ۳ قسمت ۱، ۲ و ۳ تقسیم کنیم.



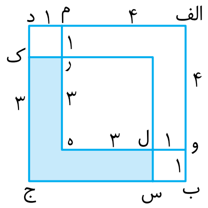
مساحت قسمت (۱) ۳=۱×۳

مساحت قسمت (۲) ۱=۱×۱

مساحت قسمت (۳) ۳=۱×۳

مساحت سایه‌خورده ۷=۳+۱+۳

راه‌حل دوم: اگر مساحت مربّع‌های (الف م ه و)، (و ل ب س) و (م ر د ک) را از مساحت کل کم کنیم، مساحت سایه‌خورده به‌دست می‌آید.



مساحت (الف و ه م) ۱۶=۴×۴

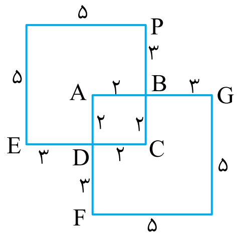
مساحت (الف ب ج د) ۲۵=۵×۵

مساحت (م ر ک د) ۱=۱×۱

مساحت (و ل س ب) ۱=۱×۱

مساحت سایه‌خورده ۷=۱۸−۲۵=(۱+۱+۱۶)−۲۵

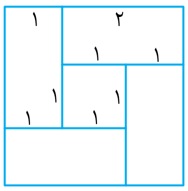
۱۰۵۰- گزینه‌ی ۲ ABCD مربّع و مساحت آن ۴ است. می‌توان نتیجه گرفت که هر ضلع ۲ سانتی‌متر است زیرا: (۴=۲×۲)



با عددگذاری مناسب روی شکل ضلع‌های دور شکل را جمع زده تا محیط شکل به‌دست آید:

۳۲=۳+۳+۵+۵+۳+۳+۵+۵

۱۰۵۱- گزینه‌ی ۱ مساحت مربّع بیرونی ۹ است و ۹=۳×۳ پس ضلع آن ۳ است. مساحت مربّع درونی ۱ است و ۱=۱×۱ پس ضلع آن ۱ است.



جمع عرض‌های ۲ مستطیل مساوی ۲=۱−۳

طول مستطیل‌ها ۲=۱+۱ ، عرض مستطیل‌ها ۱=۲÷۲

سانتی‌متر ۶=۳×۲=(۲+۱)×۲

۱۰۵۲- گزینه‌ی **۴** مساحت قسمت رنگی نصف مساحت مستطیل (هـ و ز م) است. بنابراین:

۵=۶÷۳۰=ضلع (ل د) ⇐ ۳۰=۶× ضلع (ل د) ، مساحت ناحیه‌ی رنگی: ۳۰=۲÷۶۰ ، مساحت مستطیل (هـ و ز م) ۶۰=۱۰×۶

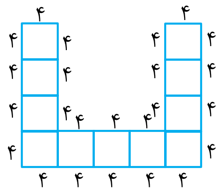
$\boxed{\text{(الف ل)}=\text{(ل د)}-\text{(الف د)}}$

اندازه‌ی طول ضلع (الف ل): سانتی‌متر ۱=۵−۶

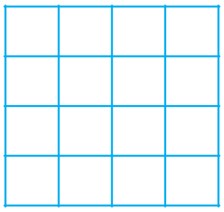
۱۰۵۳- گزینه‌ی **۱** مساحت هر مربّع برابر ۱۶=۱۱÷۱۷۶ می‌باشد. پس طول ضلع هر مربّع برابر ۴ می‌شود.

چون محیط شکل از ۲۴ ضلع ۴ سانتی‌متری تشکیل شده است داریم:

۲۴×۴=۹۶



۱۰۵۴- گزینه‌ی **۲** برای تبدیل آینه به ۱۶ آینه‌ی کوچک هم‌اندازه باید هر ضلع به ۴ قسمت هم‌اندازه تقسیم شود. پس اندازه‌ی ضلع هر آینه‌ی مربّعی کوچک، $\frac{۱}{۴}$ ضلع آینه‌ی بزرگ است.



ضلع آینه‌ی بزرگ = (ضلع آینه‌ی بزرگ × $\frac{۱}{۴}$) ×۴= محیط آینه‌ی مربّعی کوچک

پس مجموع محیط ۱۶ آینه‌ی کوچک برابر است با ضلع آینه‌ی بزرگ × ۱۶

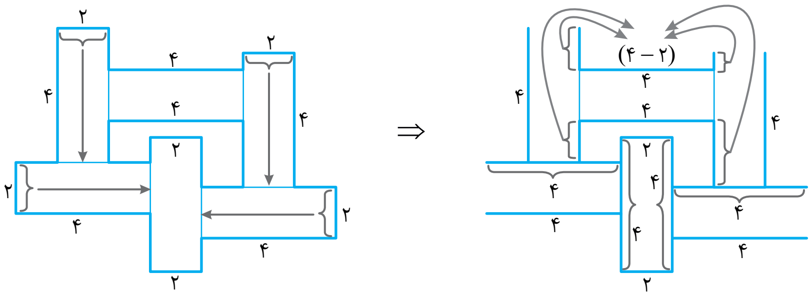
ضلع آینه‌ی بزرگ ×۴= محیط آینه‌ی بزرگ

با تقسیم کردن محیط ۱۶ آینه‌ی کوچک به محیط آینه‌ی بزرگ جواب را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{ضلع آینه‌ی بزرگ}\times\overset{۴}{\cancel{۱۶}}}{\text{ضلع آینه‌ی بزرگ}\times\underset{۱}{\cancel{۴}}}=۴$$

۱۰۵۵- گزینه‌ی **۳** با شمردن تعداد اضلاع دور اشکال مشخّص می‌شود شکل گزینه‌ی (۳) محیط بیش‌تری دارد.

۱۰۵۶- گزینه‌ی **۴** **راه‌حل اول**: ابتدا طول ضلع‌های معلوم را می‌نویسیم سپس با جابه‌جا کردن بعضی ضلع‌ها، ضلع‌های ناقص را کامل می‌کنیم.



حاصل جمع طول خطوط پررنگ: ۴۸=۴×۲+۴×۱۰

راه‌حل دوم: ۶ مستطیل داریم که محیط هر کدام ۱۲ است. پس محیط کل مستطیل‌ها برابر است با ۷۲=۱۲×۶، اما عرض‌هایی که روی ضلع‌ها افتاده‌اند ۲ واحد از طول مستطیل دیگر و ۲ واحد از عرض خودشان را حذف می‌کنند و جزء محیط نیستند. تعداد این عرض‌ها که با خطوط کم رنگ مشخص‌شده‌اند، ۶ تاست. پس به اندازه‌ی (۲×۶+۲×۶)=۲۴ واحد از محیط کل مستطیل‌ها کم می‌شود.

۷۲−۲۴=۴۸

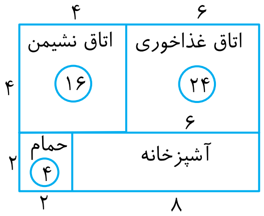
۱۰۵۷- گزینه‌ی **۲** ۱۸ ضلع به اندازه‌ی اضلاع مربّع، دور تا دور شکل قرار دارد. پس:

اندازه‌ی هر ضلع: سانتی‌متر ۵=۱۸÷۹۰

مساحت هر مربّع کوچک: سانتی‌متر مربّع ۲۵=۵×۵

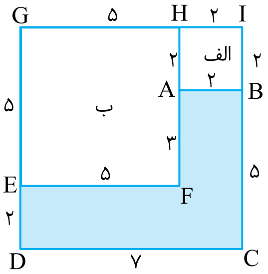
با ۷ قطعه‌ی رنگی می‌توان ۳/۵ مربّع پدید آورد.

مساحت قسمت رنگی: سانتی‌متر مربّع ۸۷/۵=۳/۵×۲۵

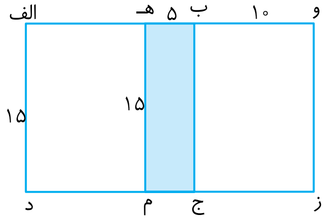


۱۰۵۸- گزینه‌ی ۲ چون مساحت اتاق نشیمن ۱۶ است هر ضلع آن ۴ متر می‌باشد. (۱۶=۴×۴)
همچنین هر ضلع حمام ۲ متر (۴=۲×۲) است.
از آن‌جایی که مساحت غذاخوری ۲۴ و یک ضلع آن ۴ متر است ضلع دیگر اتاق غذاخوری ۶ متر می‌باشد. (۶=۴÷۲۴)

بنابراین مساحت آشپزخانه ۱۶ متر مربّع است. (۱۶=۲×۸)



۱۰۵۹- گزینه‌ی ۲ مســاحت مربع (الف) ۴ سـانتی‌متر مربّع است (۴=۲×۲) پس ضلع مربّع (الف) برابر با ۲ سانتی‌متر است.
مساحت مربّع (ب) ۲۵ سانتی‌متر مربّع است (۲۵=۵×۵) پس ضلع مربّع ب برابر با ۵ سانتی‌متر است
در نتیجه طول ضلع مربّع بزرگ ۷=۲+۵ سانتی‌متر است.
با قرار دادن اعداد مناســب اضلاع دور شکل رنگی و به‌دســت آوردن حاصل‌جمع آن‌ها محیط قسمت رنگی به‌دست می‌آید. محیط =۲۴=۳+۵+۲+۷+۵+۲

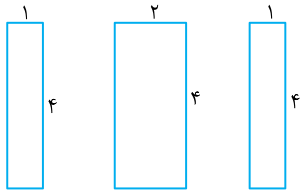


۱۰۶۰- گزینه‌ی ۳ اگــر دو مربّع در کنار هم قرار گیرند، مســتطیلی به طول ۳۰ و عرض ۱۵ به‌وجود می‌آورنــد. اما به صورت روبه‌رو تداخل دارند و مســتطیلی به طول ۲۵ و عرض ۱۵ به وجود آورده‌اند، پس می‌توان نتیجه گرفت که طول پاره‌خط (ب هـ) ۵ ســانتی‌متر است، زیرا به اندازه‌ی ۵ سانتی‌متر یکی از مربّع‌ها روی دیگری جلو آمده است. ۵=۲۵−۳۰
از آن‌جایی که طول (هـ م) ۱۵ سانتی‌متر است، مساحت قسمت رنگی ۷۵ سانتی‌متر مربّع خواهد بود: (۷۵=۱۵×۵)

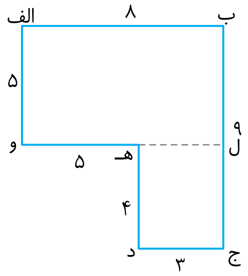
مساحت شکل ۳۷۵=۱۵×۲۵

○	۷۵	رنگی
۱۰۰	۳۷۵	کل

درصد ۲۰ = $\frac{۱۰۰}{۵}$ = $\frac{۱۰۰\times \cancel{۷۵}}{\underset{۵}{\cancel{۳۷۵}}}$ = ○



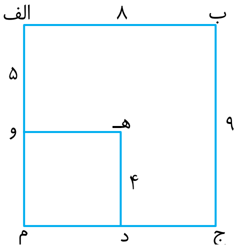
۱۰۶۱- گزینه‌ی ۲ سه مستطیل حاصل به شکل‌های زیر هستند.
محیط مستطیل بزرگ ۱۲=۶×۲=(۴+۲)×۲
محیط مستطیل کوچک ۱۰=۵+۲=(۴+۱)×۲
نسبت دو محیط $\frac{۵}{۶}=\frac{۱۰}{۱۲}$



۱۰۶۲- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول:** با داشتن طول ضلع (ب ج) و ضلع (الف و)، طول ضلع (د هـ) را به‌دست می‌آوریم.
(طول ضلع (د هـ) ۴=۵−۹)
حال مساحت (الف ب ل و) را از مساحت کل کم می‌کنیم تا مساحت (هـ ل ج د) به‌دست آید.
مساحت (هـ ل ج د) ۱۲=۴۰−۵۲ ، مساحت (الف ب ل و) ۴۰=۸×۵
مساحت (هـ ل ج د) برابر حاصل‌ضرب طول در عرض است، یعنی

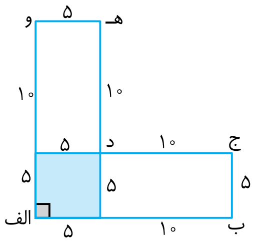
۳=$\frac{۱۲}{۴}$=ج د ⇐ ۱۲=ج د×۴ ⇐ ۱۲=ج د×هـ د

طول (و ل) برابر ۸ و طول (هـ ل) برابر ۳ است.
۹=۴+۵=هـ د+هـ و ، طول (هـ و) ۵=۳−۸



راه‌حل دوم: شــکل را به صورت مقابل به یک مســتطیل تبدیل می‌کنیم. مساحت مستطیل بزرگ برابر ۷۲ است که اگر مساحت شکل اولیه را از آن کم کنیم، مساحت چهارضلعی (هـ د م و) به دست می‌آید.
مساحت چهارضلعی (هـ د م و) = ۲۰=۵۲−۷۲
طول (هـ و) = ۵=۴÷۲۰
مجموع طول (هـ و) و (د هـ) = ۹=۴+۵

۱۰۶۳- گزینه‌ی **۴** ابتدا مساحت مربّع مشخص شده‌ی روی شکل را به‌دست می‌آوریم.



مساحت مربّع $۵\times۵=۲۵$

مساحت دو قسمت بزرگ‌تر $۱۲۵-۲۵=۱۰۰$

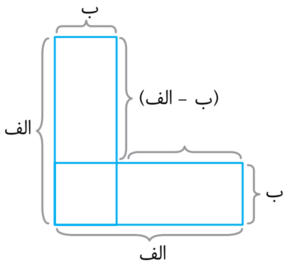
مساحت هر مستطیل: سانتی‌متر مربّع $۱۰۰\div۲=۵۰$

با توجه به این که مساحت هر قسمت و عرض را داریم می‌توانیم طول مستطیل‌ها را به‌دست آوریم.

$\text{طول}\times۵=۵۰\Rightarrow\text{طول}=۵۰\div۵=۱۰$

محیط شکل $\underset{۴۰}{(\cancel{۴}\times۱۰)}+\underset{۲۰}{(\cancel{۴}\times۵)}=۶۰$

۱۰۶۴- گزینه‌ی **۴** اگر طول کارت‌ها را با (الف) و عرض آن را با (ب) نمایش دهیم خواهیم داشت:



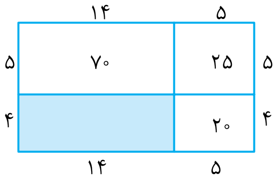
$(۲\times\text{الف})+(۲\times\text{ب})+۲\times(\text{الف}-\text{ب})=۴۰\Rightarrow(۲\times\text{الف})+(\cancel{۲\times\text{ب}})+(۲\times\text{الف})-(\cancel{۲\times\text{ب}})=۴۰$

$(۲\times\text{الف})+(\cancel{۲\times\text{ب}})+(۲\times\text{الف})-(\cancel{۲\times\text{ب}})=۴۰\Rightarrow(۴\times\text{الف})=۴۰\Rightarrow\text{الف}=۴۰\div۴$

اندازه‌ی طول کارت‌ها (سانتی‌متر) ۱۰=الف

اما چون اطلاعات کافی برای یافتن اندازه‌ی عرض کارت‌ها وجود ندارد نمی‌توان نسبت اضلاع کارت‌ها را بیان کرد.

۱۰۶۵- گزینه‌ی **۳** **راه‌حل اول:** وقتی مساحت یکی از چهارضلعی‌ها ۲۵ می‌باشد بدین معناست که چهارضلعی مربّع و اندازه‌ی هر ضلع آن ۵ سانتی‌متر است. زیرا فقط حاصل ۵×۵ برابر ۲۵ می‌باشد.



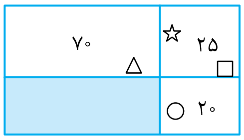
با تقسیم ۷۰ بر ۵ اندازه طول چهارضلعی دیگر نیز به‌دست می‌آید. $۷۰\div۵=۱۴$

همچنین با تقسیم ۲۰ بر ۵ اندازه‌ی عرض چهارضلعی سوم نیز به‌دست می‌آید. $۲۰\div۵=۴$

بنابراین اندازه‌ی طول و عرض چهارضلعی خواسته شده ۱۴ و ۴ می‌باشد که مساحت آن برابر ۵۶ می‌شود.

سانتی‌متر مربّع $۱۴\times۴=۵۶$

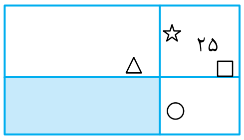
راه‌حل دوم: اگر به شکل توجه کنید برای چهار پاره‌خط وسط چهار علامت گذاشته‌ایم.



$\left.\begin{array}{l}۲۰=\bigcirc\times\square\\ ۷۰=\triangle\times☆\end{array}\right\}\Rightarrow۲۰\times۷۰=\bigcirc\times\square\times\triangle\times☆$

با توجه به عبارت‌های بالا حاصل‌ضرب ۷۰×۲۰ با حاصل‌ضرب چهار پاره‌خط مساوی است.

حال اگر در شکل روبه‌رو نیز دقت کنیم



$\left.\begin{array}{l}۲۵=☆\times\square\\ ▨=\triangle\times\bigcirc\end{array}\right\}\Rightarrow۲۵\times▨=\triangle\times\bigcirc\times☆\times\square$

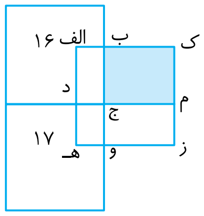
حاصل‌ضرب مساحت قسمت رنگی و ۲۵ با حاصل‌ضرب ۴ پاره‌خط برابر است.

پس می‌توانیم حاصل‌ضرب ۷۰×۲۰ را بر ۲۵ تقسیم کنیم تا مساحت چهارضلعی رنگی به‌دست آید.

$$▨\times۲۵=۷۰\times۲۰\Rightarrow▨=\frac{\overset{۱۴}{\cancel{۷۰}}\times\overset{۴}{\cancel{۲۰}}}{\underset{\underset{۱}{\cancel{۵}}}{\cancel{۲۵}}}=۱۴\times۴$$

بنابراین اندازه‌ی اضلاع چهارضلعی مورد نظر ۱۴ و ۴ می‌باشد و مساحت ۵۶ است. $۴\times۱۴=۵۶$

۱۰۶۶- گزینه‌ی **۱** مساحت (الف ب ج د) و (ج و هـ د) را به دست می‌آوریم.



مساحت (الف ب ج د) $۲۰-۱۶=۴$

مساحت (ج و هـ د) $۲۰-۱۷=۳$

مجموع مساحت مستطیل (ک ب ج م) و (م ج و ز) $۲۰-(۳+۴)=۱۳$

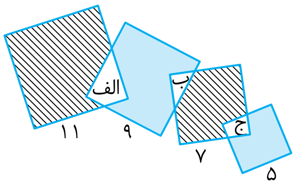
حال نسبت مساحت (ک ب ج م) و (م ز و ج) را به‌دست می‌آوریم:

○	۴
	۳
۱۳	۷

$$\Rightarrow ○=\frac{۱۳\times۴}{۷}=\frac{۵۲}{۷}$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\text{مساحت (ک ب ج م)}}{\text{مساحت (م ز و ج)}}=\dfrac{\text{م}\cancel{\text{ج}}\times\text{ج ب}}{\text{م}\cancel{\text{ج}}\times\text{ج و}}=\dfrac{\text{ج ب}}{\text{ج و}}\\ \dfrac{\text{مساحت (الف ب ج د)}}{\text{مساحت (ج و ه د)}}=\dfrac{۴}{۳}=\dfrac{\cancel{\text{ج}}\text{د}\times\text{ج ب}}{\cancel{\text{ج}}\text{د}\times\text{ج و}}=\dfrac{\text{ج ب}}{\text{ج و}}\end{array}\right\}\Rightarrow\dfrac{\text{مساحت (ک ب ج م)}}{\text{مساحت (م ز و ج)}}=\dfrac{۴}{۳}$$

۱۰۶۷- گزینه‌ی **۳** مساحت قسمت‌های هاشورخورده و طوسی را به شکل زیر به‌دست می‌آوریم.

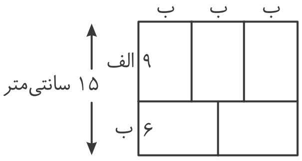


مساحت هاشور خورده‌ی بزرگ = الف − (۱۱×۱۱)
مساحت هاشورخورده‌ی کوچک = (ج + ب) − (۷×۷)
⇐ مساحت کل دو قسمت هاشورخورده = (۱۲۱+۴۹) − (الف + ب + ج)

مساحت قسمت طوسی بزرگ = (ب + الف) − (۹×۹)
مساحت طوسی کوچک = ج − (۵×۵)
⇐ جمع مساحت‌های دو قسمت طوسی = (۸۱+۲۵) − (الف + ب + ج)

اختلاف ۶۴ = ۱۰۶ − ۱۷۰ = [(ج + ب + الف) − (۸۱+۲۵)] − [(ج + ب + الف) − (۱۲۱+۴۹)]

۱۰۶۸- گزینه‌ی **۱** اگر طول مستطیل‌های کوچک را (الف) و عرض آن‌ها را (ب) در نظر بگیریم:



$$\left.\begin{array}{r}\text{ب}+\text{ب}+\text{ب}=\text{طول مستطیل بزرگ}\\ \text{الف}+\text{الف}=\text{طول مستطیل بزرگ}\end{array}\right\}\Rightarrow ۳\times\text{ب}=۲\times\text{الف}\Rightarrow\text{الف}=\frac{۳}{۲}\times\text{ب}$$

چون عرض مستطیل بزرگ ۱۵ سانتی‌متر است داریم:

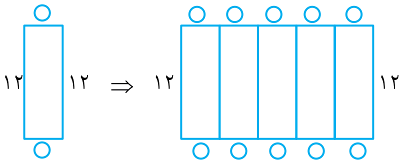
$$\left.\begin{array}{l}\text{الف}+\text{ب}=۱۵\\ \text{الف}=\frac{۳}{۲}\times\text{ب}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۳}{۲}\text{ب}+\text{ب}=۱۵\Rightarrow\frac{۵}{۲}\text{ب}=۱۵\Rightarrow\text{ب}=۱۵\div\frac{۵}{۲}\Rightarrow\text{ب}=\overset{۳}{\cancel{۱۵}}\times\frac{۲}{\cancel{۵}}\Rightarrow\boxed{\text{ب}=۶}$$

$$\text{الف}=\frac{۳}{۲}\times\text{ب}\Rightarrow\text{الف}=\frac{۳}{\cancel{۲}}\times\overset{۳}{\cancel{۶}}\Rightarrow\boxed{\text{الف}=۹}$$

مساحت هر مستطیل کوچک ۶×۹=۵۴

مساحت مستطیل بزرگ‌تر ۵×۵۴=۲۷۰

۱۰۶۹- گزینه‌ی **۳** فرض می‌کنیم عرض مستطیل اولیه ○ است.



محیط مستطیل اصلی: ۱۲+۱۲+○+○=۲۴+۲○

محیط مستطیل جدید: ۱۲+۱۲+۱۰○=۲۴+۱۰○

با توجه به شرایط محیط دو مستطیل تساوی زیر را تشکیل می‌دهیم:

$$\boxed{۲۴+۱۰○=۲\times(۲۴+۲○)}$$

۲۴+۱۰○=۴۸+۴○

۱۰○−۴○=۴۸−۲۴

۶○=۲۴

$$\text{عرض مستطیل اصلی}\quad ○=\frac{۲۴}{۶}=۴$$

حالا در عبارت مربوط به محیط مستطیل جدید به جای ○ عدد ۴ را قرار می‌دهیم تا محیط آن به‌دست آید.

محیط مستطیل جدید ۲۴+(۱۰×۴)=۲۴+۴۰=۶۴

۱۰۷۰- گزینه‌ی ۳ ابتدا اندازه‌ها را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم سپس مساحت هر مربّع را به‌دست می‌آوریم:

کیلومتر ۵۰۰÷۱۰۰۰=۰/۵ متر

مساحت مربّع کوچک: ۰/۵×۰/۵=۰/۲۵

مساحت دومین مربّع: ۱×۱=۱ ⇐ کیلومتر ۱۰۰۰÷۱۰۰۰=۱ متر

مساحت سومین مربّع: ۱/۵×۱/۵=۲/۲۵ ⇐ کیلومتر ۱۵۰۰÷۱۰۰۰=۱/۵ متر

مساحت چهارمین مربّع ۲×۲=۴ ⇐ کیلومتر ۲۰۰۰÷۱۰۰۰=۲ متر

مساحت پنجمین مربّع: ۲/۵×۲/۵=۶/۲۵ ⇐ کیلومتر ۲۵۰۰÷۱۰۰۰=۲/۵ متر

مساحت ششمین مربّع: ۳×۳=۹ ⇐ کیلومتر ۳۰۰۰÷۱۰۰۰=۳ متر

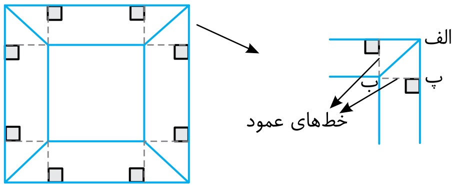
مساحت هفتمین مربّع: ۳/۵×۳/۵=۱۲/۲۵ ⇐ کیلومتر ۳۵۰۰÷۱۰۰۰=۳/۵ متر

۰/۲۵+۱+۲/۲۵+۴+۶/۲۵+۹+۱۲/۲۵=۳۵

با ۷ مربّع مساحت ۳۵ کیلومتر مربّع پدید می‌آید.

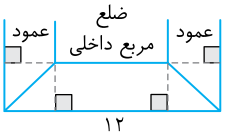
۱۰۷۱- گزینه‌ی ۲ ابتدا طول ضلع مربّع خارجی را به‌دست می‌آوریم: ۴۸÷۴=۱۲

از گوشه‌ی مربّع داخلی بر ضلع‌های مربّع خارجی عمود می‌کنیم.



خط عمود، کوتاه‌ترین فاصله‌ی یک نقطه از یک خط است. پس طول خط‌های عمود در شکل کم‌تر از ۲ هستند. اما طول آن‌ها یک نیست. چون اگر طول عمودها یک باشد، نمی‌توان مثلّث (الف ب پ) را رسم کرد. پس:

۱< طول عمود <۲



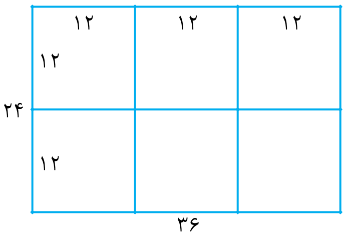
ضلع مربّع داخلی =۱۲−۲× طول عمود

طول عمود را مساوی $\frac{۳}{۲}$ در نظر می‌گیریم و محیط مربّع داخلی را به‌دست می‌آوریم:

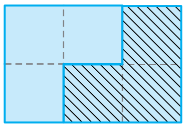
ضلع مربّع داخلی $=۱۲-\cancel{۲}\times\frac{۳}{\cancel{۲}}=۹\Rightarrow$ محیط مربّع داخل $=۴\times۹=۳۶\Rightarrow$ بیش‌تر از ۳۲ سانتی‌متر است

۱۰۷۲- گزینه‌ی ۴ ۳۶ و ۲۴ هر دو به ۱۲ بخش‌پذیرند و ۱۲ بزرگ‌ترین عددی است که ۳۶ و ۲۴ به آن قابل تقسیم هستند بنابراین باید با مربّع‌هایی به ضلع ۱۲ بپوشانیم تا کم‌ترین تعداد کارت را داشته باشیم.

$$\left.\begin{array}{l}۲۴\div۱۲=۲\\ ۳۶\div۱۲=۳\end{array}\right\}\Rightarrow ۲\times۳=۶$$



۱۰۷۳- گزینه‌ی ۳ چون مساحت هر کاشی ۳ واحد مربّع است، پس مساحت مربّع باید بر ۳ بخش‌پذیر باشد. اعداد گزینه‌های (۱) و (۲) بر ۳ بخش‌پذیر نیستند. حالا گزینه‌ی (۳) را بررسی می‌کنیم.



با توجه به شکل روبه‌رو دو کاشی می‌توانند کنار هم قرار بگیرند و یک مستطیل ۳×۲ را بپوشانند.

با شش تا از این مستطیل‌ها نیز (روی هم با ۱۲ کاشی) می‌توانیم یک مربّع ۶×۶ را بپوشانیم.

۱۰۷۴- گزینه‌ی ۲ با یکسان کردن واحدهای طول و عرض مستطیل، مساحت آن را به‌دست می‌آوریم. سپس بررسی می‌کنیم که حاصل‌ضرب کدام گزینه در مساحت مستطیل به‌دست آمده می‌تواند مساحت یک مربع باشد.

سانتی‌متر ۰/۶×۱۰۰=۶۰ متر

سانتی‌متر ۳۰÷۱۰=۳ متر

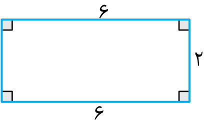
⇐ مساحت مستطیل (سانتی‌متر مربّع) ۶۰×۳=۱۸۰

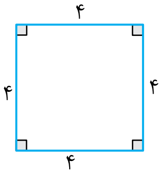
حاصل‌ضرب ۱۸۰ در ۲۰، عدد ۳۶۰۰ را می‌سازد که در این حالت یک مربع با اضلاع ۶۰ سانتی‌متر ساخته می‌شود.

۱۸۰×۲۰=۳۶۰۰

مربّعی که هر ضلع آن ۶۰ سانتی‌متر باشد $\boxed{۶۰}\times\boxed{۶۰}=۳۶۰۰$

۱۰۷۵- گزینه‌ی **۱** برای طول اضلاع مربّع و مستطیل مثال می‌زنیم:





محیط مستطیل = (۶+۲)×۲=۱۶ محیط مربع = ۴×۴=۱۶

مساحت مستطیل = ۲×۶=۱۲ مساحت مربّع = ۴×۴=۱۶

مساحت مستطیل < مساحت مربّع

به طور کلی می‌توان این نکته را بیان کرد: «مساحت هر مربّع، از مساحت مستطیلی که محیط برابری با آن داشته باشد، بیش‌تر است.»

۱۰۷۶- گزینه‌ی **۲** وقتی محیط مستطیل ۲۲ است بدین معناست که مجموع طول و عرض ۱۱ می‌باشد.

$\boxed{\text{محیط مستطیل}=(\text{طول}\times\text{عرض})\times ۲=۲۲}\Rightarrow(\text{طول}+\text{عرض})=۱۱$

بنابراین با تنظیم جدول نظام‌دار زیر می‌توان حالت‌های مختلف را بررسی کرد:

مساحت	عرض	طول	(عرض + طول)
۱۰×۱=۱۰	۱	۱۰	۱۱
۹×۲=۱۸	۲	۹	۱۱
۸×۳=۲۴	۳	۸	۱۱
۷×۴=۲۸	۴	۷	۱۱
۶×۵=۳۰	۵	۶	۱۱

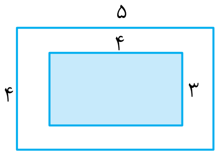
۱۰۷۷- گزینه‌ی **۲** چون مساحت ۳۶ سانتی‌متر مربّع است و اضلاع اعداد طبیعی هستند می‌توانیم جدول زیر را که تمام حالت‌های ممکن را نشان می‌دهد تشکیل دهیم.

محیط مستطیل	عرض	طول
۲×(۱+۳۶)=۲×۳۷=۷۴	۱	۳۶
۲×(۲+۱۸)=۲×۲۰=۴۰	۲	۱۸
۲×(۳+۱۲)=۲×۱۵=۳۰	۳	۱۲
۲×(۴+۹)=۲×۱۳=۲۶	۴	۹
۲×(۶+۶)=۲×۱۲=۲۴	۶	۶

مشاهده می‌کنیم ۷۴ بیش‌ترین محیط ممکن برای مستطیل است.

۱۰۷۸- گزینه‌ی **۱** طول کف اتاق ۱۰ کاشی و عرض آن ۵ کاشی است، پس محیط آن ۳۰=۵+۵+۱۰+۱۰ کاشی است، ولی ۴ کاشی گوشه‌ای (کاشی‌های ۱، ۲، ۳ و ۴) را هر کدام ۲ بار شمرده‌ایم، بنابراین تعداد کاشی‌هایی که با دیوار تماس دارند برابر است با: ۲۶=(۱+۱+۱+۱)−۳۰

۱۰۷۹- گزینه‌ی **۲** شکل سؤال را رسم می‌کنیم:



مساحت اتاق - مساحت فرش = مساحت بیرون

۸=۲۰−۱۲=(۳×۴)−(۴×۵) متر مربّع = ۸۰۰۰۰ سانتی‌متر مربّع

مساحت یک موزاییک = ۲۵×۲۵=۶۲۵

$$\text{تعداد موزاییک مورد نیاز}=\frac{\text{مساحت بیرون فرش}}{\text{مساحت یک موزاییک}}=\frac{۸۰۰۰۰}{۶۲۵}=۱۲۸$$

قیمت همه‌ی موزاییک‌ها = تعداد موزاییک‌ها × قیمت یک موزاییک =۱۲۸×۱۰۰=۱۲۸۰۰

۱۰۸۰- گزینه‌ی **۳** مطابق شکل، کاشی‌های آبی در حاشیه‌ی قرمزها قرار گرفته‌اند. اگر چهار کاشی مشخص شده در شکل روبه‌رو را از ۶۲ کاشی آبی کم کنیم، محیط مستطیل ایجاد شده با کاشی‌های قرمز به دست می‌آید.

۶۲−۴=۵۸

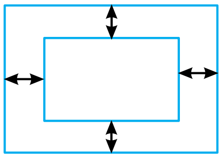
۵۸÷۲=۲۹ تعداد کاشی های قرمز در مجموع طول و عرض

پس باید حالت‌هایی را در نظر بگیریم که جمع دو عدد ۲۹ می‌شود و ببینیم در کدام حالت حاصل‌ضرب آن‌ها که همان تعداد کاشی‌های قرمز است، بیش‌تر می‌شود. مانند سؤال‌های قبل با نوشتن جدول این کار امکان‌پذیر است. با نوشتن جدول متوجه می‌شویم در حالتی که دو عدد اختلاف کم‌تری داشته باشند، حاصل‌ضرب آن‌ها بزرگ‌تر می‌شود. یعنی برای دو عدد ۱۴ و ۱۵ که مجموعشان ۲۹ است، بزرگ‌ترین حاصل‌ضرب ایجاد خواهد شد. بیش‌ترین تعداد کاشی‌های قرمز ۲۱۰=۱۵×۱۴

۱۰۸۱- گزینه‌ی **۲** وقتی از یک مستطیل، یک نوار حاشیه‌ای را جدا می‌کنیم، یک مستطیل کوچک‌تر ایجاد می‌شود که طول و عرض آن به یک اندازه از طول و عرض مستطیل بزرگ کوچک‌ترند، یعنی از طول و عرض مستطیل بزرگ، دو برابر عرض حاشیه را کم کرده‌ایم تا طول و عرض مستطیل کوچک به‌دست آید. پس اختلاف طول و عرض مستطیل کوچک با اختلاف طول و عرض مستطیل بزرگ برابر است. مثلاً اگر طول و عرض مستطیل بزرگ ۱۰ و ۶ و عرض حاشیه ۲ باشد، طول و عرض مستطیل کوچک $۶=۴-۱۰$ و $۲=۴-۶$ می‌شود. می‌بینید که $۶-۲=۱۰-۶$ پس با این توضیح باید اختلاف طول و عرض بخش مرکزی لحاف با اختلاف طول و عرض مستطیل اول یکسان باشد. این نتیجه فقط در گزینه‌ی (۲) برقرار است.

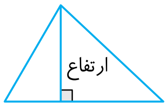
اختلاف طول و عرض مستطیل اول $۱۲۰-۹۰=۳۰$

اختلاف طول و عرض بخش مرکزی $۹۰-۶۰=۳۰$



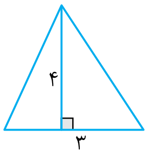
۱۰۸۲- گزینه‌ی **۳** مساحت هر مثلّث برابر است با:

$$\frac{\text{ارتفاع}\times\text{قاعده}}{۲}$$

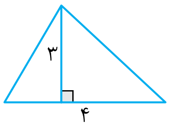


به مثلّث‌های زیر نگاه کنید. مساحت هردو برابر است.

گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) نادرست هستند.



$$\frac{۳\times\overset{۲}{\cancel{۴}}}{\cancel{۲}}=۶$$

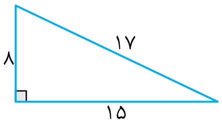


$$\frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}\times ۳}{۲}=۶$$

دو مثلّث مساوی و هم‌شکل همیشه مساحت برابر دارند.

۱۰۸۳- گزینه‌ی **۲** در هر مثلّث قائم‌الزاویه بزرگ‌ترین ضلع وتر و دو ضلع دیگر بر هم عمود هستند. مساحت مثلّث قائم‌الزاویه همیشه برابر نصف حاصل‌ضرب این دو ضلع عمود بر هم است.

$$\Rightarrow \text{مساحت مثلث}=\frac{\overset{۴}{\cancel{۸}}\times ۱۵}{\cancel{۲}}=۶۰$$



۱۰۸۴- گزینه‌ی **۲** چون قطرهای چهارضلعی بر هم عمودند مساحت چهارضلعی برابر است با حاصل‌ضرب دو قطر تقسیم بر دو.

قطر اول $=۵+۱۰=۱۵$

قطر دوم $=۷+۱۳=۲۰$

$$\text{مساحت چهارضلعی}=\frac{۲۰\times ۱۵}{۲}=۱۵۰$$

۱۰۸۵- گزینه‌ی **۱** ابتدا طول ضلع DC را به‌دست می‌آوریم:

سانتی‌متر $۱۰-۳=۷$

حال مساحت مثلّث ACD را حساب می‌کنیم.

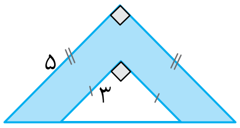
سانتی‌متر مربّع $\frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}\times ۷}{\cancel{۲}}=۱۴$

۱۰۸۶- گزینه‌ی **۲** مساحت ناحیه‌ی رنگی از اختلاف مساحت مثلّث بزرگ و مساحت مثلّث کوچک به‌دست می‌آید.

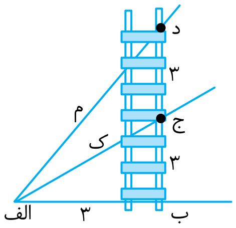
مساحت مثلّث بزرگ: $\frac{۵\times ۵}{۲}=\frac{۲۵}{۲}=۱۲/۵$

مساحت مثلّث کوچک: $\frac{۳\times ۳}{۲}=\frac{۹}{۲}=۴/۵$

مساحت ناحیه‌ی رنگی $۱۲/۵-۴/۵=۸$



۱۰۸۷- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول**: با کم کردن مساحت مثلّث (الف ب ج) از مساحت مثلّث (ب د الف)، مساحت مثلّث (الف ج د) به دست می‌آید.



مساحت مثلّث (الف د ب) $\frac{۳\times\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\cancel{۲}}=۹$

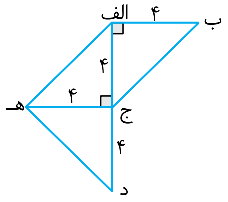
مساحت مثلّث (الف ب ج) $\frac{۳\times۳}{۲}=\frac{۹}{۲}=۴/۵$

مساحت (الف د ج) $۹-۴/۵=۴/۵$

راه‌حل دوم: ارتفاع وارد بر قاعده‌ی (د ج) در مثلّث (الف ج د) خط (الف ب) است.

$$\frac{۳\times\overset{۱/۵}{\cancel{۳}}}{\cancel{۲}}=۴/۵$$

۱۰۸۸- گزینه‌ی ۴ می‌توان با جمع مساحت ۲ مثلّث (الف ب ج) و (ه الف د) مساحت شکل را به‌دست آورد:



مساحت (الف ب ج) $=\frac{۴\times\overset{۲}{\cancel{۴}}}{\cancel{۲}}=۸$

مساحت (ه الف د) $=\frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}\times۸}{\cancel{۲}}=۱۶$

مساحت شکل $۸+۱۶=۲۴$

۱۰۸۹- گزینه‌ی ۳ وقتی محیط مربّع را بر ۴ تقسیم کنیم، اندازه‌ی هر ضلع آن به‌دست می‌آید.

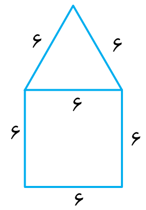
مساحت مربّع: $۱۲\times۱۲=۱۴۴$ ، اندازه‌ی ضلع مربّع: $\frac{۴۸}{۴}=\frac{۱۲\times۴}{۴}=۱۲$

از آن‌جایی که مساحت مثلّث و مربّع مساوی‌اند با جای‌گزین کردن اعداد در فرمول مساحت می‌توانیم اندازه‌ی قاعده‌ی مثلّث را به‌دست آوریم.

$$\boxed{(\text{قاعده}\times\text{ارتفاع})\div۲=\text{مساحت مثلث}}$$

قاعده‌ی مثلّث (سانتی‌متر) $۲۸۸\div۴۸=۶$ ، $۱۴۴\times۲=۲۸۸$ ، $(\bigcirc\times۴۸)\div۲=۱۴۴$

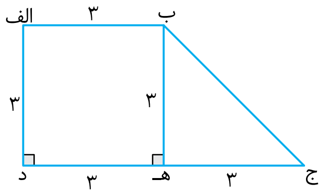
۱۰۹۰- گزینه‌ی ۲ مثلّثی که همه زاویه‌های آن با هم برابر است، مثلّث متساوی‌الاضلاع است.



ضلع مربع $=۶\Rightarrow ۶\times۶=۳۶=$ مساحت مربّع

محیط مثلّث $=۶\times۳=۱۸\Rightarrow۱۸<۲۰$

۱۰۹۱- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول**: چون (ب ه) با (الف د) موازی اسـت بر (د ج) عمود اسـت و طول آن ۳ سانتی‌متر است که در این صورت شکل (الف ب ه د) مربّع است.



طول ج ه (سانتی‌متر) $۶-۳=۳$

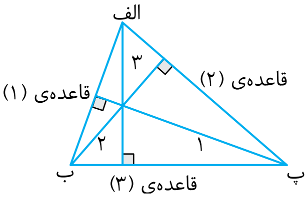
مساحت مثلّث (ب ه ج) (سانتی‌متر مربّع) $\frac{۳\times۳}{۲}=\frac{۹}{۲}=۴/۵$

راه‌حل دوم: بـا کم کردن مسـاحت مربّع (الف ب هـ د) از ذوزنقه‌ی (الف ب ج د)، مسـاحت مثلّث (ب ج ه) حاصل می‌شود.

مساحت مربّع $۳\times۳=۹$ ، مساحت ذوزنقه $\frac{(۳+۶)\times۳}{۲}=\frac{۹\times۳}{۲}=\frac{۲۷}{۲}=۱۳/۵$

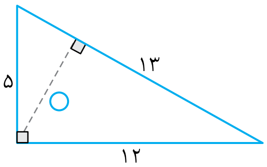
مساحت مثلّث (ب ج ه) $۱۳/۵-۹=۴/۵$

۱۰۹۲- گزینه‌ی ۱ هر مثلّث سه ارتفاع دارد. برای به‌دست آوردن مساحت مثلّث می‌توان از هر سه ارتفاع استفاده کرد.



$$\text{مساحت مثلّث (الف ب پ)}=\frac{\text{قاعده(۱)}\times\text{ارتفاع(۱)}}{۲}=\frac{\text{قاعده(۲)}\times\text{ارتفاع(۲)}}{۲}=\frac{\text{قاعده(۳)}\times\text{ارتفاع(۳)}}{۲}$$

یعنی فرقی نمی‌کند که مساحت مثلّث را با کمک کدام ارتفاع و قاعده به‌دست آوریم. نتیجه همیشه برای هر مثلّث یکسان است.



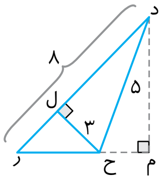
$$\text{مساحت مثلّث}=\frac{۵\times\overset{۶}{\cancel{۱۲}}}{\cancel{۲}}=۳۰$$

$$\text{مساحت مثلّث}:۳۰=\frac{\bigcirc\times۱۳}{۲}\Rightarrow\bigcirc=\frac{۳۰\times۲}{۱۳}=\frac{۶۰}{۱۳}$$

۱۰۹۳- گزینه‌ی ۳ محیط مثلّث برابر ۱۸ سانتی‌متر است. پس می‌توان نوشت:

$$(\text{د ر})+(\text{د ح})+(\text{ح ر})=۱۸$$

$$\underbrace{۸+۵}_{۱۳}+(\text{ح ر})=۱۸\Rightarrow(\text{ح ر})=۵$$



فاصله‌ی نقطه‌ی (د) از ضلع (ح ر) برابر طول عمود (د م) است.

$$\frac{(\text{ح ل})\times(\text{د ر})}{۲}=\frac{(\text{د م})\times(\text{ح ر})}{۲}$$

$$\frac{۳\times\overset{۴}{\cancel{۸}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=\frac{(\text{د م})\times۵}{۲}\Rightarrow(\text{د م})=\frac{۱۲\times۲}{۵}=\frac{۲۴}{۵}=۴/۸$$

۱۰۹۴- گزینه‌ی ۴ طبق اطلاعات صورت سؤال، پویا دقیقاً ۱۲ کلوچه می‌تواند درست کند.

مساحت کلوچه‌ی پویا: $\frac{(۳+۵)\times۳}{۲}=\frac{\overset{۴}{\cancel{۸}}\times۳}{\cancel{۲}}=۱۲$ مساحت کلوچه‌ی ذوزنقه شکل

مساحت کلوچه‌ی رادین: $\frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}\times۳}{\cancel{۲}}=۶$ مساحت کلوچه‌ی مثلّث شکل

	تعداد	مساحت
پویا	۱۲	۱۲
رادین	○	۶

تناسب معکوس: $\bigcirc=\frac{۱۲\times\overset{۲}{\cancel{۱۲}}}{\cancel{۶}}=۲۴$

۱۰۹۵- گزینه‌ی ۳ طبق اطلاعات سؤال پویا دقیقاً ۱۲ کلوچه می‌فروشد.

مساحت کلوچه‌ی پویا: $\frac{(۳+۵)\times۳}{۲}=\frac{\overset{۴}{\cancel{۸}}\times۳}{\cancel{۲}}=۱۲$ مساحت کلوچه‌ی ذوزنقه شکل

مساحت کلوچه‌ی محمد: $۴\times۲=۸$ مساحت کلوچه‌ی مستطیل شکل

	تعداد	مساحت
پویا	۱۲	۱۲
محمد	○	۸

تناسب معکوس: $\bigcirc=\frac{۱۲\times۱۲}{۸}=\frac{۱۴۴}{۸}=۱۸$

$$\overset{\text{تعداد}}{۱۲}\times\overset{\text{قیمت}}{۶۰۰}=\overset{\text{تعداد}}{۱۸}\times\overset{\text{قیمت}}{\bigcirc}\Rightarrow\bigcirc=\frac{\overset{۴}{\cancel{۱۲}}\times\overset{۱۰۰}{\cancel{۶۰۰}}}{\underset{\cancel{۳}}{\cancel{۱۸}}}=۴۰۰\ \text{تومان}$$

۱۰۹۶- گزینه‌ی ۱ هر کسی که مساحت کلوچه‌اش بیش‌تر باشد تعداد کم‌تری کلوچه می‌تواند درست کند.

مساحت کلوچه‌ی مهراب : $۲\times۳=۶$

مساحت کلوچه‌ی پویا : $\frac{(۳+۵)\times۳}{۲}=\frac{\overset{۴}{\cancel{۸}}\times۳}{\cancel{۲}}=۱۲$

مساحت کلوچه‌ی رادین : $\frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}\times۳}{\cancel{۲}}=۶$

مساحت کلوچه‌ی محمد : $۴\times۲=۸$

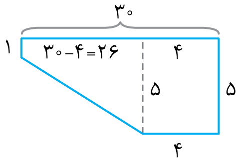
مساحت کلوچه‌ی پویا از بقیه بیش‌تر است، پس تعداد کم‌تری کلوچه می‌تواند درست کند.

۱۰۹۷- گزینه‌ی ۴ مساحت ذوزنقه و مستطیل را به‌دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:

مساحت دیواره $=۲۰+۷۸=۹۸$

مساحت ذوزنقه $=\frac{(۱+۵)\times\overset{۱۳}{\cancel{۲۶}}}{\cancel{۲}}=۶\times۱۳=۷۸$

مساحت مستطیل $=۴\times۵=۲۰$



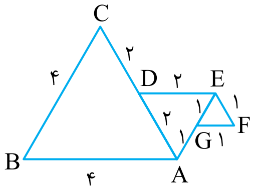
۱۰۹۸- گزینه‌ی ۱ اضلاع مثلّث متساوی‌الاضلاع با هم برابرند، پس طول هر ضلع مثلّث‌های متساوی‌الاضلاع کوچک برابر ۲ سانتی‌متر است $(۲=۳÷۶)$.
هر ضلع مثلّث متساوی‌الاضلاع بزرگ شامل ۳ ضلع مثلّث متساوی‌الاضلاع کوچک است.

محیط: $(۲+۲+۲)+(۲+۲+۲)+(۲+۲+۲)=۱۸$

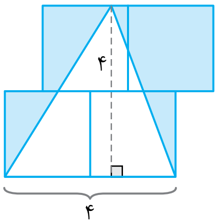
۱۰۹۹- گزینه‌ی ۳ D وسط AC است، پس AD و DC برابرند با: $\frac{۴}{۲}=۲$

AD برابر AE و G وسط AE است، پس GE و AG برابر و مساوی ۱ سانتی‌متر هستند $(۱=۲÷۲)$.

محیط: $۴+۴+۲+۲+۱+۱+۱+۱=۸+۴+۳=۱۵$



۱۱۰۰- گزینه‌ی ۱ با دقت در شکل، اول مساحت کل شکل را که چهار تا مربّع هم‌اندازه است، حساب می‌کنیم و بعد مساحت مثلّث سفید را به دست آورد و از مساحت کل کم می‌کنیم.



چهار مربّع با اضلاع ۲ داریم یعنی: مساحت هر مربّع $۲\times۲=۴$

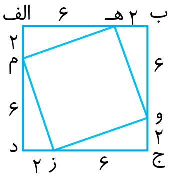
مساحت کل شکل $۴\times۴=۱۶$

مساحت مثلث سفید $=$ (ارتفاع × قاعده)$÷۲=(\overset{۱۶}{\cancel{۴\times۴}})÷۲=۸$

مساحت قسمت رنگی : $۱۶-۸=۸$

۱۱۰۱- گزینه‌ی ۴ مساحت مربّع ۶۴ است $(۶۴=۸\times۸)$ در نتیجه طول ضلع مربّع ۸ است.

اگر (الف م)، (د ز)، (ج و) و (ب هـ) ۲ باشند، (م د)، (ز ج)، (و ب) و (هـ الف) هر کدام ۶ سانتی‌متر است. $(۸-۲=۶)$



پس مساحت ۴ مثلّث را از مساحت مربّع بزرگ کم می‌کنیم.

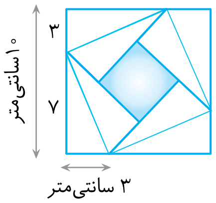
مساحت یک مثلّث $\frac{۶\times\cancel{۲}}{\cancel{۲}}=۶$

سانتی‌متر مربّع (مساحت ۴ مثلّث) $۶\times۴=۲۴$

مساحت مربّع (سانتی‌متر مربّع) $۸\times۸=۶۴$

مساحت مربّع (هـ و ز م) $۶۴-۲۴=۴۰$

۱۱۰۲- گزینه‌ی ۳ همان‌طور که در شکل راست سؤال مشخص است، شکل از ۸ مثلّث مساوی و یک مربّع تشکیل شده است. بنابراین مساحت ۸ مثلّث را از مربّع بزرگ کم می‌کنیم تا مساحت مربّع کوچک پدید آید.



مساحت هر مثلّث (سانتی‌متر مربّع) $\frac{۳\times۷}{۲}=\frac{۲۱}{۲}=۱۰/۵$

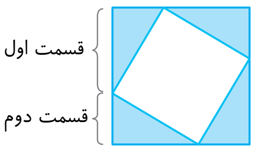
مساحت ۸ مثلّث مساوی (سانتی‌متر مربّع) $۱۰/۵\times۸=۸۴$

مساحت مربّع بزرگ (سانتی‌متر مربّع) $۱۰\times۱۰=۱۰۰$

مساحت مربّع کوچک (سانتی‌متر مربّع) $۱۰۰-۸۴=۱۶$

۱۱۰۳- گزینه‌ی ۳ از اختلاف مساحت‌های دو مربّع، مساحت رنگی به‌دست می‌آید.

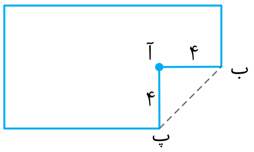
$$۵-۴=۱ \ \text{سانتی‌متر مربّع}$$

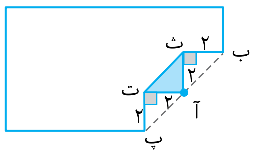


مساحت رنگی از ۴ مثلّث برابر تشکیل شده است. پس مساحت هر مثلّث $\frac{۱}{۴}$ سانتی‌متر مربّع است.

$$۱\div۴=\frac{۱}{۴} \quad , \quad (\text{قسمت دوم}\times\text{قسمت اول})\div۲=\frac{۱}{۴} \Rightarrow (\text{قسمت دوم}\times\text{قسمت اول})=\frac{۱}{\cancelto{۲}{۴}}\times\cancelto{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

۱۱۰۴- گزینه‌ی ۱ رأس‌ها را نام‌گذاری می‌کنیم:



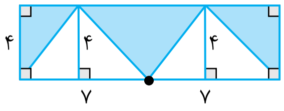


چون مثلّث (آ ب پ) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است اگر آن‌را مانند شکل (۲) تا کنیم، ۳ مثلّث کوچک ایجاد شده قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین خواهند بود و اندازه‌ی ضلع هر کدام ۲ است. در نتیجه مساحت مثلّث (آ ت ث) برابر است با:

$$۲\times۲\times\frac{۱}{۲}=۲$$

۱۱۰۵- گزینه‌ی ۲ ارتفاع ۲ مثلّث هر کدام ۴ سانتی‌متر است و قاعده‌ی هر کدام ۷ است.

$$۱۴\div۲=۷ \ \text{سانتی‌متر}$$

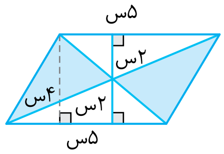


$$\text{مساحت مستطیل}=۴\times۱۴=۵۶ \ \text{سانتی‌متر مربّع} \quad , \quad \text{مساحت یک مثلّث}=\frac{\cancelto{۲}{۴}\times۷}{\cancel{۲}}=۱۴ \ \text{سانتی‌متر مربّع}$$

$$\text{مساحت دو مثلّث}=۱۴\times۲=۲۸$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی}=۵۶-۲۸=۲۸ \ \text{سانتی‌متر مربّع}$$

۱۱۰۶- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول**: مساحت قسمت رنگ‌شده برابر اختلاف مساحت متوازی‌الاضلاع و دو مثلّث سفید است.

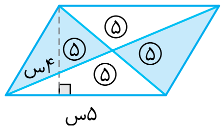


$$\text{مساحت متوازی‌الاضلاع}=۴\times۵=۲۰ \quad , \quad \text{مساحت یک مثلّث سفید}=\frac{\cancel{۲}\times۵}{\cancel{۲}}=۵$$

مساحت قسمت رنگی = مساحت یک مثلث سفید × ۲ − مساحت متوازی الاضلاع

۱۰ = (۲×۵) − ۲۰

راه‌حل دوم: دو قطر متوازی‌الاضلاع مساحت آن را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کند.



$$\text{مساحت قسمت رنگی}=۵+۵=۱۰$$

۱۱۰۷- گزینه‌ی ۴ مساحت مستطیل خاکستری برابر با ۱۸ است، بنابراین

$$\text{طول}\times\text{عرض}=۱۸\Rightarrow۶\times\text{عرض}=۱۸\Rightarrow\text{عرض}=۳$$

مساحت مربّع کوچک‌تر برابر است با

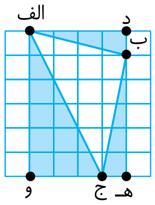
$$\text{ضلع}\times\text{خودش}=۳\times۳=۹$$

نصف مساحت مربّع کوچک‌تر را از مساحت مربّع بزرگ‌تر کم می‌کنیم تا مساحت قسمت رنگی به دست آید:

$$۵\times۵=۲۵ \quad , \quad ۹\div۲=۴/۵$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی}=۲۵-۴/۵=۲۰/۵$$

۱۱۰۸- گزینه‌ی ۲ با کم کردن مساحت مثلّث‌های (الف ب د)، (ب ج هـ) و (الف و ج) از مستطیل (الف د هـ و)، مساحت مثلّث (الف ب ج) به‌دست می‌آید.



$$\text{مساحت مثلّث (الف ب د)}\ \ ۲=\frac{\cancelto{۲}{۴}\times۱}{\cancel{۲}} \qquad \text{مساحت مثلّث (ب ج هـ)}\ \ ۲/۵=\frac{۵\times۱}{۲}$$

$$\text{مساحت مثلّث (الف ج و)}\ \ ۹=\frac{\cancelto{۳}{۶}\times۳}{\cancel{۲}} \qquad \text{مساحت مستطیل (الف د هـ و)}\ \ ۴\times۶=۲۴$$

$$۲۴-(\underbrace{\cancel{۹+۲/۵+۲}}_{۱۳/۵})=۲۴-۱۳/۵=۱۰/۵\ \ \text{مساحت مثلّث (الف ب ج)}$$

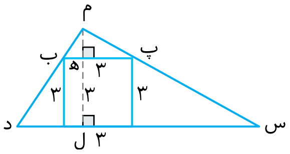
۱۱۰۹- گزینه‌ی ۲ مســاحت قســمت‌های رنگ‌نشده که شــامل ۴ مثلّث به ارتفاع ۲/۵ و قاعده‌ای به طول ۳ و ۴ مربّع با ضلع ۱ است حساب می‌کنیم و از مساحت کل کم می‌کنیم.

$$\frac{۲/۵\times \overset{۱/۵}{\cancel{۳}}}{\cancel{۲}}=۲/۵\times ۱/۵=۳/۷۵\ \text{مساحت یک مثلّث}\ \Rightarrow ۳/۷۵\times ۴=۱۵\ \ \text{مساحت ۴ مثلّث}$$

$$۱\times ۱=۱\ :\ \text{مساحت یک مربّع}\ \Rightarrow ۱\times ۴=۴\ \ :\text{مساحت ۴ مربّع}$$

$$۵\times ۵=۲۵\ \ :\text{مساحت کل}\qquad ,\qquad \text{مساحت قسمت رنگی}\ =۲۵-(۱۵+۴)=۲۵-۱۹=۶$$

۱۱۱۰- گزینه‌ی ۱ ارتفاع (م ل) را رسم می‌کنیم:

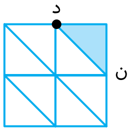


$$\text{مساحت مربع}=۹\Rightarrow \text{ضلع مربع}=۳=(\text{ل ه})$$

$$\text{مساحت (م ب پ)}=\frac{(\text{ب پ})\times(\text{م ه})}{۲}\ \Rightarrow \frac{(\text{م ه})\times ۳}{۲}=۳\Rightarrow(\text{م ه})=\frac{۲\times\cancel{۳}}{\cancel{۳}}=۲$$

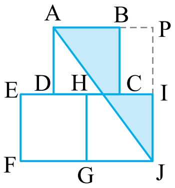
$$(\text{م ل})=(\text{م ه})+(\text{ل ه})=۲+۳=۵$$

۱۱۱۱- گزینه‌ی ۱ اگر به مربّع (الف) دقت شــود، نیمی از شــکل رنگ شــده است و اگر مربّع (ب) را به صورت روبه‌رو قسمت‌بندی کنیم، $\frac{۱}{۸}$ مربّع (ب) رنگ شده است. بنابراین:



$$\left(\frac{\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۲}}\right)=\frac{۱\times ۲}{۸\times ۱}=\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$$

۱۱۱۲- گزینه‌ی ۳ شکل را به صورت مقابل کامل می‌کنیم:



برای حل سؤال فرض می‌کنیم ضلع مربّع‌ها برابر یک است.

مساحت قسمت رنگی برابر است با مساحت مثلّث APJ منهای مساحت مستطیل BPIC.

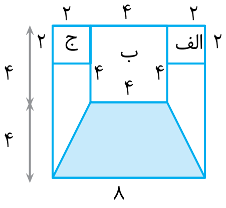
چون C وسط HI است، طول BP و CI برابر است با: $\frac{۱}{۲}=۰/۵$

$$\text{مساحت}\ APJ=\frac{JP\times AP}{۲}=\frac{۲\times ۱/۵}{۲}=۱/۵\quad ,\quad \text{مساحت مستطیل}\ BPIC=IC\times IP=\frac{۱}{۲}\times ۱=۰/۵$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی}\ =۱/۵-۰/۵=۱$$

$$\text{نسبت مساحت قسمت رنگی به کل}=\frac{\text{مساحت قسمت رنگی}}{\text{مساحت کل}}=\frac{۱}{۳}$$

۱۱۱۳- گزینه‌ی ۴ بــه کمک اطّلاعات مســئله می‌توان انــدازه‌ی قاعده‌ی کوچک ذوزنقــه و ارتفاع آن را به‌دست آورد، سپس مساحت آن را حساب کرد.



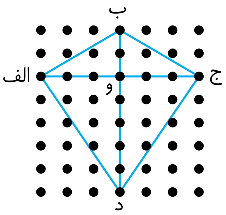
$$\text{مساحت مربّع (الف) و (ج)}\ =۴=۲\times ۲\Rightarrow ۲=\ \ \text{طول ضلع مربّع (الف) و (ج)}$$

$$\text{مساحت مربّع (ب)}\ =۱۶=۴\times ۴\Rightarrow ۴=\ \ \text{طول ضلع مربّع (ب)}$$

$$۲+۴+۲=۸\ \ \text{ضلع مربّع بزرگ}$$

$$\text{مساحت ذوزنقه (قسمت رنگی)}\ =[(۸+۴)\times ۴]\div ۲=(۱۲\times ۴)\div ۲=۴۸\div ۲=۲۴$$

۱۱۱۴- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول**: شــکل مقابل از ۲ مثلّث (الف ب ج) و (الف ج د) تشــکیل شــده است. پس می‌توانیم برای محاسبه‌ی مساحت کل، مساحت دو مثلّث (الف ب ج) و (الف ج د) را با هم جمع بزنیم:



$$\text{مساحت مثلّث (الف ب ج)}\ :\ \frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}=\frac{\text{الف ج}\times\text{ب و}}{۲}=\frac{\cancel{۲}\times ۶}{\cancel{۲}}=۶$$

$$\text{مساحت مثلّث (الف د ج)}\ :\ \frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}=\frac{\text{الف ج}\times\text{د و}}{۲}=\frac{۵\times\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\cancel{۲}}=۱۵$$

$$\text{مساحت کل}=۶+۱۵=۲۱$$

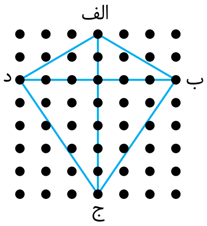
نکته: اگر در یک چهارضلعی، دو قطر بر هم عمود باشند، همیشه مساحت چهارضلعی برابر است با:

$$\frac{\text{قطر اول} \times \text{قطر دوم}}{۲}$$

راه‌حل دوم:

$$\text{مساحت چهارضلعی} = \frac{(\text{الف ج}) \times (\text{ب د})}{۲} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۶}} \times ۷}{۲} = ۲۱$$

۱۱۱۵- گزینه‌ی **۴** طبق فرض سؤال برای بادبادک بزرگ فاصله‌ی نقطه‌ها از یک‌دیگر ۳ برابر می‌شود، یعنی فاصله‌ی نقطه‌ها از یک‌دیگر ۳ سانتی‌متر می‌شود. باید مقدار (ب د) و (الف ج) را حساب کنیم:

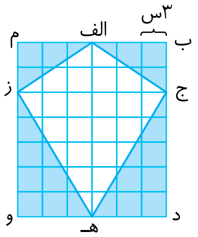


$$\text{طول (الف ج)} = \overset{\text{تعداد فاصله‌ها}}{۷} \times \overset{\text{طول هر فاصله}}{۳} = ۲۱\text{سانتی‌متر}$$

$$\text{طول (ب د)} = \overset{\text{تعداد فاصله‌ها}}{۶} \times \overset{\text{طول هر فاصله}}{۳} = ۱۸\text{سانتی‌متر}$$

$$\text{طول کل} = (\text{الف ج}) + (\text{ب د}) = ۲۱+۱۸ = ۳۹ \text{ سانتی‌متر}$$

۱۱۱۶- گزینه‌ی **۴** منظور سؤال مساحت قسمت رنگی است.



طول پاره‌خط‌های (ب ج) و (م ز) $۳\times۲=۶$ ، طول پاره‌خط‌های (الف ب)، (د ه) ، (ه و) و (الف م) $۳\times۳=۹$

مساحت مثلّث (الف ب ج) $\frac{۹\times\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\cancel{۲}}=۲۷$

طول پاره‌خط‌های (ج د) و (ز و) $۵\times۳=۱۵$

مساحت مثلّث (ج د ه) $\frac{۹\times۱۵}{۲}=۶۷/۵$

مساحت مثلّث (الف م ز) $\frac{۹\times\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\cancel{۲}}=۲۷$

مساحت قسمت رنگی $۲۷+۲۷+۶۷/۵+۶۷/۵=۱۸۹$

مساحت مثلّث (ز ه و) $\frac{۹\times۱۵}{۲}=۶۷/۵$

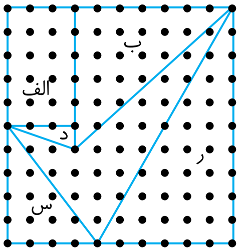
۱۱۱۷- گزینه‌ی **۲** ابتدا طول قطر دوم را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۳}{۴}\times۱۰=۷/۵$$

چون قطرها بر هم عمودند، طبق نکته‌ی بیان شده در سؤال ۱۱۱۴، مساحت را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\overset{۵}{\cancel{۱۰}}\times۷/۵}{\cancel{۲}}=۳۷/۵$$

۱۱۱۸- گزینه‌ی **۳** اگر جمع مساحت‌های قسمت‌های (الف)، (ب)، (ر)، (د) و (س) را حساب کنیم و از مساحت کل کم کنیم، مساحت شکل مورد نظر به‌دست می‌آید.



$$\text{مساحت قسمت (الف)} = ۳\times۵=۱۵$$

$$\text{مساحت کل} = ۱۰\times۱۰=۱۰۰$$

$$\text{مساحت قسمت (د)} = \frac{۳\times۱}{۲}=\frac{۳}{۲}$$

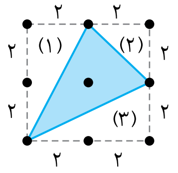
$$\text{مساحت قسمت (ب)} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۶}}\times۷}{\cancel{۲}}=۳\times۷=۲۱$$

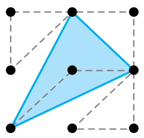
$$\text{مساحت قسمت (ر)} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۶}}\times۱۰}{\cancel{۲}}=۳\times۱۰=۳۰$$

$$\text{مساحت قسمت (س)} = \frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}\times۵}{\cancel{۲}}=۱۰$$

$$\text{مساحت شکل} = ۱۰۰-(۱۵+۲۱+\frac{۳}{۲}+۱۰+۳۰)=۱۰۰-۷۷\frac{۱}{۲}=۲۲\frac{۱}{۲}$$

۱۱۱۹- گزینه‌ی **۴** برخی از مثلّث‌هایی که فقط از سه نقطه می‌گذرند در شکل سمت چپ مشخص شـده‌اند. اما مسـاحت مثلّث رنگی از همه بزرگ‌تر اسـت. با توجه به شکل سمت راست، مساحت مثلّث رنگی را به‌دست می‌آوریم:





[مساحت مثلّث (۳) + مساحت مثلّث (۲) + مساحت مثلّث (۱)] - مساحت مربّع بزرگ = مساحت مثلّث رنگی

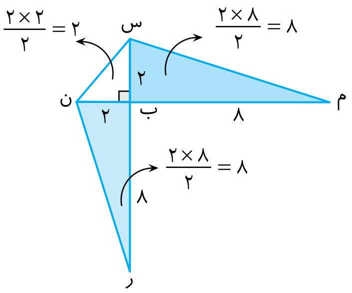
$$\text{مساحت مثلث رنگی}=\underbrace{۴\times۴}_{۱۶}-[\frac{\cancel{۲}\times۴}{\cancel{۲}}+\frac{\cancel{۲}\times۲}{\cancel{۲}}+\frac{\cancel{۲}\times۴}{\cancel{۲}}]=۱۶-(۴+۲+۴)=۱۶-۱۰=۶$$

۱۱۲۰- گزینه‌ی **۲** ابتدا طول پاره‌خط‌ها را به‌دست می‌آوریم:

×۲

۲	۱	(ب ن)و (ب س)
۸	۴	(م ب)و(ب ر)
۱۰	۵	(م ن)و(س ر)

×۲



$\Rightarrow$ مساحت کل $=۸+۸+۲=۱۸$

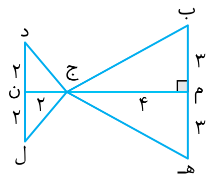
۱۱۲۱- گزینه‌ی **۲** ابتدا طول پاره‌خط‌های (م ج) و (ج ن) را به‌دست می‌آوریم:

×۲

۲	۱	(ج ن)
۴	۲	(م ج)
۶	۳	(م ن)

×۲

قرینه‌ی نقطه‌های (ب) و (د) را به‌دست می‌آوریم. قرینه‌ی نقطه‌ی (ج) روی خود آن می‌افتد.

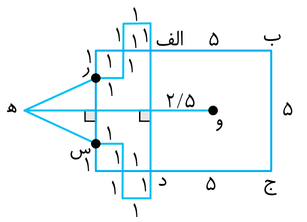


مساحت مثلّث (ب ج ه) $=\frac{۴\times\cancel{۶}^{۳}}{\cancel{۲}_{۱}}=۱۲$

مساحت مثلّث (ج د ل) $=\frac{\cancel{۲}^{۱}\times۴}{\cancel{۲}_{۱}}=۴$

مساحت کل $=۱۲+۴=۱۶$

۱۱۲۲- گزینه‌ی **۲** چون مسـاحت مربّع بزرگ ۲۵ سانتی‌متر مربّع است $(۲۵=۵\times۵)$، طول ضلع مربّع بزرگ ۵ است. (و) مرکز مربّع است، بنابراین فاصله‌اش تا ضلع (الف د) برابر با $\frac{۵}{۲}$ است.



همچنین فاصله‌ی (و) تا ضلع (ر س) که همان فاصله‌ی (ه) تا ضلع (ر س) است، برابر است با:

ارتفاع مثلّث $\frac{۹}{۲}=\frac{۵}{۲}+\frac{۴}{۲}=\frac{۵}{۲}+۲=\frac{۵}{۲}+۱+۱$

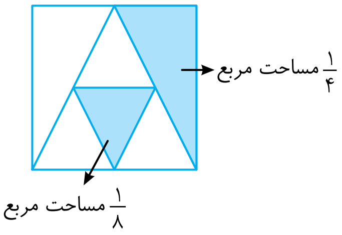
قاعده‌ی مثلّث $۳=۲-۵=(۱+۱)-۵=$ اندازه‌ی (ر س)

مساحت مثلّث (ر س ه) $=\frac{۳\times\frac{۹}{۲}}{۲}=\frac{\frac{۲۷}{۲}}{\frac{۲}{۱}}=\frac{۲۷}{۲\times۲}=\frac{۲۷}{۴}$

۱۱۲۳- گزینه‌ی ۱ با اســتفاده از فرمول $\boxed{\text{مساحت مربع}=\frac{\text{قطر}\times\text{قطر}}{۲}}$ می‌توان اندازه‌ی کل مساحت را یافت.

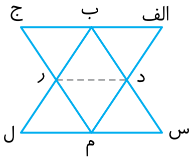
$$\text{مساحت کل مربّع}=\frac{۱۶\times\overset{۸}{\cancel{۱۶}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=۱۲۸\quad\text{سانتی‌متر مربّع}$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی}=\frac{۳}{۸}\times۱۲۸=۴۸\ \ \text{سانتی‌متر مربّع}\qquad,\qquad \frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}=\frac{۲+۱}{۸}=\frac{۳}{۸}$$

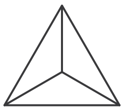


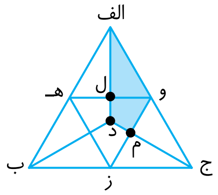
۱۱۲۴- گزینه‌ی ۲ چون (ب)، (د) و (ر) وســط اضلاع مثلّث (الف ج م) هســتند، با رسم کردن خط (د ر) مثلّث (الف ج م) به ۴ مثلّث مساوی تقسیم می‌شوند. مثلّث (الف ج م) شامل ۴ مثلّث کوچک و متوازی‌الاضلاع (د م ب ر) شامل ۲ مثلّث کوچک است. پس مساحت متوازی‌الاضلاع نصف مساحت مثلّث (ج الف م) است.

$$\frac{۱}{۲}=\text{مساحت متوازی‌الاضلاع (د م ر ب)}\ \Rightarrow ۱=\text{مساحت مثلّث (ج الف م)}$$

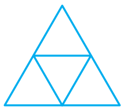


۱۱۲۵- گزینه‌ی ۴ وقتی سه ارتفاع مثلّث متساوی‌الاضلاع را رسم می‌کنیم به طوری که هم‌دیگر را در نقطه‌ی (د) قطع کنند، سه مثلّث مساوی پدید می‌آید.





همچنین وقتی وسط اضلاع مثلّث متساوی‌الاضلاع را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم، چهار مثلّث مساوی پدید می‌آید که با قرار دادن این دو شکل بر روی هم، شکل مورد نظر سؤال پدید می‌آید. چون مساحت مثلث (الف ج ب) یک است، پس مساحت مثلث‌های (الف و ه) و (وه ز) نیز برابر $\frac{۱}{۴}$ است.



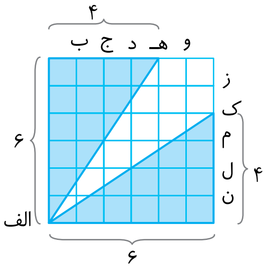
با کمی دقت در شکل متوجه می‌شویم که $\frac{۱}{۲}$ مثلّث (الف و ه) و $\frac{۱}{۳}$ مثلّث (و ه ز) رنگ شده است. بنابراین

$$\left.\begin{array}{l}\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۸}\\ \frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۱۲}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۳+۲}{۲۴}=\frac{۵}{۲۴}$$

۱۱۲۶- گزینه‌ی ۴ چون جدول ابعاد ۶×۶ دارد، مساحتش ۳۶ می‌باشد (۳۶=۶×۶)، که باید به سه ناحیه‌ی ۱۲ سانتی‌متر مربّعی تقسیم شود (۱۲=۳÷۳۶).

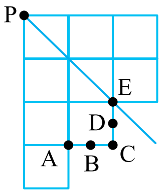
اگر با دو ضلعی که به (الف) وصل می‌باشــند دو مثلّث به مســاحت ۱۲ سانتی‌متر مربّع (مانند شکل) جدا کنیم $\left(۱۲=\frac{۲۴}{۲}=\frac{۶\times۴}{۲}\right)$، ناحیه‌ی سوم، چهارضلعی است که در میان این دو مثلّث قرار می‌گیرد و مساحت آن نیز ۱۲ سانتی‌متر مربّع خواهد بود.

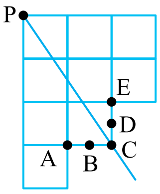
پس دو خط که از نقطه‌ی (الف) رسم می‌شود، به نقاط (ک) و (ه) وصل می‌باشد.



۱۱۲۷- گزینه‌ی ۴ اگر خط از E بگذرد، ناحیه‌ی پایین دارای ۴ مربّع کامل و ۲ نصف مربّع اســت و از ناحیه‌ی بالایی بزرگ‌تر است.

اگر خط از C بگذرد، ناحیه‌ی بالایی از ناحیه‌ی پایینی بزرگ‌تر است و در نتیجه خط باید از D بگذرد.



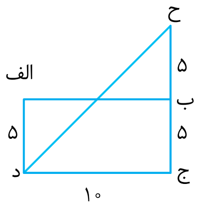


۱۱۲۸- گزینه‌ی ۳ برای راحتی کار، طول مستطیل را ۱۰ و عرض آن را ۵ سانتی‌متر فرض می‌کنیم.

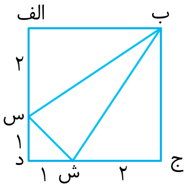
مساحت مستطیل (الف ب ج د) ۵۰=۱۰×۵

$$\text{مساحت مثلّث (ح ج د)}\ ۵۰=\frac{۱۰\times\overset{۵}{\cancel{۱۰}}}{\cancel{۲}}$$

مساحت‌های آن دو با هم برابر است.



۱۱۲۹- گزینه‌ی ۳ فرض می‌کنیم طول ضلع مربّع ۳ است. بنابراین طول (الف س) و (ج ش) برابر ۲ و طول (س د) و (ش د) برابر ۱ می‌شود. برای به‌دست آوردن مساحت (ب س ش) مساحت مثلّث‌های (ب ج ش) ، (الف ب س) و (س ش د) را از مساحت کل کم می‌کنیم.

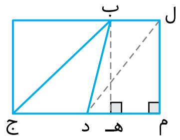


$$\text{مساحت مثلّث (ب ج ش)} = \frac{۳\times\cancel{۲}}{\cancel{۲}} = ۳ \qquad \text{مساحت کل} = ۳\times۳ = ۹$$

$$\text{مساحت مثلّث (س ش د)} = \frac{۱\times۱}{۲} = \frac{۱}{۲} \qquad \text{مساحت مثلّث (ب الف س)} = \frac{۳\times\cancel{۲}}{\cancel{۲}} = ۳$$

$$\text{نسبت} = \frac{۲\frac{۱}{۲}}{۹} = \frac{\frac{۵}{۲}}{\frac{۹}{۱}} = \frac{۵}{۱۸} \qquad \text{مساحت مثلّث (ب س ش)} = ۹-(۳+۳+\frac{۱}{۲}) = ۲\frac{۱}{۲}$$

۱۱۳۰- گزینه‌ی ۴ **راه‌حل اول**: از (د) به رأس مستطیل وصل می‌کنیم. چون نقطه‌ی (د) وسط طول مستطیل است، طول (د م) با طول (د ج) برابر است. ارتفاع مثلّث (ب د ج) پاره‌خط (ب هـ) و ارتفاع مثلّث (د ل م) نیز (ل م) می‌باشد که هر دو با هم برابرند. پس قاعده‌ها و ارتفاع‌های دو مثلّث (ب د ج) و (د ل م) با هم برابرند و در نتیجه مساحت آن‌ها با هم برابر است و مساوی ۶ سانتی‌متر مربّع است.

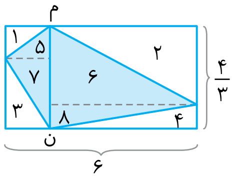


مساحت (د ل م) هم $\frac{۱}{۴}$ مساحت مستطیل است. پس مساحت مستطیل برابر است با: $۶\times۴=۲۴$

راه‌حل دوم: در مثلّث (ب د ج) قاعده‌ی (د ج)، نصف طول مستطیل است. ارتفاع آن نیز برابر عرض مستطیل است. پس مساحت آن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

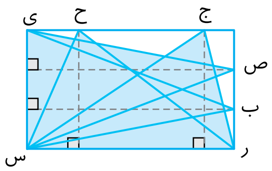
$$\frac{\text{قاعده × ارتفاع}}{۲} = \frac{\text{عرض} \times \frac{\text{طول}}{۲}}{۲} = \frac{\text{طول × عرض}}{۴} \Rightarrow \frac{\text{مساحت مستطیل}}{۴} = ۶ \Rightarrow \text{مساحت مستطیل} = ۶\times۴ = ۲۴$$

۱۱۳۱- گزینه‌ی ۲ شکل را به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:



$$\left.\begin{array}{l} \text{مساحت(۵)} = \text{مساحت (۱)} \\ \text{مساحت(۶)} = \text{مساحت(۲)} \\ \text{مساحت(۷)} = \text{مساحت(۳)} \\ \text{مساحت(۸)} = \text{مساحت(۴)} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{مساحت قسمت رنگی} = \frac{۱}{۲} \times \text{مساحت مستطیل} = \frac{۱}{\underset{۱}{\cancel{۲}}} \times (\overset{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۶}} \times \frac{۴}{\underset{۱}{\cancel{۳}}}) = ۴$$

۱۱۳۲- گزینه‌ی ۲ در دو مثلّث (ی ص س) و (ی ب س) طول مستطیل برابر ارتفاع مثلّث‌ها و عرض مستطیل قاعده‌ی آن‌هاست.



در دو مثلّث (ح س ر) و (ج س ر) نیز عرض مستطیل برابر ارتفاع مثلّث‌ها و طول مستطیل قاعده‌ی آن‌هاست.

پس مساحت هر کدام از این ۴ مثلّث برابر است با: $\frac{\text{طول مستطیل × عرض مستطیل}}{۲} = \frac{\text{مساحت مستطیل}}{۲}$

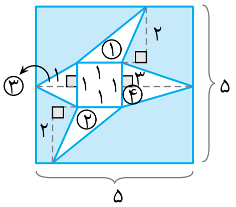
$$\text{مجموع مساحت ۴ مثلث} = \overset{۲}{\cancel{۴}} \times \frac{\text{مساحت مستطیل}}{\cancel{۲}} = ۲ \times \text{مساحت مستطیل}$$

$$\frac{\text{مجموع مساحت ۴ مثلث}}{\text{مساحت مستطیل}} = ۲$$

۱۱۳۳- گزینه‌ی ۱ مانند سؤال قبل مساحت هر سه مثلّث برابر نصف مساحت متوازی‌الاضلاع می‌شود.

$$\text{مجموع مساحت ۳مثلث} = ۳\times\frac{\text{مساحت متوازی‌الاضلاع}}{۲} = \frac{۳}{۲}\times\text{مساحت متوازی‌الاضلاع} \Rightarrow \frac{\text{مجموع مساحت ۳مثلث}}{\text{مساحت متوازی‌الاضلاع}} = \frac{۳}{۲}$$

۱۱۳۴- گزینه‌ی ۳ مســاحت ناحیه‌ی رنگی برابر اختلاف مســاحت مربّع بزرگ و ناحیه‌های سـفید (مربّع کوچک و ۴ مثلّث) می‌باشد. برای ارتفاع مثلّث‌ها با توجه به طول ضلع دو مربّع عددگذاری می‌کنیم.

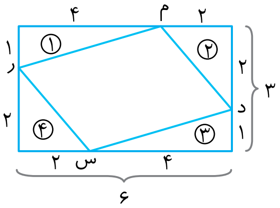


$$\text{مساحت ناحیه‌ی رنگی} = \text{مساحت مربّع بزرگ} - [\text{مساحت مربّع کوچک} + \text{مساحت مثلّث (۱)} + \text{مساحت مثلّث (۲)} + \text{مساحت مثلّث (۳)} + \text{مساحت مثلّث (۴)}]$$

$$\text{مساحت ناحیه‌ی رنگی} = (۵\times۵) - [(۱\times۱) + (\frac{۲\times۱}{۲}) + (\frac{۲\times۱}{۲}) + (\frac{۱\times۱}{۲}) + (\frac{۳\times۱}{۲})] = ۲۵ - [۱+۱+۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}] = ۲۰$$

دقت کنید مجموع ارتفاع‌های دو مثلّث (۱) و (۲) همیشــه برابر (۴=۱−۵) می‌باشــد. مجموع ارتفاع‌های دو مثلّث (۳) و (۴) هم همیشــه برابر (۴=۱−۵) می‌شود و محل قرار گرفتن مربّع کوچک مهم نیست.

۱۱۳۵- گزینه‌ی ۴ فرض کنیم طول مستطیل ۶ و عرض آن ۳ باشد. آن‌گاه با توجه به نسبت ۱ به ۲، طول پاره‌خط‌ها را به‌دست می‌آوریم:

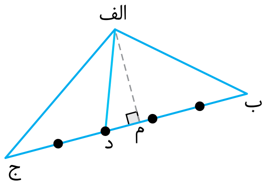


$$\text{مساحت متوازی‌الاضلاع} = \text{مساحت مستطیل} - [\text{مساحت مثلّث (۱)} + \text{مساحت مثلّث (۲)} + \text{مساحت مثلّث (۳)} + \text{مساحت مثلّث (۴)}]$$

$$\text{مساحت متوازی‌الاضلاع} = (۳\times۶) - [(\frac{۱\times۴}{۲}) + (\frac{۲\times۲}{۲}) + (\frac{۱\times۴}{۲}) + (\frac{۲\times۲}{۲})] = ۱۸ - [۲+۲+۲+۲] = ۱۰ \quad , \quad \frac{\text{مساحت متوازی‌الاضلاع}}{\text{مساحت مستطیل}} = \frac{۱۰}{۱۸} = \frac{۵}{۹}$$

۱۱۳۶- گزینه‌ی ۲ نسبت پاره‌خط (د ج) به پاره‌خط (ب ج) $\frac{۲}{۵}$ است، یعنی: $\frac{(\text{د ج})}{(\text{ب ج})} = \frac{۲}{۵}$

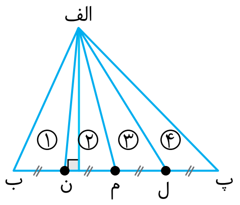
ارتفاع دو مثلّث (الف د ج) و (الف ب ج) نیز با هم برابر است.



$$\frac{\text{مساحت مثلث (الف د ج)}}{\text{مساحت مثلث (الف ب ج)}} = \frac{\frac{(\text{الف م})\times(\text{د ج})}{۲}}{\frac{(\text{الف م})\times(\text{ب ج})}{۲}} = \frac{\cancel{۲}\times\cancel{(\text{الف م})}\times(\text{د ج})}{\cancel{۲}\times\cancel{(\text{الف م})}\times(\text{ب ج})} = \frac{(\text{د ج})}{(\text{ب ج})} = \frac{۲}{۵}$$

۱۱۳۷- گزینه‌ی ۴ ارتفاع همه‌ی مثلّث‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) با هم برابر است. قاعده‌ی آن‌ها نیز با هم برابر است. پس مساحت هر ۴ تا حتماً با هم برابر است.

۱۱۳۸- گزینه‌ی ۴ مثلّث (الف ل ب) از کنار هم قرار گرفتن سه مثلّث (۱)، (۲)، (۳) ساخته شده است که هر سه مساحت برابر دارند.

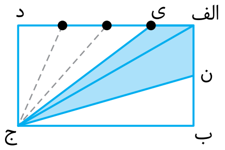


$$\frac{\text{مساحت مثلث (الف ل ب)}}{\text{مساحت مثلث (الف ل پ)}} = \frac{\text{مساحت(۱)} + \text{مساحت(۲)} + \text{مساحت(۳)}}{\text{مساحت(۴)}} = \frac{۳\times\cancel{\text{مساحت(۱)}}}{\cancel{\text{مساحت(۴)}}} = ۳$$

۱۱۳۹- گزینه‌ی ۳ نسبت مساحت‌ها را می‌نویسیم:

$$\frac{\text{مساحت مثلث (الف ن ل)}}{\text{مساحت مثلث (الف ب پ)}} = \frac{\text{مساحت(۲)} + \text{مساحت(۳)}}{\text{مساحت(۱)} + \text{مساحت(۲)} + \text{مساحت(۳)} + \text{مساحت(۴)}} = \frac{۲\times\cancel{\text{مساحت(۲)}}}{۴\times\cancel{\text{مساحت(۱)}}} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

۱۱۴۰- گزینه‌ی ۱ قطر (الف ج) را می‌کشـیم. طول (الف د) را به چهار قسـمت مسـاوی تقسیم می‌کنیم. مسـاحت (الف ی ج) برابر ربع مثلّث (الف ج د) است (طبق سؤال قبل). مساحت (الف ج د) نصف مساحت مستطیل است. در نتیجه مساحت (الف ی ج) $\frac{۱}{۸}$ مساحت مستطیل است.

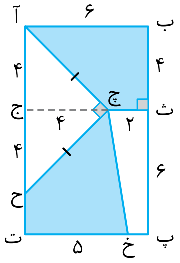


مساحت (الف ن ج) هم نصف مساحت (الف ب ج) است. پس ربع مساحت مستطیل نیز می‌باشد.

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = \text{مساحت مثلّث (الف ی ج)} + \text{مساحت مثلّث (الف ن ج)}$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = \frac{۱}{۸}\times\text{مساحت مستطیل} + \underbrace{\frac{۱}{۴}}_{\downarrow\,\frac{۲}{۸}}\times\text{مساحت مستطیل} = \frac{۳}{۸}\times\text{مساحت مستطیل} \Rightarrow \frac{\text{مساحت قسمت رنگی}}{\text{مساحت مستطیل}} = \frac{۳}{۸}$$

۱۱۴۱- گزینه‌ی ۱ برای به دست آوردن مساحت قسمت رنگی ابتدا مساحت ذوزنقه‌ی «ث چ خ پ» و مثلّث «آ چ ح» را حساب می‌کنیم. امتداد پاره‌خط «ث چ» را رسم می‌کنیم تا «آ ت» را در «ج» قطع کند. چون «ث چ» بر «ب پ» عمود است، پس «ث ج» هم بر «ب پ» عمود است و همچنین «ث ج» بر «آ ت» هم عمود است، پس «آ ب ث ج» مستطیل و «آ ج» هم ۴cm است.
دو ضلع مثلّث «آ چ ح» مساوی‌اند و پاره‌خط «ث ج» بر قاعده‌ی مثلّث عمود شده، پس قاعده را نصف می‌کند. بنابراین «ج ح» هم ۴cm است. از طرفی مثلّث «چ ج ح» قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است، پس «چ ج» برابر ۴cm است.



«ث ج» موازی عرض مستطیل است و طول آن ۶cm است. بنابراین «ث چ» برابر است با:

$$۶-۴=۲\text{cm}$$

مساحت مثلّث: «آ چ ح» برابر است با:

$$\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}=\frac{۴\times۸}{۲}=۱۶$$

«پ ت» عرض مستطیل و ۶cm است. بنابراین «پ خ» برابر است با

$$۶-۵=۱\text{cm}$$

مساحت ذوزنقه‌ی «ث چ خ پ» برابر است با:

$$\frac{(\text{قاعده‌ی بزرگ}+\text{قاعده‌ی کوچک})\times\text{ارتفاع}}{۲}=\frac{(۱+۲)\times۶}{۲}=۹$$

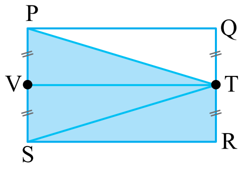
مساحت مستطیل را حساب می‌کنیم:

$$\text{عرض}\times\text{طول}=۶\times۱۰=۶۰$$

بنابراین مساحت قسمت رنگی برابر است با:

$$۶۰-(۹+۲۵)=۶۰-۲۵=۳۵$$

۱۱۴۲- گزینه‌ی ۱ شکل را به صورت مقابل قسمت‌بندی می‌کنیم. چون مساحت ۴ مثلّث با هم برابر است و PTRS شامل ۳ مثلّث از ۴ مثلّث مساوی شکل است، بنابراین:

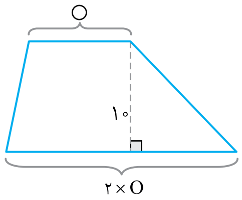


×۶

$\boxed{۱۸}$	۳	مساحت قسمت خواسته شده
۲۴	۴	کل شکل

×۶

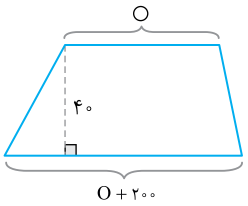
۱۱۴۳- گزینه‌ی ۲ شکل مقابل ذوزنقه‌ی موردنظر را نشان می‌دهد.



$$\text{مساحت ذوزنقه}=\text{ارتفاع}\times\frac{(\text{قاعده‌ی بزرگ}+\text{قاعده‌ی کوچک})}{۲}$$

$$\frac{(○+(۲\times○))}{۲}\times۱۰=۳۰۰\Rightarrow\frac{۳\times○}{\cancel{۲}}\times\overset{۵}{\cancel{۱۰}}=۳۰۰\Rightarrow۱۵\times○=۳۰۰\Rightarrow○=\frac{۳۰۰}{۱۵}=۲۰$$

۱۱۴۴- گزینه‌ی ۱ شکل مقابل، زمین ذوزنقه‌ای را نشان می‌دهد:



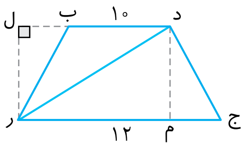
۲ هکتار=۲۰۰۰۰ متر مربع

$$\text{مساحت ذوزنقه}=\text{ارتفاع}\times\frac{(\text{قاعده‌ی بزرگ}+\text{قاعده‌ی کوچک})}{۲}$$

$$\frac{○+(○+۲۰۰)}{\cancel{۲}}\times\overset{۲۰}{\cancel{۴۰}}=۲۰۰۰۰$$

$$(○+○+۲۰۰)=\frac{\overset{۱۰۰۰}{\cancel{۲۰۰۰۰}}}{\cancel{۲۰}}\Rightarrow○+○=۱۰۰۰-۲۰۰=۸۰۰\Rightarrow○=۴۰۰$$

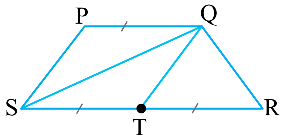
۱۱۴۵- گزینه‌ی ۲ ارتفاع دو مثلّث را رسم می‌کنیم. هر دو ارتفاع با هم برابرند.



(دم) = (رل)

$$\frac{\text{مساحت مثلث (د ب ر)}}{\text{مساحت مثلث (د ج ر)}}=\frac{\frac{(\text{ر ل})\times\overset{۵}{\cancel{۱۰}}}{۲}}{\frac{(\text{د م})\times\overset{۶}{\cancel{۱۲}}}{\cancel{۲}}}=\frac{\cancel{(\text{ر ل})}\times ۵}{\cancel{(\text{د م})}\times ۶}=\frac{۵}{۶}$$

۱۱۴۶- گزینه‌ی ۲ ارتفاع دو مثلّث PQS و RSQ برابر است و چون قاعده‌ی مثلّث RSQ، ۲ برابر قاعده‌ی PQS است، مساحت مثلّث RSQ، ۲ برابر مساحت PQS است. از طرفی مثلّث‌های TQR و QST قاعده‌ها و ارتفاع‌های برابر دارند، پس مساحت آن‌ها مساوی است.



حال ۳ مثلّث PQS، SQT و QTR مساحت‌های برابر دارند که مساحت هر کدام برابر است با: $\frac{۱۲}{۳}=۴$

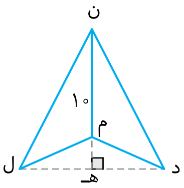
۱۱۴۷- گزینه‌ی ۳ مساحت قسمت رنگی برابر مجموع مساحت مثلّث‌های (الف د ج) و (ب ه د) می‌باشد.
نقطه‌ی (د) وسط ضلع (ب ج) است. در نتیجه مساحت دو مثلّث (الف د ج) و (الف ب د) برابر و مساوی نصف مساحت مثلّث (الف ب ج) هستند.
به همین ترتیب مساحت مثلّث (ب ه د) نصف (الف ب د) و ربع (الف ب ج) می‌باشد.

مساحت (ب ه د) + مساحت (الف د ج) = مساحت قسمت رنگی

$$=\underbrace{\frac{۱}{۲}}_{\frac{۲}{۴}}\times\text{مساحت(الف ب ج)}+\frac{۱}{۴}\text{مساحت(الف ب ج)}=\frac{۳}{۴}\times\text{مساحت(الف ب ج)}$$

۱۱۴۸- گزینه‌ی ۳ چون قطر متوازی‌الاضلاع مساحت را نصف می‌کند، مساحت مثلّث (د ب ج) ۲۰ سانتی‌متر مربّع است. (۲۰=۲÷۴۰)
حال (ب و) میانه‌ی مثلّث (ب د ج) است، پس مساحت مثلّث‌های (ب و د) و (ب و ج) ۱۰ سانتی‌متر مربّع است. (۱۰=۲÷۲۰)
(و ه) میانه‌ی مثلّث (ب و ج) است، در نتیجه مساحت مثلّث‌های (و ب ه) و (و ه ج) ۵ سانتی‌متر مربّع است (۵=۲÷۱۰).
چهارضلعی (د ب ه و) از ۲ مثلّث (د ب و) و (ب و ه) تشکیل شده است. در نتیجه مساحت آن مساوی ۱۵ سانتی‌متر مربّع است زیرا:
۱۵=۵+۱۰

۱۱۴۹- گزینه‌ی ۳ خط تقارن، شکل و مساحت آن را نصف می‌کند، پس:

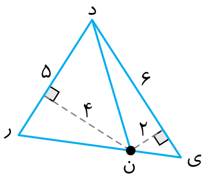


$$\text{مساحت(د م ن)}=\text{مساحت(ل م ن)}=\frac{۲۰}{۲}=۱۰$$

$$\frac{(\text{م ن})\times(\text{د ه})}{۲}=\text{مساحت(د م ن)}\Rightarrow\frac{(\text{د ه})\times\overset{۵}{\cancel{۱۰}}}{\cancel{۲}}=۱۰\Rightarrow(\text{د ه})=۲$$

$$(\text{د ل})=۲\times(\text{د ه})=۲\times۲=۴$$

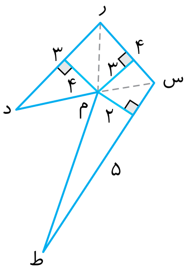
۱۱۵۰- گزینه‌ی ۴ فاصله‌ی نقطه‌ی (ن) از دو پاره‌خط (ی د) و (د ر) برابر اندازه‌ی خط عمود است. عمودها را رسم می‌کنیم:



مساحت کل = مساحت (ی ن د) + مساحت (ن د ر)

$$\frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}\times۵}{\cancel{۲}}+\frac{\cancel{۲}\times۶}{\cancel{۲}}=۱۰+۶=۱۶$$

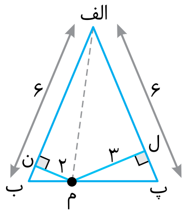
۱۱۵۱- گزینه‌ی ۴ از نقطه‌ی (م) بر سه ضلع (س ط)، (س ر) و (ر د) عمود می‌کنیم:



مساحت کل = مساحت (س م ط) + مساحت (س م ر) + مساحت (ر م د)

$$\left(\frac{۴\times۳}{۲}\right)+\left(\frac{۳\times۴}{۲}\right)+\left(\frac{۲\times۵}{۲}\right)=۶+۶+۵=۱۷$$

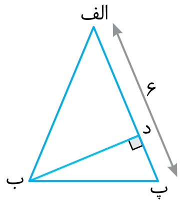
۱۱۵۲- گزینه‌ی ۱ فرض کنید طول ساق‌ها برابر ۶ و ۲ = (م ن) و ۳ = (ل م) باشد و از (الف) به (م) وصل می‌کنیم:



مساحت (الف ب پ) = مساحت (الف م پ) + مساحت (الف م ب)

$$\frac{۲\times۶}{۲}+\frac{۳\times۶}{۲}=۶+۹=۱۵$$

از طرفی مساحت مثلّث (الف ب پ) به صورت زیر هم محاسبه می‌شود. اگر ارتفاع (ب د) را رسم کنیم، داریم:



$$\frac{\cancel{۶}\times\text{(ب د)}}{\cancel{۲}}=۳\times\text{(ب د)}$$

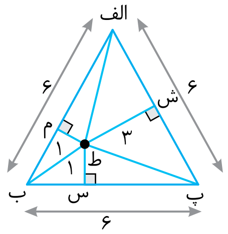
بنابراین دو مقدار به‌دست آمده را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$۳\times\text{(ب د)}=۱۵\Rightarrow\text{(ب د)}=\frac{۱۵}{۳}=۵$$

پس:

$$\text{(ب د)}=\text{(م ن)}+\text{(ل م)}$$
$$۵\;=\;۲\;+\;۳$$

۱۱۵۳- گزینه‌ی ۳ به مثلّث متساوی‌الاضلاع (الف ب پ) نگاه کنید. (طول ضلع مثلّث برابر ۶ است.) از رأس‌ها به نقطه‌ی (ط) داخل مثلّث وصل کرده و از (ط) به ضلع‌ها عمود می‌کنیم. طول عمودها را ۱، ۱ و ۳ فرض کردیم.

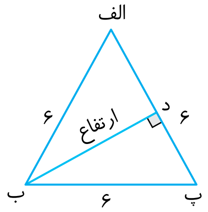


مساحت (الف ب پ) = مساحت (ب ط پ) + مساحت (الف ط پ) + مساحت (الف ط ب)

$$(\frac{۱\times۶}{۲})+(\frac{۳\times۶}{۲})+(\frac{۱\times۶}{۲})=۳+۹+۳=۱۵$$

$$\text{مساحت(الف ب پ)}=\frac{\text{(ب د)}\times\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\cancel{۲}}$$

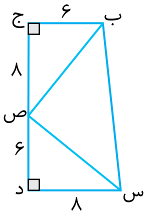
$$\text{(ب د)}\times۳=۱۵\Rightarrow\text{(ب د)}=۵$$



در نتیجه:

$$\text{(ب د)}=\text{(ط م)}+\text{(ط س)}+\text{(ط ش)}$$
$$۵\;=\;۱\;+\;۱\;+\;۳$$

۱۱۵۴- گزینه‌ی ۲ با توجه به برابری مثلّث‌های (ب ج ص) و (س ص د) طول پاره‌خط (ب ج) و (ج ص) را پیدا می‌کنیم:



(س د) = (ج ص) ، (ص د) = (ج ب)

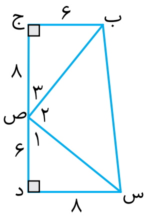
$$(\frac{\text{(ب ج)}+\text{(س د)}}{۲})\times\text{(ج د)}=\text{مساحت ذوزنقه}\Rightarrow\frac{\overset{۱۴}{\cancel{(۶+۸)}}}{\cancel{۲}}\times\overset{۷}{\cancel{۱۴}}=۹۸$$

۱۱۵۵- گزینه‌ی ۱ برای پیدا کردن (س ص) باید مساحت مثلّث (ب س ص) را به‌دست آوریم.

مساحت (ب س ص) = مساحت (س ص د) − مساحت (ب ج ص) − مساحت ذوزنقه

$$۹۸-(\frac{۶\times۸}{۲})-(\frac{۶\times۸}{۲})=۹۸-۲۴-۲۴=۵۰$$

از طرفی با توجه به شکل ثابت می‌شود که مثلّث (ب ص س) هم قائم‌الزاویه است.



$$\left.\begin{aligned}&\text{ص}_۱+\text{ص}_۳=۹۰^\circ\\&\text{ص}_۱+\text{ص}_۲+\text{ص}_۳=۱۸۰^\circ\end{aligned}\right\}\Rightarrow\text{ص}_۲=۹۰^\circ$$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\text{(ب ص)}\times\text{(س ص)}}{۲}=\text{مساحت(ب س ص)}\\&\text{(ب ص)}=\text{(س ص)}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{\text{(س ص)}\times\text{(س ص)}}{۲}=۵۰$$

$$\Rightarrow\text{(س ص)}\times\text{(س ص)}=۱۰۰\Rightarrow\text{(س ص)}=۱۰$$

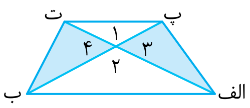
۱۱۵۶- گزینه‌ی **۲** مساحت دو مثلّث (الف پ ت) و (ب پ ت) با هم برابر است.

مساحت (ب پ ت) = مساحت (الف پ ت)

مساحت(۳) + ~~مساحت(۱)~~ = ~~مساحت(۱)~~ + مساحت(۴)

مساحت (۳) = مساحت (۴)

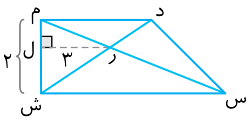
نکته: در هر ذوزنقه همیشه مساحت دو مثلّث رنگی زیر با هم برابر است.



۱۱۵۷- گزینه‌ی **۴** طبق نکته‌ی سؤال قبل، مساحت دو مثلّث (د ر س) و (م ر ش) با هم برابر است:

مساحت (د ر س) = مساحت (م ر ش)

$$\text{مساحت(د ر س)}=۳=\frac{۳\times\cancel{۲}}{\cancel{۲}}=\frac{\text{(م ش)}\times\text{(ر ل)}}{۲}$$



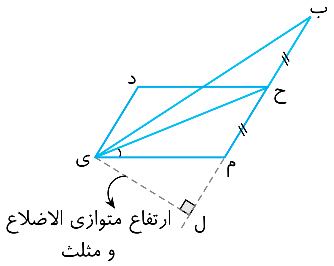
۱۱۵۸- گزینه‌ی **۲** ارتفاع مثلّث (ب م ی) را می‌کشیم. این ارتفاع برابر ارتفاع متوازی‌الاضلاع هم هست.

$$\left.\begin{array}{l}\text{(ح م)}+\text{(ب ح)}=\text{(ب م)}\\ \text{(ح م)}=\text{(ب ح)}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{(ح م)}\times۲=\text{(ب م)}\qquad (۱)$$

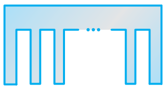
$$(۲)\qquad \text{مساحت متوازی‌الاضلاع}=\text{(ح م)}\times\text{(ی ل)}$$

$$(۳)\quad \text{مساحت}\ \overset{\Delta}{\text{(ب م ی)}}=\text{(ح م)}\times\text{(ی ل)}=\frac{\text{(ح م)}\times۲\times\text{(ی ل)}}{۲}\overset{(۱)}{\Rightarrow}\text{مساحت}\ \overset{\Delta}{\text{(ب م ی)}}=\frac{\text{(ب م)}\times\text{(ی ل)}}{۲}$$

$$\xrightarrow{\text{از (۲) و (۳)}}\text{مساحت متوازی‌الاضلاع}=\text{مساحت}\ \overset{\Delta}{\text{(ب م ی)}}$$



۱۱۵۹- گزینه‌ی **۳** انـدازه‌ی طول فاصله‌ی بین دندانه‌ها را با طول دندانه‌ها جمع می‌کنیم، سـپس به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم.

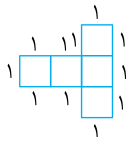


۱۰۰ دندانه (میلی‌متر) ۱۰۰=۱×۱۰۰ و ۹۹ فاصله‌ی بین دندانه داریم: (میلی‌متر) ۹۹=۱×۹۹

۱۰۰+۹۹=۱۹۹ میلی‌متر ⇒ ۱۹۹÷۱۰=۱۹/۹ سانتی متر

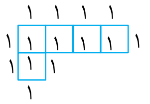
۱۱۶۰- گزینه‌ی **۳** فرض کنید طول ضلع مربّع‌ها برابر یک است.

ابتدا محیط شکل روبه‌رو را پیدا می‌کنیم:

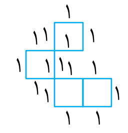


محیط =۱×۱۲=۱۲ ⇒

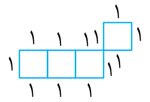
حال محیط دیگر شکل‌ها را پیدا می‌کنیم:



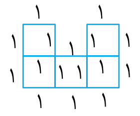
محیط = ۱×۱۲ = ۱۲



محیط = ۱×۱۴ = ۱۴



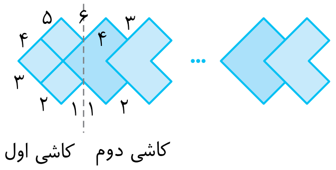
محیط = ۱×۱۲ = ۱۲



محیط = ۱×۱۲ = ۱۲

۱۱۶۱- گزینه‌ی **۲** به غیر از کاشـی اول و پنجاهم که هر کدام ۶ ضلعشان جزئی از محیط است، ۴۸ کاشی وسط هر کدام ۴ ضلعشان جزئی از محیط است.

$$\left.\begin{array}{r}۴۸\times۴=۱۹۲\\ ۲\times۶=۱۲\end{array}\right\}\Rightarrow ۱۹۲+۱۲=۲۰۴$$



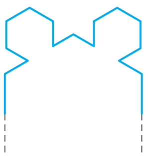
۱۱۶۲- گزینه‌ی **۲** مطابق شکل از طول هر ضلع از ۶ ضلعی بزرگ ۳ سانتی‌متر کم می‌شود. ۶=۳−۹

جمع ضلع‌های ۶ ضلعی بزرگ: ۶×۶=۳۶

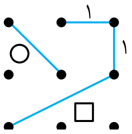
۶ ضلعی کوچک هم داریم که هر کدام یک ضلع ندارند، بنابراین: ۵×۳=۱۵

محیط ۶ ضلعی‌های کوچک ۶×۱۵=۹۰

محیط کل: ۹۰+۳۶=۱۲۶

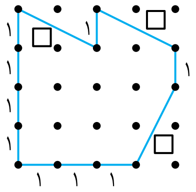


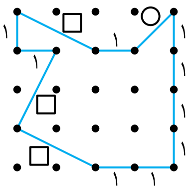
۱۱۶۳- گزینه‌ی ۴ فاصله‌ی عمودی و افقی هر دو نقطه‌ی کنار هم را ۱ در نظر می‌گیریم.

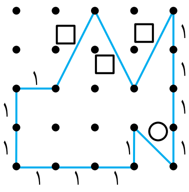


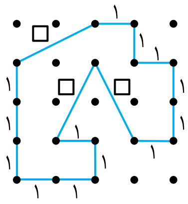
دو پاره‌خط نیز معین شده که طول آن‌ها ○ و □ می‌باشد. □>○>۱

حالا محیط هر کدام را با توجه به نام‌گذاری بالا به‌دست می‌آوریم:


۱) محیط = ۹ + □ + □ + □


۲) محیط = ۹ + □ + □ + □ + ○


۳) محیط = ۱۱ + □ + □ + □ + ○

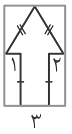

۴) محیط = ۱۳ + □ + □ + □

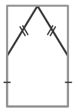
محیط (۳) از محیط (۱) و (۲) بزرگ‌تر است.

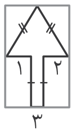
در محیط‌های (۳) و (۴)، ۳ تا طول □ وجود دارد که با هم برابرند. پس باید (۱۱+○) و (۱۳) را مقایسه کنیم.

با توجه به شکل مقابل داریم: ⇒۱+۱>○⇒۲>○

۱۱۶۴- گزینه‌ی ۲ ابتدا شکل گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) را مقایسه می‌کنیم. دور هر کدام یک مستطیل می‌کشیم.

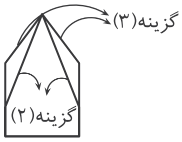

گزینه‌ی (۴)


گزینه‌ی (۳)


گزینه‌ی (۱)

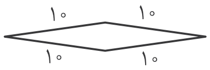
بخش‌های مساوی روی شکل‌ها مشخص است. مجموع پاره‌خط‌های (۱)، (۲) و (۳) درگزینه‌های (۱) و (۴) شکل برابر عرض مستطیل می‌باشد. پس محیط سه شکل برابر است.

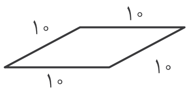
حالا محیط گزینه‌های (۳) و (۲) را مقایسه می‌کنیم. آن‌ها را روی هم می‌کشیم.

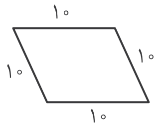


کاملاً معلوم است که محیط شکل گزینه‌ی (۲) کم‌تر از محیط شکل گزینه‌ی (۳) است.

۱۱۶۵- گزینه‌ی ۳ با توجه به سؤال متوازی‌الاضلاع‌های زیر را می‌کشیم:

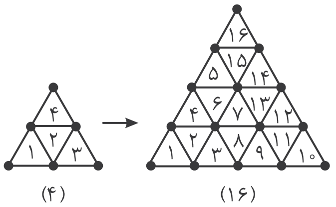

محیط = ۱۰ × ۴ = ۴۰


محیط = ۱۰ × ۴ = ۴۰

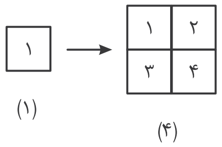

محیط = ۱۰ × ۴ = ۴۰

مساحت‌ها تغییر می‌کنند اما محیط‌ها تغییر نمی‌کنند.

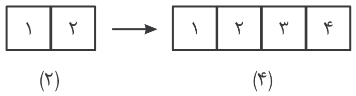
۱۱۶۶- گزینه‌ی ۳ وقتی دو ضلع مثلّث متساوی‌الاضلاع را دو برابر کنیم، مانند این است که سه ضلع را دو برابر کنیم. بنابراین اگر ضلع مثلّث متساوی‌الاضلاع را دو برابر کنیم، مساحت ۴ برابر می‌شود. پس گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست هستند.



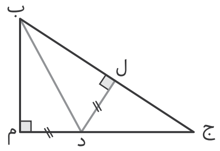
اگر ضلع مربّع را دو برابر کنیم، مساحت ۴ برابر می‌شود. پس گزینه‌ی (۲)، نادرست است.



اگر دو ضلع بزرگ‌تر مستطیل دو برابر شوند، مساحت مستطیل ۲ برابر می‌شود. پس گزینه‌ی (۳) درست است.



۱۱۶۷- گزینه‌ی **۲** از نقطه‌ی (د) بر وتر (ب ج) عمود می‌کنیم. چون (ب د) نیمساز است، پس (ل د) = (د م) می‌شود. (ل د) عمود رسم شده از نقطه‌ی (د) است، پس (ج د) > (ل د) می‌باشد.



$$\text{(ج د)}<\text{(د م)}\Rightarrow\text{(د م)}=\text{(د ل)}$$

پس می‌توان گفت نقطه‌ی (د) وسط (ج م) نیست و (د م) کم‌تر از نصف (ج م) می‌باشد. یعنی:

$$\frac{\text{(د م)}}{\text{(ج م)}}<\frac{۱}{۲}$$

$$\frac{\text{مساحت مثلث (ب م د)}}{\text{مساحت مثلث (ب م ج)}}=\frac{\frac{\text{(د م)}\times\text{(ب م)}}{۲}}{\frac{\text{(ج م)}\times\text{(ب م)}}{۲}}=\frac{\cancel{۲}\times\cancel{\text{(ب م)}}\times\text{(د م)}}{\cancel{۲}\times\cancel{\text{(ب م)}}\times\text{(ج م)}}=\frac{\text{(د م)}}{\text{(ج م)}}$$

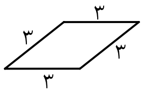
چون $\frac{\text{(د م)}}{\text{(ج م)}}<\frac{۱}{۲}$ است، پس: $\frac{\text{مساحت (ب م د)}}{\text{مساحت (ب م ج)}}<\frac{۱}{۲}$

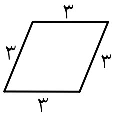
در نتیجه گزینه‌ی (۲) درست است.

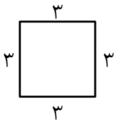
۱۱۶۸- گزینه‌ی **۲** اگر محیط یک مربّع و یک لوزی برابر باشد، یعنی طول ضلع آن‌ها برابر است. فرض کنید محیط مربّع و لوزی ۱۲ باشد.

ضلع لوزی =۱۲÷۴=۳ و ضلع مربّع =۱۲÷۴=۳

به شکل‌های زیر دقت کنید:

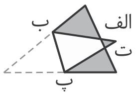


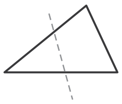




با توجه به شکل‌ها مساحت لوزی‌هایی که محیطشان با محیط مربّع برابر است، همیشه کم‌تر از مساحت مربّع است.

۱۱۶۹- گزینه‌ی **۲** مساحت شکل جدید برابر مساحت ناحیه‌ی رنگی و چهارضلعی (الف ب پ ت) است. اگر دوبار مســاحت چهارضلعی (الف ب پ ت) را با مســاحت ناحیه‌ی رنگی جمع کنیم، مساحت مثلّث سمت چپ به‌دست می‌آید. پس اگر مساحت مثلّث را از مساحت شکل جدید کم کنیم، مساحت چهارضلعی (الف ب پ ت) به‌دست می‌آید.





$\frac{۱}{۲}$مساحت شکل جدید = مساحت شکل جدید − ۱/۵ برابر مساحت شکل جدید = مساحت شکل جدید − مساحت مثلّث = مساحت (الف ب پ ت)

مساحت (الف ب پ ت) = $\frac{۱}{۲}$ مساحت شکل جدید ⇐

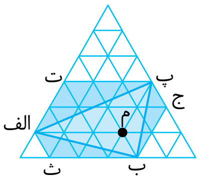
چون مساحت (الف ب پ ت) نصف مساحت شکل جدید است، پس مساحت قسمت رنگی نیز نصف مساحت شکل جدید است. چون مساحت قسمت رنگی ۱ است، نتیجه می‌گیریم:

$۳=۱/۵\times۲=$ مساحت مثلث $\Rightarrow ۲=۱+۱=$ مساحت شکل جدید

۱۱۷۰- گزینه‌ی **۳** خلاق شویم!!!

اگر یکی از قطرهای یک متوازی‌الاضلاع را رسم کنیم، مساحت آن نصف می‌شود.

حال متوازی‌الاضلاع‌های (الف م پ ت) به مساحت ۱۲، (الف ث ب م) به مساحت ۶ و (م ب پ ج) به مساحت ۴ را پیــدا کنیــد. قطرهای (الف پ)، (الف ب) و (ب پ) آن‌ها را به‌ترتیب نصف کرده‌اند. نصف (الف م پ ت) مثلّث (الف م پ) به مســاحت ۶ ، نصف (الف ث ب م) مثلّث (الف م ب) به مســاحت ۳ و نصف (م ب ج پ) مثلّث (ب پ م) به مساحت ۲ است. مساحت مثلّث (الف ب پ) برابر مجموع مساحت‌های مثلّث‌های (الف م پ)، (الف م ب) و (ب پ م) است.



$۱۱=۲+۳+۶=$ مساحت (الف ب پ)

۱۱۷۱- گزینه‌ی ۳ محیط هر دایره از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\pi\times\text{قطر}=(\pi\times\text{شعاع}\times۲)=\text{محیط دایره}$$

اگر محیط هر دایره را بر قطر تقسیم کنیم، همیشه عدد π به‌دست می‌آید.

$$\frac{\text{محیط دایره}}{\text{قطر}}=\frac{\cancel{\text{قطر}}\times\pi}{\cancel{\text{قطر}}}=\pi$$

۱۱۷۲- گزینه‌ی ۱ هرگاه شعاع دایره‌ای را ۳ برابر کنیم، مساحت آن ۹=۳×۳ برابر و محیط آن همان ۳ برابر خواهد شد.

$$\frac{\text{مساحت جدید}}{\text{مساحت قدیم}}=\frac{۳\times\cancel{\text{شعاع}}\times۳\times\cancel{\text{شعاع}}\times\cancel{\pi}}{\cancel{\text{شعاع}}\times\cancel{\text{شعاع}}\times\cancel{\pi}}=۹$$

$$\frac{\text{محیط جدید}}{\text{محیط قدیم}}=\frac{۳\times\cancel{\text{شعاع}}\times\cancel{۲}\times\cancel{\pi}}{\cancel{\text{شعاع}}\times\cancel{۲}\times\cancel{\pi}}=۳$$

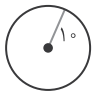
۱۱۷۳- گزینه‌ی ۳ فرض کنید شعاع دایره برابر ۱۰ باشد. افزایش ۱۰۰ درصدی، شعاع دایره را برابر ۲۰ می‌کند.

مساحت دایره‌ی (۱) =۱۰×۱۰×۳/۱۴=۳۱۴

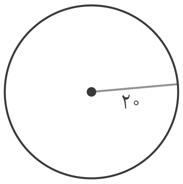
مساحت دایره‌ی (۲) =۲۰×۲۰×۳/۱۴=۱۲۵۶

میزان مساحت افزایش یافته =۱۲۵۶−۳۱۴=۹۴۲

$$\text{درصد مساحت افزایش یافته}=\frac{\text{مساحت افزایش یافته}}{\text{مساحت اولیه}}\times۱۰۰=\frac{۹۴۲}{۳۱۴}\times۱۰۰=۳۰۰٪$$

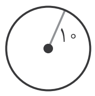


(۱)

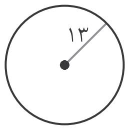


(۲)

۱۱۷۴- گزینه‌ی ۲ شعاع دایره‌ی اول برابر ۱۰ و شعاع دایره‌ی دوم برابر ۱۳ است. حالا مساحت دو دایره را به‌دست می‌آوریم:



(۱)



(۲)

مساحت دایره‌ی (۱) =۱۰×۱۰×۳/۱۴=۳۱۴ ، مساحت دایره‌ی (۲) =۱۳×۱۳×۳/۱۴=۵۳۰/۶۶

میزان مساحت افزایش یافته =۵۳۰/۶۶−۳۱۴=۲۱۶/۶۶

$$\text{درصد مساحت افزایش یافته}=\frac{\text{مساحت افزایش یافته}}{\text{مساحت اولیه}}\times۱۰۰=\frac{۲۱۶/۶۶}{۳۱۴}\times۱۰۰=۶۹٪$$

۱۱۷۵- گزینه‌ی ۱ چون محیط دایره دو برابر شعاع در عدد π است و محیط دایره‌ی (ب) ۸π است، داریم:

$$\text{شعاع}\times۲\times\pi=\text{محیط دایره}$$

$$\text{شعاع}\times۲\times\pi=۸\pi\Rightarrow\text{شعاع}=\frac{۸\pi}{۲\pi}=۴$$

از آن‌جایی‌که مساحت دایره از مجذور شعاع در عدد π به‌دست می‌آید، داریم:

$$\text{شعاع}\times\text{شعاع}\times\pi=۹\pi$$

$$\text{شعاع}\times\text{شعاع}=\frac{۹\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}}\Rightarrow\text{شعاع}\times\text{شعاع}=۹\Rightarrow\textcircled{۳}\times\textcircled{۳}=۹$$

بنابراین با مرتب کرده اندازه‌ی شعاع‌ها از کوچک به بزرگ خواهیم داشت:

۳ < π < ۴

دایره‌ی (ج) < دایره‌ی (الف) < دایره‌ی (ب)

۱۱۷۶- گزینه‌ی ۳ مساحت دایره را به‌دست می‌آوریم:

مساحت دایره =۶×۶×۳/۱۴

$$\text{مساحت مثلّث}=\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}$$

$$۶\times۶\times۳/۱۴=\frac{\text{ارتفاع}\times\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\cancel{۲}}\Rightarrow\text{ارتفاع}=\frac{\overset{۲}{\cancel{۶}}\times۶\times۳/۱۴}{\cancel{۳}}=۱۲\times۳/۱۴$$

۱۱۷۷- گزینه‌ی ۴ طناب ۱۰ بار دور لوله پیچیده شده است پس محیط یک دور چرخش را که به اندازه‌ی محیط لوله است، به‌دست می‌آوریم:

$$\text{محیط لوله} = \frac{\text{طول طناب پیچیده}}{\text{تعداد دور پیچیده}} = \frac{۳۱۴}{۱۰} = ۳۱/۴$$

$$\text{محیط لوله} = ۲ \times \text{شعاع} \times ۳/۱۴$$

$$۳۱/۴ = ۲ \times \text{شعاع} \times ۳/۱۴ \Rightarrow \text{شعاع} = \frac{\overset{۱۰}{\cancel{۳۱/۴}}}{۲ \times \cancel{۳/۱۴}} = ۵$$

۱۱۷۸- گزینه‌ی ۲ با توجه به فرمول محیط دایره می‌توان نوشت:

$$\text{شعاع دایره} = \frac{\text{محیط}}{۲ \times ۳/۱۴}$$

حال تفاوت دو شعاع را می‌نویسیم:

$$\text{شعاع اول} - \text{شعاع دوم} = \frac{\text{محیط دوم}}{۲ \times ۳/۱۴} - \frac{\text{محیط اول}}{۲ \times ۳/۱۴} = \frac{\text{محیط اول} - \text{محیط دوم}}{۲ \times ۳/۱۴}$$

از کسرها مخرج مشترک می‌گیریم. حال چون می‌دانیم تفاوت دو محیط ۲ است، به جای صورت کسر می‌توانیم ۲ قرار دهیم و پاسخ $\frac{۱}{۳/۱۴}$ می‌شود.

۱۱۷۹- گزینه‌ی ۱ از مساحت مقوا مساحت دایره را کم می‌کنیم.

مساحت کل مقوا $۴۰ \times ۱۵ = ۶۰۰$

شعاع سانتی‌متر $۱۰ \div ۲ = ۵$

مساحت دایره $۵ \times ۵ \times ۳/۱۴ = ۷۸/۵$

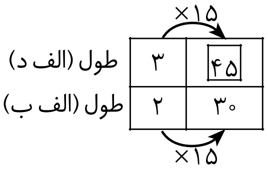
مساحت مقوای باقی‌مانده $۶۰۰ - ۷۸/۵ = ۵۲۱/۵$

محیط مربع $= ۴ \times$ ضلع

(طول ضلع مربّع) سانتی‌متر $۵۲۱/۵ \div ۴ = ۱۳۰/۳۷۵$

(مساحت مربّع) سانتی‌متر مربّع $۱۳۰/۳۷۵ \times ۱۳۰/۳۷۵ = ۱۶۹۹۷/۶۴۱$

۱۱۸۰- گزینه‌ی ۳ طول (الف د) را به‌دست می‌آوریم:



$$\boxed{\text{مساحت مستطیل} = \text{عرض} \times \text{طول}}$$

مساحت مستطیل (سانتی‌متر مربّع) $۴۵ \times ۳۰ = ۱۳۵۰$

از آن‌جایی که دو نیم‌دایره قطرهای برابر دارند مجموع مساحت دو نیم‌دایره مساوی و معادل یک دایره‌ی کامل می‌باشند.

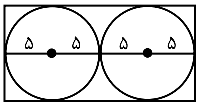
شعاع نیم‌دایره (سانتی‌متر) $۳۰ \div ۲ = ۱۵$

$$\boxed{\text{مساحت دایره} = \pi \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}}$$

$$۱۵ \times ۱۵ \times \pi = ۲۲۵$$

$$\frac{\text{مساحت مستطیل}}{\text{مساحت دایره}} = \frac{\overset{۶}{\cancel{۱۳۵۰}}}{\cancel{۲۲۵}\pi} = \frac{۶}{\pi}$$

۱۱۸۱- گزینه‌ی ۱ چون دو دایره قطرهای مساوی دارند مساحتشان برابر است که با نصف کردن عدد ۱۵۷ مساحت هر دایره به دست می‌آید.



مساحت هر دایره $۱۵۷ \div ۲ = ۷۸/۵$

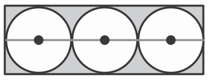
حاصل‌ضرب شعاع هر دایره در خودش $۷۸/۵ \div ۳/۱۴ = ۲۵$

پس شعاع هر دایره ۵ سانتی‌متر $۵ \times ۵ = ۲۵$

اندازه‌ی طول مستطیل $۴ \times ۵ = ۲۰$

اندازه‌ی عرض مستطیل $۲ \times ۵ = ۱۰$

۱۱۸۲- گزینه‌ی ۱ طول مستطیل ۶ برابر شعاع دایره‌ها است.



$$۲۴=۶\times\text{شعاع دایره}\Rightarrow\text{شعاع دایره}=\frac{۲۴}{۶}=۴$$

عرض مستطیل برابر با ۲ برابر شعاع دایره‌ها است.

$$\text{عرض مستطیل}=۲\times۴=۸$$

$$\boxed{\text{مساحت قسمت رنگی}=\text{مساحت مستطیل}-\text{مساحت دایره‌ها}}$$

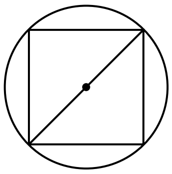
مساحت مستطیل (سانتی‌متر مربّع) $۸\times۲۴=۱۹۲$

مساحت یک دایره (سانتی‌متر مربّع) $۴\times۴\times۳/۱۴=۵۰/۲۴$

مساحت سه دایره $۵۰/۲۴\times۳=۱۵۰/۷۲$

مساحت رنگی $۱۹۲-۱۵۰/۷۲=۴۱/۲۸\simeq۴۱$

۱۱۸۳- گزینه‌ی ۴ با توجّه به شـــکل قطر مربّع و دایره مســـاوی است که با تقسیم مساحت دایره بر عدد پی حاصل‌ضرب شعاع در خودش به دست می‌آید.



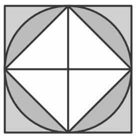
حاصل‌ضرب شعاع در خودش $۱۱۳/۰۴\div۳/۱۴=۳۶$

پس شعاع ۶ سانتی‌متر است $۶\times۶=۳۶$

قطر مربّع $۶+۶=۱۲$

مساحت مربّع (سانتی‌متر مربّع) $\frac{\text{قطر}\times\text{قطر}}{۲}=\frac{۱۲\times۱۲}{۲}=\frac{۱۴۴}{۲}=۷۲$

مساحت مربّع (متر مربّع) $۷۲\div۱۰۰۰۰=۰/۰۰۷۲$



۱۱۸۴- گزینه‌ی ۱ طول ضلع مربّع بزرگ‌تر برابر با قطر دایره یعنی ۲ است، پس مساحت آن $۲\times۲=۴$ می‌باشد. شکل قابل تقسیم به ۸ مثلّث کوچک می‌باشد که نصف آن‌ها رنگی است، پس مساحت قسمت رنگی شکل برابر با ۲ اســـت. مســـاحت بقیه‌ی مثلّث‌ها که رنگ نخورده است برابر با مساحت مربّع کوچک است. مساحت مربّع کوچک را باید از مساحت دایره کم کنیم تا مساحت رنگی داخل دایره به‌دست آید: $\boxed{\text{شعاع}\times\text{شعاع}\times\pi=\text{مساحت دایره}}$

مساحت دایره $۱\times۱\times\pi=\pi$

قسمت رنگی $۴-۲=۲$

مساحت رنگی داخل دایره $۳/۱۴-۲=۱/۱۴$

$$\frac{\text{مساحت قسمت رنگی داخل دایره}}{\text{مساحت قسمت رنگی شکل}}=\frac{۱/۱۴}{۲}\simeq\frac{۱}{۲}$$

۱۱۸۵- گزینه‌ی ۳ مساحت رنگی هر شکل را به‌دست می‌آوریم.

$$\left.\begin{array}{r}۲\times۲=۴\ \text{مساحت مربع}\\ ۲\div۲=۱\ \text{شعاع دایره}\\ ۱\times۱\times\pi=\pi\ \text{مساحت دایره}\end{array}\right\}\Rightarrow ۴-\pi:\text{مساحت رنگی شکل (الف)}$$

$$\left.\begin{array}{r}۲\times۲=۴\ \text{مساحت مربع}\\ ۲\div۴=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}\ \text{شعاع دایره‌های کوچک}\\ \frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\pi=\frac{\pi}{۴}\ \text{مساحت هر دایره}\\ ۴\times\frac{\pi}{۴}=\pi\ \text{مساحت ۴ دایره}\end{array}\right\}\Rightarrow ۴-\pi:\text{مساحت رنگی شکل (ب)}$$

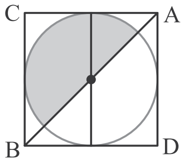
$$\left.\begin{array}{r}\frac{۲\times۲}{۲}=۲\ \text{مساحت مربع}\\ ۲\div۲=۱\ \text{شعاع دایره}\\ ۱\times۱\times\pi=\pi\ \text{مساحت دایره}\end{array}\right\}\Rightarrow \pi-۲:\text{مساحت رنگی شکل (ج)}$$

حال باید تشخیص دهیم که $(۲-\pi)$ بزرگ‌تر است یا $(\pi-۴)$.

$$\left.\begin{array}{l}۴-\pi\Rightarrow۴-۳/۱۴=۰/۸۶\\ \pi-۲\Rightarrow۳/۱۴-۲=۱/۱۴\end{array}\right\}\Rightarrow۱/۱۴>۰/۸۶\Rightarrow\pi-۲>۴-\pi$$

پس مساحت رنگی شکل (ج) از همه بیش‌تر است.

۱۱۸۶- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل وقتی مساحت نیم‌دایره ۲π است، مساحت دایره برابر با ۴π می‌شود.



$\text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \pi = ۴\pi$

پس شعاع دایره ۲ و قطرش ۴ خواهد بود.

از طرفی قطر دایره و ضلع مربّع برابرند. بنابراین:

مساحت مربّع $۴\times۴=۱۶$

مساحت مثلّث $۱۶\div۲=۸$

۱۱۸۷- گزینه‌ی ۱ مساحت ربع دایره را از مساحت مثلّث کم می‌کنیم.

$\boxed{\text{شعاع} \times \text{شعاع} \times ۳/۱۴ = \text{مساحت دایره}}$

مساحت ربع دایره $۳۱۴\div۴=۷۸/۵$ ، $۱۰\times ۱۰ \times ۳/۱۴=۳۱۴$

$\boxed{\dfrac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲} = \text{مساحت مثلث}}$

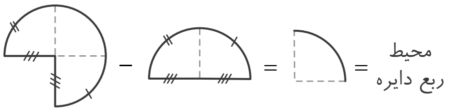
مساحت مثلث $\dfrac{۱۵\times\overset{۷}{\cancel{۱۴}}}{\cancel{۲}}=۱۰۵$

مجموع مساحت ناحیه‌های (۱) و (۲): $۱۰۵-۷۸/۵=۲۶/۵$

$\boxed{\dfrac{\text{مجموع}+\text{اختلاف}}{۲} = \text{قسمت بزرگ‌تر}}$

مساحت ناحیه‌ی (۲): $\dfrac{۲۶/۵+۵/۵}{۲}=\dfrac{۳۲}{۲}=۱۶$

۱۱۸۸- گزینه‌ی ۲ محیط دو شکل را به صورت زیر تفریق می‌کنیم:



$$\text{محیط ربع دایره} = \dfrac{۱}{\underset{۲}{\cancel{۴}}} \times (\cancel{۲}\times\text{شعاع}) \times ۳/۱۴ = ۳۱۴۰ \Rightarrow \text{شعاع} = \dfrac{۲\times\overset{۱۰۰۰}{\cancel{۳۱۴۰}}}{\cancel{۳/۱۴}}$$

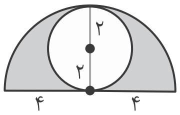
$$\Rightarrow \text{شعاع} = ۲۰۰۰\ \text{میلی متر} = ۲\ \text{متر}$$

اختلاف مساحت‌ها نیز برابر مساحت ربع دایره است.

$$\text{مساحت ربع دایره} = \dfrac{۱}{\cancel{۴}} \times \cancel{۲} \times \cancel{۲} \times ۳/۱۴ = ۳/۱۴\ \text{مترمربّع}$$

۱۱۸۹- گزینه‌ی ۱ شعاع نیم‌دایره برابر قطر دایره است.

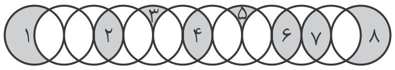
$\boxed{\text{مساحت رنگی} = \text{مساحت نیم‌دایره} - \text{مساحت دایره}}$ ، $\boxed{\text{قطر دایره} = ۴ = \text{شعاع نیم‌دایره}}$

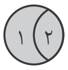


$$\text{مساحت رنگی} = \dfrac{\overset{۲}{\cancel{۴}}\times۴\times۳/۱۴}{\cancel{۲}} - ۲\times۲\times۳/۱۴ \Rightarrow \text{مساحت رنگی} = (۸\times۳/۱۴)-(۴\times۳/۱۴) = ۴\times۳/۱۴$$

$$\text{کسر بخش رنگی} = \dfrac{\text{مساحت رنگی}}{\text{مساحت نیم دایره}} = \dfrac{\cancel{۴}\times\cancel{۳/۱۴}}{\underset{۲}{\cancel{۸}}\times\cancel{۳/۱۴}} = \dfrac{۱}{۲}$$

۱۱۹۰- گزینه‌ی ۳ اگر مراحل زیر را طی کنیم، متوجه می‌شویم که در واقع ۳ دایره‌ی کاملاً رنگی داریم.





از کنار هم قرار دادن شکل (۱) و (۲): یک دایره

از کنار هم قرار داردن شکل (۳)، (۴)، (۵) و (۶): یک دایره

از کنار هم قرار دادن شکل (۷) و (۸): یک دایره

$\boxed{۱\times۱\times\pi=\pi\ \text{مساحت یک دایره}}$

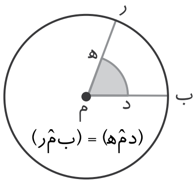
مساحت ۳ دایره $۳\times\pi=۳\pi$

۱۱۹۱- گزینه‌ی ۲ وقتی شعاع یک دایره را ۲ برابر می‌کنیم، مساحت آن ۲×۲ برابر، یعنی ۴ برابر می‌شود. این قانون برای بخشی از دایره هم درست است. پس مساحت (م ب ر)، ۴ برابر مساحت (م د ه) است. (برای سادگی کار فرض می‌کنیم شعاع دایره برابر ۲ باشد.)

$$\text{مساحت بخشی از دایره} = \frac{\text{زاویه‌ی بخشی از دایره}}{۳۶۰} \times \text{مساحت دایره‌ی کامل}$$

$$\text{مساحت بخش (م ب ر)} = \frac{(\text{ب}\,\hat{\text{م}}\,\text{ر})}{۳۶۰} \times (\text{ب م}) \times (\text{ب م}) \times \pi$$

$$= \frac{(\text{ب}\,\hat{\text{م}}\,\text{ر})}{\underset{۹۰}{\cancel{۳۶۰}}} \times ۲ \times ۲ \times \pi = \frac{(\text{ب}\,\hat{\text{م}}\,\text{ر})}{۹۰} \times \pi$$



$$\text{مساحت بخش (م د ه)} = \frac{(\text{د}\,\hat{\text{م}}\,\text{ه})}{۳۶۰} \times ۱ \times ۱ \times \pi = \frac{(\text{د}\,\hat{\text{م}}\,\text{ه})}{۳۶۰} \times \pi$$

$$\frac{\text{مساحت (م د ه)}}{\text{مساحت (م ب ر)}} = \frac{\frac{(\text{د}\,\hat{\text{م}}\,\text{ه})}{۳۶۰} \times \cancel{\pi}}{\frac{(\text{ب}\,\hat{\text{م}}\,\text{ر})}{۹۰} \times \cancel{\pi}} = \frac{\cancel{۹۰} \times \cancel{(\text{د}\,\hat{\text{م}}\,\text{ه})}}{\underset{۴}{\cancel{۳۶۰}} \times \cancel{(\text{ب}\,\hat{\text{م}}\,\text{ر})}} = \frac{۱}{۴}$$

۱۱۹۲- گزینه‌ی ۱ قطر دایره‌ی بزرگ‌تر برابر با مجموع قطرهای ۳ دایره‌ی کوچک‌تر اســـت، پس قطر هر دایره‌ی کوچک‌تر برابر با $\frac{۱۲}{۳} = ۴$ و شعاع هر کدام برابر با ۲ است.

مساحت هر کدام از دایره‌های کوچک را حساب می‌کنیم: $\text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \text{عدد پی} = ۲ \times ۲ \times \text{عددپی} = ۴ \times \text{عدد پی}$

مجموع مساحت ۳ دایره‌ی کوچک‌تر برابر است با: عدد پی ×۱۲

مساحت دایره‌ی بزرگ را حساب می‌کنیم و عدد پی ×۱۲ را از آن کم می‌کنیم تا مساحت قسمت رنگی به‌دست آید:

$$۶ \times ۶ \times \text{عدد پی} = ۳۶ \times \text{عدد پی}$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = ۳۶ \times \text{عدد پی} - ۱۲ \times \text{عدد پی} = ۲۴ \times \text{عدد پی}$$

۱۱۹۳- گزینه‌ی ۲ شعاع دایره‌ی بزرگ را $\bigcirc$ در نظر می‌گیریم، پس شعاع دایره‌ی کوچک‌تر برابر است با $\frac{\bigcirc}{۲}$.

$$\text{مساحت دایره‌ی بزرگ} = \text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \text{عدد پی} = \bigcirc \times \bigcirc \times \pi$$

$$\text{مساحت دایره‌ی کوچک} = \frac{\bigcirc}{۲} \times \frac{\bigcirc}{۲} \times \pi = \frac{۱}{۴}(\bigcirc \times \bigcirc \times \pi)$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = (\bigcirc \times \bigcirc \times \pi) - \frac{۱}{۴}(\bigcirc \times \bigcirc \times \pi) = \frac{۳}{۴}\underbrace{(\bigcirc \times \bigcirc \times \pi)}_{\text{مساحت دایره‌ی بزرگ}}$$

۱۱۹۴- گزینه‌ی ۳ شعاع دایره‌ی کوچک برابر است با:

$$\frac{۱۶ - ۸}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴$$

$$\text{مساحت دایره‌ی کوچک} = ۴ \times ۴ \times \pi = ۱۶ \times \pi$$

$$\text{مساحت ناحیه‌ی رنگی} = \text{مساحت دایره‌ی بزرگ} - \text{مساحت دایره‌ی کوچک} = ۱۶ \times ۱۶ \times \pi - ۴ \times ۴ \times \pi = ۲۵۶ \times \pi - ۱۶ \times \pi = ۲۴۰ \times \pi$$

$$\frac{\text{مساحت دایره‌ی کوچک}}{\text{مساحت ناحیه‌ی رنگی}} = \frac{\overset{۱}{\cancel{۱۶}} \times \cancel{\pi}}{\underset{۱۵}{\cancel{۲۴۰}} \times \cancel{\pi}} = \frac{۱}{۱۵}$$

۱۱۹۵- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل و صورت مسئله، قطر هر دایره‌ی کوچک ۲ سانتی‌متر و شعاع آن ۱ سانتی‌متر است.

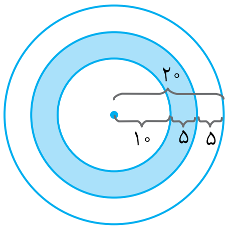
$$۱۲ \div ۶ = ۲ \ \ \text{قطر دایره‌ی کوچک} \Rightarrow ۲ \div ۲ = ۱ \ \ \text{شعاع دایره‌ی کوچک}$$

$$۱ \times ۱ \times \pi = \pi \ \ \text{مساحت یک دایره‌ی کوچک} \Rightarrow \pi \times ۲۴ = ۲۴\pi \ \ \text{مساحت ۲۴ دایره‌ی کوچک}$$

$$۱۲ \div ۲ = ۶ \ \ \text{(شعاع دایره‌ی بزرگ) سانتی‌متر} \Rightarrow ۶ \times ۶ \times \pi = ۳۶ \times \pi \ \ \text{(مساحت دایره‌ی بزرگ) سانتی‌متر مربّع}$$

$$\frac{\text{مساحت۲۴ دایره‌ی کوچک}}{\text{مساحت دایره‌ی بزرگ}} = \frac{۲۴\cancel{\pi}}{۳۶\cancel{\pi}} \overset{\div ۱۲}{\underset{\div ۱۲}{=}} \frac{۲}{۳}$$

۱۱۹۶- گزینه‌ی ۲ ابتدا شعاع دایره‌ی وسطی را مشخص می‌کنیم. شعاع دایره‌ی بزرگ ۲۰ است و شعاع دایره‌ی کوچک ۱۰ است. پس طبق شکل شعاع دایره‌ی وسط ۱۵=۵+۱۰ است. حال برای یافتن مساحت قسمت رنگی مساحت دایره‌ی کوچک را از مساحت دایره‌ی وسط کم می‌کنیم.



مساحت دایره‌ی کوچک $=۱۰\times۱۰\times\pi=۱۰۰\times\pi$

مساحت دایره‌ی متوسط $=۱۵\times۱۵\times\pi=۲۲۵\times\pi$

مساحت قسمت رنگی $=۲۲۵\times\pi-۱۰۰\times\pi=۱۲۵\pi$

۱۱۹۷- گزینه‌ی ۱ طرح شامل ۶ دایره است، مساحت هر کدام را حساب می‌کنیم:

دایره	شعاع	مساحت
۱	۲	$۲\times۲\times\pi=۴\pi$
۲	۴	$۴\times۴\times\pi=۱۶\pi$
۳	۶	$۶\times۶\times\pi=۳۶\pi$
۴	۸	$۸\times۸\times\pi=۶۴\pi$
۵	۱۰	$۱۰\times۱۰\times\pi=۱۰۰\pi$
۶	۱۲	$۱۲\times۱۲\times\pi=۱۴۴\pi$

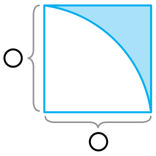
مساحت ناحیه‌ی رنگی = مساحت دایره ۱ + (مساحت دایره ۳ − مساحت دایره ۲) + (مساحت دایره ۵ − مساحت دایره ۴)

$$=۴\pi+(۳۶\pi-۱۶\pi)+(۱۰۰\pi-۶۴\pi)=۴\pi+۲۰\pi+۳۶\pi=۶۰\pi$$

مساحت ناحیه‌ی رنگی	۶۰π	○
مساحت کل	۱۴۴π	۱۰۰

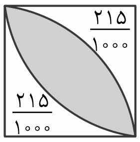
$$\Rightarrow \bigcirc=\frac{\overset{۵}{\cancel{۶۰}}\,\cancel{\pi}\times\overset{۲۵}{\cancel{۱۰۰}}}{\underset{\underset{۳}{\cancel{۱۲}}}{\cancel{۱۴۴}}\,\cancel{\pi}}=\frac{۱۲۵}{۳}\simeq۴۲$$

۱۱۹۸- گزینه‌ی ۲ به شکل زیر نگاه کنید. اندازه‌ی ضلع مربّع برابر ○ است. نسبت مساحت ربع دایره به مساحت مربّع را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{\text{مساحت ربع دایره}}{\text{مساحت مربع}}=\frac{\frac{۱}{۴}\times\cancel{\bigcirc}\times\cancel{\bigcirc}\times۳/۱۴}{\cancel{\bigcirc}\times\cancel{\bigcirc}}=\frac{۳/۱۴}{۴}=۰/۷۸۵$$

پس نسبت مساحت ناحیه‌ی رنگی به مساحت مربّع برابر است با:

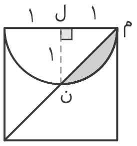


$$۱-۰/۷۸۵=۱-\frac{۷۸۵}{۱۰۰۰}=\frac{۲۱۵}{۱۰۰۰}$$

پس در شکل نهایی کسر مربوط به ناحیه‌ی رنگی را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

کسر ناحیه‌ی رنگی $=۱-\frac{۲۱۵}{۱۰۰۰}-\frac{۲۱۵}{۱۰۰۰}=\frac{۵۷۰}{۱۰۰۰}=\frac{۵۷}{۱۰۰}=۰/۵۷$

۱۱۹۹- گزینه‌ی ۲ شکل را به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:

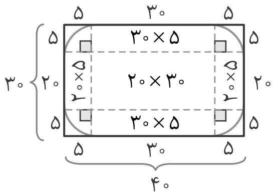


مساحت رنگی = مساحت ربع دایره − مساحت مثلّث (ل م ن)

$$=\frac{۱}{۴}\times۳/۱۴\times۱\times۱-\frac{۱\times۱}{۲}=۰/۷۸۵-۰/۵=۰/۲۸۵$$

که تقریباً ۰/۲۵ سانتی‌متر مربّع است.

۱۲۰۰- گزینه‌ی ۲ شکل را به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:



شکل داخل مستطیل از ۴ ربع دایره و ۵ مستطیل ساخته شده است. مساحت ۴ ربع دایره برابر یک دایره‌ی کامل است.

مساحت شکل $=(۲۰\times۵)+(۳۰\times۵)+(۲۰\times۵)+(۳۰\times۵)+(۲۰\times۳۰)+(۵\times۵\times۳/۱۴)$

$$=۱۰۰+۱۵۰+۱۰۰+۱۵۰+۶۰۰+۷۸/۵=۱۱۷۸/۵\simeq۱۱۷۹$$

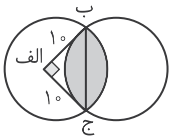
۱۲۰۱- گزینه‌ی **۱** طبق شکل شعاع نیم‌دایره ۲/۵ است. برای به دست آوردن مساحت قسمت رنگی باید مساحت مثلّث قائم‌الزاویه را از مساحت نیم دایره کم کنیم:

$$\text{مساحت نیم دایره}=\frac{\text{شعاع}\times\text{شعاع}\times\pi}{۲}=\frac{۲/۵\times۲/۵\times\pi}{۲}=\frac{۶/۲۵\times\pi}{۲}=۳/۱۲۵\times\pi=۹/۳۷۵$$

$$\text{مساحت مثلث}=\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}=\frac{۳\times۴}{۲}=۶$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی}=۹/۳۷۵-۶=۳/۳۷۵$$

۱۲۰۲- گزینه‌ی **۱** چون هر کدام شامل ٪۲۵ از محیط دایره‌ی دیگر می‌شوند کمان‌های (ب ج) در دو دایره، $\frac{۱}{۴}$ دایره و زاویه‌ی (ب الف ج) ۹۰ درجه است.

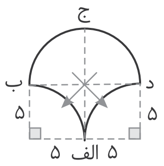


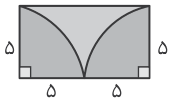
حال اگر مساحت مثلّث (الف ب ج) را از مساحت ربع دایره‌ی (الف ب ج) کم کنیم، نصف مساحت رنگی به‌دست می‌آید.

$$\frac{۱۰\times\overset{۵}{\cancel{۱۰}}}{\cancel{۲}}=۵۰\ \text{مساحت مثلّث}\qquad,\qquad\frac{\overset{۵}{\cancel{۱۰}}\times\overset{۵}{\cancel{۱۰}}\times۳/۱۴}{\underset{\cancel{۲}}{\cancel{۴}}}=۷۸/۵\ \text{مساحت ربع دایره}$$

$$۷۸/۵-۵۰=۲۸/۵\ \text{نصف مساحت رنگی}\Rightarrow۲۸/۵\times۲=۵۷\ \text{کل مساحت رنگی}$$

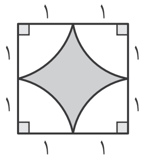
۱۲۰۳- گزینه‌ی **۳** ربع دایره با کمان (ج ب) را در جایی قرار می‌دهیم که کمان آن (د الف) است. همچنین ربع دایره با کمان (د ج) را در جایی که کمان آن (الف ب) است قرار می‌دهیم تا یک مستطیل پدید آید. سپس مساحت مستطیل را به‌دست می‌آوریم.





$$۵\times۱۰=۵۰\ \text{مساحت مستطیل}$$

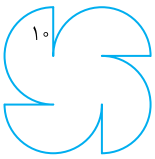
۱۲۰۴- گزینه‌ی **۱** شکل را درون مربّعی به طول ۲ قرار می‌دهیم:



مساحت شکل = ۴ × مساحت ربع دایره - مساحت مربّع

$$(۲\times۲)-(\frac{۱}{\cancel{۴}}\times\pi\times۱\times۱)\times\cancel{۴}=۴-\pi$$

۱۲۰۵- گزینه‌ی **۴** محیط شکل شامل ۴ نیم‌دایره و ۴ خط است که خط‌ها همان شعاع نیم دایره‌ها هستند.

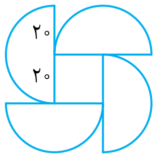


$$\text{محیط نیم دایره}=\frac{\text{شعاع}\times۲\times\pi}{۲}=\frac{۱۰\times۲\times\pi}{۲}=۱۰\times\pi$$

$$\text{محیط ۴ نیم‌دایره}=۱۰\pi\times۴=۴۰\times\pi$$

$$\text{کل محیط}=\text{محیط نیم‌دایره‌ها}+\text{شعاع}\times۴=۴۰\pi+۱۰\times۴=۴۰\pi+۴۰$$

۱۲۰۶- گزینه‌ی **۱** شکل را به صورت مقابل تقسیم‌بندی می‌کنیم و متوجه می‌شویم شامل ۴ نیم‌دایره به شعاع ۲۰ و یک مربّع به ضلع ۲۰ است.



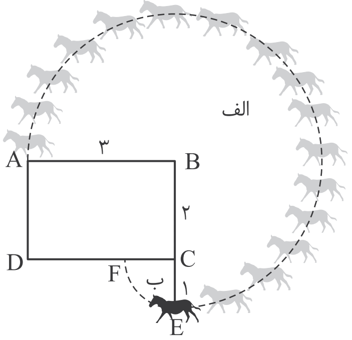
$$\text{مساحت نیم دایره}=\frac{\text{شعاع}\times\text{شعاع}\times\pi}{۲}=\frac{۲۰\times۲۰\times\pi}{۲}=۲۰۰\times\pi$$

$$\text{مساحت ۴ نیم‌دایره}=۲۰۰\times\pi\times۴=۸۰۰\times\pi$$

$$\text{مساحت مربّع}=۲۰\times۲۰=۴۰۰$$

$$\text{مساحت کل}=\text{مساحت نیم‌دایره‌ها}+\text{مساحت مربّع}=۸۰۰\pi+۴۰۰$$

۱۲۰۷- گزینه‌ی ۱ مسیر نقطه‌چین، مسیر حرکت اسب را نشان می‌دهد. کمان AE، $\frac{۳}{۴}$ دایره‌ای به شعاع ۳ متر است و طول شعاعش ۳ متر است.



مساحت ناحیه‌ی (الف) : $\frac{۳}{۴}\times(۳\times۳\times\pi)=\frac{۲۷}{۴}\times\pi$

کمان FE، $\frac{۱}{۴}$ دایره‌ای به شعاع ۱ متر است. $۳-۲=۱$

مساحت ناحیه‌ی (ب) $=\frac{۱}{۴}\times(۱\times۱\times\pi)=\frac{\pi}{۴}$

جمع ناحیه‌ها $=\frac{۲۷\times\pi}{۴}+\frac{\pi}{۴}=\frac{\overset{۷}{\cancel{۲۸}}\,\pi}{\cancel{۴}}=۷\times\pi=$ ۷برابر عددپی

۱۲۰۸- گزینه‌ی ۴ طول (الف ب) را محاسبه می‌کنیم.

$(\text{الف ب})=(\text{الف ج})+(\text{ب ج})$

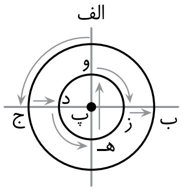
$۱۰ \quad + \quad ۱۰ \quad = \quad ۲۰$

محیط نیم‌دایره‌ی بزرگ $=\frac{(\text{الف ب})\times\pi}{۲}=\frac{\overset{۱۰}{\cancel{۲۰}}\times\pi}{\cancel{۲}}=۱۰\times\pi$

محیط نیم‌دایره‌های کوچک $=\frac{(\text{ب ج})\times\pi}{۲}+\frac{(\text{الف ج})\times\pi}{۲}=\frac{۱۰\times\pi}{۲}+\frac{۱۰\times\pi}{۲}=۵\times\pi+۵\times\pi=۱۰\times\pi$

حال مشاهده می‌کنیم که طول هر ۲ مسیر برابر $۱۰\times\pi$ است و تفاوت طول دو مسیر صفر است.

۱۲۰۹- گزینه‌ی ۴ طول مسیر حرکت او را به‌ترتیب محاسبه کرده سپس حاصل‌جمع آن‌ها را به‌دست می‌آوریم.



ربع دایره‌ی بزرگ طول (الف ج) $\frac{\overset{۵}{\cancel{۲۰}}\times۲\times\pi}{\cancel{۴}}=۱۰\times\pi=۱۰\times۳=۳۰$

طول خط (ج د) $(\text{پ ج})-(\text{پ د})=(\text{د ج})\Rightarrow ۲۰-۱۰=۱۰$

طول ربع دایره‌ی کوچک طول (د ه) $\frac{\overset{۵}{\cancel{۱۰}}\times\cancel{۲}\times\pi}{\underset{\cancel{۲}}{\cancel{۴}}}=۵\times\pi=۵\times۳=۱۵$

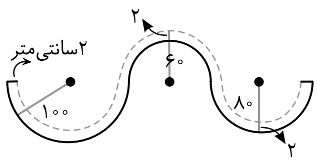
طول خط (ه و) $۱۰\times۲=۲۰$

ربع دایره‌ی کوچک طول (و ز) $\frac{\overset{۵}{\cancel{۱۰}}\times\cancel{۲}\times\pi}{\underset{۲}{\cancel{۴}}}=۵\times\pi=۵\times۳=۱۵$

طول خط (ب ز) $(\text{ب پ})-(\text{ز پ})=(\text{ب ز})\Rightarrow ۲۰-۱۰=۱۰$

کل مسیر: $۳۰+۱۰+۱۵+۲۰+۱۵+۱۰=۱۰۰$

۱۲۱۰- گزینه‌ی ۱ مسیری که مرکز توپ می‌پیماید به شکل زیر است:



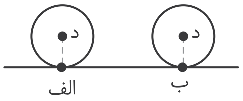
قطر توپ ۴ سانتی‌متر است پس شعاع آن ۲ سانتی‌متر می‌باشد.

شعاع‌های جدید به ترتیب برابر هستند با:

$$\left.\begin{aligned}
۱۰۰-۲=۹۸ &\xrightarrow{\text{مسیر طی شده روی نیم دایره‌ی اول}} \frac{۹۸\times\cancel{۲}\times\pi}{\cancel{۲}}=۹۸\times\pi\\
۶۰+۲=۶۲ &\xrightarrow{\text{مسیر طی شده روی نیم دایره‌ی دوم}} \frac{۶۲\times\cancel{۲}\times\pi}{\cancel{۲}}=۶۲\times\pi\\
۸۰-۲=۷۸ &\xrightarrow{\text{مسیر طی شده روی نیم دایره‌ی سوم}} \frac{۷۸\times\cancel{۲}\times\pi}{\cancel{۲}}=۷۸\times\pi
\end{aligned}\right\}\Rightarrow ۹۸\times\pi+۶۲\times\pi+۷۸\times\pi=۲۳۸\times\pi=$$

۲۳۸ برابر عدد پی

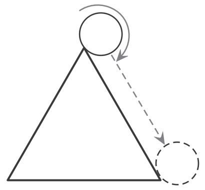
۱۲۱۱- گزینه‌ی ۳ مطابق شکل، چرخ از نقطه‌ی (الف) شروع به چرخیدن می‌کند و در نقطه‌ی (ب) می‌ایستد. چون یک دور کامل زده است فاصله‌ی نقاط (الف) و (ب) برابر با محیط دایره است. و چون فاصله‌ی مرکزهای دو دایره برابر با فاصله‌ی نقاط (الف) و (ب) است، فاصله‌ی آن‌ها نیز برابر با محیط دایره است.

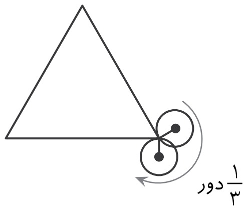


$$\text{محیط دایره} = ۲\times\pi\times\text{شعاع}$$

$$\text{محیط دایره} = ۱\times۲\times\pi = ۲\times\pi$$

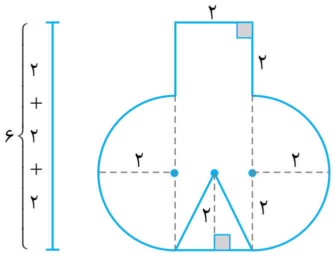
۱۲۱۲- گزینه‌ی ۳ محیط دایره و طول ضلع مثلّث برابر هستند، پس وقتی سکه از ابتدای یک ضلع به انتهای آن می‌رسد، یک دور کامل می‌زند. برای بازگشت به نقطه‌ی (الف) روی سه ضلع به طور کامل حرکت می‌کند. در نتیجه در طول مسیر سه دور به دور خود می‌چرخد.





در هر رأس هم در هنگام تغییر ضلع با توجه به شکل زیر به اندازه‌ی $\frac{۱}{۳}$ دور، می‌زند. ۳ رأس داریم پس به اندازه‌ی $\left(۳\times\frac{۱}{۳}=۱\right)$ دور هم اضافه می‌شود. تعداد دورها در کل برابر است با: $۳+۱=۴$

۱۲۱۳- گزینه‌ی ۳ شکل را به یک مستطیل و دو نیم دایره تقسیم می‌کنیم و مساحت مثلّث را از آن کم می‌کنیم.



دو نیم‌دایره تشکیل یک دایره می‌دهند، بنابراین مجموع مساحت آن‌ها برابر است با

$$\text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \text{عدد پی} ۲\times۲\times۳=۱۲$$

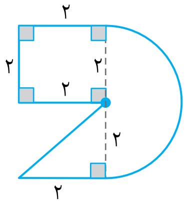
$$\text{مساحت مستطیل} = ۲\times۶=۱۲$$

$$\text{مساحت مثلّث} = \frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲} = \frac{۲\times۲}{۲} = ۲$$

مساحت شکل برابر است با:

$$\text{مساحت مستطیل} + \text{مساحت دایره} - \text{مساحت مثلث} = ۱۲+۱۲-۲=۲۲$$

۱۲۱۴- گزینه‌ی ۳ شکل را به صورت مقابل تقسیم‌بندی می‌کنیم. مساحت کل شکل شامل مساحت یک مربّع، یک نیم‌دایره و یک مثلّث است.



$$\text{مساحت مربّع} = ۲\times۲=۴$$

$$\text{مساحت نیم دایره} = \frac{\pi\times\text{شعاع}\times\text{شعاع}}{۲} = \frac{۲\times۲\times۳}{۲} = ۶$$

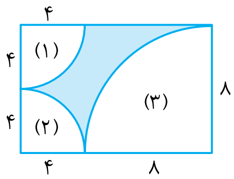
$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲} = \frac{۲\times۲}{۲} = ۲$$

مساحت کل شکل برابر است با:

$$۴+۶+۲=۱۲$$

۱۲۱۵- گزینه‌ی ۳ عرض مستطیل ۸ است، پس شعاع ربع دایره‌ی (۳)، ۸ و شعاع ربع دایره‌های (۱) و (۲)، ۴ است و طول مستطیل برابر با $۴+۸=۱۲$ می‌باشد.

مساحت ربع دایره‌ی (۳) − مساحت ربع دایره‌ی (۲) − مساحت ربع دایره‌ی (۱) − مساحت مستطیل = مساحت قسمت رنگی



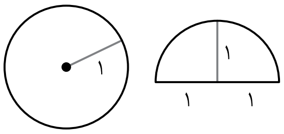
$$\text{مساحت ربع دایره‌های (۱) و (۲)} = \frac{۲\times۴\times۴\times\pi}{۴} = \frac{۲\times۱۶\times\pi}{۴} = ۴\times\pi\times۲ = ۸\times\pi$$

$$\text{مساحت ربع دایره‌ی (۳)} = \frac{۸\times۸\times\pi}{۴} = \frac{۶۴\times\pi}{۴} = ۱۶\times\pi$$

$$\text{مساحت مستطیل} = ۱۲\times۸ = ۹۶$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = ۹۶-(۸\times\pi+۱۶\times\pi) = ۹۶-۲۴\times\pi$$

۱۲۱۶- گزینه‌ی ۱ دایره و نیم‌دایره‌ای را در نظر می‌گیریم که شعاع آن‌ها ۱ است.

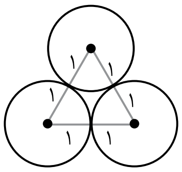


$$\text{محیط دایره}=۲\times۱\times۳/۱۴=۶/۲۸$$

$$\text{محیط نیم‌دایره}=۱+۱+\frac{۱}{\cancel{۲}}\times(\cancel{۲}\times۱\times۳/۱۴)=۲+۳/۱۴=۵/۱۴$$

$$\frac{\text{محیط نیم‌دایره}}{\text{محیط دایره}}=\frac{۵/۱۴}{۶/۲۸}\simeq\frac{۵}{۶}>\frac{۱}{۲}$$

۱۲۱۷- گزینه‌ی ۱ طول هر ضلع مثلّث دو برابر شعاع دایره‌هاست. شعاع دایره‌ها را برابر ۱ فرض کنید.



$$\left.\begin{array}{l}\text{محیط مثلث}=۲+۲+۲=۶\\ \text{محیط دایره}=۲\times۱\times۳/۱۴=۶/۲۸\end{array}\right\}\Rightarrow \text{محیط مثلث} < \text{محیط دایره}$$

۱۲۱۸- گزینه‌ی ۲ فرض کنیم محیط دایره و مربّع برابر ۱۰۰ باشد.

$$\left.\begin{array}{l}\text{محیط مربع}=۴\times\ \text{ضلع مربع}=۱۰۰\Rightarrow\text{ضلع مربع}=۲۵\\ \text{مساحت مربع}=۲۵\times۲۵=۶۲۵\\ \text{محیط دایره}=۲\times\text{شعاع}\times۳/۱۴=۱۰۰\Rightarrow\text{شعاع}=\frac{\overset{۵۰}{\cancel{۱۰۰}}}{\cancel{۲}\times۳/۱۴}\simeq۱۶\\ \text{مساحت دایره}=۱۶\times۱۶\times۳/۱۴=۸۰۳/۸۴\end{array}\right\}\text{مساحت مربع} < \text{مساحت دایره}$$

۱۲۱۹- گزینه‌ی ۳ سانتی‌متر مکعّب و متر مکعّب به ترتیب برای اندازه‌گیری حجم یک توپ فوتبال کوچک و بزرگ هستند. دسی‌متر مربّع هم واحد سطح است. اما لیتر واحد مناسب‌تری به نظر می‌رسد.

۱۲۲۰- گزینه‌ی ۴ میلی‌متر مکعّب برای اندازه‌ی همه‌ی موارد داده شده کوچک است و مناسب نیست.

۱۲۲۱- گزینه‌ی ۳ معمولاً حجم نخودها از یک سانتی‌متر مکعّب کم‌تر است. پس میلی‌متر مکعّب واحد مناسب‌تری می‌باشد.

۱۲۲۲- گزینه‌ی ۲ ۱ دسی‌متر مکعّب همان ۱ لیتر است. هر متر مکعّب ۱۰۰۰ لیتر است. پس ۲۱۳ دسی‌متر مکعّب = ۰/۲۱۳ متر مکعّب

۱۲۲۳- گزینه‌ی ۱ میلی‌لیتر، سی‌سی و سانتی‌متر مکعّب هر سه برابرند ولی دسی‌مترمکعّب با لیتر برابر است.

۱۲۲۴- گزینه‌ی ۴ اگر همه‌ی واحدها را به لیتر تبدیل کنیم، متوجّه می‌شویم که گزینه‌ی (۴) درست است:

۶۷۱۰ سانتی‌متر مکعّب < ۰/۰۶۷ متر مکعّب < ۶۷/۱۷ لیتر

۶/۷۱۰ لیتر < ۶۷ لیتر < ۶۷/۱۷ لیتر

۱۲۲۵- گزینه‌ی ۴ هر دسی‌متر مکعّب ۱۰۰۰ سی‌سی است بنابراین:

$$\text{دسی‌متر مکعّب}\ ۰/۶\times۱۰۰۰=۶۰۰\ \text{سی‌سی}$$

$$\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}\times۶۰۰=۵۰\ \text{سی‌سی}$$

۱۲۲۶- گزینه‌ی ۱ با تشکیل تناسب زیر، حجم کلّ ظرف را به دسی‌متر مکعّب به دست می‌آوریم. سپس نسبت آن را به متر مکعّب می‌یابیم:

۱۲۰	۳	
□	۴	حجم کل ظرف

$$\square=\frac{۴\times\overset{۴۰}{\cancel{۱۲۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۳}}}=۱۶۰\ \text{دسی‌متر مکعّب}$$

هر متر مکعّب ۱۰۰۰ دسی‌متر مکعّب است:

$$\underset{\div۴۰}{\overset{\div۴۰}{\frac{۱۶۰}{۱۰۰۰}=\frac{۴}{۲۵}}}$$

۱۲۲۷- گزینه‌ی ۲ از صورت سؤال متوجه می‌شویم که $\frac{۱}{۴}$ حجم ظرف ۴۸۰ سانتی‌متر مکعّب است. به وسیله‌ی آن حجم آب قبل از انداختن سنگ را حساب می‌کنیم.

×۴۸۰

۴۸۰	۱	خالی
$\boxed{۱۴۴۰}$	۳	پر
	۴	حجم کل ظرف

×۴۸۰

حال $\frac{۲}{۵}$ حجم آب را حساب می‌کنیم:

○	۲	
۱۴۴۰	۵	مقدار آب اولیه

$\Rightarrow ○ = \frac{۲\times۱۴۴۰}{۵} = ۵۷۶$ سانتی متر مکعب

۵۷۶÷۱۰۰۰=۰/۵۷۶ لیتر

۱۲۲۸- گزینه‌ی ۱ ابتدا میزان آب بخار شده را از حجم آب اوّلیه کم می‌کنیم، سپس ٪۹۰ حجم آب پایان سال ۹۱ را محاسبه می‌کنیم.

در پایان سال ۹۱ باقی مانده است. ۲۴۰۰۰۰−۳۶۰۰=۲۳۶۴۰۰

در پایان سال ۹۲:

×۲۳۶۴

$\boxed{۲۱۲۷۶۰}$	۹۰
۲۳۶۴۰۰	۱۰۰

×۲۳۶۴

×۲۴۰۰

$\boxed{۳۶۰۰}$	۱/۵
۲۴۰۰۰۰	۱۰۰

×۲۴۰۰

۱۲۲۹- گزینه‌ی ۳ با توجّه به شکل تعداد مکعّب‌های طبقه‌ی زیر و طبقه‌ی دو را به دست می‌آوریم و با هم جمع می‌کنیم.

طبقه‌ی زیر ۱۲ = ۳×۴
طبقه‌ی رو ۶ +
۱۸

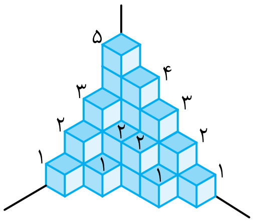
۱۲۳۰- گزینه‌ی ۳ با ۴ مکعّب هم‌اندازه‌ی دیگر مکعّبی ۲×۲×۲ پدید می‌آید.

۱۲۳۱- گزینه‌ی ۱ ابتدا ببینیم چند مکعّب داریم:

$$\underbrace{(۵+۳+۲+۱)}_{۱۱}+\underbrace{(۴+۲+۱)}_{۷}+\underbrace{(۳+۲)}_{۵}+\underbrace{(۲+۱)}_{۳}+۱=۲۷$$

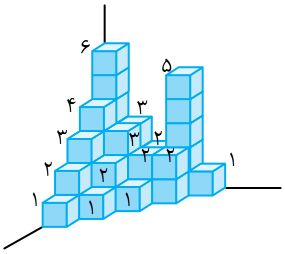
کوچک‌ترین مکعّب مربّعی که می‌توان با اضافه کردن به این شکل ساخت، مکعّبی است که هر ضلع آن از ۵ مکعّب کوچک تشکیل شده باشد. پس جواب برابر است با:

۵×۵×۵−۲۷=۹۸



۱۲۳۲- گزینه‌ی ۳ مکعّب‌های روی هم را مثل ساختمان‌های چند طبقه ببینید. هر ساختمان چند طبقه دارد؟ تعداد طبقه‌ها را کنار آن بنویسید و همه را با هم جمع کنید.

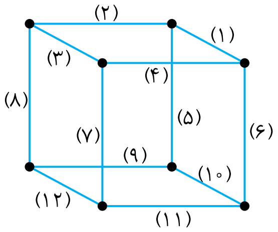
$$\underbrace{(۶+۴+۳+۲+۱)}_{۱۶}+\underbrace{(۳+۳+۲+۱)}_{۹}+\underbrace{(۲+۲+۱)}_{۵}+\underbrace{(۵+۲)}_{۷}+۱=۳۸$$



۱۲۳۳- گزینه‌ی ۳ تعداد مکعّب‌های هر طبقه را پیدا کرده و حاصل‌جمع آن را به‌دست می‌آوریم:

طبقه‌ی اول ۲۵ = ۵×۵
طبقه‌ی دوم ۹ = ۳×۳
طبقه‌ی سوم ۱ +
۳۵

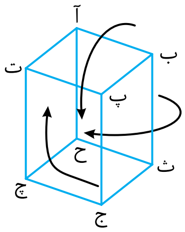
۱۲۳۴- گزینه‌ی ۱ مکعّب ۸ رأس دارد. ۴ رأس جلو و ۴ رأس عقب . تعداد یال‌ها را می‌شماریم:



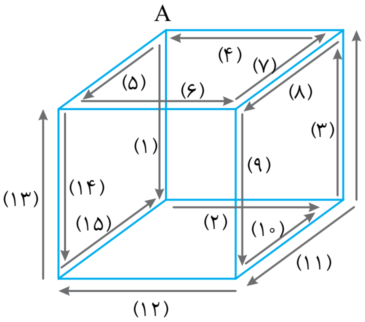
پس مکعب ۱۲ یال دارد. مجموع تعداد رأس‌ها و تعداد یال‌های آن برابر است با ۱۲+۸=۲۰

۱۲۳۵- گزینه‌ی ۳ طول ضلع مکعّبی به حجم ۲۷ متر مکعّب، برابر ۳ متر اســت. مکعّب ۱۲ یال دارد و چون طول هر یال آن ۳ متر اســت به ۳×۱۲=۳۶ متر یا ۳۶ تا میله‌ی یک متری نیاز داریم.

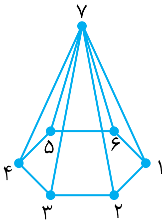
۱۲۳۶- گزینه‌ی ۳ یال‌هــای (آ ت) و (ب پ) - (آ ت) و (ث ج) - (آ ت) و (ح چ) موازی‌انــد.
همین‌طور (ب پ) و (ث ج) - (ب پ) و (ح چ) - (ث ج) و (ح چ). حال ۶ جفت یال موازی داریم.
۲ دســته‌ی ۶ تایی دیگر هم به صورت (پ ت) و (ب آ) - (پ ت) و (ث ح) - (پ ت) و (ج چ)
- (ب آ) و (ث ح) - (ب آ) و (ج چ) - (ث ح) و (ج چ) و همین‌طــور (ب ث) و (پ ج) - (ب ث)
و (آ ح) - (ب ث) و (ت چ) - (پ ج) و (ت چ) - (پ ج) و (آ ح) - (ت چ) و (آ ح) وجود دارد.
۳×۶=۱۸



۱۲۳۷- گزینه‌ی ۱ برای ســاختن مکعب با توجه به شــکل از نقطه A شروع به حرکت می‌کنیم و در جهت فلش‌ها سیم را تا می‌زنیم. طول سیم مصرف‌شده ۱۵ برابر اندازه‌ی یال مکعّب است. پس طول یال یا همان ضلع مکعّب برابر ۱۸۰÷۱۵=۱۲ سانتی‌متر است.



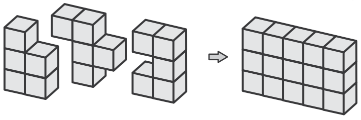
۱۲۳۸- گزینه‌ی ۲ قاعده‌ی هرم را رســم می‌کنیم. کف هرم ۶ رأس دارد و ۱ رأس هم به این ۶ رأس وصل است. پس این هرم ۷ رأس دارد.



۱۲۳۹- گزینه‌ی ۱ مکعّب بزرگ ۶ وجه دارد که ۶ مکعّب از هر وجه آن برداشته شده است. ۱ مکعّب هم از مرکز مکعّب برداشته شده است بنابراین:
تعداد مکعّب برداشته شده ۶+۱=۷
حجم باقی‌مانده ۲۷−۷=۲۰

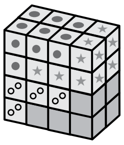
۱۲۴۰- گزینه‌ی ۱ برای این‌که تکه‌ی سفید ۴ مکعّب داشته باشد، مکعّب زیر راست‌ترین مکعّب رنگی، باید سفید باشد، در نتیجه تکه‌ی رنگی همانند گزینه‌ی (۱) است.

۱۲۴۱- گزینه‌ی ۴ اگر قطعه‌های گزینه‌ی (۴) و قطعه‌ی داده شده در صورت سؤال را کنار هم بگذاریم، شکل دلخواه حاصل می‌شود.

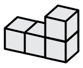


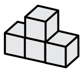
۱۲۴۲- گزینه‌ی ۴ **راه‌حــل اول**: اگــر چهار قطعه از شــکل (ب) به ترتیبی که در شــکل روبه‌رو نمایش داده شده است کنار هم قرار گیرند شکل (الف) پدید می‌آید.

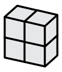
راه‌حل دوم: شــکل (الف) از ۳۲ مکعّب پدید آمده ولی شــکل (ب) از ۸ مکعّب پدید آمده اســت، بنابراین: ۳۲÷۸=۴

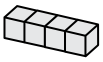


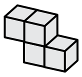
۱۲۴۳- گزینه‌ی **۴** با جابه‌جا کردن مکعّب‌ها حالات ممکن زیر به‌وجود می‌آید.

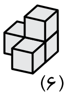

(۱)

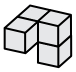

(۲)

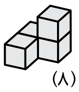

(۳)


(۴)

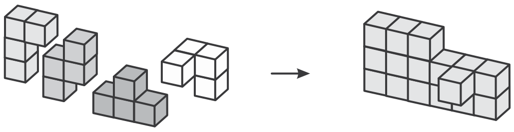

(۵)


(۶)


(۷)


(۸)

۱۲۴۴- گزینه‌ی **۴** اگر هر چهار جسم را از چپ به راست و به ترتیب زیر و کنار هم قرار دهیم حجم شکل گزینه‌ی (۴) پدید می‌آید.



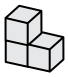
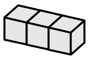
۱۲۴۵- گزینه‌ی **۳** اگر به شکل جعبه توجه شود طول و عرض جعبه معادل یک طول و دو تا عرض یک آجر است (یعنی، ۲۲=۵+۱۲+۵) ارتفاع جعبه نیز از ۵ ردیف (طبقه) آجر که ارتفاع هر آجر ۳ سانتی‌متر است تشکیل شده است (یعنی ۱۵=۵×۳)

$$\boxed{\text{حجم مکعّب مستطیل (جعبه) = ارتفاع × عرض× طول}}$$

۲۲ × ۲۲ × ۱۵ =۷۲۶۰

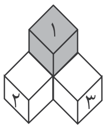
۱۲۴۶- گزینه‌ی **۲** در ردیف اول بلندترین ردیف شامل دو مکعّب و دومین ردیف شامل ۳ مکعّب و سومین ردیف شامل ۴ مکعّب است. پس گزینه‌ی (۲) صحیح است.

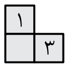
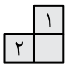
۱۲۴۷- گزینه‌ی **۲** گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم. چون حداقل تعداد مکعّب را خواسته اولین عدد به‌دست آمده جواب مورد نظر است. با ۳ مکعّب فقط می‌توان اشکال روبه‌رو را درست کرد.


و


که هیچ‌کدام از اشکال بالا ساختار موردنظر سؤال را ندارد.

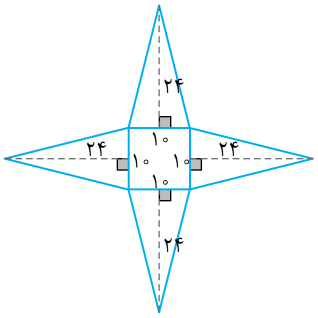
شکل مقابل را در نظر بگیرید.



از جلو به صورت  و از کنار به صورت  است.

در نتیجه حداقل ۴ مکعّب لازم است.

۱۲۴۸- گزینه‌ی **۳** گسترده‌ی هرم را رسم می‌کنیم. باید مساحت مثلّث‌ها را با مساحت مربّع جمع کنیم.



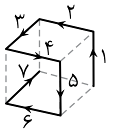
مساحت مثلّث‌ها = مساحت یک مثلّث ×۴ = $\frac{۲۴\times۱۰}{۲}$ ×۴=۱۲۰×۴=۴۸۰

مساحت مربّع=۱۰×۱۰=۱۰۰

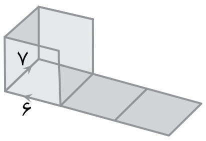
مساحت کل=۴۸۰+۱۰۰=۵۸۰ سانتی‌متر مربّع

۱۲۴۹- گزینه‌ی **۴** با هر ۵ تای آن‌ها می‌توان مکعّب ساخت زیرا همه از انواع گسترده‌های مکعّب می‌باشند.

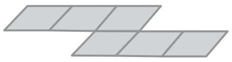
۱۲۵۰- گزینه‌ی **۱** با تجسم شکل اصلی مکعّب و تبدیل آن به گسترده‌هایش، مشخص می‌شود که گسترده‌ی گزینه‌ی (۱) پدید می‌آید.



اگر ۵ برش اول را انجام دهیم شکل زیر حاصل می‌شود:



حال اگر برش ششم و هفتم را انجام دهیم، شکل زیر حاصل می‌شود.

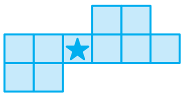


۱۲۵۱- گزینه‌ی **۱** با تجسم و آزمایش گزینه‌ها مشخص می‌شود که گزینه‌ی (۱) گسترده‌ی مکعّب مستطیل نیست.

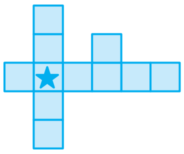
۱۲۵۲-گزینه‌ی ۴ همه‌ی اشکال گسترده‌ی مکعّب مستطیل می‌باشند.

۱۲۵۳-گزینه‌ی ۱ در هر یک از گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) مربّع مشخص‌شده با علامت «★» را به عنوان کف مکعّب مستطیل در نظر می‌گیریم و بقیه را حول آن تا می‌کنیم تا مکعّب مستطیل موردنظر ساخته شود.

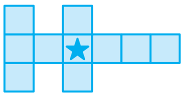
گزینه‌ی (۲):



گزینه‌ی (۳):

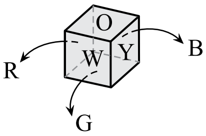


گزینه‌ی (۴):

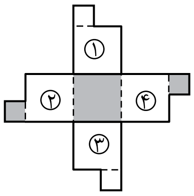


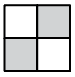
اما برای گزینه‌ی (۱) نمی‌توان مربّعی را مشخص کرد که کف مناسبی برای تا کردن و ساختن مکعّب مستطیل باشد.

۱۲۵۴-گزینه‌ی ۱ اگر شکل گسترده را به یک مکعّب تبدیل کنیم، O مقابل G، W مقابل B و R مقابل Y قرار می‌گیرد.



۱۲۵۵-گزینه‌ی ۱ اگر شکل گسترده را تا بزنیم یا تجسّم کنیم گزینه‌ی (۱) پدید می‌آید.



۱۲۵۶-گزینه‌ی ۱ یکی از راه‌های حل مسئله، رد پاسخ‌های نادرست است. برای ساخت مکعّب روبه‌رو باید شکل را از روی خط‌چین‌ها تا زد. پس هیچ‌کدام از مربّع‌های ۱، ۲، ۳ یا ۴ روبه‌روی مربّع رنگی بزرگ قرار نمی‌گیرند. مربّع‌های کوچک سفید و رنگی در یک‌جا به هم می‌رسند و مربّعی به صورت  می‌سازند که این مربّع روبه‌روی مربّع رنگی بزرگ‌تر قرار خواهد گرفت. پس گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) نادرست هستند.

۱۲۵۷-گزینه‌ی ۲ اگر گسترده‌ی گزینه‌ی (۲) را تا بزنیم و یا تجسّم کنیم، مکعّب مورد نظر به دست می‌آید.

۱۲۵۸-گزینه‌ی ۴ وقتی مکعّب روی ضلع (د م) می‌چرخد عدد ۳ کف قرار می‌گیرد و ۴ رو قرار می‌گیرد و وقتی که مکعّب روی ضلع (د ن) می‌چرخد عدد ۱ کف قرار می‌گیرد و عدد ۶ در بالا ظاهر می‌شود.

۱۲۵۹-گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل وسط کاملاً معلوم است که علامت‌های ○ و ☒ روبه‌روی علامت ✱ نیستند. از آن‌جا که مکعّب سمت راست را می‌توان با چرخاندن دور علامت ○ به مکعّب وسط تبدیل کرد، ✱ یا روبه‌روی △ و یا روبه‌روی # قرار دارد. با مقایسه‌ی مکعّب سمت چپ و مکعّب وسط متوجه می‌شویم علامت‌های △ و ✱ روبه‌روی هم هستند. پس علامت △ روبه‌روی ✱ و علامت # روبه‌روی ☒ و علامت + روبه‌روی ○ قرار دارد.

۱۲۶۰-گزینه‌ی ۲ با توجه به صورت سؤال، وجوه (A و T) و (V و X) و (E و F) مقابل هم هستند.
از آن‌جایی‌که از شکل وسطی سؤال می‌توانیم بگوییم که وجه مقابل وجه پررنگ، X است، متوجه می‌شویم وجه پررنگ V است.

۱۲۶۱-گزینه‌ی ۴ تعداد نقاط هر تاس ۲۱ نقطه است زیرا:

۱+۲+۳+۴+۵+۶=۲۱

پس تعداد نقاط کل این ۳ تاس ۶۳ نقطه می‌باشد.

۲۱×۳=۶۳

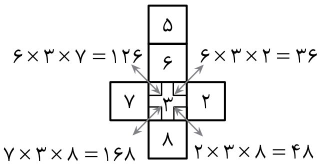
از طرفی نقاط قابل رؤیت شکل ۲۲ تا است.

۱+۲+۳+۴+۶+۵+۱=۲۲

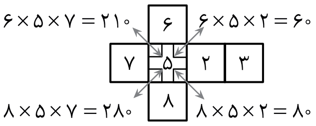
بنابراین تعداد نقاط نامعلوم برابر ۴۱=۲۲−۶۳ است.

۱۲۶۲-گزینه‌ی ۴ هر مکعّب دارای ۱۲ یال می‌باشد و با هر برش در هر گوشه ۳ یال اضافه می‌شود. از طرفی مکعّب دارای ۸ گوشه است، پس ۲۴=۳×۸ یال به ۱۲ یال مکعّب اضافه می‌شود. پس در مجموع تعداد یال‌های شکل جدید برابر است با: $\text{۳۶}=\underbrace{\text{۲۴}}_{\text{یال‌های جدید}}+\underbrace{\text{۱۲}}_{\text{یال‌های قدیم}}$

۱۲۶۳-گزینه‌ی ۲ اگر سه رأس مجاور را در نظر بگیریم داریم:



و اگر وجه‌های مربوط به عدد ۵ را در نظر بگیریم داریم:



بزرگ‌ترین عدد در این ضرب‌ها ۲۸۰ است.

۱۲۶۴-گزینه‌ی ۱

$$\frac{۲۰۱۱+\triangle+\bigcirc+\ast}{۴}=\frac{۱۲۰۷}{۱}\Rightarrow ۱۲۰۷\times۴=۲۰۱۱+\triangle+\bigcirc+\ast$$

الف) $\boxed{۴۸۲۸=۲۰۱۱+\triangle+\bigcirc+\ast}$

$$\frac{۱+۱۲۰۷+\triangle+\ast}{۴}=\frac{\bigcirc}{۱}\Rightarrow ۴\times\bigcirc=۱+۱۲۰۷+\triangle+\ast$$

ب) $\boxed{۴\times\bigcirc=۱۲۰۸+\triangle+\ast}$

اختلاف (الف) و (ب) را به‌دست می‌آوریم:

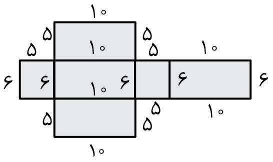
$۴۸۲۸-۴\times\bigcirc=\underbrace{۲۰۱۱-۱۲۰۸}_{۸۰۳}+\bigcirc$ (مقدار $\triangle$ و $\ast$ صفر می‌شود)

$$۴۸۲۸-۸۰۳=۴\times\bigcirc+\bigcirc\Rightarrow ۴۰۲۵=۵\times\bigcirc\Rightarrow\bigcirc=۴۰۲۵\div۵=۸۰۵$$

۱۲۶۵-گزینه‌ی ۱ نصف طول پاره‌خط (س م) برابر با قطر هر مربّع از گسترده‌ی مکعّب است و اندازه‌ی آن ۴ سانتی‌متر است. $(۸\div۲=۴)$
پس مثلّث (د ب ج) متساوی‌الاضلاع و محیط آن ۱۲ سانتی‌متر است. $(۳\times۴=۱۲)$

۱۲۶۶-گزینه‌ی ۳ با توجّه به شکل، نوار چسب طول و عرض مکعّب مستطیل را هر کدام ۲ بار و ارتفاع آن را ۴ بار در بر گرفته است. بنابراین:
$(۲\times۴۰)+(۲\times۳۰)+(۴\times۱۰)=۸۰+۶۰+۴۰=۱۸۰$ سانتی‌متر

۱۲۶۷-گزینه‌ی ۳ برای محاسبه کردن مساحت مکعّب مستطیل باید مساحت هر وجه را حساب کنیم. پس شکل را رسم کرده و با گذاشتن اندازه‌ی اضلاع محاسبات را انجام می‌دهیم.



۲ وجه با ضلع ۵ و ۶
۲ وجه با ضلع ۱۰ و ۶
۲ وجه با ضلع ۱۰ و ۵

$$\left.\begin{array}{l}(\overset{۳۰}{\cancel{۶\times۵}})\times۲=۶۰\\(\overset{۶۰}{\cancel{۶\times۱۰}})\times۲=۱۲۰\\(\overset{۵۰}{\cancel{۵\times۱۰}})\times۲=۱۰۰\end{array}\right\}\Rightarrow ۶۰+۱۲۰+۱۰۰=۲۸۰$$

۱۲۶۸-گزینه‌ی ۴ حاصل‌جمع مساحت کف، درب و چهار دیوار جعبه را دوبرابر می‌کنیم تا مساحت درون و برون جعبه به دست آید.
محیط قاعده $(۱۵+۳۰)\times۲=۹۰$

$$\left.\begin{array}{l}\text{مساحت جانبی }\ ۹۰\times۱۰=۹۰۰\\\text{مساحت کف جعبه }\ ۱۵\times۳۰=۴۵۰\\\text{مساحت کف و درب }\ ۴۵۰\times۲=۹۰۰\end{array}\right\}\Rightarrow \text{مساحت کل از بیرون }\ ۹۰۰+۹۰۰=۱۸۰۰$$

مساحت کل (درون و بیرون جعبه) $۱۸۰۰\times۲=۳۶۰۰$

۱۲۶۹- گزینه‌ی ۲ اگر اضلاع مکعّبی ۰/۱ برابر شوند، مساحت کلّ آن ۰/۰۱ برابر می‌شود. مثلاً برای مکعّبی به ضلع ۱ داریم:

مساحت کلّ مکعّب در حالت اوّل ۶=۶×(۱×۱)

مساحت کلّ مکعّب در حالت دوم ۰/۰۶=۶×(۰/۱×۰/۱)

برابر $۰/۰۱=۰/۰۶\times\frac{۱}{۶}=۰/۰۶\div۶$

۱۲۷۰- گزینه‌ی ۳ اگر ضلع مکعّب $\frac{۱}{۴}$ حالت اولّیه‌اش شود، مساحت کلّ آن $\frac{۱}{۱۶}$ مساحت اولّیه‌اش خواهد شد.

$\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۱۶}$

۱۲۷۱- گزینه‌ی ۳ اختلاف مساحت درب و پنجره از مساحت چهار دیوار و سقف را به دست آورده سپس حاصل را در مقدار دستمزد ضرب می‌کنیم.

متر مربّع مساحت درب ۲=۲×۱
متر مربّع مساحت پنجره ۱=۱×۱
} ۳=۱+۲
مساحت چهار دیوار و سقف ۸۰=۵×(۴×۴)
} ⇐ ۷۷=۳−۸۰ ⇐ تومان ۶۱۶۰۰۰=۸۰۰۰×۷۷

۱۲۷۲- گزینه‌ی ۴ ابتدا مساحت کل مکعّب را در حالت اولیه به‌دست می‌آوریم.

مساحت کل حالت اولیه ۶۰۰=۶×۱۰×۱۰

بعد از برش اندازه‌ی ضلع مکعّب‌های کوچک ۵ خواهد بود (۵=۲÷۱۰)

بنابراین:

مساحت یک مکعّب کوچک: ۱۵۰=۶×۵×۵

مساحت ۸ مکعّب کوچک: ۱۲۰۰=۸×۱۵۰

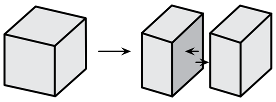
مساحت اضافه شده ۶۰۰=۶۰۰−۱۲۰۰

۱۲۷۳- گزینه‌ی ۲ چون مکعّب از ۶ سطح مربّع شکل و مساوی پدید آمده است وقتی ۵۱۰ را بر ۶ تقسیم کنیم مقدار مصرفی رنگ برای هر وجه به‌دست می‌آید.

گرم ۸۵=۶÷۵۱۰

با برش زدن مکعّب و تبدیل آن به دو مکعّب مستطیل دو سطح مربّع شکل مساوی پدید می‌آید که آن دو سطح نیز هر کدام ۸۵ گرم رنگ نیاز دارند. بنابراین:

(رنگ) گرم ۱۷۰=۸۵×۲



۱۲۷۴- گزینه‌ی ۱ اگر فرض کنیم مکعّب چوبی ما از ۲۷ مکعّب کوچک‌تر (مکعّب‌هایی به طول، عرض و ارتفاع ۱ سانتی‌متر) پدید آمده باشد مساحت کل آن جهت رنگ‌آمیزی ۵۴ سانتی‌متر مربّع می‌باشد.

مساحت کل مکعّب سانتی‌متر مربّع $۵۴=۶\times(\overset{۹}{\cancel{۳\times۳}})$

وقتی این مکعّب را به ۳ مکعّب مستطیل تبدیل می‌کنیم در واقع ۲ برش زده‌ایم که چهار سطح جدید به مساحت (۳×۳) سانتی‌متر مربّع به وجود می‌آید.

پس ۳۶ سانتی‌متر مربّع به مساحت قبلی افزوده می‌شود. $۳۶=۴\times(\overset{۹}{\cancel{۳\times۳}})$

بنابراین مساحت قسمت رنگی در ۳ مکعّب مستطیل ۹۰=۳۶+۵۴ است.

$$\frac{\text{وزن رنگ مصرف شده در مکعب بزرگ}}{\text{وزن رنگ مصرف شده در ۳ مکعب مستطیل}}=\frac{۵۴}{۹۰}\underset{\div۱۸}{\overset{\div۱۸}{=}}\frac{۳}{۵}$$

۱۲۷۵- گزینه‌ی ۴ ابتدا مساحت سالن را برحسب سانتی‌متر مربّع به دست می‌آوریم:

سانتی‌متر ۲۴۰۰=۲۴ متر

سانتی‌متر ۳۶۰۰=۳۶ متر

مساحت سالن (سانتی‌متر مربّع) ۸۶۴۰۰۰۰=۲۴۰۰×۳۶۰۰

برای این که تعداد بیش‌تری از این آجر استفاده شود باید کوچک‌ترین سطح مکعّب برای فرش کردن کف سالن انتخاب شود. بنابراین:

سانتی‌متر مربّع ۷۲=۶×۱۲

۱۲۰۰۰۰=۷۲÷۸۶۴۰۰۰۰

۱۲۷۶- گزینه‌ی ۴ از آن‌جایی‌که هر میلی‌متر ۰/۱ سانتی‌متر و هر میلی‌متر مکعّب $(\overset{۰/۰۰۱}{\cancel{۰/۱\times۰/۱\times۰/۱}})$ سانتی‌متر مکعّب است کافیست حجم مکعّب مستطیل را در ۰/۰۰۱ ضرب کنیم.

۳×۵×۲=۳۰

۳۰×۰/۰۰۱=۰/۰۳

۱۲۷۷- گزینه‌ی ۲ گنجایش مکعّب مستطیل را بر حجم مکعّب تقسیم می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}۱۰\times۶\times۸=۴۸۰\\ ۴\times۴\times۴=۶۴\end{array}\right\}\Rightarrow ۴۸۰\div۶۴=۷/۵$$

۱۲۷۸- گزینه‌ی ۳ حجم مکعّب برابر است با ضلع × ضلع × ضلع

اگر اندازه‌ی ضلع مکعّب بزرگ‌تر ☐ باشد، آن‌گاه

☐×☐×☐=۶۴

اندازه‌ی هر ضلع مکعّب بزرگ‌تر ۴ سانتی‌متر است و اندازه‌ی هر ضلع مکعّب کوچک‌تر ۴÷۲=۲ سانتی‌متر می‌شود و در نتیجه حجم مکعّب کوچک‌تر برابر با ۲×۲×۲=۸ سانتی‌متر مکعّب است.

۱۲۷۹- گزینه‌ی ۴ اگر حجم مکعّبی ۶۴ سانتی‌متر مکعّب باشد، طول ضلع آن ۴ سانتی‌متر است. زیرا

۴×۴×۴=۶۴

اگر مساحت مربّعی ۶۴ سانتی‌متر مربّع باشد، طول ضلع آن ۸ سانتی‌متر است زیرا:

۸×۸=۶۴

حال نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{طول ضلع مکعب}}{\text{طول ضلع مربع}}=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}$$

۱۲۸۰- گزینه‌ی ۳ همان‌طور که می‌دانید مکعّب دارای ۱۲ یال است. بنابراین اگر ۴۸ را بر ۱۲ تقسیم کنیم، اندازه‌ی هر یال ۴ سانتی‌متر می‌شود.

اندازه‌ی هر یال ۴۸÷۱۲=۴

حجم مکعّب (سانتی‌متر مکعّب) ۴×۴×۴=۶۴

۱۲۸۱- گزینه‌ی ۴ گسترده‌ی یک مکعّب دارای ۱۴ ضلع می‌باشد. ابتدا اندازه‌ی هر ضلع را می‌یابیم تا با استفاده از فرمول $\boxed{\text{حجم} = \text{ضلع} \times \text{ضلع} \times \text{ضلع}}$ حجم مکعّب را به دست آوریم:

اندازه‌ی هر ضلع مکعّب ۱۵۴÷۱۴=۱۱

حجم مکعّب ۱۱×۱۱×۱۱=۱۳۳۱

۱۲۸۲- گزینه‌ی ۱ همان‌طور که می‌دانید هر یک لیتر، گنجایش مکعّبی توخالی به ابعاد ۱ دسی‌متر است. از آن‌جا که این مکعّب حجمی معادل ۶۴ لیتر دارد بدین معناست که هر ضلع آن ۴ دسی‌متر است. (۴×۴×۴=۶۴) بنابراین:

$\boxed{\text{مساحت جانبی مکعب} = ۴\times\text{ضلع}\times\text{ضلع}}$

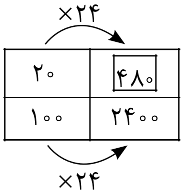
دسی‌متر مربّع (۴×۴)×۴=۶۴

۱۲۸۳- گزینه‌ی ۲ با ۱۰۰۰ مکعّب کوچک می‌توان یک مکعّب بزرگ به ابعاد ۱۰ مکعّب پدید آورد.

طول ابعاد مکعّب بزرگ (سانتی‌متر) ۱۰×۲=۲۰

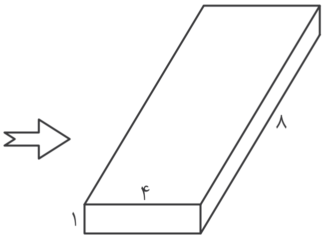
مساحت یک وجه مکعّب بزرگ ۲۰×۲۰=۴۰۰

مساحت کل مکعب بزرگ ۴۰۰×۶=۲۴۰۰

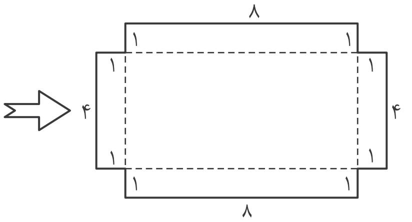


$\boxed{۴۸۰}$	۲۰
۲۴۰۰	۱۰۰

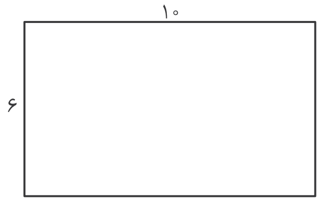
۱۲۸۴-گزینه‌ی ۳ اگر شکل شماره‌ی (۲) را از روی خط‌چین تا بزنیم، مکعّب مستطیلی به شکل شماره‌ی (۳) پدید می‌آید.



شکل ۳



شکل ۲



شکل ۱

$$\boxed{\text{حجم مکعب مستطیل} = \text{ارتفاع} \times (\text{عرض} \times \text{طول})}$$

سانتی‌متر مکعّب ۳۲=۱×(۸×۴)

هر دسی‌متر مکعّب ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعّب است پس: دسی‌متر مکعّب ۰/۰۳۲=۳۲÷۱۰۰۰

۱۲۸۵-گزینه‌ی ۲ اگر به اندازه‌ی هر یال، دو برابر طول خودش را بیفزاییم، طول یال سه برابر می‌شود. به عنوان مثال اگر اندازه‌ی یال را ۱ سانتی‌متر فرض کنیم، حجم اولیه ۱ سانتی‌متر مکعّب و حجم مکعّب جدید ۲۷ سانتی‌متر مکعّب می‌شود.

$$\underset{(۲)}{\overset{(۱)}{\downarrow\times۲}} \times \underset{(۲)}{\overset{(۱)}{\downarrow\times۲}} \times \underset{(۲)}{\overset{(۱)}{\downarrow\times۲}} = \boxed{۱} \quad , \quad \underset{۳ \;\times\; ۳ \;\times\; ۳ \;=\; \boxed{۲۷}}{(۲+۱)\times(۲+۱)\times(۲+۱)}$$

۱۲۸۶-گزینه‌ی ۱ طول اضلاع مکعّب مستطیل را با نسبت $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ برحسب سانتی‌متر به دست آورده سپس حجم آن را محاسبه می‌کنیم:

عرض جدید (سانتی‌متر) ۰/۰۴۸×۱۰۰=۴/۸ — متر $\frac{۱}{۱۰۰۰}\times۴۸=\frac{۴۸}{۱۰۰۰}=۰/۰۴۸$

ارتفاع جدید (سانتی‌متر) ۰/۰۴۰×۱۰۰=۴ — متر $\frac{۱}{۱۰۰۰}\times۴۰=\frac{۴۰}{۱۰۰۰}=۰/۰۴۰$

طول جدید (سانتی‌متر) ۰/۰۷۰×۱۰۰=۷ — متر $\frac{۱}{۱۰۰۰}\times۷۰=\frac{۷۰}{۱۰۰۰}=۰/۰۷۰$

سانتی‌متر مکعّب ۷×۴/۸×۴=۱۳۴/۴

۱۲۸۷-گزینه‌ی ۲ مساحت کلّ مکعّب ۱۶ برابر شده، بدین معنا است که اضلاع آن ۴ برابر شده است. پس حجم آن ۶۴=۴×۴×۴ برابر خواهد شد.

۱۲۸۸-گزینه‌ی ۳ ابعاد مخزن ۳ برابر ابعاد ظرف است بنابراین حجم مخزن ۲۷ برابر حجم ظرف است. برای درک بهتر می‌توان ابعاد مخزن را ۳ و ابعاد ظرف را ۱ فرض کرد. بنابراین:

$$\frac{\text{حجم مخزن مکعب شکل}}{\text{حجم ظرف کوچک}}\;\frac{۲۷}{۱}=\frac{۳\times۳\times۳}{۱\times۱\times۱}$$

۱۲۸۹-گزینه‌ی ۴ فرض می‌کنیم مکعّب مستطیلی به طول ۱۰ سانتی‌متر، عرض ۴ سانتی‌متر و ارتفاع ۲ سانتی‌متر داریم. حجم این مکعّب مستطیل ۸۰ سانتی‌متر مکعّب است (۸۰=۲×۴×۱۰). حال طول و عرض آن را نصف و حجم آن را به‌دست می‌آوریم.

طول جدید ۵=۲÷۱۰
عرض جدید ۲=۲÷۴
⇐ حجم جدید ۲۰=۲×۲×۵

اختلاف حجم ۶۰=۲۰−۸۰

□	۶۰
۱۰۰	۸۰

$$\Rightarrow \square=\frac{۶۰\times۱۰۰}{۸۰}=۷۵$$

۱۲۹۰-گزینه‌ی ۲ هرگاه طول، عرض و ارتفاع یک مکعّب مستطیل را ۲ برابر کنیم حجم آن ۸ برابر می‌شود. بنابراین:

برابر ۸=۲×۲×۲

۱۰۰۰=۱۲۵×۸

۱۲۹۱- گزینه‌ی ۱ حاصل‌ضرب مساحت قاعده در ارتفاع برابر با حجم آن است. ابتدا فرمول حجم را نوشته و اعداد را جایگزین می‌کنیم:

$\bigcirc \times ۸ = ۲۸۸ \Rightarrow \bigcirc = \frac{۲۸۸}{۸} = ۳۶$ ، حجم = ارتفاع × مساحت قاعده‌ی مربع شکل

مساحت قاعده‌ی مربّعی ۳۶ است. چون ۳۶ از ضرب عدد ۶ در خودش به‌دست می‌آید اندازه‌ی هر ضلع قاعده ۶ می‌باشد.

۱۲۹۲- گزینه‌ی ۳ وقتی حجم مکعّب مستطیل را بر اندازه‌ی ارتفاع تقسیم کنیم حاصل ضرب طول در عرض به دست می‌آید.

حاصل ضرب طول در عرض ۸=۵÷۴۰

از آن‌جایی که عدد ۸ یا از ضرب (۱×۸) و یا از ضرب (۲×۴) به دست می‌آید و قرار است نسبت طول به عرض مستطیل ۲ به ۱ باشد طول مکعّب مستطیل ۴ سانتی‌متر و عرض ۲ سانتی‌متر خواهد بود.

۱۲۹۳- گزینه‌ی ۴ سه عدد فرد متوالی داریم. اگر مجموع آن‌ها را بر ۳ تقسیم کنیم، عدد وسطی به دست می‌آید:

عدد وسطی ۷=۳÷۲۱

۵+۷+۹=۲۱

حجم مکعّب مستطیل ۳۱۵=۹×۷×۵

۱۲۹۴- گزینه‌ی ۴ با دقّت در عبارت متوجّه می‌شویم که حاصل هر پرانتز، مساحت یکی از وجه‌های مکعّب مستطیل است که وقتی حاصل‌جمع آن‌ها دو برابر می‌شود برابر با مساحت کل خواهد شد. (وجه‌های روبه‌رو مساحت برابر دارند)

پس طول، عرض و ارتفاع مکعّب از روی عبارت قابل تشخیص است و از حاصل‌ضرب آن‌ها حجم مکعّب مستطیل به‌دست می‌آید:

حجم = ارتفاع × عرض × طول

۱۵×۱۲×۱۰=۱۸۰۰

۱۲۹۵- گزینه‌ی ۲ با استفاده از رابطه‌ی زیر، حجم مخزن را به‌دست می‌آوریم:

حجم مکعب مستطیل = ارتفاع × عرض × طول

سانتی‌متر مکعّب آب $\frac{۲}{۵} \times ۱۵۰۰۰ = ۶۰۰۰$ ، سانتی‌متر مکعّب حجم مخزن ۵۰×۳۰×۱۰=۱۵۰۰۰

$\frac{۱}{۳}$ آب مخزن $\frac{۱}{۳} \times ۶۰۰۰ = ۲۰۰۰$

آب درون هر مخزن کوچک ۲۰۰۰÷۵=۴۰۰

ارتفاع آب در هر مخزن کوچک: سانتی‌متر ۴۰۰÷۴۰=۱۰ مساحت کف هر مخزن کوچک: سانتی‌متر مربع ۸×۵=۴۰

۱۲۹۶- گزینه‌ی ۱ اختلاف گنجایش آکواریوم و حجم سنگ برحسب مترمکعّب را به دست می‌آوریم:

حجم آکواریوم (متر مکعّب) ۷۰×۹۰×۱۲۰=۰/۷×۰/۹×۱/۲=۰/۷۵۶

حجم سنگ (متر مکعّب) ۰/۸×۰/۳×۰/۲=۰/۰۴۸

متر مکعّب ۰/۷۵۶−۰/۰۴۸=۰/۷۰۸

۱۲۹۷- گزینه‌ی ۱ به علت این‌که سنگ ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعّبی را داخل آب قرار داریم باید حاصل‌ضرب اختلاف ارتفاع حالت اول و دوم در مساحت قاعده‌ی آکواریوم برابر با ۱۰۰۰ شود.

اختلاف ارتفاع = ○

$$\bigcirc \times ۴۰ \times ۱۰۰ = ۱۰۰۰ \Rightarrow \bigcirc = \frac{۱\cancel{۰۰۰}}{۴\cancel{۰} \times ۱\cancel{۰۰}} = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$$

۱۲۹۸- گزینه‌ی ۴ فرض کنیم برادر کوچک محسن فقط ۱ مکعّب بردارد. مساحت زمینی که محسن مکعّب خود را بر آن می‌سازد ۱۶ برابر مساحت زمین برادرش است، پس مساحت کف باید ۴×۴ باشد. پس تعداد مکعّب‌هایی که محسن احتیاج دارد ۶۴تا می‌باشد.

$$\left.\begin{array}{r} ۴\times۴\times۴=۶۴ \\ ۱\times۱\times۱=۱ \end{array}\right\} \Rightarrow ۶۴\div۱=۶۴ \text{ برابر}$$

در همین رابطه می‌توانیم بگوییم هرگاه ابعاد مکعّبی را ۴ برابر کنیم، مساحت کل ۱۶ برابر و حجم آن ۶۴ برابر می‌شود.

۱۲۹۹- گزینه‌ی ۴ چون ظرف دوم ابعادش دو برابر ابعاد ظرف اوّل است پس مساحت قاعده‌ی ظرف دوم، چهار برابر ظرف اوّل است و از آن جهت که حجم آب تغییر نکرده است، پس ارتفاع آب $\frac{۱}{۴}$ یا ۰/۲۵ خواهد شد.

۱۳۰۰- گزینه‌ی ۲ حجم مایع را به دست آورده و بر مساحت سطح بزرگ‌تر شیشه تقسیم می‌کنیم تا ارتفاع مایع در شرایط جدید به دست آید.

حجم مایع = سانتی‌متر مکعّب ۱×۲×۲/۵=۵

بزرگ‌ترین سطح شیشه = سانتی‌متر مربّع ۳×۲=۶

ارتفاع مایع در شرایط جدید $۵\div ۶=\frac{۵}{۶}$

۱۳۰۱- گزینه‌ی ۲ نسبت حجم بریده شده را به حجم کل مکعّب اولیه به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{حجم بریده‌شده}}{\text{حجم کل مکعب اولیه}}=\frac{۱\times\overset{۱}{\cancel{۲}}\times\overset{۱}{\cancel{۴}}}{۵\times\underset{۳}{\cancel{۶}}\times\underset{۱}{\cancel{۴}}}=\frac{۱}{۱۵}$$

۱۳۰۲- گزینه‌ی ۲ طول و عرض و ارتفاع شکل داخل جعبه را حساب می‌کنیم:

$$\boxed{\text{ارتفاع}=\text{ارتفاع کل}-\text{ضخامت دیوار}}\rightarrow ۵-۱=۴\ \ \text{ارتفاع}$$

$$\boxed{\text{عرض}=\text{عرض کل}-(۲\times\text{ضخامت دیوار})}\rightarrow ۱۰-\overset{۲}{(\cancel{۱\times}۲)}=۸\ \ \text{عرض}$$

$$\boxed{\text{طول}=\text{طول کل}-(۲\times\text{ضخامت دیوار})}\rightarrow ۱۲-\overset{۲}{(\cancel{۱\times}۲)}=۱۰\ \ \text{طول}$$

$$\boxed{\text{حجم}=\text{طول}\times\text{عرض}\times\text{ارتفاع}}$$

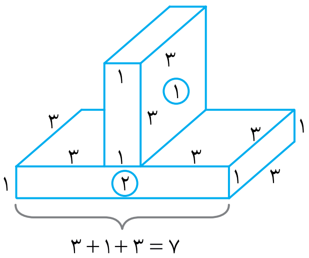
۴×۸×۱۰=۳۲۰

۱۳۰۳- گزینه‌ی ۳ جسم را به ۲ مکعّب مستطیل تقسیم می‌کنیم و حجم آن دو را محاسبه و با هم جمع می‌کنیم.

① حجم مکعّب مستطیل: ۳×۳×۱=۹

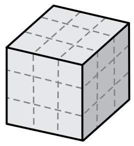
② حجم مکعّب مستطیل: ۷×۳×۱=۲۱

حجم کل: ۹+۲۱=۳۰

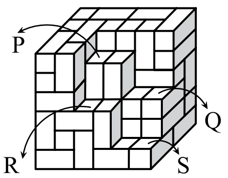


۱۳۰۴- گزینه‌ی ۲ طول ضلع مکعّب بزرگ باید ۲ برابر طول ضلع مکعّب کوچک باشد تا حجمش ۸ برابر آن باشد.

بنابراین طول ضلع مکعّب اصلی ۳ برابر طول ضلع مکعّب کوچک است و حجم مکعّب کوچک $\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۲۷}$ حجم کل است.



۱۳۰۵- گزینه‌ی ۳ سطوحی که با حروف P، Q، R و S مشخص شده‌اند تنها سطوح افقی‌اند که آجری برای تکمیل شدن آن‌ها نیست. هر کدام از این سطوح ۲×۱ هستند و با یک آجر پر می‌شوند. از طرفی سطح P نیازمند تنها یک آجر برای رسیدن به ارتفاع موردنظر می‌باشد، در حالی‌که سطح R، به ۳ آجر نیازمند است. سطح Q نیز نیازمند ۳ آجر و S نیازمند ۵ آجر است، پس در مجموع ۱۲ آجر برای اتمام کار نیاز داشته‌ایم.



۱+۳+۳+۵=۱۲

از طرفی حجم مکعّب نهایی ۶×۶×۴=۱۴۴ سانتی‌متر مکعّب است و حجم هر آجر ۲(۲×۱×۱) سانتی‌متر مکعّب می‌باشد، پس مقدار آجرهای مورد نیاز برای کل شکل ۷۲تا می‌باشد. (۱۴۴÷۲=۷۲)

با توجه به این‌که ۱۲تا آجر کم داریم، پس تعداد آجرهای ساختار ناقص ۶۰تا می‌باشد. (۷۲−۱۲=۶۰)

۱۳۰۶- گزینه‌ی ۲ وقتی محیط کف مکعّب مستطیل ۱۶ سانتی‌متر است حاصل‌جمع طول و عرض کف مکعّب مستطیل ۸ سانتی‌متر خواهد بود. (۱۶÷۲=۸)

به چهار حالت مختلف می‌توان عددهای طبیعی‌ای را یافت که مجموعشان برابر ۸ و حاصل‌ضربشان در ارتفاع ۷۲ باشد:

$$\text{حالت اول}\begin{cases}(\overset{\text{طول}}{۷}\times\overset{\text{عرض}}{۱})\times\overset{\text{ارتفاع}}{\bigcirc}=\overset{\text{حجم}}{۷۲}\\ \bigcirc=۷۲\div۸\\ \bigcirc=۹\end{cases}$$

$$\text{حالت دوم}\begin{cases}(\overset{\text{طول}}{۶}\times\overset{\text{عرض}}{۲})\times\overset{\text{ارتفاع}}{\bigcirc}=\overset{\text{حجم}}{۷۲}\\ \bigcirc=۷۲\div۱۲\\ \bigcirc=۶\end{cases}$$

$$\text{حالت سوم}\begin{cases}(\overset{\text{طول}}{۵}\times\overset{\text{عرض}}{۳})\times\overset{\text{ارتفاع}}{\bigcirc}=\overset{\text{حجم}}{۷۲}\\ \bigcirc=۷۲\div۱۵\\ \bigcirc=۴/۸\end{cases}$$

$$\text{حالت چهارم}\begin{cases}(\overset{\text{طول}}{۴}\times\overset{\text{عرض}}{۴})\times\overset{\text{ارتفاع}}{\bigcirc}=\overset{\text{حجم}}{۷۲}\\ \bigcirc=۷۲\div۱۶\\ \bigcirc=۴/۵\end{cases}$$

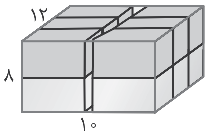
فقط ارتفاع به‌دست آمده از حالت دوم در گزینه‌ها وجود دارد. (دقت کنید که حالت‌های سوم و چهارم قابل قبول نیستند. زیرا ارتفاع عددی طبیعی است.)

۱۳۰۷- گزینه‌ی ۴ در هر بُعد مکعّب بزرگ تعداد ابعاد مکعّب کوچک را می‌یابیم، سپس حاصل‌ضرب آن‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{\overset{۲}{\cancel{۴۰}}\times\overset{۲}{\cancel{۶۰}}\times\overset{۲}{\cancel{۸۰}}}{\overset{۱}{\cancel{۲۰}}\times\overset{۱}{\cancel{۳۰}}\times\overset{۱}{\cancel{۴۰}}}=۸$$

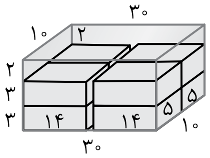
۱۳۰۸- گزینه‌ی ۳ باید ببینیم در هر بعد مکعّب مستطیل چند ضلع مکعّب جای می‌گیرد. در بعد ۱۲، سه ضلع مکعّب و در بعد ۸، دو ضلع مکعّب به طور کامل جای می‌گیرند. ولی در بعد ۱۰، دو ضلع مکعّب جای می‌گیرد و در فضای خالی باقی مانده، دیگر مکعّبی جای نمی‌گیرد.

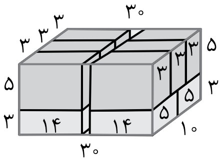
پس در کل تعداد مکعّب‌ها برابر است با: ۳×۲×۲=۱۲



۱۳۰۹- گزینه‌ی ۴ اگر قرار باشد بسته‌ها را مرتب شده درون جعبه قرار دهیم کافیست ببینیم در طول جعبه چند بسته به طول ۱۴ جای می‌گیرد در عرض جعبه چند بسته به عرض ۵ جای می‌گیرد و در ارتفاع جعبه چند بسته به ارتفاع ۳ جای می‌گیرد که از ضرب حاصل‌ها تعداد بسته‌ها به‌دست می‌آید. مثلاً در شکل روبه‌رو ۸ بسته جای می‌گیرد.

ولی به خاطر این‌که گفته است بیش‌ترین حالت، باید بسته‌ها را به گونه‌های متفاوت قرار داد. که در این صورت مانند شکل دوم، ۱۰ بسته نیز جای می‌گیرد، چهار بسته در کف و ۶ بسته در روی آن‌ها.



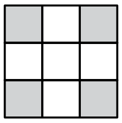


۱۳۱۰- گزینه‌ی ۲ هریک از اعداد ۸۰ , ۶۰ , ۶۰ بر ۲۰ قابل قسمت است پس بزرگ‌ترین مکعّب به ابعاد ۲۰ خواهد بود. (۲۰×۲۰×۲۰)

$$\left.\begin{array}{l}۶۰\div۲۰=۳\\ ۶۰\div۲۰=۳\\ ۸۰\div۲۰=۴\end{array}\right\}\Rightarrow ۳\times۳\times۴=۳۶$$

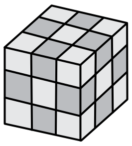
۱۳۱۱- گزینه‌ی ۴ **راه‌حل اول**: هر وجه مکعّب بزرگ شامل ۵ مربّع سفید و ۴ مربّع سیاه است که مساحت‌های آن‌ها با هم برابر است.

$$\text{نسبت سفید به کل}=\frac{۵}{۵+۴}=\frac{۵}{۹}$$



راه‌حل دوم: ۸ مکعّب که در رأس‌ها قرار می‌گیرند مشکی هستند بنابراین:

$$\left.\begin{array}{r}\text{سطوح مشکی } ۸\times۳=۲۴\\ \text{کل سطح مکعب بزرگ } ۵۴=۶\times(\overset{۹}{\cancel{۳\times۳}})\\ \text{سطوح سفید } ۳۰=۵۴-۲۴\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{\text{سطح سفید}\ ۳۰}{\text{کل سطوح}\ ۵۴}\overset{\div۶}{\underset{\div۶}{=}}\frac{۵}{۹}$$



۱۳۱۲-گزینه‌ی ۱ سعی می‌کنیم مکعّب را رسم کنیم.

در هر طبقه از مکعّب ۳×۳×۳، ۴ مکعّب رنگی ۱×۱×۱ وجود دارد.

پس در کل ۴×۳=۱۲ مکعّب ۱×۱×۱ رنگی داریم.

$$\Rightarrow \frac{۱۲}{۲۷}=\frac{۴}{۹}$$

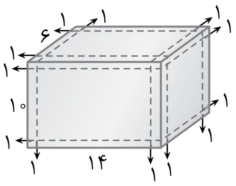
۱۳۱۳-گزینه‌ی ۳ ۸ مکعّب دارای ۳ وجه رنگی خواهیم داشت. (مکعّب‌های واقع در رأس‌ها)

۱۲ مکعّب با ۲ وجه رنگی خواهیم داشت (مکعّب‌های بین رأس‌ها)

۸+۱۲=۲۰

۶ مکعّب با یک وجه رنگی خواهیم داشت. (مکعّب‌های وسط وجه‌های مکعّب بزرگ)

۱ مکعّب بدون سطح رنگی خواهیم داشت. (در وسط مکعّب بزرگ)

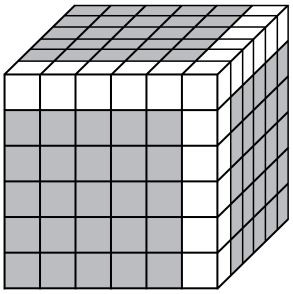


۱۳۱۴-گزینه‌ی ۲ مکعّب ۶×۱۰×۱۴ را ساختیم و سطح روی آن را کامل رنگ کردیم. اگر بخواهیم مکعّب‌های ۱×۱×۱ رنگی شده را برداریم و باقی آن‌ها را بشماریم، باید مکعّب‌های بیرون خطچین را برداریم. با این‌کار ۲ واحد از طول، عرض و ارتفاع مکعّب کم می‌شود.

تعداد مکعّب‌هایی که هیچ‌وجه رنگی ندارند.

$$(\cancel{۶-۲})\times(\cancel{۱۰-۲})\times(\cancel{۱۴-۲})=$$

$$۴\times۸\times۱۲=۳۸۴$$



۱۳۱۵-گزینه‌ی ۱ در بهترین حالت ۳ بعد مکعّب بزرگ دیده می‌شود که:

تعداد مکعّب‌های هر وجه که فقط یک وجه آن‌ها دیده می‌شود:

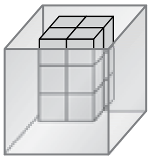
۵×۵=۲۵

تعداد کلّ مکعّب‌هایی که فقط یک وجه آن‌ها در عکس دیده می‌شود: ۲۵×۳=۷۵

تعداد مکعّب‌هایی که بیش از یک وجه آن‌ها دیده می‌شود:

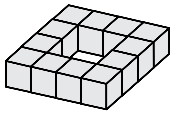
۶+۵+۵=۱۶

کلّ مکعّب‌هایی که قسمتی از آن‌ها در عکس افتاده است. ۷۵+۱۶=۹۱

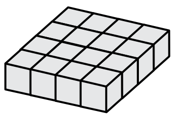


۱۳۱۶-گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول:** مکعّب ۳×۲×۲ نشان داده شده در شکل با ضلع و یا کف جعبه تماس ندارند.

$$۶۴-(\overset{۱۲}{\cancel{۲\times۲\times۳}})=۶۴-۱۲=۵۲$$

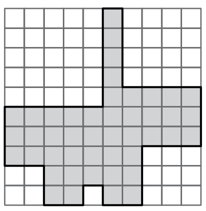


راه‌حل دوم: در سطح اول، دوم و سوم مکعّب‌هایی که تماس دارند به این شکل‌اند.



در کف به این شکل‌اند.

$$(\overset{۳۶}{\cancel{۳\times۱۲}})+۱۶=۵۲$$

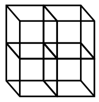


۱۳۱۷-گزینه‌ی ۴ اگر از بالا به مکعّب نگاه کنیم و با توجه به این‌که مکعّب ما ۱۰×۱۰×۱۰ است نمی‌توانیم مکعّب‌های ۵×۵×۵ و ۶×۶×۶ را در کنار هم جدا کنیم. حاصل‌جمع یک بعد آن‌ها از تعداد مکعّب‌های یک بعد مکعّب اصلی ما بیش‌تر خواهد شد که در این صورت امکان‌پذیر نیست.

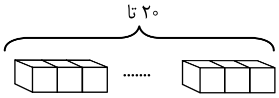
(۵+۶>۱۰)

پس با توجه به شکل، مکعّب‌های ۱×۱×۱، ۲×۲×۲، ۳×۳×۳، ۴×۴×۴ و ۵×۵×۵ را می‌توانیم از مکعّب‌های اصلی جدا کنیم که بزرگ‌ترین آن‌ها ۵×۵×۵ می‌باشد.

۱۳۱۸-گزینه‌ی ۳ چوب‌کبریت‌ها را به صورت روبه‌رو کنار هم قرار می‌دهیم.



۱۳۱۹- گزینه‌ی ۱ با توجّه به شکل ابتدا مساحت جانبی و سپس مساحت ۲ سر ابتدایی و انتهایی را محاسبه می کنیم:



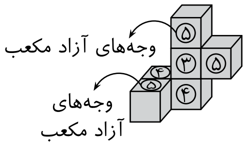
مساحت یک سطح جانبی ۲۰=۱×۲۰

مساحت سطوح جانبی کلّ شکل ۸۰=۴×۲۰

مساحت دو سر ابتدایی و انتهایی ۲=۲×(۱×۱)

۸۰+۲=۸۲

۱۳۲۰- گزینه‌ی ۳ تعداد وجه‌هایی از شکل را که به هم نچسبیده‌اند (وجه‌های آزاد) حساب می‌کنیم. ۲۶ وجه آزاد داریم:



۵+۵+۵+۴+۴+۳=۲۶

مساحت هر وجه ۱=۱×۱ است، پس داریم:

۲۶×(۱×۱)=۲۶

۱۳۲۱- گزینه‌ی ۴ چون شکل از ۷ مکعّب واحد تشکیل شده است حجم را به صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

حجم شکل		حجم مکعب		تعداد مکعب
حجم شکل	۷ =	۱	×	۷

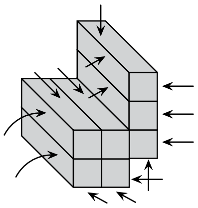
و از آن‌جایی که به‌غیر از مکعّب مرکزی، که هیچ‌کدام از وجه‌هایش بیرون نیست، ۵ وجه از هر ۶ مکعّب باقی‌مانده بیرون است مساحت شکل را حساب می‌کنیم.

مساحت		تعداد وجه		تعداد وجه‌های بیرون هر مکعب		تعداد مکعب‌ها
۳۰=	۱	×	۳۰	= ۵	×	۶

حال نسبت حجم به مساحت شکل را حساب می‌کنیم:

مساحت شکل = ۳۰
حجم = ۷
$\Rightarrow \frac{۷}{۳۰}$

۱۳۲۲- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل تعداد وجه‌های با ابعاد ۱×۲ را می‌شماریم، (هر فلش نشان دهنده‌ی یک وجه ۱×۲ است)



تعداد　مساحت

۱۴ × (~~۱×~~۲) = ۱۴×۲ = ۲۸

۱۴ تا هم وجه (۱×۱) داریم:

۱۴=(۱×۱)×۱۴

مساحت کل ۴۲=۲۸+۱۴

۱۳۲۳- گزینه‌ی ۴ با برداشتن مکعّب مشخّص شده ۱ سانتی‌متر مربّع از مساحت کل کاهش می‌یابد ولی ۵ سانتی‌متر به مساحت کل افزوده می‌شود. پس:

۵−۱=۴

۱۳۲۴- گزینه‌ی ۳ ابتدا مساحت کل مکعّب به ضلع ۲ سانتی‌متر را به‌دست می‌آوریم.

مساحت کل مکعب = ۶×(ضلع × ضلع)

۲۴=۶×(۲×۲)

سپس مساحت مکعّب کوچک را به آن می‌افزاییم:

مساحت کل مربّع کوچک ۶=۶×(۱×۱)

حاصل مساحت دو مکعّب ۳۰=۶+۲۴

از آن‌جایی‌که سطح دو مکعّب چسبیده به هم به اندازه‌ی یک مربّع (۱×۱) است، باید ۲ سانتی‌متر مربّع از حاصل‌جمع مساحت کل آن‌ها کم نمود.

مساحت کل پس از تغییر ۲۸=۲−۳۰

○	۲۸	مساحت پس از تغییر
۱۰۰	۲۴	مساحت اولیه

$\Rightarrow ○ = \frac{۱۰۰×۲۸}{۲۴} = \frac{۲۸۰۰}{۲۴} = ۱۱۶/۶۶ \simeq ۱۱۷$

۱۱۷٪−۱۰۰٪=۱۷٪

۱۳۲۵- گزینه‌ی ۳ فرض می‌کنیم طول ضلع هر مربع کوچک ○ باشد، در این صورت حجم شکل (الف) برابر ○ ×۸ و حجم شکل (ب) برابر ○ ×۲× ○ ×۲× ○ ×۲ است. طبق فرض حجم دو شکل (الف) و (ب) مساوی است، یعنی

۸× ○ =۸× ○ × ○ × ○ ⇒۱= ○ × ○ ⇒ ○ =۱

اکنون مساحت کل شکل (الف) را به‌دست می‌آوریم:

مساحت کل هر مکعّب وسطی ۴=۴×(۱×۱)

مساحت کل ۶ مکعب وسطی ۲۴=۴×۶

مساحت کل۲ مکعب کناری ۱۰=۲×(۱×۵)

⇐ مساحت شکل الف (سانتی‌متر مربع) ۳۴=۱۰+۲۴

رنگ باقی‌مانده در ظرفی که شکل (الف) قرار گرفته ۶۶=۳۴−۱۰۰

سپس مساحت شکل دوم را هم به‌دست می‌آوریم:

مساحت شکل ب $\overset{۴}{\cancel{(۲\times۲)}}\times۶=۲۴$

رنگ باقی‌مانده در ظرفی که شکل ب قرار گرفته ۷۶=۲۴−۱۰۰

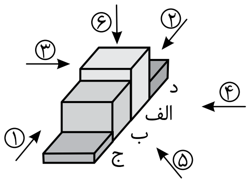
$$\frac{\text{رنگ باقی‌مانده در ظرف جسم الف}}{\text{رنگ باقی‌مانده در ظرف جسم ب}}=\frac{۶۶}{۷۶}\underset{\div۲}{\overset{\div۲}{=}}\frac{۳۳}{۳۸}$$

۱۳۲۶- گزینه‌ی ۱ در شکل (۱)، برای ۵۱ مربّع رنگ شده ۱۰۲ گرم رنگ مصرف شده است. پس با تشکیل تناسب زیر می‌توان میزان رنگ قسمت‌های سفید شکل ۲ را محاسبه کرد.

۸	۵۱	سطح مربّع کوچک
□	۱۰۲	گرم

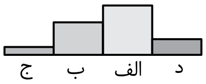
$$\square=\frac{۸\times۱۰۲}{۵۱}=۱۶$$

۱۳۲۷- گزینه‌ی ۴ اگر از زاویه‌های (۱) و (۲) به شکل نگاه کنیم، یک وجه از مکعّب (الف) را می‌بینیم. مساحت

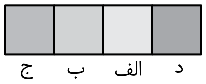


یک وجه (الف): $۱\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$

مساحت از زاویه‌های (۱) و (۲): $\frac{۱}{۲}\times۲=۱$

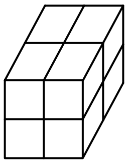


اگر از زاویه‌های (۳) و (۴) به شکل نگاه کنیم، شکل روبه‌رو را می‌بینیم:
که با روی هم قرار دادن (الف، ب، ج و د) یک وجه از مکعّب اولیه ایجاد می‌شود.
مساحت یک وجه مکعّب اصلی: ۱=۱×۱
مساحت از زاویه‌ی (۳) و (۴): ۲=۲×۱

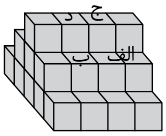


اگر از زاویه‌های (۵) و (۶) به شکل نگاه کنیم، شکل روبه‌رو را می‌بینیم:
مساحت یکی از مربّع‌های شکل بالا ۱=۱×۱
مساحت شکل بالا: ۴=۴×۱
مساحت از زاویه‌های (۵) و (۶): ۸=۲×۴
مساحت کل: ۱۱=۱+۲+۸

۱۳۲۸- گزینه‌ی ۳ با توجّه به صورت سؤال سطح بیرونی مکعّب‌ها چسب‌کاری نمی‌شوند پس باید مساحت سطح‌هایی را که درون مکعّب هستند محاسبه کنیم:

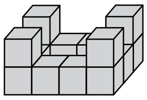


کلّ سطوح مکعّب‌ها ۴۸=۶×۸
سطوحی که چسب‌کاری نمی‌شوند ۲۴=۶×۴
تعداد سطوحی که به هم می‌چسبند ۲۴=۲۴−۴۸
مساحت سطوح چسب‌کاری‌شده سانتی‌متر مربّع ۱۲=۲÷۲۴
دسی‌متر مربّع ۰/۱۲=۱۰۰÷۱۲



۱۳۲۹- گزینه‌ی **۴** مکعّب‌هایی که زیر مکعّب‌های (ج)، (د)، (الف) و (ب) و نظیرهای (الف) و (ب) در طرف دیگر شکل قرار دارند هیچ‌یک از وجه‌هایشان رنگ نشده است.

زیرنظیر ب زیرنظیر الف زیر د زیر ج زیر ب زیر الف
۸= ۱ + ۱ + ۲ + ۲ + ۱ + ۱



۱۳۳۰- گزینه‌ی **۲** با دقت در شکل متوجه می‌شویم در طبقه‌ی بالا ۴ مکعّب وجود دارد که ۵ وجه بیرونی آن‌ها رنگی است. در طبقه‌ی پایین ۱۰ مکعّب وجود دارد که از میان آن‌ها، ۶ مکعّبی که در وسط قرار گرفته‌اند ۴ وجه بیرونی رنگی دارند.

۱۳۳۱- گزینه‌ی **۲** جهت یافتن حجم شکل‌های فضایی با ارتفاع ثابت، باید مساحت قاعده‌ی آن را در ارتفاع ضرب نمود. ابتدا مساحت قاعده‌ی مثلّثی شکل را محاسبه می‌کنیم، سپس حجم آن را بر قاعده تقسیم می‌کنیم تا ارتفاع آن به‌دست آید.

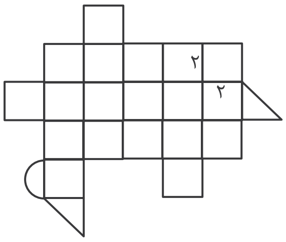
$$\boxed{\text{مساحت مثلث}=\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}}$$

$$\text{مساحت مثلّث}\ ۶=\frac{۳\times۴}{۲}$$

$$\boxed{\text{حجم شکل}=\text{ارتفاع}\times\text{مساحت قاعده‌ی مثلثی شکل}}$$

سانتی‌متر (ارتفاع) ۲۰=۶÷۱۲۰ ⇐ ۱۲۰=□×۶

۱۳۳۲- گزینه‌ی **۳** اگر صفحه را شطرنجی کنیم، متوجه می‌شویم سطح آن از ۲۰ مربّع به ضلع ۲ سانتی‌متر و یک نیم دایره به قطر ۲ سانتی‌متر تشکیل شده است.



مساحت هر مربع: سانتی‌متر مربع ۴=۲×۲

مساحت مربع‌ها: سانتی‌متر مربع ۸۰=۲۰×۴

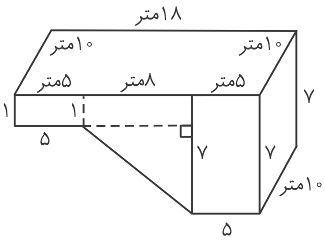
شعاع نیم‌دایره: سانتی‌متر ۱=۲÷۲

$$\text{مساحت نیم‌دایره: سانتی‌متر مربع}\ ۱/۵۷=\frac{۱\times۱\times۳/۱۴}{۲}$$

مساحت کل: سانتی‌متر مربع ۸۱/۵۷=۱/۵۷+۸۰

حجم: سانتی‌متر مکعب ۹۷۸/۸۴=۱۲×۸۱/۵۷

۱۳۳۳- گزینه‌ی **۲** با رسم شکل و دقت در آن متوجه خواهیم شد که هر دیوار طولی استخر شامل دو مستطیل و یک ذوزنقه‌ی قائم‌الزاویه است که مساحت هر یک را به‌دست آورده سپس با هم جمع می‌کنیم.



متر مربع ۵=۵×۱

متر مربع ۳۵=۵×۷

$$\text{متر مربع}\ ۳۲=\frac{\overset{۸}{\cancel{(۱+۷)}}\times\overset{۴}{\cancel{۸}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}$$

مساحت یک دیوار طولی: متر مربع۷۲=۳۲+۳۵+۵⇐

مجموع مساحت دو دیوار طولی: متر مربع ۱۴۴=۲×۷۲⇐

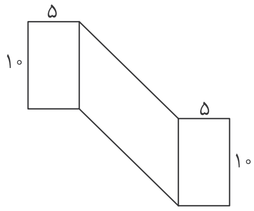
متر مربع ۱۰=۱۰×۱

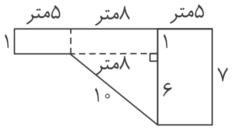
متر مربع ۷۰=۱۰×۷

مجموع مساحت دو دیوار عرضی: متر مربّع ۸۰=۷۰+۱۰⇐

مساحت دیواره‌های استخر: متر مربّع ۲۲۴=۸۰+۱۴۴

۱۳۳۴-گزینه‌ی ۳ کف استخر از دو قسمت (۱۰×۵) و یک قسمت شیب‌دار که به شکل مستطیل است تشکیل شده است.



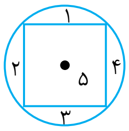


مساحت قسمت کف شیب استخر ۱۰×۱۰=۱۰۰
مساحت کف کم‌عمق استخر ۵×۱۰=۵۰
مساحت کف عمیق استخر ۵×۱۰=۵۰
⇐ ۱۰۰+۵۰+۵۰=۲۰۰ مساحت کف متر مربع

مساحت سانتی‌متر مربّع ۲۰۰×۱۰۰۰۰=۲۰۰۰۰۰۰
مساحت سرامیک سانتی‌متر مربّع ۲۰×۲۰=۴۰۰
تعداد سرامیک ۲۰۰۰۰۰۰÷۴۰۰=۵۰۰۰

نکته: (در مثلّث قائم‌الزاویه‌ای که اندازه‌ی دو ضلع زاویه‌ی قائمه‌ی آن ۸ و ۶ است، اندازه‌ی وتر ۱۰ است.

۱۳۳۵-گزینه‌ی ۳ اگر از بالا نگاه کنیم، ۵ ناحیه را می‌بینیم.



۱۳۳۶-گزینه‌ی ۱ با توجّه به صورت سؤال نسبت مساحت قاعده‌ها (دایره‌ها) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}\times\overset{۲}{\cancel{۴}}\times\overset{۱}{\cancel{۳/۱۴}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}\times\underset{۱}{\cancel{۲}}\times\underset{۱}{\cancel{۳/۱۴}}}=\frac{۴}{۱}=۴$$ برابر

۱۳۳۷-گزینه‌ی ۳ از سؤال متوجّه می‌شویم حجم استوانه با حجم ظرف شیشه‌ای برابر است.

حجم ظرف شیشه‌ای ۱۰×۱۰×۱۰=۱۰۰۰ ⇐ $\boxed{\text{حجم مکعب = ضلع × ضلع × ضلع}}$

$\boxed{\text{حجم استوانه = ارتفاع × مساحت قاعده}}$

مساحت قاعده×۱۰=۱۰۰۰

مساحت قاعده (سانتی‌مترمربّع) ۱۰۰۰÷۱۰=۱۰۰

۱۳۳۸-گزینه‌ی ۳ برشی که در شکل سؤال نشان داده شده است استوانه را به ۲ قسمت با حجم مساوی تقسیم می‌کند.
بنابراین نصف حجم استوانه را به‌دست می‌آوریم.

شعاع قاعده ۴=۸÷۲

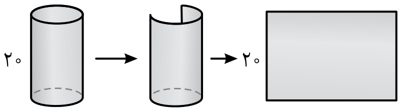
$\boxed{\text{حجم استوانه = ارتفاع × } \pi \text{ × شعاع قاعده × شعاع قاعده}}$

$۴\times۴\times\pi\times۶=۹۶\pi$

$۹۶\pi\div۲=۴۸\pi$

۴۸×۳/۱۴=۱۵۰/۷≃۱۵۱

۱۳۳۹-گزینه‌ی ۳ وقتی لوله‌ی استوانه‌ای را باز کنیم یک مستطیل پدید می‌آید که ارتفاع استوانه عرض مستطیل و محیط قاعده‌ی استوانه، طول مستطیل می‌باشد.



$\boxed{\text{مساحت مستطیل = عرض × طول}}$

محیط قاعده (طول مستطیل) ○×۲۰=۶۲۸ ⇐ ○=۶۲۸÷۲۰ ⇐ ○=۳۱/۴

$\boxed{\text{محیط قاعده‌ی استوانه (محیط دایره) = ۳/۱۴ × قطر}}$

○×۳/۱۴=۳۱/۴ ⇐ ○=۳۱/۴÷۳/۱۴=۱۰

۱۳۴۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا شعاع قاعده را به دست می‌آوریم:

$$۱/۵۷=\text{محیط قاعده}$$

$$\boxed{\text{شعاع}\times۲\times۳/۱۴=\text{محیط قاعده}}$$

$$\text{شعاع}\times۲\times۳/۱۴=۱/۵۷ \Rightarrow \text{شعاع}\times۶/۲۸=۱/۵۷ \Rightarrow \text{شعاع}=۱/۵۷\div۶/۲۸$$

$$\text{شعاع}=\frac{۱۵۷}{۱۰۰}\div\frac{۶۲۸}{۱۰۰}=\frac{۱۵۷}{۶۲۸}=\frac{۱}{۴}\ \text{متر}\Rightarrow\text{شعاع}=۲۵\ \text{سانتی متر}$$

$$\text{شعاع}\times\text{شعاع}\times۳/۱۴=\text{مساحت قاعده}\ \Rightarrow\ ۲۵\times۲۵\times۳/۱۴=۱۹۶۲/۵\ (\text{سانتی‌متر مربّع})\ \text{مساحت قاعده}$$

$$۰/۹\times۱۰۰=۹۰\ (\text{سانتی‌متر})\ \text{ارتفاع}$$

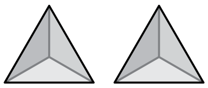
$$\boxed{\text{مساحت قاعده}\times\text{ارتفاع}=\text{حجم استوانه}}\ \Rightarrow\ ۱۹۶۲/۵\times۹۰=۱۷۶۶۲۵\ (\text{حجم})\ \text{سانتی‌متر مکعّب}$$

چون هر لیتر ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعّب است ۰/۶۲۵ لیتر ۶۲۵ سانتی‌متر مکعّب است.
آب باقی‌مانده در ظرف استوانه‌ای ۱۷۶۶۲۵−۶۲۵=۱۷۶۰۰۰ سانتی‌متر مکعّب است.

$$\text{لیتر}\ ۰/۰۰۴\times۱۰۰۰=۴\ \text{سانتی‌متر مکعّب}\quad,\quad ۱۷۶۰۰۰\div۴=۴۴۰۰۰\ \text{تعداد لیوان‌ها}$$

۱۳۴۱- گزینه‌ی ۱ طبق شرایط مطرح شده در سؤال اگر سه چهار وجهی منتظم را به هر طریقی به هم بچسبانیم یک شکل پدید می‌آید. (در صورتی که شک دارید می‌توانید بسازید و آزمایش کنید)

۱۳۴۲- گزینه‌ی ۱ از آن‌جایی که چهار وجهی منتظم ۶ یال دارد برای ساختن چهاروجهی منتظم احتیاج به ۶ قطعه سیم داریم و با ۱۲ قطعه سیم دو چهاروجهی منتظم می‌توان ساخت.



۱۳۴۳- گزینه‌ی ۳ ابتدا با استفاده از مساحت کف، اندازه‌ی هر ضلع کف را به‌دست می‌آوریم. اندازه‌ی هر ضلع کف ۹ متر است زیرا تنها عددی که مجذورش ۸۱ را می‌سازد عدد ۹ است.

سپس مساحت هر مثلّث از سطوح جانبی هرم را به‌دست می‌آوریم:

$$\boxed{\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}=\text{مساحت مثلث}}$$

$$\frac{۹\times۱۲/۵}{۲}=۵۶/۲۵\quad,\quad ۵۶/۲۵\times۴=۲۲۵\ \text{متر مربّع:}\ \text{سطوح جانبی هرم}$$

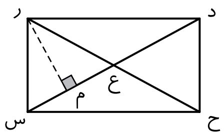
۱۳۴۴- گزینه‌ی ۲ چون $\frac{۱}{۴}$ دایره جدا شده است. محیط قاعده‌ی مخروط $\frac{۳}{۴}$ محیط دایره‌ی اوّلیه است. پس قطر آن هم $\frac{۳}{۴}$ قطر اوّلیه (یعنی $\frac{۳}{۴}\times۴۰=۳۰$) می‌باشد.

۱۳۴۵- گزینه‌ی ۲ فاصله‌ی نقطه از خط برابر طول پاره‌خط عمود بر آن خط است. دراینجا ۴ پاره‌خط عمود داریم.

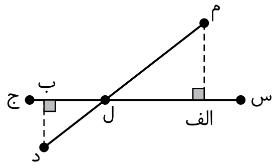
۱۳۴۶- گزینه‌ی ۱ برای نشان دادن فاصله‌ی یک نقطه از یک خط، از آن نقطه بر خط عمود می‌کنیم. پس گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) نادرست هستند.

۱۳۴۷- گزینه‌ی ۳ فاصله‌ی یک نقطه تا یک خط برابرطول پاره‌خطی است که از آن نقطه بر خط عمود می‌شود. از طرفی می‌دانیم ارتفاع همواره بر ضلع مقابل عمود است. پس «م ح» فاصله‌ی نقطه‌ی «م» از قاعده‌ی «ی ر» است.

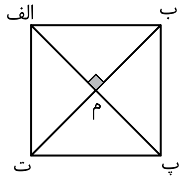
۱۳۴۸- گزینه‌ی ۳ طول خط عمودی که از یک نقطه بر یک خط رسم می‌شود، همیشه کوتاه‌ترین طول را دارد. پس طول «ر م» کوچک‌تر از «ر س» است.



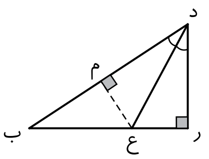
۱۳۴۹- گزینه‌ی ۲ عمودهای «م الف» و «د ب» را از نقاط «م» و «د» به خط «س ج» می‌کشیم. طول «م الف» از «م ل» کم‌تر است. طول «ب د» هم از «ل د» کم‌تر است. پس مجموع «م الف» و «ب د» کم‌تر از مجموع «م ل» و «ل د» است.



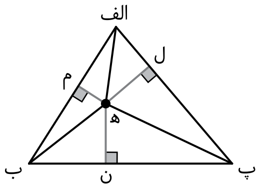
۱۳۵۰- گزینه‌ی ۲ یک مربّع و قطرهای آن را رسم می‌کنیم. قطرهای مربّع بر هم عمودند و یک‌دیگر را نصف می‌کنند. بنابراین فاصله‌ی نقطه‌ی «الف» از قطر «ب ت» همان پاره‌خط «الف م» است که نصف قطر «الف پ» است. پس فاصله‌ی نقطه‌ی «الف» (یک رأس مربّع) از قطر برابر نصف قطر است.



۱۳۵۱- گزینه‌ی ۲ نیمساز زاویه‌ی «د» را رسم می‌کنیم. از نقطه‌ی «ع» بر خط «د ب» عمود می‌کنیم. فاصله‌ی هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه برابر است، پس «ر ع» مساوی «ع م» است. از طرفی در مثلّث قائم‌الزاویه‌ی «ع م ب»، «ع م» هم از وتر «ع ب» کوچک‌تر است. پس «ع ب» بزرگ‌تر از «ر ع» می‌باشد.



۱۳۵۲- گزینه‌ی ۲ شکل موردنظر سؤال را رسم می‌کنیم. طول عمود بر یک خط از یک نقطه، همیشه کوتاه‌ترین پاره‌خط رسم شده از آن نقطه بر خط موردنظر است. پس «الف هـ» از «ل ه» بزرگ‌تر است. همچنین «ب ه» از «م ه» و «پ ه» از «ه ن» بزرگ‌تر است. پس مجموع پاره‌خط‌های «الف ه» ، «ب ه» و «پ ه» از مجموع پاره‌خط‌های «ل ه» ، «م ه» و «ن ه» بزرگ‌تر است.

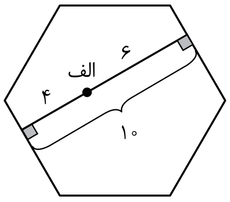


۱۳۵۳- گزینه‌ی ۲ مجموع فاصله‌ی نقطه‌ی «الف» تا دو ضلع موازی مشخص‌شده برابر ۱۰=۶+۴ سانتی‌متر می‌باشد (طبق شکل (۱)).

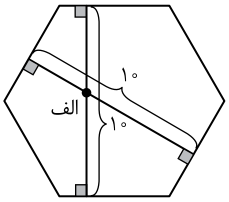
عدد ۱۰ سانتی‌متر برای فاصله‌ی دو خط موازی دیگر هم درست می‌باشد (طبق شکل (۲)).

پس مجموع فاصله‌های نقطه‌ی «الف» تا اضلاع شش ضلعی برابر ۳۰ می‌باشد:

۳۰=۱۰×۳



(۱)



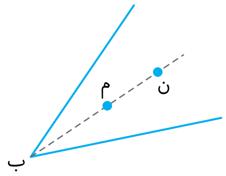
(۲)

۱۳۵۴- گزینه‌ی ۲ با توجه به این‌که فاصله‌ی هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه یکسان است پس فاصله‌ی نقطه‌ی «م» از ضلع بالایی نیز ۶/۲ سانتی‌متر است و همچنین فاصله‌ی نقطه‌ی «ن» از ضلع بالایی و ضلع پایینی یکسان است. حال با توجه به این که فاصله‌ی نقطه‌ی «م» از ضلع بالایی $\frac{۲}{۳}$ فاصله‌ی نقطه‌ی «ن» از ضلع پایینی است، می‌توان نوشت:

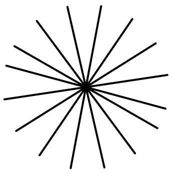
۹/۳=فاصله‌ی (ن) از ضلع پایین ⇒ ۶/۲=فاصله‌ی (ن) از ضلع پایین × $\frac{۲}{۳}$

در نتیجه مجموع فاصله‌های نقطه‌ی «ن» از دو ضلع زاویه برابر است با:

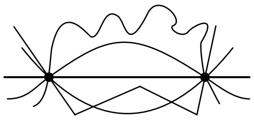
میلی‌متر ۱۸۶ = سانتی‌متر ۱۸/۶=۲×۹/۳



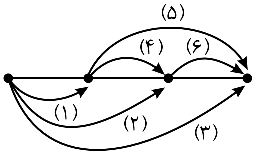
۱۳۵۵- گزینه‌ی ۴ از یک نقطه بی‌شمار خط راست می‌گذرد.



۱۳۵۶- گزینه‌ی ۱ از دو نقطه بی‌شمار خط خمیده و شکسته می‌گذرد. اما فقط یک خط راست از آن‌ها می‌گذرد.



۱۳۵۷- گزینه‌ی ۳ تعداد پاره‌خط‌ها را می‌توان به‌صورت مقابل شمرد:

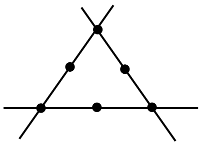


اما به‌طور کلی تعداد پاره‌خط‌ها از رابطه‌ی $\frac{\text{تعداد نقاط} \times (\text{تعداد نقاط} - ۱)}{۲}$ به‌دست می‌آید.

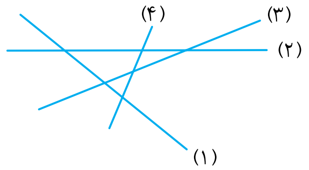
۱۳۵۸- گزینه‌ی ۲ با وجود سه نقطه روی هر خط (خط شامل ضلع مثلّث)، شش نیم‌خط روی هر خط قرار دارد و در کل ۱۸ نیم‌خط وجود دارد.

$\boxed{\text{تعداد نیم‌خط‌ها} = ۲ \times \text{تعداد نقطه‌ها}}$

۶=۲×۳
۱۸=۳×۶



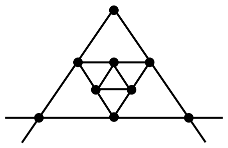
۱۳۵۹- گزینه‌ی ۳ خط‌ها را شماره‌گذاری می‌کنیم و در هر خط تعداد پاره‌خط‌ها و نیم‌خط‌ها را به دست می‌آوریم.



خط (۱): ۶ نیم‌خط، ۳ پاره‌خط
خط (۲): ۶ نیم‌خط، ۳ پاره‌خط
خط (۳): ۶ نیم‌خط، ۳ پاره‌خط
خط (۴): ۶ نیم‌خط، ۳ پاره‌خط

پس در کل ۲۴ نیم‌خط و ۱۲ پاره‌خط در شکل وجود دارد.

۱۳۶۰- گزینه‌ی ۴ با استفاده از فرمول تعداد پاره‌خط و فرمول تعداد نیم‌خط، تعداد آن‌ها را می‌یابیم.



$$\boxed{\text{تعداد نیم‌خط روی خط راست} = ۲ \times \text{تعداد نقطه}}$$

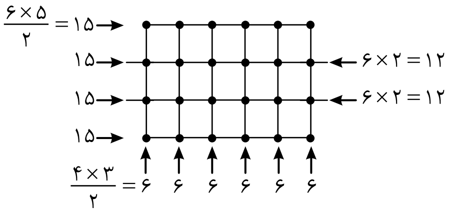
$$\boxed{\text{تعداد نیم‌خط روی نیم‌خط} = ۱ \times \text{تعداد نقطه}}$$

$$\boxed{\text{تعداد پاره‌خط} = \frac{\text{تعداد فاصله} \times \text{تعداد نقطه}}{۲}}$$

نیم‌خط $۱۲ = ۶ + ۳ + ۳$

پاره‌خط $۲۱ = ۳ + ۳ \times ۳ + ۳ \times ۳$

۱۳۶۱- گزینه‌ی ۱ محل برخورد خط‌ها را نقطه‌گذاری کرده سپس از فرمول تعداد پاره‌خط و تعداد نیم‌خط روی هر خط تعداد آن‌ها را محاسبه می‌کنیم.



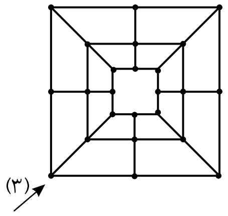
$$\boxed{\text{تعداد پاره‌خط} = \frac{\text{تعداد فاصله} \times \text{تعداد نقطه}}{۲}}$$

$$\boxed{\text{تعداد نیم‌خط روی خط راست} = ۲ \times \text{تعداد نقطه}}$$

نیم‌خط $۲۴ = ۱۲ + ۱۲$

پاره‌خط $۹۶ = \underbrace{(\cancel{۶ \times ۶})}_{۳۶} + \underbrace{(\cancel{۴ \times ۱۵})}_{۶۰}$

۱۳۶۲- گزینه‌ی ۴ با استفاده از فرمول $\frac{\text{تعداد فاصله} \times \text{تعداد نقطه}}{۲}$ تعداد پاره‌خط‌های روی هر پاره‌خط را می‌یابیم و در تعداد آن‌ها ضرب می‌کنیم.



روی هر پاره‌خط $۳ = \frac{۳ \times ۲}{۲}$

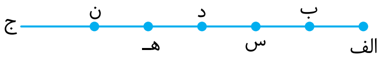
کل پاره‌خط‌ها $۶۰ = ۳ \times ۲۰$

۱۳۶۳- گزینه‌ی ۴ نیم خط از یک خط که سر آن توسط یک نقطه بسته شده است ساخته می‌شود. پس از قرار دادن ۱۰ نقطه ۱۱ نقطه داریم.

تعداد پاره‌خط‌ها $= \frac{۱۱ \times ۱۰}{۲} = ۵۵$

چون سر خط بسته بوده است $\Rightarrow ۱۱ =$ تعداد نیم‌خط

۱۳۶۴- گزینه‌ی ۱ نیم‌خط «الف ج» ۶ نیم خط و $۱۵ = \frac{۶ \times ۵}{۲}$ پاره‌خط دارد.



$$\frac{\text{تعداد نیم خط‌ها}}{\text{تعداد پاره خط‌ها}} = \frac{۶ \div ۳}{۱۵ \div ۳} = \frac{۲}{۵}$$

۱۳۶۵- گزینه‌ی ۴ با استفاده از فرمول تعداد پاره‌خط می‌توانیم تعداد نقطه‌های روی خط را بیابیم:

$$\boxed{\text{تعداد پاره خط} = [(\text{تعداد نقطه} - ۱) \times \text{تعداد نقطه}] \div ۲}$$

حاصل‌ضرب نقطه‌ها در فاصله‌ها: $۱۲۰ = ۲ \div ۲۴۰$

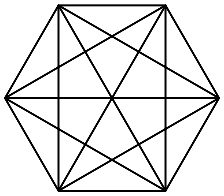
در واقع حاصل ضرب دو عدد متوالی ۲۴۰ می‌باشد که با جدول نظام‌دار می‌توانید این دو عدد را پیدا کنید.

$۱۸۲ = ۱۳ \times ۱۴$

$۲۱۰ = ۱۴ \times ۱۵$

$۲۴۰ = ۱۵ \times ۱۶$

پس، تعداد نقطه‌ها ۱۶تاست.



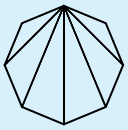
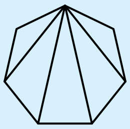
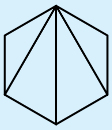
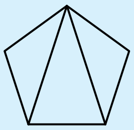
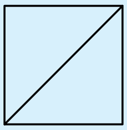
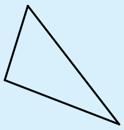
۱۳۶۶- گزینه‌ی ۳ یک شش‌ضلعی رسم کرده، قطرهای آن را می‌کشیم.
دقت کنید اگر در این شمارش از هر رأس شش‌ضلعی، سه قطر درنظر گرفته شود، در مجموع ۹ قطر دو بار شمرده شده است. بنابراین:

$$\text{تعداد قطرها}=۶\times ۳-۹=۹$$

می‌توانیم از فرمول تعداد قطرها هم استفاده کنیم:

$$\text{تعداد قطرها}=\frac{\text{تعداد اضلاع}\times(\text{تعداد اضلاع}-۳)}{۲}=\frac{۶\times ۳}{۲}=\frac{۱۸}{۲}=۹$$

۱۳۶۷- گزینه‌ی ۴ در جدول زیر چندضلعی‌های مختلف و تعداد قطرهایی که می‌توان از یک رأس آن‌ها رسم کرد، نشان داده شده‌اند:

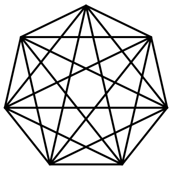
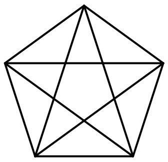
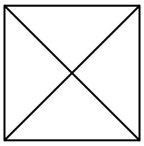
۸	۷	۶	۵	۴	۳	تعداد اضلاع
						شکل
۵	۴	۳	۲	۱	۰	تعداد قطرهای یک رأس

تعداد قطرهای یک رأس همیشه از تعداد اضلاع، ۳تا کم‌تر است. پس تعداد قطرهایی که می‌توان از یک رأس ۲۰ ضلعی رسم کرد $۲۰-۳=۱۷$ است.

۱۳۶۸- گزینه‌ی ۳ تعداد قطرها در مثلّث برابر صفر، در مربّع برابر ۲ و در پنج‌ضلعی برابر ۵ است. در کل می‌توان گفت تعداد قطرهای یک چندضلعی از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{تعداد قطرها}=\frac{\text{تعداد اضلاع}\times(\text{تعداد اضلاع}-۳)}{۲}$$

پس تعداد قطرهای یک هفت ضلعی برابر $\frac{۷\times ۴}{۲}=۱۴$ تاست.


،

،


۱۳۶۹- گزینه‌ی ۲ با بررسی گزینه‌ها مشخّص می‌شود که تعداد قطرهای یک ۹ ضلعی سه برابر تعداد اضلاعش می‌باشد.

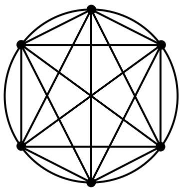
$$\boxed{\text{تعداد قطرهای چندضلعی}=\frac{\text{تعداد اضلاع}\times(\text{تعداد اضلاع}-۳)}{۲}}$$

$$\frac{۹\times(۹-۳)}{۲}=۲۷$$

۱۳۷۰- گزینه‌ی ۱ از فرمول تعداد قطرهای چندضلعی تعداد قطرهای هر شکل را به دست می‌آوریم:

$$\boxed{\text{تعداد قطرهای چند ضلعی}=\frac{\text{تعداد اضلاع}\times(\text{تعداد اضلاع}-۳)}{۲}}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{قطرهای ۶ ضلعی}=\frac{۶\times(۶-۳)}{۲}=۹\\ \text{قطرهای ۵ ضلعی}=\frac{۵\times(۵-۳)}{۲}=۵\end{array}\right\}\ \text{۹ به ۵}$$



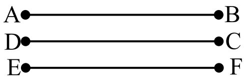
۱۳۷۱- گزینه‌ی ۴ ۶ نقطه را روی دایره قرار می‌دهیم و دو به دو آن‌ها را به هم وصل می‌کنیم. تعداد خطوط ۱۵تا است.
می‌توانیم از فرمول زیر هم استفاده کنیم:

$$\boxed{\frac{\text{تعداد نقطه}\times(\text{تعداد نقطه}-۱)}{۲}}$$

$$\frac{\overset{۳}{\cancel{۶}}\times(\overset{۵}{\cancel{۶-۱}})}{\cancel{۲}_{۱}}=۱۵$$

۱۳۷۲- گزینه‌ی ۳ هرگاه دو خط با یک خط موازی باشند، هرسه خط با هم موازی‌اند.

$$\left.\begin{matrix}AB||DC\\DC||EF\end{matrix}\right\} \Rightarrow AB||CD||EF$$

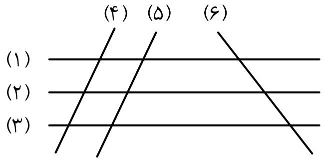


۱۳۷۳- گزینه‌ی ۲ خط‌ها را به‌صورت زیر شماره‌گذاری می‌کنیم. برای نوشتن جفت خط‌های موازی، یک خط را در نظر گرفته و همه‌ی خط‌های موازی با آن را می‌نویسیم:

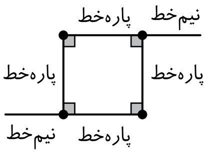
خط (۱) با خط (۲) موازی است. خط (۱) با خط (۳) موازی است.

خط (۲) با خط (۳) موازی است. خط (۲) با خط (۱) موازی است، اما آن را نوشته‌ایم.

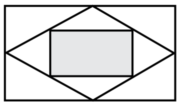
خط (۴) با خط (۵) موازی است. پس در کل ۴ جفت خط موازی داریم.



۱۳۷۴- گزینه‌ی ۱ گزینه‌ای نادرست است که دو خط عمود بر هم ندارد. در گزینه‌ی (۱) فقط پاره‌خط‌ها و نیم‌خط‌ها بر هم عمودند و خطی وجود ندارد، پس این گزینه موردنظر سؤال است.



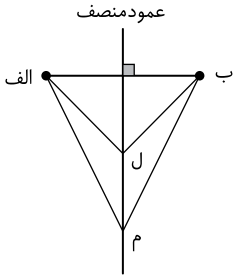
۱۳۷۵- گزینه‌ی ۳ ابتدا وسط اضلاع مستطیل را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم و سپس وسط اضلاع شکل جدید (یعنی لوزی) را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. شکل به‌دست آمده مستطیل است.



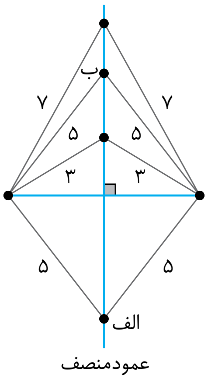
۱۳۷۶- گزینه‌ی ۱ هر نقطه روی عمودمنصف، از دو سر پاره‌خط به فاصله‌ی مساوی است، یعنی:

«الف ل» = «ب ل»

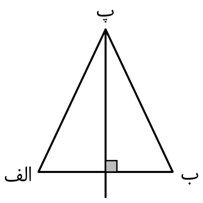
«الف م» = «ب م»



۱۳۷۷- گزینه‌ی ۲ اگر از هر نقطه روی عمودمنصف به دو سر پاره‌خط وصل کنیم، طول دو پاره‌خط رسم شده با هم برابر است. به شکل نگاه کنید. در هر طرف پاره‌خط می‌توان یک نقطه پیدا کرد که فاصله‌ی آن از دو سر پاره‌خط برابر ۵ می‌باشد. (نقطه‌های الف و ب)

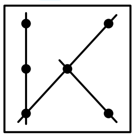


۱۳۷۸- گزینه‌ی ۲ فاصله‌ی هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط از دو سر آن برابر است. پس مثلّث «الف ب پ» متساوی‌الساقین است. اما همیشه متساوی‌الاضلاع نیست. چون «الف پ» همیشه مساوی «ب پ» است، اما ممکن است «الف ب» همیشه مساوی «ب پ» نباشد.



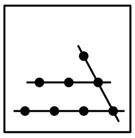
۱۳۷۹- گزینه‌ی ۲ در هر گزینه کم‌ترین تعداد خط راستی را که با آن‌ها می‌توان از همه‌ی نقاط گذشت کشیده‌ایم:

گزینه‌ی (۴):



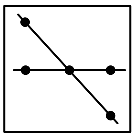
۳ خط

گزینه‌ی (۳):



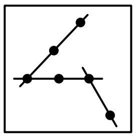
۳ خط

گزینه‌ی (۲):



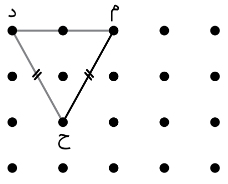
۲ خط

گزینه‌ی (۱):

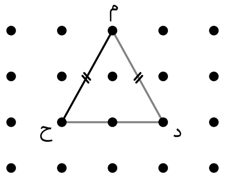


۳ خط

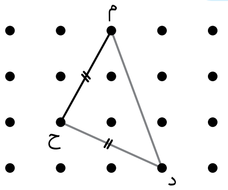
۱۳۸۰- گزینه‌ی ۱ شکل موردنظر را در حالت‌های مختلف رسم می‌کنیم. (فقط باید نسبت به متساوی‌الساقین بودن مثلّث اطمینان داشته باشیم):



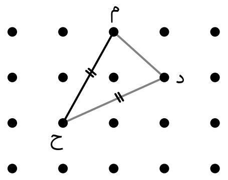
(۱)



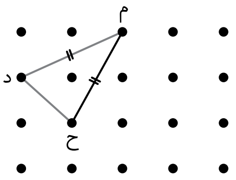
(۲)



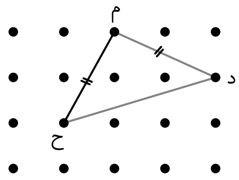
(۳)



(۴)



(۵)



(۶)

۱۳۸۱- گزینه‌ی ۱ ابتدا تعداد پاره‌خط‌های هر خط را مشخّص می‌کنیم، چون برای تشکیل مثلّث باید هر پاره‌خط به هر نقطه از خطّ روبه‌رو وصل شود، سپس تعداد پاره‌خط‌های هر خطّ را در تعداد نقطه‌های مقابل ضرب می‌کنیم:

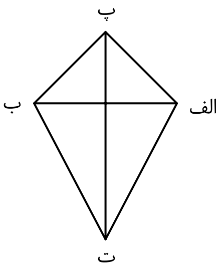
$$\left.\begin{array}{l}۳\times۵=۱۵\\ ۱۰\times۳=۳۰\end{array}\right\}\Rightarrow ۳۰+۱۵=۴۵$$

$$\frac{\text{تعداد نقطه × تعداد فاصله}}{۲}=\frac{۳\times۲}{۲}=۳$$

$$\frac{۵\times۴}{۲}=\frac{۲۰}{۲}=۱۰$$

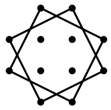
۱۳۸۲- گزینه‌ی ۴ با توجه به سؤال شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم:

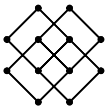
«الف پ» مساوی «ب پ» است. پس نقطه‌ی «پ» روی عمودمنصف پاره‌خط «الف ب» است. «الف ت» هم مساوی «ب ت» است. پس نقطه‌ی «ت» هم روی عمودمنصف پاره‌خط «الف ب» است. بنابراین اگر نقطه‌ی «پ» را به «ت» وصل کنیم، پاره‌خط رسم شده قسمتی از عمودمنصف پاره‌خط «الف ب» می‌شود. در نتیجه هم بر آن عمود است و هم آن را نصف می‌کند.

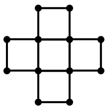


۱۳۸۳- گزینه‌ی ۳ پاره‌خط «الف پ» شعاع هر دو دایره است. پس شعاع دایره‌ها با هم برابرند. پس می‌توان گفت «ب پ» مساوی «الف ب» و «الف ت» مساوی «ت پ» است. در نتیجه طبق پاسخ قبل «ب ت» روی عمودمنصف «الف پ» است و «الف م» برابر نصف «الف پ» می‌شود. چون «الف ب» و «الف پ» هم با هم برابر هستند (شعاع یک دایره‌اند)، «الف م» دقیقاً نصف «الف ب» می‌شود.

۱۳۸۴- گزینه‌ی ۴ مربّع‌هایی به شکل زیر می‌توان رسم کرد:

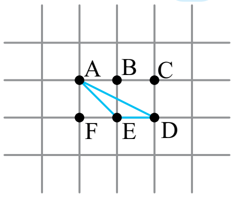

۲: مربّع بزرگ


۴: مربّع متوسط

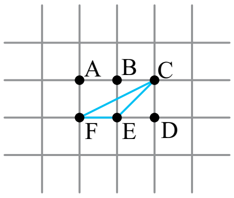

۵: مربّع کوچک

۵+۴+۲=۱۱

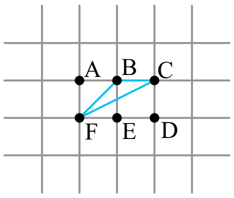
۱۳۸۵- گزینه‌ی ۳ با این نقاط ۱۸ مثلّث می‌توان رسم کرد که ۴ تا از این ۱۸ مثلّث غیرقائم‌الزاویه هستند. این ۴ مثلّث عبارت‌اند از:



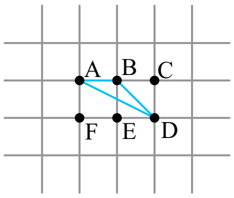
۱) EDA



۲) FEC



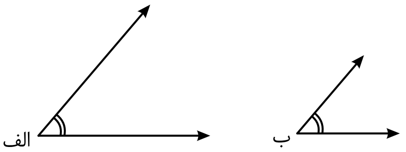
۳) BCF



۴) ABD

۱۳۸۶-گزینه‌ی ۲ دو زاویه زمانی با هم مساوی می‌شوند که اگر آن‌ها را روی هم قرار دهیم، کاملاً هم‌دیگر را بپوشانند.

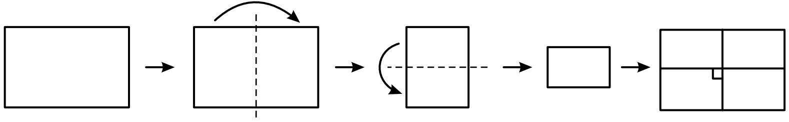
۱۳۸۷-گزینه‌ی ۳ هر زاویه از یک رأس و دو ضلع ساخته شده است. بزرگ کردن طول ضلع‌های یک زاویه تأثیری در اندازه‌ی زاویه ندارد. به دو شکل زیر دقت کنید:



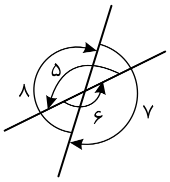
زاویه‌ی «ب» = زاویه‌ی «الف»

۱۳۸۸-گزینه‌ی ۴ طبق تعریف نیمساز می‌دانیم نیمساز، نیم‌خطی است که از رأس زاویه می‌گذرد و زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

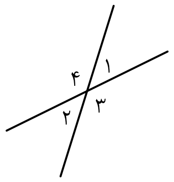
۱۳۸۹-گزینه‌ی ۳ مطابق شکل‌ها زاویه‌ی حاصل راست خواهد بود.



۱۳۹۰-گزینه‌ی ۴ زاویه‌ها را می‌توان به‌صورت زیر شمرد:



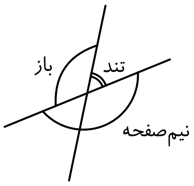
«زاویه‌های نیم‌صفحه»



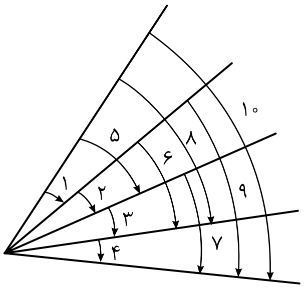
«زاویه‌های باز و تند»

۱۳۹۱-گزینه‌ی ۳ هرگاه دو خط راست یک‌دیگر را قطع کنند، یک جفت زاویه‌ی تند و یک جفت زاویه‌ی باز ساخته می‌شود که زاویه‌های تند با هم و زاویه‌های باز با هم برابر می‌شوند. این زاویه‌ها را متقابل به رأس می‌نامند.

۱۳۹۲-گزینه‌ی ۲ طبق پاسخ سؤال قبل، سه دسته زاویه در این شکل وجود دارد؛ زاویه‌ی تند، زاویه‌ی باز و زاویه‌ی نیم‌صفحه که هیچ‌کدام با هم برابر نیستند.

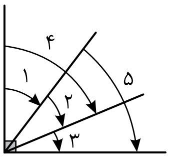


۱۳۹۳-گزینه‌ی ۳ زاویه‌ها را به‌صورت زیر شماره‌گذاری کرده و می‌شماریم:



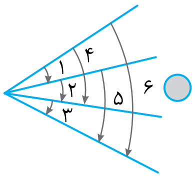
همه‌ی زاویه‌های شمرده شده تند هستند.

۱۳۹۴-گزینه‌ی ۳ زاویه‌ها را به‌صورت زیر می‌شماریم:



زاویه‌ی راست را نمی‌شماریم، چون زاویه‌ی تند باید کوچک‌تر از °۹۰ باشد.

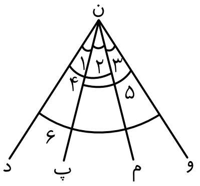
۱۳۹۵-گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل، ● داخل زاویه‌های ۲ ، ۴ ، ۵ و ۶ می‌باشد.



۱۳۹۶-گزینه‌ی ۲ برای این‌که به نقطه‌ی اوّل برسیم باید یک حرکت دایره‌ای داشته باشیم. یک زاویه‌ی تمام صفحه ۳۶۰ درجه است، پس:

۳۶۰÷۴۵=۸

۱۳۹۷- گزینه‌ی ۳ ابتدا با توجّه به مساوی بودن زاویه‌های ۱، ۲ و ۳ زاویه‌ها را مانند شکل علامت‌گذاری می‌کنیم.



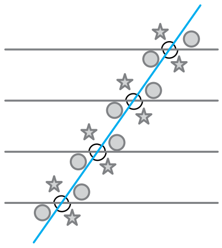
۳̂ = ۲̂ = ۱̂ = دسته‌ی اول
۵̂ = ۴̂ = دسته‌ی دوم ⇐
۶̂ = دسته‌ی سوم

زاویه‌ی (۴) = زاویه‌ی (۲) + زاویه‌ی (۱)
زاویه‌ی (۵) = زاویه‌ی (۳) + زاویه‌ی (۲)
زاویه‌ی (۶) = زاویه‌ی (۳) + زاویه‌ی (۲) + زاویه‌ی (۱)

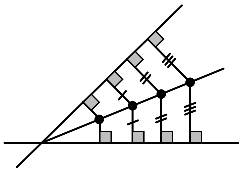
۱۳۹۸- گزینه‌ی ۳ از آن‌جا که در شکل مشخص است، زاویه‌ی (د ن ه) ۹۰ درجه، زاویه‌ی (ج ک و) تند و زاویه‌ی (س وک) باز است. می‌توان نتیجه گرفت که:

$\boxed{\text{ج ک̂ و > د ن̂ ه > س و̂ ک}}$

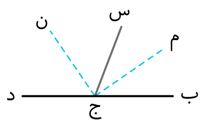
۱۳۹۹- گزینه‌ی ۳ مطابق شکل ۸ زاویه‌ی تند مساوی هم و ۸ زاویه‌ی باز مساوی هم داریم.



۱۴۰۰- گزینه‌ی ۳ فاصله‌ی هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه برابر است. پس مانند شکل بیش از ۲ دو نقطه وجود دارد که فاصله‌اش از دو ضلع زاویه برابر است.

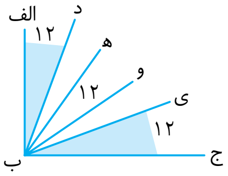


۱۴۰۱- گزینه‌ی ۳ زاویه‌ی «م ج ن» برابر مجموع دو زاویه‌ی «م ج س» و «س ج ن» است.
«ج م» نیمساز زاویه‌ی «ب ج س» است، پس زاویه‌ی «م ج س» نصف زاویه‌ی «ب ج س» است.
«ج ن» هم نیمساز زاویه‌ی «س ج د» است. پس «س ج ن» نصف «س ج د» می‌باشد.
در نتیجه مجموع دو زاویه‌ی «م ج س» و «س ج ن» برابر نصف مجموع دو زاویه‌ی «ب ج س» و «س ج د» (که برابر °۱۸۰ است) می‌شود، یعنی برابر °۹۰.



نکته: اگر نیمسازهای دو زاویه‌ی کنار هم را که دارای یک ضلع و یک رأس مشترک هستند رسم کنیم، زاویه‌ی بین نیمسازها برابر نصف مجموع دو زاویه‌ی اصلی است.

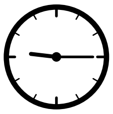
۱۴۰۲- گزینه‌ی ۴ ابتدا مجموع دو زاویه‌ی (الف ب د) و (ج ب ی) را به دست می‌آوریم و از کلّ زاویه کم می‌کنیم:



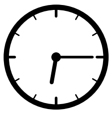
مجموع دو زاویه ۱۲×۲=۲۴
باقی‌مانده ۹۰−۲۴=۶۶
مجموع دو زاویه (د ب ه) و (و ب ی) ۶۶−۱۲=۵۴
۵۴÷۲=۲۷
۲۷+۱۲=۳۹

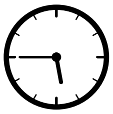
۱۴۰۳- گزینه‌ی ۱ زاویه‌ی بین نیمساز دو زاویه که در یک ضلع و یک رأس مشترک هستند همیشه برابر نصف مجموع دو زاویه است. در نتیجه زاویه‌ی بین نیمسازها برابراست با: $\frac{۹۰}{۲}=۴۵^\circ$

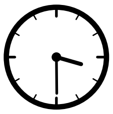
۱۴۰۴- گزینه‌ی ۱ در ساعت ′۹:۱۵، عقربه‌ی ساعت‌شمار کمی از عدد ۹ روی ساعت جلوتر است.

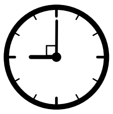


۱۴۰۵- گزینه‌ی ۴ فقط در زمان‌هایی که عقربه‌ی دقیقه‌شمار روی ۱۲ است، عقربه‌ی ساعت‌شمار دقیقاً روی محل ساعت قرار دارد. پس زمان‌های گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) را می‌توان به این صورت رسم کرد:


′۶:۱۵


′۵:۴۵


′۳:۳۰


′۹:۰۰

۱۴۰۶- گزینه‌ی ۳ چون عقربه‌ی دقیقه‌شمار در هر دقیقه ۶ درجه حرکت می‌کند ۵۴۰ درجه را در ۹۰ دقیقه طی خواهد نمود.

×۹۰

دقیقه	۱	$\boxed{۹۰}$
درجه	۶	۵۴۰

×۹۰

۱۴۰۷- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول**: وقتی عقربه‌ی ساعت‌شمار ۱ دور از صفحه‌ی ساعت را می‌چرخد، عقربه‌ی دقیقه‌شمار ۱۲ دور از صفحه‌ی ساعت را می‌چرخد. بنابراین:

ساعت‌شمار	۱	$\boxed{}$
دقیقه‌شمار	۱۲	۲۷۰

$$\boxed{}=\frac{۱\times ۲۷۰}{۱۲}=۲۲/۵ \text{ درجه}$$

راه‌حل دوم: در هر دقیقه عقربه‌ی دقیقه‌شمار ۶ درجه ولی عقربه‌ی ساعت‌شمار ۰/۵ درجه حرکت می‌کند بنابراین:

ساعت‌شمار	۰/۵	$\boxed{}$
دقیقه‌شمار	۶	۲۷۰

$$\boxed{}=\frac{۰/۵\times ۲۷۰}{۶}=۲۲/۵ \text{ درجه}$$

۱۴۰۸- گزینه‌ی ۴ عقربه‌ی دقیقه‌شمار در هر ۱ دقیقه ۶ درجه حرکت می‌کند و عقربه‌ی ساعت‌شمار در هر دقیقه ۰/۵ درجه حرکت می‌کند.

×۷۵

دقیقه	۱	۷۵
درجه	۰/۵	$\boxed{۳۷/۵}$

×۷۵

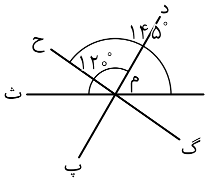
×۷۵

دقیقه	۱	۷۵
درجه	۶	$\boxed{۴۵۰}$

×۷۵

$$\begin{array}{rr} ۹ & ۳۰' \\ -\,۸ & ۱۵' \\ \hline ۱ & ۱۵' \end{array} \qquad ۷۵' \xleftarrow{\text{یعنی}}$$

۱۴۰۹- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول**: از کنار هم قرار گرفتن دو زاویه‌ی «ن م ح» و «ن م گ» یک زاویه‌ی نیم‌صفحه به‌وجود می‌آید. در نتیجه:



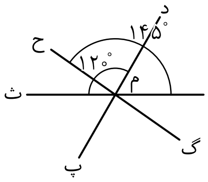
«ن م گ»=۱۸۰°−۱۴۵°=۳۵°

دو زاویه‌ی «ن م گ» و «ح م ث» متقابل به رأس هستند:

$$\widehat{(\text{حمث})}=\widehat{(\text{گمن})}=۳۵^\circ$$

$$\widehat{(\text{دمح})}=۱۲۰^\circ-\widehat{(\text{حمث})}$$

$$\widehat{(\text{دمح})}=\widehat{(\text{گمپ})}=۸۵^\circ$$



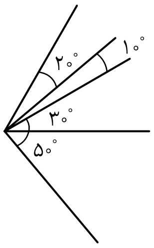
راه‌حل دوم: اگر زاویه‌ی «ن م ث» را نیم‌صفحه در نظر بگیریم، برای زاویه‌های داده شده‌ی «ث م د» و «ح م ن» و مجموع آن‌ها خواهیم داشت:

۱۲۰+۱۴۵=۲۶۵

زاویه‌ی «د م ح» ۲۶۵−۱۸۰=۸۵

چون این زاویه با زاویه‌ی «گ م پ» مساوی (متقابل به رأس) است، پس زاویه‌ی «گ م پ» ۸۵ درجه خواهد بود.

۱۴۱۰- گزینه‌ی ۳



زاویه‌های ۲۰°، ۱۰°، ۳۰° و ۵۰° (۴ زاویه)

زاویه‌های (۳۰°=۲۰+۱۰)، (۴۰°=۱۰+۳۰)، (۸۰°=۵۰+۳۰) (۳ زاویه)

زاویه‌های (۶۰°=۲۰+۱۰+۳۰)، (۹۰°=۱۰+۳۰+۵۰) (۲ زاویه)

زاویه‌ی (۱۱۰°=۲۰+۱۰+۳۰+۵۰) (۱ زاویه)

در کل ۱۰ زاویه داریم که ۲ تا با هم برابر و ۳۰° هستند. پس ۹ زاویه‌ی متفاوت داریم:

کل زاویه‌ها: ۴+۳+۲+۱=۱۰

یک زاویه‌ی تکراری داریم (زاویه‌ی ۳۰° و مجموع ۱۰° و ۲۰°) ۱۰−۱=۹

۱۴۱۱- گزینه‌ی ۴ **راه‌حل اول**: زاویه‌ی بین عقربه‌ها در ساعت ۹:۰۰، دقیقاً °۹۰ است. با استفاده از رابطه‌ی بین عقربه‌های ساعت می‌توان اندازه‌ی زاویه‌ی بین عقربه‌ها را به‌دست آورد:

گزینه‌ی (۲): $\begin{cases} \text{ساعت}\times ۳۰=۱۲\times ۳۰=۳۶۰ \\ \text{دقیقه}\times ۵/۵=۱۵\times ۵/۵=۸۲/۵ \end{cases} \Rightarrow ۳۶۰^\circ-۸۲/۵^\circ=۲۷۷/۵^\circ \Rightarrow \text{زاویه‌ی بین عقربه‌ها}=۳۶۰-۲۷۷/۵=۸۲/۵^\circ$

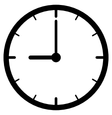
گزینه‌ی (۳): $\begin{cases} \text{ساعت}\times ۳۰=۳\times ۳۰=۹۰ \\ \text{دقیقه}\times ۵/۵=۳۰\times ۵/۵=۱۶۵ \end{cases} \Rightarrow \text{زاویه‌ی بین عقربه‌ها}=(۱۶۵-۹۰)=۷۵^\circ$

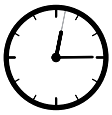
گزینه‌ی (۴): $\begin{cases} \text{ساعت}\times ۳۰=۶\times ۳۰=۱۸۰ \\ \text{دقیقه}\times ۵/۵=۴۵\times ۵/۵=۲۴۷/۵ \end{cases} \Rightarrow \text{زاویه‌ی بین عقربه‌ها}=۲۴۷/۵-۱۸۰=۶۷/۵^\circ$

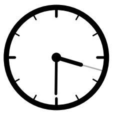
راه‌حل دوم:

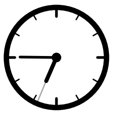
نکته: وقتی عقربه‌ی دقیقه‌شمار $\frac{۱}{۴}$ مسیر خود را طی کرده (یعنی در دقیقه‌ی ۱۵)، عقربه‌ی ساعت‌شمار هم به اندازه‌ی $\frac{۱}{۴}$ کل مسیری که باید طی کند، جلو آمده است.

حالا ساعت‌های گزینه‌ها را رسم می‌کنیم:


۹:۰۰′


۱۲:۱۵′


۳:۳۰′


۶:۴۵′

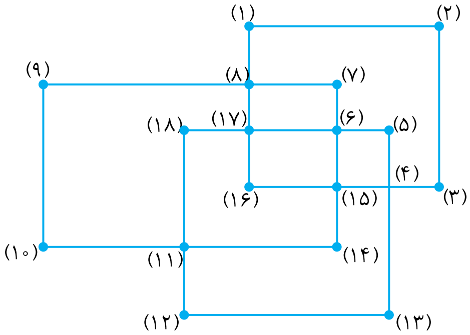
در ساعت ۱۲:۱۵′، عقربه‌ی ساعت‌شمار $\frac{۱}{۴}$ مسیر خود، در ساعت ۳:۳۰′، عقربه‌ی ساعت‌شمار نصف مسیر خود و در ساعت ۶:۴۵′، عقربه‌ی ساعت‌شمار $\frac{۳}{۴}$ مسیر خود را جلو آمده است. پس در ساعت ۶:۴۵′ زاویه‌ی بین عقربه‌ها کوچک‌تر است.

۱۴۱۲- گزینه‌ی ۴ رأس‌های شکل را شماره‌گذاری می‌کنیم.

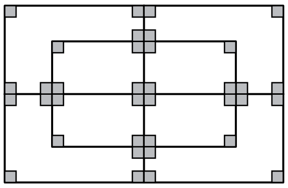
در رأس‌های (۴)، (۶)، (۸)، (۱۱)، (۱۵) و (۱۷)، ۴ زاویه‌ی قائمه داریم.

در رأس‌های (۱)، (۲)، (۳)، (۵)، (۷)، (۹)، (۱۰)، (۱۲)، (۱۳)، (۱۴)، (۱۶) و (۱۸) یک زاویه‌ی قائمه داریم.

تعداد زاویه‌های قائمه $۶\times ۴+۱۲=۳۶$



۱۴۱۳- گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل زیر زاویه‌های ایجاد شده تکی، دوتایی و چهارتایی خواهند بود.



زاویه‌های تکی = ۸ تا

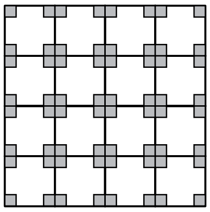
زاویه‌های ۲ تایی = ۴ تا

زاویه‌های ۴ تایی = ۵ تا

سپس تعداد کل زاویه‌های قائمه را به‌صورت زیر حساب می‌کنیم:

$(۸\times ۱)+(۴\times ۲)+(۵\times ۴)=۸+۸+۲۰=۳۶$

۱۴۱۴- گزینه‌ی ۳ در شکل چهار نقطه یک زاویه‌ی راست، دوازده نقطه دو زاویه‌ی راست و نه نقطه چهار زاویه‌ی راست دارند. پس تعداد کل زاویه‌های راست برابر ۶۴ تا است:



$(۴\times ۱)+(۱۲\times ۲)+(۹\times ۴)=۴+۲۴+۳۶=۶۴$

۱۴۱۵- گزینه‌ی **۲** وقتی متمّم زاویه‌ای را از ۹۰ درجه کم کنیم اندازه‌ی خود زاویه به دست می‌آید.

$۹۰-۳۵=۵۵$

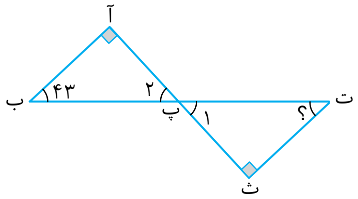
$۵۵\div۲=۲۷/۵$

۱۴۱۶- گزینه‌ی **۲** چون مجموع ۳ زاویه °۱۸۰ است بنابراین:

$(\hat{۱})+(\hat{۲})+(\hat{۳})=۱۸۰^\circ$

از طرفی طبق سؤال $(\hat{۱})+(\hat{۲})=۹۰^\circ$، پس $(\hat{۳})$ برابر است با:

$۹۰^\circ+(\hat{۳})=۱۸۰^\circ\Rightarrow(\hat{۳})=۹۰^\circ$



۱۴۱۷- گزینه‌ی **۲** شکل را نام‌گذاری می‌کنیم:

چون $\hat{۱}$ و $\hat{۲}$ متقابل به رأس هستند با هم برابرند. از طرفی $\hat{ث}$ و $\hat{آ}$ نیز با هم برابرند و هر دو °۹۰ هستند. در نتیجه $\hat{ب}$ و $\hat{ت}$ نیز با هم برابرند. پس $\hat{ت}$ برابر است با °۴۳ . حال متمم آن که همان $\hat{۱}$ است را به دست می‌آوریم.

$۹۰^\circ-۴۳^\circ=۴۷^\circ$

۱۴۱۸- گزینه‌ی **۳** زاویه‌ی بزرگ‌تر را با □ و زاویه‌ی کوچک‌تر را با ○ نمایش می‌دهیم:

○ = زاویه‌ی کوچک‌تر و □ = زاویه‌ی بزرگ‌تر

$\square+\bigcirc=۹۰,\square-\bigcirc=۲۲$

$\square+\bigcirc+(\square-\bigcirc)=۹۰+۲۲$

$۲\square=۱۱۲$

$\square=\frac{۱۱۲}{۲}=۵۶$

بنابراین نیمساز زاویه‌ی بزرگ‌تر $۵۶\div۲=۲۸$ است.

۱۴۱۹- گزینه‌ی **۲** زاویه‌ی اول را ○ و زاویه‌ی دوم را □ در نظر می‌گیریم.

$(۹۰^\circ-\bigcirc)+(۹۰^\circ-\square)=۱۱۰^\circ$

$\Rightarrow۱۸۰^\circ-\bigcirc-\square=۱۱۰^\circ$

حال °۱۸۰ را به دو طرف تساوی اضافه می‌کنیم.

$۱۸۰^\circ+۱۸۰^\circ-\bigcirc-\square=۱۱۰^\circ+۱۸۰^\circ$

$(۱۸۰^\circ-\bigcirc)+(۱۸۰^\circ-\square)=۲۹۰^\circ$

مشاهده می‌کنیم که پرانتزهای اول و دوم به ترتیب مکمل زاویه‌های ○ و □ می‌باشند. در نتیجه مجموع مکمل زاویه‌ها °۲۹۰ است.

۱۴۲۰- گزینه‌ی **۴** با توجه به دانستن مکمل بودن دو زاویه و اختلاف آن‌ها، همچنین متمم‌بودن دو زاویه‌ی دیگر و اختلاف آن‌ها می‌توانیم اندازه‌ی چهار زاویه را به‌دست آوریم.

$$\boxed{\text{عدد بزرگ‌تر}=\frac{\text{اختلاف}+\text{مجموع}}{۲}}$$

$$\boxed{\text{عدد کوچک‌تر}=\frac{\text{اختلاف}-\text{مجموع}}{۲}}$$

$$\frac{۱۸۰-۲۰}{۲}=\frac{۱۶۰}{۲}=۸۰\text{ زاویه‌ی کوچک‌تر دو زاویه‌ی مکمل }\xrightarrow[\text{رسم می‌کنیم}]{\text{نیمساز}}\frac{۸۰}{۲}=۴۰$$

$$\frac{۱۸۰+۲۰}{۲}=\frac{۲۰۰}{۲}=۱۰۰\text{ زاویه‌ی بزرگ‌تر دو زاویه‌ی مکمل }\xrightarrow[\text{رسم می‌کنیم}]{\text{نیمساز}}\frac{۱۰۰}{۲}=۵۰$$

$$\frac{۹۰-۲۲}{۲}=\frac{۶۸}{۲}=۳۴\text{ زاویه‌ی کوچک‌تر دو زاویه‌ی متمم }\xrightarrow[\text{رسم می‌کنیم}]{\text{نیمساز}}\frac{۳۴}{۲}=۱۷$$

$$\frac{۹۰+۲۲}{۲}=\frac{۱۱۲}{۲}=۵۶\text{ زاویه‌ی بزرگ‌تر دو زاویه‌ی متمم }\xrightarrow[\text{رسم می‌کنیم}]{\text{نیمساز}}\frac{۵۶}{۲}=۲۸$$

$۵۰-۱۷=۳۳$

۱۴۲۱- گزینه‌ی ۲ زاویه‌ی بزرگ‌تر را ○ و زاویه‌ی کوچک‌تر را □ در نظر می‌گیریم. چون این دو زاویه متمم هستند داریم: $\bigcirc+\square=۹۰^\circ$

از طرفی طبق صورت سؤال اختلاف دو زاویه ۱۸۰° است، یعنی $\bigcirc-\square=۱۸^\circ$

حال این دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم: $\bigcirc+\square+\bigcirc-\square=۹۰^\circ+۱۸^\circ\Rightarrow ۲\times\bigcirc=۱۰۸^\circ\Rightarrow\bigcirc=۵۴^\circ$

زاویه‌ی بزرگ‌تر ۵۴ درجه است. حال زاویه‌ی کوچک‌تر را به دست می‌آوریم: $\text{زاویه‌ی کوچک‌تر}=۹۰^\circ-۵۴^\circ=۳۶^\circ$

۱۴۲۲- گزینه‌ی ۲ ابتدا اندازه‌ی زاویه را به دست می‌آوریم. فرض می‌کنیم اندازه‌ی زاویه‌ی ○ باشد. متمم آن ۵۰ درجه است پس:

$$۹۰^\circ-\bigcirc=۵۰^\circ\Rightarrow\bigcirc=۹۰^\circ-۵۰^\circ=۴۰^\circ$$

حال مکمل آن را حساب می‌کنیم: $۱۸۰^\circ-۴۰^\circ=۱۴۰^\circ$

۱۴۲۳- گزینه‌ی ۳ ابتدا $۱\frac{۱}{۳}$ مکمّل B را به دست می‌آوریم.

$\text{مکمّل B}\ ۱۸۰-۱۵۷/۵=۲۲/۵^\circ$

$۱\frac{۱}{۳}=\frac{۴}{۳}\quad,\quad\frac{۴}{۳}\times۲۲/۵=\frac{۴\times۲۲/۵}{۳}=۳۰=\text{A متمّم}$

$\text{زاویه‌ی A}\ ۹۰-۳۰=۶۰^\circ$

۱۴۲۴- گزینه‌ی ۴ **راه‌حل اول**: با انتخاب گزینه‌ی (۴) داریم:

$\text{زاویه‌ی مورد نظر}\ ۱۸۰-۹۵=۸۵^\circ$

$\text{متمّم زاویه}\ ۹۰-۸۵=۵^\circ$

$۸۵+۲۵=۱۱۰^\circ\quad,\quad۱۱۰-۵=۱۰۵^\circ$

راه‌حل دوم: اگر زاویه را با ○ نمایش دهیم، متمم زاویه برابر $۹۰^\circ-\bigcirc$ می‌شود. طبق فرض سؤال داریم:

$$\bigcirc+۲۵=۹۰-\bigcirc+۱۰۵$$
$$\bigcirc+\bigcirc=۹۰+۱۰۵-۲۵$$

$$۲\times\bigcirc=۱۷۰\quad\Rightarrow\quad\bigcirc=\frac{۱۷۰^\circ}{۲}=۸۵^\circ\text{اندازه‌ی زاویه}\Rightarrow۱۸۰-۸۵=۹۵^\circ\text{مکمل زاویه}$$

۱۴۲۵- گزینه‌ی ۳ زاویه‌ی بزرگ‌تر را با □ و زاویه‌ی کوچک‌تر را با ○ نمایش می‌دهیم و از عبارت دوم، عبارت اول را کم می‌کنیم.

$$-\left.\begin{array}{l}\square+\bigcirc=۱۸۰\\ \square+۳\bigcirc=۳۲۰\end{array}\right\}\Rightarrow ۲\bigcirc=۳۲۰-۱۸۰$$
$$۲\bigcirc=۱۴۰$$
$$\bigcirc=۱۴۰\div۲$$
$$\bigcirc=۷۰\ \text{زاویه‌ی کوچک}$$

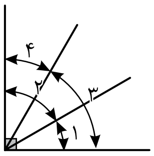
$$۱۸۰-۷۰=\boxed{۱۱۰}\ \text{زاویه‌ی بزرگ}$$

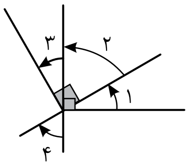
۱۴۲۶- گزینه‌ی ۳ در همه‌ی گزینه‌ها یک جفت زاویه‌ی مکمل و یک جفت زاویه‌ی متمم وجود دارد. اما گزینه‌ی (۳) این چنین نیست.

۱۴۲۷- گزینه‌ی ۲ تفاضل مکمّل و متمّم یک زاویه ۹۰ درجه است. به عنوان مثال:

$$\left.\begin{array}{l}\text{الف})=۱۱۰\\ \text{ب})=۷۰\\ \text{ج})=۲۰\end{array}\right\}\quad\begin{array}{c}\overbrace{۱۱۰+۷۰=۱۸۰}^{\text{مکمّل‌اند}}\\ \underbrace{۷۰+۲۰=۹۰}_{\text{متمّم‌اند}}\end{array}\qquad\text{الف}-\text{ج}=۱۱۰-۲۰=۹۰$$

۱۴۲۸- گزینه‌ی ۲ مجموع دو زاویه‌ی متمم برابر ۹۰° یا یک زاویه‌ی راست است. با توجه به شکل (زاویه‌ی $\hat{۱}$ و زاویه‌ی $\hat{۲}$) و (زاویه‌ی $\hat{۳}$ و زاویه‌ی $\hat{۴}$) متمم هستند.





۱۴۲۹- گزینه‌ی ۴ جفت زاویه‌هایی را پیدا می‌کنیم که مجموعشان ۹۰° یا زاویه‌ی راست باشد.

(زاویه‌ی ۱ و زاویه‌ی ۲) متمم هستند. $\Rightarrow \hat{۱}+\hat{۲}=۹۰^\circ$

(زاویه‌ی ۲ و زاویه‌ی ۳) متمم هستند. $\Rightarrow \hat{۲}+\hat{۳}=۹۰^\circ$

زاویه‌ی ۲ و زاویه‌ی ۴ متقابل به رأس و مساوی هستند. در نتیجه، زاویه‌ی ۱ با زاویه‌ی ۴ و زاویه‌ی ۳ با زاویه‌ی ۴ هم متمم هستند.

۱۴۳۰- گزینه‌ی ۳ با نوشتن جدول تناسب زیر زاویه‌های این مثلّث را به‌دست می‌آوریم:

۴۵	۱	×۴۵
۴۵	۱	×۴۵
۹۰	۲	×۴۵
۱۸۰	۴	×۴۵

بنابراین زاویه‌های مثلّث ۹۰°، ۴۵° و ۴۵° می‌باشد. پس مثلّث قائم‌الزاویه است و چون دو زاویه‌ی برابر دارد، حتماً متساوی‌الساقین هم می‌باشد.

۱۴۳۱- گزینه‌ی ۲ اندازه‌ی یکی از زاویه‌های مثلّث برابر ۶۰° است. پس مجموع دو زاویه‌ی دیگر برابر است با:

$$۱۸۰^\circ-۶۰^\circ=۱۲۰^\circ$$

با نوشتن جدول تناسب مقابل اندازه‌ی دو زاویه را به‌دست می‌آوریم:

۴۸	۲	×۲۴
۷۲	۳	×۲۴
۱۲۰	۵	×۲۴

اختلاف دو زاویه $=۷۲-۴۸=۲۴^\circ$

۱۴۳۲- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول**: زاویه‌ی اول ۷ برابر زاویه‌ی دوم است. پس مجموع آن‌ها ۸ برابر زاویه‌ی دوم است. در نتیجه:

$$\text{زاویه‌ی دوم}=\frac{\text{مجموع دو زاویه}}{۸}=\frac{۱۸۰}{۸}=۲۲/۵^\circ$$

زاویه‌ی اول = زاویه‌ی دوم − مجموع دو زاویه

$$۱۸۰^\circ-۲۲/۵^\circ=۱۵۷/۵^\circ$$

راه‌حل دوم: نسبت زاویه‌ها ۱ به ۷ است پس می‌توانیم جدول تناسب زیر را بنویسیم:

×۲۲/۵

○	۱	زاویه‌ی دوم
□	۷	زاویه‌ی اول
۱۸۰	۸	مجموع

×۲۲/۵

$○=۲۲/۵^\circ$

$□=۷\times۲۲/۵=۱۵۷/۵^\circ$

۱۴۳۳- گزینه‌ی ۳ با توجه به نسبت زاویه‌ها و اختلاف آن‌ها، دو زاویه را به دست می‌آوریم.

۵۰	۵	بزرگ‌تر	×۱۰
۳۰	۳	کوچک‌تر	×۱۰
۲۰	۲	اختلاف	×۱۰

زاویه‌ی بزرگ‌تر ۵۰° است و مکملش برابر است با:

$$۱۸۰^\circ-۵۰^\circ=۱۳۰^\circ$$

نیمساز یک زاویه با نصف آن برابر است. پس نیمساز مکمل زاویه‌ی بزرگ‌تر برابر است با

$$\frac{۱۳۰^\circ}{۲}=۶۵^\circ$$

۱۴۳۴- گزینه‌ی ۴ مجموع زاویه‌های یک مثلّث برابر ۱۸۰° است. درست بودن هر گزینه را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱): درست است. زاویه‌های یک مثلّث می‌توانند ۵۰، ۶۰ و ۷۰ باشند.

گزینه‌ی (۲): درست است. اگر در یک مثلّث دو زاویه‌ی راست وجود داشته باشد، مجموع زاویه‌های مثلّث بیش‌تر از ۱۸۰° می‌شود.

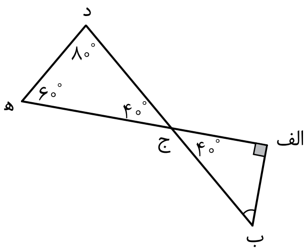
گزینه‌ی (۳): درست است. اگر در یک مثلّث دو زاویه‌ی باز مثل ۹۱° و یک زاویه‌ی ۱° وجود داشته باشد، مجموع زاویه‌ها بیش‌تر از ۱۸۰° می‌شود.

$$۹۱^\circ+۹۱^\circ+۱=۱۸۳^\circ$$

گزینه‌ی (۴): نادرست است. برای مثال زوایای یک مثلّث می‌توانند ۵۰°، ۶۰° و ۷۰° یا ۵۰°، ۵۰° و ۸۰° باشند.

۱۴۳۵- گزینه‌ی ۳ مثلّث متساوی‌الاضلاع نوعی مثلّث متساوی‌الساقین است که هر زاویه‌اش ۶۰° است. پس گزینه‌ی «۳» نادرست است.

۱۴۳۶- گزینه‌ی ۴ ابتدا اندازه‌ی زاویه‌ی «ه ج د» را به‌دست می‌آوریم:

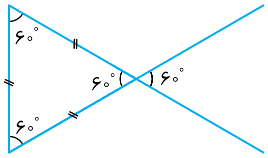


$$۱۸۰-(\overset{۱۴۰}{\cancel{۶۰+۸۰}})=۴۰^\circ$$

چون زاویه‌های «الف ج ب» و «ه ج د» متقابل به رأس هستند، با هم برابر می‌باشند. در مثلّث «الف ج ب» دو زاویه داریم و می‌توانیم زاویه‌ی سوم که «ب» است را به‌دست آوریم:

$$۱۸۰-(\overset{۱۳۰}{\cancel{۴۰+۹۰}})=۵۰^\circ$$

۱۴۳۷- گزینه‌ی ۳ مثلّث سمت چپ یک مثلّث متساوی الاضلاع است، پس اندازه‌ی تمام زاویه‌های آن برابر ۶۰° است. در نتیجه زاویه‌ی مقابل به یکی از رأس‌های این مثلث هم برابر ۶۰° است.



در مثلّث بالایی زاویه‌ی سوم برابر است با:

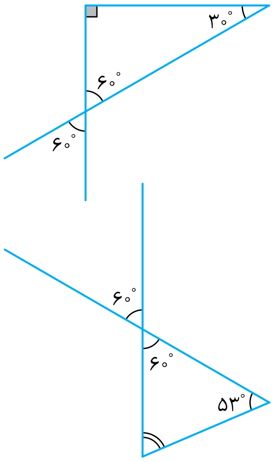
$$۱۸۰^\circ-(۳۰^\circ+۶۰^\circ)=۶۰^\circ$$

پس زاویه‌ی مقابل به زاویه‌ی ۶۰° نیز برابر ۶۰° است. دو زاویه‌ی مثلّث بزرگ‌تر را داریم، پس می‌توان زاویه‌ی سوم را به‌دست آورد:

$$۶۰^\circ+۶۰^\circ+\boxed{}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \boxed{}=۶۰^\circ$$

بنابراین زاویه‌ی دوم مثلّث پایین نیز برابر ۶۰° خواهد بود. (متقابل به رأس) پس زاویه سوم آن برابر است با:

$$۶۰^\circ+۵۳^\circ+\boxed{}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \boxed{}=۱۸۰^\circ-۱۱۳^\circ=۶۷^\circ$$



۱۴۳۸- گزینه‌ی ۴ می‌دانیم که اندازه‌ی هر زاویه‌ی مستطیل ۹۰ درجه است، پس داریم:

$$\underbrace{۵\times\square+۴\times\square}=۹۰$$

$$۹\times\square=۹۰\Rightarrow\square=۹۰\div۹=۱۰$$

حالا اندازه‌ی دو زاویه‌ی نامعلوم بالایی در رأس «م» را حساب می‌کنیم:

$$۴\times\square=۴\times۱۰=۴۰$$

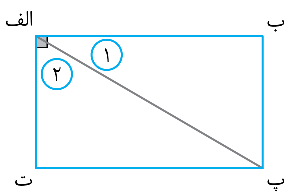
$$۵\times\square=۵\times۱۰=۵۰$$

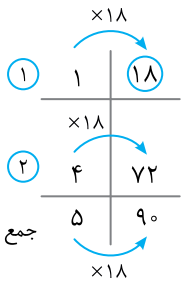
در مثلّث «م ث د» خواهیم داشت:

$$\underset{\downarrow}{۱۸۰}-(\overset{۱۳۰}{\cancel{۹۰+۴۰}})=۵۰$$

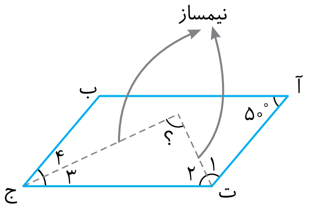
مجموع زاویه‌های داخلی مثلّث

۱۴۳۹- گزینه‌ی ۱ زاویه‌ی (ب الف ت) ۹۰° است. زاویه‌ی (ب الف پ) را با ① و زاویه‌ی (پ الف ت) را با ② نشان می‌دهیم. چون نسبت این دو زاویه و مجموع آن‌ها را می‌دانیم، می‌توانیم زاویه‌ی کوچک‌تر را به دست می‌آوریم:





اندازه‌ی زاویه‌ی کوچک‌تر ۱۸ درجه است.



۱۴۴۰- گزینه‌ی **۴** در متوازی الاضلاع زاویه‌های روبه‌رو با هم برابرند و زاویه‌های مجاور مکمل هم‌اند. پس

زاویه‌ی ت = زاویه‌ی ب $=۱۸۰^\circ-۵۰^\circ=۱۳۰^\circ$

از طرفی زاویه‌های (۱) و (۲) با هم برابرند، بنابراین

$$\hat{۱}=\hat{۲}=\frac{۱۳۰^\circ}{۲}=۶۵^\circ$$

از طرفی:

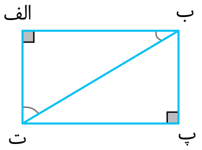
$$\hat{\text{آ}}=\hat{\text{ج}}\Rightarrow\hat{\text{ج}}=۵۰^\circ$$

$$\hat{۳}=\hat{۴}=\frac{۵۰^\circ}{۲}=۲۵^\circ$$

حال زاویه‌ی خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$؟=۱۸۰^\circ-(۶۵^\circ+۲۵^\circ)=۹۰^\circ$$

نکته: در هر متوازی‌الاضلاع از برخورد نیمسازهای دو زاویه‌ی مجاور، زاویه‌ی ۹۰° تشکیل می‌شود.



۱۴۴۱- گزینه‌ی **۱** با رسم قطر مستطیل دو مثلّث قائم‌الزاویه خواهیم داشت. مثلّث «الف ب ت» قائم‌الزاویه است. پس:

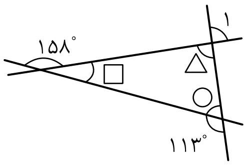
×۱۵

۱۵°	۱	«الف‌ب‌ت»
۷۵°	۵	«الف‌ت‌ب»
۹۰°	۶	

×۱۵

$$\widehat{(\text{الف‌ت‌ب})}+\widehat{(\text{الف‌ب‌ت})}=۹۰^\circ\Rightarrow$$

در هر مستطیل زاویه‌های «الف ب ت» و «ب ت پ» با هم برابرند. در نتیجه $\widehat{(\text{ب‌ت‌پ})}=\widehat{(\text{الف‌ب‌ت})}=۱۵^\circ$

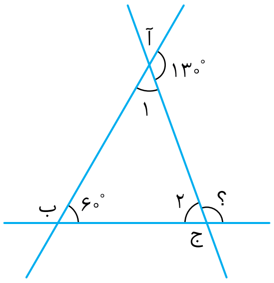


۱۴۴۲- گزینه‌ی **۳** ابتدا باید اندازه‌ی زاویه‌های داخلی مثلّث را به‌دست آوریم. زاویه‌ی △ با زاویه‌ی (۱) متقابل به رأس و با آن مساوی است.

$$\bigcirc\ \text{زاویه‌ی}=۱۸۰-۱۱۳=۶۷^\circ$$

$$\square\ \text{زاویه‌ی}=۱۸۰-۱۵۸=۲۲^\circ$$

$$\triangle\ \text{زاویه‌ی}+\bigcirc\ \text{زاویه‌ی}+\square\ \text{زاویه‌ی}=۱۸۰^\circ\Rightarrow\triangle\ \text{زاویه‌ی}+۸۹^\circ=۱۸۰^\circ\Rightarrow\triangle\ \text{زاویه‌ی}=۱۸۰^\circ-۸۹^\circ=۹۱^\circ$$

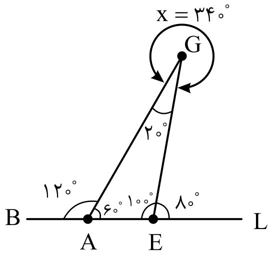


۱۴۴۳- گزینه‌ی **۳** اندازه‌ی زاویه‌ی (۱) را پیدا می‌کنیم:

$$\hat{۱}=۱۸۰^\circ-۱۳۰^\circ=۵۰^\circ$$

$$\hat{۱}+\hat{۲}+۶۰^\circ=۱۸۰^\circ\Rightarrow۵۰^\circ+\hat{۲}+۶۰^\circ=۱۸۰^\circ\Rightarrow\hat{۲}=۷۰^\circ$$

پس زاویه‌ی خواسته شده برابر است با $؟=۱۸۰^\circ-\hat{۲}=۱۸۰^\circ-۷۰^\circ=۱۱۰^\circ$



۱۴۴۴- گزینه‌ی **۱** کافی است زاویه‌ی AGE را به‌دست آوریم تا به وسیله‌ی آن x را محاسبه کنیم. از آن‌جایی که اندازه‌ی زاویه‌ی نیم‌صفحه ۱۸۰ درجه است، داریم:

$$\text{GAE زاویه‌ی}=۱۸۰^\circ-۱۲۰^\circ=۶۰^\circ$$

$$\text{GEA زاویه‌ی}=۱۸۰^\circ-۸۰^\circ=۱۰۰^\circ$$

اندازه‌ی زاویه‌ی AGE $\quad ۱۸۰-(\overset{۱۶۰}{\cancel{۶۰+۱۰۰}})=۲۰^\circ$

$$x=۳۶۰^\circ-۲۰^\circ=۳۴۰^\circ$$

۱۴۴۵- گزینه‌ی **۴** ابتدا تعداد دانش‌آموزانی را که کیک تمشک و یا کیک موزی دوست دارند حساب می‌کنیم:

$$\overset{\text{تعداد کل}}{۳۶}-\underbrace{(۸+۱۲+۶)}=۳۶-۲۶=۱۰$$

دانش‌آموزانی که کیک شکلاتی، سیب و توت‌فرنگی دوست دارند.

۱۰ دانش‌آموز یا کیک تمشک دوست دارند و یا کیک موزی، طبق فرض سؤال نصف این تعداد کیک تمشک دوست دارند:

کسانی که کیک تمشک دوست دارند : $۱۰\div۲=۵$

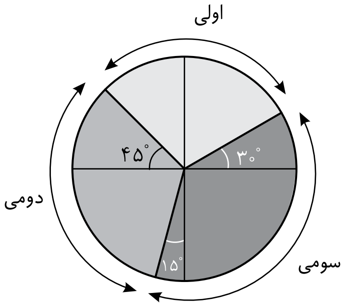
حال زاویه‌ای که این افراد در زاویه‌ی تمام صفحه ایجاد می‌کنند محاسبه می‌کنیم:

×۱۰

کیک تمشک	۵	⑸۰
کل افراد	۳۶	۳۶۰

×۱۰

۱۴۴۶- گزینه‌ی **۱** می‌دانیم که دایره را می‌توان یک زاویه‌ی ۳۶۰ درجه در نظر گرفت. در این صورت زاویه‌های مربوط به هر یک از فرزندان محمد را حساب می‌کنیم و نسبت آن‌ها را تشکیل می‌دهیم و تا جایی که می‌توانیم ساده می‌کنیم:



اولی	۱۰۵÷۱۵	۷
دومی	۱۲۰÷۱۵	۸
سومی	۱۳۵÷۱۵	۹
جمع نسبت‌ها	۳۶۰÷۱۵	۲۴

$$\text{اولی}=۱۸۰-(\overset{۷۵}{\cancel{۳۰+۴۵}})=۱۰۵^\circ$$

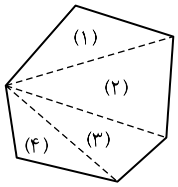
$$\text{دومی}=۴۵+(\overset{۷۵}{\cancel{۹۰-۱۵}})=۱۲۰^\circ$$

$$\text{سومی}=۳۰+۹۰+۱۵=۱۳۵^\circ$$

مجموع سن آن‌ها: $۷+۸+۹=۲۴$

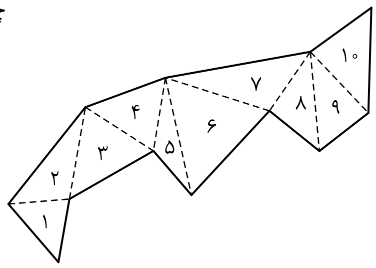
۱۴۴۷- گزینه‌ی **۳** مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلّث برابر ۱۸۰° اســت. هر کدام از دســته زاویه‌های $(\hat{۹},\hat{۲},\hat{۱})$، $(\hat{۸},\hat{۴},\hat{۳})$ و $(\hat{۷},\hat{۶},\hat{۵})$ زاویه‌های یک مثلّث هستند. پس مجموع هر کدام از دسته‌ها برابر ۱۸۰° و مجموع همه‌ی دسته‌ها برابر است با: $۱۸۰^\circ\times۳=۵۴۰^\circ$

۱۴۴۸- گزینه‌ی **۱** مجموع زاویه‌های هر مثلّث برابر ۱۸۰° اســت. بــرای اندازه‌گیری زاویه‌های یــک چندضلعــی از یک رأس دلخواه به تمام رئوس غیرمجــاور وصل می‌کنیم. در این جا ۴ مثلّث ایجاد می‌شــود. مجمــوع زاویه‌هــای ۴ مثلّث برابــر مجموع زاویه‌های شــش‌ضلعی اســت. پس $۷۲۰=۴\times۱۸۰^\circ$ مجموع زوایای شــش‌ضلعی می‌باشــد. به طور کلی برای حســاب کردن مجموع زاویه‌های هر چندضلعی از رابطه‌ی ۱۸۰°×(۲−تعداد ضلع‌ها) استفاده می‌کنیم.

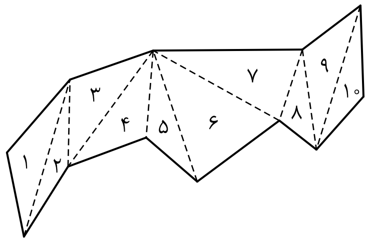


۱۴۴۹- گزینه‌ی **۳**

رأس‌ها را می‌توانیم به‌صورت زیر به هم وصل کنیم:

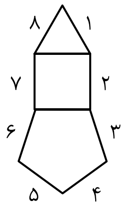


این مثلّث‌ها را به حالت‌های مختلفی می‌توان ســاخت، اما همیشــه تعداد چنین مثلّث‌هایی ۲تا کم‌تر از تعداد ضلع‌های شکل است.



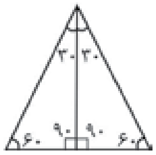
۱۴۵۰- گزینه‌ی **۱** در حالت کلی اگر این ســه شکل را طوری کنار هم قرار دهیم که هر کدام با بعدی یک ضلع مشــترک داشته باشند، یک هشت‌ضلعی ســاخته‌ایم و می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخلی و چندضلعی می‌شود: ۱۸۰°×(۲−تعداد ضلع‌ها)

مجموع زاویه‌های داخلی هر هشت‌ضلعی برابر $۱۰۸۰^\circ=۱۸۰\times(۲-۸)$ است.



۱۴۵۱- گزینه‌ی ۳ از آن‌جایی که اندازه‌ی هر زاویه‌ی مثلّث متساوی‌الاضلاع ۶۰ درجه است و نیمساز زاویه‌ی مثلّث متساوی‌الاضلاع ارتفاع نیز می‌باشد، پس دو مثلّث قائم‌الزاویه پدید می‌آید، و نسبت زوایا ۱ و ۲ و ۳ خواهد بود.

۱	۳۰
۲	۶۰
۳	۹۰



۱۴۵۲- گزینه‌ی ۴ مجموع زاویه‌های داخلی ده‌ضلعی را از فرمول $\boxed{(\text{تعداد اضلاع}-۲)\times۱۸۰^\circ}$ و تعداد قطرهای ده ضلعی را از فرمول $\boxed{\frac{(\text{تعداد اضلاع}-۳)\times\text{تعداد اضلاع}}{۲}}$ به دست می‌آوریم:

تعداد قطرها $\frac{\overset{۷}{\cancel{(۱۰-۳)}}\times\overset{۵}{\cancel{۱۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=۳۵$ ، مجموع زاویه‌ها $\overset{۸}{\cancel{(۱۰-۲)}}\times۱۸۰=۱۴۴۰^\circ$

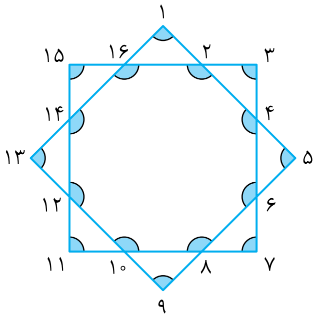
$$\frac{\text{مجموع زاویه‌های داخلی}\times\text{تعداد قطرها}}{\text{تعداد اضلاع}}=\frac{\overset{۱۴۴}{\cancel{۱۴۴۰}}\times۳۵}{\underset{۱}{\cancel{۱۰}}}=۵۰۴۰$$

۱۴۵۳- گزینه‌ی ۱ مجموع زاویه‌های رأس‌های ۴، ۲، ۱۶، ۱۴، ۱۲، ۱۰، ۸ و ۶ برابر با مجموع زوایای داخلی یک هشت ضلعی است.

$$(\text{تعداد اضلاع}-۳)\times۱۸۰=۵\times۱۸۰=۹۰۰^\circ$$

و هر کدام از زاویه‌های ۱، ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۹۰ درجه است. بنابراین مجموع زاویه‌های رنگ‌شده برابر است با

$$۹۰۰+۸\times۹۰=۹۰۰+۷۲۰=۱۶۲۰^\circ$$



۱۴۵۴- گزینه‌ی ۱ با استفاده از فرمول زیر می‌توان اندازه‌ی هر زاویه از ۹ ضلعی منتظم را یافت.

$$\boxed{\frac{(\text{تعداد ضلع}-۲)\times۱۸۰^\circ}{\text{تعداد ضلع}}=\text{اندازه‌ی هر زاویه از چند ضلعی منتظم}}$$

$$\frac{\overset{۷}{\cancel{(۹-۲)}}\times\overset{۲۰}{\cancel{۱۸۰^\circ}}}{\underset{۱}{\cancel{۹}}}=۱۴۰^\circ$$

۱۴۵۵- گزینه‌ی ۲ می‌دانیم اندازه‌ی هر یک از زاویه‌های داخلی یک هشت‌ضلعی منتظم برابر $\frac{\overset{۳}{\cancel{۶}}\cancel{(۸-۲)}\times\overset{۴۵}{\cancel{۱۸۰^\circ}}}{\cancel{۸}\,\underset{۱}{\cancel{۴}}}=۱۳۵^\circ$ است. بنابراین:

×۱۵

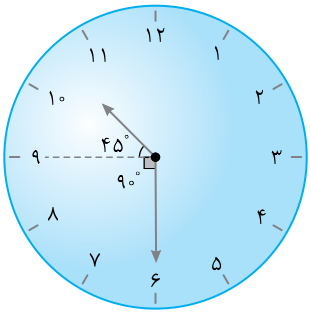
زاویه‌ی کوچک‌تر	۴	$\boxed{۶۰}$
زاویه‌ی بزرگ‌تر	۵	۷۵
مجموع نسبت‌ها	۹	۱۳۵

×۱۵

مکمّل زاویه‌ی کوچک‌تر $۱۸۰-۶۰=۱۲۰^\circ$

۱۴۵۶-گزینه‌ی ۲ چون نیم ساعت از ۱۰ گذشته، عقربه‌ی کوچک وسط ۱۰ و ۱۱ قرار دارد. از ۹ تا ۱۲ ۹۰ درجه است، بنابراین از ۹ تا وسط ۱۰ و ۱۱ برابر ۴۵ درجه است.
از ۶ تا ۹ هم ۹۰ درجه است. بنابراین مجموع این دو زاویه برابر است با

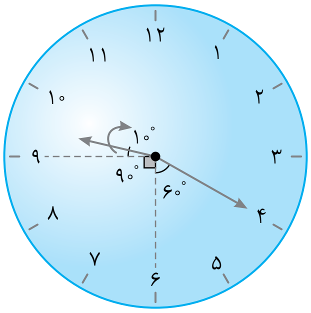
$$۹۰^\circ+۴۵^\circ=۱۳۵^\circ$$



۱۴۵۷-گزینه‌ی ۱ ساعت $۹:۲۰'$ را روی ساعت مقابل نشان داده‌ایم.

از ۴ تا ۶، ۶۰ درجه و از ۶ تا ۹، ۹۰ درجه است.. ۲۰ دقیقه از ۹ گذشته، پس عقربه‌ی کوچک $\frac{۱}{۳}$ مسیر را از ۹ تا ۱۰ طی کرده، یعنی $\frac{۱}{۳}$ زاویه‌ی ۳۰° که برابر ۱۰° است..

$$۶۰^\circ+۹۰^\circ+۱۰^\circ=۱۶۰^\circ$$



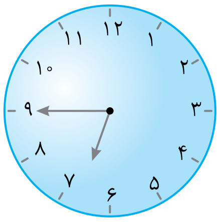
۱۴۵۸-گزینه‌ی ۴ گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

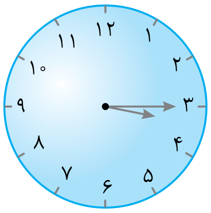
گزینه‌ی (۱): $۶:۴۵'$ به صورت روبه‌رو است. زاویه‌ی بین عقربه‌ها کوچک‌تر از ۹۰ درجه است.

گزینه‌ی (۲): $۳:۱۵'$ به صورت روبه‌رو است. زاویه‌ی بین عقربه‌ها صفر نیست.

گزینه‌ی (۳): در هر ساعت از شبانه‌روز یکبار زاویه‌ی ۱۲۰° ایجاد می‌شود.

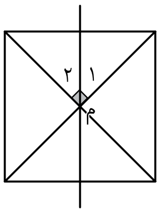
گزینه‌ی (۴): به غیر از ساعت ۶ در همه‌ی ساعت‌ها زاویه‌ی نیم صفحه ایجاد می‌شود.





۱۴۵۹-گزینه‌ی ۱ قطرها و یک خط تقارن مربّع را رسم می‌کنیم. خط تقارن زاویه‌ی بین قطرها را که ۹۰ درجه است نصف می‌کند:

$$\text{زاویه‌ی م}=۹۰^\circ\Rightarrow ۹۰\div ۲=۴۵^\circ\Rightarrow م_۱=م_۲=۴۵^\circ$$



۱۴۶۰-گزینه‌ی ۴ محمد با تا زدن کاغذ، خطوط زیر را ایجاد کرده است. خط‌ها به ترتیب نوبت تا خوردن شماره‌گذاری شده‌اند.
زاویه‌ی بین دو خط اول ۴۰ درجه اســت. چون بین دو قطر دو زاویه وجود دارد و ۴۰° از ۹۰° کم‌تر اســت، ۴۰° زاویه‌ی کوچک‌تر اســت. پس زاویه‌ی بزرگ‌تر برابر است با $۱۸۰^\circ-۴۰^\circ=۱۴۰^\circ$.

حال زاویه‌ی بین هر دو خط را حساب می‌کنیم:

خط‌های (۱) و (۲): ۴۰°

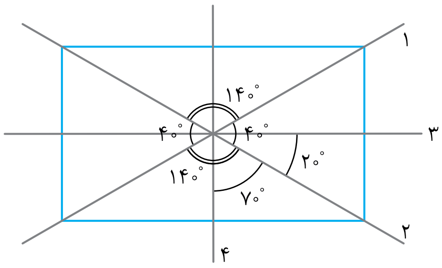
خط‌های (۱) و (۳): ۲۰°

خط‌های (۳) و (۴): ۹۰°

خط‌های (۲) و (۴): ۷۰°

خط‌های (۱) و (۴): $۴۰^\circ+۷۰^\circ=۱۱۰^\circ$

خط‌های (۲) و (۳): $۱۸۰^\circ-۲۰^\circ=۱۶۰^\circ$



تنها زاویه‌ای که وجود ندارد گزینه‌ی (۴) یعنی ۱۳۰° است.

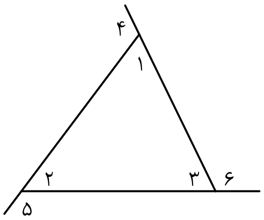
۱۴۶۱- گزینه‌ی ۳ مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلّث برابر ۱۸۰° است، پس:

$$۵۱^\circ+۶۳^\circ+\overset{\frown}{(\text{الف‌پ‌ب})}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{(\text{الف‌پ‌ب})}=۱۸۰^\circ-۱۱۴^\circ=۶۶^\circ$$

دو زاویه‌ی «الف پ ب» و «الف پ م» مکمل یک‌دیگر هستند.

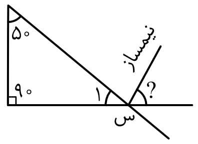
$$\overset{\frown}{(\text{الف‌پ‌ب})}+\overset{\frown}{(\text{الف‌پ‌م})}=۱۸۰^\circ \Rightarrow ۶۶^\circ+\overset{\frown}{(\text{الف‌پ‌م})}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{(\text{الف‌پ‌م})}=۱۸۰^\circ-۶۶^\circ=۱۱۴^\circ$$

نکته: مجموع دو زاویه‌ی داخلی در هر مثلّث برابر اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی غیر مجاور دو زاویه است.



$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{۱}+\hat{۲}=\hat{۶} \\ \hat{۱}+\hat{۳}=\hat{۵} \\ \hat{۲}+\hat{۳}=\hat{۴} \end{cases}$$

۱۴۶۲- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول**: اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی هر مثلّث با مجموع دو زاویه‌ی غیرمجاور داخلی آن مثلّث برابر است. بنابراین:



زاویه‌ی خارجی مثلّث (زاویه‌ی خارجی س) $۵۰+۹۰=۱۴۰$

زاویه‌ی خواسته‌شده $۱۴۰\div۲=۷۰$

راه‌حل دوم:

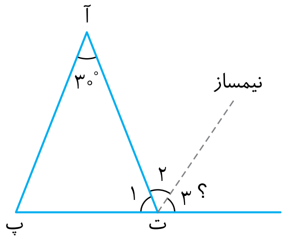
$۹۰+۵۰=۱۴۰$

زاویه‌ی $\text{س}_۱$ $۱۸۰-۱۴۰=۴۰$

مکمل زاویه‌ی $\text{س}_۱$ (زاویه‌ی خارجی $\text{س}_۱$) $۱۸۰-۴۰=۱۴۰$

نیمساز زاویه‌ی خارجی مثلّث $۱۴۰\div۲=۷۰$

۱۴۶۳- گزینه‌ی ۱ شکل را نام‌گذاری می‌کنیم. ابتدا $\hat{۱}$ و $\hat{\text{پ}}$ را به دست می‌آوریم:



$$\hat{\text{پ}}+\hat{۱}=۱۸۰^\circ-\hat{\text{آ}}=۱۸۰^\circ-۳۰^\circ=۱۵۰^\circ$$

چون $\hat{۱}$ با $\hat{\text{پ}}$ برابر است (مثلّث متساوی‌الساقین است) $\hat{۱}$ برابر است با:

$$\hat{۱}=\frac{۱۵۰^\circ}{۲}=۷۵^\circ$$

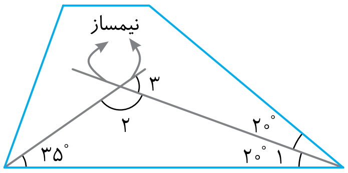
حال مجموع $\hat{۲}$ و $\hat{۳}$ برابر است با:

$$\hat{۲}+\hat{۳}=۱۸۰^\circ-\hat{۱}=۱۸۰^\circ-۷۵^\circ=۱۰۵^\circ$$

$\hat{۳}$ و $\hat{۲}$ با هم برابرند پس $\hat{۳}$ برابر است با:

$$\hat{۳}=\frac{۱۰۵^\circ}{۲}=۵۲/۵^\circ$$

۱۴۶۴- گزینه‌ی ۴ چون دو خط نیمسازند پس زاویه‌ی ۱ نیز برابر ۲۰° است. از طرفی مجموع زاوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰° است، پس زاویه‌ی ۲ برابر است با:



$$۳۵^\circ+۲۰^\circ+\hat{۲}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{۲}=۱۸۰^\circ-۵۵^\circ=۱۲۵^\circ$$

و زاویه‌ی ۳ برابر است با:

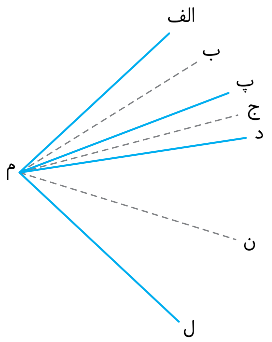
$$\hat{۳}=۱۸۰^\circ-۱۲۵^\circ=۵۵^\circ$$

۱۴۶۵- گزینه‌ی **۴** دو برابر زاویه‌ی (ب م ج) برابر زاویه‌ی (الف م د) است. پس ۳۴° = (الف م د) دو برابر زاویه‌ی (ج م ن) برابر زاویه‌ی (پ م ل) است. پس ۶۴° = (پ م ل).

همچنین (پ م د) - (الف م د) + (پ م ل) = (الف م ل)، پس

۸۶° =۶۴° +۳۴° - (پ م د) ⇒ (پ م د) =۱۲°

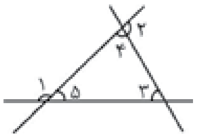
مجموع رقم‌های اندازه‌ی زاویه‌ی (پ م د) برابر ۳ است.



۱۴۶۶- گزینه‌ی **۳** ابتدا زاویه‌های (۴) و (۵) را نام‌گذاری می‌کنیم. زاویه‌ی خارجی هر مثلّث با مجموع دو زاویه‌ی غیر مجاور داخلی برابر است. پس:

$$\left.\begin{aligned}\hat{۲}=\hat{۵}+\hat{۳}\\ \hat{۱}=\hat{۴}+\hat{۳}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \underset{\downarrow}{\hat{۲}} + \underset{\downarrow}{\hat{۱}} - \hat{۳}=$$

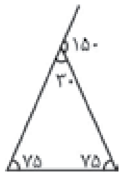
$$\left[(\hat{۵}+\hat{۳})+(\hat{۴}+\hat{۳})\right]-\hat{۳}=\hat{۵}+\hat{۳}+\hat{۴}=۱۸۰^\circ$$ مجموع زاویه‌های داخلی مثلّث



۱۴۶۷- گزینه‌ی **۳** با توجّه به شکل، مثلّث متساوی‌الساقین است.

اندازه‌ی یکی از زاویه‌های غیرمجاور داخلی ۷۵=۲÷۱۵۰

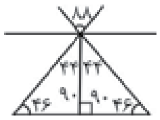
اندازه‌ی زاویه‌ی غیرمجاور داخلی دیگر ۷۵=۷۵−۱۵۰



۱۴۶۸- گزینه‌ی **۲** با توجّه به شکل، مثلّث متساوی‌الساقین است و دو زاویه‌ی پای ساق مساوی‌اند بنابراین:

۴۶×۲=۹۲

زاویه‌ی متقابل به رأس زاویه‌ی مجهول ۸۸=۹۲−۱۸۰



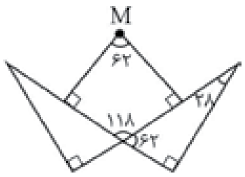
۱۴۶۹- گزینه‌ی **۱** از آن‌جایی که مجموع دو زاویه‌ی تند در مثلّث قائم‌الزاویه ۹۰ درجه است داریم:

زاویه‌ی تند دیگر مثلّث ۶۲° =۲۸° −۹۰°

مکمّل زاویه‌ی ۶۲° ۱۱۸=۶۲−۱۸۰

مجموع سه زاویه‌ی چهارضلعی ۲۹۸=۱۱۸+(۹۰×۲)

اندازه‌ی زاویه‌ی M ۶۲=۲۹۸−۳۶۰

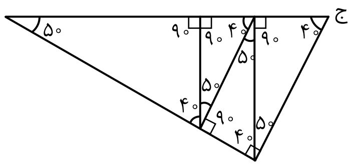


۱۴۷۰- گزینه‌ی **۳** **راه‌حل اول**: با توجه به این که مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلّث ۱۸۰ درجه است می‌توان تمام زاویه‌های داخلی شکل را به دست آورد.

۱۳۰=۹۰+۴۰

۵۰=۱۳۰−۱۸۰

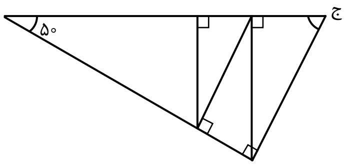
متمم زاویه‌ی ج ۵۰=۴۰−۹۰



راه‌حل دوم: در مثلّث بزرگ یک زاویه‌ی ۵۰ و یک زاویه‌ی ۹۰درجه وجود دارد بنابراین:

زاویه‌ی ج $۱۸۰-(\overset{۱۴۰}{\cancel{۹۰+۵۰}})=۴۰$

متمم زاویه‌ی ج ۵۰=۴۰−۹۰

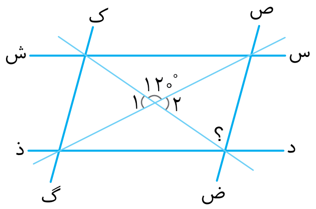


۱۴۷۱- گزینه‌ی **۳** با توجّه به این‌که زاویه‌ی (۱) و (۲) متقابل به رأس هستند و هر کدام مکمّل زاویه‌ی ۱۲۰ درجه می‌باشند داریم:

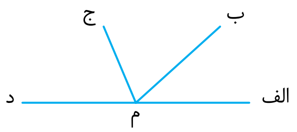
$۱۸۰-۱۲۰=۶۰^\circ=\hat{۱}=\hat{۲}$

نصف مجموع زاویه‌های (۱) و (۲) $\frac{۶۰+۶۰}{۲}=\frac{۱۲۰}{۲}=۶۰^\circ$

۶۰+۴=۶۴



۱۴۷۲- گزینه‌ی ۲ زاویه‌ی (الف م ج)، ۱۱۳ درجه است. یعنی:



$(\text{الف}\ \hat{\text{م}}\ \text{ب})+(\text{ب}\ \hat{\text{م}}\ \text{ج})=۱۱۳^\circ$

زاویه‌ی (ب م د) ۱۳۸ درجه است. یعنی:

$(\text{ج}\ \hat{\text{م}}\ \text{د})+(\text{ب}\ \hat{\text{م}}\ \text{ج})=۱۳۸^\circ$

حال دو تساوی به‌دست آمده را با هم جمع می‌کنیم:

$(\text{ب}\ \hat{\text{م}}\ \text{ج})+(\text{الف}\ \hat{\text{م}}\ \text{ب})+(\text{ج}\ \hat{\text{م}}\ \text{د})+(\text{ب}\ \hat{\text{م}}\ \text{ج})=۱۱۳^\circ+۱۳۸^\circ$

$(\text{ب}\ \hat{\text{م}}\ \text{ج})+(\underbrace{(\text{الف}\ \hat{\text{م}}\ \text{ب})+(\text{ب}\ \hat{\text{م}}\ \text{ج})+(\text{ج}\ \hat{\text{م}}\ \text{د})}_{\text{برابر با زاویه‌ی نیم صفحه هستند}})=۲۵۱^\circ$

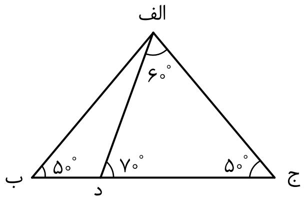
$(\text{ب}\ \hat{\text{م}}\ \text{ج})+۱۸۰^\circ=۲۵۱^\circ \Rightarrow \text{ب}\ \hat{\text{م}}\ \text{ج}=۷۱^\circ$

۱۴۷۳- گزینه‌ی ۲ مثلّث PQR متساوی‌الساقین است، پس $P\hat{Q}R$ و $P\hat{R}Q$ برابرند. جمع این دو زاویه برابر است با: ۱۸۰−۴۰=۱۴۰

$P\hat{R}Q=P\hat{Q}R=\frac{۱۴۰}{۲}=۷۰$

زاویه‌ی (؟) با $P\hat{R}Q$ متقابل به رأس و برابر است، در نتیجه مقدار آن نیز °۷۰ می‌باشد.

۱۴۷۴- گزینه‌ی ۱ چون اندازه‌ی ضلع «الف ج» و «الف ب» برابر اســت، مثلّث متساوی‌الســاقین بوده و اندازه‌ی زاویه‌ی «ب» و «ج» مساوی است.

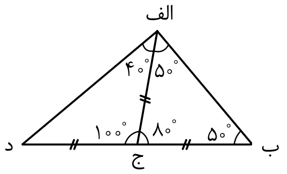


$\hat{\text{ج}}=\hat{\text{ب}}=۵۰^\circ$

پس:

اندازه‌ی زاویه‌ی $\hat{\text{د}}$ $۱۸۰-(\overset{۱۱۰}{\cancel{۵۰+۶۰}})=۷۰^\circ$

۱۴۷۵- گزینه‌ی ۲ چون دو ضلع «الف ج» و «ج ب» با هم مساوی‌اند، مثلّث «الف ج ب» متساوی‌الساقین می‌باشد. بنابراین هر زاویه‌ی دیگر آن ۵۰ درجه است.



۱۸۰−۸۰=۱۰۰°

۱۰۰÷۲=۵۰°

اندازه‌ی زاویه‌ی «الف ج د» ۱۸۰−۸۰=۱۰۰°

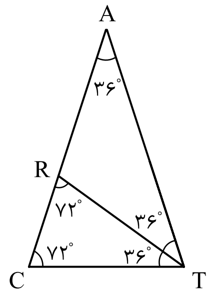
چون ضلع «الف ج» و «ج د» با هم مساوی‌اند، مثلّث «الف ج د» متساوی‌الساقین است.

۱۸۰−۱۰۰=۸۰°

اندازه‌ی زاویه‌ی «ج الف د» ۸۰÷۲=۴۰°

اندازه‌ی زاویه‌ی «ب الف د» ۴۰+۵۰=۹۰°

۱۴۷۶- گزینه‌ی ۳ چون زاویه‌ی A ، ۳۶ درجه است، جمع زاویه‌های ATC و ACT برابر است با:



۱۸۰−۳۶=۱۴۴°

و هر کدام از زوایای ATC و ACT برابر است با:

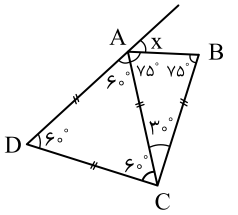
$\frac{۱۴۴}{۲}=۷۲^\circ$

و چون TR نیمساز زاویه‌ی ATC است، زاویه‌ی RTC برابر است با:

$\frac{۷۲}{۲}=۳۶^\circ$

اندازه‌ی زاویه‌ی R $=۱۸۰-(\overset{۱۰۸}{\cancel{۷۲+۳۶}})=۷۲^\circ$

۱۴۷۷- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ چون ســه ضلع مثلّث ADC با هم برابر اســت، این مثلّث متساوی‌الاضلاع است و هر زاویه‌اش ۶۰° است. چون مثلّث ABC متساوی‌الساقین است، زاویه‌های CAB و CBA با هم برابر است و هر کدام ۷۵ درجه می‌باشد.

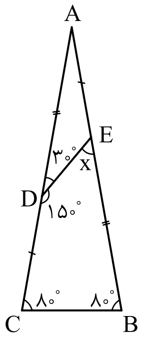


$۱۸۰-۳۰=۱۵۰^\circ$

$۱۵۰\div۲=۷۵^\circ$

اندازه‌ی زاویه‌ی x $\quad ۱۸۰-(۶۰+۷۵)=۱۸۰-۱۳۵=۴۵^\circ$

۱۴۷۸- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ چون AE = DC و EB = AD می‌توان نتیجه گرفت که AB = AC. یعنی مثلّث ABC متساوی‌الساقین است و زاویه‌ی EBC با BCD برابر است و هر کدام ۸۰° می‌باشند.

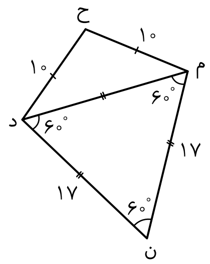


زاویه‌ی EDC $\quad ۱۸۰-۳۰=۱۵۰^\circ$

چون در چهارضلعی DEBC سه زاویه را داریم، می‌توانیم زاویه‌ی چهارم را که x است به‌دست آوریم:

$$۳۶۰-(\overset{۳۱۰}{\cancel{۸۰+۸۰+۱۵۰}})=۵۰$$

۱۴۷۹- گزینه‌ی $\boxed{۴}$ می‌دانیــم مثلّثــی کــه دو ضلع مســاوی دارد، متساوی‌الســاقین اســت. وقتــی مثلّث متساوی‌الســاقین باشــد، دو زاویه‌ی مجاور به دو ســاق آن با هم مســاوی‌اند. یعنی در مثلّث «د م ن» چون $۱۸۰-۶۰=۱۲۰^\circ$، مجموع دو زاویه‌ی «م» و «د» می‌شــود ۱۲۰ درجه. پس هر یک ۶۰ درجه هســتند، یعنی مثلّث «د م ن» متســاوی‌الاضلاع اســت و طول هر سه ضلع آن با هم مساوی‌اند بنابراین ضلع «م د» هم ۱۷ سانتی‌متر است.



زاویه‌های «م» و «د» باهم برابرند: «ن د» = «ن م»

یعنی: $۱۸۰-۶۰=۱۲۰$

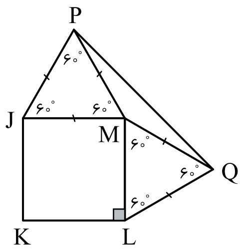
اندازه‌ی زاویه‌ی «م» و «د» : $۱۲۰\div۲=۶۰$

پس مثلّث «ن م د» متساوی‌الاضلاع است، یعنی «م د = ۱۷» است.

۱۴۸۰- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ چون MQL متســاوی‌الاضلاع اســت، اندازه‌ی زوایای آن ۶۰ درجــه و ضلع‌های آن مساوی‌اند. $(MQ=ML=LQ)$

همچنین PJM متساوی‌الاضلاع است و ضلع‌های مساوی دارد. $(JP=JM=PM)$

از آن‌جایی که اضلاع مربّع مســاوی‌اند (یعنی $JM=ML$)، می‌توان نتیجه گرفت که اضلاع مشخص شده روی شکل مساوی‌اند.



$$PJ=JM=PM=ML=LQ=MQ$$

زاویه‌ی JML ۹۰ درجه اســت و زاویه‌های LMQ و JMP ۶۰ درجه هســتند، در نتیجه می‌توانیم زاویه‌ی PMQ را به‌دست آوریم:

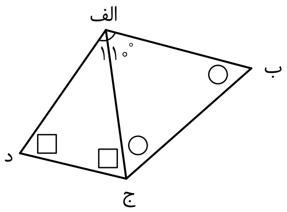
اندازه‌ی PMQ $\quad ۳۶۰-(\overset{۲۱۰}{\cancel{۹۰+۶۰+۶۰}})=۱۵۰^\circ$

چون MQ با MP برابر است، مثلّث PMQ متساوی‌الساقین است:

اندازه‌ی زاویه‌ی PQM $\quad \frac{۱۸۰-۱۵۰}{۲}=\frac{۳۰}{۲}=۱۵^\circ$

۱۴۸۱- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ چون «الف ب» مساوی «الف ج» است، نتیجه می‌گیریم که: $\bigcirc=\overset{\frown}{\text{الفجب}}=\overset{\frown}{\text{الفبج}}$

و چون «الف ج» مساوی «الف د» است نتیجه می‌گیریم که: $\square=\overset{\frown}{\text{الفجد}}=\overset{\frown}{\text{الفدج}}$

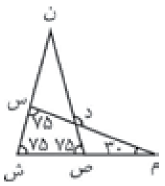


مجموع زوایای داخلی چهارضلعی ۳۶۰ درجه است:

$$۱۱۰+(\bigcirc+\bigcirc)+(\square+\square)=۳۶۰\Rightarrow ۲\bigcirc+۲\square=۳۶۰-۱۱۰\Rightarrow ۲\bigcirc+۲\square=۲۵۰$$

$$۲(\bigcirc+\square)=۲۵۰\Rightarrow \bigcirc+\square=\frac{۲۵۰}{۲}\Rightarrow \bigcirc+\square=۱۲۵^\circ$$

۱۴۸۲- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ مثلّث (س م ش) متساوی‌الساقین است. پس اندازه‌ی زاویه‌های پای ساق آن ۷۵ درجه است.

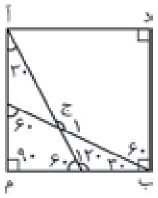


زاویه‌ی (م س ش) و زاویه‌ی (م ش س) $۱۵۰\div ۲=۷۵^\circ$ $\quad$ $۱۸۰-۳۰=۱۵۰^\circ$

مثلّث (ص ن ش) متساوی‌الساقین است. پس: $\hat{\text{ص}}=۷۵$

بنابراین در چهارضلعی (س ش ص د) داریم: $۳\times ۷۵=۲۲۵\Rightarrow \text{د}=۳۶۰-۲۲۵=۱۳۵^\circ$

۱۴۸۳- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ با توجّه به این‌که مجموع دو زاویه‌ی تند در مثلّث قائم‌الزاویه ۹۰ درجه است داریم:



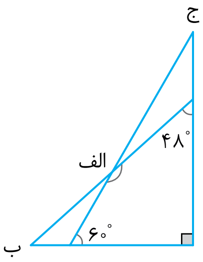
زاویه‌ی سوم از هر مثلّث قائم‌الزاویه $۹۰-۳۰=۶۰^\circ$

$۱۸۰-۶۰=۱۲۰^\circ$

مکمّل زاویه‌ی $(\text{ج}_۱)$ $۱۸۰-(۱۲۰+۳۰)=۳۰^\circ$

زاویه‌ی $(\text{ج}_۱)$ $۱۸۰-۳۰=۱۵۰^\circ$

۱۴۸۴- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ از آن‌جایی که مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی‌ها ۳۶۰ درجه می‌باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی «الف» ۱۶۲ درجه است. حال داریم:



زاویه‌ی «ب» $۱۸۰^\circ-(\overset{۱۳۸}{\cancel{۴۸+۹۰}})=۴۲^\circ$

زاویه‌ی «ج» $۱۸۰^\circ-(\overset{۱۵۰}{\cancel{۶۰+۹۰}})=۳۰^\circ$

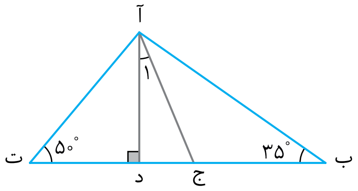
مجموع زاویه‌های «ب» و «ج» $۴۲+۳۰=۷۲^\circ$

$$\underset{\div ۱۸}{\overset{\div ۱۸}{\frac{۱۶۲}{۷۲}=\frac{۹}{۴}}}$$

زاویه‌ی (الف)

مجموع زاویه‌های (ب) و (ج)

۱۴۸۵- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ چون در مثلّث «آ ب د» اندازه‌ی دو زاویه را داریم، زاویه‌ی « ب آ د » را می‌توانیم حساب کنیم.



$$\widehat{\text{ب آ د}}=۱۸۰^\circ-(\hat{\text{ب}}+\hat{\text{د}})=۱۸۰^\circ-(۹۰^\circ+۳۵^\circ)=۵۵^\circ$$

حال چون در مثلّث «آ ب ت» دو زاویه را داریم، می‌توانیم زاویه‌ی « ب آ ت » را حساب می‌کنیم:

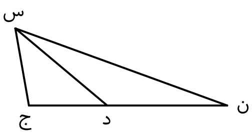
$$\widehat{\text{ب آ ت}}=۱۸۰^\circ-(۵۰^\circ+۳۵^\circ)=۹۵^\circ$$

$$\widehat{\text{ب آ ج}}=\frac{\widehat{\text{ب آ ت}}}{۲}=\frac{۹۵^\circ}{۲}=۴۷/۵^\circ$$

«آ ج» نیمساز است، بنابراین

$$\hat{۱}=\widehat{\text{ب آ د}}-\widehat{\text{ب آ ج}}=۵۵^\circ-۴۷/۵^\circ=۷/۵^\circ$$

۱۴۸۶- گزینه‌ی $\boxed{۴}$ در مثلّث «د ن س»، ضلع‌های «ن د» و «د س» با هم برابرند، پس دو زاویه‌ی «ن» و «ن س د» با هم برابرند. در نتیجه:



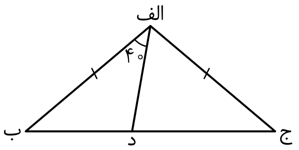
$$(\widehat{\text{س د ج}})=(\hat{\text{ن}})+(\widehat{\text{ن س د}})$$

$$(\widehat{\text{س د ج}})=۲۰+۲۰=۴۰^\circ$$

مثلّث «س ج د» هم متساوی‌الساقین است («د ج» = «س ج»)، پس:

$$(\widehat{\text{د س ج}})=(\widehat{\text{س د ج}})=۴۰^\circ$$

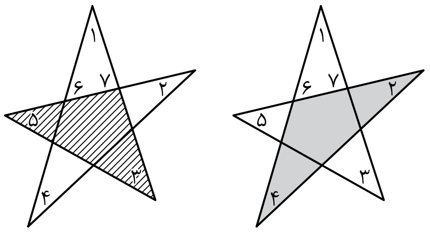
$$(\hat{\text{ج}})=۱۸۰^\circ-(\widehat{\text{د س ج}})-(\widehat{\text{س د ج}})=۱۸۰^\circ-۴۰^\circ-۴۰^\circ=۱۰۰^\circ$$



۱۴۸۷- گزینه‌ی ۳ ضلـع «الــف ب» با ضلع «الف ج» برابر اســت. پس زاویه‌ی «الــف ج د» و زاویه‌ی «الف ب د» برابر هســتند. زاویه‌ی «الف د ج» زاویه‌ی خارجی مثلّث «الف ب د» اســت. پس مجموع دو زاویه‌ی «الف ب د» و «د الف ب» برابر زاویه‌ی «ج د الف» است:

$$\widehat{(\text{ج د الف})}=\overset{۴۰^\circ}{\cancel{\widehat{(\text{د الف ب})}}}+\widehat{(\text{الف ب د})}$$

پــس اختــلاف دو زاویــه‌ی «ج د الف» و «الف ب د» برابر ۴۰° اســت. چون دو زاویــه‌ی «الف ب د» و «الف ج د» نیز با هم برابرند، پس اختلاف «ج د الف» و «الف ج د» هم برابر ۴۰° است.



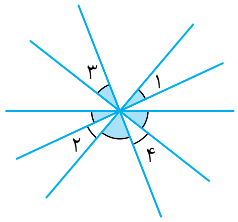
۱۴۸۸- گزینه‌ی ۲ به دو ستاره‌ی کشیده شده دقت کنید:

زاویه‌ی $\hat{۷}$، زاویه‌ی خارجی مثلّث هاشورخورده است. پس: $\hat{۷}=\hat{۳}+\hat{۵}$

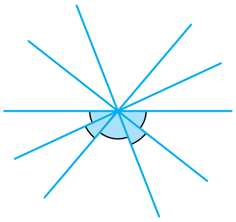
زاویه‌ی $\hat{۶}$، زاویه‌ی خارجی مثلّث سایه‌زده شده است. $\hat{۶}=\hat{۲}+\hat{۴}$

می‌دانیم مجموع زاویه‌های هر مثلّث برابر ۱۸۰° است، پس:

$$\hat{۱}+\hat{۶}+\hat{۷}=۱۸۰^\circ\Rightarrow\hat{۱}+(\hat{۲}+\hat{۴})+(\hat{۳}+\hat{۵})=۱۸۰^\circ\Rightarrow\hat{۱}+\hat{۲}+\hat{۳}+\hat{۴}+\hat{۵}=۱۸۰^\circ$$



شکل (۱)



شکل (۲)

۱۴۸۹- گزینه‌ی ۱ بر اســاس شکل روبه‌رو زاویه‌های (۱) و (۲) و همین‌طور زاویه‌های (۳) و (۴) متقابل به رأس‌اند. پس با هم برابرند. بنابراین اگر به جای زاویه‌های (۱) و (۳) زاویه‌های (۲) و (۴) را رنگ کنیم، به شکل (۲) می‌رسیم. پس مجموع زاویه‌های رنگ شده ۱۸۰° است.

۱۴۹۰- گزینه‌ی ۳ با توجه به شکل مجموع تمام زاویه‌ها ۳۶۰° است یعنی مجموع ☆ × ۵ و ○ × ۵ برابر ۳۶۰° است.

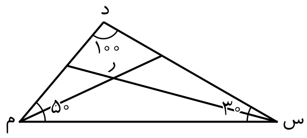
$$۵\times\star+۵\times\bigcirc=۳۶۰^\circ$$

طرفین این تساوی را بر ۵ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{۵\times\star}{۵}+\frac{۵\times\bigcirc}{۵}=\frac{۳۶۰^\circ}{۵}\Rightarrow\star+\bigcirc=۷۲^\circ$$

اندازه زاویه‌ی «الف م ث» برابر با ○×۲ + ☆×۲ است. پس برابر است با:

$$۲\times(\star+\bigcirc)=۲\times۷۲^\circ=۱۴۴^\circ$$



۱۴۹۱- گزینه‌ی ۴ نیمســازهای دو زاویه‌ی «د س م» و «د م س» را رســم می‌کنیم. پس زاویه‌ی «ر س م» برابر نصف «د س م» و زاویه‌ی «ر م س» نیز نصف «د م س» است. در نتیجه:

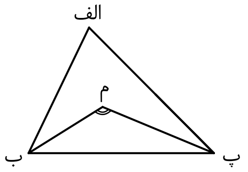
$$\widehat{(\text{ر س م})}=۳۰\div۲=۱۵^\circ$$

$$\widehat{(\text{ر م س})}=۵۰\div۲=۲۵^\circ$$

زاویه‌های «ر س م»، «ر م س» و «س ر م» زاویه‌های یک مثلّث بوده و مجموعشان برابر ۱۸۰° است. در نتیجه:

$$\widehat{(\text{س ر م})}=۱۸۰^\circ-\widehat{(\text{ر س م})}-\widehat{(\text{ر م س})}$$

$$\widehat{(\text{س ر م})}=۱۸۰^\circ-۱۵^\circ-۲۵^\circ=۱۴۰^\circ$$



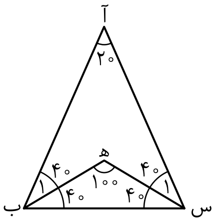
نکته: اگر نیمساز دو زاویه‌ی داخلی یک مثلّث یک‌دیگر را قطع کنند، اندازه‌ی زاویه‌ی ساخته شده برابر «نصف زاویه‌ی سوم + ۹۰°» است.

$$\widehat{(\text{بمپ})}=۹۰^\circ+\frac{\widehat{(\text{بالفپ})}}{۲}$$

۱۴۹۲- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ چون «د م» و «ب م» نیمساز هستند، طبق نکته‌ی سؤال قبل، اندازه‌ی زاویه‌ی «ب م د» را به‌دست می‌آوریم:

$$\widehat{(\text{بمد})}=۹۰^\circ+\frac{\widehat{(\text{درب})}}{۲} \quad , \quad \widehat{(\text{بمد})}=۹۰^\circ+\frac{۴۰^\circ}{۲}=۹۰^\circ+۲۰^\circ=۱۱۰^\circ$$

$$\widehat{(\text{سمد})}=۱۸۰^\circ-\widehat{(\text{دمب})} \quad , \quad \widehat{(\text{سمد})}=۱۸۰^\circ-۱۱۰^\circ=۷۰^\circ$$



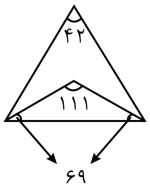
۱۴۹۳- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ با توجه به این‌که دو زاویه‌ی $(\text{ب}_۱)$ و $(\text{س}_۱)$ با هم مساوی‌اند و (هـ س) و (ه ب) نیمسازند، پس باقی‌مانده‌ی این زاویه‌ها نیز مساوی‌اند. بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l}\text{س}=۴۰\times۲=۸۰\\ \text{ب}=۴۰\times۲=۸۰\end{array}\right\} \Rightarrow ۸۰+۸۰=۱۶۰^\circ$$ مجموع دو زاویه‌ی ساق مثلّث بزرگ

زاویه‌ی آ (زاویه‌ی رأس مثلّث بزرگ) $۲۰=۱۸۰-۱۶۰ \Leftarrow$

زاویه‌ی ه (زاویه‌ی باز مثلّث کوچک) $۱۸۰-۸۰=۱۰۰ \Leftarrow$ مجموع دو زاویه‌ی ساق مثلّث کوچک $۴۰+۴۰=۸۰$

$$\frac{\text{زاویه‌ی (آ)}}{\text{زاویه‌ی (هـ)}}=\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{۱}{۵}$$

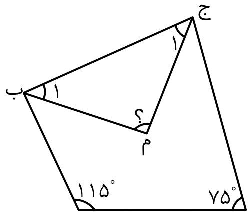


۱۴۹۴- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ با توجّه به این‌که مجموع زاویه‌های داخلی مثلّث ۱۸۰ است مجموع دو زاویه‌ی دیگر مثلّث ۱۳۸ درجه می‌باشد.

مجموع دو زاویه‌ی دیگر $۱۸۰-۴۲=۱۳۸^\circ$

مجموع دو زاویه‌ی حاصل از رسم نیمسازها $۱۳۸\div۲=۶۹^\circ$

زاویه‌ی حاصل از برخورد دو نیمساز $۱۸۰-۶۹=۱۱۱^\circ$



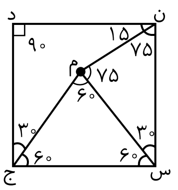
۱۴۹۵- گزینه‌ی $\boxed{۱}$ مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی‌ها ۳۶۰ درجه است.

مجموع دو زاویه‌ی داده شده $۱۱۵+۷۵=۱۹۰$

مجموع دو زاویه‌ی دیگر (زاویه‌ی ب و ج) $۳۶۰-۱۹۰=۱۷۰$

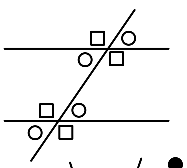
نصف مجموع دو زاویه‌ی ب و ج (یعنی ج و ب روی هم در مثلّث) $۱۷۰\div۲=۸۵$

مجموع زاویه‌های داخلی مثلّث ۱۸۰ درجه است. بنابراین زاویه‌ی م برابر است با: $۱۸۰-۸۵=۹۵$

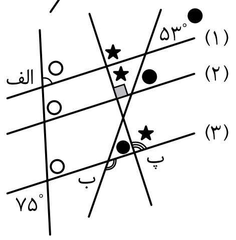


۱۴۹۶- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ چون مثلّث (س م ج) متساوی‌الاضلاع است در آن هر زاویه ۶۰ درجه است و چون چهارضلعی مربّع است پس در آن هر زاویه ۹۰ درجه است. همچنین می‌دانیم مثلّث (ن س م) متساوی‌الساقین است که با توجّه به این‌که $۹۰-۶۰=۳۰$ در آن زاویه‌های ساق ۷۵ درجه می‌شوند. به همین صورت همه‌ی زاویه‌ها را به‌دست می‌آوریم: $۹۰+۱۵+۳۰=۱۳۵^\circ$

بزرگ‌ترین زاویه‌ی چهارضلعی موردنظر $۳۶۰-۱۳۵=۲۲۵^\circ$



۱۴۹۷- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ وقتی یک خط دو خط موازی را قطع می‌کند، همه‌ی زاویه‌های تند ساخته شده با هم و همه‌ی زاویه‌های باز ساخته شده با هم برابرند. مثل شکل مقابل:



با توجه به شکل زاویه‌های مساوی را علامت‌گذاری می‌کنیم، در نتیجه:

$$(\widehat{\text{الف}})=\bigcirc=۷۵^\circ$$

$$(\widehat{\text{پ}})=\bigstar=۹۰^\circ$$

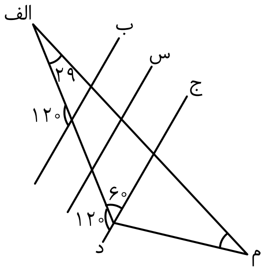
$$(\widehat{\text{ب}})=۱۸۰^\circ-\bullet=۱۸۰^\circ-۵۳^\circ=۱۲۷^\circ$$

۱۴۹۸- گزینه‌ی **۲** چون خط (ج) با (ب) موازی اســت زاویه‌ای که از برخورد (ج د) با (الف د) پدید می‌آید نیز ۱۲۰ درجه می‌باشد که مکمل آن ۶۰ درجه خواهد شد. بنابراین:

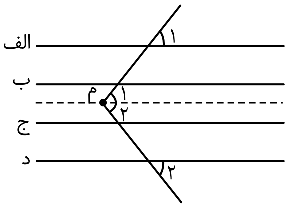
$۶۰\times۲=۱۲۰$

$۱۲۰+۲۹=۱۴۹$

زاویه‌ی م: درجه $۱۸۰-۱۴۹=۳۱$



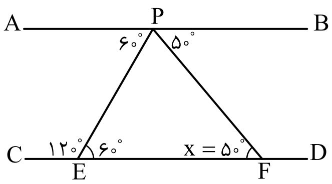
۱۴۹۹- گزینه‌ی **۱** اگــر خطی موازی خطوط (الف)، (ب)، (ج) و (د) رســم کنیم کــه از (م) بگذرد و زاویه‌ی (م) را به دو قســمت ۱ و ۲ تقســیم کند، متوجه می‌شویم زاویه‌ی (م) با مجموع دو زاویه‌ی (۱) و (۲) برابر است.
زیرا خطی که خطوط موازی را قطع می‌کند همه‌ی خطوط را با یک زاویه‌ی ثابت و یکسان قطع می‌کند (زاویه‌های تند با هم مساوی و زاویه‌های باز با هم مساوی‌اند).



۱۵۰۰- گزینه‌ی **۱** ابتدا اندازه‌ی زاویه‌ی $F\hat{E}P$ را به‌دست می‌آوریم:

$۱۸۰-۱۲۰=۶۰^\circ$

چون زاویه‌های APE و PEF مســاوی‌اند می‌توان نتیجه گرفت که دو خط AB و CD موازی‌اند به همین جهت زاویه‌ی x با FPB برابر و ۵۰ درجه می‌باشد.



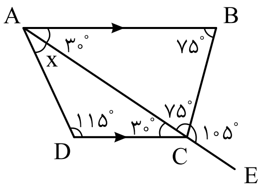
۱۵۰۱- گزینه‌ی **۱** ابتــدا اندازه‌ی زاویه‌ی ACB را به‌دســت می‌آوریم تا به وســیله‌ی آن اندازه‌ی زاویه‌ی CAB مشخص گردد.

$$A\hat{C}B=۱۸۰-۱۰۵=۷۵^\circ$$

$$C\hat{A}B=۱۸۰-(\overset{۱۵۰}{\cancel{۷۵+۷۵}})=۳۰^\circ$$

زاویه‌های BAC و ACD با هم برابر هستند: $(B\hat{A}C=A\hat{C}D=۳۰^\circ)$

زاویه‌ی $(D\hat{A}C)$ $۱۸۰-(\overset{۱۴۵}{\cancel{۱۱۵+۳۰}})=۳۵^\circ$

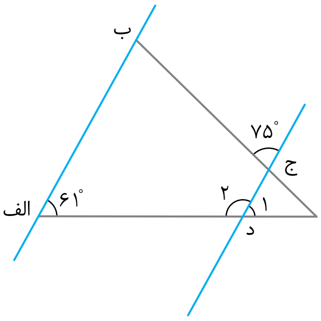


۱۵۰۲- گزینه‌ی **۳** چــون دو خط موازی پاره‌خط «الف د» را قطع کرده‌اند زاویه‌ی (۱) و (الف) با هم مساوی‌اند. در نتیجه:

$\hat{۱}=\hat{\text{الف}}=۶۱^\circ$

بنابراین:

$\hat{۲}=۱۸۰^\circ-\hat{۱}\ \Rightarrow\ \hat{۲}=۱۸۰^\circ-۶۱^\circ=۱۱۹^\circ$



۱۵۰۳- گزینه‌ی **۳** در هــر متوازی‌الاضلاع زاویه‌هــای روبه‌رو با هــم برابرند و زاویه‌هــای مجاور مکمل یک‌دیگرند:

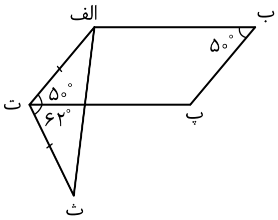
(الف‌تْ‌پ)=(پ‌بْ‌الف)=۵۰°

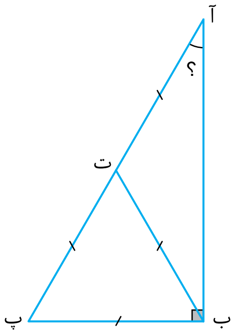
(الف‌بْ‌پ)+(ب‌الفْ‌ت)=۱۸۰° ⇒ (ب‌الفْ‌ت)=۱۳۰°

(الف‌ت)=(ت‌ث) ⇒ (ت‌الفْ‌ث)=(الف‌ثْ‌ت)   (مثلّث متساوی‌الساقین است)

$(\text{ت الفْ ث})=\dfrac{۱۸۰-(\overset{۱۱۲}{\cancel{۵۰+۶۲}})}{۲}=\dfrac{۶۸}{۲}=۳۴^\circ$

$(\text{ب الفْ ث})=(\text{ب الفْ ت})-(\text{ت الفْ ث})=۱۳۰-۳۴=۹۶^\circ$

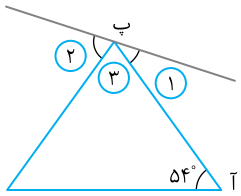




۱۵۰۴- گزینه‌ی **۴** اول اندازه‌ی زاویه‌های مثلّث «ب ت پ» را حساب می‌کنیم. چون هر سه ضلع آن هم اندازه‌اند، پس زاویه‌ها با هم برابرند یعنی هر کدام برابر $۱۸۰^\circ \div ۳ = ۶۰^\circ$ است.

$$(\text{آ}\hat{\text{ت}}\text{ب}) = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

پس مجموع زاویه‌های «ب آ ت» و «آ ب ت» برابر $۱۸۰^\circ - ۱۲۰^\circ = ۶۰^\circ$ است. چون مثلث «آ ت ب»، متساوی‌الساقین است (اندازه‌ی دو ساق مثلث با هم برابرند) پس « ب آ ت» با « آ بَ ت» با هم برابرند و هر کدام ۳۰ درجه‌اند. پس زاویه‌ی «ب آ پ» ۳۰ درجه است.



۱۵۰۵- گزینه‌ی **۲** مثلّث، متساوی الساقین است پس زاویه‌ی «آ ب پ» برابر ۵۴° است. زاویه‌ی سوم مثلّث را به دست می‌آوریم:

$$۱۸۰^\circ - (۵۴^\circ + ۵۴^\circ) = ۱۸۰^\circ - ۱۰۸^\circ = ۷۲^\circ$$

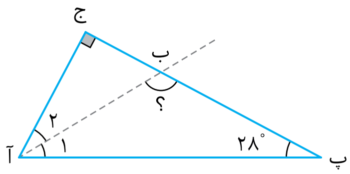
مجموع سه زاویه‌ی ①، ② و ③ برابر ۱۸۰° است. پس مجموع ① و ② برابر است با:

$$۱۸۰^\circ - ۷۲^\circ = ۱۰۸^\circ$$

زاویه‌ی ② دو برابر زاویه‌ی ① است، پس اگر زاویه‌ی ① مساوی $\square$ باشد، زاویه‌ی ② مساوی $\square + \square$ است.

$$\hat{①} + \hat{②} = ۱۰۸^\circ \Rightarrow \square + \square + \square = ۱۰۸^\circ \Rightarrow ۳ \times \square = ۱۰۸^\circ \Rightarrow \square = ۳۶$$

پس زاویه‌ی ② برابر $۳۶^\circ + ۳۶^\circ = ۷۲^\circ$ است.



۱۵۰۶- گزینه‌ی **۴** ابتدا زاویه‌ی «آ» را به دست می‌آوریم.

$$\hat{\text{آ}} = ۱۸۰^\circ - (\hat{\text{ج}} + \hat{\text{پ}}) = ۱۸۰^\circ - (۹۰^\circ + ۲۸^\circ) = ۶۲^\circ$$

$$\hat{\text{آ}}_۱ + \hat{\text{آ}}_۲ = \hat{\text{آ}}$$

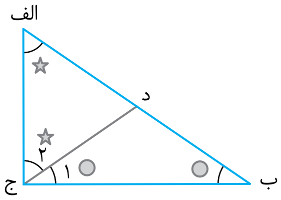
چون «آ ب» نیمساز است، در نتیجه:

$$\hat{\text{آ}}_۱ = \hat{\text{آ}}_۲$$

$$\hat{\text{آ}}_۱ = \frac{\hat{\text{آ}}}{۲} = \frac{۶۲}{۲} = ۳۱^\circ$$

حال در مثلث «آ ب پ» زاویه‌ی «ب» را به‌دست می‌آوریم:

$$\hat{\text{ب}} = ۱۸۰^\circ - (\hat{\text{آ}}_۱ + \hat{\text{پ}}) = ۱۸۰^\circ - (۳۱^\circ + ۲۸^\circ) = ۱۲۱^\circ$$

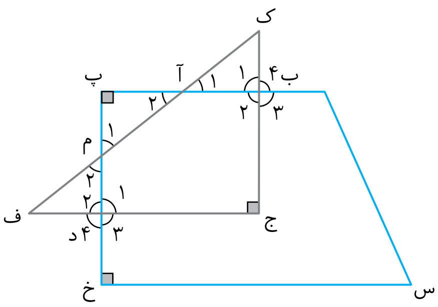


۱۵۰۷- گزینه‌ی **۳** چون پاره‌خط‌های (ب د) و (د ج) با هم برابرند مثلّث (ب د ج) متساوی‌الساقین است. پس ($\hat{\text{ب}}$) و ($\hat{\text{ج}}_۱$) برابرند. فرض می‌کنیم هر کدام برابر ○ باشد. به همین دلیل ($\hat{\text{ج}}_۲$) و ($\hat{\text{الف}}$) نیز برابرند. فرض می‌کنیم هر کدام برابر ☆ باشد. چون مجموع زاویه‌های (الف)، (ب) و (ج) در مثلث (الف ب ج) ۱۸۰° است پس:

$$☆ + ☆ + ○ + ○ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲☆ + ۲○ = ۱۸۰^\circ$$

$$☆ + ○ = ۹۰^\circ$$

بنابراین زاویه‌ی (الف ج ب) برابر است با $☆ + ○ = ۹۰^\circ$.



۱۵۰۸- گزینه‌ی **۳** در شکل $\hat{\text{ک}}$، $\hat{\text{آ}}_۱$، $\hat{\text{آ}}_۲$، $\hat{\text{م}}_۱$، $\hat{\text{م}}_۲$، $\hat{\text{ف}}$ و $\hat{\text{س}}$ تند هستند و $\hat{\text{ب}}_۱$، $\hat{\text{ب}}_۲$، $\hat{\text{ب}}_۳$، $\hat{\text{ب}}_۴$، $\hat{\text{پ}}$، $\hat{\text{د}}_۱$، $\hat{\text{د}}_۲$، $\hat{\text{د}}_۳$، $\hat{\text{د}}_۴$، $\hat{\text{خ}}$ و $\hat{\text{ج}}$ قائمه هستند. تعداد این زاویه‌ها برابر است با:

$$۷ + ۱۱ = ۱۸$$

۱۵۰۹- گزینه‌ی ۴ با توجه به این‌که زاویه‌های (م) و (د) روی محیط دایره هستند و کمان مساوی دارند، با هم مساوی‌اند.

$$۶۰^\circ = \hat{\text{م}} = \hat{\text{د}} = ۶۰^\circ$$

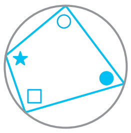
همچنین زاویه‌های (۱) و (۴) نیز روی محیط دایره هستند و کمان مساوی دارند پس با هم مساوی‌اند. از آن‌جایی که مثلّث (م ر ن) دو ضلع مساوی نیز دارد، متساوی‌الاضلاع است. یعنی $۶۰^\circ = \hat{۳}$ و $\hat{۱}+\hat{۲}=۶۰^\circ$، پس می‌توان نتیجه گرفت که مجموع زاویه‌های (۳) و (۴) از ۶۰ درجه بیش‌تر است.

$$(\hat{۳})+(\hat{۴})>۶۰^\circ \quad \Rightarrow \quad (\hat{۳})+(\hat{۴})>\hat{\text{م}}$$

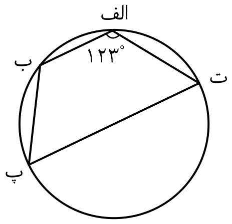
۱۵۱۰- گزینه‌ی ۴

نکته: اگر رأس‌های یک چهارضلعی روی محیط یک دایره باشند، مجموع زاویه‌های روبه‌روی این چهارضلعی برابر ۱۸۰° است.

$$\begin{cases} \hat{\bigcirc}+\hat{\square}=۱۸۰^\circ \\ \hat{\bigstar}+\hat{\bullet}=۱۸۰^\circ \end{cases}$$



با توجه به نکته‌ی بالا مجموع دو زاویه‌ی «ت الف ب» و «ب پ ت» برابر ۱۸۰° است.



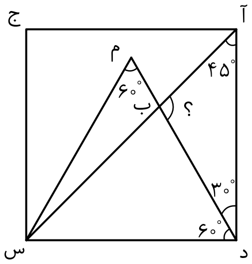
$$۱۸۰^\circ - (\overset{\frown}{\text{تالفب}}) = (\overset{\frown}{\text{بپت}})$$

$$۱۸۰^\circ - ۱۲۳^\circ = ۵۷^\circ$$

در هر ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین زاویه‌های بالای ساق با هم و زاویه‌های پایین ساق با هم برابرند. پس:

$$\begin{cases} \text{زاویه‌های بالای ساق : } (\overset{\frown}{\text{تالفب}}) = (\overset{\frown}{\text{الفبپ}}) = ۱۲۳^\circ \\ \text{زاویه‌های پایین ساق : } (\overset{\frown}{\text{الفتپ}}) = (\overset{\frown}{\text{بپت}}) = ۵۷^\circ \end{cases} \Rightarrow ۱۲۳^\circ - ۵۷^\circ = ۶۶^\circ$$

۱۵۱۱- گزینه‌ی ۳ چون «آ س» قطر مربّع است، زاویه‌ی «ج آ د» را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند:



زاویه‌ی «ب آ د» : $۹۰^\circ \div ۲ = ۴۵^\circ$

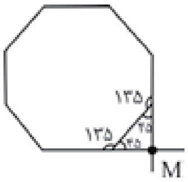
چون مثلّث «م د س» متساوی‌الاضلاع است، اندازه‌ی زاویه‌هایش ۶۰ درجه است:

زاویه‌ی «م د آ» : $۹۰^\circ - ۶۰^\circ = ۳۰^\circ$

با توجه به این که در مثلّث «آ ب د» دو زاویه را داریم، می‌توانیم زاویه‌ی سوم را نیز به‌دست آوریم:

اندازه‌ی زاویه‌ی خواسته شده : $۱۸۰-(\overset{۷۵}{\cancel{۴۵+۳۰}})=۱۰۵^\circ$

۱۵۱۲- گزینه‌ی ۱ از آن‌جا که اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی از هشت‌ضلعی منتظم از فرمول $\boxed{\dfrac{(\text{تعداد اضلاع}-۲)\times ۱۸۰}{\text{تعداد اضلاع}}}$ به دست می‌آید داریم:

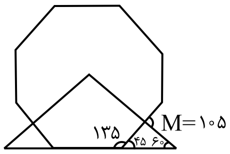


هر زاویه‌ی ۸ ضلعی $\dfrac{(۸-۲)\times ۱۸۰}{۸}=۱۳۵^\circ$

مجموع دو زاویه‌ی تند مثلّث $۴۵\times ۲=۹۰^\circ$, اندازه‌ی مکمّل زاویه‌ی ۱۳۵° : $۱۸۰-۱۳۵=۴۵^\circ$

زاویه‌ی M $۱۸۰-۹۰=۹۰^\circ$

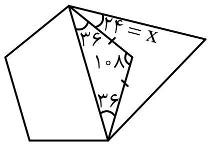
۱۵۱۳- گزینه‌ی ۱ زاویه‌ی خارجی هر مثلّث با مجموع دو زاویه‌ی غیر مجاور داخلی آن برابر است و اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی مثلّث متساوی‌الاضلاع ۶۰ درجه است. همچنین اندازه‌ی هر زاویه‌ی هشت‌ضلعی منتظم ۱۳۵ درجه است:



اندازه‌ی یک زاویه از ۸ ضلعی منتظم $\dfrac{(۸-۲)\times ۱۸۰}{۸}=۱۳۵^\circ$

اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی هشت‌ضلعی $۱۸۰-۱۳۵=۴۵^\circ$ $\quad \Rightarrow \quad$ $M=۴۵+۶۰=۱۰۵^\circ$

۱۵۱۴- گزینه‌ی ۱ هر زاویه‌ی داخلی مثلّث متساوی‌الاضلاع ۶۰ درجه و هر زاویه‌ی داخلی ۵ ضلعی منتظم ۱۰۸ درجه است. بنابراین:

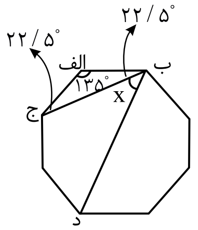


مجموع دو زاویه‌ی تند مثلّث کوچک $۱۸۰-۱۰۸=۷۲^\circ$

هر زاویه‌ی مثلّث کوچک $۷۲\div۲=۳۶^\circ$

زاویه‌ی x $۶۰-۳۶=۲۴^\circ$

۱۵۱۵- گزینه‌ی ۱ هر کدام از زوایای ۸ ضلعی منتظم ۱۳۵ درجه است.



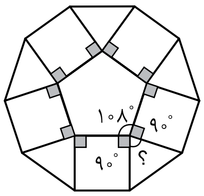
از آن‌جا که مثلّث «ب الف ج» مثلّث متساوی‌الساقین است داریم:

زاویه‌های پای ساق در مثلّث متساوی‌الساقین $(۱۸۰-۱۳۵)\div۲=۲۲/۵^\circ$

قطر ۸ ضلعی، خطّ تقارن و نیمساز زاویه‌ها نیز می‌باشد بنابراین برای محاسبه‌ی زاویه‌ی x داریم:

زاویه‌ی (ج ب د) $۶۷/۵-۲۲/۵=۴۵^\circ$ زاویه‌ی (الف ب د) $۱۳۵\div۲=۶۷/۵^\circ$

۱۵۱۶- گزینه‌ی ۴ ابتدا اندازه‌ی هر کدام از زاویه‌های داخلی پنج‌ضلعی را حساب می‌کنیم:

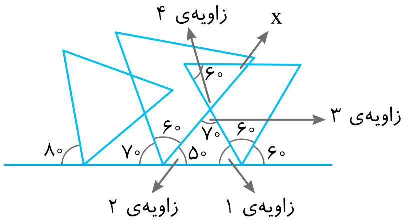


$$\text{اندازه‌ی زاویه‌ی داخلی چندضلعی‌ها}=\frac{(\text{تعداد اضلاع}-۲)\times۱۸۰}{\text{تعداد اضلاع}}=\frac{(\overset{۳}{\cancel{۵-۲}})\times\overset{۳۶}{\cancel{۱۸۰}}}{\cancel{۵}_۱}=۱۰۸^\circ$$

حال جایی را که زاویه‌ی نامعلوم قرار دارد یک زاویه‌ی تمام صفحه (۳۶۰ درجه) در نظر می‌گیریم و زاویه‌ی نامعلوم را به‌دست می‌آوریم:

$۳۶۰-(۱۰۸+۹۰+۹۰)=۷۲^\circ$

۱۵۱۷- گزینه‌ی ۱ به شکل مقابل نگاه کنید. ابتدا زاویه‌های مثلث کوچک سمت راست (زاویه‌های (۱)، (۲) و (۳)) را به‌دست می‌آوریم:



(زاویه ۳) $۱۸۰-۱۱۰=۷۰$ ، $۵۰+۶۰=۱۱۰^\circ$

(زاویه ۱) $۱۸۰-۱۲۰=۶۰^\circ$ $۶۰+۶۰=۱۲۰^\circ$

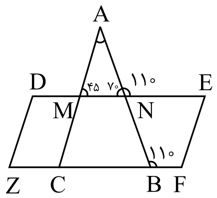
(زاویه ۲) $۱۸۰^\circ-۱۳۰^\circ=۵۰$ $۷۰+۶۰=۱۳۰^\circ$

چون زاویه‌ی (۴) متقابل به رأس (۳) است، اندازه‌ی زاویه‌ی (۴) نیز ۷۰° است.

در این مرحله اطلاعات کافی برای به‌دست آوردن زاویه‌ی مذکور را داریم بنابراین:

$۷۰+۶۰=۱۳۰^\circ$ $۱۸۰-۱۳۰=۵۰^\circ\Rightarrow x=۵۰^\circ$

۱۵۱۸- گزینه‌ی ۱ چون دو ضلع روبه‌رو در متوازی‌الاضلاع موازی‌اند، زاویه‌ی باز N نیز ۱۱۰ درجه می‌باشد. پس پاره‌خط AB هر دو ضلع متوازی‌الاضلاع را با زاویه‌ی ۱۱۰ قطع کرده و مکمّل این زاویه‌ها ۷۰ درجه است.

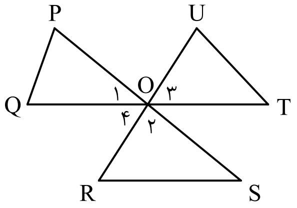


$۱۸۰-۱۱۰=۷۰^\circ$

مجموع دو زاویه‌ی مثلّث AMN: $۷۰+۴۵=۱۱۵^\circ$

زاویه‌ی A $۱۸۰-۱۱۵=۶۵^\circ$

۱۵۱۹- گزینه‌ی ۲ $\hat{P}+\hat{Q}$ برابر است با $۱۸۰-\hat{O}_۱$، $\hat{R}+\hat{S}$ برابر است با $۱۸۰-\hat{O}_۲$ و $\hat{T}+\hat{U}$ برابر است با $۱۸۰-\hat{O}_۳$. پس می‌توانیم به جای $\hat{P}+\hat{Q}+\hat{R}+\hat{S}+\hat{T}+\hat{U}$ عبارت زیر را بنویسیم:



$$(۱۸۰^\circ-\hat{O}_۱)+(۱۸۰^\circ-\hat{O}_۲)+(۱۸۰^\circ-\hat{O}_۳)=۵۴۰^\circ-\hat{O}_۱-\hat{O}_۲-\hat{O}_۳$$

چون $\hat{O}_۳$ و $\hat{O}_۴$ متقابل به رأس هستند با هم برابر می‌باشند از طرفی $\hat{O}_۱+\hat{O}_۲+\hat{O}_۴$ برابر با ۱۸۰° می‌باشد. پس $\hat{O}_۱+\hat{O}_۲+\hat{O}_۳$ هم برابر با ۱۸۰° است.

$$۵۴۰^\circ-\hat{O}_۱-\hat{O}_۲-\hat{O}_۳=۵۴۰^\circ-۱۸۰^\circ=۳۶۰^\circ$$

فصل ششم

تناسب و درصد

پاسخ‌های تشریحی

۱۵۲۰- گزینه‌ی ۳ وزن کامیون ۴۰۰۰ کیلوگرم است. پس وزن آن برابر است با گرم $۴۰۰۰\times ۱۰۰۰=۴۰۰۰۰۰۰$. نسبت وزن پیچ به کامیون برابر است با

$$\frac{\text{وزن پیچ}}{\text{وزن کامیون}}=\frac{۲۰\div ۲۰}{۴۰۰۰۰۰۰\div ۲۰}=\frac{۱}{۲۰۰۰۰۰}$$

۱۵۲۱- گزینه‌ی ۳ نسبت تعداد مربّع‌ها به دایره‌ها ربطی به تعداد مثلّث‌ها ندارد.

$$\frac{\text{تعداد مربع‌ها}}{\text{تعداد دایره‌ها}}=\frac{۴}{۳}$$

۱۵۲۲- گزینه‌ی ۲

جدول تناسب نیست.

گزینه‌ی (۱) :

۸	$\frac{۴}{۵}$
۴۰	۱۶

$\times ۵\rightarrow \frac{۴}{۵}\times ۵\neq ۱۶$

جدول تناسب است.

گزینه‌ی (۲) :

۰/۵۶	۰/۷
۰/۷	$\frac{۷}{۸}$

$\xrightarrow{\text{طرفین - وسطین}} ۰/۷\times ۰/۷=۰/۵۶\times\frac{۷}{۸}$

$۰/۴۹=۰/۴۹$

جدول تناسب نیست.

گزینه‌ی (۳) :

$\times ۷$

۹۱	۱۳
۶۳۷	۸۹

$\rightarrow ۸۹\times ۷\neq ۶۳۷$

جدول تناسب نیست.

گزینه‌ی (۴) :

۴۴	۵۵
۸۸	۱۶۰

$\times ۲\rightarrow ۵۵\times ۲\neq ۱۶۰$

۱۵۲۳- گزینه‌ی ۱ جدول تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

$\xrightarrow{۷}\ \textcircled{۲۱}$	$۳\ \times$	روز
$\xrightarrow{۷}\ ۴۲$	$۶\ \times$	ساعت نگهبانی

۱۵۲۴- گزینه‌ی ۳ جدول تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

$\boxed{}$	۷/۲	طول
۱/۲	۳/۶	عرض

$$\Rightarrow \boxed{}=\frac{\overset{۲}{\cancel{۷/۲}}\times ۱/۲}{\underset{۱}{\cancel{۳/۶}}}=۲/۴$$

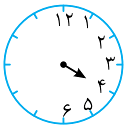
۱۵۲۵- گزینه‌ی ۲ ۲ کیلوگرم همان ۲۰۰۰ گرم است. حالا جدول تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

وزن سیم	طول سیم
۵۰	$۱\ \xleftarrow{\div\ ۵۰}$
۲۰۰۰	$\boxed{}\ \xleftarrow{\div\ ۵۰}$

$\Rightarrow \boxed{}=۲۰۰۰\div ۵۰=۴۰$

۱۵۲۶- گزینه‌ی ۳ می‌دانیم که هر یک ســاعت برابر با ۶۰ دقیقه اســت. بنابراین به کمک یک جدول تناســب می‌توانیم مســافت طی شده را به‌دست آوریم:

$\xrightarrow{۲۵}\ ۷۵$	$\xrightarrow{۲۰}\ ۳\ \times$	$۶۰\ \div$	دقیقه
$\xrightarrow{۲۵}\ \boxed{۱۰۰}$	$\xrightarrow{۲۰}\ ۴\ \times$	$۸۰\ \div$	کیلومتر



۱۵۲۷- گزینه‌ی **۳** با توجّه به شکل، روشن است که $\frac{۴}{۱۲}$ (یعنی همان $\frac{۱}{۳}$) شکل پیموده شده است.

۱۵۲۸- گزینه‌ی **۱** عقربه‌ی دقیقه‌شمار هر ۶۰ دقیقه، ۳۶۰ درجه یا یک دور کامل می‌چرخد.

$$\begin{array}{r|c|c|}
\hline
\underline{\text{درجه}} & ۳۶۰ \xrightarrow{\div ۲۰} & ⑱ \\
\hline
\text{دقیقه} & ۶۰ \xrightarrow{\div ۲۰} & ۳ \\
\hline
\end{array}$$

۱۵۲۹- گزینه‌ی **۱** حجم ظرف ۶/۵ برابر حجم لیوان است:

$$\text{حجم ظرف} = ۶/۵ \times \text{حجم لیوان}$$

نسبت حجم لیوان به حجم ظرف را می‌نویسیم:

$$\frac{\text{حجم لیوان}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{\cancel{\text{حجم لیوان}}}{۶/۵ \times \cancel{\text{حجم لیوان}}} = \frac{۱}{۶/۵} = \frac{۱}{\frac{۱۳}{۲}} = \frac{\frac{۱}{۱}}{\frac{۱۳}{۲}} = \frac{۲}{۱۳}$$

۱۵۳۰- گزینه‌ی **۳** ابتدا نسبت‌ها را به صورت کسری نوشته به‌طوری‌که نسبت پرتقال‌ها در مخرج قرار گیرد. سپس با یکی کردن مخرج دو کسر، نسبت خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم.

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{\text{سیب}}{\text{پرتقال}} = \dfrac{۱}{۴} \underset{\times ۵}{\overset{\times ۵}{=}} \dfrac{۵}{۲۰} \\[2ex]
\dfrac{\text{لیمو}}{\text{پرتقال}} = \dfrac{۲}{۵} \underset{\times ۴}{\overset{\times ۴}{=}} \dfrac{۸}{۲۰}
\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\frac{\text{سیب}}{\text{پرتقال}}}{\frac{\text{لیمو}}{\text{پرتقال}}} = \frac{\text{سیب}}{\text{لیمو}} = \frac{\frac{۵}{۲۰}}{\frac{۸}{۲۰}} = \frac{۵}{۸}$$

۱۵۳۱- گزینه‌ی **۳** طبق صورت سؤال $\frac{۱}{۲}$ قدّ محمّد برابر با قدّ پویا است و قدّ پویا برابر با $\frac{۲}{۳}$ قدّ مهراب است، پس $\frac{۱}{۲}$ قدّ محمّد برابر با $\frac{۲}{۳}$ قدّ مهراب است:

$$\frac{۱}{۲}\ \text{قدّ محمّد} = \frac{۲}{۳}\ \text{قدّ مهراب}$$

$$\frac{\text{قدّ محمّد}}{\text{قدّ مهراب}} = \frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۴}{۳}$$

۱۵۳۲- گزینه‌ی **۴** احمد در هر ساعت ۱۰ کیلومتر مسیر را طی می‌کند. پس برای طی کردن ۱ کیلومتر از ۱۰ کیلومتر، $\frac{۱}{۱۰}$ ساعت زمان صرف کرده است.

هر ساعت ۶۰ دقیقه است $\Leftarrow \frac{۱}{۱۰} \times ۶۰ = ۶$

پس احمد ۶ دقیقه در راه بوده است.

امیر در هر ساعت ۴ کیلومتر راه می‌رود. پس برای طی کردن ۱ کیلومتر، $\frac{۱}{۴}$ ساعت زمان صرف کرده است.

$$\frac{۱}{۴} \times ۶۰ = ۱۵$$

پس امیر ۱۵ دقیقه در راه بوده است.

$$۱۵ - ۶ = ۹$$

پس احمد ۹ دقیقه زودتر از امیر به ورزشگاه رسیده است.

۱۵۳۳- گزینه‌ی ۱ برای دو کیلوگرم شیرینی $\frac{۴}{۳}$ لیتر آب نیاز داریم:

$\boxed{}$	$\xrightarrow{\times\frac{۱۵}{۲}}$	$\frac{۴}{۳}$	آب
۱۵	$\xrightarrow{\times\frac{۱۵}{۲}}$	۲	شیرینی

$\Rightarrow \boxed{}=\frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}}{\cancel{۳}}\times\frac{\overset{۵}{\cancel{۱۵}}}{\cancel{۲}}=۱۰$ لیتر

برای هر لیتر آب دو پیمانه شکر نیاز است. پس برای ۱۰ لیتر آب ۲۰=۲×۱۰ پیمانه شکر نیاز داریم.

۱۵۳۴- گزینه‌ی ۳ کل مسیر را در ۶ دقیقه می‌پیماید. پس در ۱ دقیقه، $\frac{۱}{۶}$ مسیر را طی می‌کند. هر دور کامل دایره °۳۶۰ است. پس $\frac{۱}{۶}$ آن برابر است با

$$\overset{۶۰}{\cancel{۳۶۰^\circ}}\times\frac{۱}{۶}=۶۰^\circ$$

یا می‌گوییم در ۶ دقیقه یک دور کامل می‌زند یعنی °۳۶۰ طی می‌کند و جدول تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

÷۶

۱	۶	دقیقه
$\boxed{}$	۳۶۰	درجه

÷۶

$\Rightarrow \boxed{}=۳۶۰÷۶=۶۰$

۱۵۳۵- گزینه‌ی ۲ این شخص در ۶ دقیقه به اندازه‌ی یک محیط دایره حرکت می‌کند.

محیط دایره=۲×شعاع×۳/۱۴=۲×۱۰۰×۳/۱۴=۶۲۸ متر

÷۶

۱	۶	دقیقه
$\boxed{}$	۶۲۸	مسافت

÷۶

$\Rightarrow \boxed{}=۶۲۸÷۶=\frac{۶۲۸}{۶}=۱۰۴\frac{۴}{۶}$

که تقریباً برابر ۱۰۵ متر است.

۱۵۳۶- گزینه‌ی ۴ نفر اوّل هر ۶ دقیقه یک دور کامل می‌زند و دوباره به نقطه‌ی (الف) می‌رسد.

نفر دوم هر ۵ دقیقه یک دور کامل می‌زند و دوباره به نقطه‌ی (الف) می‌رسد.

با استفاده از جدول زیر زمانی را که هر دو با هم در نقطه‌ی (الف) هستند پیدا می‌کنیم:

تعداد دور نفر اوّل	۱	۲	۳	۴	۵	۶
زمان برای نفر اوّل	۶ $\xrightarrow{+۶}$	۱۲ $\xrightarrow{+۶}$	۱۸ $\xrightarrow{+۶}$	۲۴ $\xrightarrow{+۶}$	$\textcircled{۳۰}$ $\xrightarrow{+۶}$	۳۶
تعداد دور نفر دوم	۱	۲	۳	۴	۵	۶
زمان برای نفر دوم	۵ $\xrightarrow{+۵}$	۱۰ $\xrightarrow{+۵}$	۱۵ $\xrightarrow{+۵}$	۲۰ $\xrightarrow{+۵}$	۲۵ $\xrightarrow{+۵}$	$\textcircled{۳۰}$

پس هر دو نفر در زمان ۳۰ دقیقه دوباره روی نقطه‌ی (الف) هستند، هنگامی‌که اوّلی ۵ دور و دومی ۶ دور کامل را طی کرده است. پس می‌توان گفت آن‌ها هر ۳۰ دقیقه دوباره با هم روی نقطه‌ی (الف) هستند.

۱۵۳۷- گزینه‌ی ۲ قطرهای دو دایره ۸ و ۱۲ سانتی‌متر است. پس شعاع آن‌ها ۴ و ۶ سانتی‌متر است. نسبت مساحت‌ها برابر است با

$$\frac{\overset{۲}{\cancel{۴}}\times\overset{۲}{\cancel{۴}}\times\cancel{\pi}}{\underset{۳}{\cancel{۶}}\times\underset{۳}{\cancel{۶}}\times\cancel{\pi}}=\frac{۴}{۹}$$

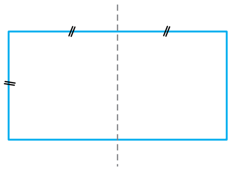
۱۵۳۸- گزینه‌ی ۴ ۵ سانتی‌متر برابر است با ۵۰ میلی‌متر. شعاع حفره برابر $۱=\frac{۲}{۲}$ میلی‌متر است. نسبت مساحت حفره به مساحت دایره را می‌نویسیم:

$$\frac{\text{مساحت حفره}}{\text{مساحت دایره}}=\frac{۱\times۱\times\cancel{\pi}}{۵۰\times۵۰\times\cancel{\pi}}=\frac{۱}{۲۵۰۰}$$

۱۵۳۹-گزینه‌ی ۱ محیط و مساحت هر دو شعاع را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l}\text{شعاع}=۱\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\text{محیط}=۲\times۱\times\pi=۲\pi\\ \text{مساحت}=۱\times۱\times\pi=\pi\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\text{مساحت}}{\text{محیط}}=\frac{\cancel{\pi}}{۲\cancel{\pi}}=\frac{۱}{۲}\\ \text{شعاع}=۴\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\text{محیط}=۲\times۴\times\pi=۸\pi\\ \text{مساحت}=۴\times۴\times\pi=۱۶\pi\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\text{مساحت}}{\text{محیط}}=\frac{\cancelto{۲}{۱۶}\,\cancel{\pi}}{\cancel{۸}\,\cancel{\pi}}=۲\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۲}{\frac{۱}{۲}}=\frac{\frac{۲}{۱}}{\frac{۱}{۲}}=۴$$

۱۵۴۰-گزینه‌ی ۳ طول نصف شده‌ی مستطیل برابر ضلع مربّع است. یعنی یکی از ضلع‌های مربّع همان عرض مستطیل است. پس نصف طول مستطیل برابر عرض مستطیل می‌شود. در نتیجه نسبت عرض به طول برابر $\frac{۱}{۲}$ است.



۱۵۴۱-گزینه‌ی ۳ با توجّه به فرمول مساحت و محیط دایره به‌دست می‌آید:

$$\frac{\text{مساحت دایره}}{\text{محیط دایره}}=\frac{\text{شعاع}\times\cancel{\text{شعاع}}\times\cancel{\pi}}{۲\times\cancel{\text{شعاع}}\times\cancel{\pi}}=\frac{\text{شعاع}}{۲}$$

۱۵۴۲-گزینه‌ی ۱ هر ۱۰۰ سانتی‌متر برابر با ۱ متر است. با تفریق کردن ۰/۲ متر از ۱ متر، اندازه‌ی هر ضلع مربّع دوم ۰/۸ متر خواهد شد.

۱ متر $=۱۰۰$ سانتی‌متر , $۱-۰/۲=۰/۸$ متر

$$\text{ضلع}\times\text{ضلع}=\text{مساحت مربع}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\text{مساحت مربع دوم: }۰/۸\times۰/۸=۰/۶۴\text{ متر مربع}\\ \text{مساحت مربع اول: }۱\times۱=۱\text{ متر مربع}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۰/۶۴}{۱}=۰/۶۴$$

۱۵۴۳-گزینه‌ی ۴ هر بار که کلید (ب) زده می‌شود، اندازه‌ی تصویر در $\frac{۱}{۲}$، سپس در ۳ و سپس در ۲ ضرب می‌شود.
پس با زدن کلید (ب) تصویر ۳ برابر می‌شود.

$$\frac{۱}{\cancel{۲}}\times۳\times\cancel{۲}=۳$$

با ۵ بار زدن کلید (ب) تصویر ۵ بار ۳ برابر می‌شود.

$$\underbrace{\underbrace{۳\times۳}_{۹}\times\underbrace{۳\times۳}_{۹}}_{۸۱}\times۳=۲۴۳$$

۱۵۴۴-گزینه‌ی ۱ با نصف کردن اندازه‌ی قطر، اندازه‌ی شعاع را به‌دست آورده و با کم کردن ۱ سانتی‌متر از آن، محیط و مساحت دایره را به‌دست می‌آوریم.

سانتی‌متر (شعاع جدید) $۱۰/۱-۱=۹/۱$ سانتی‌متر (شعاع قدیم) $۲۰/۲\div۲=۱۰/۱$

سانتی‌متر (محیط قدیم) $۲۰/۲\times۳/۱۴\simeq۶۳$ سانتی‌متر (محیط جدید) $۹/۱\times۲\times۳/۱۴\simeq۵۷$

$$\left.\begin{array}{l}\text{سانتی‌متر مربع (مساحت جدید) }۹/۱\times۹/۱\times۳/۱۴\simeq۲۶۰\\ \text{سانتی‌متر مربع (مساحت قدیم) }۱۰/۱\times۱۰/۱\times۳/۱۴\simeq۳۲۰\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\text{مساحت قدیم}}{\text{مساحت جدید}}=\frac{۳۲۰}{۲۶۰}\underset{\div۲۰}{\overset{\div۲۰}{=}}\frac{۱۶}{۱۳}$$

۱۵۴۵-گزینه‌ی ۴ اگر تعداد گل‌های بیتا را ۶۰ و تعداد گل‌های سارا را ۲۰ تا فرض کنیم، خواهیم داشت:

بیتا: $\frac{۳}{\cancelto{۱}{۴}}\times\cancelto{۱۵}{۶۰}=۴۵$ فروخته باقی‌مانده $۶۰-۴۵=۱۵$

سارا: $\frac{۳}{۱۰}\times۲۰=۶$ فروخته باقی‌مانده $۲۰-۶=۱۴$

پس نسبت باقی‌مانده‌ی گل‌های بیتا به باقی‌مانده‌ی گل‌های سارا مثل ۱۵ به ۱۴ است.

۱۵۴۶- گزینه‌ی ۳ ابتدا مجموع سنّ آن‌ها و سپس میانگین را حساب می‌کنیم. فرض کنید تعداد پزشکان زن همان ۱۱ نفر و تعداد پزشکان مرد همان ۱۰ نفر باشد.

$$\left.\begin{array}{r}\text{مجموع سن پزشکان زن}=۳۴\times۱۱=۳۷۴\\ \text{مجموع سن پزشکان مرد}=۳۲\times۱۰=۳۲۰\end{array}\right\}\Rightarrow \text{میانگین سن همه‌ی پزشکان}=\frac{۳۷۴+۳۲۰}{۱۱+۱۰}=\frac{۶۹۴}{۲۱}=۳۳\frac{۱}{۲۱}$$

۱۵۴۷- گزینه‌ی ۳ ابتدا حساب می‌کنیم یک روز چند دقیقه است. یک روز ۲۴ ساعت است و هر ساعت ۶۰ دقیقه است. در نتیجه

تعداد دقیقه در یک روز $۲۴\times۶۰=۱۴۴۰$

حال با توجّه به سؤال، تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

روز	مدت زمان مسواک(دقیقه)
۱	۱۵ $\xrightarrow{\div ۱۵}$
۹۶	۱۴۴۰ $\xrightarrow{\div ۱۵}$

$\Rightarrow$ ○ $=۱۴۴۰\div۱۵=۹۶$ روز

۱۵۴۸- گزینه‌ی ۱

$$\text{پول نگار}\times\frac{۱}{۸}=\text{پول رضا}\times\frac{۱}{۶}\Rightarrow\frac{\text{پول رضا}}{\text{پول نگار}}=\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴}$$

۱۵۴۹- گزینه‌ی ۱ با توجّه به صورت مسئله، $\frac{۱}{۸۰}$ دایره‌ی شماره‌ی (۱)، $\frac{۱}{۴۰}$ دایره‌ی شماره‌ی (۲) و $\frac{۱}{۳۰}$ دایره‌ی شماره‌ی (۳) رنگی است. با توجّه به شکل، مساحت این مقدار رنگی در هر سه دایره مساوی است. پس

$$\underbrace{\text{دایره‌ی(۳)}\,\frac{۱}{۳۰}=\underbrace{\text{دایره‌ی(۲)}\,\frac{۱}{۴۰}}=\text{دایره‌ی(۱)}\,\frac{۱}{۸۰}}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\text{دایره‌ی(۳)}\,\frac{۱}{۳}=\text{دایره‌ی(۲)}\,\frac{۱}{۴} \qquad \text{دایره‌ی(۲)}\,\frac{۱}{۴}=\text{دایره‌ی(۱)}\,\frac{۱}{۸}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\frac{\text{دایره(۳)}}{\text{دایره(۲)}}=\frac{۳}{۴} \qquad \frac{\text{دایره(۱)}}{\text{دایره(۲)}}=\frac{۸}{۴}$$

پس نسبت مساحت دایره‌ی (۱) به دایره‌ی (۲) به دایره‌ی (۳) برابر ۸ به ۴ به ۳ است.

۱۵۵۰- گزینه‌ی ۲ کرایه‌ی حمل یک کیلو سیمان ۱۰ ریال است. پس کرایه‌ی حمل یک کیسه‌ی ۵۰ کیلویی برابر است با $۵۰\times۱۰=۵۰۰$

حالا جدول تناسب تشکیل می‌دهیم:

۲۰۰۰۰	۵۰۰ $\xrightarrow{\times ۴۰}$	کرایه
□	۱ $\xrightarrow[\times ۴۰]{}$	کیسه

$\Rightarrow$ □ $=۱\times۴۰=۴۰$

۱۵۵۱- گزینه‌ی ۴ هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم است. که با تشکیل جدول تناسب زیر متوجّه می‌شویم ۲۶ سیر معادل ۲ کیلوگرم یا ۲۰۰۰ گرم است.

۲۶	۱۳ $\xrightarrow{\times ۲}$	سیر
$\boxed{۲}$	۱ $\xrightarrow{\times ۲}$	کیلوگرم

$\Rightarrow ۲\times۱۰۰۰=۲۰۰۰$ گرم

۱۵۵۲- گزینه‌ی ۱ ابتدا یک قیراط را برحسب گرم به‌دست می‌آوریم:

۱	۱۰	قیراط
□	۲	گرم

$\Rightarrow$ □ $=۲\div۱۰=\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱}{۵}$

پس هر قیراط $\frac{۱}{۵}$ گرم است.

سپس یک مثقال را برحسب گرم به‌دست می‌آوریم:

۱	۱۰۰	مثقال
○	۴۶۰	گرم

$\Rightarrow \bigcirc = ۴۶۰ \div ۱۰۰ = \frac{۴۶۰}{۱۰۰} = \frac{۲۳}{۵}$

پس هر مثقال برابر $\frac{۲۳}{۵}$ گرم است.

در نتیجه می‌توان نوشت

$$\frac{\text{مثقال}}{\text{قیراط}} = \frac{\frac{۲۳}{۵}}{\frac{۱}{۵}} = ۲۳$$

۱۵۵۳- گزینه‌ی ۴ به کمک یک جدول تناسب می‌توانیم ابتدا کلّ زمان را به‌دست آوریم

۱۸	۲ $\xrightarrow{\times ۹}$	
$\boxed{۴۵}$	۵ $\xrightarrow[\times ۹]{}$	کل زمین

پس زمان اتمام کار فرهاد ساعت $۱۰:۴۵'$ خواهد بود.

$$\begin{array}{lr} & ۱۰ : ۰۰' \\ + & ۴۵' \\ \hline & ۱۰ : ۴۵' \end{array}$$

۱۵۵۴- گزینه‌ی ۳ ابتدا باید ۶۰۰۰۰ سانتی‌متر مربّع را بر حسب مترمربّع به‌دست آوریم:

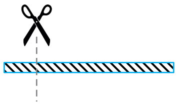
متر مربّع ۶ = ۶۰۰۰۰ سانتی‌متر مربّع

یک ساعت و نیم هم برابر ۹۰ دقیقه است.

۹۰	۶۰۰
□	۶

$\Rightarrow \square = \frac{\cancel{۶} \times ۹۰}{\cancel{۶}۰۰_{۱۰۰}} = \frac{۹}{۱۰}$ دقیقه ، دقیقه $\frac{۹}{\cancel{۱}۰} \times \cancel{۶}۰^{۶} = ۵۴$ ثانیه

۱۵۵۵- گزینه‌ی ۲ درباره‌ی تعداد برش‌ها و قسمت‌ها باید دانست که همیشه تعداد قسمت‌ها یکی بیش‌تر از تعداد برش‌ها است.



برای تبدیل یک میله‌ی فلزی به ۲ قسمت به چند برش نیاز داریم؟ یک برش باید انجام شود.

برای تبدیل یک میله‌ی فلزی به ۳ قسمت به ۲ برش نیاز داریم.

برای تبدیل یک میله‌ی فلزی به ۵۰ قسمت، ۴۹ برش باید انجام شود.

۴۹	۷	برش
$\boxed{۷۰}$	۱۰	زمان

×۷

×۷

۷۰ دقیقه برابر است با: ۱ ساعت و ۱۰ دقیقه

۱۵۵۶- گزینه‌ی ۳ ابتدا $\frac{۱}{۳}$ از ۸۴ شکلات را حساب می‌کنیم:

㉘	۱ $\xrightarrow{\times ۲۸}$
۸۴	۳ $\xrightarrow[\times ۲۸]{}$

حال تعداد $\frac{۳}{۴}$ از ۲۸ شکلات را حساب می‌کنیم:

$\boxed{۲۱}$	۳ $\xrightarrow{\times ۷}$
۲۸	۴ $\xrightarrow[\times ۷]{}$

۱۵۵۷- گزینه‌ی ۴ $\frac{۳}{۸}$ بنزین در ۱۶۵ کیلومتر مصرف شده است. باقی‌مانده‌ی بنزین برابر است با

$$۱-\frac{۳}{۸}=\frac{۵}{۸}$$

می‌خواهیم بدانیم $\frac{۵}{۸}$ بنزین در چند کیلومتر مصرف می‌شود. حال تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

$\frac{۳}{۸}$	$\xrightarrow{\times ۴۴۰}$	۱۶۵
$\frac{۵}{۸}$	$\xrightarrow{\times ۴۴۰}$	$\boxed{۲۷۵}$

$$\boxed{}=\frac{۵}{۸}\times۴۴۰=۲۷۵$$

تا تمام شدن بنزین می‌تواند ۲۷۵ کیلومتر رانندگی کند.

۱۵۵۸- گزینه‌ی ۲ وقتی $\frac{۱}{۴}$ مسیر پیموده شده است بدین معناست که $\frac{۳}{۴}$ مسیر باقی مانده است.

۳	$\xrightarrow{\times ۴}$	۱۲	مسیر باقی‌مانده
۴	$\xrightarrow{\times ۴}$	$\boxed{۱۶}$	کل مسیر

$$\frac{۴}{۴}-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

۱۵۵۹- گزینه‌ی ۴ ابتدا فاصله‌ی خروجی سوم و دهم را به‌دست می‌آوریم تا بتوانیم $\frac{۳}{۴}$ آن را حساب کنیم.

۳	$\xrightarrow{\times ۳۰}$	$\boxed{۹۰}$	
۴	$\xrightarrow{\times ۳۰}$	۱۲۰	کل

$$۱۶۰-۴۰=۱۲۰$$

فاصله از خروجی سوم ۹۰ کیلومتر است. خروجی سوم هم که در ۴۰ کیلومتری اتوبان است، بنابراین

$$۹۰+۴۰=۱۳۰$$

۱۵۶۰- گزینه‌ی ۳ ابتدا مسیری را که علی طی کرده است می‌یابیم:

۳	$\xrightarrow{\times ۲۴}$	$\boxed{۷۲}$	مسیر طی شده
۷	$\xrightarrow{\times ۲۴}$	۱۶۸	کل مسیر

$\Rightarrow ۱۶۸-۷۲=۹۶$ کیلومتر باقی‌مانده

$\boxed{\text{مسافت باقی‌مانده} \div \text{تعداد روز} = \text{میانگین}} \Rightarrow ۹۶\div۳=۳۲$ در هر روز

۱۵۶۱- گزینه‌ی ۲ $\frac{۱}{۴}$ بطری خالی است. یعنی $\frac{۳}{۴}$ آن پر است.

۴۸۰	۳
$\square$	۴

$\Rightarrow \square=\frac{۴\times\overset{۱۶۰}{\cancel{۴۸۰}}}{\cancel{۳}}=۶۴۰$ حجم کل بطری: میلی‌لیتر

هنگامی که $\frac{۱}{۴}$ آن پر باشد، ۱۶۰ میلی‌لیتر آب درون خود جای می‌دهد:

$\bigcirc$	۱
۶۴۰	۴

$\Rightarrow \bigcirc=\frac{\overset{۱۶۰}{\cancel{۶۴۰}}\times۱}{\cancel{۴}}=۱۶۰$ میلی‌لیتر

۱۵۶۲- گزینه‌ی ۴ از ساعت ۸ صبح امروز تا ساعت ۸ شب فردا، ۳۶ ساعت فاصله‌ی زمانی وجود دارد. با توجّه به این‌که یک شبانه‌روز ۲۴ ساعت است، جدول تناسب را تشکیل می‌دهیم:

۳۶	$\longleftarrow$	۲۴$\times$ ۱/۵	ساعت
$\square$	$\longleftarrow$	۳۰$\times$ ۱/۵	دقیقه

$$\Rightarrow \square=۳۰\times۱/۵=۴۵$$

پس در ساعت ۸ شب فردا، ساعت ۴۵ دقیقه جلوتر است. پس ساعت $۸:۴۵'$ را نشان می‌دهد.

۱۵۶۳- گزینه‌ی ۳ در هر ساعت $\frac{۱}{۴}$ دقیقه عقب می‌ماند:

$$\begin{array}{r|c|c|} \text{دقیقه} & \frac{۱}{۴} \xrightarrow{\times ۱۵} & \square \\ \hline \text{ساعت} & ۱ \xrightarrow{\times ۱۵} & ۱۵ \end{array} \Rightarrow \square=\frac{۱}{۴}\times ۱۵=\frac{۱۵}{۴}=۳\frac{۳}{۴}$$

۳ دقیقه و $\frac{۳}{۴}$ دقیقه عقب می‌ماند، یعنی ۳ دقیقه و ۴۵ ثانیه.

۱۵۶۴- گزینه‌ی ۴ این ساعت، در هر یک ساعت سرعتش نصف می‌شود. یعنی در ۶۰ دقیقه‌ی اوّل، ۳۰ دقیقه، در ۶۰ دقیقه‌ی دوم ۱۵ دقیقه و در ۶۰ دقیقه‌ی سوم $\frac{۱۵}{۲}=۷/۵$ دقیقه جلو می‌رود.

پس در ساعت ۳ که سه تا ۶۰ دقیقه از ساعت ۱۲ طی شده است، ساعت برابر است با

$$\begin{array}{lr} & ۱۲\ ۰۰'\ ۰۰'' \\ + & ۳۰'\ ۰۰'' \\ + & ۱۵'\ ۰۰'' \\ + & ۷'\ ۳۰'' \\ \hline & ۱۲\ ۵۲'\ ۳۰'' \end{array}$$

۱۵۶۵- گزینه‌ی ۱ با توجّه به این‌که این دو نسبت با هم مساویند، اگر مخرج‌ها مساوی شوند صورت‌ها نیز با هم برابر می‌شوند پس صورت و مخرج کسر $\frac{۲۴}{۱۸}$ را بر ۳ تقسیم می‌کنیم و محاسبات را به شکل زیر پیش می‌بریم:

$$\frac{۴\times\square-۲}{۶}=\frac{۲۴\div۳}{۱۸\div۳}\Rightarrow\frac{۴\times\square-۲}{۶}=\frac{۸}{۶}\Rightarrow ۴\times\square-۲=۸\Rightarrow ۴\times\square=۸+۲\Rightarrow\square=\frac{۸+۲}{۴}=\frac{۱۰}{۴}=۲/۵$$

۱۵۶۶- گزینه‌ی ۱ جدول تناسب روبه‌رو را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{array}{r|c|c|} \text{کیف} & x & \square \\ \hline \text{تومان} & z & ۱۰۰۰۰۰ \end{array} \Rightarrow \square=\frac{۱۰۰۰۰۰x}{z}$$

۱۵۶۷- گزینه‌ی ۱ با توجّه به متن سؤال می‌توانیم عبارت زیر را تنظیم کنیم:

$$\begin{array}{r}\text{تعداد پرس}\\ \text{نفر}\end{array}\frac{۱۲}{۱۸}=\frac{\square}{۱۲}\Rightarrow\square=\frac{\cancel{۱۲}^{۲}\times\cancel{۱۲}^{۴}}{\cancel{۱۸}_{\cancel{۶}_{۱}}}=\frac{۸}{۱}=۸$$

۱۵۶۸- گزینه‌ی ۱ نخست باید بدانیم که می‌توان $\frac{۳}{۴}$ را به‌صورت عدد اعشاری نوشت و از طریق یک تناسب ساده حجم آب داخل لیوان را به‌دست آورد.

$$\frac{۳}{۴}=\frac{۷۵}{۱۰۰}=۰/۷۵$$

پس $\frac{۳}{۴}$ از ۱/۵ لیتر می‌شود ← $۰/۷۵\times۱/۵=۱/۱۲۵$

حجم آب لیوان $۱/۵-۱/۱۲۵=۰/۳۷۵$

$$\begin{array}{r|c|c|} \text{مقداری که آب دارد} & ۳\ \times ۰/۱۲۵ & ۰/۳۷۵ \\ \hline \text{کل لیوان} & ۴\ \times ۰/۱۲۵ & \boxed{۰/۵} \end{array}$$

۱۵۶۹- گزینه‌ی **۴** ۶ صندلی خالی معادل $\frac{۱}{۴}$ صندلی‌ها است. بنابراین کلّ صندلی‌ها ۲۴تاست $(۶\times۴=۲۴)$.

×۹

افراد نشسته	۲	۱۸
کلّ افراد	۳	$\boxed{۲۷}$

×۹

نفر روی صندلی نشسته اند $۱۸=\frac{۳}{\underset{۱}{\cancel{۴}}}\times\overset{۶}{\cancel{۲۴}}$

۱۵۷۰- گزینه‌ی **۴** چون هر ۳ ماهی برابر با ۲ نان هست، پس هر $\frac{۳}{۲}$ ماهی برابر با ۱ نان است.

÷ ۲

$\boxed{\frac{۳}{۲}}$	۳	ماهی
۱	۲	نان

÷ ۲

وقتی ۱ نان برابر با ۴ کیسه برنج است بدین معناست که $\frac{۳}{۲}$ ماهی نیز برابر با ۴ کیسه برنج است. بنابراین

۱	$\frac{۳}{۲}$	ماهی
○	۴	کیسه برنج

$$\Rightarrow\ ○=\frac{۴\times۱}{\frac{۳}{۲}}=\frac{\frac{۴}{۱}}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۴\times۲}{۳}=\frac{۸}{۳}\ \Rightarrow\ \frac{۸}{۳}=۲\frac{۲}{۳}$$

۱۵۷۱- گزینه‌ی **۱** چون پول دو نفر برابر اســت می‌توان پول آن‌ها را برابر با یک گرفت، ســپس با توجّه به صورت ســؤال، مرحله به مرحله محاسبات را پیش برد.

در شرایط جدید پول نفر دوم $۱+\frac{۱}{۵}=۱\frac{۱}{۵}=\frac{۶}{۵}$, در شرایط جدید پول نفر اوّل $۱-\frac{۱}{۵}=\frac{۴}{۵}$

اکنون دومی $\frac{۱}{۴}$ پول جدیدش را به اوّلی می‌دهد:

نفر اوّل $\frac{۴}{۵}+(\frac{۱}{۴}\times\frac{۶}{۵})=\frac{۴}{۵}+\frac{۳}{۱۰}=\frac{۸+۳}{۱۰}=\frac{۱۱}{۱۰}$

نفر دوم $\frac{۳}{۴}\times\frac{۶}{۵}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۶}{۵}=\frac{۱۸}{۲۰}\underset{\div۲}{\overset{\div۲}{=}}\frac{۹}{۱۰}$

$$\Rightarrow\ \frac{\frac{۱۱}{۱۰}}{\frac{۹}{۱۰}}=\frac{۱۱\times\cancel{۱۰}}{۹\times\cancel{۱۰}}=\frac{۱۱}{۹}$$

۱۵۷۲- گزینه‌ی **۲** نسبت سنّ الیاس به سهراب به مهیار را به‌دست می‌آوریم:

$\frac{\text{سهراب}}{\text{مهیار}}=\frac{۶}{۷}\underset{\times۵}{\overset{\times۵}{=}}\frac{۳۰}{۳۵}$, $\frac{\text{الیاس}}{\text{سهراب}}=\frac{۳}{۵}\underset{\times۶}{\overset{\times۶}{=}}\frac{۱۸}{۳۰}$

نسبت سنّ الیاس به سهراب به مهیار برابر ۱۸ به ۳۰ به ۳۵ است. حالا جدول تناسب را تشکیل می‌دهیم:

۳۶	۱۸	الیاس
۶۰	۳۰	سهراب
۷۰	۳۵	مهیار
۱۶۶	۸۳	کل

×۲

مهیار - الیاس $=۷۰-۳۶=۳۴$

۱۵۷۳- گزینه‌ی ۴ ابتدا نسبت کلاس اوّل به دوم به سوم را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{کلاس دوم}}{\text{کلاس سوم}}=\frac{۴}{۳}\overset{\times۷}{=}\frac{۲۸}{۲۱}\quad,\quad\frac{\text{کلاس اول}}{\text{کلاس دوم}}=\frac{۹}{۷}\underset{\times۴}{=}\frac{۳۶}{۲۸}$$

پس نسبت کلاس اوّل به دوم به سوم به‌صورت جدول زیر است:

×۲

۷۲	۳۶	اوّل
۵۶	۲۸	دوم
۴۲	۲۱	سوم

۱۵۷۴- گزینه‌ی ۲ در هر ظرف، همبرگرهای پویا، سپس همبرگرهای باقی‌مانده و در آخر همبرگرهای کیمیا را حساب می‌کنیم، تعداد همبرگرها را ○ در نظر می‌گیریم:

در ظرف اوّل

$$\text{همبرگر کیمیا}=\frac{\bigcirc}{۲}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۸}\times\bigcirc\qquad\text{باقی مانده}=\frac{\bigcirc}{۲}\qquad\text{همبرگر پویا}=\frac{۱}{۲}\times\bigcirc$$

در ظرف دوم

$$\text{همبرگر کیمیا}=\frac{۲}{۳}\times\bigcirc\times\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۹}\times\bigcirc\qquad\text{باقی مانده}=\frac{۲}{۳}\times\bigcirc\qquad\text{همبرگر پویا}=\frac{۱}{۳}\times\bigcirc$$

در ظرف سوم

$$\text{همبرگر کیمیا}=\frac{۳}{۴}\times\bigcirc\times\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۸}\times\bigcirc\qquad\text{باقی مانده}=\frac{۳}{۴}\times\bigcirc\qquad\text{همبرگر پویا}=\frac{۱}{۴}\times\bigcirc$$

حال نسبت همبرگرهای کیمیا به پویا را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\text{همبرگرهای کیمیا}}{\text{همبرگرهای پویا}}=\frac{\frac{۳}{۸}\times\bigcirc+\frac{۴}{۹}\times\bigcirc+\frac{۳}{۸}\times\bigcirc}{\frac{۱}{۲}\times\bigcirc+\frac{۱}{۳}\times\bigcirc+\frac{۱}{۴}\times\bigcirc}=\frac{\frac{۳\times۹+۴\times۸+۳\times۹}{۷۲}\times\bigcirc}{\frac{۶+۴+۳}{۱۲}\times\bigcirc}=\frac{\frac{۸۶}{۷۲}\times\bigcirc}{\frac{۱۳}{۱۲}\times\bigcirc}=\frac{۴۳}{۳۹}$$

۱۵۷۵- گزینه‌ی ۳ وقتی دوباره زمان درست را نشان می‌دهد که ۱۲ ساعت عقب بیفتد. ابتدا حساب می‌کنیم ۱۲ ساعت چند ثانیه است:

$$۱۲\times۶۰\,\text{دقیقه}\times۶۰\,\text{ثانیه}=۴۳۲۰۰\,\text{ثانیه}$$

حال با توجّه به سؤال، تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

÷۲۰

ساعت	عقب افتادن به ثانیه
۱	۲۰
○	۴۳۲۰۰

÷۲۰

$$\Rightarrow\bigcirc=۴۳۲۰۰\div۲۰=۲۱۶۰\ \text{ساعت}$$

هر روز ۲۴ ساعت است. پس ۲۱۶۰ ساعت، برابر $۲۱۶۰\div۲۴=۹۰$ روز است.

۱۵۷۶- گزینه‌ی ۲ زمان لازم برای رنگ کردن هر دایره (○)، دو برابر زمان رنگ کردن یک مربّع (□) اسـت. پس زمان رنگ کردن ۱۰ دایره برابر زمان رنگ کردن ۲۰ مربّع است. بنابراین جواب برابر است با

$$\frac{۸}{۲۰}\overset{\div۴}{\underset{\div۴}{=}}\frac{۲}{۵}$$

۱۵۷۷- گزینه‌ی ۴ در شکل اوّل دو دایره با ۶ مربّع مساوی است. پس یک ○ با سه □ مساوی است. پس □□□ = ○ (گزینه‌ی (۳)).
در شکل دوم در سمت چپ ترازو ۶ مربّع وجود دارد که طبق ترازوی قبلی، به جای ۶ مربّع می‌توان ۲ تا دایره قرار داد.
پس در کل ۴ دایره در سمت چپ وجود دارد که مساوی است با چهار △ سمت راست. پس △ = ○ (گزینه‌ی (۱)).
گزینه‌ی (۲) ⇐ هر سه □ برابر با یک ○ است. پس ○○ = △△ و چون می‌دانیم ○ = △ پس این گزینه درست است. ولی
در گزینه‌ی (۴) می‌دانیم هر △ یا ○ برابر با سه □ است، پس △ ○ برابر است با شش □ . پس گزینه‌ی (۴) غلط است.

۱۵۷۸- گزینه‌ی ۱ مخرج دو کسر را با هم برابر می‌کنیم:

$$\frac{\bigcirc}{۶}=\frac{\square}{۴}\Rightarrow\frac{\bigcirc\times۴}{۶\times۴}=\frac{\square\times۶}{۴\times۶}\Rightarrow\frac{\bigcirc\times۴}{۲۴}=\frac{\square\times۶}{۲۴}\Rightarrow\bigcirc\times\underset{۲}{\cancel{۴}}=\square\times\underset{۳}{\cancel{۶}}\Rightarrow۲\times\bigcirc=۳\times\square$$

که این جواب در گزینه‌ها نیست.
به جای ○ و □ عدد قرار می‌دهیم به‌طوری‌که تساوی برقرار باشد:

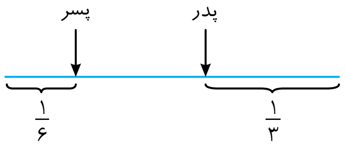
$$۲\times\textcircled{۳}=۳\times\boxed{۲}\Rightarrow۳\times\textcircled{۳}>۲\times\boxed{۲}$$

بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

۱۵۷۹- گزینه‌ی ۱ پدر کلّ مسیر را در ۳ ساعت می‌پیماید. پس در ۱ ساعت $\frac{۱}{۳}$ مسیر را طی می‌کند.

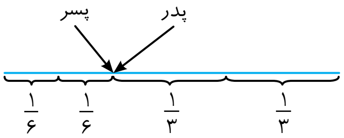
سرعت پسر نصف پدر است و در ۱ ساعت به اندازه‌ی نصف پدر حرکت می‌کند، یعنی به اندازه‌ی $\frac{۱}{۳}\div۲=\frac{۱}{۶}$.
شکل‌های روبه‌رو محل قرار گرفتن پدر و پسر را در زمان‌های ۰ ، ۱ و ۲ ساعت نشان می‌دهد.

زمان = یک ساعت



زمان صفر

زمان = ۲ ساعت



پس از ۲ ساعت به هم می‌رسند.

۱۵۸۰- گزینه‌ی ۴ فرض کنید سنّ لاله ۱۰ و سنّ کیانوش ۳۰ باشد.
جدول زیر فاصله‌ی سنّی کیانوش و لاله و نسبت سنّ آن‌ها را هر ۵ سال یک بار نشان می‌دهد:

سنّ لاله	۱۰	۱۵	$\textcircled{۲۰}$	۲۵	۳۰	۳۵
سنّ کیانوش	۳۰	۳۵	$\textcircled{۴۰}$	۴۵	۵۰	۵۵
فاصله‌ی سنّی	۳۰−۱۰=۲۰	۳۵−۱۵=۲۰	۴۰−۲۰=۲۰	۴۵−۲۵=۲۰	۵۰−۳۰=۲۰	۵۵−۳۵=۲۰
$\frac{\text{سنّ لاله}}{\text{سنّ کیانوش}}$	$\frac{۱۰}{۳۰}=\frac{۱}{۳}$	$\frac{۱۵}{۳۵}=\frac{۳}{۷}$	$\frac{۲۰}{۴۰}=\frac{۱}{۲}$	$\frac{۲۵}{۴۵}=\frac{۵}{۹}$	$\frac{۳۰}{۵۰}=\frac{۳}{۵}$	$\frac{۳۵}{۵۵}=\frac{۷}{۱۱}$

جدول بالا نشان می‌دهد با افزایش سنّ هر دو، همیشه اختلاف سنّی بدون تغییر می‌ماند. چون وقتی لاله ۱۰ سال بزرگ‌تر شود، کیانوش هم ۱۰ سال بزرگ‌تر می‌شود.
وقتی سنّ لاله دو برابر شده (یعنی ۲۰)، سنّ کیانوش (۴۰) دو برابر نشده است.
پس سنّ کیانوش کم‌تر از دو برابر سنّ امسالش می‌شود.

۱۵۸۱- گزینه‌ی ۲ $\frac{۳}{۲۰}$ کلّ آرد لیلا برابر با $\frac{۱}{۴}$ مقدار باقی‌مانده‌ی آن پس از پختن کیک صبحانه است. پس

$$(\text{کسر آرد باقی‌مانده پس از پخت کیک})\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۲۰}\Rightarrow(\text{کسر آرد باقی‌مانده پس از پخت کیک})=\frac{۳}{۲۰}\div\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۵}$$

پس او با $\frac{۲}{۵}$ کلّ آرد کیک درست کرده و $\frac{۳}{۵}$ آن باقی‌مانده است.

۱۵۸۲- گزینه‌ی ۲ اختلاف سنّ دو نفر همیشه ثابت است. یک سال پس از تولّد مهران، او یک سال دارد.

$$\text{اختلاف سنّ پدر و مادر}=\frac{۷}{۲}=\boxed{}\Rightarrow\frac{۲}{۷}=\frac{۱}{\boxed{}}=\frac{\text{سنّ مهران}}{\text{اختلاف سنّ پدر و مادرش}}$$

سه سال پس از آن روز، مهران ۱+۳=۴ سال دارد.

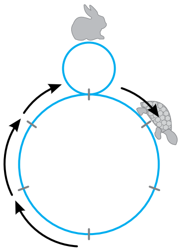
$$\frac{۸}{۷}=\frac{۴}{\frac{۷}{۲}}=\frac{\text{سنّ مهران}}{\text{اختلاف سنّ پدر و مادرش}}$$

۱۵۸۳- گزینه‌ی ۳ تعداد کلّ تیله‌های علامت‌دار ۵۰ تاست. وقتی این ۵۰ تیله به کیسه برمی‌گردند و کاملاً هم زده می‌شوند، ۸ تیله از ۵۰ تیله بار دوم علامت‌دار است. یعنی تقریباً $\frac{۸}{۵۰}$ کلّ تیله‌ها علامت‌دار است. حالا با استفاده از جدول تناسب، تعداد کلّ تیله‌ها را به‌دست می‌آوریم:

علامت‌دار	۸	۵۰
کل	۵۰	○

$$\Rightarrow ○=\frac{۵۰\times۵۰}{۸}=\frac{۲۵۰۰}{۸}=۳۱۲/۵\simeq۳۱۳$$

۱۵۸۴- گزینه‌ی ۱ چـون خرگوش ۱۰۰ دور کامل زده اسـت، بـه جای اوّل خود بازمی‌گردد. پـس گزینه‌های ۳ و ۴ نادرست هستند. محیط دایره‌ی خرگوش $\frac{۱}{۳}$ محیط دایره‌ی لاک‌پشت است و سرعت خرگوش دو برابر لاک‌پشت است.



پس اگر خرگوش ۶ دور بزند، لاک‌پشـت ۱ دور می‌زند. پس اگر خرگوش ۱۰۰ دور بزند، لاک‌پشت $\frac{۱۰۰}{۶}=۱۶\frac{۴}{۶}$ دور می‌زند، پس گزینه‌ی (۳) درست است.

۱۵۸۵- گزینه‌ی ۱ برای حلّ این سؤال فرض می‌کنیم کلّ ۵۰ کیلو آرد مصرف شود. با توجّه به نسبت آرد، شکر، کره‌ی محلی و شیر که برابر ۴ به ۲ به ۱ به $\frac{۱}{۲}$ است، مقدار مورد نیاز بقیه‌ی مواد به‌دست می‌آید.

شیر	کره‌ی محلی	شکر	آرد
$\xrightarrow{\div ۲}\frac{۱}{۲}$	$\xrightarrow{\div ۲}$ ۱	$\xrightarrow{\div ۲}$ ۲	۴
۶/۲۵	۱۲/۵	۲۵	۵۰

$$\Rightarrow ۵۰+۲۵+۱۲/۵+۶/۲۵=۹۳/۷۵$$

در این حالت کلّ آرد مصرف شده و هیچ‌کدام از مواد کم نمی‌آید. درصورتی‌که فرض کنیم کلّ شیر را باید مصرف کنیم، مقدار مورد نیاز به‌صورت زیر خواهد بود:

شیر	کره‌ی محلی	شکر	آرد
$\frac{۱}{۲}$	۱	۲	۴
۶/۷۵	۱۳/۵	۲۷	۵۴

در این حالت مقدار آرد مورد نیاز از مقدار آرد موجود بیش‌تر است $(۵۰>۵۴)$، پس جواب از جدول قبل به‌دست می‌آید. در صورتی‌که مصرف کردن کلّ شکر و کلّ کره را نیز بررسی کنیم و جدول را برای آن‌ها بسازیم، دوباره مانند جدول دوم جواب درستی به‌دست نمی‌آوریم.

۱۵۸۶- گزینه‌ی ۲ دقت کنید تعداد کارت‌ها ثابت اسـت. پس هر سـه نمی‌توانند برنده شـوند. در ابتدای بازی نسبت کارت‌های سارا، مهسا و سمیه به‌ترتیب ۲ به ۳ به ۵ است و در پایان آن ۳ به ۴ به ۶ است. سهم هر کدام را در ابتدا و انتهای بازی به‌دست می‌آوریم.

	سهم سمیه	سهم مهسا	سهم سارا
ابتدای بازی	$\frac{۵}{۱۰}$	$\frac{۳}{۱۰}$	$\frac{۲}{۱۰}$
انتهای بازی	$\frac{۶}{۱۳}$	$\frac{۴}{۱۳}$	$\frac{۳}{۱۳}$

$\frac{۲}{۱۰}>\frac{۳}{۱۳}$ و $\frac{۳}{۱۰}>\frac{۴}{۱۳}$ است. پس سهم سارا و مهسا از کارت‌ها، زیاد شده است و برنده هستند. $\frac{۵}{۱۰}<\frac{۶}{۱۳}$ و در نتیجه سمیّه بازنده شده است.

۱۵۸۷- گزینه‌ی ۴ دور هر کاشی رنگی ۶ کاشی سفید است، پس به نظر می‌رسد که نسبت آن‌ها ۱ به ۶ باشد، ولی چون دور هر کاشی سفید، ۳ کاشی رنگی وجود دارد، در نسبت ۱ به ۶، یک کاشی سفید را ۳ مرتبه حساب کرده‌ایم، پس باید مخرج کسر را تقسیم بر ۳ کنیم تا نسبت واقعی آن‌ها به‌دست آید:

$$\frac{۱}{۶÷۳}=\frac{۱}{۲}$$

۱۵۸۸- گزینه‌ی ۱ جدول تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

×۲۰

۲	۴۰	
۳	۶۰	
۵	⑩⓪ (۱۰۰)	
۱۰	۲۰۰	کل

×۲۰

قسمت کوچک‌تر برای کوچک‌ترین سهم است.

قسمت بزرگ‌تر برای بزرگ‌ترین سهم است.

۱۵۸۹- گزینه‌ی ۱ ابتدا با تناسب زیر طول و عرض آن را به‌دست می‌آوریم. جمع طول و عرض برابر است با نصف محیط: $\frac{۶۰}{۲}=۳۰$.

□	۷	طول
○	۵	عرض
۳۰	۱۲	جمع

×۲/۵

عرض: سانتی متر ۱۲/۵ = ۵×۲/۵ = ○ و طول: سانتی متر ۱۷/۵ = ۷×۲/۵ = □ ⇐

مساحت = طول × عرض = ۲۱۸/۷۵ سانتی‌متر مربّع

۱۵۹۰- گزینه‌ی ۳ جدول تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

$\times\frac{۶۴}{۱۲}$

۲	□	کوچک‌ترین قسمت
۴	△	
۶	○	
۱۲	۶۴	کل

$\times\frac{۶۴}{۱۲}$

$$\Rightarrow \square=\cancel{۲}\times\frac{\overset{۳۲}{\cancel{۶۴}}}{\underset{\underset{۳}{\cancel{۶}}}{\cancel{۱۲}}}=\frac{۳۲}{۳}=۱۰\frac{۲}{۳}$$

همیشه کوچک‌ترین بخش برای کوچک‌ترین نسبت است.

۱۵۹۱- گزینه‌ی ۴ ابتدا تعداد دختران و پسران را به‌دست می‌آوریم. سپس با دانستن نسبت پسرانی که فوتبال بازی می‌کنند، تعداد آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

×۵

۳	⑮	کسانی که فوتبال بازی می‌کنند
۴	۲۰	کل پسران

×۵

×۱۰

۱	$\boxed{۱۰}$	دختران
۲	$\boxed{۲۰}$	پسران
۳	۳۰	کل

×۱۰

۱۵۹۲- گزینه‌ی ۲ با توجّه به صورت سؤال، تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

×۱۶

$\boxed{۶۴}$	۴	درخت بلندتر
۴۸	۳	درخت کوتاه‌تر
۱۶	۱	اختلاف دو درخت

×۱۶

۱۵۹۳- گزینه‌ی ۱ طبق صورت سؤال می‌توانیم تناسب زیر را تشکیل دهیم:

×۷

$\boxed{۳۵}$	۵	یکی از اعداد
۵۶	۸ ×۷	یکی از اعداد
۹۱	۱۳	مجموع دو عدد

×۷

اختلاف دو عدد ۲۱=۳۵−۵۶

۱۵۹۴- گزینه‌ی ۱ با توجّه به سؤال، تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم، می‌دانیم $\frac{۳۴}{۴}=۸\frac{۲}{۴}$.

○	۵	کوچک‌تر
	۱۱	بزرگ‌تر
$\frac{۳۴}{۴}$	۱۶	جمع

$\times\frac{۳۴}{۶۴}$

$\Rightarrow \bigcirc = ۵\times\frac{۳۴}{۶۴}=۵\times\frac{۱۷}{۳۲}=\frac{۸۵}{۳۲}$

۱۵۹۵- گزینه‌ی ۱ از صورت مسئله متوجّه می‌شویم که پول رضا $\frac{۲۳}{۵}$ پول علی است.

$۴\frac{۳}{۵}=\frac{۲۳}{۵}$

پول علی $\times\frac{۲۳}{۵}=$ پول رضا

$\frac{\text{پول رضا}}{\text{پول علی}}=\frac{۲۳}{۵}$

×۱۰۰۰

	۲۳	پول رضا
$\boxed{۵۰۰۰}$	۵	پول علی
۱۸۰۰۰	۱۸	اختلاف پول‌ها

×۱۰۰۰

۱۵۹۶- گزینه‌ی ۱ با توجّه به سؤال، تناسب‌های زیر را می‌نویسیم و پول هر کدام را به‌دست می‌آوریم:

پول رادین

	۱	
	۳	
۶۶	۶ ×۱۱	
○	۱۰	کل

×۱۱

پول رادین ۱۱۰=۱۱×۱۰=○

پول طاها

	۲	
۳۰	۳ ×۱۰	
	۵	
□	۱۰	کل

×۱۰

پول طاها ۱۰۰=۱۰×۱۰=□

پول رادین ۱۰=۱۱۰−۱۰۰ تومان بیش‌تر است.

۱۵۹۷- گزینه‌ی ۱ با توجّه به داشتن نسبت طبقه‌ها و مجموع پول، تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم و سهم طبقه‌ی ۴ و ۱ را محاسبه کرده، سپس اختلاف سهم ساکن طبقه‌ی ۴ و ۱ را به‌دست می‌آوریم.

برای هر واحد طبقه‌ی چهار $۱۴/۲\div۲=۷/۱$

برای هر واحد طبقه‌ی اوّل $۳/۵۵\div۲=۱/۷۷۵$

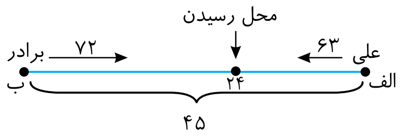
میلیون تومان $۷/۱-۱/۷۷۵=۵/۳۲۵$

×۳/ ۵۵

۱۴/۲	۴	طبقه‌ی چهارم
۱۰/۶۵	۳	طبقه‌ی سوم
۷/۱	۲	طبقه‌ی دوم
۳/۵۵	۱	طبقه‌ی اوّل
۳۵/۵	۱۰	مجموع

×۳/ ۵۵

۱۵۹۸- گزینه‌ی ۱ با دقت در صورت مسئله می‌توان به کمک یک جدول تناسب، مسافتی را که هر یک می‌پیمایند پیدا کرد.



÷۳

۲۱	۶۳	مسافتی که علی می‌رود
۲۴	۷۲	مسافتی که برادرش می‌رود
۴۵	۱۳۵	مجموع نسبت‌ها

÷۳

با جدول تناسب و با توجّه به این‌که برادر علی از شهر (ب) شروع به حرکت کرده است، معلوم می‌شود که این دو نفر در ۲۴ کیلومتری شهر (ب) به هم می‌رسند.

۱۵۹۹- گزینه‌ی ۳ تعداد دختران را در هر یک از مهد کودک‌های (الف) و (ب) به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{نسبت دختران}}{\text{کلّ جمعیّت دو مهد کودک}}\quad\frac{۱۲۰+۱۰۰}{۲۷۰+۱۸۰}=\frac{۲۲\cancel{۰}}{۴۵\cancel{۰}}=\frac{۲۲}{۴۵}$$

مهد کودک (ب)

	۴	پسر
۱۰۰	۵ ×۲۰	دختر
۱۸۰	۹	جمع

×۲۰

مهد کودک (الف)

	۵	پسر
۱۲۰	۴ ×۳۰	دختر
۲۷۰	۹	جمع

×۳۰

۱۶۰۰- گزینه‌ی ۱ با دادن کارت‌ها به مریم، نسبت تعداد کارت‌های فاطمه به مریم ۲ به ۱ می‌شود. و تعداد کلّ کارت‌ها برابر است با $۴۳+۱۵۲=۱۹۵$

۱۳۰	۲	فاطمه
۶۵	۱	مریم
۱۹۵	۳	کل

×۶۵

تعداد کارت منتقل شده$=۱۵۲-۱۳۰=۲۲$

نسبت تعداد کارت‌های منتقل شده به کارت‌های فاطمه برابر است با

$$\frac{۲۲}{۱۳۰}=\frac{۱۱}{۶۵}$$

۱۶۰۱- گزینه‌ی ۲ نسبت‌ها را به صورت کسری نوشته و با مخرج مشترک گرفتن نسبت کوروش را یکی می‌کنیم. سپس در جدول قرار داده و محاسبات را انجام می‌دهیم.

× ۳۰۰۰

۲۷۰۰۰	۹	مهران
	۱۰	سعید
	۱۲	کوروش
۹۳۰۰۰	۳۱	مجموع نسبت‌ها

× ۳۰۰۰

$$\frac{\text{پول سعید}}{\text{پول کوروش}}\quad\frac{۵}{۶}\xrightarrow{\times۲}\frac{۱۰}{۱۲}$$

$$\frac{\text{پول مهران}}{\text{پول کوروش}}\quad\frac{۳}{۴}\xrightarrow{\times۳}\frac{۹}{۱۲}$$

۱۶۰۲- گزینه‌ی ۱ ابتدا سهم نفر دوم را که دو نسبت متفاوت دارد یکسان می‌کنیم، یعنی مخرج دو کسر روبه‌رو را مشترک می‌کنیم. سپس با استفاده از تناسب، سهم نفر اوّل را می‌یابیم.

×۲۰۰۰

نفر اول	۱	$\boxed{۲۰۰۰}$
مجموع	۱۶	۳۲۰۰۰

×۲۰۰۰

مجموع نسبت‌ها $۱+۳+۱۲=۱۶$

$$\frac{\text{نفر اول}}{\text{نفر دوم}}\;\frac{۱}{۳}$$

$$\frac{\text{نفر سوم}}{\text{نفر دوم}}\;\frac{۴\times۳}{۱\times۳}=\frac{۱۲}{۳}$$

۱۶۰۳- گزینه‌ی ۲ با توجّه به متن سؤال نسبت‌ها را به صورت کسری نوشته، سپس دو مخرج را یکی کرده تا نسبت‌های آرزو یکسان شود و با قرار دادن نسبت‌ها در جدول تناسب، محاسبات را پیش می‌بریم.

$$\frac{\text{پول مینا}}{\text{پول آرزو}}\;\frac{۳}{۴}=\frac{۳\times۵}{۴\times۵}=\frac{۱۵}{۲۰}$$

$$\frac{\text{پول مریم}}{\text{پول آرزو}}\;\frac{۲}{۵}=\frac{۲\times۴}{۵\times۴}=\frac{۸}{۲۰}$$

اختلاف پول مریم و مینا تومان $۱۵۰۰۰-۸۰۰۰=۷۰۰۰$

×۱۰۰۰

مریم	۸	$\boxed{۸۰۰۰}$
مینا	۱۵	$\boxed{۱۵۰۰۰}$
آرزو	۲۰	۲۰۰۰۰
مجموع نسبت‌ها	۴۳	۴۳۰۰۰

×۱۰۰۰

۱۶۰۴- گزینه‌ی ۲ با توجّه به صورت سؤال، نسبت مصرف سوخت تراکتور کشاورز اوّلی به دومی و سومی به اوّلی را می‌نویسیم و با ضرب عدد ۴ در صورت و مخرج نسبت سومی بر اوّلی، کاری می‌کنیم که نسبت اوّلی در هر دو نسبت یکسان شود:

$$\frac{\text{سومی}}{\text{اولی}}=\frac{۳}{۲}\overset{\times۴}{=}\frac{۱۲}{۸}$$

$$\frac{\text{اولی}}{\text{دومی}}=\frac{۸}{۹}$$

حال با توجّه به داشتن نسبت‌ها و مجموع سوخت، تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم و مقدار سوخت ماشین اوّلی و سومی را به‌دست می‌آوریم:

اختلاف مصرف سوخت ماشین سوم و اوّل $۳۶-۲۴=۱۲$

×۳

اوّلی	۸	$\boxed{۲۴}$
دومی	۹	۲۷
سومی	۱۲	$\boxed{۳۶}$
مجموع	۲۹	۸۷

×۳

۱۶۰۵- گزینه‌ی ۳ **راه‌حلّ اوّل**: به دلیل این‌که احمد هم دارای نسبت ۳ و هم دارای نسبت ۵ است، بهتر است نسبت ۱۵ را برای او در نظر بگیریم و متناسب با او نسبت‌های جدید مربوط به افراد دیگر را می‌یابیم و مسئله را حلّ می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} ۱۲۷۵ \\ +\;\;۷۶۵ \\ \hline ۲۰۴۰ \end{array}$$

×۵۱

علی	۲۵	$\boxed{۱۲۷۵}$
احمد	۱۵	$\boxed{۷۶۵}$
سعید	۲۷	۱۳۷۷

×۵۱

$$\frac{\text{حمید}}{\text{احمد}}\;\frac{۲\times۵}{۳\times۵}=\frac{۱۰}{۱۵}\;,\quad \frac{\text{سعید}}{\text{احمد}}\;\frac{۹\times۳}{۵\times۳}=\frac{۲۷}{۱۵}\;,\quad \frac{\text{علی}}{\text{احمد}}\;\frac{۵\times۵}{۳\times۵}=\frac{۲۵}{۱۵}$$

راه‌حلّ دوم: ابتدا با نسبت‌های مرتبط سعید و احمد، پول احمد را می‌یابیم و سپس با نسبت‌های مرتبط احمد و علی، پول علی را می‌یابیم سپس حاصل‌جمع آن‌ها را پیدا می‌کنیم.

×۱۵۳

سعید	۹	۱۳۷۷
احمد	۵	$\boxed{۷۶۵}$

×۱۵۳

×۲۵۵

احمد	۳	۷۶۵
علی	۵	$\boxed{۱۲۷۵}$

×۲۵۵

$$۱۲۷۵+۷۶۵=۲۰۴۰$$

۱۶۰۶- گزینه‌ی ۳ نسبت غذای هر سه‌ی آن‌ها به یک‌دیگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{خروس}}{\text{مرغ}}=\frac{۲}{۱}\underset{\times۵}{\overset{\times۵}{=}}\frac{۱۰}{۵}$$

$$\frac{\text{مرغ}}{\text{جوجه}}=\frac{۲/۵}{۱}\underset{\times۲}{\overset{\times۲}{=}}\frac{۵}{۲}$$

نسبت غذای خروس به مرغ به جوجه ۱۰ به ۵ به ۲ است.

در نتیجه نسبت غذای ۱ خروس به ۲ مرغ به ۵ جوجه به‌ترتیب ۱۰ به ۱۰ به ۱۰ است.

×۱۰۰

۲مرغ	۱۰	$\boxed{۱۰۰۰}$
۵جوجه	۱۰	۱۰۰۰
۱خروس	۱۰	۱۰۰۰
مجموع	۳۰	۳۰۰۰

×۱۰۰

سهم هر مرغ ۱۰۰۰÷۲=۵۰۰

(مرغ‌ها) ۲×۵=۱۰

(جوجه‌ها) ۵×۲=۱۰

۱۶۰۷- گزینه‌ی ۲ عدد ۲۴ را که بر هر سه مخرج بخش‌پذیر است (مضرب مشترکشان است) انتخاب کرده و هر سه نسبت را در آن ضرب می‌کنیم تا نسبت‌ها به صورت عدد صحیح شوند و مقایسه‌ی آن‌ها راحت‌تر و سریع‌تر انجام گیرد.

$$\frac{۱}{۸}\times۲۴=\frac{۲۴}{۸}=۳\quad,\quad\frac{۱}{۳}\times۲۴=\frac{۲۴}{۳}=۸\quad,\quad\frac{۱}{۲}\times۲۴=\frac{۲۴}{۲}=۱۲$$

چون مجموع نسبت‌های دو زاویه‌ی کوچک‌تر، از نسبت زاویه‌ی بزرگ، کوچک‌تر است، مثلّث منفرجه‌الزّاویه است.

۱۶۰۸- گزینه‌ی ۳ مساحت مورد نیاز از پارچه در هر دو حالت برابر است، پس

مساحت حالت دوم = مساحت حالت اوّل

$$۸۰\times۳=\square\times۶۰\Rightarrow\square=\frac{\overset{۴}{\cancel{۸۰}}\times\overset{۱}{\cancel{۳}}}{\underset{\underset{۱}{\cancel{۳}}}{\cancel{۶۰}}}=۴$$

۱۶۰۹- گزینه‌ی ۳ از رابطه‌ی تناسب معکوس استفاده می‌کنیم. مقدار کلّ کار برابر ۱۲×۱۲ است.

تعداد کارگرهای جدید ۱۶=۴+۱۲

$$۱۲\times۱۲=۱۶\times\bigcirc\Rightarrow\bigcirc=۹$$ روز

۱۶۱۰- گزینه‌ی ۲ این مسئله را به دو صورت می‌توانیم پاسخ دهیم:

راه‌حلّ اوّل: نفر اوّل هر ۲۰ دقیقه یک دور می‌زند. پس برای زدن ۶ دور، به ۱۲۰=۲۰×۶ دقیقه زمان نیاز دارد. نفر دوم در هر ۳۰ دقیقه یک دور می‌زند. پس در ۱۲۰ دقیقه، به اندازه‌ی ۴=۳۰÷۱۲۰ دور می‌زند.

راه‌حلّ دوم: با استفاده از تساوی زیر (تناسب معکوس) می‌توانیم تعداد دورهای نفر دوم را حساب کنیم:

$$۶\times۲۰=\bigcirc\times۳۰\rightarrow\bigcirc=\frac{۶\times\overset{۲}{\cancel{۲۰}}_{\div۱۰}}{\underset{۳}{\cancel{۳۰}}_{\div۱۰}}=\frac{۱۲}{۳}=۴$$

۱۶۱۱- گزینه‌ی **۳** کلّ کار را با $\frac{۳}{۴}$ کارگران که ۶ نفر هستند، به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۳}{۴}\times۸=\frac{۲۴}{۴}=۶$$

کلّ کاردر ۱۲ روز انجام می‌شود: $\overset{\text{کارگر}}{۸}\times\overset{\text{روز}}{۹}=\overset{\text{کارگر}}{۶}\times\overset{\text{روز}}{\square}\Rightarrow\square=\frac{\overset{۴}{\cancel{۸}}\times\overset{۳}{\cancel{۹}}}{\underset{\underset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۶}}}=۱۲$

نصف کار در ۶ روز انجام می‌شود: $۱۲\div۲=۶$

۱۶۱۲- گزینه‌ی **۳** با توجّه به معکوس بودن تناسب، می‌توان تساوی زیر را تشکیل داده و محاسبات را انجام داد.

$$\overset{\text{نفرات}}{۱۲}\times\overset{\text{روز}}{۱۰}=\overset{\text{نفرات}}{(۱۲+۳)}\times\overset{\text{روز}}{\square}\Rightarrow۱۲۰=۱۵\times\square\Rightarrow\square=\frac{۱۲۰}{۱۵}=۸$$

پس باید $۲=۱۰-۸$ روز زودتر بازگردند.

۱۶۱۳- گزینه‌ی **۳** سه هفته و دو روز یعنی ۲۳ روز:

$۳\times۷+۲=۲۳$روز

حالا از طریق تناسب حل را ادامه می‌دهیم:

$$\overset{\text{نفرات}}{۳}\times\overset{\text{روز}}{۲۳}=\overset{\text{نفرات}}{۴}\times\overset{\text{روز}}{\square}\Rightarrow\square=\frac{۳\times۲۳}{۴}=\frac{۶۹}{۴}=۱۷\frac{۱}{۴}$$

یعنی ۱۷ روز و ربع یک روز، یعنی ۲ هفته و ۳ روز و ۶ ساعت.

۱۶۱۴- گزینه‌ی **۱** در یک زمان معین، اگر حامد ۳ کفش را واکس بزند، سعید ۱ کفش را واکس خواهد زد و با هم در همان زمان، ۴ کفش را واکس خواهند زد. سعید در ۳۶ دقیقه تعدادی کفش را واکس می‌زند. با اضافه شدن حامد، در یک زمان تعداد کفش‌های واکس خورده ۴ برابر می‌شود و در نتیجه زمان مورد نیاز، تقسیم بر ۴ می‌شود. دقیقه $۳۶\div۴=۹$

۱۶۱۵- گزینه‌ی **۲** با روزهای باقی‌مانده و تعداد سربازان جدید، تناسب معکوس تشکیل می‌دهیم.

روز باقی‌مانده $۳۰-۹=۲۱$

سرباز $۲۵+۱۰=۳۵$

$$\overset{\text{روز}}{۲۱}\times\overset{\text{سرباز}}{۲۵}=\overset{\text{روز}}{\bigcirc}\times\overset{\text{سرباز}}{۳۵}\Rightarrow\bigcirc=\frac{\overset{۵}{\cancel{۲۵}}\times\overset{۳}{\cancel{۲۱}}}{\underset{\underset{۱}{\cancel{۵}}}{\cancel{۳۵}}}\Rightarrow\bigcirc=۱۵$$

۱۶۱۶- گزینه‌ی **۱** اول ببینیم علی در مدت ۴ دقیقه چند سیب‌زمینی پوست می‌گیرد:

$۴\times۳=۱۲$

بعد از ۴ دقیقه علی ۱۲ سیب‌زمینی پوست گرفته است، پس ۳۲ سیب‌زمینی باقی می‌ماند.

$۴۴-۱۲=۳۲$

حسین و علی با هم در هر دقیقه ۸ سیب‌زمینی پوست می‌گیرند. پس ۴ دقیقه‌ی دیگر طول می‌کشد که کار تمام شود.

$۳۲\div۸=۴$

در این ۴ دقیقه حسین ۲۰ سیب‌زمینی پوست گرفته است.

$۴\times۵=۲۰$

۱۶۱۷- گزینه‌ی **۳** وقتی کشتی به جزیره می‌رسد، ۸ نفر از مسافران پیاده می‌شوند و ۱۲ نفر مسافر باقی می‌مانند. چون کشتی ظرفیتش را پر می‌کند، طبق صورت سؤال با این شرایط این ۱۲ مسافر برای ۵۰ روز غذا دارند. ۱۲ روز هم قبل از رسیدن به جزیره سپری کرده‌اند.

روز $۵۰+۱۲=۶۲$

۱۶۱۸- گزینه‌ی ۴ با توجّه به متن سؤال، جدول تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم و چون تناسب معکوس وجود دارد، رابطه‌ی زیر را نوشته و محاسبات را انجام می‌دهیم.

جوشکار	۳	۷
روز	۷	$\square$
ساعت	۸	۱۲
درب	۳۰	۳۰

$$۳\times۷\times۸=۷\times۱۲\times\square$$

$$\square=\frac{\overset{۱}{\cancel{۳}}\times\overset{۱}{\cancel{۷}}\times\overset{۲}{\cancel{۸}}}{\underset{۱}{\cancel{۷}}\times\underset{\underset{۱}{\cancel{۴}}}{\cancel{۱۲}}}=۲\text{روز}$$

۱۶۱۹- گزینه‌ی ۴ اگر تعداد کارگران اوّل را $\bigcirc$ در نظر بگیریم، تعداد کارگران در حالت دوم $\bigcirc+۱۰$ می‌شود. پس می‌توانیم تناسب معکوس تشکیل دهیم.

$$\bigcirc\times۱۲=(\bigcirc+۱۰)\times۸$$

با امتحان کردن گزینه‌ها می‌فهمیم عدد ۲۰ به جای $\bigcirc$ می‌تواند قرار گیرد.

۱۶۲۰- گزینه‌ی ۲ چاپگرهای متوسط قوی‌تر از چاپگرهای کوچک هستند و هر چاپگر متوسط می‌تواند کار بیش‌تری نسبت به یک چاپگر کوچک انجام دهد. پس

$$\overset{\text{چاپگر کوچک}}{۳\times۶۰۰}=\overset{\text{چاپگر متوسط}}{۲\times\square}\Rightarrow\square=\frac{۳\times\overset{۳۰۰}{\cancel{۶۰۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=۹۰۰$$

$$\overset{\text{چاپگر متوسط}}{۳\times۹۰۰}=\overset{\text{چاپگر بزرگ}}{۲\times\bigcirc}\Rightarrow\bigcirc=\frac{۳\times\overset{۴۵۰}{\cancel{۹۰۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=۱۳۵۰$$

۱۶۲۱- گزینه‌ی ۴

میزان کار پویا در یک ساعت: $\frac{۱}{۱۲}$

میزان کار محمد در یک ساعت: $\frac{۱}{۸}$

میزان کار مهراب در یک ساعت: $\frac{۱}{۶}$

میزان کار رادین در یک ساعت: $\frac{۱}{۴}$

اگر همه با هم در یک ساعت کار کنند $\Rightarrow\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۴}=\frac{۲+۳+۴+۶}{۲۴}=\frac{۱۵}{۲۴}$

در یک ساعت یعنی ۶۰ دقیقه همه با هم $\frac{۱۵}{۲۴}$ خیابان را جارو می‌کنند:

دقیقه	۶۰	$\bigcirc$
خیابان	$\frac{۱۵}{۲۴}$	$\frac{۲۴}{۲۴}$

$$\Rightarrow\bigcirc=\frac{\frac{\cancel{۲۴}^{۱}}{\cancel{۲۴}}\times۶۰}{\frac{۱۵}{۲۴}}=\frac{\frac{۶۰}{۱}}{\frac{۱۵}{۲۴}}=\frac{\overset{۴}{\cancel{۶۰}}\times۲۴}{\underset{۱}{\cancel{۱۵}}}=۹۶$$

۱۶۲۲- گزینه‌ی ۱ با توجّه به صورت سؤال در یک ساعت شخص A، $\frac{۱}{۴}$ کار و شخص B، $\frac{۱}{۶}$ کار و شخص C، $\frac{۱}{۸}$ کار را انجام می‌دهند.

سپس میزان کار هر سه در یک ساعت را به‌دست می‌آوریم:

میزان کار هر سه در یک ساعت: $\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۸}=\frac{۶+۴+۳}{۲۴}=\frac{۱۳}{۲۴}$

حال با توجّه به داشتن میزان کار هر سه در یک ساعت تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم و $\square$ را حساب می‌کنیم:

زمان	۱	$\square$
کار	$\frac{۱۳}{۲۴}$	$\frac{۱۳}{۲۰}$

$$\square=\frac{۱۳}{۲۰}\div\frac{۱۳}{۲۴}=\frac{۱۳}{۲۰}\times\frac{۲۴}{۱۳}=\frac{۶}{۵}=۱\frac{۱}{۵}=۱/۲$$

۱۶۲۳- گزینه‌ی ۳ در اتومبیل همه‌ی چرخ‌ها به یک اندازه حرکت می‌کنند (مسافت طی می‌کنند)، یعنی اگر چرخ جلو ۱ کیلومتر راه برود، چرخ عقب هم ۱ کیلومتر راه می‌رود و این به اندازه‌ی چرخ‌ها هیچ ربطی ندارد.

اما تعداد چرخش هر چرخ به دور خود به اندازه‌ی چرخ ارتباط دارد. یعنی اگر اندازه‌ی چرخ‌ها متفاوت باشد، تعداد دوری که هر چرخ می‌زند، با چرخ دیگر فرق دارد.

در این‌جا اندازه‌ی چرخ‌ها برابر است. پس همیشه به اندازه‌ی هم جلو یا عقب رفته و جهت علامت‌ها همیشه مثل هم است.

محیط چرخ‌ها یک متر است. پس اگر اتومبیل یک متر جلو برود، دوباره علامت‌ها به این صورت است: (↑) (↑)

در نتیجه پس از طی ۱۵۳ متر هم، دوباره جهت علامت‌ها به این صورت می‌شود: (↑) (↑)

۱۶۲۴- گزینه‌ی ۳ طبق سؤال قبل، چون اندازه‌ی چرخ‌ها یکسان است، جهت علامت‌ها مانند هم است.

هر یک متر که اتومبیل حرکت می‌کند، علامت‌ها دوباره به این حالت قرار می‌گیرند: (↑) (↑)

پس از ۱۰ متر هم چرخ‌ها به این صورت قرار می‌گیرند: (↑) (↑)

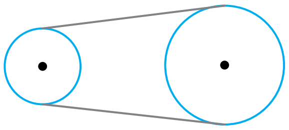
حرکت ۰/۲۵ متر یا $\frac{۱}{۴}$ متر، باعث چرخش به شکل روبه‌رو می‌شود. یعنی (↔) (↔) یا (↔) (↔)

که حالت دوم درست است. چون اتومبیل به سمت عقب حرکت کرده است.

۱۶۲۵- گزینه‌ی ۱ چرخ جلو هر ۱ متر به حالت (↑) برمی‌گردد. پس هر ۲ متر هم به حالت (↑) قرار می‌گیرد. چرخ عقب هم هر ۲ متر به حالت (↑) برمی‌گردد.

در نتیجه هر ۲ متر یک بار دو چرخ به حالت (↑) (↑) قرار می‌گیرند. پس اگر ۵۰ تا ۲ متر یعنی ۱۰۰ متر هم حرکت کنند، دوباره علامت‌ها به صورت (↑) (↑) قرار می‌گیرند.

۱۶۲۶- گزینه‌ی ۳ برای پیدا کردن پاسخ می‌توانیم از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم:



$$\text{تعداد دورهای چرخ بزرگ} \times \text{محیط چرخ بزرگ} = \text{تعداد دورهای چرخ کوچک} \times \text{محیط چرخ کوچک}$$

$$۹۰ \times ۳۵/۲ = \square \times ۱۹/۸$$

$$\square = \frac{۳۵/۲\times۹۰}{۱۹/۸} = \frac{\overset{۱۶}{\cancel{۳۵۲}}\times\overset{۱۰}{\cancel{۹۰}}}{\underset{\underset{۱}{\cancel{۲۲}}}{\cancel{۱۹۸}}} = ۱۶۰$$

۱۶۲۷- گزینه‌ی ۲ حرکت این دو چرخ نیز مثل حرکت چرخ‌های اتومبیل است. پس اندازه‌ی حرکت چرخ‌ها با هم برابر است. به این اندازه‌ی حرکت، مسافت می‌گویند و از رابطه‌ی روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\text{مسافت} = \text{محیط چرخ} \times \text{تعداد دور}$$

شعاع چرخ موتور $\frac{۱}{۷}$ شعاع چرخ پروانه است، پس شعاع چرخ پروانه، ۷ برابر شعاع چرخ موتور است. در نتیجه محیط چرخ پروانه هم ۷ برابر محیط چرخ موتور می‌شود. چون مسافت دو چرخ یکسان است، می‌نویسیم:

$$\text{تعداد دور چرخ پروانه} \times \text{محیط چرخ پروانه} = \text{تعداد دور چرخ موتور} \times \text{محیط چرخ موتور}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد دور چرخ موتور} = \frac{\overset{۷}{\cancel{\text{محیط چرخ پروانه}}} \times ۷۰}{\cancel{\text{محیط چرخ موتور}}} = ۴۹۰$$

۱۶۲۸- گزینه‌ی **۳** تعداد دور چرخ عقب را به‌دست می‌آوریم:

تعداد دور چرخ عقب × محیط چرخ عقب = ۶۲۸۰

$$۶۲۸۰=۲\times۱\times۳/۱۴\times\square\Rightarrow\square=\frac{\overset{۳۱۴۰}{\cancel{۶۲۸۰}}}{\cancel{۲}\times۳/۱۴}=\frac{۳۱۴۰}{۳/۱۴}=۱۰۰۰$$

قطر چرخ کوچک نصف قطر چرخ بزرگ است. پس شعاع آن نیز نصف شعاع چرخ بزرگ است. طول مسیر طی‌شده برای هر دو چرخ یکسان است. پس

(※) تعداد دور چرخ جلو × محیط چرخ جلو = تعداد دور چرخ عقب × محیط چرخ عقب

$$۲\times۱\times\cancel{۳/۱۴}\times۱۰۰۰=\cancel{۲}\times\frac{۱}{\cancel{۲}}\times\cancel{۳/۱۴}\times\bigcirc\Rightarrow\bigcirc=۲۰۰۰$$

توجّه: به جای رابطه‌ی (※) می‌توانید بنویسید:

تعداد دور (۲) × شعاع (۲) = تعداد دور (۱) × شعاع (۱)

تعداد دور (۲) × قطر (۲) = تعداد دور (۱) × قطر (۱)

۱۶۲۹- گزینه‌ی **۲** طبق سؤال قبل می‌توان نوشت

تعداد دور جلو × قطر چرخ جلو = تعداد دور عقب × قطر چرخ عقب

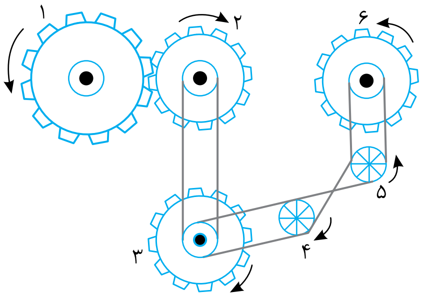
قطر چرخ عقب ۲ برابر قطر چرخ جلو است.

تعداد دور جلو × قطر چرخ جلو = تعداد دور عقب × قطر چرخ جلو × ۲

چرخ جلو دو برابر چرخ عقب چرخیده یا چرخ عقب نصف چرخ جلو چرخیده است.

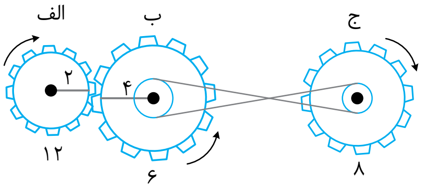
تعداد دور جلو = تعداد دور عقب × ۲ ⇐

۱۶۳۰- گزینه‌ی **۳** چون چرخ ۱ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد، چرخ ۲ و ۳ و ۴ در جهت عقربه‌های ساعت و چرخ ۵ و ۶ نیز خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخند.



۱۶۳۱- گزینه‌ی **۳** با توجّه به این‌که چرخ‌دنده‌ی (الف) در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد و چرخ‌دنده‌ی (ب) خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد، چرخ‌دنده‌ی (ج) در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد.

حال با توجّه به تساوی زیر شعاع چرخ (ج) را حساب می‌کنیم.



تعداد دور چرخ کوچک × محیط چرخ کوچک = تعداد دور چرخ بزرگ × محیط چرخ بزرگ

$$۴\times۲\times\pi\times۶=\text{شعاع}\times۲\times\pi\times۸\Rightarrow\text{شعاع}=\frac{\cancel{۴}\times\cancel{۲}\times\cancel{\pi}\times۶}{\cancel{۲}\times\cancel{\pi}\times\underset{۲}{\cancel{۸}}}=۳$$

۱۶۳۲- گزینه‌ی **۴** چرخ درون چرخ (ب) را چرخ (د) درنظر می‌گیریم. با توجّه به رابطه‌ی زیر می‌توانیم پاسخ را بیابیم:

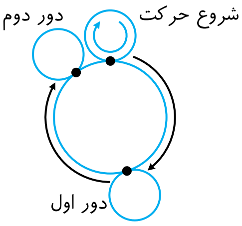
شعاع چرخ (آ) × تعداد دور چرخ (آ) = شعاع چرخ (ب) × تعداد دور چرخ (ب)

$$\square\times۲=۲۰۰\times۱\Rightarrow\square=\frac{\overset{۱۰۰}{\cancel{۲۰۰}}\times۱}{\cancel{۲}_{۱}}\Rightarrow\square=۱۰۰$$ تعداد دور چرخ (ب)

چرخ (د) نیز به اندازه‌ی چرخ (ب) می‌چرخد، بنابراین

شعاع چرخ (د) × تعداد دور چرخ (د) = شعاع چرخ (ج) × تعداد دور چرخ (ج)

$$\bigcirc\times۴=۱۰۰\times۱\Rightarrow\bigcirc=\frac{۱۰۰\times۱}{۴}=\frac{۱۰۰}{۴}=۲۵$$ تعداد دور چرخ (ج)



۱۶۳۳- گزینه‌ی ۱ شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید که در آن چرخ کوچک دو بار به دور خود دور زده است و میخ آن سه علامت روی دایره گذاشته است. مسیری که میخ طی کرده است به اندازه‌ی دو برابر محیط چرخ کوچک است.

حال اگر اوّلین باری را در نظر بگیریم که میخ دوباره روی علامت اوّل خود می‌افتد و فرض کنیم بعد از $\square$ دور چرخ کوچک این اتفاق بیافتد، مسیری که میخ طی کرده است به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$\square\times ۲\times ۱۸\times ۳/۱۴$ = (محیط چرخ کوچک) × (تعداد دور چرخ کوچک به دور خودش)

از طرفی تا زمانی که این اتّفاق بیافتد ممکن است چرخ کوچک چندین بار دایره‌ی بزرگ را دور زده باشد. فرض کنیم چرخ کوچک $\bigcirc$ بار دایره‌ی بزرگ را دور زده باشد در این‌صورت مسیری را که طی شده است به‌صورت زیر نیز می‌توان به‌دست آورد:

$\bigcirc\times ۲\times ۴۰\times ۳/۱۴$ = (محیط چرخ بزرگ) × (تعداد دور چرخ کوچک به دور چرخ بزرگ)

این دو مقدار مسیر با هم برابرند. پس

$$\square\times\cancel{۲}\times\overset{۹}{\cancel{۱۸}}\times\cancel{۳/۱۴}=\bigcirc\times\cancel{۲}\times\overset{۲۰}{\cancel{۴}۰}\times\cancel{۳/۱۴}\Rightarrow\square\times ۹=\bigcirc\times ۲۰$$

کوچک‌ترین مقداری که می‌توان برای $\bigcirc$ یافت عدد ۹ است.

$$\boxed{۲۰}\times ۹=\textcircled{۹}\times ۲۰$$

۱۶۳۴- گزینه‌ی ۴ با توجّه به صورت سؤال، زمان معمول رسیدن آن‌ها را با فرمول زیر حساب می‌کنیم:

$$\text{زمان}=\frac{\text{مسافت}}{\text{سرعت}}=\frac{۳\cancel{۰}}{۱\cancel{۰}}=۳$$

اگر دیل $\frac{۱}{۲}$ سرعت معمولی حرکت کند، زمان دو برابر می‌شود:

$$\text{زمان}=\frac{\text{مسافت}}{\text{سرعت}\times\frac{۱}{۲}}=\frac{۳۰}{۱۰\times\frac{۱}{۲}}=۶$$

اگر کرک $\left(\frac{۳}{۲}=\right)۱\frac{۱}{۲}$ سرعت معمولی حرکت کند، زمان $\frac{۲}{۳}$ برابر می‌شود:

$$\text{زمان}=\frac{\text{مسافت}}{\text{سرعت}\times\frac{۳}{۲}}=\frac{\cancel{۳}\cancel{۰}}{۱\cancel{۰}\times\frac{\cancel{۳}}{۲}}=۲$$

اختلاف: $۶-۲=۴$

۱۶۳۵- گزینه‌ی ۴ در حالت دوم که محیط چرخ‌ها بیش‌تر است به ما نشان می‌دهد که تعداد دورهایی که می‌زنند باید کم‌تر از حالت اوّل باشد. یعنی صورت مسئله به شکل زیر است:

$$\text{تعداد دورهای چرخ کوچک}-\text{تعداد دورهای چرخ بزرگ}=?$$

مسافت طی شده را داریم $(۱۸۰۰\times ۱۰۰۰\times ۱۰۰)$، پس اختلاف تعداد دورها می‌شود:

$$\frac{\text{مسافت چرخ کوچک}}{\text{محیط چرخ کوچک}}-\frac{\text{مسافت چرخ بزرگ}}{\text{محیط چرخ بزرگ}}$$

$$\frac{\overset{۹}{\cancel{۱۸}}۰۰_{\div ۲۰۰}\times ۱۰۰۰\times ۱۰۰}{\underset{۱}{\cancel{۲}۰۰\div ۲۰۰}}-\frac{\overset{۲۰۰}{\cancel{۱۸}}۰۰_{\div ۹}\times ۱۰۰۰\times ۱۰۰}{\underset{۲۵}{\cancel{۲۲۵}\div ۹}}=۹۰۰۰۰۰-\frac{۲۰۰\times ۱۰۰۰\times\overset{۴}{\cancel{۱۰۰}}_{\div ۲۵}}{\underset{۱}{\cancel{۲۵}\div ۲۵}}$$

تعداد دورهایی که چرخ‌های جدید کم‌تر می‌چرخند $۹۰۰۰۰۰-۸۰۰۰۰۰=۱۰۰۰۰۰$

۱۶۳۶- گزینه‌ی **۲** در ۲۰ دقیقه‌ی اوّل علی ۴۰۰ لیتر از استخر را پر می‌کند. ۲۰×۲۰=۴۰۰

باقی‌مانده ۴۰۰۰−۴۰۰=۳۶۰۰

در همین حال که علی با سرعت ۲۰ لیتر بر دقیقه استخر را پر می‌کند با سرعت ۲ لیتر بر دقیقه از استخر خالی می‌شود، یعنی می‌توان گفت با سرعت ۱۸=۲−۲۰ لیتر بر دقیقه استخر پر می‌شود. بنابراین ۲۰۰ دقیقه‌ی دیگر طول می‌کشد تا استخر پر شود: ۳۶۰۰÷۱۸=۲۰۰

دقیقه برای کل استخر ۲۰۰+۲۰=۲۲۰

۲۲۰ | ۶۰
−۱۸۰ ساعت ۳
دقیقه ۴۰ ⇐ سه ساعت و ۴۰ دقیقه

۱۶۳۷- گزینه‌ی **۱** تعداد افراد اتاق باید هم بر ۵ و هم بر ۴ بخش‌پذیر باشد(مضرب مشترک ۴ و ۵ باشد). اوّلین عددی که این ویژگی را دارد ۲۰ است، پس فرض می‌کنیم تعداد افراد ۲۰ نفر باشد.

تعداد کسانی که کلاه دارند:

×۵

۳	$\boxed{۱۵}$
۴	۲۰

×۵

، تعداد کسانی که دستکش دارند:

×۴

۲	$\boxed{۸}$
۵	۲۰

×۴

۱۵+۸=۲۳

چون حاصل جمع تعداد کسانی که کلاه یا دستکش دارند، بیش‌تر از ۲۰ نفر است، می‌توان نتیجه گرفت بعضی از افراد هم کلاه و هم دستکش دارند. حداقل ۳ نفر را دو بار حساب کردیم (۳=۲۰−۲۳)، پس حتماً ۳ نفر هم دستکش و هم کلاه دارند.

۱۶۳۸- گزینه‌ی **۴** اگر حداقل دانش‌آموزان را همان ۶۶ نفر سؤال فرض کنیم وقتی ۱۳ دختر انصرافی را کم کنیم ۵۳ نفر می‌شوند:
(۶۶−۱۳=۵۳)

سپس ۱۱ پسر اضافه شده را که بیفزاییم ۶۴ نفر می‌شوند (۶۴=۱۱+۵۳) که نصف دختر و نصف پسرند یعنی ۳۲ نفر:
(۶۴÷۲=۳۲)

بنابراین نسبت پسرها به دخترها قبل از این‌که این تغییرات به وجود بیاید $\frac{۲۱}{۴۵}$ است.

$$\frac{\text{نسبت پسرها}}{\text{نسبت دخترها}}=\frac{۳۲-۱۱}{۳۲+۱۳}=\frac{۲۱}{۴۵}$$

و این بدین معنا است که حداقل نفرات پسرها ۲۱ بوده است که با بررسی گزینه‌ها، گزینه‌ی نادرست قابل تشخیص است. دقّت کنید که اختلاف تعداد اوّلیّه‌ی دخترها و پسرها همیشه برابر ۲۴ است. (۲۴=۲۱−۴۵)

گزینه‌ی (۱): این گزینه صحیح است زیرا حداقل تعداد مورد نظر سؤال که ۲۱ پسر است را دارد.

×۸

پسرها	۴	$\boxed{۳۲}$
دخترها	۷	$\boxed{۵۶}$
اختلاف	۳	۲۴

×۸

گزینه‌ی (۳): این گزینه نیز صحیح است زیرا حداقل تعداد مورد نظر سؤال که ۲۱ پسر است را دارد.

×۶

پسرها	۹	$\boxed{۵۴}$
دخترها	۱۳	$\boxed{۷۸}$
اختلاف	۴	۲۴

×۶

گزینه‌ی (۲): این گزینه نیز صحیح است زیرا حداقل تعداد مورد نظر سؤال که ۲۱ پسر است را دارد.

×۲۴

پسرها	۱	$\boxed{۲۴}$
دخترها	۲	$\boxed{۴۸}$
اختلاف	۱	۲۴

×۲۴

گزینه‌ی (۴): این گزینه نادرست است زیرا حداقل تعداد مورد نظر سؤال برای پسرها که ۲۱ نفر است را ندارد و در این حالت کم‌تر از ۲۱ نفر پسر وجود دارد.

×۴

پسرها	۵	$\boxed{۲۰}$
دخترها	۱۱	$\boxed{۴۴}$
اختلاف	۶	۲۴

×۴

۱۶۳۹- گزینه‌ی **۲** این مسئله را به دو صورت می‌توانیم پاسخ دهیم:

راه‌حلّ اوّل: به این دلیل که $\frac{۲}{۳}$ گروه (الف) قبول شدند، تعداد گروه (الف) در کلاس مضرب ۳ است.

به خاطر این‌که $\frac{۳}{۴}$ گروه (ب) قبول شدند، تعداد گروه (ب) در کلاس مضرب ۴ است.

تشکیل یک جدول و مقایسه‌ی تعداد قبولی‌های دو گروه می‌تواند زمانی را که این تعداد برابر می‌شود، نشان دهد.

گروه (ب)

قبول شده	کل
۳	۴
۶	۸

گروه (الف)

قبول‌شده	کل
۲	۳
۴	۶
۶	۹

اوّلین زمانی که تعداد قبولی‌های گروه الف و ب با هم برابرند زمانی است که هر دو ۶ هستند، پس کم‌ترین تعداد ممکن کلّ دانش‌آموزان برابر ۱۷=۸+۹ است.

راه‌حلّ دوم: چون $\frac{۲}{۳}$ گروه (الف) قبول شدند، تعداد قبولی افراد این گروه باید مضرب ۲ باشد. به این دلیل که $\frac{۳}{۴}$ گروه (ب) قبول شدند، تعداد قبولی افراد این گروه باید مضرب ۳ باشد. به خاطر این که تعداد یکسانی از گروه (الف) و گروه (ب) قبول شدند، کم‌ترین تعداد ممکن ۶ است (کوچک‌ترین مضرب مشترک ۲ و ۳). اگر ۶ نفر از ۹ نفر گروه (الف) و ۶ نفر از ۸ نفر گروه (ب) قبول شوند، ۱۷ دانش‌آموز در کلاس هستند و این کم‌ترین تعداد ممکن است.

۱۶۴۰- گزینه‌ی **۴** بلیت سبز در میان هر دو گروه نسبت‌ها وجود دارد که اگر نسبت‌های گروه دوم را دو برابر کنیم نسبت بلیت سبز در هر دو گروه یکسان می‌شود.

نسبت‌های گروه دوم	نسبت‌های گروه اوّل
۱ سبز $\xrightarrow{\times ۲}$ ۲	۱ آبی
۳ زرد $\xrightarrow{\times ۲}$ ۶	۲ سبز
۶ نارنجی $\xrightarrow{\times ۲}$ ۱۲	۴ قرمز

با تشکیل تناسب روبه‌رو می‌توانیم تعداد هر بلیت را بیابیم:

×۱۶

آبی	۱	$\boxed{۱۶}$
سبز	۲	$\boxed{۳۲}$
قرمز	۴	$\boxed{۶۴}$
زرد	۶	$\boxed{۹۶}$
نارنجی	۱۲	$\boxed{۱۹۲}$
مجموع بلیت‌ها	۲۵	۴۰۰

×۱۶

حال برای این‌که کم‌ترین تعداد را بیابیم باید از هر رنگ حداکثر ۴۹ تا برداریم ولی چون از آبی و سبز ۴۹ تا نداریم، کلّ آن‌ها را بر می‌داریم:

$$۱۶+۳۲+۴۹+۴۹+۴۹+\boxed{۱}=۱۹۶$$

↓

با برداشتن این بلیت مطمئن هستیم از یک رنگ ۵۰ بلیت برداشته‌ایم

۱۶۴۱- گزینه‌ی ۳ ابتدا برای هر دو آکواریوم یک جدول نظام‌دار تنظیم می‌کنیم تا بررسی راحت‌تر شود.

تعداد ماهی‌های ممکن در آکواریوم دوم

حالت	ماهی نوع ۱	ماهی نوع ۲
۱	۳	۵
۲	۶	۱۰
۳	۹	۱۵
۴	۱۲	۲۰
۵	۱۵	۲۵
۶	۱۸	۳۰

تعداد ماهی‌های ممکن در آکواریوم اوّل

حالت	ماهی نوع ۱	ماهی نوع ۲
۱	۲	۳
۲	۴	۶
۳	۶	۹
۴	۸	۱۲
۵	۱۰	۱۵
۶	۱۲	۱۸
۷	۱۴	۲۱
۸	۱۶	۲۴
۹	۱۸	۲۷
۱۰	۲۰	۳۰

طبق جدول در ۳ حالت تعداد ماهی‌های نوع ۱ در مجموع ۲۰ می‌شود که باید تعداد ماهی نوع ۲ را در هر حالت جمع زد:

۱- حالت ۱ در آکواریوم اوّل و حالت ۶ در آکواریوم دوم:

تعداد ماهی نوع ۲ $۳+۳۰=۳۳$

۲- حالت ۴ در آکواریوم اوّل و حالت ۴ در آکواریوم دوم:

تعداد ماهی نوع ۲ $۱۲+۲۰=۳۲$

۳- حالت ۷ در آکواریوم اوّل و حالت ۲ در آکواریوم دوم:

تعداد ماهی نوع ۲ $۲۱+۱۰=۳۱$

با مقایسه‌ی این سه حالت کم‌ترین آن‌ها ۳۱ است.

۱۶۴۲- گزینه‌ی ۲ با تقسیم کردن تعداد سؤال‌های پاسخ داده شده بر کلّ سؤال‌ها در هر امتحان، درصدهای کسب شده توسط مژگان در هر امتحان را به‌دست می‌آوریم:

امتحان اوّل $\Rightarrow \frac{۶}{۱۰} \overset{\times ۱۰}{\underset{\times ۱۰}{=}} \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۶۰٪$

امتحان دوم $\Rightarrow \frac{۱۰}{۱۰} = ۱۰۰٪$

میانگین $\Rightarrow \frac{۶۰٪+۱۰۰٪}{۲} = \frac{۱۶۰٪}{۲} = ۸۰٪$

۱۶۴۳- گزینه‌ی ۴ عدد اعشاری را به‌صورت کسر نوشته و مخرج کسر حاصل را به ۱۰۰ تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{۳/۵}{۵} = \frac{\frac{۳۵}{۱۰}}{\frac{۵}{۱}} = \frac{۳۵\times ۲}{۵۰\times ۲} = \frac{۷۰}{۱۰۰} = ۷۰٪$$

۱۶۴۴- گزینه‌ی ۳ در این‌جا باید درصد مربوط به هر عدد را به‌دست آوریم، یعنی

۴ درصد عدد ۱۳۵ $= \frac{۴}{۱۰۰}\times ۱۳۵ = \frac{۵۴۰}{۱۰۰} = ۵/۴$

۲ درصد عدد ۲۷۰ $= \frac{۲}{۱۰\cancel{۰}}\times ۲۷\cancel{۰} = \frac{۵۴}{۱۰} = ۵/۴$

۱۸ درصد عدد ۳۰ $= \frac{۱۸}{۱۰\cancel{۰}}\times ۳\cancel{۰} = \frac{۵۴}{۱۰} = ۵/۴$

۱۲ درصد عدد ۵۰ $= \frac{۱۲}{\underset{۲}{\cancel{۱۰۰}}}\times \cancel{۵}۰ = \boxed{۶}$

توجّه: در محاسبه‌ی درصد علاوه بر جدول تناسب به‌صورت بالا نیز می‌توانیم عمل کنیم (از راه تبدیل کردن به کسر و ضرب کسر).

۱۶۴۵- گزینه‌ی ۳ مساحت مربّع به ضلع ۱ سانتی‌متر را بر مساحت مربّع به طول ۱ متر (۱۰۰ سانتی‌متر) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{۱\times۱}{۱۰۰\times۱۰۰}=\frac{۱\div۱۰۰}{۱۰۰۰۰\div۱۰۰}=\frac{\frac{۱}{۱۰۰}}{۱۰۰}=\frac{۰/۰۱}{۱۰۰}=۰/۰۱\%$$

۱۶۴۶- گزینه‌ی ۲ **راه‌حلّ اوّل:** ابتدا مقدار ۲۰ درصد نصف عدد را حساب می‌کنیم:

۲۰ درصد نصف عدد $=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{۱۰}{۱۰۰}$

یعنی ۲۰ درصد نصف عدد، همان ۱۰ درصد آن عدد است. پس جواب همان ۱۱ است.

راه‌حلّ دوم: ۱۰ درصد عددی برابر ۱۱ است، اگر آن عدد ☐ باشد،

$$۱۰\%=\frac{۱۰}{۱۰۰}=\frac{۱}{۱۰}\qquad\qquad \frac{۱}{۱۰}\times\square=۱۱\Rightarrow\square=۱۱۰$$

۲۰٪ نصف ۱۱۰ برابر است با

$$\frac{۲۰}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۲}\times۱۱۰\right)=\frac{۲}{۱۰}\left(\frac{۱}{۲}\times۱۱۰\right)=\frac{۱}{۱۰}(۱۱۰)=۱۱$$

۱۶۴۷- گزینه‌ی ۳ ابتدا ۴۵٪ شصت و چهار سرامیک را پیدا می‌کنیم از آن‌جایی که گزینه‌ی (۱) تعداد کم‌تر از مورد نظر ماست، باید گزینه‌ی (۳) که نزدیک‌ترین جواب است انتخاب شود.

$$\frac{۴۵}{۱۰۰}\times۶۴=۲۸/۸\%\simeq۳۰$$

۱۶۴۸- گزینه‌ی ۳ با توجّه به درصد خورده شده، مقدار آن را به‌دست می‌آوریم و سپس باقی‌مانده را حساب می‌کنیم:

$\frac{۷۵}{۱۰۰}\times۲۰/۵=۱۵/۳۷۵$ خورده شده ، باقی‌مانده $۲۰/۵-۱۵/۳۷۵=۵/۱۲۵$

۱۶۴۹- گزینه‌ی ۳ تناسب‌های زیر را تشکیل می‌دهیم و آن دو عدد را به‌دست می‌آوریم:

$\times\frac{۳}{۱۰}$

۹	۳۰
☐	۱۰۰

$\times\frac{۳}{۱۰}$

عدد دوم $\square=۱۰۰\times\frac{۳}{۱۰}=۳۰$

×۲

۴۰	۲۰
○	۱۰۰

×۲

عدد اوّل $\bigcirc=۱۰۰\times۲=۲۰۰$

اختلاف ۲ عدد برابر است با

$$۲۰۰-۳۰=۱۷۰$$

۱۶۵۰- گزینه‌ی ۲ ده درصد برابر است با $\frac{۱۰}{۱۰۰}$، در نتیجه

$$۱۰\times\frac{۱۰}{۱۰۰}\times\frac{۱۰}{۱۰۰}\times\frac{۱۰}{۱۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}=۰/۰۱$$

۱۶۵۱- گزینه‌ی ۳ ۲۰٪ و ۳۰٪ از پول را به صورت کسر می‌نویسیم:

۲۰ درصد از ۳۰ درصد $=\frac{۲۰}{۱۰۰}\times\frac{۳۰}{۱۰۰}=\frac{۶۰۰}{۱۰۰۰۰}=\frac{۶}{۱۰۰}=۶\%$

پس ۶ درصد از قیمت کتاب ۱۲۰ تومان است.

×۲۰

۱۲۰	۶
۲۰۰۰	۱۰۰

×۲۰

۱۶۵۲-گزینه‌ی ۲ $\frac{۱}{۸}$ عدد، ۲/۴ است:

×۲/۴

۲/۴	۱
۱۹/۲	۸

×۲/۴

$$\frac{\overset{۱}{\cancel{۲۵}}}{\underset{۴}{\cancel{۱۰۰}}}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{\underset{۱}{\cancel{۳}}}\times\frac{\overset{\overset{۱}{\cancel{۳}}}{\cancel{۷۵}}}{\underset{\underset{۲}{\cancel{۴}}}{\cancel{۱۰۰}}}=\frac{۱}{۸}$$

۱۶۵۳-گزینه‌ی ۲ ابتدا ۸۰ درصد ۲۰۰ را حساب می‌کنیم:

×۲

○	۸۰
۲۰۰	۱۰۰

×۲

$$\Rightarrow \bigcirc = ۸۰\times۲ = ۱۶۰$$

در نتیجه ۲۵ درصد آن عدد برابر است با ۱۶۰، حال خود عدد را به‌دست می‌آوریم:

$\times\frac{۱۶۰}{۲۵}$

۱۶۰	۲۵
□	۱۰۰

$\times\frac{۱۶۰}{۲۵}$

$$\Rightarrow \square = ۱۰۰\times\frac{۱۶۰}{۲۵} = ۶۴۰$$

دو برابر آن عدد برابر است با $۶۴۰\times۲=۱۲۸۰$.

۱۶۵۴-گزینه‌ی ۴ کلّ شـکل را می‌توان با کاشـی‌های کامل دست نخورده ⊞، ⊞، ⊞ و ⊞ سـاخت. یک چهارم هر یک از این کاشی‌ها، رنگی است. چون همه‌ی شکل از این کاشی‌ها ساخته می‌شود، پس $\frac{۱}{۴}$ کلّ شکل هم رنگی است. یعنی ۲۵ درصد.

۱۶۵۵-گزینه‌ی ۴ تعداد مربّع‌های رنگ نشده را از تعداد کلّ مربّع‌ها کم می‌کنیم.

تعداد کلّ مربّع‌ها: $۸\times۸=۶۴$ تعداد مربّع‌های رنگ نشده: $۸\times۲=۱۶$ تعداد مربّع‌های رنگ شده: $۶۴-۱۶=۴۸$

○	۴۸	رنگ شده
۱۰۰	۶۴	کلّ مربّع‌ها

$$\bigcirc=\frac{۱۰۰\times۴۸}{۶۴}=\frac{\overset{۲۵}{\cancel{۱۰۰}}\times\cancel{۱۶}\times۳}{\cancel{۱۶}\times\cancel{۴}}=۲۵\times۳=۷۵$$

پس ٪۷۵ مربّع‌ها رنگ شده‌اند.

۱۶۵۶-گزینه‌ی ۲ زاویه‌ی کلّ شکل برابر با °۳۶۰ است که ٪۲۰ آن را حساب می‌کنیم:

×۳/۶

$\boxed{۷۲}$	۲۰	زاویه رنگ شده
۳۶۰	۱۰۰	زاویه کل

×۳/۶

۱۶۵۷-گزینه‌ی ۳ ابتدا کلّ شوت‌های زده‌شده را حساب می‌کنیم:

$$۱۰+۱۳+۷+۱۱+۲۴=۶۵$$

سپس تعداد شوت‌های دفع‌شده را حساب می‌کنیم:

$$۷+۹+۶+۹+۲۱=۵۲$$

در پایان به کمک جدول تناسب زیر می‌توانیم درصد شوت‌های دفع‌شده را به‌دست آوریم:

×۲۰

$\boxed{۸۰}$	$\overset{۴}{\cancel{۵۲}}$ ÷۱۳	شوت‌های دفع‌شده
۱۰۰	$\overset{۵}{\cancel{۶۵}}$ ÷۱۳	کل شوت‌ها

×۲۰

۱۶۵۸- گزینه‌ی ۱ تعداد همه‌ی اعداد ۲ رقمی که شرایط صورت سؤال را دارند، به‌دست آورده و با جدول زیر درصد آن‌را می‌یابیم.

۱۱, ۲۲, ۳۳, ۴۴, ۵۵, ۶۶, ۷۷, ۸۸, ۹۹

÷۱۰ ÷۱۰

$\boxed{۱۰}$	۹	اعداد با شرایط سوال
۱۰۰	۹۰	کلّ اعداد ۲رقمی

۱۶۵۹- گزینه‌ی ۱ ابتدا ۶۰ درصد از ۸۰ سؤال را حساب می‌کنیم.

تعداد سؤال‌هایی که برای قبولی باید پاسخ دهد $\frac{۶۰}{۱۰۰}\times ۸۰=۴۸$

تعداد سؤال‌های که لیلا جواب داده است $۴۸-۳=۴۵$

۱۶۶۰- گزینه‌ی ۲ نخست باید بیش‌ترین تعداد ضربان قلب از نظر علمی را پیدا کنیم. همان‌طور که در صورت سؤال بیان شده، باید سنّ فرد را که در این‌جا ۲۶ سال است از عدد ۲۲۰ کم کنیم و بعد ببینیم که ۸۰ درصد آن تقریباً چقدر می‌شود:

$۲۲۰-۲۶=۱۹۴$

×۱/۹۴

۱۵۵/۲	۸۰	مقدار خواسته شده
۱۹۴	۱۰۰	کل ضربان

×۱/۹۴

$\xrightarrow{}$ تقریباً $\boxed{۱۵۵}$

۱۶۶۱- گزینه‌ی ۳ با داشتن قیمت جدید و قیمت اوّلیّه جدول زیر را تشکیل می‌دهیم، سپس میزان درصد افزوده شده را به‌دست می‌آوریم.

÷۶/۶

$\boxed{۲۵۰}$	۱۶۵۰	قیمت جدید
۱۰۰	۶۶۰	قیمت اوّلیه

÷۶/۶

درصد اضافه شده $۲۵۰-۱۰۰=۱۵۰$

۱۶۶۲- گزینه‌ی ۱ ۲۵٪ کم‌تر از سال قبل، یعنی

$$\text{فروش سال قبل}-\frac{۲۵}{۱۰۰}\times\text{فروش سال قبل}\quad,\quad \frac{۲۵}{۱۰۰}\times ۱۹۴۵=۴۸۶/۲۵$$

$$۱۹۴۵-۴۸۶/۲۵=۱۴۵۸/۷۵\xrightarrow[\text{گرد شده}]{\text{با تقریب کم‌تر از ۱}}۱۴۵۹$$

۱۶۶۳- گزینه‌ی ۴ وقتی $\frac{۳}{۸}$ قیمت کتاب را تخفیف گرفته باشیم بدین معناست که $\frac{۵}{۸}$ قیمت کتاب را پرداخته‌ایم. بنابراین

÷۲۵

۶۰	۱۵۰۰
۱۰۰	۲۵۰۰

÷۲۵

×۵۰۰

۱۵۰۰	۳	تخفیف
۲۵۰۰	۵	پرداخت

×۵۰۰

۱۶۶۴- گزینه‌ی ۱ ابتدا میزان توانایی امیر را محاسبه کرده، سپس با توجّه به این‌که کسی که توانایی بیش‌تری دارد، کار را در روزهای کم‌تری انجام می‌دهد، تناسب معکوس زیر را تشکیل می‌دهیم.

$۱۰۰+۲۵=۱۲۵$

۲۵	۱۰۰
□	۱۲۵

$$\square=\frac{\overset{۲۰}{\cancel{۱۰۰}}\times\overset{۱}{\cancel{۲۵}}}{\underset{\underset{۱}{\cancel{۵}}}{\cancel{۱۲۵}}}=۲۰\ \text{روز}$$

۱۶۶۵-گزینه‌ی ۳ وقتی علی ٪۳۰ کاری را در ۳ روز انجام دهد، در یک روز ٪۱۰ کار را انجام می‌دهد و وقتی محمّد ٪۵۰ همان کار را در دو روز انجام می‌دهد، در یک روز ٪۲۵ کار را انجام می‌دهد.

×۱۰ ×۱۰

۱	۳	روز
$\boxed{۱۰}$	۳۰	درصد کار

×۲۵ ×۲۵

۱	۲	روز
$\boxed{۲۵}$	۵۰	درصد کار

دو نفر با هم در یک روز انجام می‌دهند. $\frac{۱۰}{۱۰۰}+\frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{۳۵}{۱۰۰}$

×۲

$\boxed{۲}$	۱	روز
۷۰	۳۵	درصد کار

×۲

۱۶۶۶-گزینه‌ی ۲ ابتدا مساحت فرش اوّل و مساحت پوشیده‌شده، توسط دو فرش در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم.

مساحت فرش اوّل ۳×۳/۴=۱۰/۲

مساحت پوشیده شده توسط دو فرش (۴/۶×۳/۲)×۲=۲۹/۴۴

۱۰/۲	۲۰	مساحت پوشیده شده توسط فرش اوّل
☐	۱۰۰	مساحت کف اتاق

مساحت کف اتاق $\square=\frac{۱۰۰\times۱۰/۲}{۲۰}=۵۱$

☐	۲۹/۴۴	مساحت پوشیده شده‌ی دو فرش
۱۰۰	۵۱	مساحت کف اتاق

$\square=\frac{۲۹/۴۴\times۱۰۰}{۵۱}=۵۷/۷۲\simeq$ ٪۵۸

حدوداً ٪۵۸ از کف اتاق توسط دو فرش پوشیده شده است.

۱۶۶۷-گزینه‌ی ۳ از صورت سؤال متوجّه می‌شویم که علی ٪۸۰ تخم‌مرغ‌های خریداری شده را به خانه رسانده که معادل ۴۰ تخم‌مرغ است بنابراین:

٪۱۰۰−٪۲۰=٪۸۰

÷۲

۴۰	۸۰	تخم مرغ سالم رسانده شده
$\boxed{۵۰}$	۱۰۰	کلّ تخم‌مرغ‌ها

÷۲

۱۶۶۸-گزینه‌ی ۲ جدول تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم:

÷۵

۱۲	۶۰	کار انجام‌شده
$\boxed{۲۰}$	۱۰۰	کل کار

÷۵

۲۰−۱۲=۸

یعنی ۸ دقیقه‌ی دیگر طول می‌کشد که اطّلاعات این سی‌دی به طور کامل کپی شود.

۱۶۶۹-گزینه‌ی ۲ اختلاف مسیری که دو وسیله طی نموده‌اند ٪۵ است که معادل ۱۰ کیلومتر است. بنابراین

×۲

۱۰	۵	اختلاف مسیر طی شده
$\boxed{۲۰۰}$	۱۰۰	کلّ مسیر

×۲

$\frac{۹۰}{۱۰۰}-\frac{۸۵}{۱۰۰}=\frac{۵}{۱۰۰}$

۱۶۷۰- گزینه‌ی ۲ برای درک بهتر سؤال، بهتر است شکل زیر را رسم کنیم:

$\times\frac{۲۵}{۳۰}$

$\boxed{۲۵}$	۳۰	فاصله‌ی خانه‌ی پوریا و ایمان
۱۰۰	۱۲۰	کلّ مسیر

$\times\frac{۲۵}{۳۰}$

فاصله‌ی منزل پوریا و ایمان $۱۲۰-(۳۵/۴+۵۴/۶)=۳۰$

پس فاصله‌ی بین خانه‌ی پوریا و ایمان ۲۵٪ است.

۱۶۷۱- گزینه‌ی ۱ اختلاف هنگامی که ۲۰٪ منبع خالی است با هنگامی که ۲۰٪ آن پر است، معادل ۶۰٪ منبع است.

$\times ۲۰$

۱۲۰۰	۶۰	اختلاف دو حالت
$\boxed{۲۰۰۰}$	۱۰۰	کلّ گنجایش منبع

$\times ۲۰$

حالتی که ۲۰٪ خالی است $۱۰۰٪-۲۰٪=۸۰٪$

تفاوت دو حالت $۸۰٪-۲۰٪=۶۰٪$

۱۶۷۲- گزینه‌ی ۴ وقتی ۴۰ درصد ظرف خالی است، ۶۰ درصد آن پر است. اختلاف ۶۰ درصد و ۲۰ درصد ظرف برابر ۵۰ لیتر است. پس

ظرف ۴۰٪ = ۵۰ لیتر ⇒

۵۰	۴۰
□	۱۰۰

⇒ $□=\frac{۵۰\times۱۰۰}{۴۰}=۱۲۵$ لیتر

۱۶۷۳- گزینه‌ی ۴ ابتدا کلّ درآمد او را حساب می‌کنیم:

تومان $۸\times۱۰\times۱۰۰۰=۸۰۰۰۰$

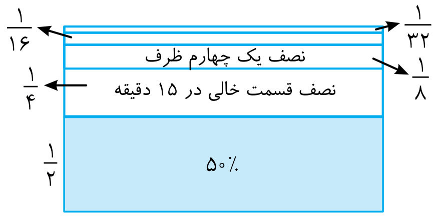
$\times ۸۰۰$

$\boxed{۲۰۰۰۰}$	۲۵	غذا و لباس
۸۰۰۰۰	۱۰۰	کل درآمد

$\times ۸۰۰$

باقی‌مانده $۸۰۰۰۰-\overset{۵۵۰۰۰}{\cancel{(۳۵۰۰۰+۲۰۰۰۰)}}=۲۵۰۰۰$

۱۶۷۴- گزینه‌ی ۲ برای درک بهتر شکل رسم می‌کنیم:



نصف قسمت خالی در ۱۵ دقیقه پر می‌شود یعنی $\overset{\frac{۱}{۴}}{\cancel{\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\right)}}$ ظرف در ۱۵ دقیقه پر می‌شود.

پر است. $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}=\frac{۲+۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$

خالی است. $\frac{۴}{۴}-\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۴}$

۱۵ دقیقه‌ی بار دوم، $\frac{۱}{۸}$ ظرف را پر می‌کند. $\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۸}$

پر است. $\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۸}=\frac{۶+۱}{۸}=\frac{۷}{۸}$

هنوز خالی است. $\frac{۸}{۸}-\frac{۷}{۸}=\frac{۱}{۸}$

۱۵ دقیقه‌ی بار سوم، $\frac{۱}{۱۶}$ ظرف را پر می‌کند. $\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۸}=\frac{۱}{۱۶}$

پر شده است. $\frac{۷}{۸}+\frac{۱}{۱۶}=\frac{۱۴+۱}{۱۶}=\frac{۱۵}{۱۶}$

خالی است. $\frac{۱۶}{۱۶}-\frac{۱۵}{۱۶}=\frac{۱}{۱۶}$

۱۵ دقیقه‌ی بار چهارم، $\frac{۱}{۳۲}$ ظرف را پر می‌کند. $\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۱۶}=\frac{۱}{۳۲}$

پر است. $\frac{۱}{۳۲}+\frac{۱۵}{۱۶}=\frac{۳۱}{۳۲}$

خالی است. $\frac{۳۲}{۳۲}-\frac{۳۱}{۳۲}=\frac{۱}{۳۲}$

دقیقه $۴\times۱۵=۶۰$

۱۶۷۵-گزینه‌ی **۲** ابتدا ۱۰ سانتی‌متر را به میلی‌متر تبدیل می‌کنیم سپس مساحت مربّع را محاسبه کرده و تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم.

×۵۰

$\boxed{۲}$	۰/۰۴	
۵۰۰۰	۱۰۰	مساحت مربّع

×۵۰

قطر به میلی‌متر $۱۰۰=۱۰$ سانتی‌متر

مساحت مربّع به میلی‌متر مربّع $\frac{۱۰۰\times۱۰۰}{۲}=۵۰۰۰$

۱۶۷۶-گزینه‌ی **۴** یک‌بار شعاع دایره را ۱۰۰ فرض کرده و محیط آن‌را به‌دست می‌آوریم و بار دوم شعاع را ۱۲۰ فرض کرده و محیط را به‌دست می‌آوریم.

$$\square=\frac{۱۰۰\times۱۲۵/۶}{۶۲۸}=\frac{۱۲۵۶۰}{۶۲۸}=۲۰$$

$\boxed{۲۰}$	۱۲۵/۶	اختلاف محیط‌ها
۱۰۰	۶۲۸	محیط اوّلیّه

$$\begin{array}{r} ۷۵۳/۶\\ -۶۲۸\\ \hline ۱۲۵/۶ \end{array}$$ اختلاف دو محیط

$$\left.\begin{array}{l} ۱۰۰\times۲\times۳/۱۴=۶۲۸\\ ۱۲۰\times۲\times۳/۱۴=۷۵۳/۶ \end{array}\right\}$$

۱۶۷۷-گزینه‌ی **۴** هرگاه طول هر ضلع مستطیل ٪۲۵ افزایش یابد، به محیط آن نیز ٪۲۵ افزوده می‌شود.

۱۶۷۸-گزینه‌ی **۲** پس از گرما دادن، طول هر ضلع مربّع ۱۰ درصد افزایش می‌یابد. یعنی طول هر ضلع $\frac{۱۰۰+۱۰}{۱۰۰}=\frac{۱۱۰}{۱۰۰}$ برابر می‌شود.

پس اختلاف مساحت‌ها برابر است با

$$\frac{۱۱۰}{۱۰۰}\times\frac{۱۱۰}{۱۰۰}-\frac{۱۰۰}{۱۰۰}\times\frac{۱۰۰}{۱۰۰}=\frac{۱۲۱۰۰}{۱۰۰۰۰}-\frac{۱۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰}=\frac{۲۱۰۰}{۱۰۰۰۰}=\frac{۲۱}{۱۰۰}=۲۱\%$$

۱۶۷۹-گزینه‌ی **۱** شعاع دایره‌ی اوّل، ۳۰ درصد شعاع دایره‌ی دوم است:

$$(\text{شعاع دایره‌ی اوّل})=\frac{۳۰}{۱۰۰}\times(\text{شعاع دایره‌ی دوم})$$

نسبت مساحت‌های دو دایره را می‌نویسیم:

$$\frac{\text{مساحت دایره‌ی اوّل}}{\text{مساحت دایره‌ی دوم}}=\frac{\cancel{\pi}\times\text{شعاع دایره‌ی اوّل}\times\text{شعاع دایره‌ی اوّل}}{\cancel{\pi}\times\text{شعاع دایره‌ی دوم}\times\text{شعاع دایره‌ی دوم}}$$

$$=\frac{(\frac{۳۰}{۱۰۰}\times\cancel{\text{شعاع دایره‌ی دوم}})\times(\frac{۳۰}{۱۰۰}\times\cancel{\text{شعاع دایره‌ی دوم}})}{\cancel{\text{شعاع دایره‌ی دوم}}\times\cancel{\text{شعاع دایره‌ی دوم}}}=\frac{۳۰}{۱۰۰}\times\frac{۳۰}{۱۰۰}=\frac{۹۰۰}{۱۰۰۰۰}=\frac{۹}{۱۰۰}=۹\%$$

نکته: اگر طول اضلاع یا شعاع یک شکل هندسی برابر $\square$ درصد اضلاع یا شعاع شکل دیگر باشد، نسبت مساحت آن‌ها برابر $\square\times\square$ می‌شود.

۱۶۸۰- گزینه‌ی ۳ اگر قاعده و ارتفاع مثلّث را ۱۰۰ فرض کنیم، سپس ٪۲۰ از آن‌ها کم کنیم، اندازه‌ی ۸۰ را برای هر ضلع خواهیم داشت. بنابراین

ضلع جدید ۱۰۰٪−۲۰٪=۸۰٪

مساحت جدید مثلّث $\frac{۸۰}{۱۰۰}\times\frac{۸۰}{۱۰۰}=\frac{۶۴}{۱۰۰}=۶۴\%$

مساحت کاهش یافته ۱۰۰٪−۶۴٪=۳۶٪

۱۶۸۱- گزینه‌ی ۳ هرگاه ارتفاع و قاعده‌ی مثلّثی را n برابر کنیم، مساحت $n\times n$ برابر می‌شود.

مساحت جدید افزوده می‌شود $\frac{۱۱۳/۳۶}{۱۰۰}-\frac{۱۰۰}{۱۰۰}=\frac{۱۳/۳۶}{۱۰۰}$ ، $\frac{۱۰۹}{۱۰۰}\times\frac{۱۰۴}{۱۰۰}=\frac{۱۱۳/۳۶}{۱۰۰}$

۱۶۸۲- گزینه‌ی ۲ **راه‌حلّ اوّل**: تعداد مکعّب‌های هر ردیف را حساب می‌کنیم:

مکعّب اضافه شده‌ی ردیف اوّل ۱۰×۲=۲۰ → ردیف اوّل از پایین ۴+۳+۲+۱=۱۰
مکعّب اضافه شده‌ی ردیف دوم ۶×۲=۱۲ → ردیف دوم ۳+۲+۱=۶
مکعّب اضافه شده‌ی ردیف سوم ۳×۲=۶ → ردیف سوم ۲+۱=۳
مکعّب اضافه شده‌ی ردیف چهارم ۱×۲=۲ → ردیف چهارم یک مکعّب دارد

تعداد کلّ مکعّب‌های اضافه شده: ۴۰ تعداد کلّ مکعّب‌های اوّلیّه: ۲۰

تعداد کلّ مکعّب‌ها ۶۰=۲۰+۴۰

$\frac{\text{نسبت مکعّب‌های اضافه‌شده}}{\text{نسبت کلّ مکعّب‌ها}}=\frac{۴۰}{۶۰}=\frac{۲}{۳}$ ، $○=\frac{۴۰\times۱۰۰}{۶۰}\simeq۶۶/۶\%$

○	۴۰	مکعّب‌های اضافه‌شده
۱۰۰	۶۰	کلّ مکعّب‌ها

راه حلّ دوم: چون در هر ردیف دو برابر تعداد مکعّب‌های شکل اوّلیه را اضافه کرده‌ایم، روی هم دو برابر کلّ مکعّب‌ها به شکل اضافه شده است. پس کلّ مکعّب‌های شکل جدید سه برابر مکعّب‌های شکل اوّل می‌شود. (۳=۱+۲)

$○=\frac{۲\times۱۰۰}{۳}\simeq۶۶/۶$

○	۲	مکعّب‌های اضافه‌شده
۱۰۰	۳	کلّ مکعّب‌ها

۱۶۸۳- گزینه‌ی ۱ ۸۰ مهره در کیسه داریم. اگر ۲۰ مهره با رنگ قرمز در کیسه بریزیم، تعداد مهره‌ها ۱۰۰ تا می‌شود و $\frac{۲۰}{۱۰۰}$ که معادل ۲۰ درصد است، مهره‌ی قرمز داریم.

۱۶۸۴- گزینه‌ی ۲ برای پاسخ به چنین پرسش‌هایی می‌توانید از رابطه‌ی زیر استفاده کنید:

$$\text{درصد غلظت الکل مخلوط}=\frac{(\text{درصد غلظت الکل دوم}\times\text{حجم الکل دوم})+(\text{درصد غلظت الکل اوّل}\times\text{حجم الکل اوّل})}{\text{حجم الکل دوم}+\text{حجم الکل اوّل}}$$

$$\frac{(۶۰\times۴۰)+(۲۰\times۶۰)}{۶۰+۲۰}=\frac{۳۶۰۰}{۸۰}=۴۵$$

۱۶۸۵- گزینه‌ی ۳ چون کسر تیله‌های آبی را می‌خواهیم و تعداد دقیق آن‌ها مورد سؤال نیست، می‌توانیم تعداد تیله‌ها را ۱۰۰ تا در نظر بگیریم. پس ۵۴ تیله‌ی آبی، ۳۰ تیله‌ی قرمز و ۱۶ تیله‌ی سبز داریم. تعداد تیله‌های سبز تغییری نکرده است. پس از برداشتن تیله‌های قرمز و آبی، ۱۶ تا تیله‌ی سبز، $\frac{۲}{۱۰}=۲۰$ درصد کلّ تیله‌ها است:

۱۶	۲۰
○	۱۰۰

$\Rightarrow ○=\frac{۱۰۰\times۱۶}{۲۰}=۸۰$

تعداد تیله‌ها پس از برداشتن قرمزها و آبی‌ها

پس در کل ۲۰ تیله کاهش یافته است. یعنی ۱۰ تا آبی و ۱۰ تا قرمز کم شده است. پس تعداد تیله‌های آبی ۱۰−۵۴=۴۴ تا شده است. در نتیجه

کسر تیله‌های آبی $\frac{۴۴}{۸۰}=\frac{۱۱}{۲۰}=\frac{۵۵}{۱۰۰}$

۱۶۸۶-گزینه‌ی ۲ درصد کودکان جامعه برابر است با

درصد کلّ کودکان = ۱۰۰ - درصد زنان - درصد مردان $=۱۰۰-۴۰-۳۵=۲۵٪$

درصد کلّ کودکان دختر $=۴۴٪\times۲۵٪=\frac{۴۴}{۱۰۰}\times\frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{۱۱۰۰}{۱۰۰۰۰}=۱۱٪$

درصد کلّ کودکان پسر = درصد کلّ کودکان − درصد کلّ کودکان دختر $=۲۵-۱۱=۱۴٪$

۳۰ درصد کودکان پسر بالای ۵ سال سن دارند، پس $۱۰۰-۳۰=۷۰$ درصد آن‌ها پایین ۵ سال سن دارند.

درصد کلّ کودکان پسر زیر ۵ سال $=۷۰٪\times۱۴٪=\frac{۷۰}{۱۰۰}\times\frac{۱۴}{۱۰۰}=\frac{۹۸۰}{۱۰۰۰۰}=۹/۸٪$

تعداد کلّ کودکان پسر زیر ۵ سال = درصد آن‌ها $\times۱۰۰۰۰۰۰=\frac{۹/۸}{۱۰۰}\times۱۰۰۰۰۰۰=۹۸۰۰۰$

۱۶۸۷-گزینه‌ی ۳ در مسائل درصد می‌توانیم به جای جدول تناسب از ضرب‌هایی مانند حالت زیر نیز استفاده کنیم:

$۱۴-۱۱=۳$ ، $۵۶٪\times۲۵=\frac{۵۶}{\underset{۴}{\cancel{۱۰۰}}}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۲۵}}}{۱}=\frac{۵۶}{۴}=۱۴$ ، تعداد ضربات $۲۰+۵=۲۵$ ، $۵۵٪\times۲۰=\frac{۵۵}{\underset{۵}{\cancel{۱۰۰}}}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۲۰}}}{۱}=\frac{۵۵}{۵}=۱۱$

۱۶۸۸-گزینه‌ی ۱ **راه حل اوّل**: توپ اوّل $۱۰۰-۱۲=۸۸٪$ قیمت اصلی است و توپ دوم $۱۰۰+۲۴=۱۲۴٪$ قیمت اصلی است در نتیجه تفاوت آن‌ها $۱۲۴-۸۸=۳۶٪$ قیمت اصلی است.

تفاوت	۳۶	○
کل	۱۰۰	۴۵۰۰

$○=\frac{۴۵\cancel{۰۰}\times۳۶}{۱\cancel{۰۰}}=۱۶۲۰$

راه حل دوم: می‌توانیم قیمت هر یک از توپ‌ها را به‌دست آوریم و سپس اختلافشان را حساب کنیم:

قیمت توپ اول	۸۸	○
کل	۱۰۰	۴۵۰۰

$\Rightarrow ○=\frac{۴۵\cancel{۰۰}\times۸۸}{۱\cancel{۰۰}}=۳۹۶۰$

اختلاف قیمت معامله $۵۵۸۰-۳۹۶۰=۱۶۲۰$

قیمت توپ دوم	۱۲۴	○
کل	۱۰۰	۴۵۰۰

$\Rightarrow ○=\frac{۴۵\cancel{۰۰}\times۱۲۴}{۱\cancel{۰۰}}=۵۵۸۰$

۱۶۸۹-گزینه‌ی ۳ ابتدا قیمت اصلی دوچرخه در مغازه‌ی B را به‌دست می‌آوریم:

×۲

قیمت دوچرخه در مغازه‌ی B	۱۱۵	$\boxed{۲۳۰}$
کلّ قیمت	۱۰۰	۲۰۰

×۲

سپس قیمت دوچرخه در مغازه‌ی B را با ۱۰٪ تخفیف که معادل ۹۰٪ قیمت آن است، به‌دست می‌آوریم:

×۲/۳

قیمت دوچرخه بعد از تخفیف	۹۰	$\boxed{۲۰۷}$
	۱۰۰	۲۳۰

×۲/۳

۱۶۹۰-گزینه‌ی ۳ ابتدا قیمت اوّلیّه کفش و کیف را به‌دست می‌آوریم.

$۱۰۰٪-۲۰٪=۸۰٪$

قیمت اوّلیّه‌ی کفش $\frac{۸۰}{۱۰۰}\times○=۱۲۰۰۰\Rightarrow ○=۱۲۰۰۰\div\frac{۸۰}{۱۰۰}\Rightarrow ○=۱۲۰۰۰\times\frac{۱۰۰}{۸۰}=۱۵۰۰۰$

$۱۰۰٪+۲۰٪=۱۲۰٪$

قیمت اوّلیّه‌ی کیف $\frac{۱۲۰}{۱۰۰}\times\square=۱۲۰۰۰\Rightarrow\square=۱۲۰۰۰\div\frac{۱۲۰}{۱۰۰}\Rightarrow\square=۱۲۰۰۰\times\frac{۱۰۰}{۱۲۰}=۱۰۰۰۰$

مجموع قیمت کفش و کیف اوّلیه ۱۵۰۰۰+۱۰۰۰۰=۲۵۰۰۰
مجموع قیمت کفش و کیف در حالت دوم ۱۲۰۰۰+۱۲۰۰۰=۲۴۰۰۰
⇒ ۲۵۰۰۰−۲۴۰۰۰=۱۰۰۰ تومان ضرر کرده است

۱۶۹۱-گزینه‌ی ۲ ابتدا قیمت‌های اوّلیه‌ی ماشین حساب و دفتر را به‌دست می‌آوریم:

۱۰۰٪−۲۵٪=۷۵٪

×۲۰

۱۵۰۰	۷۵	قیمت با تخفیف
$\boxed{۲۰۰۰}$	۱۰۰	قیمت اوّلیه‌ی دفتر

×۲۰

۱۰۰٪+۲۵٪=۱۲۵٪

×۱۰

۱۲۵۰	۱۲۵	قیمت با سود
$\boxed{۱۰۰۰}$	۱۰۰	قیمت اوّلیه‌ی ماشین‌حساب

×۱۰

ضرر ۵۰۰−۲۵۰=۲۵۰   ضرر در هر دفتر ۲۰۰۰−۱۵۰۰=۵۰۰   سود هر ماشین‌حساب ۱۲۵۰−۱۰۰۰=۲۵۰

۱۶۹۲-گزینه‌ی ۳ **راه‌حلّ اوّل**: کلّ ضرر (یا دو بار تخفیف) معادل $\frac{۲۴}{۱۰۰}$ است. بنابراین مبلغ پرداختی معادل $\frac{۷۶}{۱۰۰}$ قیمت اوّلیه است.

کلّ تخفیف $\frac{۲۰}{۱۰۰}+\frac{۴}{۱۰۰}=\frac{۲۴}{۱۰۰}$ ، $\frac{۵}{۱۰۰}\times\frac{۸۰}{۱۰۰}=\frac{۴۰}{۱۰۰۰}=\frac{۴}{۱۰۰}$ ، $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}-\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{۸۰}{۱۰۰}$

×۳۰۰

۲۲۸۰۰	۷۶	پرداخت
$\boxed{۳۰۰۰۰}$	۱۰۰	کلّ قیمت

×۳۰۰

قیمت پرداخت $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}-\frac{۲۴}{۱۰۰}=\frac{۷۶}{۱۰۰}$

راه‌حلّ دوم:

$$\bigcirc=\frac{\overset{۳۰۰}{\cancel{۲۲۸۰۰}}\times۱۰۰}{\underset{۱}{\cancel{۷۶}}}=۳۰۰۰۰$$

۲۲۸۰۰	۷۶
○	۱۰۰

$\frac{۸۰}{۱۰۰}\times\frac{۹۵}{۱۰۰}=\frac{۷۶}{۱۰۰}$

۱۶۹۳-گزینه‌ی ۳ بابک در ابتدا ۱۰ میلیون داد و سپس اتومبیل را ۱۵ میلیون فروخت، یعنی ۵ میلیون به پول‌هایش افزوده شد. حال ۵ میلیون بر ۱۵ میلیون اضافه کرد و اتومبیل را دوباره ۲۰ میلیون خرید و دوباره آن‌را به قیمت ۲۵ میلیون فروخت و دوباره ۵ میلیون سود برد. پس او در کل، ۱۵ میلیون از ۲۵ میلیون را خود پرداخت کرده و ۱۰ میلیون سود برده است.

×۴

$\textcircled{۴۰}$	۱۰
۱۰۰	۲۵

×۴

⇒ ۴۰ درصد سود برده است

۱۶۹۴-گزینه‌ی ۲ در مرحله‌ی اوّل ۵۰٪ سود برده یعنی $\frac{۱۵۰}{۱۰۰}$، ولی روی این مبلغ ۱۰٪ ضرر کرده است، بنابراین

سود نهایی $\frac{۱۳۵}{۱۰۰}-\frac{۱۰۰}{۱۰۰}=\frac{۳۵}{۱۰۰}$ $\frac{۱۵۰}{۱۰۰}-\frac{۱۵}{۱۰۰}=\frac{۱۳۵}{۱۰۰}$ میزان ضرر $\frac{۱۰}{۱۰۰}\times\frac{۱۵۰}{۱۰۰}=\frac{۱۵}{۱۰۰}$

مقدار سود کالای اوّلیه $\frac{۵۰}{\cancel{۱۰۰}}\times\overset{۲۰۰۰}{\cancel{۲۰۰۰۰۰}}=۱۰۰۰۰۰$

×۲۰۰۰

۷۰۰۰۰	۳۵	مقدار سود
$\boxed{۲۰۰۰۰۰}$	۱۰۰	قیمت اوّلیه‌ی کالا

×۲۰۰۰

قیمت فروش کالای اوّلیه با سود ۲۰۰۰۰۰+۱۰۰۰۰۰=۳۰۰۰۰۰

۱۶۹۵- گزینه‌ی **۲** روزانه ۹۹/۵ درصد قطعات این کارخانه‌ی قطعه‌ساز سالم هستند.

$$\frac{۱۰۰}{۱۰۰}-\frac{۰/۵}{۱۰۰}=\frac{۹۹/۵}{۱۰۰}$$

×۴۰

۳۹۸۰	۹۹/۵	تعداد قطعه‌های سالم
۴۰۰۰	۱۰۰	تعداد قطعه‌های کلّ

×۴۰

×۱۹۹۰۰

۱۵۹۲۰۰۰	۸۰	قیمت بعد از تخفیف کلّ قطعه‌های سالم
۱۹۹۰۰۰۰	۱۰۰	قیمت اوّلیّه‌ی کلّ قطعه‌های سالم

×۱۹۹۰۰

قیمت اصلی هر قطعه قبل از تخفیف $۱۹۹۰۰۰۰\div۳۹۸۰=۵۰۰$

۱۶۹۶- گزینه‌ی **۳** فرض کنیم قیمت هر گوسفند در هنگام خرید، $\square$ باشد.

$$\text{قیمت خرید همه‌ی گوسفندها}=۷۴۹\times\square$$

$$\text{قیمت فروش هر کدام از ۷۰۰ گوسفند}=\frac{\text{قیمت خرید همه‌ی گوسفندها}}{۷۰۰}=\frac{\overset{۱/۰۷}{\cancel{۷۴۹}}\times\square}{\cancel{۷۰۰}}=۱/۰۷\times\square$$

$$\text{قیمت فروش هر کدام از ۴۹ گوسفند}=\text{قیمت فروش هر کدام از ۷۰۰ گوسفند}\Rightarrow\text{قیمت فروش همه‌ی گوسفندها}=۷۴۹\times۱/۰۷\times\square$$

$$\text{سود}=\frac{\text{قیمت فروش}-\text{قیمت خرید}}{\text{قیمت خرید}}=\frac{۷۴۹\times۱/۰۷\times\square-۷۴۹\times\square}{۷۴۹\times\square}=\frac{\cancel{۷۴۹}\times۱/۰۷\times\cancel{\square}}{\cancel{۷۴۹}\times\cancel{\square}}-\frac{\cancel{۷۴۹}\times\cancel{\square}}{\cancel{۷۴۹}\times\cancel{\square}}=۱/۰۷-۱=۰/۰۷=۷\%$$

۱۶۹۷- گزینه‌ی **۲** ۰/۲ درصد ۲۰ میلیون تومان معادل ۴۰۰۰۰ تومان (یا ۴۰۰۰۰۰ ریال) است.

$\square$	۰/۲	میزان مالیات
۲۰۰۰۰۰۰۰	۱۰۰	قیمت اصلی

$$\square=\frac{۰/۲\times۲۰۰۰۰۰۰۰}{۱۰۰}=۴۰۰۰۰\ \text{تومان}\Rightarrow۴۰۰۰۰\times۱۰=۴۰۰۰۰۰\ \text{ریال}$$

۱۶۹۸- گزینه‌ی **۴** قیمت اعلام شده چون همراه با ٪۳/۵ مالیات بر ارزش افزوده است، بدین معنا است که این مبلغ معادل ٪۱۰۳/۵ قیمت اوّلیّه‌ی خودرو است. بنابراین

$$۱۰۰\%+۳/۵\%=۱۰۳/۵\%$$

۱۱۳۸۵۰۰۰	۱۰۳/۵	قیمت با مالیات
$\square$	۱۰۰	قیمت اوّلیّه

$$\square=\frac{۱۰۰\times۱۱۳۸۵۰۰۰}{۱۰۳/۵}=۱۱۰۰۰۰۰۰$$

۱۶۹۹- گزینه‌ی **۳** فرقی نمی‌کند که از کدام روش برای محاسبه‌ی قیمت نهایی استفاده کنیم. برای توضیح بیش‌تر، نفر اوّل باید ابتدا ٪۱۰۶ قیمت کالا را به‌دست بیاورد و سپس ٪۸۰ آن را حساب کند. یعنی

$$(۹۰۰۰۰\times\frac{۱۰۶}{۱۰۰})\times\frac{۸۰}{۱۰۰}$$

نفر دوم نیز ابتدا باید ٪۸۰ قیمت کالا را حساب کند و بعد ٪۱۰۶ آن را با مالیات در نظر بگیرد.

$$(۹۰۰۰۰\times\frac{۸۰}{۱۰۰})\times\frac{۱۰۶}{۱۰۰}$$

به دلیل خاصیّت جابه‌جایی ضرب، هر دو روش بالا به یک عدد می‌رسند. پس تفاضل نتایج برابر صفر است.

۱۷۰۰- گزینه‌ی ۳ ٪۶۰ پولی را خرج کردیم یعنی ٪۴۰ آن باقی‌مانده است. حالا ۶۰ درصد از ۴۰ درصد را هم خرج کردیم، یعنی ۲۴ درصد دیگر، از کلّ پول خرج شده است. $\rightarrow \frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}=\frac{۲۴۰۰}{۱۰۰۰۰}=\frac{۲۴}{۱۰۰}$

درصد کلّ پول خرج شده $=۶۰+۲۴=۸۴٪ \rightarrow$ پول باقی‌مانده $=۱۶٪$

پول باقی‌مانده	۱۶	۲۴۰۰
کل	۱۰۰	$\square$

$$\Rightarrow \square=\frac{\overset{۲۵}{\cancel{۱۰۰}}\times\overset{۶۰۰}{\cancel{۲۴۰۰}}}{\underset{۴}{\cancel{۱۶}}}=۱۵۰۰۰$$

۱۷۰۱- گزینه‌ی ۲ این میوه فروش هر ۱۵ پرتقال را $۵\times۱۰=۵۰$ تومان می‌خرد و هر ۱۵ پرتقال را $۳\times۲۰=۶۰$ تومان می‌فروشد. یعنی سود هر ۱۵ پرتقال برابر $۶۰-۵۰=۱۰$ تومان است. پس برای ۱۰۰ تومان سود، باید $۱۰\times۱۵=۱۵۰$ پرتقال بفروشد.

۱۷۰۲- گزینه‌ی ۴ وقتی‌که دو برابر سود آن معادل $\frac{۱}{۲}$ قیمت خرید است، بدین معناست که نسبت سود به قیمت خرید ۱ به ۴ است.

×۱۵۰۰۰

سود	۱	۱۵۰۰۰
خرید	۴	$\boxed{۶۰۰۰۰}$
فروش	۵	۷۵۰۰۰

×۱۵۰۰۰

$$\boxed{\text{سود}\times۲=\frac{۱}{۲}\times\text{قیمت خرید}}\Rightarrow\frac{\text{سود}}{\text{قیمت خرید}}=\frac{\frac{۱}{۲}}{۲}=\frac{۱}{۲}\div۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

۱۷۰۳- گزینه‌ی ۲ وقتی در روز اوّل ٪۳۰ مصرف شده است بدین معناست که در پایان روز اوّل ٪۷۰ باقی مانده است. همچنین ٪۴۰ باقی‌مانده در روز دوم یعنی ٪۲۸. پس به همین ترتیب،

گازوئیل باقی‌مانده پایان روز اوّل $۱۰۰٪-۳۰٪=۷۰٪$

گازوئیل باقی‌مانده‌ی روز دوم $\frac{۷۰}{۱۰۰}-\frac{۲۸}{۱۰۰}=\frac{۴۲}{۱۰۰}$ ، گازوئیل مصرف شده در روز دوم $\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۷۰}{۱۰۰}=\frac{۲۸}{۱۰۰}$

کلّ گازوئیل مصرف شده در سه روز $\frac{۳۰}{۱۰۰}+\frac{۲۸}{۱۰۰}+\frac{۲۱}{۱۰۰}=\frac{۷۹}{۱۰۰}$ ، گازوئیل مصرف شده در روز سوم $\frac{۵۰}{۱۰۰}\times\frac{۴۲}{۱۰۰}=\frac{۲۱}{۱۰۰}$

۱۷۰۴- گزینه‌ی ۲ اوّل درصد شکلات‌های سبز را به‌دست می‌آوریم:

$$۱۰۰-(۳۰+۲۰+۱۵+۱۰)=۲۵٪$$

سپس به کمک کسرهای مساوی، کلّ شکلات‌ها را حساب می‌کنیم:

کلّ شکلات‌ها $\frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{۳۰}{\square}\Rightarrow\square=\frac{۳۰\times۱۰۰}{۲۵}=۱۲۰$

حالا تعداد شکلات‌های آبی و قهوه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

شکلات‌های قهوه‌ای $\frac{۲۰}{۱۰۰}\times۱۲۰=۲۴$ ، شکلات‌های آبی $\frac{۳۰}{۱۰۰}\times۱۲۰=۳۶$

نصف آبی‌ها $۳۶\div۲=۱۸$

تعداد جدید شکلات‌های قهوه‌ای $۱۸+۲۴=۴۲$

۱۷۰۵- گزینه‌ی ۱ با توجّه به صورت سؤال، تعداد سؤالات جبری که پاسخ صحیح داده است را با تناسب زیر به‌دست می‌آوریم:

پاسخ صحیح	۷۰	○
کلّ سؤالات جبر	۱۰۰	۳۰

$$\bigcirc=\frac{۳۰\times۷۰}{۱۰۰}=\frac{۲۱۰۰}{۱۰۰}=۲۱$$

حال تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم تا متوجّه شویم او از ۸۰ سؤال به چند سؤال پاسخ صحیح داده است:

پاسخ درست	۸۰	○
کل سؤالات	۱۰۰	۸۰

$$\bigcirc=\frac{۸۰\times۸۰}{۱۰۰}=\frac{۶۴۰۰}{۱۰۰}=۶۴$$

از این ۶۴ سؤال ۲۱ تا از آن‌ها متعلّق به جبر است، پس

تعداد پاسخ صحیح هندسه $۶۴-۲۱=۴۳$

۱۷۰۶- گزینه‌ی ۲ ابتدا حساب می‌کنیم او به چند سؤال پاسخ داده است:

$\triangledown$ ۲۱	۶۰	پاسخ درست
۳۵	۱۰۰	کلّ هندسه

$\boxed{۱۲}$	۴۰	پاسخ درست
۳۰	۱۰۰	کلّ جبر

÷۱۰

⑦	۷۰	پاسخ درست
۱۰	۱۰۰	کلّ حساب

÷۱۰

$$\triangledown=\frac{۶۰\times۳۵}{۱۰۰}=\frac{۲۱\cancel{۰۰}}{۱\cancel{۰۰}}=۲۱$$

$$\square=\frac{۴۰\times۳۰}{۱۰۰}=\frac{۱۲۰۰}{۱۰۰}=۱۲$$

پاسخ‌های درست: ۷+۱۲+۲۱=۴۰

حال تعداد پاسخ لازم برای کسب نمره‌ی ۶۰ درصد را حساب می‌کنیم:

○	۶۰	نمره‌ی قبولی
۷۵	۱۰۰	کل آزمون

$$\bigcirc=\frac{۶۰\times۷۵}{۱۰۰}=\frac{۴۵\cancel{۰۰}}{۱\cancel{۰۰}}=۴۵$$

او باید ۵ سؤال دیگر پاسخ دهد: ۴۵−۴۰=۵

۱۷۰۷- گزینه‌ی ۲ اگر تعداد دانش‌آموزان را ۱۰۰ در نظر بگیریم: ۲۰ نفر نمره‌شان صفر، ۵ نفر ۱، ۴۰ نفر ۲ و ۳۵ نفر ۳ شده‌اند. حال میانگین را حساب می‌کنیم:

$$\frac{(۲۰\times۰)+(۵\times۱)+(۴۰\times۲)+(۳۵\times۳)}{۱۰۰}=\frac{۰+۵+۸۰+۱۰۵}{۱۰۰}=\frac{۱۹۰}{۱۰۰}=۱/۹$$

۱۷۰۸- گزینه‌ی ۲ نرگس ۱۲ پرتقال، یعنی ۶ جفت پرتقال دارد. چون او از هر جفت پرتقال ۸ آبمیوه می‌گیرد، در مجموع او ۴۸ آبمیوه از پرتقال‌ها می‌گیرد. (۶×۸=۴۸)

همچنین او ۱۲ گلابی دارد و چون هر ۳تا گلابی ۸ آبمیوه می‌دهد، او در مجموع ۳۲ آبمیوه از گلابی‌هایش می‌گیرد. (۴×۸=۳۲)

کلّ آب‌میوه‌ها ۴۸+۳۲=۸۰

○	۳۲	آب گلابی
۱۰۰	۸۰	کل

$$\Rightarrow\bigcirc=\frac{\overset{۱۰}{\cancel{۱۰۰}}\times\overset{۴}{\cancel{۳۲}}}{\underset{\underset{۱}{\cancel{۸}}}{\cancel{۸۰}}}=۴۰$$

۱۷۰۹- گزینه‌ی ۲ وقتی ٪۲۰ ماشین‌ها بیش از یک سرنشین دارند، بدین معناست که ۴۰ ماشین (معادل ٪۸۰) تک‌سرنشین هستند.

$$\frac{\overset{۴۰}{\cancel{۸۰}}}{\underset{\underset{۱}{\cancel{۲}}}{\cancel{۱۰۰}}}\times\overset{۱}{\cancel{۵۰}}=۴۰$$

٪۶۰ تک سرنشین‌ها خانم هستند، پس

راننده‌ی آقای تک‌سرنشین ٪۱۰۰−٪۶۰=٪۴۰

○	۴۰	تک سرنشین آقا
۴۰	۱۰۰	تک سرنشین

$$\bigcirc=\frac{۴۰\times۴۰}{۱۰۰}=\frac{۱۶۰۰}{۱۰۰}=۱۶$$

۱۷۱۰- گزینه‌ی ۳ ابتدا تعداد مردانی که به پرسش‌نامه پاسخ داده‌اند را حساب می‌کنیم:

مردها = زن‌ها − کل

۲۰۰−۹۶=۱۰۴

سپس تعداد مردانی که به ایستگاه رادیویی گوش می‌دهند را حساب می‌کنیم:

کل	گوش نمی‌دهند	گوش می‌دهند	
۱۰۴	۲۶	۷۸	مردان
۹۶	؟	۵۸	زنان
۲۰۰	۶۴	۱۳۶	کل

مردانی که گوش می‌دهند: $\underset{\text{کل مردان}}{۱۰۴} - ۲۶ = ۷۸$

حال درصد مردانی که گوش می‌دهند را حساب می‌کنیم:

مردانی که گوش می‌دهند ٪۷۵ $= \dfrac{\overset{۲۵}{\cancel{۱۰۰}} \times \overset{۳}{\cancel{۷۸}}}{\cancel{۱۰۴}\,\underset{۱}{\cancel{۴}}} = \square$

$\boxed{۷۵}$	۷۸
۱۰۰	۱۰۴

۱۷۱۱- گزینه‌ی ① کلّ هزینه‌ی چاپ برابر حاصل‌ضرب «تعداد چاپ در سال» در «هزینه‌ی چاپ» است.

$$(۶۵۰\times۱۰۰۰)\times(۰/۰۵)=\overset{۶۵۰۰}{\cancel{۶۵۰۰۰۰}}\times\frac{۵}{\cancel{۱۰۰}}=۳۲۵۰۰$$

۱۷۱۲- گزینه‌ی ④ درصد کاهش‌یافته را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{تعداد چاپ در سال ۱۳۶۰} - \text{تعداد چاپ در سال ۱۳۷۰}}{\text{تعداد چاپ در سال ۱۳۶۰}}\times۱۰۰=\frac{۶۵۰-۴۴۰}{۶۵۰}\times۱۰۰=\frac{۲۱۰}{۶۵۰}\times۱۰۰=\frac{۲۱}{۶۵}\times۱۰۰\simeq۳۲٪$$

۱۷۱۳- گزینه‌ی ③ هر کدام از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱) درست است:

$$\text{سود تبلیغات ۱۳۶۰} - \text{سود تبلیغات ۱۳۵۰} = ۵۲-۲۵ = ۲۷$$

که سود بقیّه کم‌تر از این مقدار بوده است.

گزینه‌ی (۲) درست است. هر سالی که تعداد چاپ افزایش یافته، سود تبلیغات افزایش و هر سالی که تعداد چاپ کاهش یافته است، سود تبلیغات نیز کاهش یافته است.

گزینه‌ی (۳) نادرست است:

$$\frac{۷۴-۷۰}{۷۰}=\frac{۴}{۷۰}\simeq۵/۷٪$$

۱۷۱۴- گزینه‌ی ④ مجموع پول‌ها را بر ۴ نفر تقسیم می‌کنیم تا میانگین پول آن‌ها به‌دست آید.

$۲۸۰۰۰\div۴=۷۰۰۰$ تومان

۱۷۱۵- گزینه‌ی ① ابتدا ببینیم که اگر فقط یک مهره‌ی قرمز داخل کیسه برود، درصد آن نسبت به کلّ مهره‌ها چقدر می‌شود.

$$\left.\begin{array}{r}\text{۸۰ مهره‌ی سیاه و سفید}\\ \text{۱ مهره‌ی قرمز}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{درصد مهره‌های قرمز}=\frac{۱}{۸۰+۱}\times۱۰۰=\frac{۱۰۰}{۸۱}\simeq۱/۲۳$$

حالا ۱۰ مهره‌ی قرمز می‌ریزیم.

$$\left.\begin{array}{r}\text{۸۰ مهره‌ی سیاه و سفید}\\ \text{۱۰ مهره‌ی قرمز}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{درصد مهره‌های قرمز}=\frac{۱۰}{۸۰+۱۰}\times۱۰۰=\frac{۱۰۰۰}{۹۰}\simeq۱۱/۱۱$$

حالا ۲۰ مهره‌ی قرمز می‌ریزیم.

$$\left.\begin{array}{r}\text{۸۰ مهره‌ی سیاه و سفید}\\ \text{۲۰ مهره‌ی قرمز}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{درصد مهره‌های قرمز}=\frac{۲۰}{۸۰+۲۰}\times۱۰۰=\frac{۲۰۰۰}{۱۰۰}=۲۰$$

۱۷۱۶- گزینه‌ی ② ابتدا نسبت توپ‌ها را به‌صورت کسری نوشته و نسبت بسکتبال را در مخرج قرار داده و مخرج مشترک گرفته تا نسبت بسکتبال در هر دو حالت یکسان باشد.

$\dfrac{۵}{۶}$ $\dfrac{\text{فوتبال}}{\text{بسکتبال}}$

$\dfrac{۴}{۶}=\dfrac{۲\times۲}{۳\times۲}$ $\dfrac{\text{والیبال}}{\text{بسکتبال}}$

×۵

توپ والیبال	$\boxed{۲۰}$	۴
کلّ حالت جدید	۱۰۰	۲۰

×۵

مجموع نسبت توپ‌ها طبق شرایط بیان شده $۴+۶+(\overset{۱۰}{\cancel{۲\times۵}})=۲۰$

۱۷۱۷- گزینه‌ی **۴** $\frac{۲۰}{۱۰۰}$ از $\frac{۴۰}{۱۰۰}$ پولی یعنی $\frac{۸}{۱۰۰}$ آن، بنابراین

×۴۰۰

۳۲۰۰	۸	
$\boxed{۴۰۰۰۰}$	۱۰۰	کلّ پول

×۴۰۰

$$\frac{۲۰}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}=\frac{۸}{۱۰۰}$$

۹۰٪ پول $\frac{۹۰}{۱۰۰}\times ۴۰۰۰۰=۳۶۰۰۰$

$(\cancel{۱\times ۲۴۰۰۰})+(\cancel{۴\times ۳۰۰۰})$

↓ ↓

قیمت ۴ دفتر و یک کیف $۲۴۰۰۰+۱۲۰۰۰=۳۶۰۰۰$

⇐ قیمت چهار دفتر و یک کیف معادل ۹۰٪ پول است

۱۷۱۸- گزینه‌ی **۴** ابتدا تعدادی را که از بین می‌روند به‌دست می‌آوریم:

در بار اوّل شست‌وشو:

×۱۰۰۰۰

$\boxed{۹۹۰۰۰۰}$	۹۹
۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰

×۱۰۰۰۰

۹۹۰۰۰۰ انگل از بین می‌رود، پس ۱۰۰۰۰ انگل باقی می‌ماند.

در بار دوم شست‌وشو:

×۱۰۰

۹۹۰۰	۹۹
۱۰۰۰۰	۱۰۰

×۱۰۰

۹۹۰۰ انگل از بین می‌رود.

$$۱۰۰۰۰۰۰-۹۹۹۹۰۰=۱۰۰$$

پس در کل $۹۹۰۰۰۰+۹۹۰۰=۹۹۹۹۰۰$ انگل از بین خواهد رفت و ۱۰۰ تا باقی می‌مانند.

۱۷۱۹- گزینه‌ی **۲** **راه‌حلّ اوّل**: قیمت هر سال را با افزایش آن به‌دست می‌آوریم.

$$۱۱۰=۱۰+۱۰۰$$

در پایان سال سوم

۹۳۱۷	۱۱۰
۸۴۷۰	۱۰۰

در پایان سال دوم

×۷۷

۸۴۷۰	۱۱۰
۷۷۰۰	۱۰۰

×۷۷

در پایان سال اوّل

×۷۰

۷۷۰۰	۱۱۰
۷۰۰۰	۱۰۰

×۷۰

$$\bigcirc=\frac{۸۴۷۰\times ۱۱۰}{۱۰۰}=۹۳۱۷$$

راه‌حلّ دوم:

$$۱۰۰+۱۰=۱۱۰$$

در پایان سال سوم $\frac{۱۱\cancel{۰}}{۱\cancel{۰۰}}\times\frac{۱۱\cancel{۰}}{۱\cancel{۰۰}}\times\frac{۱۱\cancel{۰}}{۱\cancel{۰۰}}\times ۷\cancel{۰۰۰}=۹۳۱۷$

۱۷۲۰- گزینه‌ی **۱** زمانی که قیمت فرش هر ۱۵ دقیقه ۱۰٪ کاهش می‌یابد، یعنی قیمت جدید هر بار ۹۰٪ قیمت قبلی است:

در ۹:۱۵ $\frac{۹۰}{۱۰\cancel{۰}}\times ۱\cancel{۰}=۹$ قیمت ۹ است.

در ۹:۳۰ $\frac{۹\cancel{۰}}{۱۰\cancel{۰}}\times ۹=\frac{۸۱}{۱۰}=۸/۱$ قیمت ۸/۱۰ است.

در ۹:۴۵ $\frac{۹\cancel{۰}}{۱۰\cancel{۰}}\times ۸/۱=\frac{۷۲/۹}{۱۰}=۷/۲۹$ قیمت ۷/۲۹ است.

پس باید در ساعت ۹:۴۵ بخرد.

۱۷۲۱- گزینه‌ی ۲ با توجّه به آن‌که $\frac{۱}{۵}=\frac{۲۰}{۱۰۰}$ و $\frac{۱}{۴}=\frac{۲۵}{۱۰۰}$ ، پس ابتدا نفر اوّل $\frac{۱}{۵}$ پول خود را به نفر دوم داده است، سپس نفر دوم $\frac{۱}{۴}$ پول جدید خود را به نفر اوّل داده است.

باقی‌مانده‌ی پول نفر اوّل $۱-\frac{۱}{۵}=\frac{۴}{۵}$ نفر اوّل

مقدار پولی که به نفر اوّل می‌دهد $\frac{۱}{۴}\times\frac{۶}{۵}=\frac{۶}{۲۰}=\frac{۳}{۱۰}$ پول نفر دوم در حالت جدید $۱+\frac{۱}{۵}=۱\frac{۱}{۵}=\frac{۶}{۵}$ نفر دوم

پول نفر اوّل در حالت جدید $\frac{۴}{۵}+\frac{۳}{۱۰}=\frac{۸+۳}{۱۰}=\frac{۱۱}{۱۰}$

میزان افزایش $\frac{۱}{۱۰}\times۱۰۰=۱۰\%$ میزان تغییر (افزایش) $\frac{۱۱}{۱۰}-۱=\frac{۱}{۱۰}$

بنابراین پول نفر اوّل ۱۰٪ بیش‌تر شده است.

۱۷۲۲- گزینه‌ی ۲ ابتدا باید دید که در ۵ دقیقه‌ی اوّل چند درصد یخ، آب می‌شود.

در ۵ دقیقه‌ی اوّل ۲۰ درصد از ۲۵ کیلوگرم یخ آب می‌شود:

یخ باقی‌مانده $۲۵-۵=۲۰$ ، جرم آب $=۱۰۰+۵=۱۰۵$ $\Leftarrow$ آب شده $۵=\frac{۲۵\times۲۰}{۱۰۰}=\square\Leftarrow\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{\square}{۲۵}$

در ۵ دقیقه‌ی دوم ۲۰ درصد از ۲۰ کیلوگرم یخ آب می‌شود.

یخ باقی‌مانده $۲۰-۴=۱۶$ ، جرم آب $=۱۰۵+۴=۱۰۹$ $\Leftarrow$ یخ آب شده $۴=\frac{۲۰\times۲۰}{۱۰۰}=\bigcirc\Leftarrow\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{\bigcirc}{۲۰}$

نسبت جرم یخ به آب $=\frac{۱۶}{۱۰۹}$

۱۷۲۳- گزینه‌ی ۲ وقتی می‌گویند ۱۰٪ کم شود بدین معناست که ۹۰٪ آن باقی‌مانده است. پس

×۲۰۰

باقی‌مانده	۹۰	$\boxed{۱۸۰۰۰}$
کل	۱۰۰	۲۰۰۰۰

×۲۰۰

در مرحله‌ی دوم ۱۰٪ به مبلغ باقی‌مانده‌ی مرحله‌ی اوّل اضافه می‌شود.

×۱۸۰

حقوق الآن علی	۱۱۰	$\boxed{۱۹۸۰۰}$
	۱۰۰	۱۸۰۰۰

×۱۸۰

$۱۰۰+۱۰=۱۱۰$

۱۷۲۴- گزینه‌ی ۴ هر کدام از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱):

$$۵۳۰۰\xrightarrow{\text{۱۰ درصد کاهش}}۵۳۰۰\times(۱-\frac{۱۰}{۱۰۰})=۵۳۰۰\times\frac{۹۰}{۱۰۰}=۴۷۷۰$$

$$۴۷۷۰\xrightarrow{\text{۱۰ درصد افزایش}}۴۷۷۰\times(۱+\frac{۱۰}{۱۰۰})=۴۷۷۰\times\frac{۱۱۰}{۱۰۰}=\boxed{۵۲۴۷}$$

گزینه‌ی (۲):

$$۵۳۰۰\xrightarrow{\text{۲۰ درصد کاهش}}۵۳۰۰\times(۱-\frac{۲۰}{۱۰۰})=۵۳۰۰\times\frac{۸۰}{۱۰۰}=۴۲۴۰$$

$$۴۲۴۰\xrightarrow{\text{۲۰ درصد افزایش}}۴۲۴۰\times(۱+\frac{۲۰}{۱۰۰})=۴۲۴۰\times\frac{۱۲۰}{۱۰۰}=\boxed{۵۰۸۸}$$

گزینه‌ی (۳):

$$۵۳۰۰\xrightarrow{\text{۳۰ درصد کاهش}}۵۳۰۰\times(۱-\frac{۳۰}{۱۰۰})=۵۳۰۰\times\frac{۷۰}{۱۰۰}=۳۷۱۰$$

$$۳۷۱۰\xrightarrow{\text{۳۰ درصد افزایش}}۳۷۱۰\times(۱+\frac{۳۰}{۱۰۰})=۳۷۱۰\times\frac{۱۳۰}{۱۰۰}=\boxed{۴۸۲۳}$$

گزینه‌ی (۴):

$$۵۳۰۰\xrightarrow{\text{۴۰ درصد کاهش}}۵۳۰۰\times(۱-\frac{۴۰}{۱۰۰})=۵۳۰۰\times\frac{۶۰}{۱۰۰}=۳۱۸۰$$

$$۳۱۸۰\xrightarrow{\text{۴۰ درصد افزایش}}۳۱۸۰\times(۱+\frac{۴۰}{۱۰۰})=۳۱۸۰\times\frac{۱۴۰}{۱۰۰}=\boxed{۴۴۵۲}$$

در نتیجه گزینه‌ی ۴ کتاب را بیش‌تر ارزان می‌کند.

۱۷۲۵- گزینه‌ی ۳ ابتدا ٪۱۱۰ قیمت خرید را به‌دست آورده که این مبلغ در واقع معادل ٪۹۰ قیمت، در هنگام فروش خواهد بود بدین ترتیب تناسب‌های زیر را تنظیم می‌کنیم:

۱۰۰٪−۱۰٪=۹۰٪

×۴۴۰

قیمت با سود	۹۰	۳۹۶۰۰
قیمت اعلام‌شده	۱۰۰	$\boxed{۴۴۰۰۰}$

×۴۴۰

۱۰۰٪+۱۰٪=۱۱۰٪

×۳۶۰

قیمت با سود	۱۱۰	$\boxed{۳۹۶۰۰}$
قیمت اولیّه	۱۰۰	۳۶۰۰۰

×۳۶۰

۱۷۲۶- گزینه‌ی ۳ قیمت اولیّه را ۱۰۰ فرض می‌کنیم.

قیمت پس از افزایش ۴۰ درصد ۱۰۰+۴۰=۱۴۰

قیمت فروخته شده پس از تخفیف ۱۰۰+۱۲=۱۱۲

میزان تخفیف از ۱۴۰ ۲۸=۱۱۲−۱۴۰

○	۲۸	میزان تخفیف
۱۰۰	۱۴۰	قیمت اصلی بعد از ۴۰ درصد افزایش

تخفیف بعد از افزایش $\bigcirc=\frac{\overset{۲}{\cancel{۲۸}}\times\overset{۱۰}{\cancel{۱۰۰}}}{\underset{\cancel{۱۴}}{\cancel{۱۴۰}}}=۲۰$

۱۷۲۷- گزینه‌ی ۳ از صورت سؤال متوجّه می‌شویم که مبلغ ۱۸۷۵۰ قیمت کالا همراه با ٪۲۵ سود است. یعنی ٪۱۲۵=٪۲۵+٪۱۰۰.

×۱۵۰

قیمت با سود	۱۲۵	۱۸۷۵۰
قیمت اولیّه	۱۰۰	$\boxed{۱۵۰۰۰}$

×۱۵۰

قیمت کالا قبل از فروش

۱۰۰٪−۲۵٪=۷۵٪

×۲۰۰

قیمت بعد از تخفیف	۷۵	۱۵۰۰۰
قیمت قبل از تخفیف	۱۰۰	$\boxed{۲۰۰۰۰}$

×۲۰۰

اختلاف قیمت کالا قبل از تخفیف و بعد از فروش ۵۰۰۰=۱۵۰۰۰−۲۰۰۰۰

۱۷۲۸- گزینه‌ی ۱ همه‌ی درصدها را به صورت کسر می‌نویسیم:

۲۵ درصد لاغر = ۲۵ درصد کاهش وزن $\Rightarrow \frac{\text{وزن جدید}}{\text{وزن قبلی}}=\frac{۱۰۰-۲۵}{۱۰۰}=\frac{۷۵}{۱۰۰}$

۲۰ درصد چاق = ۲۰ درصد افزایش وزن $\Rightarrow \frac{\text{وزن جدید}}{\text{وزن قبلی}}=\frac{۱۰۰+۲۰}{۱۰۰}=\frac{۱۲۰}{۱۰۰}$

۱۰ درصد لاغر = ۱۰ درصد کاهش وزن $\Rightarrow \frac{\text{وزن جدید}}{\text{وزن قبلی}}=\frac{۱۰۰-۱۰}{۱۰۰}=\frac{۹۰}{۱۰۰}$

۲۰ درصد چاق = ۲۰ درصد افزایش وزن $\Rightarrow \frac{\text{وزن جدید}}{\text{وزن قبلی}}=\frac{۱۰۰+۲۰}{۱۰۰}=\frac{۱۲۰}{۱۰۰}$

تغییرات وزن او در طول سال به این صورت است:

$$\frac{\overset{۳}{\cancel{۷۵}}}{\underset{۴}{\cancel{۱۰۰}}}\times\frac{\overset{۶}{\cancel{۱۲۰}}}{\underset{۵}{\cancel{۱۰۰}}}\times\frac{\overset{۹}{\cancel{۹۰}}}{\underset{۱۰}{\cancel{۱۰۰}}}\times\frac{\overset{۶}{\cancel{۱۲۰}}}{\underset{۵}{\cancel{۱۰۰}}}=\frac{۳\times۶\times۹\times۶}{۴\times۵\times۱۰\times۵}=\frac{۹۷۲}{۱۰۰۰}\Rightarrow\frac{۹۷/۲}{۱۰۰}$$

درصد وزن کاهش یافته: $۱۰۰-۹۷/۲=۲/۸\simeq۳$

۱۷۲۹- گزینه‌ی ۳ ابتدا ۱ لیتر (یعنی ۱۰۰۰ سی‌سی) مخلوط آب و روغن را ۱۰۰٪ فرض می‌کنیم و مقدار روغن خالص آن‌را به‌دست می‌آوریم. چون در مرحله‌ی دوم ۲۰ سی‌سی روغن باید معادل ۱۰٪ مخلوط باشد و ۹۰٪ نیز آب باشد، تناسب زیر را تشکیل می‌دهیم.

×۲

مقدار روغن	۱۰	۲۰
کلّ مخلوط	۱۰۰	□۲۰۰

×۲

×۱۰

مقدار روغن	۲	□۲۰
کلّ مخلوط	۱۰۰	۱۰۰۰

×۱۰

سی‌سی ۱۰۰۰−۲۰۰=۸۰۰

۱۷۳۰- گزینه‌ی ۲ در ۸۰۰ گرم آب نمک ۲۰٪، ۱۶۰ گرم نمک خالص وجود دارد.

گرم نمک خالص $\frac{۲۰}{۱۰۰}\times ۸۰۰=۱۶۰$

نمک خالص	۴۰	۱۶۰
کل آب نمک	۱۰۰	□

$\square=\frac{۱۶۰\times ۱۰۰}{۴۰}=۴۰۰$

مقدار گرمی که باید تبخیر شود ۸۰۰−۴۰۰=۴۰۰

۱۷۳۱- گزینه‌ی ۳ $\frac{۴}{۵}$نمک ٪۵/۵ یعنی $\frac{۴۴}{۱۰۰۰}$، که $\frac{۴۴}{۱۰۰۰}$ چهل هزار کیلوگرم سنگ نمک، معادل ۱۷۶۰ کیلوگرم است.

$\frac{۴}{۵}\times\frac{۵۵}{۱۰۰۰}=\frac{۴۴}{۱۰۰۰}$

کیلوگرم $\frac{۴۴}{۱۰۰۰}\times ۴۰۰۰۰=۱۷۶۰$

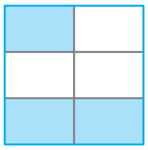
تن ۱۷۶۰÷۱۰۰۰=۱/۷۶

۱۷۳۲- گزینه‌ی ۳ می‌توانیم فرض کنیم ۱ لیتر آب در کوزه است، سپس جدول زیر را تنظیم می‌کنیم:

لیتر باقی‌مانده	لیتر ریخته شده	تعداد دفعات
۱−۰/۱=۰/۹	۱۰٪ از ۱=۰/۱	۱
۰/۹−۰/۰۹=۰/۸۱	۱۰٪ از ۰/۹=۰/۰۹	۲
۰/۸۱−۰/۰۸۱=۰/۷۲۹	۱۰٪ از ۰/۸۱=۰/۰۸۱	۳
۰/۷۲۹−۰/۰۷۲۹=۰/۶۵۶۱	۱۰٪ از ۰/۷۲۹=۰/۰۷۲۹	۴
۰/۶۵۶۱−۰/۰۶۵۶۱=۰/۵۹۰۴۹	۱۰٪ از ۰/۶۵۶۱=۰/۰۶۵۶۱	۵
۰/۵۹۰۴۹−۰/۰۵۹۰۴۹=۰/۵۳۱۴۴۱	۱۰٪ از ۰/۵۹۰۴۹=۰/۰۵۹۰۴۹	۶
۰/۵۳۱۴۴۱−۰/۰۵۳۱۴۴۱=۰/۴۷۸۲۹۶۹	۱۰٪ از ۰/۵۳۱۴۴۱=۰/۰۵۳۱۴۴۱	۷

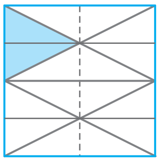
تعداد دفعات: ۷

۱۷۳۳- گزینه‌ی ۳ در شکل (۱) اگر مربّع را با خطّی عمودی نصف کنیم، به ۶ قسمت مساوی تقسیم می‌شود که ۳ تای آن‌ها رنگی است. پس احتمال برخورد میخ با قسمت رنگی برابر $\frac{۳}{۶}$ یعنی $\frac{۱}{۲}$ است.



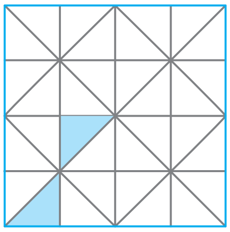
در شکل (۲) دقیقاً نیمی از شکل رنگی است. پس احتمال برخورد میخ با قسمت رنگی $\frac{۱}{۲}$ است. در نتیجه نسبت این دو احتمال برابر است با

$$\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲}}=۱$$



۱۷۳۴- گزینه‌ی ۴ شکل را تقسیم‌بندی می‌کنیم. به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم می‌شود. ۲ تا از این قسمت‌ها رنگی است.

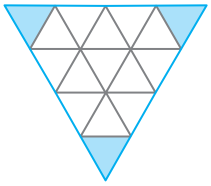
پس احتمال برخورد تیر با بخش رنگی برابر $\frac{۱}{۸}=\frac{۲}{۱۶}$ است.



۱۷۳۵- گزینه‌ی ۲ شکلی را به مثلّث‌های هم‌اندازه تقسیم می‌کنیم:

در مربّع روبه‌رو ۳۲ مثلّث وجود دارد که ۲ تای آن‌ها رنگ شده، پس احتمال مورد نظر برابر است با

$$\frac{۲}{۳۲}=\frac{۱}{۱۶}$$



۱۷۳۶- گزینه‌ی ۴ مثلّث اصلی را به مثلّث‌های کوچک هم‌اندازه تقسیم می‌کنیم:

از ۱۶ مثلّث کوچک درون زمین بازی، ۳ تا رنگ شده است، پس احتمال این‌که بازیکنی قسمت‌های رنگی را انتخاب کند برابر است با $\frac{۳}{۱۶}$.

۱۷۳۷- گزینه‌ی ۳ ابتدا حساب می‌کنیم چه کسری از $\frac{۶}{۷}$ بزرگ‌تر است که مخرجش ۱۶ باشد.

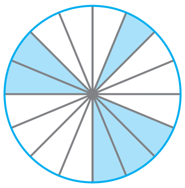
$$\frac{○}{۱۶}>\frac{۶}{۷}\Rightarrow ۷\times ○>۶\times ۱۶\Rightarrow ۷\times ○>۹۶$$

پس ○ باید حدّاقل ۱۴ باشد تا ○×۷ از ۹۶ بزرگ‌تر باشد. بنابراین باید حدّاقل ۱۴ خانه رنگی باشد. ۶ خانه رنگی است، در نتیجه باید ۸ خانه‌ی دیگر را رنگ کنیم.

۱۷۳۸- گزینه‌ی ۱ $\frac{۱}{۴}$ شکل نقطه‌چین شده است.

$$\frac{۱\times ۲۵}{۴\times ۲۵}=\frac{۲۵}{۱۰۰}=۲۵\%$$

در نتیجه احتمال این‌که عقربه روی قسمت نقطه‌چین قرار بگیرد ۲۵ درصد است.



۱۷۳۹- گزینه‌ی ۱ دایره را به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. با توجّه به شکل، از ۱۶ قسمت، ۶ قسمت رنگ شده، یعنی $\frac{۶}{۱۶}$ یا همان $\frac{۳}{۸}$:

$$\frac{۳}{۸}=۳\div ۸=۰/۳۷۵=\frac{۳۷۵}{۱۰۰۰}=\frac{۳۷/۵}{۱۰۰}=۳۷/۵\%$$

پس احتمال برخورد تیر با قسمت‌های رنگی ۳۷/۵ درصد است.

۱۷۴۰- گزینه‌ی ۴ از ۸ قسمت مساوی، ۵ بخش رنگی است، پس احتمال افتادن توپ در قسمت رنگی $\frac{۵}{۸}$ است، یعنی

$$\frac{۵}{۸}=۵\div ۸=۰/۶۲۵=\frac{۶۲۵}{۱۰۰۰}=\frac{۶۲/۵}{۱۰۰}=۶۲/۵\%$$

۱۷۴۱- گزینه‌ی ۲ قسمت سفید بیش‌تر از ۵۰ درصد شکل است. پس قسمت رنگی کم‌تر از ۵۰ درصد شکل است. در نتیجه احتمال این‌که عقربه روی قسمت رنگی قرار گیرد کم‌تر است از احتمال این‌که عقربه روی قسمت سفید قرار گیرد.

۱۷۴۲- گزینه‌ی ۳ ابتدا حساب می‌کنیم احتمال این‌که عقربه روی قسمت قرمز قرار بگیرد چقدر است. قسمت قرمز برابر با $\frac{۱}{۴}$ شکل است.

$$\frac{۱}{۴}=\frac{۲۵}{۱۰۰}=۲۵\%$$

پس $۱۰۰-۲۵=۷۵\%$ احتمال دارد که عقربه روی قسمتی غیر از قسمت قرمز قرار بگیرد.

۱۷۴۳-گزینه‌ی ۴ در آسیاب اوّل ۴ پره وجود دارد که احتمال برخورد گلوله با هر کدام $\frac{۱}{۴}$ یعنی ۲۵ درصد است. ولی در آسیاب دوم احتمال برخورد گلوله $\frac{۱}{۵}$ یعنی ۲۰ درصد است، در نتیجه نسبت آن‌ها برابر است با

$$\frac{٪۲۵}{٪۲۰}=\frac{۵}{۴}$$

۱۷۴۴-گزینه‌ی ۲ ۱۰ خانه با طرح‌های مختلف وجود دارد. از این ۱۰ خانه ۳ خانه به رنگ مشکی است. پس احتمال این‌که مهره روی یکی از کاشی‌های مشکی بایستد برابر است با

$$\overset{\times۱۰}{\underset{\times۱۰}{\frac{۳}{۱۰}=\frac{۳۰}{۱۰۰}}}=۳۰٪$$

۱۷۴۵-گزینه‌ی ۳ از ۸ قسمت صفحه‌ی داده شده، ۲ قسمت هاشور خورده است. یعنی ۲۵ درصد صفحه هاشور خورده است:

$$\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵=\frac{۲۵}{۱۰۰}=۲۵٪$$

از ۸ قسمت، ۳ قسمت مشکی است، یعنی ۳۷/۵ درصد صفحه مشکی است:

$$\frac{۳}{۸}=۰/۳۷۵=\frac{۳۷۵}{۱۰۰۰}=\frac{۳۷/۵}{۱۰۰}=۳۷/۵٪$$

پس نسبت آن‌ها برابر است با $\frac{۳۷/۵}{۲۵}$.

۱۷۴۶-گزینه‌ی ۲ چرخ داده شده، یک هشت ضلعی منتظم است پس ۸ وجه وجود دارد که یکی از آن‌ها رنگ شده، یعنی $\frac{۱}{۸}$ که برابر است با

$$\frac{۱}{۸}=۰/۱۲۵=\frac{۱۲۵}{۱۰۰۰}=\frac{۱۲/۵}{۱۰۰}=۱۲/۵٪$$

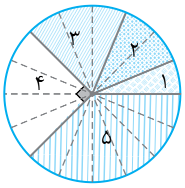
پس با احتمال ۱۲/۵ درصد وجه رنگ شده روبه‌روی فلش می‌ایستد.

۱۷۴۷-گزینه‌ی ۲ احتمال این‌که عقربه در قسمت (۳) قرار بگیرد $\frac{۱}{۴}$ است، زیرا $\frac{۱}{۴}$ مساحت دایره مربوط به قسمت (۳) است. پس حدوداً $\frac{۱}{۴}$ دفعات عقربه روی قسمت (۳) قرار می‌گیرد.

$$\frac{۱}{۴}\times۱۰۰۰=۲۵۰$$

بنابراین حدوداً ۲۵۰ بار عقربه روی قسمت (۳) قرار می‌گیرد و $۱۰۰۰-۲۵۰=۷۵۰$ بار روی قسمتی غیر از قسمت ۳ قرار می‌گیرد.

۱۷۴۸-گزینه‌ی ۱ دایره را به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم:



با توجّه به شکل، دایره به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم شده، پس احتمال برخورد با قسمت (۳) برابر است با

$$\frac{۳}{۱۶}=\frac{\text{تعداد قسمت‌های بخش (۳)}}{\text{تعداد کلّ قسمت‌ها}}$$

احتمال برخورد با بخش (۵) برابر است با

$$\frac{۶}{۱۶}=\frac{\text{تعداد قسمت‌های بخش (۵)}}{\text{تعداد کلّ قسمت‌ها}}$$

نسبت این دو احتمال برابر است با

$$\frac{\frac{۳}{۱۶}}{\frac{۶}{۱۶}}=\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}$$

۱۷۴۹- گزینه‌ی **۳** مساحت کلّ صفحه‌ی تیراندازی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مساحت مربّع} = \text{یک ضلع} \times \text{خودش} = ۱۰\times۱۰=۱۰۰$$

مساحت بخش رنگی، ربع مساحت یک دایره به شعاع ۴ است:

$$\frac{\text{مساحت دایره}}{۴}=\frac{\text{عدد پی}\times\text{شعاع}\times\text{شعاع}}{۴}=\frac{۴\times۴\times\pi}{۴}=۴\times\pi$$

پس احتمال مورد نظر برابر است با $\frac{۴\times\pi}{۱۰۰}$.

۱۷۵۰- گزینه‌ی **۲** احتمال برخورد با هر ناحیه را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{احتمال برخورد با ناحیه‌ی سفید}=\frac{\text{مساحت ناحیه‌ی سفید}}{\text{مساحت کل}}=\frac{۲\times۲\times۳}{۳\times۳\times۳}=\frac{۴}{۹}$$

$$\text{احتمال برخورد با ناحیه‌ی هاشور خورده}=\frac{\text{مساحت ناحیه ی هاشور خورده}}{\text{مساحت کل}}=\frac{(۳\times۳\times۳)-(۲\times۲\times۳)}{۳\times۳\times۳}=\frac{۱۵}{۲۷}=\frac{۵}{۹}$$

حال نسبت این دو احتمال را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{احتمال برخورد با ناحیه‌ی سفید}}{\text{احتمال برخورد با ناحیه‌ی هاشور خورده}}=\frac{\frac{۴}{۹}}{\frac{۵}{۹}}=\frac{۴}{۵}$$

۱۷۵۱- گزینه‌ی **۴** احتمال ایستادن عقربه در ناحیه‌ای با □ را در هر چرخنده حساب می‌کنیم:

$$\text{احتمال ایستادن عقربه در ناحیه‌ای با □}=\frac{\text{تعداد □ها}}{\text{تعداد △ها و □ها}}$$

چرخ(۱) : $\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$ چرخ(۲) : $\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$ چرخ(۳) : $\frac{۱}{۶}$ چرخ(۴) : $\frac{۲}{۱۲}=\frac{۱}{۶}$ چرخ(۵) : $\frac{۳}{۸}$

در چرخنده‌های (۳) و (۴) احتمال‌های موردنظر با هم مساوی و برابر $\frac{۱}{۶}$ است.

۱۷۵۲- گزینه‌ی **۱** احتمال این‌که در هر پرتاب، توپ در کدام سبد می‌افتد، هیچ ارتباطی با این‌که در پرتاب‌های قبلی، توپ در کدام سبد افتاده، ندارد و در همه‌ی پرتاب‌ها احتمال افتادن توپ در هر سبد برابر $\frac{۱}{۳}$ است.

۱۷۵۳- گزینه‌ی **۳** مساحت مثلّث برابر است با

$$\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}=\frac{۳\times۴}{۲}=۶$$

بخش رنگی، دایره‌ای با شعاع ۱ است، پس مساحت آن برابر است با

$$\text{شعاع}\times\text{شعاع}\times\text{عدد پی}\Rightarrow ۱\times۱\times۳/۱۴=۳/۱۴$$

در نتیجه احتمال برخورد گلوله با قسمت رنگی برابر است با

$$\frac{\text{مساحت بخش رنگی}}{\text{مساحت کلّ شکل}}=\frac{۳/۱۴}{۶}$$

۱۷۵۴- گزینه‌ی **۳** مساحت مثلّث سفید را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲}=\frac{۴\times۶}{۲}=۱۲$$

مساحت کلّ شکل برابر است با

$$\frac{\overset{۳}{\cancel{۶}}\times۸}{\cancel{۲}}=۲۴$$

پس مثلّث سفید $\frac{۱۲}{۲۴}$ کلّ شکل یعنی ۵۰ درصد کلّ شکل است، در نتیجه قسمت هاشور خورده نیز ۵۰ درصد کلّ شکل است. بنابراین نسبت احتمال آن‌ها برابر یک می‌شود:

$$\frac{۵۰٪}{۵۰٪}=۱$$

۱۷۵۵- گزینه‌ی ۲ از ۱۲ صندلی، ۳ تای آن‌ها قرمز است، پس احتمال نشستن روی صندلی قرمز $\frac{۳}{۱۲}$ یعنی $\frac{۱}{۴}$ است، که برابر است با

$$\frac{۱}{۴}=۰/۲۵=\frac{۲۵}{۱۰۰}=۲۵٪$$

۱۷۵۶- گزینه‌ی ۱ کلّ مهره‌ها ۱۴=۶+۵+۳ تا است و تعداد مهره‌های آبی ۳ تا است. پس احتمال این‌که سعید مهره‌ی آبی بردارد، برابر است با

$$\frac{\text{تعداد مهره های آبی}}{\text{تعداد کلّ مهره ها}}=\frac{۳}{۱۴}\simeq ۰/۲۱=۲۱٪$$

۱۷۵۷- گزینه‌ی ۳ در جامدادی ۸ مداد قرمز، ۲ مداد سبز و ۶ مداد آبی وجود دارد، پس در مجموع ۱۶ مداد در جامدادی وجود دارد. از این ۱۶ مداد، ۶ تا آبی است و ۱۰ تا آبی نیست، بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با

$$\frac{۱۰}{۱۶}=\frac{۵}{۸}=۰/۶۲۵=\frac{۶۲۵}{۱۰۰۰}=\frac{۶۲/۵}{۱۰۰}=۶۲/۵٪$$

۱۷۵۸- گزینه‌ی ۱ از بین ۱۵ ورزشکار ۶ نفر عضو تیم آبی هستند. پس

$$\frac{۶}{۱۵}=۰/۴=\frac{۴}{۱۰}\underset{\times ۱۰}{\overset{\times ۱۰}{=}}\frac{۴۰}{۱۰۰}=۴۰٪$$

۴۰ درصد از ورزشکاران عضو تیم آبی‌اند، پس احتمال این‌که نفر انتخابی از تیم آبی باشد ۴۰ درصد است.

۱۷۵۹- گزینه‌ی ۱ رقم‌های ۶ و ۸ زوج و رقم‌های ۷ و ۹ فرد هستند. برای زوج بودن عدد دو رقمی کافی است تا رقم یکان زوج باشد. احتمال زوج بودن رقم یکان هم $\frac{۲}{۴}$ یا همان $\frac{۱}{۲}$ یا همان ۵۰ درصد است.

۱۷۶۰- گزینه‌ی ۴ تعداد کلّ اعداد ممکن ۱۶ تا است، از این ۱۶ عدد، آن‌هایی را که مجموعشان از ۱۴ بیش‌تر نیست، جدا می‌کنیم. فقط مجموع ارقام عددهای ۶۶، ۶۷، ۷۶، ۷۷، ۶۸ و ۸۶ از ۱۴ بیش‌تر نیست، در نتیجه احتمال مورد نظر برابر است با

$$\frac{۱۶-۶}{۱۶}=\frac{۱۰}{۱۶}=\frac{۵}{۸}=۰/۶۲۵=\frac{۶۲۵}{۱۰۰۰}=\frac{۶۲/۵}{۱۰۰}=۶۲/۵٪$$

۱۷۶۱- گزینه‌ی ۳ احتمال همه‌ی گزینه‌ها را حساب می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱): در کلّ ۱۴ مهره داریم که ۷ تای آن سفید است. پس احتمال برداشتن یک مهره‌ی سفید برابر است با $\frac{۷}{۱۴}$.

گزینه‌ی (۲): یک مهره‌ی سفید را حذف کرده‌ایم. حال ۱۳ مهره داریم که ۶ تای آن سفید است. پس احتمال برداشتن یک مهره‌ی سفید برابر می‌شود با $\frac{۶}{۱۳}$.

گزینه‌ی (۳): یک مهره‌ی سفید اضافه کردیم. حال ۱۵ مهره داریم که ۸ تای آن سفید است. پس احتمال برداشتن یک مهره‌ی سفید برابر می‌شود با $\frac{۸}{۱۵}$.

گزینه‌ی (۴): یک مهره‌ی سفید و یک مهره‌ی سیاه اضافه کردیم. پس ۱۶ مهره داریم که ۸ تای آن سفید است. پس احتمال برداشتن یک مهره‌ی سفید برابر می‌شود با $\frac{۸}{۱۶}$.

چون $\frac{۸}{۱۵}>\frac{۷}{۱۴}=\frac{۸}{۱۶}>\frac{۶}{۱۳}$، پس گزینه‌ی (۳) صحیح است.

۱۷۶۲- گزینه‌ی ۳ دو مشتری اوّل ۲ فرش ماشینی خریده‌اند، پس تعداد فرش‌ها در کلّ ۱۶ تا می‌شود که از این تعداد، ۴ فرش دستباف است:

$$\frac{۴}{۱۶}=\frac{۱}{۴}\underset{\times ۲۵}{\overset{\times ۲۵}{=}}\frac{۲۵}{۱۰۰}=۲۵٪$$

پس احتمال این‌که فرشی که مشتری سوم می‌خرد، دستباف باشد ۲۵ درصد است.

۱۷۶۳- گزینه‌ی ۱ تمام حالت‌هایی را که دو بار پشت می‌آید می‌نویسیم:

سکّه ی سوم	سکّه ی دوم	سکّه ی اوّل
رو	پشت	پشت
پشت	پشت	رو
پشت	رو	پشت

بنابراین از ۸ حالت، در ۳ حالت دو بار پشت می‌آید، پس احتمال مورد نظر برابر است با $\frac{۳}{۸}$.

۱۷۶۴- گزینه‌ی ۳ اگر حالت‌های مختلف را بنویسیم، مشخص می‌شود از کلّ حالت‌های ممکن فقط یک حالت پیش می‌آید که هر دو سکّه پشت بیایند.

پشت - پشت
رو - پشت
پشت - رو
رو - رو

پس احتمال موردنظر برابر است با $\frac{۱}{۴}$.

۱۷۶۵- گزینه‌ی ۲ در دو حالت از چهار حالت ممکن، یک سکه رو و دیگری پشت می‌آید:

رو - رو
رو - پشت
پشت - رو
پشت - پشت

در نتیجه احتمال موردنظر برابر است با $\frac{۱}{۲}=\frac{۲}{۴}$.

۱۷۶۶- گزینه‌ی ۱ اگر تمام حالت‌ها را بنویسیم، مشخّص می‌شود که از کلّ حالت‌های ممکن، فقط در یک حالت هر سه سکّه رو می‌آیند:

رو - رو - رو
رو - رو - پشت
رو - پشت - رو
پشت - رو - رو
پشت - پشت - رو
رو - پشت - پشت
پشت - رو - پشت
پشت - پشت - پشت

احتمال موردنظر برابر است با $\frac{۱}{۸}$.

۱۷۶۷- گزینه‌ی ۱

حالت‌هایی که ۲ بار رو بیاید:

سکّه‌ی سوم	سکّه‌ی دوم	سکّه‌ی اوّل
پشت	رو	رو
رو	پشت	رو
رو	رو	پشت

حالت‌هایی که ۲ بار پشت بیاید:

سکّه‌ی سوم	سکّه‌ی دوم	سکّه‌ی اوّل
رو	پشت	پشت
پشت	رو	پشت
پشت	پشت	رو

تعداد حالت‌هایی که دو بار پشت بیاید با تعداد حالت‌هایی که دو بار رو بیاید، برابر است (هر دو ۳ حالت) پس احتمال‌های آن‌ها نیز با هم برابرند. در نتیجه نسبت این دو احتمال برابر ۱ است.

۱۷۶۸- گزینه‌ی ۱ باید یکی از عددهای ۲، ۳، ۴، ۵ یا ۶ بیاید که احتمال آن برابر است با $\frac{۵}{۶}$.

۱۷۶۹- گزینه‌ی ۱ احتمال این‌که ۶ نیاید، برابر است با احتمال این‌که هر یک از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ یا ۵ بیایند. پس احتمال آن برابر است با $\frac{۵}{۶}$ و احتمال این‌که ۶ بیاید برابر است با $\frac{۱}{۶}$. بنابراین

$$\frac{\text{احتمال این‌که ۶ نیاید}}{\text{احتمال این‌که ۶ بیاید}}=\frac{\frac{۵}{۶}}{\frac{۱}{۶}}=۵$$

۱۷۷۰- گزینه‌ی ۱ تعداد حالت‌های جفت آمدن دو تاس ۶ تا است که در همه‌ی آن‌ها حاصل‌جمع دو عدد آمده، زوج است. بنابراین احتمال موردنظر برابر صفر درصد است.

$۱+۱\rightarrow ۲$

$۲+۲\rightarrow ۴$

$۳+۳\rightarrow ۶$

$۴+۴\rightarrow ۸$

$۵+۵\rightarrow ۱۰$

$۶+۶\rightarrow ۱۲$

۱۷۷۱- گزینه‌ی ۳ اعداد روی تاس از ۱ تا ۶ هستند که ۳ تای آن‌ها فرد و ۳ تای دیگر عدد زوج‌اند. پس احتمال مورد نظر صفر درصد است.

۱۷۷۲- گزینه‌ی ۳ به شش حالت مختلف می‌توان دو توپ از کیسه خارج کرد: (۱ و ۲)، (۲ و ۳)، (۲ و ۴)، (۱ و ۳)، (۱ و ۴) و (۳ و ۴). پس احتمال خارج شدن عددهای (۱ و ۴) برابر است با $\frac{۱}{۶}$.

۱۷۷۳- گزینه‌ی ۲ برای آن‌که این عدد بر ۵ بخش‌پذیر باشد، باید رقم یکان آن ۵ باشد. از سه رقم ۵، ۶ و ۷ رقم ۵ را انتخاب می‌کنیم. در نتیجه احتمال بخش‌پذیری این عدد بر ۵ می‌شود $\frac{۱}{۳}$.

۱۷۷۴- گزینه‌ی ۴ از بین اعداد ۱۰ تا ۴۹، اعدادی را که بر ۳ بخش‌پذیرند، مشخّص می‌کنیم:

۱۲ , ۱۵ , ۱۸ , ۲۱ , ۲۴ , ۲۷ , ۳۰ , ۳۳ , ۳۶ , ۳۹ , ۴۲ , ۴۵ , ۴۸

که تعداد کل آن‌ها ۱۳تا است. می‌دانیم $۴۹-۱۰+۱=۴۰$ برگه درون جعبه وجود دارد، بنابراین احتمال این‌که عدد روی برگه بر ۳ بخش‌پذیر باشد برابر است با

$$\frac{۱۳}{۴۰}=۰/۳۲۵=\frac{۳۲۵}{۱۰۰۰}=\frac{۳۲/۵}{۱۰۰}=۳۲/۵\%$$

۱۷۷۵- گزینه‌ی ۱ تعداد کلّ اعداد طبیعی از ۱۰۱ تا ۲۰۰ برابر با ۱۰۰ است و اعداد بخش‌پذیر بر ۱۰ از ۱۰۱ تا ۲۰۰ عبارت‌اند از: (عدد بخش‌پذیر بر ۱۰، بر ۵ و ۲ بخش‌پذیر است پس یکان آن صفر است)

۱۱۰, ۱۲۰, ۱۳۰, ۱۴۰, ۱۵۰, ۱۶۰, ۱۷۰, ۱۸۰, ۱۹۰, ۲۰۰

پس احتمال بخش‌پذیر بودن عدد انتخابی بر ۱۰ برابر است با

$$\frac{۱۰}{۱۰۰}=\frac{۱}{۱۰}=۰/۱$$

۱۷۷۶- گزینه‌ی ۳ از ۹۶ تا ۱۱۰، ۱۵ عدد طبیعی وجود دارد:

$۱۱۰-۹۶+۱=۱۵$

از این ۱۵ عدد، عددهای ۱۰۰، ۱۰۵ و ۱۱۰ بر ۵ بخش‌پذیر هستند، بنابراین

$$\text{احتمال بخش‌پذیری این اعداد بر ۵}=\frac{۳}{۱۵}=\frac{۱}{۵}$$

۱۷۷۷- گزینه‌ی $\boxed{۴}$ **راه حلّ اوّل:** تعداد کلّ عددهای ممکن:

ی	د	ص
۱	۱	۱
۲	۲	۲
۳	۳	۳
۴	۴	۴
۵	۵	۵

$۵\times۵\times۵=۱۲۵$

رقم صدگان را $\boxed{۴}$ قرار می‌دهیم و تعداد عددهای ممکن را تعیین می‌کنیم:

ی	د	ص
۱	۱	۴
۲	۲	
۳	۳	
۴	۴	
۵	۵	

$۱\times۵\times۵=۲۵$

پس احتمال این‌که صدگان ۴ باشد، برابر است با

$$\frac{۲۵}{۱۲۵}=\frac{۱}{۵}$$

راه‌حلّ دوم: احتمال آن‌که صدگان از بین رقم‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵، رقم ۴ باشد، $\frac{۱}{۵}$ است.

۱۷۷۸- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ از ۶۰ نفر سرباز ۳۶ نفر تهرانی هستند، پس $۶۰-۳۶=۲۴$ نفر غیر تهرانی هستند، بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با

$$\frac{۲۴}{۶۰}=\frac{۴}{۱۰}=\frac{\overset{\times ۱۰}{۴۰}}{\underset{\times ۱۰}{۱۰۰}}=۴۰\%$$

پس ۴۰ درصد احتمال دارد که سرپرست انتخاب شده غیر تهرانی باشد.

۱۷۷۹- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ تعداد کلّ توپ‌ها برابر $۱۵=۳+۷+۵$ است که ۱۲ تا از آن‌ها سبز نیستند. بنابراین احتمال این‌که توپ سبز نباشد برابر است با

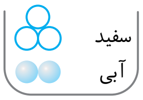
$$\frac{۱۲}{۱۵}=\frac{۴}{۵}=\frac{\overset{\times ۲۰}{۸۰}}{\underset{\times ۲۰}{۱۰۰}}=۸۰\%$$

۱۷۸۰- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ اگر کارت خارج شده پوچ نباشد، یعنی کارت یا زوج است یا فرد است. از ۸ کارت موجود، روی ۵ کارت عدد نوشته شده است و ۳ کارت پوچ است. پس احتمال پوچ نبودن کارت برابر است با $\frac{۵}{۸}$.

۱۷۸۱- گزینه‌ی $\boxed{۲}$ از ۳۲ دانش‌آموز، ۱۶ تای آن‌ها یعنی نصفشان کلاس اوّلی هستند، پس احتمال این‌که یک کلاس اوّلی انتخاب شود ۵۰ درصد است. بنابراین دقیقاً ۵۰ درصد نیز احتمال دارد کسی که انتخاب شده کلاس اوّلی نباشد، در نتیجه نسبت این احتمال‌ها برابر است با

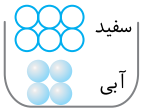
$$\frac{۵۰\%}{۵۰\%}=۱$$

۱۷۸۲-گزینه‌ی ۳ احتمال سفید بودن مهره را در هر دو جعبه حساب می‌کنیم:



جعبه اوّل

جعبه‌ی اوّل $\Rightarrow$ احتمال سفید بودن $=\frac{۳}{۳+۲}=\frac{۳}{۵}$



جعبه دوم

جعبه‌ی دوم $\Rightarrow$ احتمال سفید بودن $=\frac{۶}{۶+۴}=\frac{۶}{۱۰}=\frac{۳}{۵}$

پس نسبت آن‌ها برابر $\frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{۳}{۵}}=۱$ است.

۱۷۸۳-گزینه‌ی ۳ تعداد مهره‌های سفید دو برابر تعداد مهره‌های سیاه است. پس احتمال انتخاب شدن مهره‌ی سفید دو برابر احتمال انتخاب شدن مهره‌ی سیاه است. برای این‌که احتمال سیاه بودن مهره دو برابر شود، باید آن‌قدر مهره‌ی سیاه اضافه کنیم تا تعداد آن‌ها دو برابر تعداد مهره‌های سفید شود.

۴ مهره‌ی سفید داریم پس باید ۸ مهره‌ی سیاه داشته باشیم. ۲ مهره‌ی سیاه داریم پس باید ۶ مهره‌ی سیاه دیگر به کیسه اضافه کنیم.

۱۷۸۴-گزینه‌ی ۲ دستگاه فقط می‌تواند عددهای دو رقمی را نشان دهد که رقم‌های آن‌ها ۱، ۲ یا ۳ است. تمام اعداد دو رقمی ممکن با این ارقام را می‌نویسیم:

	🟦	🟦
	۳	۱
	۲	۱
☑	۱	۱
	۱	۲
☑	۲	۲
	۳	۲
	۱	۳
	۲	۳
☑	۳	۳

بنابراین از ۹ عدد ممکن، ۳ عدد جایزه دارد. در نتیجه احتمال برنده شدن برابر است با

$$\frac{۳}{۹}=\frac{۱}{۳}\simeq\frac{۳۳۳}{۱۰۰۰}=\frac{۳۳/۳}{۱۰۰}=۳۳/۳٪$$

۱۷۸۵-گزینه‌ی ۱ تعداد کلّ اعداد دو رقمی که می‌توانیم با ۲، ۳ و ۴ بسازیم برابر است با

یکان	دهگان
☐	☐
۳ حالت	۳ حالت

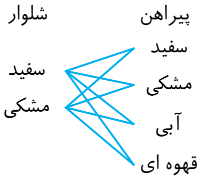
$\Rightarrow ۳\times۳=۹$

اعدادی که در آن‌ها دهگان از یکان بزرگ‌تر است، مشخّص می‌کنیم: ۴۳, ۴۲, ۳۲

پس فقط در ۳ عدد دهگان می‌تواند از یکان بزرگ‌تر باشد. در نتیجه احتمال مورد نظر برابر است با

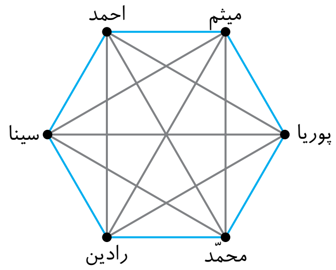
$$\frac{۳}{۹}=\frac{۱}{۳}$$

۱۷۸۶-گزینه‌ی ۱ تمام حالت‌هایی را که صدرا می‌تواند لباس متفاوتی بپوشد، حساب می‌کنیم:



بنابراین صدرا به $۲\times۴=۸$ حالت مختلف می‌تواند لباس بپوشد، پس احتمال پوشیدن پیراهن و شلوار مشکی که یکی از این ۸ حالت است، برابر است با $\frac{۱}{۸}$.

۱۷۸۷- گزینه‌ی **۴** حالت‌های مختلف انتخاب دو نفر از بین این ۶ نفر به‌صورت روبه‌رو است:



هر کدام از پاره‌خط‌ها یک تیم مدرسه را نشان می‌دهد. ۱۵ پاره‌خط رسم شده پس در کل ۱۵ تیم می‌توان ساخت. تنها در ۳ حالت، همان تیم‌های خود دانش‌آموزان تکرار می‌شود. بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با $\frac{۳}{۱۵}=\frac{۱}{۵}$.

۱۷۸۸- گزینه‌ی **۱** فاطمه ممکن است هیچ لامپی را روشن نکند، ۱ لامپ را روشن کند، ۲ لامپ را روشن کند یا ۳ لامپ را روشن کند. جدول زیر حالت‌های مختلف تصمیم فاطمه را نشان می‌دهد:

قرمز	زرد	آبی	
خاموش	خاموش	خاموش	هیچ لامپ روشن
روشن	خاموش	خاموش	یک لامپ روشن
خاموش	خاموش	روشن	
خاموش	روشن	خاموش	
خاموش	روشن	روشن	دو لامپ روشن
روشن	روشن	خاموش	
روشن	خاموش	روشن	
روشن	روشن	روشن	سه لامپ روشن

در سه حالت از این ۸ حالت، ممکن است ۲ لامپ روشن باشد، در نتیجه

$$\text{احتمال روشن بودن ۲ تا لامپ}=\frac{۳}{۸}$$

۱۷۸۹- گزینه‌ی **۱** درون کیسه در کل ۱۰ مهره وجود دارد، پس احتمال سفید و آبی بودن مهره را حساب می‌کنیم:

احتمال این‌که مهره سفید باشد:

$$\frac{\text{تعداد مهره‌های سفید}}{\text{تعداد کلّ مهره‌ها}}=\frac{۴}{۱۰}$$

احتمال این‌که مهره آبی باشد:

$$\frac{\text{تعداد مهره‌های آبی}}{\text{تعداد کلّ مهره‌ها}}=\frac{۶}{۱۰}$$

نسبت این دو احتمال برابر است با $\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$.

۱۷۹۰- گزینه‌ی **۲** با اضافه شدن ۲ مهره‌ی زرد تعداد کلّ مهره‌ها ۱۲ تا می‌شود. احتمال آبی بودن مهره را در این حالت محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{تعداد مهره‌های آبی}}{\text{تعداد کلّ مهره‌ها}}=\frac{۶}{۱۲}=\frac{۱}{۲}$$

احتمال آبی بودن مهره در حالت قبل برابر $\frac{۳}{۵}$ بود، این دو حالت را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۲}<\frac{۳}{۵} \qquad \frac{۳}{۵}-\frac{۱}{۲}=\frac{۶}{۱۰}-\frac{۵}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰}$$

پس احتمال آبی بودن مهره $\frac{۱}{۱۰}$ کم شده است.

۱۷۹۱- گزینه‌ی ۳ با خارج شدن این ۳ مهره از کیسه، ۲ تا از مهره‌های آبی و یکی از مهره‌های سفید یا زرد کم شده، پس احتمال این‌که مهره‌ی بعدی آبی باشد برابر است با

$$\frac{\text{تعداد فعلی مهره‌های آبی}}{\text{تعداد فعلی کلّ مهره‌ها}}=\frac{۶-۲}{۱۲-۳}=\frac{۴}{۹}$$

۱۷۹۲- گزینه‌ی ۴ تعداد کلّ حالت‌هایی که این مرد می‌تواند لباس بپوشد، به‌صورت زیر است:

پیراهن	شلوار
آبی	آبی
قرمز	آبی
سبز	آبی
آبی	مشکی
قرمز	مشکی
سبز	مشکی

پس در کل ۶ حالت وجود دارد. بنابراین

$$\text{احتمال پیراهن سبز و شلوار آبی}=\frac{۱}{۶}$$

۱۷۹۳- گزینه‌ی ۳ وقتی این عدد زوج می‌شود که رقم یکان آن ۴ یا ۶ باشد، بنابراین احتمال این‌که عدد مورد نظر زوج باشد، برابر است با $\frac{۲}{۵}$.

۱۷۹۴- گزینه‌ی ۲ برای این‌که این عدد بر ۱۵ بخش‌پذیر شود، باید هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش‌پذیر باشد. در نتیجه یکان آن باید ۵ باشد. رقم دیگر باید طوری انتخاب شود که مجموع آن با ۵، بر ۳ بخش‌پذیر شود، که فقط ۴ و ۷ این ویژگی را دارند. پس فقط اعداد ۴۵ و ۷۵ بر ۱۵ بخش‌پذیرند. تعداد کلّ عددهای دو رقمی که با این ۵ رقم می‌توان نوشت برابر است با

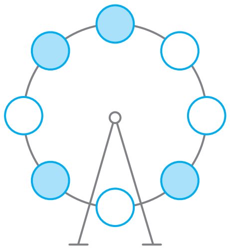
$$۵\times۵=۲۵$$

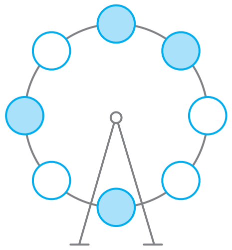
پس احتمال این‌که عدد انتخاب شده، بر ۱۵ بخش‌پذیر باشد برابر است با $\frac{۲}{۲۵}$.

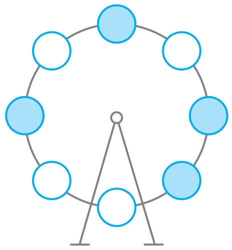
۱۷۹۵- گزینه‌ی ۳ باید نسبت تعداد کابین‌های رنگی به تعداد کلّ کابین‌ها را به‌دست آوریم:

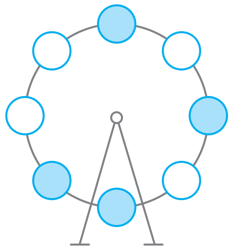
$$\frac{\text{تعداد رنگی‌ها}}{\text{تعداد کل}}=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}=۵۰٪$$

۱۷۹۶- گزینه‌ی ۳ چون تعداد کابین‌های رنگی ۴تا است، پس در ۴ حالت کابین رنگی در بالاترین نقطه قرار می‌گیرد:


(۴)


(۳)


(۲)


(۱)

از بین این حالت‌ها در حالت‌های (۲) و (۴) کابین سفید در پایین‌ترین نقطه قرار می‌گیرد. در نتیجه احتمال موردنظر برابر است با

$$\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}=\frac{۵۰}{۱۰۰}=۵۰٪$$

۱۷۹۷- گزینه‌ی ۲ وحید وقتی امتیاز می‌گیرد که به قسمت‌های نقطه‌چین بزند. ۳ قسمت نقطه‌چین داریم، در نتیجه

$$\text{احتمال امتیاز گرفتن وحید}=\frac{\text{تعداد قسمت‌های نقطه‌چین}}{\text{تعداد کلّ قسمت‌ها}}=\frac{۳}{۱۶}=\frac{۱۸/۷۵}{۱۰۰}=۱۸/۷۵٪$$

۱۷۹۸- گزینه‌ی ۴ سعید زمانی صاحب امتیاز می‌شود که به قسمت‌های سیاه بزند و حمید زمانی صاحب امتیاز می‌شود که به قسمت‌های هاشور خورده بزند.

$$\text{احتمال امتیاز گرفتن سعید} = \frac{\text{تعداد قسمت‌های سیاه}}{\text{تعداد کلّ قسمت‌ها}} = \frac{۴}{۱۶} = \frac{۱}{۴} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = ۲۵\%$$

$$\text{احتمال امتیاز گرفتن حمید} = \frac{\text{تعداد قسمت‌های هاشور خورده}}{\text{تعداد کلّ قسمت‌ها}} = \frac{۴}{۱۶} = \frac{۱}{۴} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = ۲۵\%$$

حال نسبت آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\text{احتمال امتیاز گرفتن سعید}}{\text{احتمال امتیاز گرفتن حمید}} = \frac{\frac{۲۵}{۱۰۰}}{\frac{۲۵}{۱۰۰}} = ۱$$

۱۷۹۹- گزینه‌ی ۴ از ۱ تا ۳۰، ۱۵ عدد زوج و ۱۵ عدد فرد وجود دارد، پس روی ۱۵ مهره عدد زوج و روی ۱۵ مهره عدد فرد نوشته شده است. در نتیجه احتمال این‌که مهره‌ی برداشته شده زوج باشد برابر است با

$$\frac{\text{تعداد مهره‌های زوج}}{\text{تعداد کلّ مهره‌ها}} = \frac{۱۵}{۳۰} = \frac{۱}{۲} = \frac{۵۰}{۱۰۰} = ۵۰\%$$

۱۸۰۰- گزینه‌ی ۲ از ۱ تا ۳۰، اعداد ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵ و ۳۰ مضرب ۵ هستند. یعنی از بین ۳۰ مهره، روی ۶ مهره مضرب‌های ۵ نوشته شده است. پس احتمال این‌که عدد مهره‌ی برداشته شده مضرب ۵ باشد برابر است با

$$\frac{۶}{۳۰} = \frac{۱}{۵} = \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۲۰\%$$

۱۸۰۱- گزینه‌ی ۲ مهره‌های مضرب ۷، مهره‌های با شماره‌های ۷، ۱۴، ۲۱ و ۲۸ هستند.

$$\frac{\text{تعداد مهره های مضرب ۷}}{\text{تعداد کلّ مهره ها}} = \frac{۴}{۳۰}$$

مهره‌های مضرب ۶، مهره‌های با شماره‌های ۶، ۱۲، ۱۸، ۲۴ و ۳۰ هستند:

$$\frac{\text{تعداد مهره های مضرب ۶}}{\text{تعداد کلّ مهره ها}} = \frac{۵}{۳۰}$$

نسبت احتمال‌ها برابر است با

$$\frac{\text{احتمال مضرب ۷}}{\text{احتمال مضرب ۶}} = \frac{\frac{۴}{۳۰}}{\frac{۵}{۳۰}} = \frac{۴\times۳۰}{۵\times۳۰} = \frac{۴}{۵}$$

۱۸۰۲- گزینه‌ی ۳ تمام حالت‌هایی که بتوانیم دو توپ را انتخاب کنیم، می‌نویسیم:

$$\left.\begin{matrix} ۴,۳ & ۳,۲ & ۲,۱ \\ ۴,۲ & ۴,۱ & ۳,۱ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{۶ حالت}$$

انتخاب توپ‌های (۳) و (۴) یکی از این ۶ حالت ممکن است، پس احتمال آن برابر است با $\frac{۱}{۶}$.

۱۸۰۳- گزینه‌ی ۲ به ۴ حالت می‌توانیم ۳ توپ از ۴ توپ را برداریم:

☑ ۱,۲,۳
☑ ۱,۳,۴
۲,۳,۴
۱,۲,۴

از این ۴ حالت، در ۲ حالت مجموع شماره‌ی توپ‌ها زوج است: حالت اوّل و دوم که ۲ شماره فرد و یک شماره زوج است، پس احتمال مورد نظر برابر است با

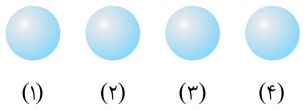
$$\frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲} = ۵۰\%$$

۱۸۰۴- گزینه‌ی ۱ انتخاب ۲ توپ از ۴ توپ ۶ حالت مختلف دارد:

۳, ۴   ۲, ۴   ۱, ۴

۱, ۲   ۲, ۳   ۱, ۳

از این ۶ حالت، حالت‌هایی را که ۲ توپ کنار هم انتخاب نمی‌شوند، مشخّص می‌کنیم:



۱, ۳   ۲, ۴   ۱, ۴

فقط در ۳ حالت توپ‌های کنار هم انتخاب نمی‌شوند، پس احتمال آن برابر است با

$$\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}$$

۱۸۰۵- گزینه‌ی ۲ احتمال برداشتن مهره‌ی سفید در حالت اوّل:

$$\overset{\times ۲۰}{\underset{\times ۲۰}{\frac{۲\ \text{سفید}}{۵\ \text{کل}}=\frac{۴۰}{۱۰۰}}}=۴۰\%$$

احتمال برداشتن مهره‌ی سفید در حالت دوم:

$$\frac{۴\ \text{سفید}}{۱۶\ \text{کل}}=\frac{۱}{۴}=۲۵\%$$

پس احتمال برداشتن مهره‌ی سفید در حالت دوم کم‌تر است.

۱۸۰۶- گزینه‌ی ۴ احتمال خارج کردن مهره‌ی آبی از کیسه را در حالت‌های اوّل و دوم حساب می‌کنیم:

حالت اوّل:

$$\overset{\times ۲۰}{\underset{\times ۲۰}{\frac{۳}{۵}=\frac{۶۰}{۱۰۰}}}=۶۰\%$$

حالت دوم:

$$\frac{۳+۹}{۵+۱۱}=\frac{۱۲}{۱۶}=\overset{\times ۲۵}{\underset{\times ۲۵}{\frac{۳}{۴}=\frac{۷۵}{۱۰۰}}}=۷۵\%$$

پس نسبت این دو حالت برابر است با

$$\frac{۶۰\%}{۷۵\%}=\frac{۶۰}{۷۵}=\frac{۴}{۵}$$

۱۸۰۷- گزینه‌ی ۱ در هر حالت احتمال این‌که یک مهره را از کیسه بیرون بیاوریم محاسبه می‌کنیم:

در حالت اوّل ۵ مهره در کیسه قرار دارد که احتمال برداشتن هر کدام $\frac{۱}{۵}$ است، یعنی

$$\overset{\times ۲۰}{\underset{\times ۲۰}{\frac{۱}{۵}=\frac{۲۰}{۱۰۰}}}=۲۰\%$$

در حالت دوم ۱۶ مهره داریم که احتمال انتخاب هر کدام برابر است با

$$\frac{۱}{۱۶}=۱\div۱۶=۰/۰۶۲۵=\frac{۶۲۵}{۱۰۰۰۰}=\frac{۶/۲۵}{۱۰۰}=۶/۲۵\%$$

پس اختلاف این دو حالت برابر است با

$$\begin{array}{r} ۲۰/۰۰ \\ -۶/۲۵ \\ \hline ۱۳/۷۵ \end{array}$$

فصل هفتم

تقریب

۱۸۰۸- گزینه‌ی ۴ برای شمردن تعداد افراد و اشیایی که شمردن آن‌ها نیازمند عددهای کامل است، از عددهای طبیعی استفاده می‌کنیم. پس گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) ممکن است دقیق نباشند. اما تعداد لاستیک‌های یک اتومبیل نمی‌تواند عدد ۴/۵ باشد و در ضمن شمردن آن ساده است. در مورد گزینه‌ی (۲) نیز باید گفت که در شمارش اشیایی که با تعداد زیادی روبه‌رو هستیم، معمولاً از تقریب استفاده می‌کنیم و در ضمن تعداد افراد کره‌ی زمین در حال تغییر است.

۱۸۰۹- گزینه‌ی ۴ اندازه‌ی وزن یک جسم، عددی تقریبی است. اما تعداد صفحات یک کتاب، تعداد ماهی‌های یک آکواریوم و تعداد ضلع‌های مربع دقیق و قابل شمارش است.

۱۸۱۰- گزینه‌ی ۴ با دقت در چهار عبارت داده شده می‌توان فهمید که هیچ‌کدام به طور دقیق عمل اندازه‌گیری را انجام نمی‌دهند و حدود نزدیک به مقدار واقعی را نشان می‌دهند. مثلاً برای نشان دادن ضخامت یک برگ کاغذ از میلی‌متر نمی‌توان استفاده کرد و باید واحد کوچک‌تری مورد استفاده قرار گیرد و یا گاهی اوقات می‌بینیم که طول یک کتاب یا دفتر را حتی با خط‌کش هم به‌طور دقیق نمی‌توان اندازه گرفت. یعنی طول آن با سانتی‌متر هم به‌طور دقیق معلوم نمی‌شود و نیاز به واحد کوچک‌تری است.

۱۸۱۱- گزینه‌ی ۱ چون یک واحد به ده قسمت مساوی تقسیم شده است، پس وسیله‌ی موردنظر با تقریب کم‌تر از ۰/۱ دقّت دارد.

۱۸۱۲- گزینه‌ی ۱ چون عدد ۴۴۰ کیلومتر تقریب کم‌تر از ۱۰ را نشان می‌دهد و هر کیلومتر ۱۰۰۰ متر است. پس دقت اندازه‌گیری در این سنجش تا ۱۰۰۰۰ متر است.

۱۸۱۳- گزینه‌ی ۴

میلی‌متر ۸/۳۸۲×۱۰=۸۳/۸۲ سانتی‌متر

این خط‌کش با واحد میلی‌متر فقط تا یک رقم اعشار را می‌تواند اندازه بگیرد. در صورتی که در عدد بالا دو رقم اعشار نشان داده شده است.

۱۸۱۴- گزینه‌ی ۲ در گزینه‌ی (۱) ۳۲۰ گوسفند مطرح است که شاید در یکان، ارقام ۱ تا ۹ داده شده باشد ولی از بیان آن صرف نظر شده باشد، پس می‌تواند تقریب زده شده باشد، مثلاً:

$$۳۲۴ \xrightarrow[\text{قطع کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۱۰}} \longrightarrow ۳۲۰$$

در گزینه‌ی (۲) چون تعداد یخچال‌ها ۷۴۱ تا است و تعداد یخچال‌ها را نمی‌توان با یک عدد اعشاری بیان نمود، پس عدد ۷۴۱ نمی‌تواند عدد تقریبی باشد.

در گزینه‌ی (۳) کود خریده شده توسط کشاورز به کیلوگرم بیان شده است که می‌تواند خرده هم داشته باشد. مثلاً:

$$۷۵۲/۴ \xrightarrow[\text{قطع کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۱}} ۷۵۲$$

پس می‌تواند یک عدد تقریبی باشد.

در گزینه‌ی (۴) عدد آب مصرفی حسین می‌تواند صدم و یا هزارم و ... داشته باشد که با تقریب زدن کم‌تر از ۰/۱ به عدد مربوطه تبدیل شده باشد. مثلاً:

$$۸۷/۵۶ \xrightarrow[\text{قطع کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}} ۸۷/۵$$

۱۸۱۵- گزینه‌ی ۴ تقریب کم‌تر از ۱۰۰ یعنی این‌که ارزش مکانی رقم‌های کم‌تر از ۱۰۰ را در نظر نگیریم و از آن‌ها صرف‌نظر کنیم، پس حاصل صفر است.

۱۸۱۶- گزینه‌ی ۱ اگر قرار باشد یک عدد را به‌ترتیب با چند تقریب قطع کنیم، کافی است تقریب بزرگ‌تر را در نظر بگیریم.

$$۱۹۶۴/۹۴۸ \xrightarrow[\text{قطع کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۱۰}} ۱۹۶۰$$

۱۸۱۷- گزینه‌ی ۴ با بررسی گزینه‌ها مشخص می‌شود که به‌جز گزینه‌ی (۴) باقی گزینه‌ها با تقریب کم‌تر از ۱ به روش قطع کردن برابر ۹۸۹ هستند.

$$۹۸۸/۹۸ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۱}]{\text{قطع کردن}} ۹۸۸$$

۱۸۱۸- گزینه‌ی ۳ عددهایی که با تقریب کم‌تر از ۱۰۰ برابر ۱۳۰۰ می‌شوند، از ۱۳۰۰ شروع و تا قبل از ۱۴۰۰ ادامه دارند. پس عدد موردنظر حتماً از ۱۲۹۹ بزرگ‌تر است.

۱۸۱۹- گزینه‌ی ۳ ابتدا حاصل‌ضرب را به‌دست می‌آوریم:

$۷/۱۲\times ۲/۵۶=۱۸/۲۲۷۲\simeq ۱۸$ «قطع کردن با تقریب کم‌تر از ۱»

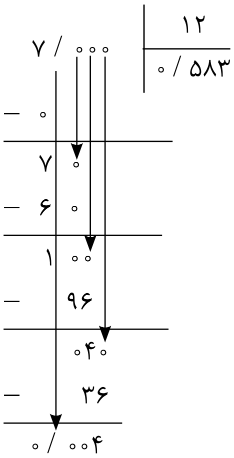
۱۸۲۰- گزینه‌ی ۱ حاصل تقسیم را به‌دست می‌آوریم:

$۵۶/۷\div ۱۵=۳/۷۸\Rightarrow ۳/۷$ «تقریب کم‌تر از ۰/۱ و به روش قطع کردن»

۱۸۲۱- گزینه‌ی ۳ ثلث عدد ۷/۵۴ را به‌دست می‌آوریم و سپس تقریب می‌زنیم:

$۷/۵۴\div ۳=۲/۵۱۳۳۳۳...\simeq ۲/۵۱$

۱۸۲۲- گزینه‌ی ۲ ابتدا حاصل تقسیم صورت بر مخرج کسر را تا ۳ رقم اعشار در خارج‌قسمت به دست می‌آوریم.



$\frac{۷}{۱۲}\simeq ۰/۵۸۳\xrightarrow[\text{کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{تقریب}} ۰/۵۸$

۱۸۲۳- گزینه‌ی ۱ با فرمول معدل، می‌توانیم میانگین اعداد را به‌دست آوریم:

معدل (میانگین) = تعداد اعداد ÷ مجموع اعداد

$۶/۴۲+۸/۱۲+۱۰/۸۴+۴/۲۵=۲۹/۶۳$

$۲۹/۶۳\div ۴=۷/۴۰۷۵\xrightarrow[\text{قطع شده}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}} ۷/۴$

۱۸۲۴- گزینه‌ی ۲ کسر را ساده می‌کنیم، پس حاصل را محاسبه و بعد تقریب می‌زنیم:

$$\frac{۳۶}{۴۴}\underset{\div ۴}{\overset{\div ۴}{=}}\frac{۹}{۱۱}=۹\div ۱۱=۰/۸۱۸۱۸۱۸۱....\simeq ۰/۸۱۸$$

۱۸۲۵- گزینه‌ی ۱ چون تقریب کم‌تر از $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ و به روش قطع کردن مورد نظر است، کافی است تا تقسیم را تا سه رقم اعشار انجام دهیم و بیش‌تر از آن لازم نیست.

$۷\div ۸/۶۳۸\simeq ۰/۸۱۰=۰/۸۱$

۱۸۲۶- گزینه‌ی ۳ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم، در ضمن عدد پی تا پنج رقم اعشار برابر با ۳/۱۴۱۵۹ می‌باشد.

۱) $\frac{۴۷۲}{۱۵۰}\simeq ۳/۱۴۶۶\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{قطع شده}} ۳/۱۴$

۲) $\frac{۳۱/۴۱۵}{۱۰}=۳/۱۴۱۵\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{قطع شده}} ۳/۱۴$

۳) $\frac{\pi}{۱۰}=\frac{۳/۱۴۱۵۹}{۱۰}=۰/۳۱۴۱۵۹\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{قطع شده}} ۰/۳۱$

۴) $\pi=۳/۱۴۱۵۹\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{قطع شده}} ۳/۱۴$

۱۸۲۷- گزینه‌ی ۲ بهتر است صورت هر کسر را بر مخرجش تقسیم کنیم تا گزینه‌ی صحیح را بیابیم:

بررسی گزینه‌ی (۱): $\frac{۲۱}{۷}=۳$

بررسی گزینه‌ی (۲): این گزینه مناسب و درست است. $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}\simeq ۳/۱۴۱$

بررسی گزینه‌ی (۳): $\frac{۲۳}{۷}\simeq ۳/۲۸۵$

بررسی گزینه‌ی (۴): $\frac{۳۵۵}{۱۱۲}\simeq ۳/۱۶۹$

۱۸۲۸- گزینه‌ی **۴** با بررسی گزینه‌ها متوجه می‌شویم که گزینه‌ی (۴) کم‌ترین حاصل را خواهد داشت:

گزینه‌ی (۱) : $۱+۱/۷+۰/۳۲۴+۳+۰/۵+۲/۰۲+۱/۳=۹/۸۴۴$

گزینه‌ی (۲) : $۱\times۱/۷\times۰/۳۲۴\times۳\times۰/۵\times۲/۰۲\times۱/۳=۲/۱۶۹$

گزینه‌ی (۳) : $۱+۱/۷+۰/۳+۳+۰/۵+۲/۰+۱/۳=۹/۸$

گزینه‌ی (۴) : $۱\times۱/۷\times۰/۳\times۳\times۰/۵\times۲\times۱/۳=۱/۹۸۹$

۱۸۲۹- گزینه‌ی **۱** هزار عدد (یعنی از ۲۹۰۰۰ تا ۲۹۹۹۹) با تقریب کم‌تر از ۱۰۰۰ و به روش قطع‌کردن برابر ۲۹۰۰۰ می‌باشند.

$۲۹۰۰۰, ۲۹۰۰۱, ۲۹۰۰۲, ۲۹۰۰۳, ۲۹۰۰۴, \ldots, ۲۹۹۹۹$

$$\frac{\text{عدد آخر - عدد اول}}{\text{فاصله‌ی اعداد}}+۱=\text{تعداد اعداد متوالی}$$

$$(\frac{۲۹۹۹۹-۲۹۰۰۰}{۱})+۱=۱۰۰۰\ \text{عدد}$$

۱۸۳۰- گزینه‌ی **۲** مانند سؤال قبلی عمل می‌کنیم.

$$\frac{\text{عدد آخر - عدد اول}}{\text{فاصله‌ی اعداد}}+۱=\text{تعداد اعداد}$$

$$(\frac{۲۵۹۹۹۹-۲۵۰۰۰۰}{۱})+۱=۱۰۰۰۰$$

۱۸۳۱- گزینه‌ی **۲** اگر بخواهیم عددی را با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱ گرد کنیم، باید حداقل سه رقم بعد از ممیّز داشته باشیم. به عنوان مثال:

$$۸/۳۴۲ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{گرد شده}} ۸/۳۴$$

۱۸۳۲- گزینه‌ی **۱** کافیست رقم‌های بعد از ممیز را حذف کنیم.

$$۱۷/۲۵ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۱}]{\text{گرد شده}} ۱۷$$

۱۸۳۳- گزینه‌ی **۴** برای تقریب کم‌تر از ۰/۰۱ و به روش گرد کردن، رقم هزارم را بررسی می‌کنیم و رقم صدم را در صورت نیاز تغییر می‌دهیم:

$$۱۵۶/۷\underbrace{۰}_{۰+۱}۸۹\simeq۱۵۶/۷۱$$

۱۸۳۴- گزینه‌ی **۲** با توجه به رقم‌های عدد، تقریب‌ها را انجام می‌دهیم:

$۰/۱۳۵۷۹۲, ۰/۱۳۵۷۹, ۰/۱۳۵۸, ۰/۱۳۶, ۰/۱۴$

۱۸۳۵- گزینه‌ی **۳** دقت کنید که اگر به رقم صدم، یک واحد اضافه کنیم، به ۱۰ تبدیل شده و در نتیجه به جای ۹، صفر نوشته و به رقم دهم ۱ واحد اضافه می‌کنیم. با این روند به عدد ۱۰ می‌رسیم.

$$۹/۹\underbrace{۹}_{۹+۱}۹\simeq۱۰$$

۱۸۳۶- گزینه‌ی **۲**

تقریب پیروز : $۷/۷۷۷۷\simeq۷/۷۸$

تقریب پارسا : $۷/۷۷۷۷\simeq۷/۷۷۸$

$۷/۷۸-۷/۷۷۸=۰/۰۰۲$

۱۸۳۷- گزینه‌ی **۳** تنها گزینه‌ی (۳) است که اگر با تقریب کم‌تر از ۱۰ سانتی‌متر گرد شود ۳۷۰ حاصل می‌شود.

$$۳۶۶ \xrightarrow[\text{گرد شده}]{\text{تقریب کم‌تر از ۱۰ سانتی‌متر}} ۳۷۰$$

۱۸۳۸- گزینه‌ی **۳** تقریب تا دو رقم اعشار، همان تقریب با کم‌تر از ۰/۰۱ است. حاصل ۲۵۳/۲۳۵۱ با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱ برابر است با ۲۵۳/۲۴ گرم.

۱۸۳۹- گزینه‌ی **۴** با بررسی گزینه‌ها متوجه می‌شویم که عدد ۱۲/۷۵ نمی‌تواند وزن واقعی این قطعه فلز باشد.

$$۱۲/۷۵ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر ۰/۱}]{\text{گرد شده}} ۱۲/۸$$

۱۸۴۰-گزینه‌ی ۳ ابتدا گردشده‌ی عدد را به‌دست می‌آوریم تا تشخیص راحت‌تر باشد.

$$۰/۵۷۶ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{گرد کردن}} ۰/۵۸$$

$$۰/۴۸<۰/۵۸<۰/۶$$

۱۸۴۱-گزینه‌ی ۳ عدد ۲۴۹/۹۵۱ با تقریب‌های کم‌تراز ۰/۱، ۱ و ۱۰، ۲۵۰ می‌شود.

$$۲۴۹/۹۵۱ \Rightarrow \begin{cases} \text{با تقریب کم‌تر از ۰/۱} \Rightarrow ۲۵۰/۰۰ \\ \text{با تقریب کم‌تر از ۱} \Rightarrow ۲۵۰/۰ \\ \text{با تقریب کم‌تر از ۱۰} \Rightarrow ۲۵۰ \end{cases}$$

۱۸۴۲-گزینه‌ی ۳ با تقریب کم‌تر از ۰/۱ و ۰/۰۱ میزان خطاها مساوی‌اند.

$$۴/۲۹۸۲ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}} ۴/۳ \qquad ۴/۲۹۸۲ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۱}} ۴/۳$$

۱۸۴۳-گزینه‌ی ۱ ابتدا اعداد را گرد می‌کنیم، سپس مراحل مسأله را طی می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} ۰/۰۳۵ \\ -۰/۰۰۴ \\ \hline ۰/۰۳۱ \end{array} \qquad \begin{array}{r} ۲۳/۹۰ \\ -۲۳/۸۹۶ \\ \hline ۰/۰۰۴ \end{array} \qquad \begin{array}{r} ۷۱/۰۰۰ \\ -۷۰/۹۶۵ \\ \hline ۰/۰۳۵ \end{array}$$

$$۷۰/۹۶۵ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{کم‌تر از ۰/۱}} ۷۱$$

$$۲۳/۸۹۶ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{کم‌تر از ۰/۰۱}} ۲۳/۹۰$$

۱۸۴۴-گزینه‌ی ۳ ابتدا حاصل هر دو بار گرد کردن را به دست آورده سپس اختلاف دو عدد را به دست می‌آوریم.

$$\begin{array}{r} \overset{۸}{\cancel{۹}}\overset{۹}{\cancel{۰}}\overset{۱۰}{/\cancel{۰}} \\ ۷ \\ -۷۸۶/۵ \\ \hline ۳/۵ \end{array}$$

$$۷۸۶/۵۲ \begin{cases} \text{گرد کردن با تقریب کم‌تر از ۰/۱} \rightarrow ۷۸۶/۵ \\ \text{گرد کردن با تقریب کم‌تر از ۱۰} \rightarrow ۷۹۰ \end{cases}$$

۱۸۴۵-گزینه‌ی ۴ مقدار تقریبی هر گزینه را با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱ به‌دست می‌آوریم:

گزینه‌ی (۲) : $۳/۳۴۷\simeq ۳/۳۵ \Rightarrow ۳/۳۵-۳/۳۴۷=۰/۰۰۳$

گزینه‌ی (۱) : $۰/۱۲۳\simeq ۰/۱۲ \Rightarrow ۰/۱۲۳-۰/۱۲=۰/۰۰۳$

گزینه‌ی (۴) : $۶/۸۵۹\simeq ۶/۸۶ \Rightarrow ۶/۸۶-۶/۸۵۹=۰/۰۰۱$

گزینه‌ی (۳) : $۲/۷۲۴\simeq ۲/۷۲ \Rightarrow ۲/۷۲۴-۲/۷۲=۰/۰۰۴$

۱۸۴۶-گزینه‌ی ۳ حاصل‌جمع اعداد را بر تعداد آن‌ها تقسیم می‌کنیم تا میانگین اعداد به دست آید:

$$۳/۲۵+۵\frac{۱}{۶}+۴/۷۵+۳\frac{۵}{۶}=\underbrace{(۳/۲۵+۴/۷۵\ \ )}_{۸}+\underbrace{(۵\frac{۱}{۶}+۳\frac{۵}{۶}\ \ )}_{۹}=۱۷$$

$$۱۷\div ۴=\frac{۱۷}{۴}=۴\frac{۱}{۴}=۴/۲۵$$

حال حاصل تفریق میانگین را از بزرگ‌ترین عدد تقریب می‌زنیم:

$$۵\frac{۱}{۶}-۴\frac{۱}{۴}=۴\frac{۷}{۶}-۴\frac{۱}{۴}=?$$

$$=\frac{۷}{۶}-\frac{۱}{۴}=\frac{۷\times ۲-۱\times ۳}{۱۲}=\frac{۱۴-۳}{۱۲}=\frac{۱۱}{۱۲}\simeq ۰/۹۱۶۶ \xrightarrow[\text{کم‌تر از ۱}]{\text{گرد کردن با تقریب}} ۱$$

۱۸۴۷-گزینه‌ی ۲ حاصل تقسیم ۹۹÷۳۵ را به‌دست می‌آوریم:

$$۳۵\div ۹۹=۰/۳۵۳۵۳۵۳۵...\simeq \begin{cases} \text{تقریب کم‌تر از ۱} \rightarrow ۰ \quad ✗ \\ \text{تقریب کم‌تر از ۰/۱} \rightarrow ۰/۴ \quad ✓ \\ \text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۱} \rightarrow ۰/۳۵ \quad ✗ \\ \text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۰۰۱} \rightarrow ۰/۳۵۳۵ \quad ✗ \end{cases}$$

۱۸۴۸-گزینه‌ی ۱ در تقریب به روش گرد کردن کافی است تا تقسیم را تا یک رقم بیش‌تر از مقدار تقریب ادامه دهیم. پس حاصل $\frac{۵}{۱۷}$ را تا چهار رقم اعشار به‌دست می‌آوریم:

$$۵\div ۱۷=۰/۲۹۴۱ \quad , \quad ۰/۲۹۴۱\simeq ۰/۲۹۴$$

۱۸۴۹- گزینه‌ی **۲** $\frac{۱۸}{۸}$ با ۲/۲۵ برابر است.

$$\frac{۱۸}{۸}=۲/۲۵ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۱}} ۲/۳$$

۱۸۵۰- گزینه‌ی **۴** حاصل‌جمع را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۷}=\frac{۳۵}{۱۰۵}+\frac{۲۱}{۱۰۵}+\frac{۱۵}{۱۰۵}=\frac{۷۱}{۱۰۵} \quad , \quad \frac{۷۱}{۱۰۵}=۷۱\div ۱۰۵=۰/۶۷۶۱ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}} ۰/۷$$

۱۸۵۱- گزینه‌ی **۴** حاصل کسرها را به صورت اعشاری می‌نویسیم:

گزینه‌ی (۱) : $\frac{۱}{۸}=۰/۱۲۵ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}} ۰/۱۳$

گزینه‌ی (۲) : $\frac{۱}{۹}=۰/۱۱۱۱۱... \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}} ۰/۱۱$

گزینه‌ی (۳) : $\frac{۳۱}{۲۵۰} \underset{\times ۴}{\overset{\times ۴}{=}} \frac{۱۲۴}{۱۰۰۰}=۰/۱۲۴ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}} ۰/۱۲$

گزینه‌ی (۴) : $\frac{۱}{۷}=۰/۱۴۲۸۵... \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}} ۰/۱۴$

۱۸۵۲- گزینه‌ی **۱** با بررسی گزینه‌ها جواب را پیدا می‌کنیم.

گزینه‌ی (۱) نادرست است. کسر $\frac{۱}{۲}$ با ۰/۵ برابر است.

$$(\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۱۰}=۰/۵)$$

گزینه‌ی (۲) درست است. هر سانتی‌متر ۰/۰۰۰۰۱ کیلومتر است پس

۰/۳	۱	سانتی‌متر
○	۰/۰۰۰۰۱	کیلومتر

$$\Rightarrow \bigcirc=\frac{۰/۳\times ۰/۰۰۰۰۱}{۱}=۰/۰۰۰۰۰۳$$

گزینه‌ی (۳) درست است.

$$\begin{array}{r|l} ۳/۱۴۰ & ۳ \\ \cline{2-2} -۳ & ۱/۰۴۶ \\ \hline ۰\;۱ & \\ -\;۰ & \\ \hline ۱۴ & \\ -\;۱۲ & \\ \hline ۰۲۰ & \\ ۰۱۸ & \\ \hline ۰/۰۰۲ & \end{array}$$

$$۱/۰۴۶ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{گرد کردن}} ۱/۰۵$$

گزینه‌ی (۴) درست است.

$$\bigcirc \div ۰/۰۲=\bigcirc \div \frac{۲}{۱۰۰} \quad , \quad \bigcirc \div \frac{۲}{۱۰۰}=\bigcirc \times \frac{\overset{۵۰}{\cancel{۱۰۰}}}{\cancel{۲}}=\bigcirc \times ۵۰$$

۱۸۵۳- گزینه‌ی **۳** ابتدا هر عدد را تقریب می‌زنیم سپس اعداد جدید را با هم جمع می‌کنیم.

$$۱۵/۳+۳۱/۱+۰/۴+۰+۲=۴۸/۸$$

۱۸۵۴- گزینه‌ی ۴ حاصل محاسبات علی ۴۴۶/۲ $۴۲۴/۵۲+۲۰/۷۷+۰/۸۹=۴۴۶/۱۸ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{گرد شده با}} ۴۴۶/۲$

حاصل محاسبات رضا

$$\left.\begin{array}{l} ۴۲۴/۵۲ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}} ۴۲۴/۵ \\ ۲۰/۷۷ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}} ۲۰/۸ \\ ۰/۸۹ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}} ۰/۹ \end{array}\right\} \Rightarrow ۴۲۴/۵+۲۰/۸+۰/۹=۴۴۶/۲$$

جواب هر دو یکسان است، بنابراین اختلاف جواب علی و رضا صفر است.

۱۸۵۵- گزینه‌ی ۴ با استفاده از فرمول مساحت مستطیل یک‌بار مساحت واقعی و بار دیگر مساحت تقریبی آن را به‌دست آورده سپس اختلاف دو مساحت را به‌دست می‌آوریم تا میزان خطا مشخص شود.

مساحت واقعی : $۶/۹\times۵/۸=۴۰/۰۲$

مساحت تقریبی : $۷\times۶=۴۲$

بنابراین خطای محاسبه برابر است با

$$\begin{array}{r} ۴۲ \\ -۴۰/۰۲ \\ \hline ۱/۹۸ \end{array}$$

۱۸۵۶- گزینه‌ی ۴ با استفاده از فرمول محیط مستطیل، محیط شکلات را به‌دست آورده و سپس تقریب می‌زنیم.

محیط مستطیل $=۲\times$(مجموع طول و عرض) $\Rightarrow ۹/۸\times۲=۱۹/۶ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۱}]{\text{گرد کردن}} ۲۰$

۱۸۵۷- گزینه‌ی ۱ ابتدا مساحت دایره را به‌دست آورده سپس تقریب می‌زنیم.

$$\boxed{\text{مساحت دایره}=۳/۱۴\times\text{شعاع}\times\text{شعاع}}$$

$$۰/۸\times۰/۸\times۳/۱۴=۲/۰۰۹۶ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{گرد کردن}} ۲/۰۱$$

۱۸۵۸- گزینه‌ی ۴ ابتدا حاصل هر گزینه را تا سه رقم اعشار به‌دست می‌آوریم:

گزینه‌ی (۱): $۰/۷۵-۰/۳۳=۰/۴۲۰ \xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{گرد شده}} ۰/۴۲$

گزینه‌ی (۲): $۰/۸۴\times۲=۱/۶۸۰ \xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{گرد شده}} ۱/۶۸$

گزینه‌ی (۳): $۰/۳۲+۰/۱۵۸=۰/۴۷۸ \xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{گرد شده}} ۰/۴۸$

گزینه‌ی (۴): $۰/۷۵\div۱/۶\simeq۰/۴۶۸ \xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{گرد شده}} ۰/۴۷$

۱۸۵۹- گزینه‌ی ۲ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی (۱) : $۷۴/۱۰۸۷ \xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۰۱}]{\text{گرد شده}} ۷۴/۱۰۹ \Rightarrow \begin{array}{r} ۷۴/۱۰۹ \\ -\ ۷۴/۱۰۸۷ \\ \hline ۰/۰۰۰۳ \end{array}$

گزینه‌ی (۲) : $۱۹/۱۲۵۶ \xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۰۱}]{\text{گرد شده}} ۱۹/۱۲۶ \Rightarrow \begin{array}{r} ۱۹/۱۲۶ \\ -۱۹/۱۲۵۶ \\ \hline ۰/۰۰۰۴ \end{array}$

گزینه‌ی (۳) : $۲۷/۱۳۲۱ \xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۰۱}]{\text{گرد شده}} ۲۷/۱۳۲ \Rightarrow \begin{array}{r} ۲۷/۱۳۲۱ \\ -\ ۲۷/۱۳۲۰ \\ \hline ۰/۰۰۰۱ \end{array}$

گزینه‌ی (۴) : $۱۱/۱۵۲۲ \xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از ۰/۰۰۱}]{\text{گرد شده}} ۱۱/۱۵۲۰ \Rightarrow \begin{array}{r} ۱۱/۱۵۲۲ \\ -۱۱/۱۵۲۰ \\ \hline ۰/۰۰۰۲ \end{array}$

۱۸۶۰- گزینه‌ی ۳ ابتدا مخرج مشترک گرفته و حاصل‌جمع کسرها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۲}{۰/۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۰/۲}{۲}=\frac{۲۰}{۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۰/۲}{۲}=\frac{۲۱/۲}{۲}=۱۰/۶\ \xrightarrow[\text{گرد شده}]{\text{تقریب کم‌تر از ۱}}\ ۱۱$$

۱۸۶۱- گزینه‌ی ۳ حاصل تقسیم صورت بر مخرج را در هر کسر تا دو رقم اعشار به‌دست می‌آوریم. (چرا؟)

گزینه‌ی (۱) :

$$\begin{cases}\frac{۲}{۳}\simeq۰/۶۶\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از۰/۱}]{\text{گرد شده}}۰/۷\\ \frac{۱}{۴}=۰/۲۵\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از۰/۱}]{\text{گرد شده}}۰/۳\end{cases}\Rightarrow۰/۷-۰/۳=۰/۴$$

گزینه‌ی (۲) :

$$\begin{cases}\frac{۱}{۷}\simeq۰/۱۴\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از۰/۱}]{\text{گرد شده}}۰/۱\\ \frac{۴}{۵}=۰/۸\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از۰/۱}]{\text{گرد شده}}۰/۸\end{cases}\Rightarrow۰/۸-۰/۱=۰/۷$$

گزینه‌ی (۳) :

$$\begin{cases}\frac{۱}{۵}=۰/۲۰\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از۰/۱}]{\text{گرد شده}}۰/۲\\ \frac{۷}{۶}\simeq۱/۱۶\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از۰/۱}]{\text{گرد شده}}۱/۲\end{cases}\Rightarrow۱/۲-۰/۲=۱$$

گزینه‌ی (۴) :

$$\begin{cases}\frac{۱}{۶}\simeq۰/۱۶\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از۰/۱}]{\text{گرد شده}}۰/۲\\ \frac{۱}{۳}\simeq۰/۳۳\xrightarrow[\text{با تقریب کم‌تر از۰/۱}]{\text{گرد شده}}۰/۳\end{cases}\Rightarrow۰/۳-۰/۲=۰/۱$$

۱۸۶۲- گزینه‌ی ۳ ابتدا حاصل کسر ترکیبی زیر را به‌دست آورده سپس تقریب می‌زنیم:

$$\frac{\frac{۷}{۵}}{۱+\frac{۱}{۲-\frac{۳}{۴}}}=\frac{\frac{۷}{۵}}{۱+\frac{۱}{\frac{۸}{۴}-\frac{۳}{۴}}}=\frac{\frac{۷}{۵}}{۱+\frac{۱}{\frac{۵}{۴}}}=\frac{\frac{۷}{۵}}{۱+\frac{۴}{۵}}=\frac{\frac{۷}{۵}}{\frac{۹}{۵}}=\frac{۷\times۵}{۹\times۵}=\frac{۷}{۹}\simeq۰/۷۷۷\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}]{\text{گرد شده}}۰/۷۸$$

۱۸۶۳- گزینه‌ی ۲ حاصل‌جمع اعداد را با فرمول $\frac{\text{تعداد اعداد}\times(\text{عدد آخر}+\text{عدد اول})}{۲}$ محاسبه می‌کنیم سپس تقریب می‌زنیم:

$$۲۴+۲۸+۳۲+\cdots+۲۰۰۸=?$$

$$\frac{(۲۰۰۸-۲۴)}{۴}+۱=۴۹۶+۱=۴۹۷\ \text{تعداد اعداد}\quad,\quad\frac{\overset{\cancel{۲۰۳۲}\ ۱۰۱۶}{(\cancel{۲۴+۲۰۰۸})}\times۴۹۷}{\underset{۱}{\cancel{۲}}}=۵۰۴۹۵۲\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از۱۰۰}]{\text{گرد کردن}}۵۰۵۰۰۰$$

۱۸۶۴- گزینه‌ی ۳ در گزینه‌ی (۱) گردشده‌ی عدد ۱/۷۳۵۶ برابر ۱/۷۳۶ است. پس این گزینه نادرست است.

در گزینه‌ی (۲) گردشده‌ی عدد ۱/۷۳۴۱ برابر ۱/۷۳۴ است. پس این گزینه هم نادرست است.

در گزینه‌ی (۴) گردشده‌ی عدد ۱/۷۳۴۴ برابر ۱/۷۳۴ است. بنابراین این گزینه هم نادرست است.

اما در گزینه‌ی (۳) گردشده‌ی همه‌ی اعداد در محدوده‌ی تعیین شده، عدد ۱/۷۳۵ می‌باشد.

۱۸۶۵- گزینه‌ی ۱ بین هر دو عدد اعشاری بی‌شمار عدد اعشاری وجود دارد. به الگوی زیر نگاه کنید. همه‌ی این اعداد با تقریب کم‌تر از ۰/۱ برابر ۱۱ می‌شوند و تعداد آن‌ها بی‌شمار است و همه بین ۱۰ و ۱۲ هستند.

$$۱۱,۱۱/۱,۱۱/۱۱,۱۱/۱۱۱,۱۱/۱۱۱۱,۱۱/۱۱۱۱۱,\ldots$$

۱۸۶۶- گزینه‌ی ۲ کوچک‌ترین عددی که با تقریب کم‌تر از ۱۰۰ برابر ۱۰۰ می‌شود عدد ۵۰ است.

بزرگ‌ترین عددی که با تقریب کم‌تر از ۱۰۰ برابر ۱۰۰ می‌شود عدد ۱۴۹ است.

حال باید بررسی کرد که از ۵۰ تا ۱۴۹ چند عدد وجود دارد؟

$$۱۴۹-۵۰+۱=۱۰۰$$

۱۸۶۷- گزینه‌ی ۱

$$\begin{array}{r}۴/۸۶۴\\-۴/۸۵۵\\\hline۰/۰۰۹\end{array}\ \text{اختلاف بین کم‌ترین و بیش‌ترین}$$

$$\overbrace{۴/۸۵۵\,,۴/۸۵۶\,,\ldots,۴/۸۶۴}^{\text{عددهای ممکن}}$$

گردشده‌ی عدد با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱

$$\frac{۴۸۶}{۱۰۰}=۴/۸۶$$

۱۸۶۸- گزینه‌ی **۴** کم‌ترین عددی که ممکن است این عدد باشد ۱/۹۲۴۵ است و بیش‌ترین عددی که ممکن است این عدد باشد ۱/۹۲۵۴ است. پس حدّاکثر مقدار ممکن برای اضافه کردن به عدد موردنظر طوری‌که گرد شده‌ی آن تغییر نکند ۰/۰۰۰۹ است.

۱/۹۲۵۴−۱/۹۲۴۵=۰/۰۰۰۹

۱۸۶۹- گزینه‌ی **۲**

۵۷۳۸۶/۵۷→۵۷۰۰۰ : قطع شده , ۵۷۳۸۶/۵۷→۵۷۰۰۰ : گرد شده

۱۸۷۰- گزینه‌ی **۴** در تقریب به روش گرد کردن، حاصل می‌تواند بزرگ‌تر، مساوی یا کوچک‌تر از عدد مورد نظر باشد. پس گزینه‌ی (۱) نادرست است.

در تقریب به روش قطع کردن، عدد حاصل مساوی یا کوچک‌تر از عدد مورد نظر است و هیچ‌گاه بزرگ‌تر نیست. پس گزینه‌ی (۲) نادرست است. گرد شده و قطع شده‌ی یک عدد با تقریب یکسان، همواره یا با هم برابر هستند یا گرد شده‌ی عدد به اندازه‌ی تقریب از قطع شده بزرگ‌تر است. پس اختلاف گرد شده و قطع شده‌ی عدد با تقریب کم‌تر از ۰/۱ یا برابر صفر است یا برابر ۰/۱.

۱۸۷۱- گزینه‌ی **۲** تنها گزینه‌ای که حاصلش عدد طبیعی نمی‌شود، گزینه‌ی (۲) می‌باشد.

$$۱۰۴۵/۵ \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}} ۱۰۴۵/۵$$

۱۸۷۲- گزینه‌ی **۳** گرد شده و قطع شده‌ی یک عدد در یک تقریب یکسان وقتی برابر هستند که رقم سمت راست رقم تقریب، ۰، ۱، ۲، ۳ یا ۴ باشد. اگر همه‌ی رقم‌های عددی ۰، ۱، ۲، ۳ یا ۴ باشد، گرد شده و قطع شده‌ی این عدد با هر تقریب دلخواهی یکسان است.

۱۸۷۳- گزینه‌ی **۲** در گزینه‌ی (۱) حاصل صفر است. در گزینه‌ی (۳) حاصل عددی طبیعی خواهد بود و در گزینه‌ی (۴) وقتی می‌گوییم تمام کسرها پس شامل کسرهای گزینه‌ی (۳) نیز خواهد بود که همین امر این گزینه را نیز نادرست می‌کند.

۱۸۷۴- گزینه‌ی **۳** به جای این‌که عدد را بر $\frac{۵}{۱۰}$ تقسیم کنیم، می‌توانیم در $\frac{۱۰}{۵}$ یا ۲ ضرب کنیم:

$$۲۹۹۸\div۰/۵=۲۹۹۸\times۲=۵۹۹۶\simeq۶۰۰۰$$

۱۸۷۵- گزینه‌ی **۳** ابتدا صورت و مخرج را به صورت بیان شده محاسبه می‌کنیم، سپس با بررسی گزینه‌ها متوجه می‌شویم که گزینه‌ی (۳) صحیح است.

$$\frac{۳/۵۱}{۰/۴۵}\ \begin{array}{c}\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{قطع شده}}\\ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{گرد شده}}\end{array}\ \frac{۳/۵}{۰/۵}$$

۳/۵+۰/۵=۴ : گزینه‌ی (۲)　　۳/۵−۰/۵=۳ : گزینه‌ی (۱)

۳/۵÷۰/۵=۷ : گزینه‌ی (۴)　　۳/۵×۰/۵=۱/۷۵ : گزینه‌ی (۳)

۱۸۷۶- گزینه‌ی **۴** حداقل یکی از مقادیر گرد شده یا قطع شده‌ی عددهای گزینه‌های (۱)، (۲) یا (۳) با تقریب کم‌تر از ۱۰۰۰۰ برابر ۵۱۳۰۰۰۰ است.

گزینه‌ی (۲) : $۵۱۳۹۹۸۷ \xrightarrow[\text{کم‌تر از ۱۰۰۰۰}]{\text{قطع شده}} ۵۱۳۰۰۰۰$　　گزینه‌ی (۱) : $۵۱۲۶۷۳۰ \xrightarrow[\text{کم‌تر از ۱۰۰۰۰}]{\text{گرد شده}} ۵۱۳۰۰۰۰$

گزینه‌ی (۴) : $\left\{\begin{array}{l}۵۱۱۹۹۹۹ \xrightarrow[\text{کم‌تر از ۱۰۰۰۰}]{\text{گرد شده}} ۵۱۲۰۰۰۰\\ ۵۱۱۹۹۹۹ \xrightarrow[\text{کم‌تر از ۱۰۰۰۰}]{\text{قطع شده}} ۵۱۱۰۰۰۰\end{array}\right.$　　گزینه‌ی (۳) : $۵۱۳۵۱۳۵ \xrightarrow[\text{کم‌تر از ۱۰۰۰۰}]{\text{قطع شده}} ۵۱۳۰۰۰۰$

۱۸۷۷- گزینه‌ی **۴** با بررسی گزینه‌ها مشخص می‌شود که هم به روش قطع کردن و هم به روش گرد کردن وزن قطعه طلا ۲/۸۶۵۲ می‌تواند باشد.

$$۲/۸۶۵۲\left\{\begin{array}{l}\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۰۱}]{\text{قطع کردن}} ۲/۸۶۵\\ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۰۰۱}]{\text{گرد کردن}} ۲/۸۶۵\end{array}\right.$$

۱۸۷۸- گزینه‌ی **۴** گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) با تقریب کم‌تر از ۱۰ به روش قطع کردن یا به روش گرد کردن به ۱۴۷۰ تبدیل می‌شوند ولی عدد ۱۴۶۴ به هیچ‌یک از این روش‌ها به ۱۴۷۰ تبدیل نمی‌شود.

$$۱۴۶۴\left\{\begin{array}{l}\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۱۰}]{\text{قطع کردن}} ۱۴۶۰\\ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۱۰}]{\text{گرد کردن}} ۱۴۶۰\end{array}\right.$$

۱۸۷۹- گزینه‌ی ۴

گزینه‌های (۱) و (۲) : ۲/۸۸×۳/۹۳=۱۱/۳۱۸۴ ⇐ { گرد شده: ۱۱/۳ ، قطع شده: ۱۱/۳ } با هم برابرند

گزینه‌های (۳) : { طول=۳/۹۳ $\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{گرد شده}}$ ۳/۹ ، عرض=۲/۸۸ $\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{گرد شده}}$ ۲/۹ } ⇐ مساحت=۳/۹×۲/۹=۱۱/۳۱

گزینه‌های (۴) : { طول=۳/۹۳ $\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{گرد شده}}$ ۳/۹ ، عرض=۲/۸۸ $\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{قطع شده}}$ ۲/۸ } ⇐ مساحت=۱۰/۹۲

مساحت محاسبه‌شده در گزینه‌ی (۴) از سایر گزینه‌ها کم‌تر است، پس روش گزینه‌ی (۴) نفع بیش‌تری برای پریا دارد.

۱۸۸۰- گزینه‌ی ۴ ابتدا باید طول عمر یک انسان ۵۰ ساله را بر حسب دقیقه به‌دست آوریم.

یک سال = ۳۶۵ روز = ۳۶۵×۲۴ ساعت = ۳۶۵×۲۴×۶۰ دقیقه

عمر یک انسان ۵۰ ساله = ۵۰×(۳۶۵×۲۴×۶۰) دقیقه = ۲۶۲۸۰۰۰۰

تعداد کل ضربان قلب انسان ۵۰ ساله = ۲۶۲۸۰۰۰۰×۶۳=۱۶۵۵۶۴۰۰۰۰≃۱۶۵۰۰۰۰۰۰۰

۱۸۸۱- گزینه‌ی ۳ در این‌جا برخلاف سؤال قبلی از ابتدا باید عددها را تقریب زد و انتخاب کرد. مثلاً اضلاع اتاق خواب معمولی را می‌توان ۳ متر در نظر گرفت. یعنی یک مکعب به طول ضلع ۳ متر.

یک عدد ذرت بو داده را نیز می‌توان یک مکعب به طول اضلاع ۱/۵ سانتی‌متر در نظر گرفت.

حجم اتاق = ۳×۳×۳=۲۷ متر مکعب = ۲۷۰۰۰۰۰۰ سانتی‌متر مکعب

حجم یک ذرت بو داده = ۱/۵×۱/۵×۱/۵=۳/۳۷۵ سانتی‌متر مکعب

تعداد ذرت‌های بو داده‌ی درون اتاق = $\frac{۲۷۰۰۰۰۰۰}{۳/۳۷۵}$ = ۸۰۰۰۰۰۰

۱۸۸۲- گزینه‌ی ۳ هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم است.

۱۴×۱۰۰۰=۱۴۰۰۰ گرم , ۰/۸×۱۰۰۰=۸۰۰ گرم , ۱۴۰۰۰−۸۰۰=۱۳۲۰۰ گرم

$\underset{\text{وزن تقریبی هر انار}}{\underset{\downarrow}{۱۳۲۰۰÷۴۶≃۲۸۶/۹۵۶}} \xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{تقریب کم تر از ۰/۱}}$ ۲۸۷

۱۸۸۳- گزینه‌ی ۴ پهنای نوار در شکل برابر اختلاف شعاع‌های دایره‌ی کوچک و دایره‌ی بزرگ است. پس

شعاع دایره‌ی بزرگ - شعاع دایره‌ی کوچک = ۱۰

جدول زیر محیط دایره‌هایی به شعاع‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ را نشان می‌دهد.

شعاع	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
محیط	۲×۱۰×۳/۱۴=۶۲/۸	۲×۲۰×۳/۱۴=۱۲۵/۶	۲×۳۰×۳/۱۴=۱۸۸/۴	۲×۴۰×۳/۱۴=۲۵۱/۲

اختلاف محیط دایره‌هایی که اختلاف شعاعشان برابر ۱۰ است برابر است با

دایره‌هایی با شعاع ۱۰ و ۲۰ ⇐ ۱۲۵/۶−۶۲/۸=۶۲/۸

دایره‌هایی با شعاع ۲۰ و ۳۰ ⇐ ۱۸۸/۴−۱۲۵/۶=۶۲/۸

دایره‌هایی با شعاع ۳۰ و ۴۰ ⇐ ۲۵۱/۲−۱۸۸/۴=۶۲/۸

پس هرگاه اختلاف شعاع دو دایره ۱۰باشد، اختلاف محیط‌ها ۶۲/۸ است که بهترین تقریب برای آن با گرد کردن به‌دست می‌آید. یعنی ۶۳.

نکته: همیشه اختلاف محیط دو دایره برابر است با ۲×۳/۱۴×اختلاف شعاع‌ها

۱۸۸۴- گزینه‌ی ۱ محاسبات را از پرانتز داخلی شروع می‌کنیم:

$$۹-(۶-۴-(۵/۴۵-۴/۱۸))=۹-(\underbrace{۶-۴}_{۲}-(۱/۲۷))=۹-(\underbrace{۲-۱/۲۷}_{۰/۷۳})=۹-۰/۷۳=۸/۲۷\xrightarrow[\text{قطع کردن}]{۰/۱}۸/۲$$

۱۸۸۵- گزینه‌ی ۳ ابتدا قطع‌شده‌ی هر عدد را با تقریب کم‌تر از ۰/۱ به‌دست می‌آوریم سپس با رعایت ترتیب عملیات (یعنی ضرب، تفریق و جمع) حاصل عبارت را محاسبه می‌کنیم و از حاصل بدون تقریب عبارت کم می‌کنیم.

$$۴/۱۳-۰/۹۶\times۰/۲۲+۰/۱۴=۴/۰۵۸۸$$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\swarrow\quad\swarrow$$

$$۴/۱-\underbrace{۰/۹\times۰/۲}_{۰/۱۸}+۰/۱=\underbrace{۴/۱-۰/۱۸}_{۳/۹۲}+۰/۱=۴/۰۲$$

$$\begin{array}{r}۴/۰۵۸۸\\-۴/۰۲۰۰\\\hline ۰/۰۳۸۸\end{array}$$

خطای محاسبه

۱۸۸۶- گزینه‌ی ۴ ابتدا حاصل پرانتز را به دست آورده سپس عددهای مخلوط و اعشاری را به کسر تبدیل کرده و از چپ به راست تقسیم‌ها را انجام می‌دهیم.

$$\underbrace{\underbrace{۳\frac{۴}{۵}\div۳\frac{۱}{۶}}_{\text{مرحله‌ی اول}}\div\overset{\frac{۴}{۵}}{\cancel{(۱-\frac{۱}{۵})}}}_{\text{مرحله‌ی دوم}}+\underbrace{۳/۷۵\div۰/۷۵}_{\text{مرحله‌ی سوم}}=\boxed{\overset{\frac{۶}{۵}}{\cancel{\boxed{\frac{۱۹}{۵}\div\frac{۱۹}{۶}}}}\div\frac{۴}{۵}}^{\frac{۳}{۲}}+\boxed{\cancel{\frac{۳۷۵}{۱۰۰}\div\frac{۷۵}{۱۰۰}}}^{۵}=\frac{۳}{۲}+۵=۵\frac{۳}{۲}=۶\frac{۱}{۲}=۶/۵\xrightarrow[\text{قطع کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۱}}۶$$

$$\text{مرحله‌ی اول}\rightarrow\frac{۱۹}{۵}\div\frac{۱۹}{۶}=\frac{\cancel{۱۹}}{۵}\times\frac{۶}{\cancel{۱۹}}=\frac{۶}{۵}$$

$$\text{مرحله‌ی دوم}\rightarrow\frac{۶}{۵}\div\frac{۴}{۵}=\frac{\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\underset{۱}{\cancel{۵}}}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۵}}}{\underset{۲}{\cancel{۴}}}=\frac{۳}{۲}$$

$$\text{مرحله‌ی سوم}\rightarrow\frac{۳۷۵}{۱۰۰}\div\frac{۷۵}{۱۰۰}=\frac{\overset{۵}{\cancel{۳۷۵}}}{\underset{۱}{\cancel{۱۰۰}}}\times\frac{\overset{۱}{\cancel{۱۰۰}}}{\underset{۱}{\cancel{۷۵}}}=\frac{۵}{۱}=۵$$

۱۸۸۷- گزینه‌ی ۴ ابتدا حاصل پرانتز و بعد حاصل کروشه را به دست می‌آوریم. (ترتیب عملیات را رعایت می‌کنیم)

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۵}[-\frac{۳}{۵}\overset{\frac{۵}{۱۴}}{\cancel{(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۷})}}+\frac{۲}{۷}]-\frac{۵}{۲۱۰}=\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۵}\times\underbrace{[-\frac{۳}{\cancel{۵}}\times\frac{\cancel{۵}}{۱۴}+\frac{۲}{۷}]}_{\frac{۱}{۱۴}}-\frac{۵}{۲۱۰}=\frac{۱}{۲}+(\frac{\overset{۱}{\cancel{۲}}}{۵}\times\frac{۱}{\underset{۷}{\cancel{۱۴}}})-\frac{۵}{۲۱۰}$$

$$=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳۵}-\frac{۵}{۲۱۰}=\frac{۱۰۵+۶-۵}{۲۱۰}=\frac{۱۰۶}{۲۱۰}=۰/۵۰۴۷\simeq۰/۵$$

۱۸۸۸- گزینه‌ی ۱ ابتدا هر عدد را با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱ گردکرده سپس حاصل عبارت را با رعایت اولویت‌های چهارعمل اصلی به دست می‌آوریم.

$$۴/۸۶۵+۲/۲۸۲\div۱/۱۴۱\times۰/۴۲۶=۵/۷۱۷$$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\swarrow$$

$$۴/۸۷+\underbrace{\underbrace{۲/۲۸\div۱/۱۴}_{۲}\times۰/۴۳}_{۰/۸۶}=۴/۸۷+۲\times۰/۴۳=۴/۸۷+۰/۸۶=۵/۷۳$$

بنابراین خطای محاسبه برابر با $۵/۷۳-۵/۷۱۷=۰/۰۱۳$ است.

۱۸۸۹- گزینه‌ی **۱** پس از پیدا کردن حاصل پرانتز و رعایت اولویت‌های چهار عمل اصلی، حاصل عبارت را تقریب می‌زنیم.

$$۷۹\times(\underbrace{۴۶/۵۴-۲۶/۴۵}_{۲۰/۰۹})\div۸/۲+۰/۴۲=\underbrace{۷۹\times۲۰/۰۹}_{۱۵۸۷/۱۱}\div۸/۲+۰/۴۲=\underbrace{۱۵۸۷/۱۱\div۸/۲}_{۱۹۳/۵۵}+۰/۴۲$$

$$=۱۹۳/۵۵+۰/۴۲=۱۹۳/۹۷\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{گرد شده}}۱۹۴$$

۱۸۹۰- گزینه‌ی **۱** حاصل عبارت مساوی ○ را در حاصل عبارت مساوی □ ضرب می‌کنیم و حاصل نهایی را تقریب می‌زنیم.

$$\bigcirc\times\square=\left[۴/۵+۸(\underbrace{۶-۵/۲}_{۰/۸})\div۰/۲\right]\times\left[\underbrace{۱۴\frac{۱}{۴}}_{۱۴/۲۵}-۴(\underbrace{۲+\frac{۱}{۲}}_{۲/۵})\div\underbrace{\frac{۴}{۵}}_{۰/۸}\right]=\left[۴/۵+\underbrace{(\underbrace{۸\times۰/۸}_{۶/۴}\div۰/۲)}_{۳۲}\right]\times\left[۱۴/۲۵-\underbrace{(\underbrace{۴\times۲/۵}_{۱۰}\div۰/۸)}_{۱۲/۵}\right]$$

$$=(۴/۵+۳۲)\times(۱۴/۲۵-۱۲/۵)=۳۶/۵\times۱/۷۵=۶۳/۸۷۵\xrightarrow[\text{گرد کردن}]{\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}}۶۳/۹$$

۱۸۹۱- گزینه‌ی **۲** با رعایت اولویت‌های چهار عمل اصلی حاصل عبارت را به‌دست آورده سپس تقریب می‌زنیم.

$$۴۰/۴-\underbrace{۰/۰۴\times۸/۵}_{۰/۳۴}+۲/۳۹=۴۰/۴-۰/۳۴+۲/۳۹=۴۲/۴۵$$

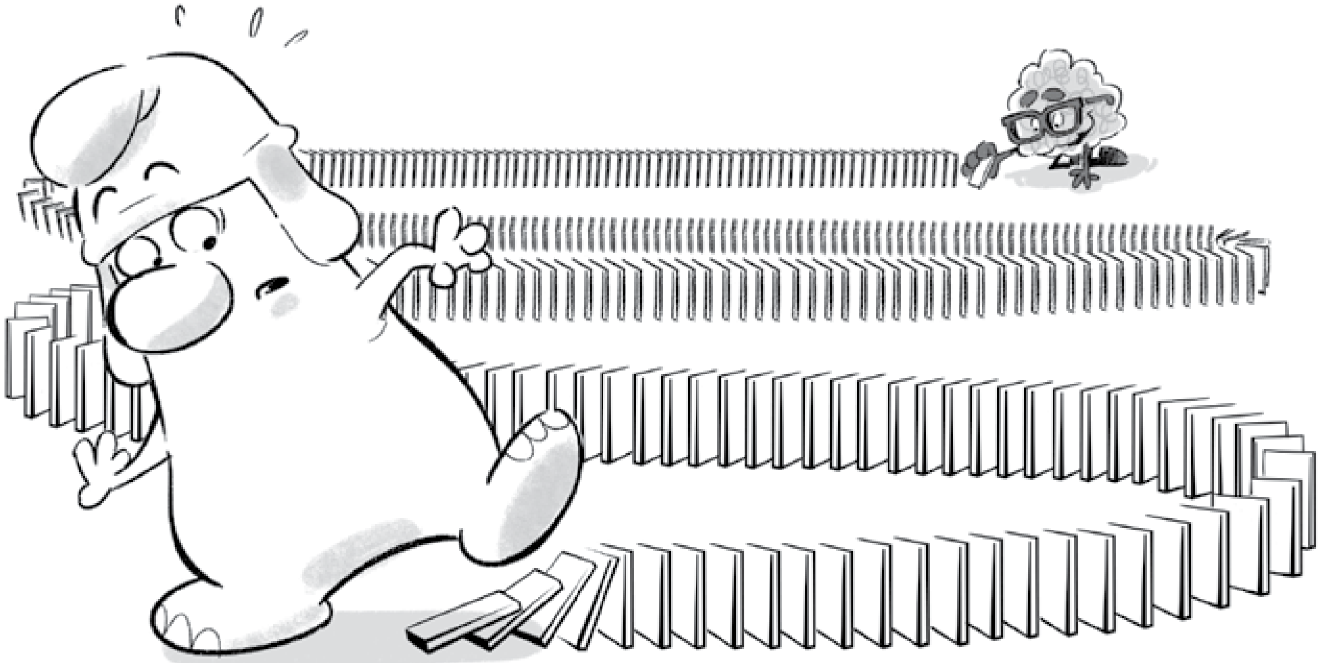
$$۴۲/۴۵\left\{\begin{array}{l}\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{قطع کردن}}۴۲/۴\\ \xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{گرد کردن}}۴۲/۵\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{array}{r}۴۲/۵\\-۴۲/۴\\\hline ۰/۱\end{array}$$

۱۸۹۲- گزینه‌ی **۱** یک‌بار عددها را با تقریب کم‌تر از ۰/۱ گرد و حاصل عبارت را با رعایت اولویت‌ها به‌دست می‌آوریم و یک‌بار عددها را با تقریب کم‌تر از ۰/۱ قطع و حاصل عبارت را با رعایت اولویت‌های چهار عمل اصلی به دست می‌آوریم.

$$۰/۸۵+۰/۸۴\div۰/۴۲-۰/۱۵۲\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{گرد کردن}}۰/۹+\overbrace{۰/۸\div۰/۴}^{۲}-۰/۲=۲/۷$$

$$۰/۸۵+۰/۸۴\div۰/۴۲-۰/۱۵۲\xrightarrow[\text{تقریب کم‌تر از ۰/۱}]{\text{قطع کردن}}۰/۸+\underbrace{۰/۸\div۰/۴}_{۲}-۰/۱=۲/۷$$

بنابراین اختلاف آن‌ها برابر با $۲/۷-۲/۷=۰$ است.

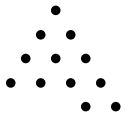


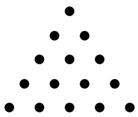
فصل هشتم

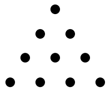
استدلال، هوش و خلاقیت

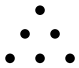
استدلال، هوش و خلاقیت

۱۸۹۳-گزینه‌ی ۳ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:


(۱۲)


(۱۵)


(۱۰)


(۶)


(۳)

بنابراین عدد ۱۲، مثلثی نیست.

اعداد مثلثی: ...,۱,۳,۶,۱۰,۱۵,۲۱,۲۸,۳۶

۱۸۹۴-گزینه‌ی ۱ کافی است که مطابق قاعده‌ی داده شده عمل کنیم.

در مرحله‌ی دوم عدد برابر است با:

۳+۲=۵

حالا عدد ۳ را در عدد مرحله‌ی قبل ضرب می‌کنیم:

۳×۵=۱۵

چون عدد کم‌تر از ۱۰۰ شده است آن را دوباره در ۳ ضرب می‌کنیم:

۱۵×۳=۴۵

چون عدد کم‌تر از ۱۰۰ شد دوباره در ۳ ضرب می‌شود.

۴۵×۳=۱۳۵

۱۳۵ عددی بزرگ‌تر از ۱۰۰ است، پس آن را می‌نویسیم.

۱۸۹۵-گزینه‌ی ۲ کوتاه‌ترین روش برای رسیدن به عدد ۱۰۰ این است که دکمه‌ها را به ترتیب زیر فشار دهد و از ۱ به ۱۰۰ برسد:

۱) ۱×۲=۲
۲) ۲+۱=۳
۳) ۳×۲=۶
۴) ۶×۲=۱۲
۵) ۱۲×۲=۲۴
۶) ۲۴+۱=۲۵
۷) ۲۵×۲=۵۰
۸) ۵۰×۲=۱۰۰

بنابراین در مرحله‌ی هشتم به عدد ۱۰۰ می‌رسیم. دقت کنید که با هیچ روشی نمی‌توانیم در ۶ مرحله به عدد ۱۰۰ برسیم. یعنی حتی اگر ما به سرعت عددها را بزرگ کنیم (با فشار دادن پشت سر هم کلید ۲×)، پس از ۶ مرحله به عدد ۶۴ می‌رسیم.

۱۸۹۶-گزینه‌ی ۴ با بررسی گزینه‌ها جواب را پیدا می‌کنیم.

گزینه‌ی (۱): فرض کنید امتیاز سارا ۴۰ باشد:

امتیاز بردیا ۴۰÷۲=۲۰
امتیاز مریم ۴۰−۳۰=۱۰
امتیاز دریا ۵۰+۲۰=۷۰
⇒ مریم < بردیا < سارا < دریا

گزینه‌ی (۲): فرض کنید امتیاز سارا ۱۶۰ باشد:

امتیاز بردیا ۱۶۰÷۲=۸۰
امتیاز مریم ۱۶۰−۳۰=۱۳۰
امتیاز دریا ۸۰+۵۰=۱۳۰
⇒ بردیا < دریا = مریم < سارا

گزینه‌ی (۳): فرض کنید امتیاز سارا ۴۰ باشد:

امتیاز بردیا ۴۰÷۲=۲۰
امتیاز مریم ۴۰−۳۰=۱۰
امتیاز دریا ۲۰+۵۰=۷۰
⇒ مریم < بردیا < سارا < دریا

گزینه‌ی (۴): این گزینه همیشه درست است زیرا امتیاز سارا بیش‌تر از مریم است و امتیاز دریا بیش‌تر از بردیا است:

امتیاز مریم < امتیاز سارا
امتیاز بردیا < امتیاز دریا
⇒ مجموع امتیازهای مریم و بردیا < مجموع امتیازهای سارا و دریا

۱۸۹۷- گزینه‌ی ۱ چون امتیاز حسن ۴ است تنها حالت ممکن برای جمع دو امتیاز او ۱+۳ است. برای حسین که امتیازش ۷ است، ۳ حالت زیر امکان دارد:

۳+۴=۷   ۲+۵=۷   ۱+۶=۷

که فقط حالت ۲+۵ قابل قبول است زیرا امتیازهای ۱ و ۳ قبلاً استفاده شده است.

برای فرهاد حالت‌های زیر امکان دارد:

۵+۶=۱۱   ۴+۷=۱۱   ۳+۸=۱۱   ۲+۹=۱۱   ۱+۱۰=۱۱

که فقط ۴+۷ قابل قبول است زیرا ۱، ۳، ۲ و ۵ قبلاً استفاده شده است. اعداد باقی مانده ۶ ، ۸ ، ۹ و ۱۰ هستند، پس با این اعداد، عدد ۱۷ را تنها به صورت ۸+۹ و عدد ۱۶ را تنها به صورت ۶+۱۰ می‌توان ساخت. بنابراین علی ناحیه‌ای را که امتیاز ۶ دارد، مورد هدف قرار داده است.

۱۸۹۸- گزینه‌ی ۱ با دقت در سؤال می‌فهمیم که دیل برای اطمینان باید همه‌ی شماره‌ها از ۸۹۳۴۴۰۰ تا ۸۹۳۴۴۹۹ (که تعدادشان ۱۰۰ عدد است) را امتحان کند. زیرا ممکن است ۹۹ تای اولی که انتخاب می‌کند شماره تلفن کرک نباشد.

۱۸۹۹- گزینه‌ی ۲ تعداد صفرها از ۱۹۰ تا ۲۱۲ را می‌شماریم:

۱۹۰,۲۰۰,۲۰۱,۲۰۲,۲۰۳,۲۰۴,۲۰۵,۲۰۶,۲۰۷,۲۰۸,۲۰۹,۲۱۰

بنابراین ۱۳ تا برچسب صفر خریده است. (توجه کنید عدد ۲۰۰، ۲ تا صفر دارد)

۱۹۰۰- گزینه‌ی ۳ عدد یک در اعداد یک رقمی فقط در خود عدد یک دیده می‌شود. عدد یک در اعداد دو رقمی در اعداد زیر نوشته می‌شود.

۱۰,۱۱,۱۲,۱۳,۱۴,۱۵,۱۶,۱۷,۱۸,۱۹,۲۱,۳۱,۴۱,۵۱,۶۱,۷۱,۸۱,۹۱

پس در مجموعه‌ی اعداد دورقمی، ۱۹ بار عدد یک به کار رفته است. لذا تا صفحه‌ی ۹۹ کتاب ۲۰ بار عدد یک استفاده شده است.

در اعداد ۱۰۰ تا ۱۹۹، ۱۰۰ بار عدد یک در رقم صدگان به کار رفته و در بخش دهگان و صدگان این اعداد هم ۲۰ بار «یک» نوشته شده است.

در هر کدام از اعداد ۲۰۰ تا ۲۹۹ ، ۳۰۰ تا ۳۹۹ و ۴۰۰ تا ۴۹۹ هم ۲۰ بار عدد یک نوشته شده است. پس تعداد کل «یک»‌های نوشته شده برابر است با:

۲۰+۱۰۰+۲۰+۲۰+۲۰+۲۰=۲۰۰

۱۹۰۱- گزینه‌ی ۳ برای این‌که حاصل جمع دو عدد بیش‌ترین مقدار ممکن باشد، باید دهگان دو عدد دو رقمی بزرگ‌ترین ارقام ممکن باشند، یعنی ۹ و ۸ و دو رقم یکان نیز بزرگ‌ترین اعداد ممکن (به غیر از ۸ و ۹) یعنی ۷ و ۶ باشند، پس این دو می‌توانند ۹۷ و ۸۶ باشند که حاصل‌جمع آن‌ها برابر ۱۸۳ است. پس حاصل‌ضرب ارقام به‌دست آمده برابر است با: ۱×۸×۳=۲۴

۱۹۰۲- گزینه‌ی ۳ هرچه دو عدد بزرگ‌تر باشند، حاصل‌ضرب آن‌ها بزرگ‌تر است. پس دهگان یکی را ۴ و دیگری را ۳ قرار می‌دهیم، دو حالت زیر به‌وجود می‌آیند.

۱۳۱۲>۱۳۰۲

۴۱
× ۳۲
۱۳۱۲

۴۲
× ۳۱
۱۳۰۲

۱۹۰۳- گزینه‌ی ۲ برای این‌که بزرگ‌ترین مجموع به‌وجود آید، باید رقم‌های بزرگ‌تر را در محل‌هایی از جدول ارزش مکانی قرار دهیم که ارزش بالاتری دارند. پس رقم‌ها به صورت زیر قرار می‌گیرند:

	۹	۷	۵	۳	۱
+	۸	۶	۴	۲	۰
۱	۸	۳	۹	۵	۱

اما هیچ‌کدام از اعداد گزینه‌ها با اعداد جدول فوق برابر نیست. اما دقت کنید جابه‌جا کردن عمودی رقم‌ها مقدار ۱۸۳۹۵۱ را تغییر نمی‌دهد.

	۸	۷	۴	۳	۱	→ عدد گزینه‌ی (۲)
+	۹	۶	۵	۲	۰	
۱	۸	۳	۹	۵	۱	

۱۹۰۴- گزینه‌ی ۱ یک عدد سه رقمی که صدگان آن دو واحد از یکان آن بیش‌تر است انتخاب می‌کنیم. مثلاً ۹۳۷ ، سپس آن را از راست به چپ می‌نویسیم: ۷۳۹ ، حاصل تفریق این دو عدد برابر است با:

۹۳۷
− ۷۳۹
―――
۱۹۸

توجه کنید که اگر هر عدد سه رقمی دیگری با شرایط مورد نظر انتخاب کنید، باز هم رقم یکان تفریق مورد نظر ۸ است.

۱۹۰۵- گزینه‌ی ۴ ○ □ بیانگر یک عدد دو رقمی است. حاصل‌جمع چهار عدد دو رقمی ○ □ برابر عدد دو رقمی □ Δ می‌باشد. پس عدد ○ □، عددی است کوچک‌تر از ۲۵. زیرا در غیر این‌صورت حاصل‌جمع عددی دو رقمی نخواهد بود (عدد حاصل سه رقمی می‌شود). پس رقم □ برابر ۱ یا ۲ می‌باشد. فرض کنیم رقم □ برابر ۱ است. پس رقم یکان حاصل‌جمع ○+○+○+○ باید برابر یک باشد که نمی‌توان چنین عددی یافت. پس ۲=□ و در این حالت ۳=○ خواهد بود. بنابراین داریم:

۲۳
+ ۲۳
+ ۲۳
+ ۲۳
―――
۹۲

⇐ Δ×□×○=۹×۲×۳=۵۴

۱۹۰۶- گزینه‌ی ۳ حل چنین سؤالاتی دارای راه‌حل مشخصی نیست و مهم‌ترین نکته همان عمل جمع ساده است.

جمع یکان‌ها: در جمع سه رقم Δ، رقم یکان برابر Δ شده است. این حالت فقط زمانی اتفاق می‌افتد که ۰=Δ یا ۵=Δ باشد. چون ارقام موردنظر بین ۱ تا ۹ هستند، پس ۵=Δ خواهد بود.

جمع دهگان‌ها: در جمع مورد نظر رقم یکان حاصل‌جمع □+□+□+۱ برابر ◊ شده است. رقم ◊ در مرتبه‌ی یکان هزار فقط می‌تواند ۱ یا ۲ باشد.

اگر ۱=◊، آن‌گاه مقدار □ برابر صفر می‌شود که قابل قبول نیست، پس ۲=◊ . حال با توجه به این‌که رقم یکان □+□+□+۱ برابر ۲ است، پس مقدار □ برابر ۷ است.

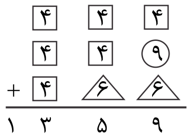
①
○ □ Δ =۵
○ □ Δ =۵
+○ □ Δ =۵
―――
◊∇ ◊ Δ =۵

جمع صدگان‌ها: دهگان حاصل جمع ○+○+○+۲ برابر ۲=◊ است، پس ○ حتماً باید از ۵ بزرگ‌تر باشد، اما ۶=○ نادرست است، چون ∇ برابر صفر می‌شود. ۷=○ نیز تکراری است، پس ۸=○ می‌تواند صحیح باشد که در این صورت ۶=∇ می‌شود.

◊+∇+◊+Δ=۲+۶+۲+۵=۱۵

② ①
۸=○ □=۷ Δ =۵
۸=○ □=۷ Δ =۵
۸=○ □=۷ Δ =۵
―――
◊=۲ ∇=۶ ◊=۲ Δ =۵

۱۹۰۷- گزینه‌ی ۴ با قرار دادن ارقام در جاهای خالی قابل تشخیص است.



۱۹۰۸- گزینه‌ی ۲ ابتدا به رقم یکان حاصل‌ضرب دو عدد ۱۸ و ۱۶ دقت کنید. رقم یکان عدد حاصل برابر رقم یکان حاصل‌ضرب ۶×۸ می‌باشد. رقم یکان در هر حاصل‌ضرب دلخواه این چنین است.

۱۶
×۱۸
―――
۱۲۸
۱۶۰
―――
۲۸۸

پس ارقام ○ و □ باید طوری انتخاب شوند که رقم یکان □×○ برابر ۴ شود. در ارقام زیر چنین حالتی داریم:

(۱,۴),(۲,۷),(۳,۸),(۴,۶),(۶,۹)

چون عدد ۳۱۵۴ بر اعداد ۹ و ۴ بخش‌پذیر نیست، پس (۶,۹) ، (۴,۶) و (۲,۷) نمی‌توانند ارقام □ و ○ باشند. جواب را با جای‌گذاری به‌دست می‌آوریم:

□=۳,○=۸ ⇐ ○+□=۱۱

۱۹۰۹- گزینه‌ی ۴ برای این‌که یکی از ۵ عدد بزرگ‌ترین مقدار ممکن باشد، ۴ عدد دیگر باید کوچک‌ترین مقدار ممکن یعنی ۱، ۲، ۳ و ۴ باشند:

$۱+۲+۳+۴=۱۰$

بزرگ‌ترین عدد ممکن $۳۰-۱۰=۲۰$

۱۹۱۰- گزینه‌ی ۱ وقتی میانگین ۵ عدد مثبت متفاوت ۱۱ است بدین معناست که حاصل جمع آن‌ها ۵۵ است. چون دنبال بزرگ‌ترین عدد ممکن هستیم، باید ۴ عدد دیگر را تا حد امکان کوچک فرض کنیم (یعنی ۱، ۲، ۳ و ۴)

مجموع چهار عدد کوچک‌تر $۱+۲+۳+۴=۱۰$

بزرگ‌ترین عدد ممکن $۵۵-۱۰=۴۵$

۱۹۱۱- گزینه‌ی ۳ برای این‌که وزن سنگین‌ترین فرد در بیش‌ترین حالت باشد باید سایر افراد کم‌ترین وزن (یعنی ۱۸ کیلوگرم) را داشته باشند پس ۳ نفر از ۴ نفر را با وزن ۱۸ کیلوگرم فرض می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l}\text{مجموع وزن سه نفر } ۱۸\times۳=۵۴\\ \text{مجموع وزن چهار نفر } ۲۳\times۴=۹۲\end{array}\right\}\Rightarrow ۹۲-۵۴=۳۸ \text{ وزن سنگین‌ترین فرد}$$

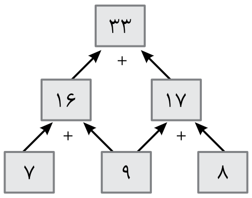
۱۹۱۲- گزینه‌ی ۳ ابتدا تعداد بطری شیری که هر روز فروخته می‌شود را به‌دست می‌آوریم:

$۳۳۶\div۷=۴۸$

برای این‌که یک خانه بیش‌ترین شیر را بگیرد، بقیه‌ی خانه‌ها باید کم‌ترین مقدار شیر را بگیرند. هم‌چنین تعداد بطری خانه‌ها باید متفاوت باشد، پس اولین خانه باید ۱ بطری، دومین خانه ۲ بطری و به همین ترتیب هفتمین خانه باید ۷ بطری شـیر خریداری کنند. با توجه به این که در هر روز ۴۸ بطری شیر به ۸ خانه فروخته می‌شود، داریم:

$$\underbrace{۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷}_{۲۸}+?=۴۸\Rightarrow\boxed{?}=۲۰$$

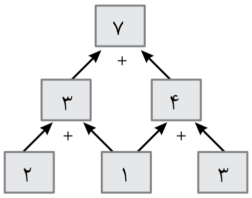
۱۹۱۳- گزینه‌ی ۳ برای این‌که بزرگ‌ترین عدد در مربع بالا به‌دست بیاید، باید سه عدد اول در ردیف پایین بزرگ‌ترین اعداد تک رقمی باشـند، یعنی ۷، ۸ و ۹ باشـند. چون مربع وسط اثر بیش‌تری در مجموع دارد (زیرا در جمع هر دو مربع بالای خود حضور دارد)، پس باید آن را عدد بزرگ تر، یعنی ۹، قرار دهیم. به این ترتیب جدول روبه رو به‌دست می‌آید.



حالا برای این‌که کوچک‌ترین عدد در مربع بالا به‌دست بیاید، شبیه حالت قبل باید کوچک‌ترین اعداد تک رقمی در ردیف پایین باشند، یعنی ۱، ۲ و ۳ و بین آن‌ها ۱ در جایگاه وسط باشد.

پس تفاضل بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عددی که می‌تواند ایجاد شود، برابر است با:

$۳۳-۷=۲۶$



۱۹۱۴- گزینه‌ی ۳ رابطه‌ی بین اعداد را می‌نویسیم:

$$\Delta=\bigcirc+\square$$

$$*=\square+\underset{\substack{\downarrow\\(\bigcirc+\square)}}{\Delta}\Rightarrow *=\square+\square+\bigcirc$$

$$۲۰۰۴=\underset{\substack{\downarrow\\(\bigcirc+\square)}}{\Delta}+\underset{\substack{\downarrow\\(\square+\square+\bigcirc)}}{*}\Rightarrow ۲۰۰۴=\square+\square+\square+\bigcirc+\bigcirc$$

چون ○ باید بزرگ‌ترین باشد، □ باید کوچک‌ترین باشد.

$$\square=۱\Rightarrow ۲۰۰۴=۱+۱+۱+\bigcirc+\bigcirc\Rightarrow ۲۰۰۱=\bigcirc+\bigcirc\Rightarrow\bigcirc=\frac{۲۰۰۱}{۲}$$

که عدد طبیعی نیست پس قابل قبول نیست.

$$\square=۲\Rightarrow ۲۰۰۴=۲+۲+۲+\bigcirc+\bigcirc\Rightarrow ۱۹۹۸=\bigcirc+\bigcirc\Rightarrow\bigcirc=\frac{۱۹۹۸}{۲}=۹۹۹$$

۱۹۱۵- گزینه‌ی **۳** برای این‌که بیش‌ترین تعداد تیله را مصرف کنیم باید با بیشترین تیله، کم‌ترین امتیاز را بگیریم. پس ۱۰ تیله‌ی سفید را از دریچه‌ی شماره‌ی ۱ عبور می‌دهیم. تا این‌جا ۱۰ امتیاز گرفته‌ایم و ۱۳ امتیاز باقی می‌ماند. سه تیله‌ی قرمز را از دریچه‌ی شماره‌ی ۳ و یک تیله‌ی قرمز دیگر را از دریچه‌ی شماره‌ی ۴ عبور می‌دهیم، پس (۹+۴=۱۳) امتیاز دیگر می‌گیریم. تعداد کل گلوله‌ی مصرف شده برابر است با: ۱۰+۴=۱۴

۱۹۱۶- گزینه‌ی **۳** همه‌ی کارت‌ها را انتخاب می‌کنیم. مجموع کارت‌ها برابر است با:

۹+۸+۵+۵+۲+۲=۳۱

با انتخاب کارت ۲، عدد ۲ ساخته می‌شود. می‌توانیم یکی از کارت‌های ۲ را کنار گذاشته و کارت‌های ۲ ، ۵ ، ۵ ، ۸ و ۹ را برداریم. در این صورت عدد ۲۹=۲+۵+۵+۸+۹ ساخته می‌شود.

مجموع (۲+۲۹) برابر ۳۱ می‌شود. پس اگر مجموعی مانند ○ ساخته شد، حتماً (۳۱−○) هم ساخته می‌شود و اگر ○ ساخته نشد، (۳۱−○) هم ساخته نمی‌شود. اگر عدد ○ از ۱ تا ۱۵ باشد، (۳۱−○) از ۱۶ تا ۳۰ خواهد بود. از ۱ تا ۱۵ اعداد ۱، ۳، ۶ و ۱۵ را نمی‌توان ساخت. پس (۳۱−۱=۳۰) ، (۳۱−۳=۲۸) ، (۳۱−۶=۲۵) و (۳۱−۱۵=۱۶) را نیز نمی‌توان ساخت.

۱۹۱۷- گزینه‌ی **۴** بزرگ‌ترین عددی که می‌توان ساخت، عدد ۳۰ است.

$$\boxed{۵}+\boxed{۵}+\boxed{۵}+\boxed{۵}+\boxed{۵}+\boxed{۵}=۳۰$$

آیا می‌توان عدد ۲۹ را ساخت؟ بله. کافی است به جای یکی از ۵ها عدد ۴ را قرار دهیم.

$$\boxed{۵}+\boxed{۵}+\boxed{۵}+\boxed{۵}+\boxed{۵}+\boxed{۴}=۲۹$$

به همین ترتیب اعداد ۲۸ تا ۱۸ را هم می‌توان ساخت:

$$\boxed{۵}+\boxed{۵}+\boxed{۵}+\boxed{۵}+\boxed{۴}+\boxed{۴}=۲۸$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} \boxed{۵}&+&\boxed{۵}&+&\boxed{۵}&+&\boxed{۴}&+&\boxed{۴}&+&\boxed{۴}=۲۷\\ \downarrow&&\downarrow&&\downarrow&&\downarrow&&\downarrow&&\downarrow\\ \boxed{۴}&+&\boxed{۳}&+&\boxed{۳}&+&\boxed{۳}&+&\boxed{۳}&+&\boxed{۳}=۱۹ \end{array}$$

$$\boxed{۳}+\boxed{۳}+\boxed{۳}+\boxed{۳}+\boxed{۳}+\boxed{۳}=۱۸$$

تا به این‌جا از صفر استفاده نکردیم. اگر همه صفر باشد، عدد صفر ساخته می‌شود. به جای مربع‌ها می‌توان دسته اعداد (۰,۰,۰,۰,۰,۳) و (۰,۰,۰,۰,۳,۳) و (۰,۰,۰,۳,۳,۳) و (۰,۰,۳,۳,۳,۳) و (۰,۳,۳,۳,۳,۳) را قرار داد که اعداد ۳، ۶، ۹، ۱۲ و ۱۵ ساخته می‌شوند.

به دسته اعداد زیر هم توجه کنید:

(۰,۰,۰,۰,۴,۴) ⇒ ۸ و (۰,۰,۰,۰,۰,۴) ⇒ ۴

بقیه‌ی حالت‌هایی که فقط ۰ و ۴ داریم تکراری هستند. مانند: (۰,۰,۴,۴,۴,۴) ⇒ ۱۶

به همین ترتیب دسته اعداد روبه‌رو را می‌توان تشکیل داد: (۰,۰,۰,۰,۵,۵) ⇒ ۱۰ (۰,۰,۰,۰,۰,۵) ⇒ ۵

بقیه‌ی حالت‌هایی که فقط ۰ و ۵ داریم تکراری هستند.

(۰,۰,۰,۳,۴,۴) ⇒ ۱۱ (۰,۰,۰,۰,۳,۴) ⇒ ۷

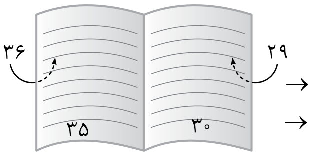
(۰,۰,۳,۳,۳,۴) ⇒ ۱۳ (۰,۰,۳,۳,۴,۴) ⇒ ۱۴

(۰,۳,۳,۳,۴,۴) ⇒ ۱۷

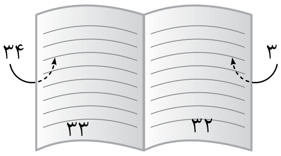
همه‌ی اعداد از ۰ تا ۳۰ ساخته شدند به غیر از دو عدد ۱ و ۲.

از ۰ تا ۳۰، ۳۱ عدد داریم، پس تعداد اعداد ساخته شده برابر است با: ۳۱−۲=۲۹

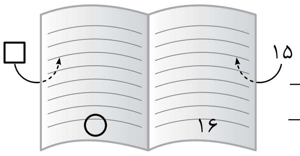
۱۹۱۸- گزینه‌ی ۴ به شماره صفحات دقت کنید.



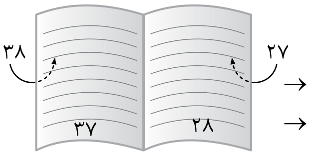
→ ۳۶ + ۲۹ = ۶۵
→ ۳۵ + ۳۰ = ۶۵



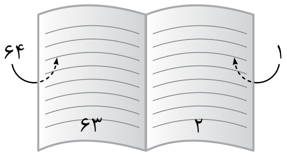
→ ۳۴ + ۳۱ = ۶۵
→ ۳۳ + ۳۲ = ۶۵



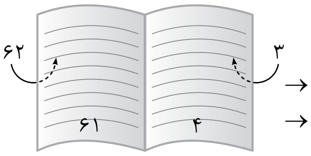
→□+۱۵ = ۶۵ →□= ۵۰
→○+۱۶ = ۶۵ →○= ۴۹



→ ۳۸ + ۲۷ = ۶۵
→ ۳۷ + ۲۸ = ۶۵



→ ۶۴ + ۱ = ۶۵
→ ۶۳ + ۲ = ۶۵



→ ۶۲ + ۳ = ۶۵
→ ۶۱ + ۴ = ۶۵

ملاحظه می‌کنید رابطه‌ای خاص در همه صفحات وجود دارد. در واقع مجموع شماره صفحه‌های روی برگه برابر ۶۵ و مجموع صفحه‌های پشت برگه برابر ۶۵ می‌باشد.

۱۹۱۹- گزینه‌ی ۴ در این‌گونه جداول، بهتر است، از جایی که تراکم عددی بیش‌تری داریم، طبق شرایط سؤال عددگذاری کنیم و جدول را کامل کنیم (یعنی عددگذاری را از سطر اوّل خانه‌ی سمت چپ آغاز می کنیم)

۳	۲	۴	۱
		۳	۲
۴			

مرحله‌ی دوم

	۲	④	۱
		۳	۲
۴			

مرحله‌ی اول

به همین ترتیب ادامه می‌دهیم تا جدول به شکل زیر کامل شود.

۳	۲	۴	۱
۱	۴	۳	۲
۴	۱	۲	۳
۲	۳	۱	④

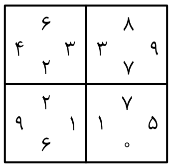
۱۹۲۰- گزینه‌ی ۲ ستون مربوط به حرف (م) باید عدد یک داشته باشد. از طرفی حروف (ف) و (ک) نمی‌توانند یک باشند، چون در ردیف‌هایشان عدد یک وجود دارد. پس (م) عدد یک است: ۱=(م)
در ستون (د) هم باید عدد یک باشد اما هیچ‌کدام از حروف (ح) ، (ن) و (ش) نمی‌توانند یک باشند، چون در ردیف‌هایشان عدد یک وجود دارد، پس: ۱=(د) در قطری که (ش) وجود دارد باید عدد ۴ باشد، پس ۴=(ش)
حرف (ن) نمی‌تواند ۱ و ۴ باشد، چون این اعداد در ستونش وجود دارند. این حرف ۳ هم نمی‌تواند باشد، چون عدد ۳ در سطرش وجود دارد. پس باید ۲ باشد: ۲=(ن) بنابراین: ۳=۲+۱= (ن) + (د)

			۱
۱		۲	
۲	۳	۱	
۴	۱		

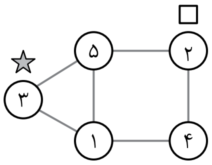
۱۹۲۱- گزینه‌ی ۱ ردیف اول ۲ و ۴ ندارد ولی چون در ستون ۲ عدد ۲ موجود است، پس خانه‌ی دوم در ردیف اول باید ۴ باشد، در نتیجه خانه‌ی چهارم در ردیف اول باید ۲ باشد. همچنین خانه‌ی اول در ردیف دوم باید ۳ باشد (بررسی کنید).
حال ردیف دوم ۱ و ۴ ندارد، ولی چون در ستون ۴ ام، در خانه‌ی چهارم ردیف دوم باید عدد ۱ باشد و در نتیجه در خانه‌ی ۴ ردیف سوم باید عدد ۳ باشد. از طرفی در ردیف آخر عدد ۳ نمی‌تواند در خانه‌ی اول و سوم باشد، چون در ستون اول و سوم عدد ۳ وجود دارد. پس باید در خانه‌ی دوم ردیف آخر عدد ۳ قرار گیرد در نتیجه □ باید ۱ باشد.

۲	۳	۴	۱
۱	۴	۲	۳
۳		□	
۴		۳	

۱۹۲۲- گزینه‌ی ۳ کاشی ۳ را در نظر بگیرید. چون هیچ‌یک از کاشی‌های دیگر روی ضلعشان عدد صفر ندارند، کاشی ۳ نمی‌تواند در این ضلع با کاشی دیگری مشترک باشد. پس باید در جایگاه (ج) یا (د) باشد. اگر در جایگاه (ج) باشد باید کاشی‌ای که در جایگاه (د) هست، ضلعی با شماره‌ی ۵ داشته باشد که هیچ‌یک از کاشی‌ها این شرایط را ندارند، پس کاشی ۳ در جایگاه (د) است.
حال کاشی‌ای که در جایگاه (ج) است باید در ضلع مشترک خود با جایگاه (د) عدد یک داشته باشد که فقط کاشی ۴ این ویژگی را دارد. پس کاشی ۴ در جایگاه (ج) قرار دارد.

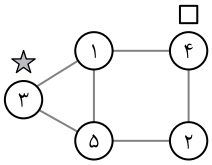


۱۹۲۳- گزینه‌ی ۴ در کامل کردن جدول باید سعی کنیم اعداد متوالی در دو خانه‌ی کنار هم نباشند. جدول به دو صورت زیر کامل می‌شود.



$\xrightarrow{\quad}$ ☆+□

$۳+۲=۵$



$\xrightarrow{\quad}$ ☆+□

$۳+۴=۷$

که فقط عدد ۷ در گزینه‌ها آمده است.

۱۹۲۴- گزینه‌ی ۲ به کمک عددهای داده شده حاصل‌جمع یک ستون را در ابتدا حساب می کنیم، پس مجموع هر سطر، ستون و قطر مربع جادویی روبه رو برابر است با: $۱۵+۵۰+۲۵=۹۰$

$\square+\bigcirc+\Delta=۹۰$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$۴۰+۳۰+\Delta=۹۰$

$\Delta=۹۰-۳۰-۴۰ \Rightarrow \Delta=۲۰$

و

$۲۵+\bigcirc+۳۵=۹۰$

$\bigcirc=۹۰-۳۵-۲۵$

$\bigcirc=۳۰$

و

$۱۵+\square+۳۵=۹۰$

$\square=۹۰-۳۵-۱۵$

$\square=۴۰$

۳۵	□	۱۵
	○	۵۰
	△	۲۵

۱۹۲۵- گزینه‌ی ۴

مجموع سطرها، ستون‌ها و قطرها$=۸+۵+۹+۱۲=۳۴$

مجموع سطر سوم: $\square+\underbrace{۵+۱۶+۳}_{۲۴}=۳۴ \Rightarrow \square=۳۴-۲۴=۱۰$

مجموع ستون دوم: $\Delta+\underbrace{۴+۵+۱۱}_{۲۰}=۳۴ \Rightarrow \Delta=۳۴-۲۰=۱۴$

مجموع سطر اول: $\Diamond+\Delta+۷+۱۲=۳۴\Rightarrow\Diamond+\underbrace{۱۴+۷+۱۲}_{۳۳}=۳۴ \Rightarrow \Diamond=۳۴-۳۳=۱$

مجموع ستون اول: $\Diamond+\square+۸+\bigcirc=۳۴ \Rightarrow ۱+۱۰+۸+\bigcirc=۳۴ \Rightarrow \bigcirc=۳۴-۱۹=۱۵$

۱۲	۷	△	◊
	۹	۴	○
۳	۱۶	۵	□
		۱۱	۸

۱۹۲۶- گزینه‌ی ۴ به کمک ضرب اعداد سطر اول جدول یعنی اعداد ۱۸ ، ۱ و ۱۲ حاصل‌ضرب هر سطر و ستون و قطر را به‌دست می‌آوریم.

$۱۲\times۱\times۱۸=۲۱۶$

بنابراین باید حاصل‌ضرب عبارت $(۱\times۶\times\square)$ و $(۱۲\times۹\times\bigcirc)$ مساوی ۲۱۶ باشد.

$۱۲\times۹\times\bigcirc=۲۱۶$

$\bigcirc=۲۱۶\div(۱۲\times۹) \Rightarrow \square+\bigcirc=۳۶+۲=۳۸$

$\bigcirc=۲$

و

$۱\times۶\times\square=۲۱۶$

$\square=۲۱۶\div۶$

$\square=۳۶$

۱۹۲۷- گزینه‌ی ۲ در این گونه مسائل مجموع اعداد را به صورت افقی و عمودی با هم مساوی قرار می‌دهیم. سپس عدد یکسان را از دو طرف تساوی (یعنی ○) حذف می‌کنیم.

$۴+\_\_+\cancel{\bigcirc}=\cancel{\bigcirc}+۱+\_\_$

حالا رقم‌های ۱، ۲، ۳ و ۵ را در عبارت بالا جای‌گذاری می‌کنیم تا تساوی درست پدید آید.

حالت اوّل: $\underbrace{۴+۳}_{۷}\underset{\neq}{=}\underbrace{۱+۵}_{۶}$ ، حالت دوم: $\underbrace{۴+۲}_{۶}\underset{\neq}{=}\underbrace{۱+۳}_{۴}$ ، حالت سوم: $\underbrace{۴+۲}_{۶}=\underbrace{۱+۵}_{۶}$

پس جدول را به شکل روبه‌رو پر می‌کنیم.

		۴
		۲
۵	۱	③

۱۹۲۸- گزینه‌ی ۴ بیش‌ترین مقدار وقتی به‌دست می‌آید که ۱۳ در مربع وسطی باشد. (زیرا مربع وسط هم در مجموع مربع‌های افقی و هم در مجموع مربع‌های عمودی حضور دارد). بنابراین جدول را می‌توانیم به صورت مقابل پر کنیم.

$$\begin{cases}۱۳+۷+۴=۲۴\\۱۳+۱۰+۱=۲۴\end{cases}$$

	۱۰	
۷	۱۳	۴
	۱	

در این‌صورت مجموع مورد نظر برابر ۲۴ می‌شود.

۱۹۲۹- گزینه‌ی ۳ مربع خاکستری هم در سطر افقی و هم در ستون عمودی قرار دارد. اگر اعداد سطر افقی و ستون عمودی را با هم جمع کنیم، حاصل جمع ۴۲ خواهد بود. (چون حاصل جمع اعداد سطر افقی ۲۱ و حاصل جمع اعداد ستون عمودی ۲۱ است.)

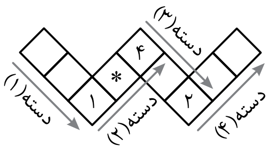
دقت کنید که عدد ۴۲ به‌دست آمده برابر حاصل‌جمع همه‌ی مربع‌های شکل می‌باشد اما مربع خاکستری را دو بار جمع کرده‌ایم. پس می‌توانیم بنویسیم:

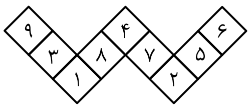
$$\underbrace{۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸}_{۳۵}+\square=۴۲ \Rightarrow ۳۵+\square=۴۲ \Rightarrow \square=۷$$

۱۹۳۰- گزینه‌ی ۴ جمع اعداد ۱ تا ۹ برابر ۴۵ است. در این شکل ۴ دسته‌ی سه‌تایی مربع داریم. مجموع اعداد دسته‌های ۱ تا ۴ برابر مجموع مربع‌هاست. پس همه‌ی اعداد ۱ تا ۹ با هم جمع می‌شوند. اما دقت کنید عدد ۱ دو بار جمع می‌شود. یک بار در دسته‌ی (۱) و یک بار در دسته‌ی (۲)، اعداد ۴ و ۲ هم دو بار جمع می‌شوند. پس مجموع دسته‌ها برابر است با: (۱+۲+۳+۴+...+۹)+۴+۲+۱=۵۲

مجموع مربع‌های هر دسته=۵۲÷۴=۱۳

مجموع دسته‌ی (۲)=۱+*+۴=۱۳ ⇐ *=۸





۱۹۳۱- گزینه‌ی ۳ جمع اعداد درون هر دایره باید ۱۱ باشد. پس:

۹+□=۱۱ ⇐ □=۲

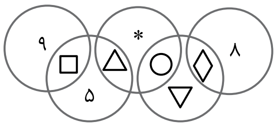
□+۵+Δ=۱۱ ⇐ ۲+۵+Δ=۱۱ ⇐ Δ=۴

۸+◊=۱۱ ⇐ ◊=۳

◊+∇+○=۱۱ ⇐ ۳+∇+○=۱۱ ⇐ ∇+○=۸

Δ+*+○=۱۱ ⇐ ۴+*+○=۱۱ ⇐ *+○=۷

فقط اعداد ۱، ۶ و ۷ باقی می‌مانند. پس داریم: *=۶ , ∇=۷ , ○=۱



۱۹۳۲- گزینه‌ی ۴ با دقت در شکل درمی‌یابیم دو خطی که شامل اعداد ۵ و ۶ هستند، در یک دایره مشترکند.

طبق صورت سؤال:

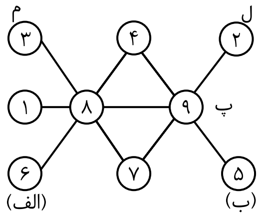
مجموع دایره‌های خالی روی خط (الف)=۱۸−۶=۱۲

مجموع دایره‌های خالی روی خط (ب)=۱۸−۵=۱۳

۱۲=۴+۸
۱۳=۴+۹ ⇐ عدد مشترک خط (الف) و (ب) برابر ۴ است.

خط (پ): ○+۸+۹=۱۸ ⇐ ○=۱

اعداد باقی مانده ۷، ۲ و ۳ هستند. اگر عدد ۷ را روی دایره‌ی مشترک خط (ل) و (م) قرار می‌دهیم، جای اعداد ۲ و ۳ مشخص می‌شود، پس ؟ برابر ۳ می‌شود.

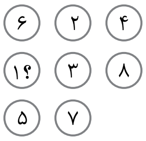


۱۹۳۳- گزینه‌ی ۱ در سطر و ستونی که دو عدد دارد، اعداد ۴ و ۸ و یا ۵ و ۷ قرار می‌گیرند زیرا جمع هیچ دو عدد دیگری ۱۲ نمی‌شود.

بنابراین با دو حالت روبه‌رو هستیم:

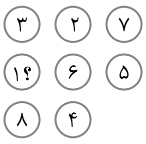
حالت اول: اعداد ۴ و ۸ را در سطر سوم قرار می‌دهیم. اما ۸ نباید در سطر یا ستونی که عدد ۲ وجود دارد قرار بگیرد، زیرا جمعشان ۱۰ می‌شود و عدد سوم باید ۲ باشد (تا مجموع ۳ عدد برابر ۱۲ شود) که این غیر ممکن است زیرا ۲ را قبلاً استفاده کردیم.

حالت دوم: اعداد ۵ و ۷ را در سطر سوم قرار می‌دهیم، اما ۵ هم نباید در سطر یا ستونی که عدد ۲ وجود دارد، بیاید زیرا جمعشان ۷ می‌شود و عدد سوم باید ۵ باشد (تا مجموع ۳ عدد برابر ۱۲ شود) که باز هم غیرممکن است. زیرا ۵ را قبلاً استفاده کرده‌ایم.



۴	۲	۶
۸	۳	۱؟
	۷	۵

حالت دوم



۷	۲	۳
۵	۶	۱؟
	۴	۸

حالت اول

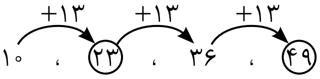
در هر ۲ حالت جای علامت ؟ باید عدد یک را قرار دهیم.

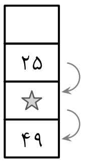
۱۹۳۴- گزینه‌ی ۱ در ستون اوّل جدول هر عدد بالایی با ۳ جمع شده و عدد پایینی را ساخته است. حال باید با اعداد داده شده‌ی سطر چهارم دنباله‌ی حسابی را تشکیل دهیم. از آن جایی که برای رسیدن از عدد ۱۰ به ۳۶ دو فاصله داریم، اختلاف دو عدد را باید نصف کنیم.

اختلاف دو عدد ۳۶−۱۰=۲۶

فاصله‌ی اعداد ۲۶÷۲=۱۳

پس در سطر چهارم جدول رابطه‌ی زیر بین اعداد وجود دارد:

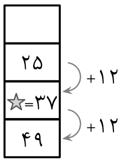




چون در ستون چهارم بین ۲۵ و ۴۹ دو فاصله است، اختلاف این دو عدد را نصف می‌کنیم تا عدد ثابتی که در این دنباله‌ی حسابی به هر عدد اضافه می‌شود را به‌دست آوریم:

اختلاف دو عدد ۴۹−۲۵=۲۴

در هر مرحله ۱۲ واحد به عدد قبل اضافه می‌شود تا عدد بعدی به‌دست آید. ⇐ ۲۴÷۲=۱۲



بنابراین ☆ مساوی ۳۷ است.

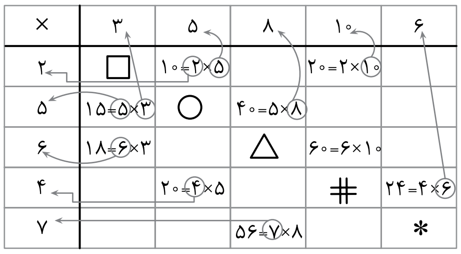
۲۵+۱۲=۳۷

۱۹۳۵- گزینه‌ی ۳ برای این که رضا کم‌ترین تعداد بسته را از فروشگاه دریافت کند، باید بسته‌هایی را خریداری کند که تعداد بیش‌تری آب معدنی دارند. پس ۹۰ را بر ۲۴ تقسیم می‌کنیم:

۹۰ | ۲۴
−۷۲ | ۳
۱۸

پس رضا با خرید ۳ بسته‌ی ۲۴ تایی، ۷۲ تا آب معدنی دریافت می‌کند. بنابراین باید ۱۸ تای دیگر آب معدنی بخرد که این کار را می‌تواند با خرید یک بسته‌ی ۱۲تایی و یک بسته‌ی ۶ تایی انجام دهد. پس رضا در کل ۵=۱+۱+۳ بسته خریده است که ۹۰ تا آب معدنی دارد.

۱۹۳۶- گزینه‌ی ۲ سعی کنیم هر عدد داخل مستطیل‌های پر را به صورت حاصل‌ضرب دو عدد بنویسیم. بنابراین نتیجه می‌گیریم:

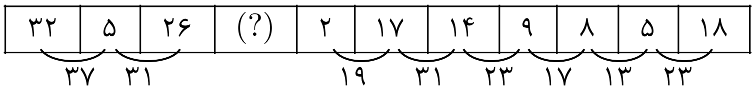


×	۳	۵	۸	۱۰	۶
۲	□	۱۰=۲×۵		۲۰=۲×۱۰	
۵	۱۵=۵×۳	○	۴۰=۵×۸		
۶	۱۸=۶×۳		△	۶۰=۶×۱۰	
۴		۲۰=۴×۵		#	۲۴=۴×۶
۷			۵۶=۷×۸		*

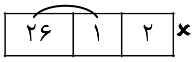
□=۲×۳ , ○=۵×۵ , △=۶×۸ , #=۴×۱۰ , *=۷×۶

□+○+△+#+*=۶+۲۵+۴۸+۴۰+۴۲=۱۶۱

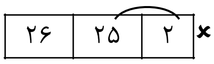
۱۹۳۷- گزینه‌ی ۴ هر یک از گزینه‌ها را به جای ؟ قرار می‌دهیم و با عدد سمت چپ و همچنین با عدد سمت راست آن جمع می‌کنیم و بررسی می‌کنیم که آیا عدد حاصل فقط بر خودش و عدد یک بخش‌پذیر است یا نه. مشاهده می‌کنیم که فقط با قرار دادن عدد ۱۵ نتیجه‌ی درست به‌دست می‌آید.



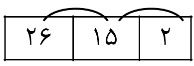
۱۵ بر ۳ بخش‌پذیر است. ✗ غیر قابل قبول



۲۷ بر ۳ بخش‌پذیر است. ✗ غیر قابل قبول



۲۷ بر ۳ بخش‌پذیر است. ✗ غیر قابل قبول



۱۷ و ۴۱ فقط بر خودشان و عدد یک بخش‌پذیرند. ✓ قابل قبول

۱۹۳۸-گزینه‌ی ۱ اعدادی که در تقسیم بر ۶ باقی‌مانده ۴ دارند را می‌نویسیم:

۴,۱۰,۱۶,۲۲,۲۸,۳۴,۴۰,۴۶,...

اعدادی که در تقسیم بر ۵ باقی‌مانده‌ی ۳ دارند را نیز می نویسیم:

۳,۸,۱۳,۱۸,۲۳,۲۸,۳۳,۳۸,۴۳,...

عدد ۲۸ در هر دو دسته مشترک است. باقی‌مانده‌ی تقسیم ۲۸ بر ۷ برابر صفر است.

۱۹۳۹-گزینه‌ی ۱ تعداد زرنگ‌ها ۱۵ نفر است و تعداد تنبل‌ها کم‌تر از زرنگ‌هاست. پس در کلاس حداقل ۱ نفر و حداکثر ۱۴ نفر تنبل هستند. بنابراین تعداد کل دانش‌آموزان کلاس بین ۱۶ تا ۲۹ نفر است. چون در تقسیم افراد کلاس به گروه‌های ۴ نفری، ۲ نفر باقی می‌ماند، پس تعداد افراد ۱۸، ۲۲ یا ۲۶ نفر است. از طرفی اگر کلاس را به گروه‌های ۵ نفری تقسیم کنیم، ۱ نفر باقی می‌ماند، پس تعداد افراد کلاس می‌تواند ۱۶، ۲۱ یا ۲۶ نفر باشد. چون عدد ۲۶ هر ۲ شرط گفته‌شده را دارد، پس کلاس ۲۶ نفره است، بنابراین تعداد تنبل‌ها برابر است با: ۱۱=۱۵−۲۶

۱۹۴۰-گزینه‌ی ۲ با گذشت ۷ روز یا همان یک هفته، روز تکرار می‌شود. یعنی اگر امروز شنبه است، ۷ روز بعد هم شنبه خواهد بود. پس باید ببینیم در ۸۸۸ روز چند هفته وجود دارد:

۸۸۸ | ۷
−۷   ۱۲۶
۱۸
−۱۴
۴۸
−۴۲
۶

پس ۸۸۸ روز مانند ۱۲۶ هفته کامل و ۶ روز است. ۱۲۶ هفته بعد از سه‌شنبه ۵ مهر، دوباره سه‌شنبه است. ۶ روز پس از سه‌شنبه هم دوشنبه است.

۱۹۴۱-گزینه‌ی ۳ بیایید فرض کنیم دقیقاً ۱۸ سال پیش این مسابقات برگزار شده است. پس سال‌های برگزار شده به این صورت است:

مسابقات ۵ بار برگزار شده است. ⇒ سال هفدهم و سال سیزدهم و سال نهم و سال پنجم و سال اول
+۴   +۴   +۴   +۴

حال فرض کنید دقیقاً ۱۶ سال پیش این مسابقات برگزار شده است. پس سال‌های برگزاری به این صورت است.

مسابقات ۴ بار برگزار شده است. ⇒ سال پانزدهم و سال یازدهم و سال هفتم و سال سوم
+۴   +۴   +۴

بیش‌ترین حالت برگزاری مسابقات در ۱۸ سال گذشته وقتی اتفاق می‌افتد که اولین سال برگزاری مسابقات در سال اول یا دوم باشد که تعداد آن‌ها ۵ بار می‌شود.

۱۹۴۲-گزینه‌ی ۳ در صورتی که اولین سال از این دوره‌ی ۸ ساله به آخرین سال کار حسابدار قبلی مربوط باشد، پس در این ۸ سال می‌توانیم دو دوره‌ی کامل ۳ ساله برای دو حسابدار داشته باشیم. در مورد حسابدار چهارم هم سال اول کار او در این دوره‌ی ۸ ساله خواهد بود. اگر این دوره را روی نمودار نشان دهیم، داریم:

حسابدار چهارم			حسابدار سوم			حسابدار دوم			حسابدار اول			
-	-	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	-	-	**سال خدمت**

دوره‌ی ۸ ساله

اولین سال کار حسابدار آخری

آخرین سال کار حسابدار اولی

۱۹۴۳-گزینه‌ی ۱ فرض کنید امروز سه‌شنبه ۶ آبان است، سه‌شنبه‌ی هفته‌ی بعد ۱۳ آبان است و سه‌شنبه‌ی بعد از آن ۲۰ آبان می‌باشد. در نتیجه چون ۳تا سه‌شنبه با تاریخ زوج داشته‌ایم پس ۲تا سه‌شنبه هم با تاریخ فرد خواهیم داشت به طوری که تاریخ سه‌شنبه‌ی اول زوج، سه‌شنبه‌ی دوم فرد، سه‌شنبه‌ی سوم زوج، سه‌شنبه‌ی چهارم فرد و سه‌شنبه‌ی پنجم زوج است. چون ماه ۳۱ روزه است اولین سه‌شنبه باید یکی از روزهای اول، دوم یا سوم ماه باشد تا ۵ تا سه‌شنبه در ماه داشته باشیم. چون تاریخ سه‌شنبه‌ی اول زوج است، پس سه‌شنبه‌ی اول در روز دوم ماه و سه‌شنبه‌ی دوم در روز نهم ماه است، پس روز دهم این ماه چهارشنبه است.

۱۹۴۴- گزینه‌ی ۱ **راه حل اول**: سه حالت را بررسی می‌کنیم:

حالت (۱): اگر این سفالگر بخواهد کار را خیلی زود تحویل دهد، باید روزی ۹ کاسه بسازد. او از شنبه یا ۵ شنبه به تعداد ۹×۶=۵۴ کاسه می‌سازد. شنبه‌ی بعد هم ۹ کاسه می‌سازد که روی هم می‌شود ۹+۵۴=۶۳ و روز یکشنبه کار تمام می‌شود.

حالت (۲): اگر این سفالگر آهسته کار کند، فقط روزی ۷ کوزه می‌سازد. پس از شنبه تا پنج‌شنبه به تعداد ۷×۶=۴۲ کاسه می‌سازد. از شنبه‌ی بعد تا دوشنبه هم ۷×۳=۲۱ کاسه می‌سازد که روی هم ۲۱+۴۲=۶۳ کاسه ساخته است و روز سه‌شنبه کار تمام می‌شود.

حالت (۳): اگر او از شنبه تا دوشنبه ۹ کاسه بسازد (یعنی ۹×۳=۲۷ کاسه) و ۵ روز پشت سر هم (به جز جمعه) ۷ کاسه بسازد (یعنی ۷×۵=۳۵ کاسه)، روی هم تا روز یکشنبه‌ی هفته‌ی بعد ۲۷+۳۵=۶۲ کاسه ساخته است. پس روز دوشنبه کار تمام می‌شود.

راه حل دوم: با توجه به این‌که سفالگر با بیش‌ترین سرعت یا کم‌ترین سرعت کار کند، دو تقسیم زیر را انجام می‌دهیم.

۶۴ | ۷
−۶۳ | ۹
۱

۶۴ | ۹
−۶۳ | ۷
۱

پس سفالگر حداقل باید ۸ روز و حداکثر باید ۱۰ روز کار کند. از شنبه تا جمعه‌ی بعد، ۶ روز کاری داریم، پس سفالگر نمی‌تواند در شنبه‌ی بعد کار را تمام کند، چون ۷ روز کاری فقط داشته است.

۱۹۴۵- گزینه‌ی ۲ مجموع امتیازهای علی تا پایان دور هشتم برابر است با: ۵+۱+۳+۸+۶+۳+۴+۷=۳۷

فرض کنید علی در دور بعدی (دور نهم) امتیاز ○ را می‌گیرد. میانگین امتیازهای او را به‌دست آوریم:

$$\frac{۳۷+\bigcirc}{۹}=\text{یک عدد صحیح}\Rightarrow \text{(۳۷+○) بر ۹ بخش‌پذیر است.}\Rightarrow ۳۷+\bigcirc=۴۵\Rightarrow \bigcirc=۸$$

همچنین فرض کنید که او در دور دهم امتیاز □ را می‌گیرد. میانگین امتیازهای او را به‌دست آوریم:

$$\frac{۴۵+\square}{۱۰}=\text{عدد صحیح}\Rightarrow \text{(۴۵+□) بر ۱۰ بخش‌پذیر است.}\Rightarrow ۴۵+\square=۵۰\Rightarrow \square=۵$$

$$\square\times\bigcirc=۵\times۸=۴۰$$

۱۹۴۶- گزینه‌ی ۳ باقی‌مانده‌ی هر ۷ بسته آرد به اندازه‌ی یک بسته آرد است. پس باقی‌مانده‌ی یک بسته آرد به اندازه‌ی $\frac{۱}{۷}$ بسته‌ی آرد است. نانوا با $(\frac{۶}{۷}=\frac{۷}{۷}-\frac{۱}{۷})$ بسته‌ی آرد ۶ نان درست می‌کند، پس هر نان را با $\frac{۱}{۷}$ بسته‌ی آرد درست می‌کند. در نتیجه با هر بسته ۷ نان درست می‌شود.

۶۲×۷=۴۳۴

۱۹۴۷- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول**: دقت کنید با پیمانه‌ی ۹ لیتری فقط می‌توانید ۹ لیتر کم یا زیاد کنید و با پیمانه‌ی ۶ لیتری نیز فقط ۶ لیتر می‌توانید اضافه یا کم کنید. هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

پر کردن ظرف ۵۷ لیتری: ۶ بار پیمانه‌ی ۹ لیتری را پر کرده و درون ظرف می ریزیم. پس تا حالا ۹×۶=۵۴ لیتر در ظرف ریخته‌ایم. حالا پیمانه‌ی ۹ لیتری را پر کرده و با آن پیمانه‌ی ۶ لیتری را پر می‌کنیم. در این صورت ۳ لیتر درون پیمانه‌ی ۹ لیتری باقی می‌ماند. حالا آن ۳ لیتر را درون ظرف می‌ریزیم، پس با ۳+۵۴=۵۷ لیتر ظرف پر می‌شود.

پر کردن ظرف ۲۱ لیتری: ۲ پیمانه‌ی ۹ لیتری می‌ریزیم و ۳ لیتر هم مانند قبل اضافه می‌کنیم: ۳+۹×۲=۲۱ لیتر

پر کردن ظرف ۳۶ لیتری: ۴ بار پیمانه‌ی ۹ لیتری را پر کرده و درون ظرف می‌ریزیم: ۹×۴=۳۶ لیتر

راه‌حل دوم: با پیمانه‌ی ۹ لیتری و ۶ لیتری فقط ظرف‌هایی را می‌توان پر کرد که حجم آن ها بر ۳ بخش‌پذیر باشند. پس با این پیمانه‌ها ظرف ۲۵ لیتری را نمی‌توان پر کرد.

۱۹۴۸- گزینه‌ی ۴ برای حل چنین سؤالاتی سعی کنید یک الگوی خاص در یک سطر، ستون، ردیف یا ... پیدا کنید. به ستون (چ) دقت کنید. اعداد ستون (چ) همه بر ۷ بخش‌پذیرند و ۷ تا ۷ تا اضافه می‌شوند. حالا عدد ۱۰۰۰ را بر ۷ تقسیم می‌کنیم. پس عدد ۱۰۰۰ بر ۷ بخش‌پذیر نیست. و چون تقسیم انجام شده ۶ تا باقی‌مانده دارد، عدد ۱۰۰۰ شش تا ستون بعد از (چ) قرار خواهد داشت یعنی ستون (ج).

۱۰۰۰ | ۷
−۷ | ۱۴۲
۳۰
−۲۸
۲۰
−۱۴
۶

۱۹۴۹-گزینه‌ی ۳ اگر به اعداد ردیف اوّل دقّت کنید ۸ تا ۸ تا زیاد می‌شـوند (...,۱,۹,۱۷). اگر ۲۰۱۱ را بر ۸ تقسـیم کنیم، باقی‌مانده‌ی ۳ خواهیم داشت که بدین معناست که در ردیف اوّل ۲۰۰۹ قرار گرفته، ۲۰۱۰ در ردیف دوم و ۲۰۱۱ در ردیف سوم قرار می‌گیرد.

۲۰۱۱ | ۸
−۱۶ | ۲۵۱
۴۱
− ۴۰
۱۱
− ۸
۳

		۱۷								۹								۱	اوّل
	۱۸		۱۶						۱۰		۸						۲		دوم
⋱				۱۵				۱۱				۷				۳			سوم
					۱۴		۱۲						۶		۴				چهارم
						۱۳								۵					پنجم

۱۹۵۰-گزینه‌ی ۳ با دقّت در متن سؤال و تنظیم مربع‌های این شبکه به الگوی آن پی می‌بریم که سطر یازدهم با عدد ۲۰۱ شروع و با عدد ۲۲۰ به اتمام می‌رسد.

سطر اوّل	۱	۲	۳	۴	...	۱۸	۱۹	۲۰
سطر دوم	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	...	۳۸	۳۹	۴۰
سطر سوم	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	...	۵۸	۵۹	۶۰
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
سطر نهم	۱۶۱	۱۶۲	۱۶۳	۱۶۴	...	۱۷۸	۱۷۹	۱۸۰
سطر دهم	۱۸۱	۱۸۲	۱۸۳	۱۸۴	...	۱۹۸	۱۹۹	۲۰۰
سطر یازدهم	۲۰۱	۲۰۲	۲۰۳	۲۰۴	...	۲۱۸	۲۱۹	۲۲۰
سطر دوازدهم	۲۲۱	۲۲۲	۲۲۳	۲۲۴	...	۲۳۸	۲۳۹	۲۴۰
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
سطر بیستم					...			

ما دنبال اعدادی هستیم که در سطر و ستون دهم و یازدهم یعنی در وسط جدول قرار دارند.

یازدهم	دهم	
		دهم
		یازدهم

از آن‌جایی که عدد ۱۹۹ و ۲۰۰ نیز آخرین دو عدد سطر دهم می‌باشند، می‌توان نتیجه گرفت که در بین گزینه‌ها فقط عدد ۲۱۱ در وسط سطر (سطر یازدهم) قرار دارد.

۱۹۵۱-گزینه‌ی ۳ با توجّه به الگوی مربوط به هر سطر، اگر شماره‌ی هر سطر در خودش ضرب شود، عدد سمت راست هر سطر پدید می‌آید.

۱=۱×۱ ← سطر اول
۴=۲×۲ ۳ ۲ ← سطر دوم
۹=۳×۳ ۸ ۷ ۶ ۵ ← سطر سوم
۱۶=۴×۴ ۱۵ ۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱ ۱۰ ← سطر چهارم
۲۵=۵×۵ ۲۴ ۲۳ ۲۲ ۲۱ ۲۰ ۱۹ ۱۸ ۱۷ ← سطر پنجم
۳۶=۶×۶ ۳۵ ۳۴ ۳۳ ۳۲ ۳۱ ۳۰ ۲۹ ۲۸ ۲۷ ۲۶ ← سطر ششم

پس اگر این روند را ادامه دهیم در سطرهای ۲۰ و ۲۱ خواهیم داشت:

۲۰×۲۰=۴۰۰ .... سطر بیستم
۲۱×۲۱=۴۴۱ .... سطر بیست‌ویکم

با توجه به الگوی ساخته شده عدد قبل از آخرین عدد سطر بیست‌ویکم (یعنی عدد ۴۴۰) زیر ۴۰۰ نوشته خواهد شد.

۱۹۵۲-گزینه‌ی ۱ عدد نوشته شده در انتهای هر ردیف برابر مجموع شماره‌ی ردیف‌های قبلی است.

ردیف ۱	۱			
ردیف ۲	۲	$۳=۱+۲=\frac{۲\times(۲+۱)}{۲}$		
ردیف ۳	۴	۵	$۶=۱+۲+۳=\frac{۳\times(۳+۱)}{۲}$	
ردیف ۴	۷	۸	۹	$۱۰=۱+۲+۳+۴=\frac{۴\times(۴+۱)}{۲}$
⋮	....			
ردیف □	....	عدد آخر ردیف $=\frac{□\times(□+۱)}{۲}$		

برای حل مسأله باید بفهمیم که ۱۱۵ در چه ردیفی قرار دارد. اگر در ردیف ۱۵ باشیم عدد آخر آن برابر است با:

$$\frac{۱۵\times(۱۵+۱)}{۲}=۱۲۰$$

چون تعداد اعداد این ردیف ۱۵ تاست، پس عدد ۱۱۵ در این ردیف قرار دارد. حال عدد انتهایی ردیف قبل را می‌یابیم: (یعنی ردیف چهاردهم)

$$\frac{۱۴\times(۱۴+۱)}{۲}=۱۰۵$$

پس اعداد ردیف پانزدهم عبارت‌انداز: ۱۰۶,۱۰۷,۱۰۸,...,۱۱۴,۱۱۵,۱۱۶,...,۱۲۰

تعداد اعداد کم‌تر از ۱۱۵ در این ردیف برابر است با: ۹=۱۰۶−۱۱۵

۱۹۵۳-گزینه‌ی ۱ به کمک جدول زیر و رابطه‌ای که بین اعداد در ردیف اول و دوم وجود دارد می‌توانیم رابطه‌ی مربوطه را در ردیف سوم به‌دست آوریم:

شماره عدد	۱	۲	۳	۴	۵	...	۱۰۰
عدد	۱	۴	۷	۱۰	۱۳	...	□
عدد	۱+۰×۳	۱+۱×۳	۱+۲×۳	۱+۳×۳	۱+۴×۳	...	۱+۹۹×۳

بنابراین صدمین عدد این دنباله برابر است با: □=۱+۹۹×۳=۲۹۸

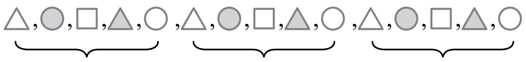
۱۹۵۴-گزینه‌ی ۱ برای پیدا کردن محل عدد ۴۴۹ از جدول زیر کمک می‌گیریم. در ردیف سوم جدول روش ساختن عددها آمده است:

عدد	۲	۵	۸	۱۱	۱۴	۱۷	...	۴۴۹
شماره عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	□
ساخت عدد	۲+(۰×۳)	۲+(۱×۳)	۲+(۲×۳)	۲+(۳×۳)	۲+(۴×۳)	۲+(۵×۳)	...	۲+(□−۱)×۳

برای یافتن □، با توجه به این‌که حاصل ۳×(۱−□)+۲ برابر ۴۴۹ شده است، به روش زیر عمل می‌کنیم:

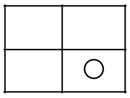
□=۱۴۹+۱=۱۵۰ ، ۴۴۷÷۳=۱۴۹ ، ۴۴۹−۲=۴۴۷

۱۹۵۵-گزینه‌ی ۴ با دقت در متن سؤال مشخّص می‌شود که به ازای هر پنج تا شکل، الگو تکرار می‌شود.

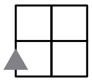


بنابراین ۲۱۴ را بر ۵ تقسیم می‌کنیم که با توجه به تقسیم ۴۲ دسته از دسته‌ی اشکال را خواهیم داشت و شکل ۲۱۴ اُم، شکل چهارم از دسته‌ی ۴۳ اُم است.

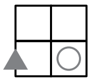
$$\begin{array}{r|l} ۲۱۴ & ۵ \\ \cline{2-2} -۲۰ & ۴۲ \\ \hline ۱۴ & \\ -۱۰ & \\ \hline ۴ & \end{array}$$

۱۹۵۶- گزینه‌ی ۱ بهتر اســت وضعیت هر شکل را جداگانه بررســی کنیم. شکل ○ فقط ۴ مکان دارد زیرا در قسمت داخل مربع‌ها حرکت می‌کند در نتیجه پس از ۴ حرکت دوباره به مکان اولیه‌اش بازمی‌گردد. ۲۴۷ را بر ۴ تقسیم می‌کنیم، در این صورت باقی‌مانده ۳ خواهد شد که مشخص می‌کند ○ در مکان سوم شکل قرار می‌گیرد یعنی در  قرار می‌گیرد.

۲۴۷ | ۴
۲۴−   ۶۱
۷
۴ −
۳

برای △ هشت مکان وجود دارد، چون روی محیط مربع بزرگ حرکت می‌کند. بنابراین بعد از ۸ حرکت به مکان اولیه‌اش بازمی‌گردد. ۲۴۷ را بر ۸ تقسیم می‌کنیم، در این صورت باقی‌مانده ۷ خواهد شد که مشخص می‌کند △ در مکان هفتم شکل قرار می‌گیرد یعنی در  قرار می‌گیرد.

۲۴۷ | ۸
۲۴−   ۳۰
۷
۰ −
۷

پس مکان ○ و △ به شکل  می‌باشد.

۱۹۵۷- گزینه‌ی ۳ کافیست تا با دقت جدول را طبق قواعد سؤال تکمیل کنیم:

۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	شماره عدد
۸	۱۶	۳۲	۶۴	۱۳	۲۶	۵۲	۱۰۴	۲۱	۴۲	۸۴	۱۷	۳۴	۷	۱۴	۳	۶	عدد

۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	شماره عدد
۱	۲	۴	۱	۲	۴	۱	۲	۴	عدد

طبق جدول اعداد ۱۳ و ۱۶ با شماره عدد خود یکسانند و دیگر هیچ عدد دیگری با این خاصیت یافت نمی‌شود. چون از شماره عدد ۲۱ به بعد فقط اعداد ۱، ۲ و ۴ را خواهیم دید.

۱۹۵۸- گزینه‌ی ۴ عدد ۹۸ زوج و بزرگ‌تر از ۹ است، پس آن‌را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

۹۸÷۲=۴۹

عدد ۴۹ فرد و بزرگ‌تر از ۹ است، بنابراین ۵ واحد از آن کم می‌کنیم.

۴۹−۵=۴۴

عدد ۴۴ زوج و بزرگ‌تر از ۹ است، پس آن را نصف می‌کنیم.

۴۴÷۲=۲۲

۲۲ عددی زوج و بزرگ‌تر از ۹ است، بنابراین آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

۲۲÷۲=۱۱

۱۱ عددی فرد و بزرگ‌تر از ۹ است، پس ۵ واحد از آن کم می‌کنیم.

۱۱−۵=۶

۶ عددی صحیح و کم‌تر از ۹ است، پس آن را در ۹ ضرب می‌کنیم.

۶×۹=۵۴

۵۴ عددی صحیح، زوج و بزرگ‌تر از ۹ است، بنابراین آن را نصف می‌کنیم.

۵۴÷۲=۲۷

۲۷ عددی فرد و بزرگ‌تر از ۹ است، پس ۵ واحد از آن کم می‌کنیم.

۲۷−۵=۲۲

در این مرحله متوجه می‌شویم که پس از ۳ عدد اوّل، دسته اعداد (۲۲,۱۱,۶,۵۴,۲۷) تکرار می‌شود.

$$۹۸,۴۹,۴۴,\underbrace{۲۲,۱۱,۶,۵۴,۲۷},\underbrace{۲۲,۱۱,۶,۵۴,۲۷}$$

اگر ۹۸ را بر ۵ تقسیم کنیم، ۱۹ دسته از دسته اعداد مورد نظر به‌وجود می‌آید و ۳ تا باقی می‌ماند که بابت سه عدد اول دنباله خواهیم داشت. از آن‌جایی که آخرین عدد دسته ۲۷ می‌باشد، نود و هشتمین عدد دنباله نیز ۲۷ می‌باشد.

۹۸ | ۵
− ۵ | ۱۹
۴۸
− ۴۵
۳

۱۹۵۹- گزینه‌ی ۱ در شکل ۱۰×۱، دو ردیف ۱۰ تایی خلال دندان به صورت افقی و ۱۱ خلال دندان به صورت عمودی داریم.

(۲×۱۰)+(۱۱×۱)=۳۱

در شکل ۱۰×۲، سه ردیف ۱۰ تایی به صورت افقی و ۱۱ ستون دوتایی خلال دندان به صورت عمودی داریم.

(۳×۱۰)+(۱۱×۲)=۵۲

در شکل ۱۰×۳، چهار ردیف ۱۰ تایی (به صورت افقی) و ۱۱ ستون سه‌تایی خلال دندان (به صورت عمودی) داریم.

(۴×۱۰)+(۱۱×۳)=۷۳

که اگر به همین ترتیب ادامه دهیم در شکل ۱۰×۴۳، چهل‌وچهار ردیف ۱۰ تایی و ۱۱ ستون ۴۳ تایی خلال دندان داریم.

(۴۴×۱۰)+(۱۱×۴۳)=۹۱۳

۱۹۶۰- گزینه‌ی ۳ برای ساخت یک مربع ۴×۴، ۵ ردیف ۴ تایی و ۵ ستون ۴ تایی چوب کبریت نیاز داریم:

(۵×۴)+(۵×۴)=۴۰

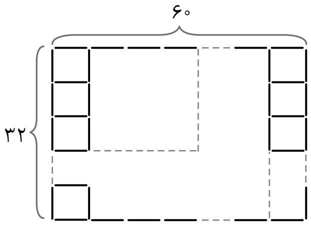
برای ساخت یک مربع ۵×۵، ۶ ردیف ۵ تایی و ۶ ستون ۵ تایی چوب کبریت نیاز داریم:

(۶×۵)+(۶×۵)=۶۰

اگر به همین ترتیب ادامه دهیم برای ساخت یک مربع ۱۰×۱۰، ۱۱ ردیف ۱۰ تایی و ۱۱ ستون ۱۰ تایی چوب کبریت نیاز داریم (یعنی ۲۲۰ چوب کبریت)

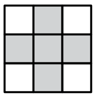
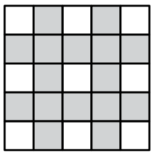
(۱۱×۱۰)+(۱۱×۱۰)=۲۲۰

۱۹۶۱- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل، ۳۳ ردیف ۶۰ تایی و ۶۱ ستون ۳۲ تایی چوب‌کبریت به صورت عمودی نیاز داریم.



(۳۳×۶۰)+(۶۱×۳۲)=۱۹۸۰+۱۹۵۲=۳۹۳۲

۱۹۶۲- گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول**: برای درک بهتر و تشخیص راحت‌تر، جدول نظام‌دار زیر را تنظیم می‌کنیم. (با توجه به الگو، در ضلع مربع به تعداد فرد کاشی داریم)

تعداد مربع‌های سفید	الگوی تعداد مربع‌های سفید	مساحت کف مربع شکل
۱	 ۱×۱	۱×۱
۴	 ۲×۲	۳×۳
۹	 ۳×۳	۵×۵
⋮	⋮	⋮
۶۴	۸×۸	۱۵×۱۵

راه‌حل دوم: هنگامی‌که مربع ۳×۳ است، دو ردیف دارای کاشی سفید می‌باشد و در هر ردیف ۲ مربع سفید قرار دارد، بنابراین: ۲×۲=۴

وقتی که مربع ۵×۵ است سه ردیف دارای کاشی سفید می‌باشد و در هر ردیف ۳ مربع سفید قرار دارد، پس:

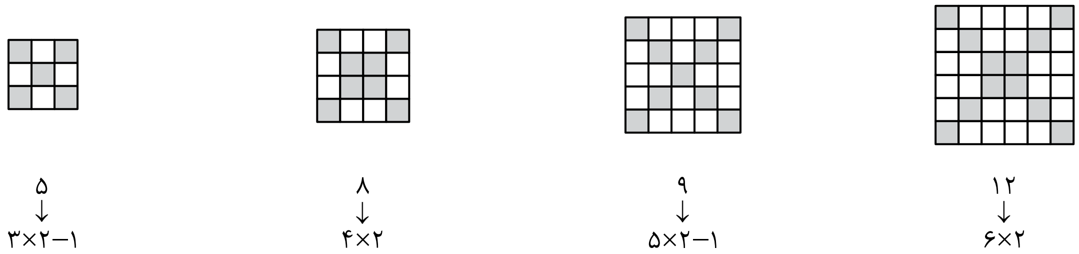
۳×۳=۹

وقتی که مربع ۷×۷ است. چهار ردیف دارای کاشی سفید می‌باشد و در هر ردیف ۴ مربع سفید قرار دارد، پس:

۴×۴=۱۶

اگر به همین ترتیب ادامه دهیم در مربع ۹×۹، ۲۵ مربع سفید، در مربع ۱۱×۱۱، ۳۶ مربع سفید، در مربع ۱۳×۱۳، ۴۹ مربع سفید و در مربع ۱۵×۱۵، ۶۴ مربع سفید قرار می‌گیرد.

۱۹۶۳- گزینه‌ی ۱ می‌دانیم کاشی‌های روی قطر مربع، آبی و بقیه قرمز هستند. حال با توجه به این مطلب، ابتدا مسأله‌ی ساده‌تری را حل کنیم. به مربع‌های زیر دقت کنید.



اگر طول ضلع مربع زوج باشد، تعداد مربع‌های قطرها نیز زوج و دو برابر تعداد ضلع است.

اگر طول ضلع مربع فرد باشد، تعداد مربع‌های قطرها نیز فرد و برابر است با: (۱−۲× طول ضلع)

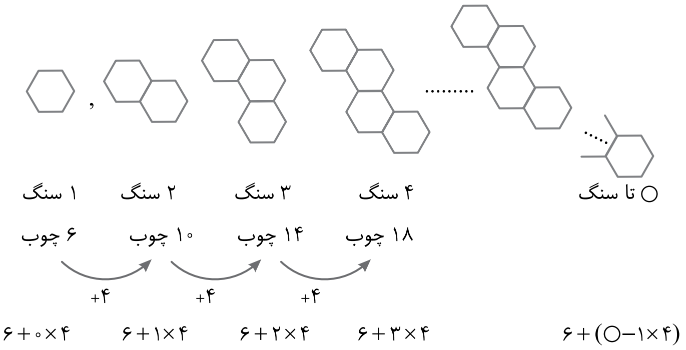
تعداد مربع‌های قطر در سؤال، فرد است، پس می‌توان نوشت:

۱۰۰۱=ضلع ⇐ ۲۰۰۲=ضلع ×۲ ⇐ ۲۰۰۱=۱−ضلع ×۲

تعداد مربع‌های قرمز=تعداد مربع‌های قطر (مربع‌های آبی)- تعداد کل مربع‌ها

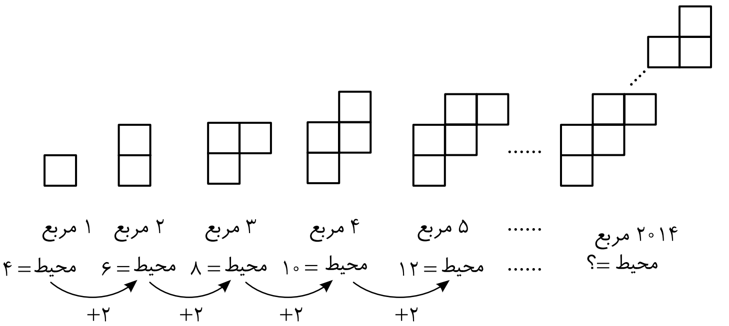
(۱۰۰۱×۱۰۰۱)−۲۰۰۱=۱۰۰۲۰۰۱−۲۰۰۱=۱۰۰۰۰۰۰

۱۹۶۴- گزینه‌ی ۱ می‌خواهیم بین تعداد سنگ‌ها و چوب‌ها یک الگو پیدا کنیم:



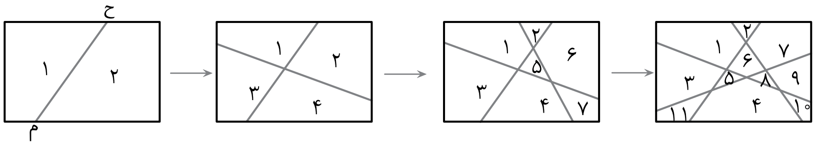
$$۶+(\bigcirc-۱)\times۴=۹۸\Rightarrow(\bigcirc-۱)\times۴=۹۲\Rightarrow\bigcirc-۱=\frac{۹۲}{۴}\Rightarrow\bigcirc-۱=۲۳\Rightarrow\bigcirc=۲۴$$

۱۹۶۵- گزینه‌ی ۳ یک الگو بین محیط شکل و تعداد مربع‌ها پیدا می‌کنیم:



(۲۰۱۴×۲+۲)=۴۰۳۰ ,(۵×۲+۲) , (۴×۲+۲) , (۳×۲+۲) , (۲×۲+۲), (۱×۲+۲)

۱۹۶۶- گزینه‌ی ۳ برای این‌که بخش‌های بیشــتری در مســتطیل ایجاد شود خط دوم را به شکلی رسم می‌کنیم که خط (حم) را قطع کند. خط به همین ترتیب سوم را طوری رسم می‌کنیم که دو خط قبلی در دو نقطه‌ی مختلف قطع کند و خط چهارم را طوری رسم می‌کنیم که سه خط رسم‌شده‌ی قبلی را در سه نقطه‌ی مختلف قطع کند.



۱۹۶۷- گزینه‌ی ۴ خط اوّل S را در ۳ نقطه قطع می‌کند و ۴ قسمت پدید می‌آورد.خط دوم S را در ۳ نقطه قطع می‌کند و ۷ قسمت پدید می‌آورد. اگر به همین ترتیب ادامه دهیم می‌توانیم جدول را تنظیم کنیم.

۱۵۴	…	۱۳	۱۰	۷	۴	تعداد قسمت‌ها
□	…	۴	۳	۲	۱	رسم خطوط

با کمی دقّت در جدول متوجّه می‌شویم که تعداد قسمت‌های هر ستون، از حاصل‌جمع عدد ۱ با سه برابر تعداد خط‌های رسم شده به‌دست آمده است، یعنی:

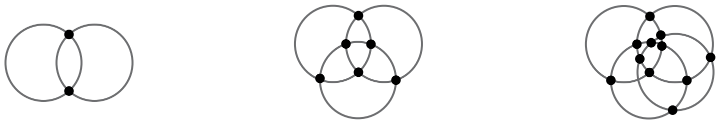
ستون اول ۴=۱+(۱×۳) ، ستون دوم ۷=۱+(۲×۳) ، ستون سوم ۱۰=۱+(۳×۳) ، ستون چهارم ۱۳=۱+(۴×۳) و … ۱۵۴=۱+(□×۳)

اگر این روش را ادامه دهیم، ۱۵۴ قسمت، از سه برابر شده‌ی عدد ۵۱ به اضافه‌ی ۱ پدید می‌آید.

۱۵۴−۱=۱۵۳

□=۱۵۳÷۳=۵۱

۱۹۶۸- گزینه‌ی ۴ با رسم شکل و تنظیم یک جدول نظام‌دار به حل مسأله می‌پردازیم (باید توجه داشته باشید، هر دایره‌ای که اضافه می‌شود با دایره‌ی قبلی ۲ نقطه‌ای برخورد ایجاد می‌کند.)



کل نقاط تقاطع	تعداد نقاط تقاطع‌های جدید	تعداد دایره‌های رسم شده
۰	۰	۱
۲	۲	۲
۲+۴	۲×۲=۴	۳
۲+۴+۶	۳×۲=۶	۴
⋮	⋮	⋮
۲+۴+۶+۸+…+۱۶	۸×۲=۱۶	۹
۲+۴+۶+۸+…+۱۶+۱۸	۹×۲=۱۸	۱۰

در نتیجه در ۱۰ دایره، تعداد کل نقاط تقاطع ۹۰ تاست.

۲+۴+۶+۸+۱۰+۱۲+۱۴+۱۶+۱۸=۹۰

۱۹۶۹- گزینه‌ی ۳ ابتدا اندازه‌های مساوی را با هم جمع می‌کنیم تا طول مسیری را که کشیده می‌شود، پیدا کنیم.

$$\begin{array}{ccccccccc} (\cancel{۱+}۱) & + & (\cancel{۲+}۲) & + & (\cancel{۳+}۳) & + & (\cancel{۴+}۴) & + & \cdots \\ ۲ & + & ۴ & + & ۶ & + & ۸ & + & \cdots \end{array}$$

با کمی دقت متوجه می‌شویم که می‌توان از رابطه‌ی مجموع اعداد متوالی زوج، بزرگ‌ترین پاره‌خط را یافت.

مجموع اعداد زوج=(۱+تعداد اعداد زوج) × تعداد اعداد زوج

○ × (○ + ۱) =۳۰۰۰

حال با توجه به گزینه‌ها، مقدار ○ را به‌دســت می‌آوریم. با قرار دادن عدد ۵۵ در عبارت، حاصل جمع خطوط از ۳۰۰۰ بیش‌تر می‌شــود، پس نادرست است.

$$((\overset{۵۶}{\cancel{۵۵+}۱})\times ۵۵=۳۰۸۰)$$

در صورتی که با قرار دادن عدد ۵۴ در عبارت، حاصل جمع خطوط از ۳۰۰۰ کوچک‌تر می‌شود.

$$((\overset{۵۵}{\cancel{۵۴+}۱})\times ۵۴=۲۹۷۰)$$

این بدین معناست که وقتی خط ۵۴ سانتی‌متر دوم کاملاً رسم شده و پدرام در حال رسم خط ۵۵ سانتی‌متری اول بوده، خودکار او تمام شده است.

۱۹۷۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا حالت‌هایی را که در آن‌ها مجموع دو عدد ۱۱ می‌شـود را نوشـته، سپس حاصل ضرب آن‌ها را حساب می‌کنیم. با تنظیم جدول زیر معلوم می‌شود، بیش‌ترین حاصل ضرب ممکن برابر ۳۰ است.

عدد اول	عدد دوم	حاصل جمع	حاصل ضرب
۱	۱۰	۱+۱۰=۱۱	۱×۱۰=۱۰
۲	۹	۲+۹=۱۱	۲×۹=۱۸
۳	۸	۳+۸=۱۱	۳×۸=۲۴
۴	۷	۴+۷=۱۱	۴×۷=۲۸
۵	۶	۵+۶=۱۱	۵×۶=۳۰

۱۹۷۱- گزینه‌ی ۲ با تشکیل جدول نظام‌دار زیر، معلوم می‌شود که کوچک‌ترین حاصل جمع برابر عدد ۱۰ می‌باشد.

عدد اول	عدد دوم	حاصل ضرب دو عدد	حاصل جمع دو عدد
۱	۲۴	۱×۲۴=۲۴	۱+۲۴=۲۵
۲	۱۲	۲×۱۲=۲۴	۲+۱۲=۱۴
۳	۸	۳×۸=۲۴	۳+۸=۱۱
۴	۶	۴×۶=۲۴	۴+۶=۱۰

۱۹۷۲- گزینه‌ی ۲ برای رسیدن به پاسخ به این سؤال نیز می‌توانیم از یک جدول نظام‌دار استفاده کنیم و به راحتی پاسخ را بیابیم:

عدد اول	عدد دوم	حاصل ضرب	اختلاف دو عدد
۱	۱۴۴	۱۴۴	۱۴۴−۱=۱۴۳
۲	۷۲	۱۴۴	۷۲−۲=۷۰
۳	۴۸	۱۴۴	۴۸−۳=۴۶
۴	۳۶	۱۴۴	۳۶−۴=۳۲
۶	۲۴	۱۴۴	۲۴−۶=۱۸
۸	۱۸	۱۴۴	۱۸−۸=۱۰
۹	۱۶	۱۴۴	۱۶−۹=۷
۱۲	۱۲	۱۴۴	۱۲−۱۲=۰

پس دو عدد ۸ و ۱۸ در شرایط سوال صدق می‌کنند و مجموع آن‌ها برابر است با:

۱۸+۸=۲۶

۱۹۷۳- گزینه‌ی ۱ جدولی تشکیل داده و تعداد روزها و پول‌های پس‌انداز شده را حساب می‌کنیم:

روز	۴	۸	۱۲	۱۶
پول گرفته شده	۵۰۰۰	۱۰۰۰۰	۱۵۰۰۰	۲۰۰۰۰
پول خرج شده	۱۷۰۰	۱۷۰۰+۱۷۰۰=۳۴۰۰	۳۴۰۰+۱۷۰۰+۱۷۰۰=۶۸۰۰	۶۸۰۰+۱۷۰۰=۸۵۰۰
پس انداز	۳۳۰۰	۶۶۰۰	۸۲۰۰	۱۱۵۰۰

۱۹۷۴- گزینه‌ی ۳ حالت‌های مختلف را می‌توانیم به صورت زیر در نظر بگیریم و خواهیم دید که ۶ حالت مختلف وجود دارد.

۲۰۰ تومانی ← حالت ۳   ۱۰۰تومانی ← حالت ۲   ۵۰ تومانی ← حالت ۱

۱۰۰+۲۰۰=۳۰۰تومانی ← حالت ۶   ۵۰+۲۰۰=۲۵۰ تومانی ← حالت ۵   ۵۰+۱۰۰=۱۵۰ تومانی ← حالت ۴

۱۹۷۵- گزینه‌ی ۳ همه حالت‌هایی را که می‌توان تمبرهای ۳ تومانی و ۵ تومانی را استفاده کرد، در جدول زیر نشان داد:

۰	۳	۳+۳	۳+۳+۳	۳+۳+۳+۳	+
۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۵+۵+۵
۱۰	۱۳	۱۶	۱۹	۲۲	۵+۵
۵	۸	۱۱	۱۴	۱۷	۵
۰	۳	۶	۹	۱۲	۰

در کل ۲۰ حالت به وجود می‌آید که همه با هم متفاوتند. اما یکی از اعداد به‌دست آمده صفر است که نباید آن را در نظر گرفت، پس ۱۹ حالت وجود خواهد داشت.

۱۹۷۶- گزینه‌ی ۳ حالت‌های مختلفی را که وزنه‌ها می‌توانند داشته باشند در جدول نظام‌دار قرار می‌دهیم. با توجه به جدول نظام‌دار زیر اعداد ۶ ، ۱۱ و ۱۵ تکراری هستند و فقط یک بار حساب می‌شوند.

کل وزن‌های حاصل	۲۵ گرمی	۱۰ گرمی	۵ گرمی	۱ گرمی	+
۲ ، ۶ ، ۱۰ ، ۱۱ ، ۱۵، ۲۰، ۲۶ ، ۳۰ ، ۳۵	۲۶	۱۱	۶	۲	**۱ گرمی**
	۳۰	۱۵	۱۰	۶	**۵ گرمی**
	۳۵	۲۰	۱۵	۱۱	**۱۰ گرمی**

۱۹۷۷- گزینه‌ی ۳ با استفاده از جدول نظام‌دار، سه عدد ۹۰ ، ۹۲ و ۹۶ به دست می‌آید ولی عدد ۹۷ حاصل نمی‌شود.

امتیاز	نادرست	بدون پاسخ	درست
۲۰×۵=۱۰۰	_	_	۲۰
(۱۹×۵)+۱=۹۶	_	۱	۱۹
۱۹×۵=۹۵	۱	_	۱۹
(۱۸×۵)+۱=۹۱	۱	۱	۱۸
(۱۸×۵)+۲=۹۲	_	۲	۱۸
۱۸×۵=۹۰	۲	_	۱۸

۱۹۷۸- گزینه‌ی ۳ برای حل مسأله جدول زیر را تشکیل می‌دهیم:

تعداد کل چای فروخته شده	تعداد بسته‌های ۵ تایی	تعداد بسته‌های ۱۲ تایی
۱۰×۱۲+۰×۵=۱۲۰	۰	۱۰
۹×۱۲+۱×۵=۱۱۳	۱	۹
۸×۱۲+۲×۵=۱۰۶	۲	۸
۷×۱۲+۳×۵=۹۹	۳	۷

پس ۷ بسته‌ی ۱۲ تایی و ۳ بسته‌ی ۵ تایی چای دارد. ۷×۳=۲۱

۱۹۷۹- گزینه‌ی ۲ تعداد مدادهای پخش شده برابر است با: ۴۰۰−۶=۳۹۴، حال به کمک جدول نظام‌دار داریم:

کل مدادها	افراد گروه (الف)	افراد گروه (ب)
(۹×۹)+(۱۱×۱۱)=۲۰۲	۱۱	۹
(۱۰×۱۰)+(۱۲×۱۲)=۲۴۴	۱۲	۱۰
(۱۱×۱۱)+(۱۳×۱۳)=۲۹۰	۱۳	۱۱
(۱۲×۱۲)+(۱۴×۱۴)=۳۴۰	۱۴	۱۲
(۱۳×۱۳)+(۱۵×۱۵)=۳۹۴	۱۵	۱۳

پس تعداد کل دانش‌آموزان ۲۸ نفر خواهد شد. ۱۳+۱۵=۲۸

۱۹۸۰- گزینه‌ی ۱ بهتر است با تشکیل جدول نظام‌دار و با فرض این‌که تعداد سکه‌های ۲۵۰ ریالی ۱۰ تا و سکه‌های ۵۰ ریالی ۲۰ تا باشد، محاسبات را پیش ببریم.

	ارزش کل سکه‌ها	سکه‌های ۲۵۰ ریالی	سکه‌های ۵۰ ریالی
۳۵۰۰< ۴۱۰۰	۱۰۰۰+۲۵۰۰=۳۵۰۰	۱۰×۲۵۰=۲۵۰۰	۲۰×۵۰=۱۰۰۰
۳۷۰۰< ۴۱۰۰	۹۵۰+۲۷۵۰=۳۷۰۰	۱۱×۲۵۰=۲۷۵۰	۱۹×۵۰=۹۵۰
۳۹۰۰< ۴۱۰۰	۹۰۰+۳۰۰۰=۳۹۰۰	۱۲×۲۵۰=۳۰۰۰	۱۸×۵۰=۹۰۰
۴۱۰۰=۴۱۰۰	۸۵۰+۳۲۵۰=۴۱۰۰	۱۳×۲۵۰=۳۲۵۰	۱۷×۵۰=۸۵۰

پس اگر تعداد سکه‌های ۵۰ ریالی ۱۷ تا و سکه‌های ۲۵۰ ریالی ۱۳ تا باشد، مجموع ارزش سکه‌ها ۴۱۰۰ ریال است و حاصل‌ضرب تعداد سکه‌ها برابر است با: ۱۳×۱۷=۲۲۱

۱۹۸۱- گزینه‌ی ۴ تعداد اسکناس‌های ۵ تومانی را، فرد در نظر می‌گیریم، زیرا اگر تعداد آن‌ها را زوج فرض کنیم، مجموع اسکناس‌های ۵ تومانی زوج می‌شود. از طرفی مقدار اسکناس ۲ تومانی هم زوج است. پس مجموع اسکناس‌ها عددی زوج می‌شود و در نتیجه ۲۰۷ تومان که عددی فرد است، به دست نمی‌آید. حالت‌های مختلف را در جدول زیر بررسی می‌کنیم.

حاصل جمع سکه‌ها	سکه‌های ۲ تومانی	سکه‌های ۵ تومانی
۲۰۵+۲=۲۰۷	۱×۲=۲	۴۱×۵=۲۰۵
۱۹۵+۱۲=۲۰۷	۶×۲=۱۲	۳۹×۵=۱۹۵
۱۸۵+۲۲=۲۰۷	۱۱×۲=۲۲	۳۷×۵=۱۸۵
۱۷۵+۳۲=۲۰۷	۱۶×۲=۳۲	۳۵×۵=۱۷۵
⋮	⋮	⋮
۵+۲۰۲=۲۰۷	۱۰۱×۲=۲۰۲	۱×۵=۵

بنابراین تعداد اسکناس‌های ۵ تومانی می‌تواند اعداد فرد بین ۱ تا ۴۱ باشد که تعداد آن‌ها ۲۱ تا است.

۱۹۸۲- گزینه‌ی ۳ باید با استفاده از ۲۱ سکه‌ی ۱۰، ۵۰ و ۱۰۰ تومانی و با به کار بردن حداقل یکی از هر کدام، مبلغ ۱۰۰۰ تومان را بسازیم. پس نمی‌توان از همه‌ی ۱۰۰ سکه‌های ۱۰ تومانی استفاده کرد و در همه‌ی سکه‌ها تعدادی بدون استفاده باقی می‌ماند. حال با تشکیل جدول زیر مسأله را حل می‌کنیم.

ارزش سکه‌ها	تعداد کل سکه‌ها	تعداد سکه‌ی ۱۰۰ تومانی	تعداد سکه‌ی ۵۰ تومانی	تعداد سکه‌ی ۱۰ تومانی
۱۰۰۰	۲۹	۷	۲	۲۰
۱۰۰۰	۲۴	۸	۱	۱۵
۱۰۰۰	۲۱	۷	۴	۱۰
۱۰۰۰	۲۱	۳	۱۳	۵

دقت کنید که سعی کردیم خوب حدس بزنیم. هنگامی‌که می‌خواهیم تعداد سکه‌های ۱۰ تومانی را کم یا زیاد کنیم، فقط می‌توانیم آن‌ها را ۵ تا ۵ تا اضافه یا کم کنیم. چون در غیر این صورت مبلغ ۱۰۰۰ تومان را نمی‌توان با این سکه‌ها ساخت.

۱۹۸۳- گزینه‌ی ۱ چون ما می‌خواهیم نواری به طول فرد بسازیم باید تعدادی فرد از نوار ۵ سانتی‌متری به کار ببریم تا با نوارهای ۲ سانتی‌متری که طولشان زوج است، عددی فرد بسازند. پس جدول زیر را تشکیل می‌دهیم:

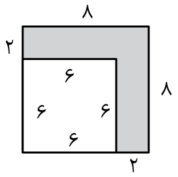
تعداد نوارهای ۲ سانتی‌متری	طول نوارهای ۲ سانتی‌متری	طول نوارهای ۵ سانتی‌متری	تعداد نوارهای ۵ سانتی‌متری
۴۶÷۲=۲۳	۵۱−۵=۴۶	۱×۵=۵	۱
۳۶÷۲=۱۸	۵۱−۱۵=۳۶	۳×۵=۱۵	۳
۲۶÷۲=۱۳	۵۱−۲۵=۲۶	۵×۵=۲۵	۵
۱۶÷۲=۸	۵۱−۳۵=۱۶	۷×۵=۳۵	۷
۶÷۲=۳	۵۱−۴۵=۶	۹×۵=۴۵	۹

توجه کنید که بیش از ۹ نوار ۵ سانتی‌متری نمی‌توانیم به کار ببریم چون مجموع طول نوارها بیش‌تر از ۵۱ سانتی‌متر می‌شود. در نتیجه به ۵ روش می‌توانیم این کار را انجام دهیم.

۱۹۸۴- گزینه‌ی ۱ ابتدا برای طول اضلاع و مساحت مربع‌ها حالت‌های زیر را فرض می‌کنیم.

حالت اول: ۵×۵=۲۵ حالت دوم: ۶×۶=۳۶ حالت سوم: ۷×۷=۴۹

حالت چهارم: ۸×۸=۶۴ حالت پنجم: ۹×۹=۸۱ حالت ششم: ۱۰×۱۰=۱۰۰



اگر از حاصل‌ضرب حالت چهارم، حاصل‌ضرب حالت دوم را کم کنیم به همان عدد ۲۸ (یعنی مساحت قسمت رنگی) می‌رسیم ۲۸=۳۶−۶۴. بنابراین اضلاع مربع بزرگ ۸ و اضلاع مربع کوچک ۶ سانتی‌متر است. حال با جمع طول اضلاع قسمت رنگی، محیط آن را به‌دست می‌آوریم.

(محیط قسمت رنگی) سانتی‌متر ۸+۸+۲+۶+۶+۲=۳۲

۱۹۸۵- گزینه‌ی ۳ کافیست ضرب اعداد از (۱×۱) تا (۱۰×۱۰) را بنویسیم و اعدادی را پیدا می‌کنیم که مجموع آن‌ها ۱۸۰ شود.

$۵\times۵=۲۵$, $۴\times۴=\boxed{۱۶}$, $۳\times۳=۹$, $۲\times۲=۴$, $۱\times۱=۱$

$۱۰\times۱۰=\boxed{۱۰۰}$, $۹\times۹=۸۱$, $۸\times۸=\boxed{۶۴}$, $۷\times۷=۴۹$, $۶\times۶=۳۶$

پس کوچک‌ترین زاویه ۱۶ درجه است.

۱۹۸۶- گزینه‌ی ۳ برطبق قاعده‌ی رسم مثلث با داشتن سه ضلع، باید جمع طول هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگتر باشد. به عنوان مثال با سه ضلع به طول ۲، ۲ و ۳ می‌توان مثلثی که طول دو ضلع آن برابر است را بسازیم زیرا: ۲,۲,۳→۲+۲>۳ , ۲+۳>۳

به همین ترتیب با اضلاعی به طول (۲,۲,۳)، (۳,۳,۲)، (۳,۳,۵)، (۵,۵,۲)، (۵,۵,۳)، (۵,۵,۷)، (۷,۷,۲)، (۷,۷,۳)، (۷,۷,۵)، (۷,۷,۱۱)، (۱۱,۱۱,۲)، (۱۱,۱۱,۳)، (۱۱,۱۱,۵) و (۱۱,۱۱,۷) می‌توان مثلث مورد نظر را ساخت.

۱۹۸۷- گزینه‌ی ۳ با کوچک‌ترین اعداد شروع می‌کنیم. اگر اندازه‌ی چوب اول، دوم و سوم به ترتیب ۱، ۲ و ۳ سانتی باشد با این سه چوب نمی‌توان مثلث ساخت زیرا مجموع دو ضلع کوچک از اندازه‌ی ضلع بزرگ، بیش‌تر نیست. (۳=۲+۱)

اگر اندازه‌ی چوب چهارم را ۵ سانتی‌متر در نظر بگیریم با چوب سوم و دوم نیز نمی‌تواند یک مثلث را به وجود آورد، چون مجموع اندازه‌ی دو چوب دوم و سوم با اندازه‌ی چوب چهارم مساوی است. (۵=۳+۲)

اگر چوب پنجم را ۸ سانتی‌متر فرض کنیم این چوب با چوب چهارم و سوم مثلث تشکیل نمی‌دهند (۸=۵+۳) بدین ترتیب به الگوی زیر می‌رسیم.

۱,۲,۳,۵,۸,۱۳,۲۱,۳۴

پس اگر اندازه‌ی چوب هشتم (آخرین چوب) طولش ۳۴ سانتی‌متر باشد با چوب هفتم و ششم مثلثی را به وجود نمی‌آورند (۳۴=۲۱+۱۳) ولی با باقی اعدادی که در گزینه‌ها آمده و چوب هفتم و ششم می‌توان مثلث ساخت.

۱۹۸۸- گزینه‌ی ۳ چون کرک ۳ بازی برده است، دیل ۳ امتیاز می‌گیرد و چون کرک دقیقاً ۳ بازی برده است، ۲ امتیاز دیل برای برد از کرک است. پس دیل ۳ بار باخته و یک بار برده است. ۴=۱+۳

۱۹۸۹- گزینه‌ی ۱ هر سال ۳۶۵ روز و هر سال ۱۲ ماه است. همچنین هر سال ۵۲ هفته و یک روز است.

۵۰ ماه تقریباً معادل ۴ سال و ۲ ماه است و ۲ ماه معادل ۸ هفته و ۴ روز است. پس سن سیروس ۵۴ سال و ۵۸ هفته و ۵۴=۴+۵۰ روز است.

۵۸ هفته برابر یک سال و ۵ هفته و ۶ روز است و ۵ هفته و ۶ روز معادل ۴۱ روز است. پس سن سیروس برابر ۵۵ سال و ۹۵=۴۱+۵۴ روز است و یا به عبارتی سن او برابر ۵۵ سال و ۳ ماه و ۵ روز است. پس سال بعد او ۵۶ ساله می‌شود.

۱۹۹۰- گزینه‌ی ۲ با توجه به این‌که این جعبه در مدت زمان ۱ دقیقه پُر می‌شود، پس ۱ ثانیه قبل (ثانیه‌ی ۵۹) نصف بوده و ۱ ثانیه قبل از آن هم $\frac{۱}{۴}$ بوده است یعنی در ۵۸ ثانیه $\frac{۱}{۴}$ از جعبه از گیاه پر خواهد شد.

۱۹۹۱- گزینه‌ی ۴ چون هر ۲۵ سال یک‌بار، جمعیت سه برابر می‌شود، پس داریم:

(سال ۱۳۹۸)۲۰۰×۱=۲۰۰

(سال ۱۴۲۳)۲۰۰×۳=۶۰۰

(سال ۱۴۴۸)۶۰۰×۳=۱۸۰۰

پس در سال ۱۴۵۰ جمعیت جزیره‌ها تقریباً ۲۰۰۰ نفر است.

۱۹۹۲-گزینه‌ی ۲ با توجه به این‌که هر ۲۵ سال یک‌بار، جمعیت ۳ برابر می‌شود، پس داریم:

سال	جمعیت
۱۳۹۸	۲۰۰
۱۴۲۳	۶۰۰
۱۴۴۸	۱۸۰۰
۱۴۷۳	۵۴۰۰
۱۴۹۸	۱۶۲۰۰

با توجه به اعداد داخل جدول، در سال ۱۴۷۵ جمعیت به ۶۰۰۰ نفر نزدیک‌تر است.

۱۹۹۳-گزینه‌ی ۳ با توجه به داده‌های مسأله می‌توانیم جدول زیر را تشکیل دهیم:

سال	جمعیت (نفر)	مساحت مورد نیاز (کیلومتر مربع)
۱۳۹۸	۲۰۰	۳۰۰
۱۴۲۳	۶۰۰	۹۰۰
۱۴۴۸	۱۸۰۰	۲۷۰۰
۱۴۷۳	۵۴۰۰	۸۱۰۰
۱۴۹۸	۱۶۲۰۰	۲۴۳۰۰

با توجه به فرض سؤال ۱۶۶۰۰=۱/۵÷۲۴۹۰۰ یعنی ۱۶۶۰۰ نفر می‌توانند از جزیره استفاده کنند. که این جمعیت در حدود سال ۱۴۹۸ (یا ۱۰۰ سال بعد) ایجاد خواهد بود.

۱۹۹۴-گزینه‌ی ۳ اگر علی به ۷ سؤال، پاسخ درست و به ۳ سؤال پاسخ نادرست بدهد، برای پاسخ‌های درست ۳۵ امتیاز مثبت (۳۵=۵×۷) و برای پاسخ‌های نادرست ۶ امتیاز منفی می‌گیرد. (۶=۲×۳) پس امتیاز علی برابر است با: ۲۹=۶−۳۵

۱۹۹۵-گزینه‌ی ۳ **راه‌حل اول**: اگر همه‌ی حیوانات را پرنده فرض کنیم، در این صورت داریم:

تعداد پاها ۲۰۰×۲=۴۰۰
پاهای اضافی ۵۵۲−۴۰۰=۱۵۲
تعداد حیوانات چهارپا ۱۵۲÷۲=۷۶
تعداد پرنده‌ها ۲۰۰−۷۶=۱۲۴

راه‌حل دوم: اگر همه‌ی حیوانات را ۴پا فرض کنیم، در این صورت داریم:

تعداد پاها ۲۰۰×۴=۸۰۰
تعداد پاهای اضافی ۸۰۰−۵۵۲=۲۴۸
تعداد پرنده‌ها ۲۴۸÷۲=۱۲۴

۱۹۹۶-گزینه‌ی ۳ با رسم یک جدول نظام‌دار و در نظر گرفتن حالت‌های مختلفی که در آن پیش می‌آید به سادگی می‌توان فهمید که تعداد افرادی که سه چرخه دارند ۵ نفر می‌باشد.

کل چرخ‌ها	تعداد چرخ‌های سه چرخه‌ها	تعداد چرخ‌های دو چرخه‌ها
۰+۲۱=۲۱	۷×۳=۲۱	۰×۲=۰
۲+۱۸=۲۰	۶×۳=۱۸	۱×۲=۲
۴+۱۵=۱۹	۵×۳=۱۵	۲×۲=۴
۶+۱۲=۱۸	۴×۳=۱۲	۳×۲=۶
۸+۹=۱۷	۳×۳=۹	۴×۲=۸

۱۹۹۷- گزینه‌ی ۲ ابتدا تعداد گاوها و اردک‌ها را پیدا می‌کنیم اگر همه‌ی حیوانات را با حداقل ۲ پا فرض کنیم داریم:

پا ۵۴×۲=۱۰۸

باقی پاهای گاوها ۱۷۰-۱۸۰=۶۲

۸ گاو، اردکی بر پشت ندارد ۳۱-۲۳=۸ تعداد اردک‌ها ۵۴-۳۱=۲۳ تعداد گاوها ۶۲÷۲=۳۱

۱۹۹۸- گزینه‌ی ۲ حالت‌هایی که در آن مجموع پایه‌ی صندلی‌های ۳ پایه و ۴ پایه برابر ۷۳ می‌شود را بررسی می‌کنیم. اگر ۳ تا سه پایه داشته باشیم، آن‌گاه ۱۶ تا چهارپایه خواهیم داشت، که در گزینه‌ها نیست.

چهارپایه ۶۴÷۴=۱۶ , ۷۳−۹=۶۴ , ۳×۳=۹

اگر ۷ تا سه پایه داشته باشیم، ۱۳ تا چهارپایه خواهیم داشت که در گزینه‌ی ۲ وجود دارد.

چهارپایه ۵۲÷۴=۱۳ , ۷۳−۲۱=۵۲ , ۷×۳=۲۱

۱۹۹۹- گزینه‌ی ۴ اگر تعداد گاوها را ○ و تعداد مرغ‌ها را □ در نظر بگیریم، در این صورت داریم:

تعداد پای گاوها = ۴×○

تعداد پای مرغ‌ها = ۲×□

تعداد سرها = ○+□

حال طبق صورت سؤال تساوی زیر را می‌نویسیم:

(۴×○)+(۲×□)=۲×(○+□)+۱۴

۴○+۲□=۲○+۲□+۱۴

تعداد گاوها = $۲\bigcirc=۱۴\Rightarrow\bigcirc=\frac{۱۴}{۲}=۷$

۲۰۰۰- گزینه‌ی ۳ **راه حل اول:** این مسأله را می‌توانیم با یک معادله‌ی ساده پاسخ دهیم و تعداد پرتقال‌هایی را که او در هر یک از ۵۲ جعبه قرار داده ○ در نظر می‌گیریم:

$$۵۲\times\bigcirc+۸=۶۰\times(\bigcirc-۲)$$

$$\underbrace{۵۲\times\bigcirc}+۸=\underbrace{۶۰\times\bigcirc}-۱۲۰$$

۱۲۰+۸=۶۰×○−۵۲×○

۱۲۸=۸×○

○=۱۲۸÷۸=۱۶⟶۱۶−۲=۱۴

۶۰×۱۴=۸۴۰

راه حل دوم: اگر از هر جعبه ۲ تا کم کنیم، یعنی ۵۲×۲=۱۰۴ تا پرتقال از جعبه‌ها بیرون آورده‌ایم. حالا ۸ جعبه جدید باید بسازیم و ۱۰۴+۸=۱۱۲ پرتقال داریم. پس در هر جعبه ۱۱۲÷۸=۱۴ پرتقال قرار دارد. مقدار کل پرتقال‌ها برابر است با: ۶۰×۱۴=۸۴۰

۲۰۰۱- گزینه‌ی ۳ با توجه به متن سؤال می‌توانیم عبارت‌های زیر را بنویسیم.

$$\left.\begin{array}{r}\text{آبی + سبز}=۶\\ \text{سبز + قرمز}=۴\\ \text{آبی + قرمز}=۸\end{array}\right\}\Rightarrow ۶+۸+۴=۱۸\ \text{دو برابر مجموع توپ‌ها}$$

مجموع توپ‌ها ۱۸÷۲=۹

۲۰۰۲- گزینه‌ی ۲ ابتدا به طور جداگانه حاصل جمع ۴ عدد اول، ۴ عدد آخر و کل ۷ عدد را به‌دست می‌آوریم.

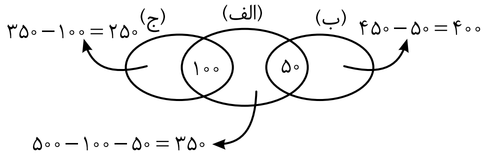
حاصل جمع ۴ عدد اول ۴×۵=۲۰

حاصل جمع ۴ عدد آخر ۴×۸=۳۲

حاصل جمع کل ۷ عدد $۷\times۶\frac{۴}{۷}=۷\times\frac{۴۶}{۷}=۴۶$

اگر از حاصل جمع چهار عدد اول و چهار عدد آخر، حاصل جمع ۷ عدد را کم کنیم عددی که در هر دو دسته محاسبه شده است به‌دست می‌آوریم. (۳۲+۲۰)−۴۶=۶

۲۰۳- گزینه‌ی ۴ بهتر است که ابتدا گیاهان مشترک را در جاهای مشترک قرار دهیم و باقی مانده را به‌دست می‌آوریم.



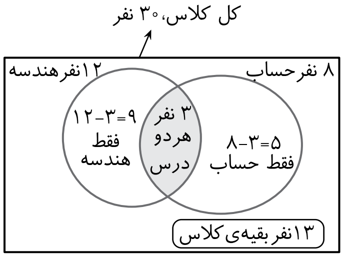
۳۵۰+۴۰۰+۲۵۰+۱۰۰+۵۰=۱۱۵۰

مشترک (الف) و (ب)   مشترک (الف) و (ج)

۲۰۴- گزینه‌ی ۳ در ابتدا افراد کلاس را در یک کادر بسته در نظر می‌گیریم. علاقه‌مندان به هندسه (۱۲=۳+۹) ۱۲ نفر و علاقه‌مندان به حساب (۸=۳+۵) ۸ نفر هستند. افراد مشترک نیز ۳ نفر می‌باشند.

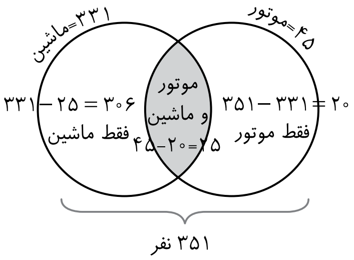
چون ۱۷=۵+۳+۹ علاقه‌مندان به هندسه، حساب و هر دو درس ۱۷ نفر می‌شوند.

بنابراین ۱۳=۱۷−۳۰ نفر به این دو درس علاقه ندارند.



۲۰۵- گزینه‌ی ۴ چون ۳۳۱ نفر ماشین دارند پس (۲۰=۳۳۱−۳۵۱) ۲۰ نفر باید فقط موتور داشته باشند. پس از آن ۴۵ نفری که موتور دارند، ۲۰ نفر آن‌ها فقط موتور دارند و ۲۵=۲۰−۴۵ نفر آن‌ها هم موتور و هم ماشین دارند.

فقط ماشین ۳۰۶=۲۵−۳۳۱



۲۰۶- گزینه‌ی ۱ برای کلاس یک شکل می‌کشیم:

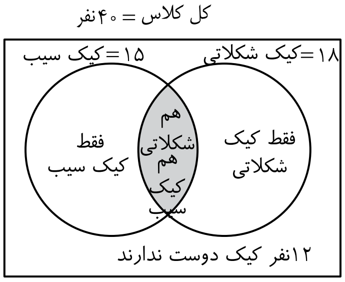
۴۰−۱۲=۲۸

۲۸ نفر حداقل یکی از کیک‌ها را دوست دارند. اگر تعداد کسانی که کیک شکلاتی دوست دارند، با تعداد کسانی که کیک سیب دوست دارند جمع کنیم، بخش مشترک را دو بار حساب کرده‌ایم.

۱۵+۱۸=۳۳

پس تعداد افراد بخش مشترک برابر است با:

۳۳−۲۸=۵



۲۰۷- گزینه‌ی ۴ در ساعت ۹ شب هر دو شمع دارای اندازه‌ی یکسان هستند. شمع بلندتر در یک ساعت و شمع کوتاه‌تر در ۳ ساعت تمام می‌شود، پس اگر سرعت سوختن شمع کوتاه‌تر ○سانتی‌متر بر ساعت باشد، سرعت سوختن شمع بلندتر ۳○ سانتی‌متر بر ساعت است.

شمع بلندتر از ساعت ۳ تا ۹، ۶×۳○سانتی‌متر سوخته است، و شمع کوتاه‌تر از ساعت ۷ تا ۹، ۲×○ سانتی‌متر سوخته است.

چون اختلاف ارتفاع آن‌ها، ۳۲ سانتی‌متر است داریم:

(۶×۳○)−(۲×○)=۳۲

۱۸○−۲○=۳۲

۱۶○=۳۲⇒ ○=۲

در نتیجه سرعت سوختن شمع بلندتر مساوی ۶=۲×۳ سانتی‌متر در ساعت است و سرعت سوختن شمع کوتاه‌تر مساوی ۲ سانتی‌متر بر ساعت است. مدت زمان سوختن شمع بلندتر ۷ ساعت و شمع کوتاه‌تر ۵ ساعت است.   طول شمع=مدت زمان سوختن×سرعت سوختن

طول شمع بلندتر ۴۲=۷×۶

طول شمع کوتاه‌تر ۱۰=۵×۲

مجموع طول ۲ شمع ۵۲=۱۰+۴۲

۲۰۰۸- گزینه‌ی ۲ نتایج ثبت نام را به صورت روبه‌رو در یک جدول نشان می‌دهیم.

۳	۲	۱	رشته / دانش‌آموز
	✓	✓	۱
		✓	۲
✓	✓		۳
	✓	✓	۴
✓			۵
✓			۶

مثلاً در جدول روبه‌رو، دانش آموز (۱)، در رشته‌های (۱) و (۲) ثبت نام کرده است، پس رشته‌ی دیگری ثبت نام نمی‌تواند بکند. در رشته‌ی (۲) نیز سه دانش آموز (۱)، (۳) و (۴) ثبت نام کرده‌اند، پس شخص دیگری نمی‌تواند در این رشته ثبت نام کند.

دقت کنیدکه ستون‌های این جدول کامل نیست، چون نمی‌دانیم چند رشته داریم.

حالا به این فکر کنید که چند علامت «✓» در این جدول زده شده است. از یک طرف می‌دانیم هر دانش آموز در ۲ رشته ثبت نام کرده، پس هر سطر دو علامت «✓» دارد، بنابراین تعداد آن‌ها برابر است با: $۶\times۲=۱۲$ از یک طرف می‌دانیم در هر رشته، ۳ دانش آموز ثبت نام کرده، پس هر ستون ۳ علامت «✓» دارد. اگر تعداد ستون‌ها را با ○ نشان بدهیم، تعداد علامت‌ها برابر است با: $\bigcirc\times۳$ به این ترتیب نتیجه می‌گیریم:

$$\bigcirc\times۳=۶\times۲=۱۲\Rightarrow\bigcirc=\frac{۱۲}{۳}=۴$$

۲۰۰۹- گزینه‌ی ۴ می‌دانیم که سرعت به صورت «$\text{سرعت}=\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{مدت زمان حرکت}}$» محاسبه می‌شود. یعنی سرعت برابر است با مسافت طی شده تقسیم بر مدت زمان حرکت. این مقدار را برای هر نفر حساب می‌کنیم:

دانیال $=\frac{۵}{۵۰}=\frac{۱}{۱۰}$ سعید $=\frac{۳}{۳۰}=\frac{۱}{۱۰}$ علی $=\frac{۱}{۵۰}$

امیر $=\frac{۵}{۲۰}=\frac{۱}{۴}$ سارا $=\frac{۱}{۲۰}$

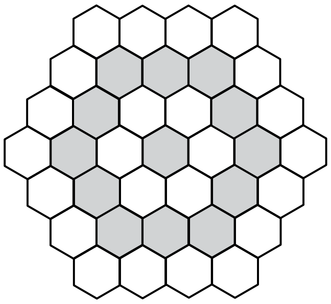
حالا اگر کسرهای به دست آمده را با هم مقایسه کنیم داریم:

$$\boxed{\frac{۱}{۵۰}<\frac{۱}{۲۰}<\frac{۱}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰}<\frac{۱}{۴}}$$

یعنی سرعت امیر از همه بیش‌تر است.

۲۰۱۰- گزینه‌ی ۳ ۶ ضلعی‌های سفید را به شکل اضافه می‌کنیم:

تعداد ۶ ضلعی‌های سفید و سیاه را می‌شماریم و از هم کم می‌کنیم.

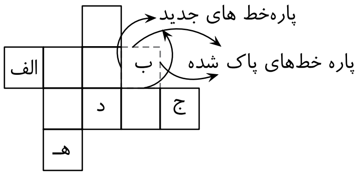


تعداد سفیدها $=۲۴$

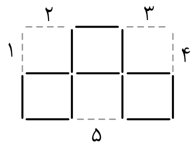
تعداد سیاه‌ها $=۱۳$

اختلاف تعداد ۶ ضلعی‌ها $۲۴-۱۳=۱۱$

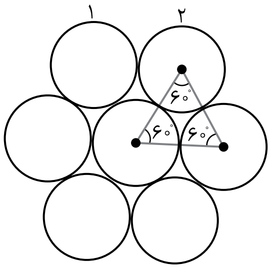
۲۰۱۱- گزینه‌ی ۲ محیط شکل از ۱۸ پاره خط هم‌اندازه تشکیل شده است. در صورتی که مربع (ب) حذف شود دو پاره خط حذف می‌شود و دو پاره‌خط جدید ایجاد می‌شود. بنابراین مقدار محیط تغییر نمی‌کند.



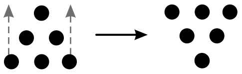
۲۰۱۲- گزینه‌ی ۳ ۵ تا از پاره‌خط‌ها را به صورت زیر حذف می‌کنیم:



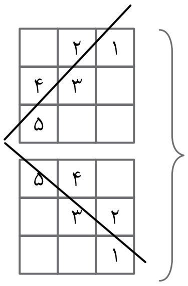
۲۰۱۳- گزینه‌ی ۳ به شکل دقت کنید. سکه‌ی اصلی را روی میز می‌گذاریم و دو سکه‌ی (۱) و (۲) را به آن می‌چسبانیم. به دلیل این‌که می‌خواهیم تعداد سکه‌ها بیش‌ترین مقدار باشند سکه‌های (۱) و (۲) را نیز به هم می‌چسبانیم. مرکز سه سکه را به هم وصل می‌کنیم. یک مثلث ساخته می‌شود. طول سه ضلع مثلث با هم برابر و مساوی با دو برابر شعاع سکه‌هاست. بنابراین مثلث، متساوی الاضلاع و زاویه‌های آن ۶۰ درجه است. پس طبق شکل هر ۶۰ درجه یکبار می‌توان یک سکه افزود و چون دایره یک ۳۶۰ درجه‌ی کامل است، $۳۶۰\div۶۰=۶$ سکه می‌توان قرار داد.



۲۰۱۴-گزینه‌ی ۲ کافیست به صورت مقابل ۲ بشقاب را در جهت فلش‌ها جابه‌جا کنیم

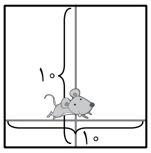


۲۰۱۵-گزینه‌ی ۳ خط را باید طوری رسم کرد که مربع‌های بیش‌تری را قطع کند. با توجه به خط رسم شده این خط حداکثر از ۵ مربع کوچک می‌تواند عبور کند (منظور از خط، همان خط راست است.)

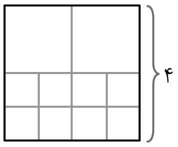


این خط در هر دو شکل
حداکثر از ۵ مربع خواهد گذشت

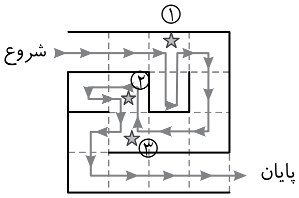
۲۰۱۶-گزینه‌ی ۳ می‌دانیم فاصله‌ی یک نقطه تا یک خط طول عمودی است که بر آن خط از آن نقطه رسم می‌شود. با توجه به شکل هرجایی که موش در داخل مربع است، جمع فاصله‌ها تا دو ضلع افقی ۱۰ متر و جمع فاصله‌ها تا دو ضلع عمودی نیز ۱۰ متر است. بنابراین جمع هر چهار فاصله برابر ۲۰ متر است، پس میانگین چهار فاصله برابر $\frac{۲۰}{۴}=۵$ متر می‌باشد.



۲۰۱۷-گزینه‌ی ۲ چون ۸ تا از مربع‌ها (۱×۱) هستند پس دو مربع دیگر باید طوری انتخاب شوند که مربع اصلی یا ۳×۳ و یا ۴×۴ باشد.
پس طول ضلع مربع اصلی را می‌توانیم ۴ در نظر بگیریم زیرا در این حالت مطابق شکل هم به ۱۰ تا مربع می‌رسیم و هم کم‌ترین طول ضلع مربع به دست می‌آید.

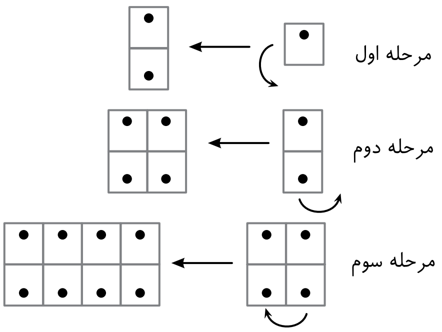


۲۰۱۸-گزینه‌ی ۴ مسیر حرکت بهنام را مشخص می‌کنیم او از تمام مربع‌ها عبور می‌کند. تعداد مربع‌هایی که بیش‌تر از یک‌بار از آن‌ها عبور می‌کند ۳ تا هستند.

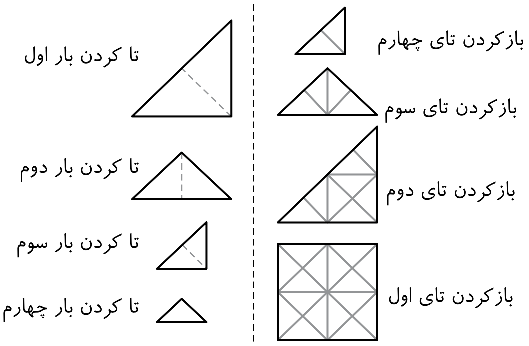


۲۰۱۹-گزینه‌ی ۴ اولین تغییر یک چرخش °۱۸۰ درجه است: G ⟶ ⅁
دومین تغییر، قرینه کردن نسبت به محور عمودی است: ⅁ ⟶ Ꞓ

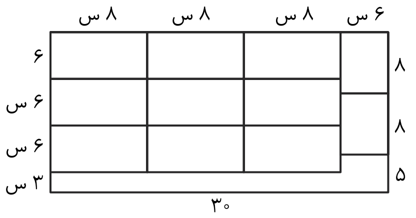
۲۰۲۰-گزینه‌ی ۳ مرحله به مرحله نقشه را باز می‌کنیم.



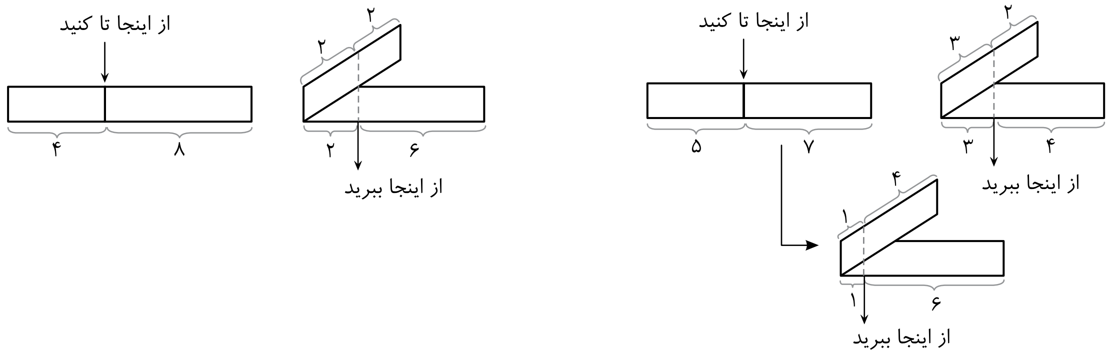
۲۰۲۱-گزینه‌ی ۱



۲۰۲۲- گزینه‌ی ۴ روی طول ورقه‌ی ضخیم کاغذ A_4 که ۳۰ سانتی‌متر است ۳ اندازه‌ی ۸ سانتی‌متری مشـــخص می‌کنیم و روی عرض ورقه ۳ اندازه‌ی ۶ سانتی‌متری مشخص می‌کنیم تا بدین ترتیب ۹ کارت (۶×۸) به دست آید. از قسمت باقی‌مانده‌ی کاغذ، می‌توان ۲ قسمت (۶×۸) دیگر نیز جدا نمود پس: ۹+۲=۱۱



۲۰۲۳- گزینه‌ی ۳ تکه‌ها با توجه به نسبت‌های ۱ و ۲ و ۳ به صورت (۲، ۴، ۶) و (۴، ۲، ۶) و (۲، ۶، ۴) خواهد بود.



۲۰۲۴- گزینه‌ی ۲ در کل ۶ مثلث قرمز داریم که به این صورت می‌توانند باشند (چون ۲ جفت قرمز - قرمز و ۲ جفت سفید - قرمز داریم):

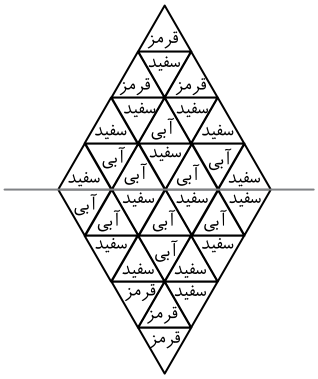
سفید- قرمز   قرمز - سفید   قرمز - قرمز   قرمز - قرمز

در نتیجه همه‌ی مثلث‌های قرمز به صورت بالا هستند و هیچ جفت دیگری از آن، وجود ندارد.

همچنین در کل ۱۰ مثلث آبی داریم که ۶ تای آن‌ها به صورت ۳ جفت آبی- آبی هستند، بقیه چون با قرمز، نمی‌توانند جفت شوند پس با سفیدها جفت می‌شـــوند و ۴ جفت آبی- ســـفید داریم. حالا ۱۶ مثلث ســـفید داریم که طبق نتیجه‌گیری‌ها ۴ تا از آن‌ها در جفت آبی- سفید هستند و ۲ تا از آن‌ها در جفت سفید- قرمز، پس ۱۰ مثلث سفید می‌ماند که باید با هم جفت شوند:

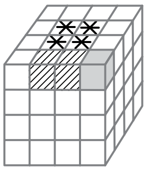
۵ جفت مثلث سفید داریم → ۱۰÷۲=۵

به شکل روبه‌رو نیز دقت کنید.



۲۰۲۵- گزینه‌ی ۱ با توجه به شـــکل مقابل قســـمت‌های رنگی را می‌شماریم. ۸ مکعب ۱×۱در رأس‌های مکعب ۴×۴×۴ قرار دارند که ۳ وجه رنگی دارند.

امتیاز ۸×۳=۲۴



در هر یال مکعب ۴×۴×۴، ۲ مکعب ۱×۱×۱ وجود دارد، که ۲ وجه رنگی دارد.

تعداد مکعب‌ها ۱۲×۲=۲۴

امتیاز ۲۴×۲=۴۸

۴ مکعب ۱×۱×۱ هم در وسط هر وجه مکعب ۴×۴×۴ هستند که یک وجه رنگی دارند.

تعداد مکعب‌ها ۶×۴=۲۴

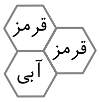
امتیاز ۲۴×۱=۲۴

یک مکعب ۲×۲×۲ هم درون مکعب ۴×۴×۴ وجود دارد که هیچ وجه رنگی ندارد.

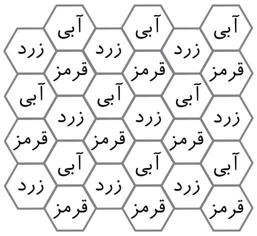
$$۸\times\frac{۱}{۸}=\frac{۸}{۸}=۱$$

کل امتیاز (~~۲۴+۴۸+۲۴~~)+۱=۹۷

۹۶

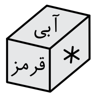
۲۲۶-گزینه‌ی ۳ با ۲ رنگ قرمز و آبی نمی‌شود زیرا در شکل 

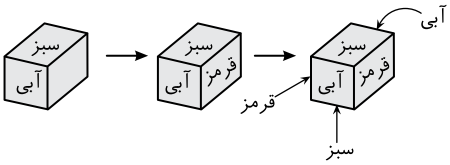
با ۲ رنگ، دو ۶ ضلعی مجاور وجود خواهند داشت که همرنگ هستند. اما با سه رنگ قرمز، آبی و زرد و به شکل روبه‌رو می‌توان رنگ‌آمیزی کرد.



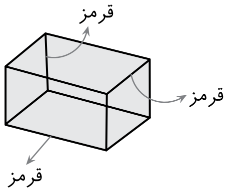
۲۲۷-گزینه‌ی ۲ توجه داشته باشید که نمی‌توان با دو رنگ این رنگ‌آمیزی را انجام داد. زیرا مطابق شکل وجه * یا باید آبی باشد یا قرمز و هر کدام که باشد با وجهی که همرنگ آن است ضلع مشترک دارد.

حالا برای ۳ رنگ مثال می‌زنیم.

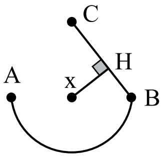




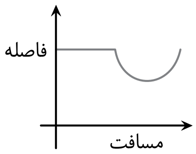
۲۲۸-گزینه‌ی ۲ اگر ۳ یال نشان داده شده در شکل قرمز باشند همه‌ی وجه‌ها حداقل یک ضلع قرمز خواهند داشت.

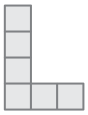
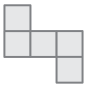


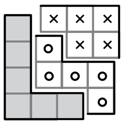
۲۲۹-گزینه‌ی ۲ چون از A تا B بخشی از دایره به مرکز x است فاصله‌ی x تا کشتی یک مقدار بدون تغییر است.

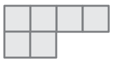
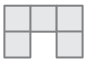


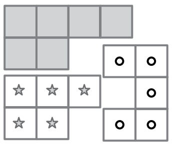
در مسیر حرکت از B به C چون به خط عمود xH نزدیک می‌شویم، فاصله کم می‌شود و وقتی از H به سمت C حرکت می‌کنیم، از خط عمود دور می‌شویم و فاصله زیاد می‌شود. پس نمودار به شکل روبه‌رو است.

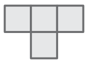


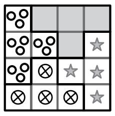
۲۳۰-گزینه‌ی ۲ دو شکل  و  را به همراه شکل گزینه‌ی ۲ به ترتیب کنار هم قرار می‌دهیم تا صفحه‌ی ۴×۴ را بپوشانند.



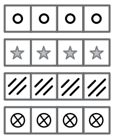
۲۳۱-گزینه‌ی ۴ دو شکل  و  را به همراه شکل ج به ترتیب مقابل کنار هم قرار می‌دهیم تا مربع ۴×۴ تشکیل شود.

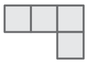


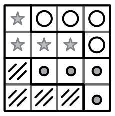
۲۳۲-گزینه‌ی ۲ با چهار تا  می‌توان به شکل روبه‌رو، مربع ساخت.

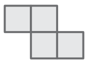


با چهار تا  می‌توان به شکل روبه‌رو، مربع ساخت.

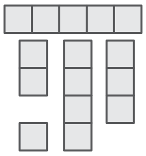


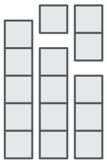
با چهار تا  می‌توان به شکل روبه‌رو، مربع ساخت.

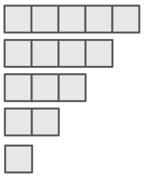


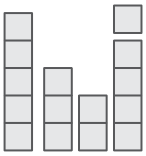
با چهار تا  نمی‌توان شکل مربع ۴×۴ ساخت.

۲۰۳۳- گزینه‌ی ۲ شکل گزینه‌ی (ب) را نمی‌توان ساخت زیرا در ردیف‌ها و ستون‌های شکل، ۵ مربع در کنار هم قرار ندارند. ولی شکل (الف، ج، د و هـ) به روش‌های مختلفی قابل ساختن می‌باشد، که در زیر برای هر کدام یک روش نمایش داده شده است.

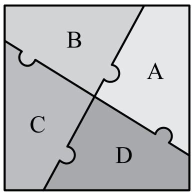

(د)


(ج)

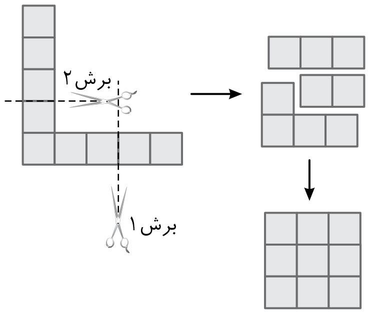

(هـ)


(الف)

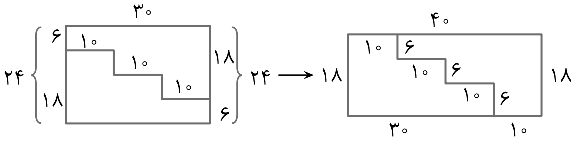
۲۰۳۴- گزینه‌ی ۴ اگر قطعات D، C، B و A را به شکل روبه‌رو کنار هم قرار دهیم مستطیل موردنظر پدید می‌آید.



۲۰۳۵- گزینه‌ی ۳ این کار به چند روش ممکن اســت. یکی از روش‌ها را ملاحظه می‌کنید.



۲۰۳۶- گزینه‌ی ۳ طول مستطیل از ۳۰ سانتی‌متر به ۴۰ سانتی‌متر تبدیل شده است. یعنی به اندازه‌ی $\frac{۱}{۳}$ طول مستطیل اولیه یا ۱۰ سانتی‌متر به آن افزوده شده است. در حالی‌که عرض مستطیل از ۲۴ سانتی‌متر به ۱۸ سانتی‌متر کاهش یافته است. یعنی به اندازه‌ی $\frac{۱}{۴}$ عرض مستطیل اولیه یا ۶ سانتی‌متر از آن کاسته شده است. در این صورت با برشی مانند شکل (د) این امر میسّر می‌شود.

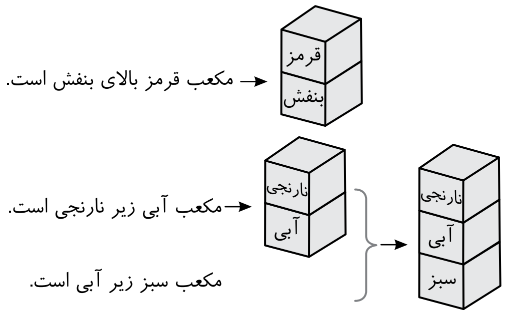


۲۰۳۷- گزینه‌ی ۳ فرض کنیم طاها روی صندلی وســط بنشیند. مهراب و رادین که کنار هم هستند می‌توانند به صورت مقابل روی صندلی‌ها بنشینند. در این صورت پویا و محمد که نباید کنار هم باشند، کنار هم می‌شوند. پس طاها نباید وسط بنشیند.

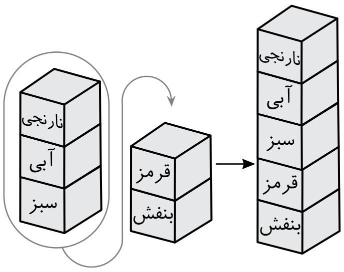
؟	؟	طاها	مهراب	رادین

رادین	مهراب	طاها	؟	؟

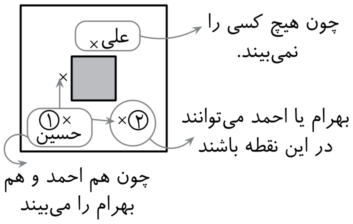
۲۰۳۸- گزینه‌ی ۴ ابتدا طبق حالت‌های گفته شده مکعب‌ها را می‌چینیم:



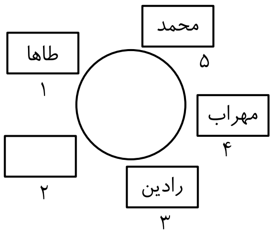
چون مکعب سبز بالای قرمز است می‌توان به صورت زیر عمل کرد:



۲۳۹- گزینه‌ی ۳ با توجه به صورت سؤال علی را در جایی قرار می‌دهیم که هیچ کس را نتواند ببیند و حسین را جایی قرار می‌دهیم که هم احمد و هم بهرام را ببیند:



۲۴۰- گزینه‌ی ۲ برای فهم بهتر مسأله بهتر است ابتدا شکل مقابل را رسم کنیم:



محمد و مهراب کنار هم هستند فرض می‌کنیم در جایگاه ۴ و ۵ هستند طاها و رادین کنار هم نیستند پس نمی‌توانند در جایگاه‌های ۲ و ۱ یا ۳ و ۲ باشند. پس باید در جایگاه ۱ و ۳ باشند. پس پویا در جایگاه ۲ است، افراد ۲ طرف پویا رادین و طاها هستند.

۲۴۱- گزینه‌ی ۱ برای حل این سؤال باید فرض کنیم یک نفر دروغگو است و بقیه راستگو هستند و اگر به جواب نرسیدیم، نفر دروغگو را عوض کنیم. فرض کنیم سارا دروغگو و بابک و افشین راستگو هستند.

سارا می‌گوید: «این کار را بابک انجام داده است» و چون دروغگو است، پس بابک این کار را انجام نداده است.

بابک راستگوست و می‌گوید:«من این کار را انجام نداده‌ام»

افشین هم راستگوست و می‌گوید: «کار کار ساراست»

سه جمله‌ی گفته شده هیچ مخالفتی با هم ندارند. پس دروغگو بودن سارا درست است.

۲۴۲- گزینه‌ی ۲ «کرک» روز پنج‌شنبه راست می‌گوید و روز جمعه دروغ. پس اگر روز پنج‌شنبه بگوید: «من فردا دروغ می‌گویم.» اشتباهی رخ نداده است و حرف او درست است. «دیل» در روز پنج‌شنبه دروغ می‌گوید و اگر در پنج‌شنبه بگوید: «من فردا دروغ می‌گویم.» باید بدانیم که او جمعه راست خواهد گفت. با توجه به صورت سؤال هم دیل روزهای جمعه راست می‌گوید، پس اشتباهی رخ نداده است و حرف او درست است. پس روز پنج‌شنبه هر دو می‌توانند بگویند: «من فردا دروغ می‌گویم.»!

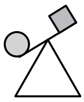
۲۴۳- گزینه‌ی ۱ فرض کنیم پویا دروغگو است و بقیه راستگو هستند. پویا می‌گوید:«محمد این کار را انجام داده است» و چون دروغگو است نتیجه می‌گیریم: محمد این کار را انجام نداده است.

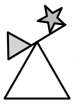
محمد می‌گوید: «پویا دروغگوست» این جمله با توجه به فرض راستگو بودن محمد درست است.

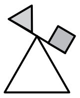
مهراب هم راستگوست و این کار را انجام نداده است. طبق حرف رادین راستگو پویا کار را انجام داده است.

۲۴۴- گزینه‌ی ۴ با توجه به داده‌های مسأله می‌فهمیم که، محمد دارای چشم قهوه‌ای و موی طلایی است و خواهر یا برادر او نمی‌تواند هم زمان چشم آبی و موی سیاه داشته باشد پس فرزانه و رضا نمی‌توانند خواهر یا برادر او باشند. از طرفی نازنین رنگ مو و رنگ چشم متفاوت با نرگس و علی دارد. و هیچ کدام نمی‌توانند خواهر یا برادر نازنین باشند پس نرگس و علی خواهر یا برادر محمد هستند.

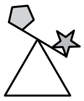
۲۴۵- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) داریم:

(۱)

→ □ از ○ سبک‌تر است. → □ < ○

(۲)

→ ☆ از △ سبک‌تر است. → ☆ < △

(۳)

→ △ از □ سبک‌تر است. → △ < □

→ ☆ < △ < □ < ○

(۴)

→ سبک‌ترین ⬠ است. ⬠ از ☆ سبک‌تر است.

۲۰۴۶- گزینه‌ی **۳** طبق صورت سؤال می‌توان نوشت:

پول مهراب > پول پویا
پول مهراب > پول رادین
⇐ پویا و رادین به اندازه‌ی مهراب پول ندارند

پول پویا > پول طاها
پول محمد > پول طاها
⇐ هم پویا و هم محمد بیشتر از طاها پول دارند

با توجه به (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

پول مهراب > پول پویا > پول طاها

رادین از طاها بیش‌تر اما از پویا کمتر پول دارد. پس طاها از همه کمتر پول دارد.

پول مهراب > پول پویا و پول محمد و پول رادین > پول طاها

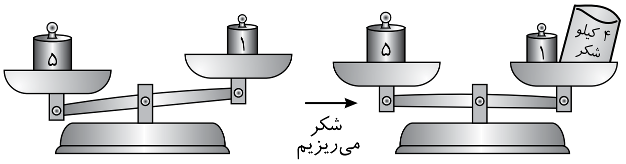
۲۰۴۷- گزینه‌ی **۴** اگر نمره‌ی پویا بیش‌تر از نمره‌ی محمد بود، محمد نمی‌توانست بگوید که من پایین‌ترین نمره را کسب نکرده‌ام، پس نمره‌ی پویا کمتر از نمره‌ی محمد است.

اگر نمره‌ی پویا کم‌تر از نمره‌ی مهراب بود، مهراب نمی‌توانست بگوید که من بالاترین نمره را کسب نکردم، پس نمره‌ی پویا بیش‌تر از نمره‌ی مهراب است. در نتیجه:

نمره مهراب < نمره پویا < نمره محمد

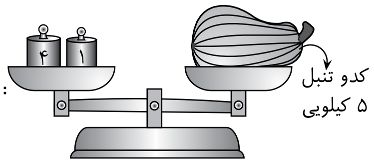
۲۰۴۸- گزینه‌ی **۱** ابتدا این سؤال را حل کنیم: آیا می‌توان با ترازوی دو کفه‌ای و دو وزنه‌ی ۵ کیلوگرمی و ۱ کیلوگرمی، ۴ کیلوگرم شکر فروخت؟ جواب بله است.

وزنه‌ی ۵ کیلویی را یک طرف و وزنه‌ی ۱ کیلویی را در طرف دیگر قرار می‌دهیم. چه‌قدر شکر در طرف ۱ کیلویی بریزیم تا کفه‌ها مساوی شوند؟ خوب معلوم است ۴ کیلو.

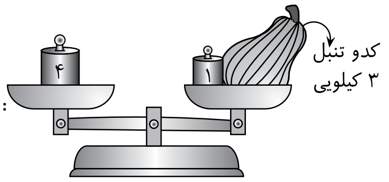


حالا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

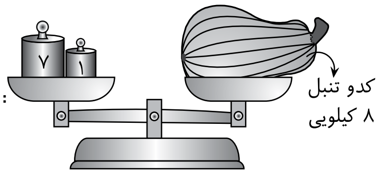
گزینه‌ی (۳) :



گزینه‌ی (۲) :



گزینه‌ی (۴) :



کدو تنبل ۹ کیلویی را فقط با استفاده از وزنه‌ها و ترازو نمی‌توان وزن کرد.

۲۰۴۹- گزینه‌ی **۴** با توجه به شکل ۱ متوجه می‌شویم که □ = ◯△ است. حال در شکل ۴ در کفه‌ی سمت چپ، △◇◯ داریم که می‌توانیم جای ◯△ یک □ بگذاریم . . . .
پس کفه‌ی سمت چپ ◇□ می‌شود یعنی در سمت راست هم این وزنه‌ها را که قرار دهیم تعادل برقرار می‌شود.

۲۰۵۰- گزینه‌ی **۴** ۲ تا ◯ برابر ۴ تا □ است پس ۱ ◯ برابر ۲ □ است.

$$\bigcirc\bigcirc=\square\square\square\square\Rightarrow\bigcirc=\square\square$$

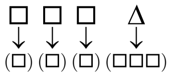
$$\underset{(\square\square)}{\underset{\downarrow}{\bigcirc}}\ \underset{(\square\square)}{\underset{\downarrow}{\bigcirc}}\ \underset{(\square\square)}{\underset{\downarrow}{\bigcirc}}=\Delta\Delta\Rightarrow\square\square\square\square\square\square=\Delta\Delta\Rightarrow\square\square\square=\Delta$$

با توجه به نتیجه‌های به دست آمده می‌توان گفت:

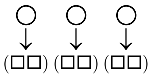
$$\underset{(\square\square\square)}{\underset{\downarrow}{\Delta}}\ \underset{(\square\square)}{\underset{\downarrow}{\bigcirc}}\ \underset{(\square)}{\underset{\downarrow}{\square}}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

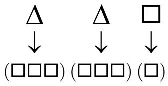
گزینه‌ی (۲) :



گزینه‌ی (۱) :



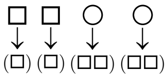
گزینه‌ی (۴):



۷ تا □ =

پس این گزینه موردنظر سؤال است.

گزینه‌ی (۳) :

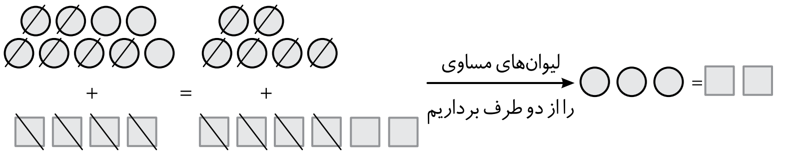


۲۰۵۱- گزینه‌ی ۴ چون یک پرتقال با ۵ هلو مساوی است. اگر در سطر دوم جدول به جای ۱ پرتقال ۵ هلو قرار دهیم خواهیم داشت که دو خربزه معادل ۸ هلو است. بنابراین ۱ خربزه معادل ۴ هلو است. از طرفی در سطر اول به جای ۵ خربزه می‌توان ۲۰ هلو قرار دارد یعنی بیست هلو معادل دو هندوانه است پس ۱ هندوانه با ۱۰ هلو برابر است.

هلو ۱۰ = ۱ هندوانه
هلو ۴ = ۱ خربزه
هلو ۵ = ۱ پرتقال
هلو ۱۹

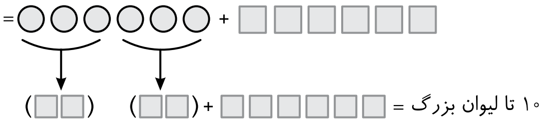
۲۰۵۲- گزینه‌ی ۳ لیوان کوچک را با ○ و لیوان بزرگ را با □ نشان می‌دهیم.

۶ لیوان کوچک   ۹ لیوان کوچک
+ = +
۶ لیوان بزرگ   ۴ لیوان بزرگ



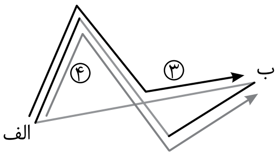
پس ۲ تا لیوان بزرگ مثل ۳ تا لیوان کوچک است.

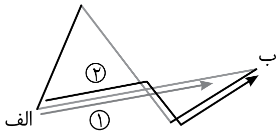
۶ لیوان بزرگ + ۶ لیوان کوچک = کوزه‌ی پر از آب



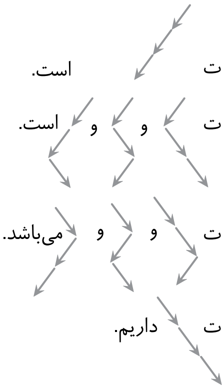
۲۰۵۳- گزینه‌ی ۱ هر چه مدت زمان کاری طولانی شود یعنی تعداد افراد کم شده است.

۲۰۵۴- گزینه‌ی ۳ مسیر حرکت را به دو صورت مقابل رسم می‌کنیم:
با توجه به نمودارها او از چهار مسیر متفاوت می‌تواند این کار را انجام دهد.





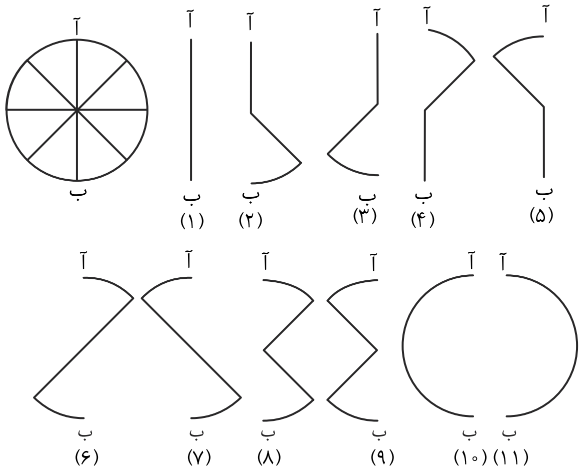
۲۰۵۵- گزینه‌ی ۴ مسیرهای مختلف برای رسیدن به ☆ را به چهار صورت زیر بررسی می‌کنیم:

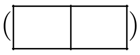


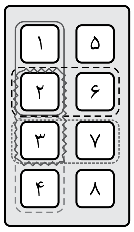
۱ مسیر برای رسیدن به صورت است.
۳ مسیر برای رسیدن به صورت و و است.
۳ مسیر برای رسیدن به صورت و و می‌باشد.
۱ مسیر برای رسیدن به صورت داریم.

۱+۳+۳+۱=۸

۲۰۵۶- گزینه‌ی ۱ اگر مسیرهای طی شده از (آ) به (ب) را نمایش دهیم مشخص می‌شود.



۲۰۵۷- گزینه‌ی ۳ مسیرهای دویدن را با توجه به محیط مستطیل ۲×۱ () که برابر ۶ است در شکل مقابل تعیین می‌کنیم.



مسیر ۱: دور مربع ۱ و ۲

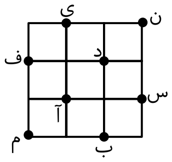
مسیر ۲: دور مربع ۲ و ۶

مسیر ۳: دور مربع ۳ و ۴

مسیر ۴: دور مربع ۳ و ۷

مسیر ۵: دور مربع ۲ و ۳

۲۰۵۸- گزینه‌ی ۱ ابتدا جدول را مطابق زیر نام‌گذاری می‌کنیم: مسیر (ن د آ م) تنها مسیر به طول ۳ است. و بقیه‌ی مسیرها را می‌توان نسبت به (ن م) قرینه کرد.

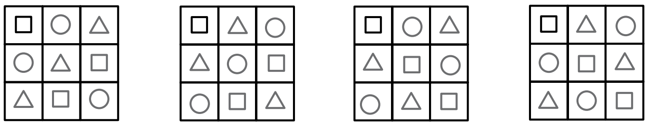


حالا جدول زیر را تشکیل می‌دهیم:

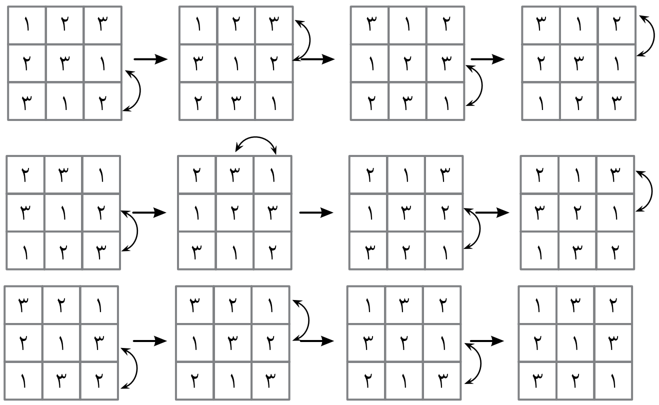
قرینه‌ی مسیر	اسم مسیر	طول مسیر
ن د آ م	ن د آ م	۳
ن د ی ف آ م	ن د س ب آ م	۵
ن د آ ب س د ی ف آ م	ن د آ ف ی د س ب آ م	۹
ن د س ب آ د ی ف آ م	ن د ی ف آ د س ب آ م	۹
ن د س ب آ ف ی د آ م	ن د ی ف آ ب س د آ م	۹

یعنی ۴ جفت مسیر و یک مسیر به طول ۳ داریم: ۴×۲+۱=۹

۲۰۵۹- گزینه‌ی ۲ در هر مربع باید هر سه شکل را قرار دهیم و فقط جای یک مربع معلوم است. با توجه به ثابت بودن جای ☐ حالت‌های روبه‌رو را خواهیم داشت.



۲۰۶۰- گزینه‌ی ۳ ابتدا یک حالت از اعداد را می‌چینیم حالا سطرها و ستون‌ها را جابه‌جا می‌کنیم.



از اینجا به بعد دیگر جابه‌جایی، حالت جدید درست نمی‌کند.

۲۰۶۱-گزینه‌ی ۳ عدد ۹ را باید به عنوان عدد بزرگ در سمت چپ و بالای جدول قرار دهیم و بعد بقیه‌ی رقم‌ها را بنویسیم (چون عدد ۹ بزرگ‌ترین است.) حالت‌های ممکن برای جدول عبارتند از:

۵	۷	۹
	۶	۸

۶	۷	۹
	۵	۸

۵	۸	۹
	۶	۷

۶	۸	۹
	۵	۷

۷	۸	۹
	۵	۶

۲۰۶۲-گزینه‌ی ۱ چون حاصلضرب رقم‌ها ۶ اســت و ۵ رقم داریم، رقم‌ها به یکی از دو صورت (۱ و ۱ و ۱ و ۲ و ۳) و (۶ و ۱ و ۱ و ۱ و ۱) هستند. اما مجموع ارقام در حالت دوم برابر ۱۰ است. پس فقط حالت (۲ و ۳ و ۱ و ۱ و ۱) را می‌توانیم قبول کنیم. حالا عددهای زوج را با این ارقام می‌نویسیم:

۳۱۱۱۲ ,۱۳۱۱۲ ,۱۱۳۱۲ ,۱۱۱۳۲

۲۰۶۳-گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول**: از بین ۴ دوست ○ , □ , Δ , ★ به ۴ حالت، دسته‌ی سه تایی می‌توان انتخاب کرد.

(★, Δ, □) , (★, Δ, ○), (★,□, ○), (Δ, □, ○)

راه‌حل دوم: برای انتخاب ۳ نفر، به خود زحمت ندهید. به جای انتخاب ۳ نفر یک نفر را حذف کنید و به گروه باقی‌مانده دقت کنید.

$(\bigstar, \Delta, \square, \xcancel{\bigcirc}), (\bigstar, \Delta, \xcancel{\square}, \bigcirc), (\bigstar, \xcancel{\Delta}, \square, \bigcirc), (\xcancel{\bigstar}, \Delta, \square, \bigcirc)$

۲۰۶۴-گزینه‌ی ۴ با استفاده از جدول نظام‌دار خواهیم داشت:

حالت	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
۱	۳	۲	۱
۲	۱	۳	۲
۳	۲	۱	۳
۴	۲	۳	۱
۵	۱	۲	۳
۶	۳	۱	۲
۷	۴	۱	۱
۸	۱	۴	۱
۹	۱	۱	۴
۱۰	۲	۲	۲

همان‌طور که در جدول ملاحظه شد تمام حالت‌های ممکن ۱۰ تا خواهد بود.

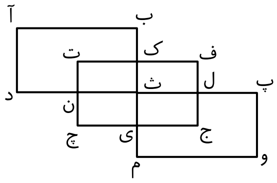
۲۰۶۵-گزینه‌ی ۳ جدول زیر حالت قدم‌های ایلیا و ترتیب آن‌ها را نشان می‌دهد:

تعداد	ترتیب قدم‌ها	نوع قدم‌ها
۱	۱-۱-۱-۱-۱-۱	فقط تک قدمی
۵	۱-۱-۱-۱-۲ و۱-۱-۱-۲-۱ و۱-۱-۲-۱-۱ و ۱-۲-۱-۱-۱ و ۲- ۱-۱-۱-۱	یک دو قدمی بقیه تک قدمی
۶	۱-۲-۲-۱ و ۱-۱-۲-۲و ۱-۲-۱-۲ و ۲-۱-۲-۱ و ۲-۱-۱-۲ و ۲-۲-۱-۱	دو تا دو قدمی بقیه تک قدمی
۱	۲-۲-۲	سه تا دو قدمی
۴	۱-۱-۱-۳ و ۱-۱-۳-۱ و ۱-۳-۱-۱ . ۳-۱-۱-۱	یک سه قدمی و بقیه تک قدمی
۱	۳-۳	دو تا سه قدمی
۶	۲-۱-۳ و ۱-۳-۲ و ۳-۲-۱ و ۲-۳-۱ و ۳-۱-۲ و ۱-۲-۳	یک سه قدمی یک دو قدمی یک تک قدمی

کل حالت‌ها برابر است با:

$$\underbrace{۱+۵}_{۶}+\underbrace{۶+۱}_{۷}+۴+\underbrace{۱+۶}_{۷}=۲۴$$

۲۰۶۶-گزینه‌ی ۱ ابتدا رأس‌ها را نام‌گذاری می‌کنیم:



مستطیل‌های (م و پ ث) (چ ج ف ت) (د ث ب آ)

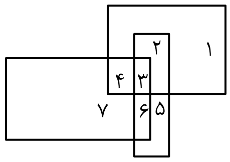
مستطیل‌های (چ ی ث ن)(ی ج ل ث)(ث ل ف ک)(ن ث ک ت)

مستطیل‌های (چ ج ل ن)(ن ل ف ت)

مستطیل‌های (ی ج ف ک)(چ ی ک ت)

۱۱ تا مستطیل

۲۰۶۷-گزینه‌ی ۳ تعدادی از مستطیل‌ها را به صورت جداگانه حساب می‌کنیم و تعدادی را هم به صورت ترکیبی حساب می‌کنیم ولی در هر دو شکل بهتر است داخل شکل شماره‌گذاری شود.



مستطیل‌های تکی: ۳ عدد - شامل (شماره‌ی ۳، شماره‌ی ۴، شماره‌ی ۶)

مستطیل‌های دوتایی: ۴ عدد - شامل (۳ و ۴)، (۳ و ۶)، (۲ و ۳)، (۵ و ۶)

مستطیل‌های چهارتایی: ۳ عدد - شامل (۲ و ۳ و ۵ و ۶)، (۱ و ۲ و ۳ و ۴)، (۳ و ۴ و ۶ و ۷)

بنابراین تمام مستطیل‌ها ۱۰ عدد می‌باشد. (۱۰=۳+۴+۳)

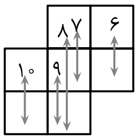
۲۰۶۸-گزینه‌ی ۱ تعداد مربع‌ها (۹=۲+۷) هفت مربع کوچک تک و دو مربع ۴ تایی است.

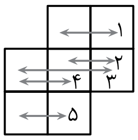
تعداد مستطیل‌ها هم ۱۰ تا است پس: ۱=۹−۱۰

نحوه‌ی شمارش مستطیل‌ها و مربع‌ها را در شکل زیر می‌بینید:

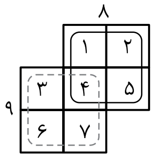
تعداد مستطیل‌ها:

توجه: تعداد مستطیل‌ها را به صورت شماره در شکل‌های مقابل نشان داده‌ایم تا از تکرار شکل‌ها جلوگیری شود.

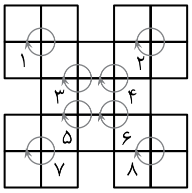




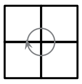
تعداد مربع‌ها:



۲۰۶۹-گزینه‌ی ۲ هریک از عددهای داده شده ۴ مربع کوچک را نشان می‌دهند که مربعی به ضلع ۲ را ساخته‌اند، یعنی ۸ مربع با این ویژگی داریم:

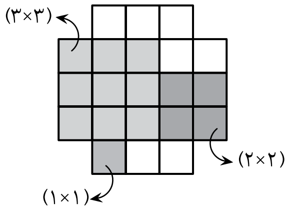


وسط هر مربع دو در دو یک نقطه وجود دارد.



در شکل بالا بعضی از مربع‌های ۲×۲ خانه‌های مشترک با بقیه‌ی مربع‌ها دارند به هنگام شمارش باید به آن‌ها توجه داشته باشیم.

۲۰۷۰-گزینه‌ی ۱ در چنین سؤالاتی سعی کنید نظم شمردن را حفظ کنید. مثلاً ابتدا فقط مربع‌های ۱×۱ را بشمارید. سپس ۲×۲، ۳×۳ و ...



تعداد مربع‌های ۱×۱=۲۱ تا

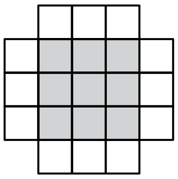
تعداد مربع‌های ۲×۲=۱۲تا

تعداد مربع‌های ۳×۳=۵ تا

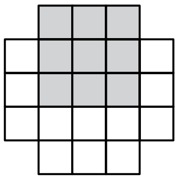
۲۱+۱۲+۵=۳۸

به طور مثال برای نشان دادن مربع‌های ۳×۳ شکل‌های زیر را داریم.

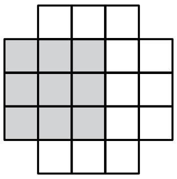
حالت ۵



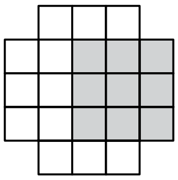
حالت ۴



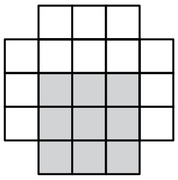
حالت ۳

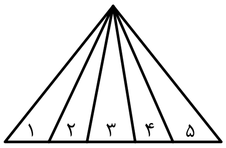


حالت ۲



حالت ۱





۲۰۷۱- گزینه‌ی ۱ **راه‌حل اول**: ابتدا شکل مقابل را در نظر گرفته و فضای آن را شماره‌گذاری می‌کنیم حال تعداد مثلث‌های این شکل را مشخص می‌کنیم:

واضح است که فضاهای شماره‌گذاری شده‌ی ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ مثلث هستند. اما مجموع مثلث‌های ۱و۲، ۲ و ۳، ... نیز مثلث است. بنابراین می‌توان تعداد مثلث‌ها را به صورت زیر به‌دست آورد:

مثلث‌های تک شماره: ۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۵
مثلث‌های ترکیبی با دو شماره: ۱+۲ , ۲+۳ , ۳+۴ , ۴+۵
مثلث‌های ترکیبی با سه شماره: ۱+۲+۳ , ۲+۳+۴ , ۳+۴+۵
مثلث‌های ترکیبی با ۴شماره: ۱+۲+۳+۴ , ۲+۳+۴+۵
مثلث‌های ترکیبی با۵ شماره: ۱+۲+۳+۴+۵

⇐ تعداد مثلث‌ها =۱۵

حال از آن‌جا که در شکل اصلی برای هر مثلث دو قاعده‌ی دیگر هم وجود دارد، پس تعداد کل مثلث‌ها ۳×۵=۴۵ تا است.

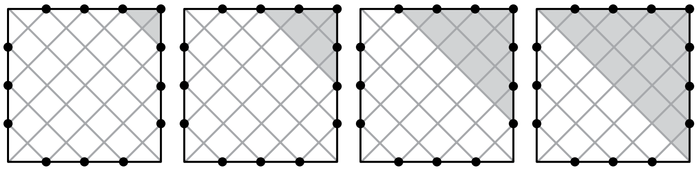
راه‌حل دوم: می‌توانستیم برای به‌دست آوردن تعداد مثلث‌های شکل بالا تعداد پاره‌خط‌های ضلع قاعده را پیدا کنیم تا تعداد کل مثلث‌هایی که رأس آن‌ها رأس مثلث اصلی و قاعده‌ی آن‌ها یکی از پاره‌خط‌های روی ضلع قاعده باشد، به‌دست آید.

$$\text{تعداد پاره‌خط‌ها} = \frac{\text{تعداد فاصله‌ها} \times \text{تعداد نقطه‌ها}}{۲}$$

$$\text{تعداد پاره‌خط‌ها} = ۱۵ = \frac{۶\times۵}{۲} \Rightarrow \text{تعداد مثلث‌ها روی یک پاره‌خط} = ۱۵$$

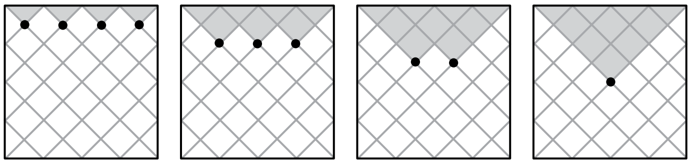
تعداد کل مثلث‌ها ۱۵×۳=۴۵

۲۰۷۲- گزینه‌ی ۴ دو نوع مثلث داریم. یک دسته آن‌هایی که زاویه روی رأس‌های مربع دارند.

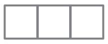
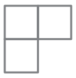
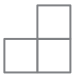
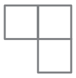
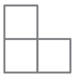


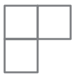
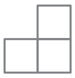
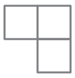
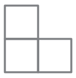
۴ مثلث روی یک رأس داریم. پس برای ۴ رأس ۱۶=۴×۴مثلث روی رأس‌ها داریم.

دسته‌ی دیگر مثلث‌هایی که وتر آن‌ها روی ضلع مربع است.



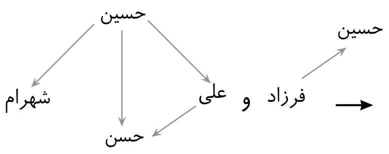
روی هر ضلع ۱۰=۱+۲+۳+۴ مثلث وجود دارد. پس برای ۴ ضلع ۴۰=۱۰×۴ مثلث داریم که در کل ۵۶=۱۶+۴۰ مثلث می‌شود.

۲۰۷۳- گزینه‌ی ۱ حالت‌های مختلف را می‌توان مانند نمونه‌های زیر از شکل نشان داد و ۳ مربع انتخاب شده فقط می‌توانند به شکل‌های  یا  و یا  و  و  و  باشد این شکل‌ها را در تصویر می‌شماریم:

 : ۲تا
 : ۳تا
 : ۳تا
 : ۳تا
 : ۴تا
 : ۴تا

تعداد کل: ۱۹=۴+۴+۳+۳+۳+۲

۲۰۷۴- گزینه‌ی ۳ شکل را در دو مرحله بررسی می‌کنیم:

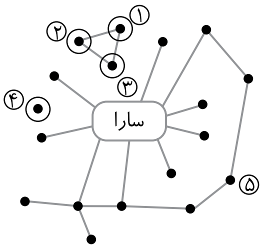


فرزاد از همه بلندتر است. ⟵

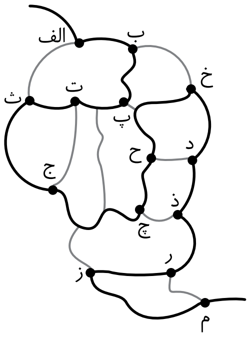
حسین از علی، حسن و شهرام
بلندتر است.

۲۰۷۵- گزینه‌ی ۴ روی شکل ابتدا دوستان ۱ و ۲ و ۳ و ۴ را حذف می‌کنیم چون هیچ ارتباطی با سارا ندارند. سپس سایر نقاط را بررسی می‌کنیم.

نقاطی که مستقیم به سارا وصل هستند، «دوستِ سارا» می‌باشند. و کسانی که فاصله‌شان تا سارا به اندازه‌ی دو پاره‌خط است «دوستِ دوستِ سارا» می‌باشد. تنها فاصله نقطه ۵ از سارا ۳ پاره‌خط است که به مهمانی دعوت نمی‌شود.

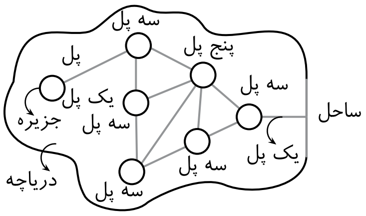


۲۰۷۶- گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل و نقاط داده شده روی آن علی می‌تواند تمام نقاط را طی کند و مانند مسیر زیر حرکت کند.

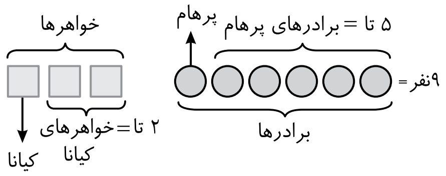


۲۰۷۷- گزینه‌ی ۱ شکل جزیره‌ها و دریاچه را به طور صحیح و مطابق صورت سؤال رسم می‌کنیم. شکل جزیره‌ها را به شکل زیر است:

یعنی فقط ۱ پُل به ساحل وصل می‌شود.

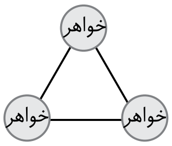


۲۰۷۸- گزینه‌ی ۳ تعداد خواهرها برابر است با:



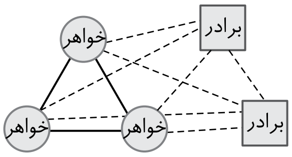
فرض کنید نام خواهر اول کیانا باشد کیانا ۲ خواهر و ۶ برادر دارد. ۲×۶=۱۲

۲۰۷۹- گزینه‌ی ۳ هر فرزند حداقل دو خواهر دارد. یعنی هر خواهر هم دو خواهر دیگر دارد. پس رابطه خواهرها در کم‌ترین حالت به این صورت است و ۳ خواهر داریم:



هر فرزند حداقل یک برادر دارد. یعنی هر برادر، حتما یک برادر دیگر دارد. پس ۲ برادر داریم:

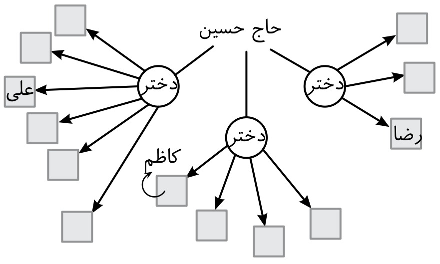
در نتیجه حداقل ۵ فرزند وجود دارد.



۲۰۸۰- گزینه‌ی ؟ در دو حالت سؤال را بررسی می‌کنیم

حالت اول: هر سه فرزند حاج حسین آقا دختر هستند. چون علی، کاظم و رضا با یکدیگر پسرخاله هستند، هرکدام فرزند یک بچه‌ی حاج حسین آقا می‌باشند. اگر یک دختر او ۶ پسر، دختر بعدی ۴ پسر و دختر آخر ۳ پسر داشته باشد، مسئله حل می‌شود.

تعداد نوه‌های پسری ۱۳ می‌شود.



حالت دوم: حاج حسین آقا سه پسر داشته باشد که با سه خواهر ازدواج کرده‌اند.

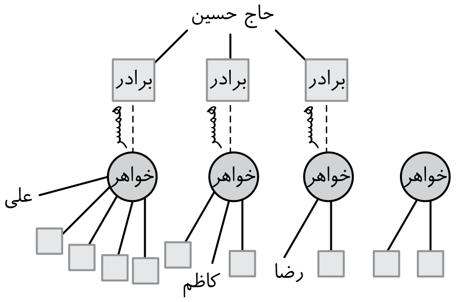
پسرخاله‌های علی=۳+۲+۲=۷

پسرخاله‌های کاظم=۵+۲+۲=۹

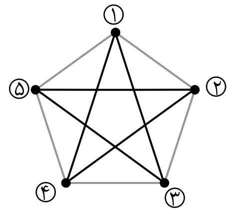
پسرخاله‌های رضا=۵+۳+۲=۱۰

تعداد نوه‌های پسری ۱۰=۲+۳+۵

به علت وجود دو گزینه‌ی صحیح در پاسخ‌ها، این تست اشتباه است و از آزمون تیزهوشان ۹۳ حذف شد.



۲۰۸۱- گزینه‌ی ۲ ۵ نفر را به صورت ۵ نقطه نشان می‌دهیم. هر دست دادن بین دو نفر نیز همان پاره خط بین آن‌هاست. چون همه با هم دست می‌دهند، شکل مقابل رسم می‌شود. دقت کنید هر نفر ۴ بار دست می‌دهد. پس تعداد دست دادن‌ها باید برابر ۴×۵=۲۰ باشد. اما چون دست دادن (۱) با (۲) و دست دادن (۲) با (۱) یکبار باید شمرده شود، عدد ۲۰ را بر ۲ تقسیم و حاصل ۱۰ را به‌دست می‌آوریم.



نکته: در یک مهمانی که همه با هم دست می‌دهند و تعداد مهمان‌ها ○است.

تعداد دست دادن‌ها$=\frac{\bigcirc\times(\bigcirc-۱)}{۲}$

۲۰۸۲- گزینه‌ی ۲ مانند سؤال قبل ابتدا تعداد دست دادن‌های ۸ نفر را پیدا می‌کنیم.

$$\frac{۸\times(۸-۱)}{۲}=\frac{۸\times۷}{۲}=۲۸$$

نفر نهم باید با ۴ نفر دست بدهد تا مقدار دست دادن‌ها برابر ۳۲ شود.

۲۰۸۳- گزینه‌ی ۱ هر ۲۵ نفر به ۲۴ نفر دیگر شاخه‌ی گل می‌دهند.

۲۵×۲۴=۶۰۰

۲۰۸۴- گزینه‌ی ۱ هر تیم باید با ۲۳ تیم دیگر بازی کند، بنابراین :

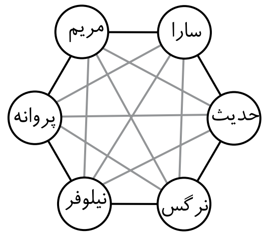
۲۴×۲۳=۵۵۲

۲۰۸۵- گزینه‌ی ۳ هر نفر با نفر دیگر فقط یکبار بازی می‌کند. چون ۶ نفر هستند، پس هر نفر ۵ بازی کرده است. نمودار بازی‌های این افراد به صورت زیر است. هر بازی بین دو نفر با یک خط مشخص شده است. پس تعداد پاره‌خط‌ها = تعداد بازی‌های =۱۵

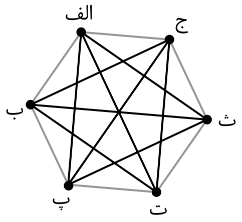
تعداد بردهای مریم، پروانه، نیلوفر، نرگس و سارا برابر است با:

۴+۳+۲+۲+۲=۱۳

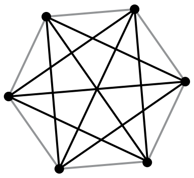
هر بازی برد یا باخت دارد. پس تکلیف ۱۳ بازی روشن شده است و ۱۵−۱۳=۲ بازی را نیز حدیث برده است.



۲۰۸۶- گزینه‌ی ۳ هر تیم را یک نقطه در نظر گرفته و گروه‌ها را به صورت روبه‌رو می‌کشیم: هربازی بین دو تیم با یک پاره خط معلوم می‌شود.



تعداد بازی‌های درون گروه (۱)=۱۵×۲=۳۰



تعداد بازی‌های درون گروه (۲)=۱۵×۲=۳۰

تیم الف با شش تیم گروه (۲) بازی می‌کند، تیم‌های ب، پ و ت، ث و ج هم هر کدام ۶ بازی انجام می‌دهند. پس مجموع بازی‌های بین گروهی برابر است با: ۶×۶=۳۶

کل ۳۰+۳۰+۳۶=۹۶

۲۰۸۷-گزینه‌ی ۴ ابتدا توسط فرمول زیر تعداد یک بار بازی‌ها را محاسبه می‌کنیم

$$\text{تعداد بازی، اگر یکبار با هم بازی کنند}=\frac{(\text{تعداد تیم})\times(\text{تعداد تیم}-۱)}{۲}$$

$$\frac{۴\times(۴-۱)}{۲}=\frac{۱۲}{۲}=۶$$

تعداد کل بازی‌ها ۶×۴=۲۴

اگر بازی‌ها حالت مساوی نداشته باشد جمع امتیازها ۷۲ می‌شود (۷۲=۳×۲۴)، ولی طبق صورت سؤال مجموع امتیازها برابر شده است با:

مجموع = (امتیاز تیم د) + (امتیاز تیم ج) + (امتیاز تیم ب) + (امتیاز تیم الف)

۶۶ = ۱۲ + ۱۶ + ۱۷ + ۲۱

امتیازهای گرفته نشده ۷۲−۶۶=۶

تعداد بازی‌هایی که مساوی شده است: ۶÷۲=۳

۲۰۸۸-گزینه‌ی ۱ به مثال زیر دقت کنید. در کلاس ۱۰ نفر زیر می‌خواهیم از هر نفر بپرسیم: «چند نفر هم‌نام تو هستند؟» نام هر شخص بالای سر او نوشته شده است.

نام‌ها	علی	احسان	رضا	علی	علی	روزبه	رضا	محمد	محمد	رضا
نفرات	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم	دهم
پاسخ به سؤال	۲	۰	۲	۲	۲	۰	۲	۱	۱	۲

نفر اول در پاسخ سؤال ما می‌گوید « ۲ نفر هم‌نام من هستند»

نام نفرات اول، چهارم و پنجم علی است و پاسخ همه آن‌ها ۲ نفر است. پس طبق صورت سوال ما فقط یک بار عدد ۲ را باید بنویسیم.

نفر سوم هم در پاسخ سوال ما می‌گوید:« ۲ نفر هم‌نام من هستند»

نام نفرات سوم، هفتم و دهم رضا است و پاسخ همه آن‌ها ۲ نفر است که چون عدد ۲ را در پاسخ نفر اول نوشته‌ایم، پاسخ نفر سوم را نمی‌نویسیم.

با توجه به جدول، فقط باید بنویسیم: ۲، صفر و ۱

هم‌چنین اگر علی در جواب سؤال بگوید «۲ نفر هم‌نام من هستند» می‌فهمیم که ۱+۲ نفر در کلاس هستند که نام علی دارند.

حالا حل سؤال: فرض کنید، نفر اول هم‌نامی ندارد، نفر دوم یک هم‌نام دارد، نفر سوم دو هم‌نام و . . . .

نفر اول هم‌نام ندارد → ۱+۰=۱
نفر دوم یک هم‌نام دارد → ۱+۱=۲
نفر سوم دو هم‌نام دارد → ۱+۲=۳
نفر چهارم سه هم‌نام دارد → ۱+۳=۴
نفر پنجم چهار هم‌نام دارد → ۱+۴=۵

۱+۲+۳+۴+۵=۱۵

از ۵ نفر جواب را پرسیده و یادداشت کرده‌ایم. اگر از نفر ۶ نیز سؤال کنیم تعداد افراد از ۲۰ نفر عبور می‌کند و از تعداد افراد بیان شده در سؤال بیش‌تر خواهد شد.

نفر ششم پنج هم نام دارد ۱+۵=۶

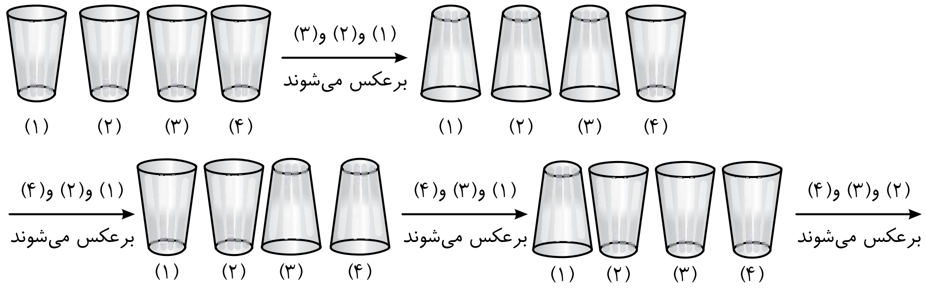
در این شرایط درست نمی‌باشد ۱۵+۶=۲۱

۲۰۸۹-گزینه‌ی ۱ برای این که کار بهتر است جدولی رسم کنیم و حالت‌های ممکن برای هر دو نفر را در این جدول نشان دهیم:

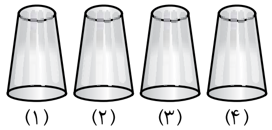
تعداد دور	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
رومینا	۱۲	۵	۱۰	۳	۸	۱	۶
روناز	۱۲	۳	۶	۹	۱۲	۳	۶

همان‌طور که می‌بینید آن‌ها در دور ششم به هم می‌رسند و بازی تمام خواهد شد.

۲۰۹۰- گزینه‌ی ۲ طبق حرکت‌های زیر، مسأله را حل می‌کنیم.



۴ تغییر که در ۴ دقیقه انجام می‌شود.



۲۰۹۱- گزینه‌ی ۱ برای مرتب کردن حرف a و قرار دادن آن در ابتدا می‌توان یکی از دو عملیات زیر را انجام داد.

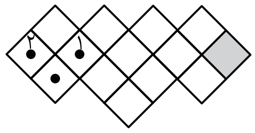
۱) Olgoopublication $\xrightarrow{\text{۱۰ سکه بدهید}}$ algoopublicotion

۲) a را با c، سپس a را با i سپس a را l، سپس a را با b، سپس aرا با u و … و در نهایت a را با o جابه‌جا کنید.

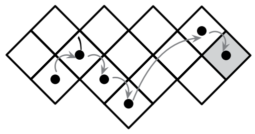
در هر مرحله صفر سکه داده‌اید و در نتیجه صفر سکه پرداخت کرده‌اید.

می‌بینید که با پرداخت صفر سکه هم توانستیم a را جابه‌جا کنیم، پس با استفاده از صفر سکه می‌توان هر ترتیب دلخواهی از حروف را ساخت.

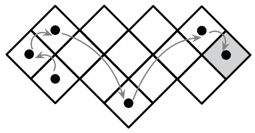
۲۰۹۲- گزینه‌ی ۳ با یک بار تا کردن کاغذ می‌توان مربع (۱) یا مربع (۲) را جوهری کرد.

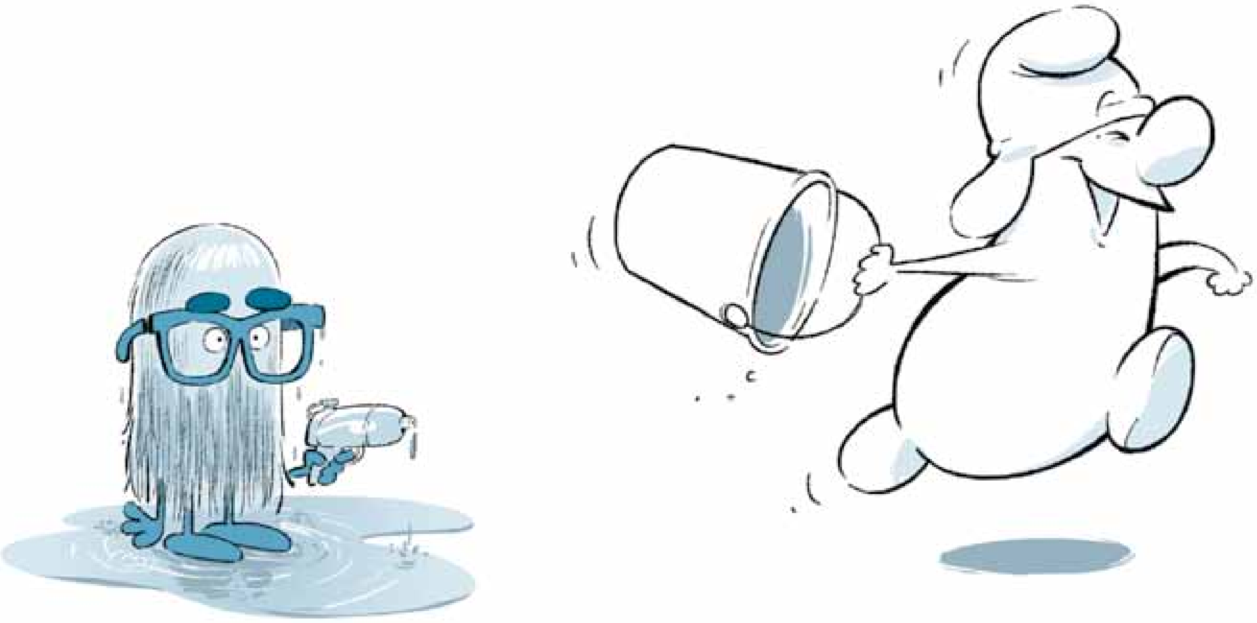


در دو مسیر زیر با کم‌ترین تعداد تا کردن مربع خاکستری جوهری می‌شود.



در هر دو مسیر ۵ بار کاغذ را تا کرده‌ایم.





فصل نهم

استعداد تحلیلی

پاسخ‌های تشریحی

۲۰۹۳- گزینه‌ی ۴ در شکل‌های داده شده هر دو مثلث متساوی‌الساقین هستند. یکی از آن‌ها کاملاً رنگی و دیگری هاشور دارد. جواب گزینه‌ی (۴) است چون علاوه بر داشتن هاشور، ضلع پایین آن روی خط افقی است در صورتی که مثلث گزینه‌ی (۲) کج شده است.

۲۰۹۴- گزینه‌ی ۲ در شکل‌های داده شده، به تعداد نقطه‌ها خط رسم شده است. تنها در گزینه‌ی (۲) تعداد خط‌ها و نقطه‌ها مساوی است.

۲۰۹۵- گزینه‌ی ۱ در شکل‌های داده شده شکل رنگی از همه بالاتر است که این حالت فقط در شکل (۱) دیده می‌شود.

۲۰۹۶- گزینه‌ی ۴ در شکل‌های داده شده جهت پیکان‌ها به سمت بالاست و در هر طرف یک شکل وجود دارد که نصف یکی از آن‌ها رنگی است. فقط گزینه‌ی (۴) این ویژگی‌ها را دارد.

۲۰۹۷- گزینه‌ی ۳ در شکل‌های داده شده، دو دایره بریده شده‌اند. نقطه‌ای روی خط محور تقارن و در طرف بریده شده دیده می‌شود. در شکلی که دایره نصف شده است، دو مثلث توپُر در کنار نقطه و در شکلی که کم‌تر از نصف دایره بریده شده است، یک دایره‌ی توپر دور از نقطه دیده می‌شود. تنها گزینه‌ی (۳) این ویژگی‌ها را دارد.

۲۰۹۸- گزینه‌ی ۳ در هر کدام از شکل‌های داده شده، دو شکلی که با هم متقاطع هستند از یک نوع‌اند و محل تقاطع دو شکل در سمت چپ است و شکل بیرونی متفاوت است. هم‌چنین اگر ناحیه‌ی داخلی شکل‌های متقاطع رنگ شده باشد، شکل متفاوت بیرونی، هم رنگی است. تنها گزینه‌ی (۳) این ویژگی‌های را دارد.

۲۰۹۹- گزینه‌ی ۱ در شکل‌های داده شده به تعداد شکل‌هایی که محیط آن‌ها خط‌چین است قطره وجود دارد. همچنین یکی از مربع‌های پایین رنگی است و چندضلعی بزرگ پنج ضلعی است. تنها گزینه‌ی (۱) این خاصیت‌ها را دارد.

۲۱۰۰- گزینه‌ی ۲ در شکل‌های داده شده به تعداد خط‌های زیر شکل‌ها،  و  وجود دارد. همچنین  در کنار قرار گرفته است. تنها گزینه‌ی (۲) این حالت‌ها را دارد.

۲۱۰۱- گزینه‌ی ۳ در شکل‌های داده شده، تعداد خط‌های درون هر شکل، یکی کم‌تر از تعداد ضلع‌ها است.

۲۱۰۲- گزینه‌ی ۱ در شکل‌های داده شده، اگر نصف شکلی رنگ شده، نصف شکل دیگر به صورت متفاوت رنگ شده و شکل افقی است. در شکلی که $\frac{۳}{۴}$ مستطیل رنگ شده، $\frac{۱}{۴}$ مستطیل روبه‌روی آن رنگ شده است و شکل عمودی است. این حالت در گزینه‌ی (۱) دیده می‌شود.

۲۱۰۳- گزینه‌ی ۳ در شکل‌های داده شده همه‌ی پیکان‌ها به صورت ——▷ هستند و سر پیکان‌ها توخالی است.

۲۱۰۴- گزینه‌ی ۴ در گزینه‌ی (۴) مانند شکل‌های داده شده، خط تقارن رسم شده است.

۲۱۰۵- گزینه‌ی ۲ شکل‌های داده شده ۴ ضلع (خط بیرونی) دارند که دو تا از آن‌ها خمیده است. گزینه‌ی (۲) نیز ۲ خط راست و ۲ خط خمیده دارد.

۲۱۰۶- گزینه‌ی ۴ در شکل گزینه‌ی (۴) مانند شکل‌های داده شده، ناحیه‌ی پایین خاکستری و تعداد خط‌ها (\|/) سه تا است.

۲۱۰۷- گزینه‌ی ۲ شکل گزینه‌ی (۲) هم‌رنگ شکل‌های داده شده و مانند آن‌ها $\frac{۳}{۴}$ آن خاکستری است.

۲۱۰۸- گزینه‌ی ۱ در شکل گزینه‌ی (۱) مانند شکل‌های داده شده، خط از روی هر دو شکل گذشته است و آن‌ها را قطع کرده است.

۲۱۰۹- گزینه‌ی ۲ شکل گزینه‌ی (۲) شبیه شکل چپ در شکل‌های داده شده است.
گزینه‌های (۳) و (۴) شبیه شکل وسط نیستند. چون تعداد ضلع‌های شکل با محیط خط‌چین در شکل وسط، از شکل با محیط خط توپُر کم‌تر است.

۲۱۱۰- گزینه‌ی ۴ در شکل‌های داده شده، تعداد ضلع‌های با محیط خط‌چین از تعداد ضلع‌های با محیط توپُر کم‌تر است. گزینه‌ی (۴) این حالت را دارد.

۲۱۱۱- گزینه‌ی ۱ در شکل‌های داده شده، تعداد (×) ها با تعداد ضلع‌های خمیده برابر است. پس گزینه‌های (۱) و (۳) می‌توانند درست باشند. اما در شکل گزینه‌ی (۳) علامت‌های روی ضلع‌ها شبیه هیچ‌کدام از شکل‌های داده شده نیست.

۲۱۱۲- گزینه‌ی ۴ در همه‌ی شکل‌ها باید شکل بیرونی ۱۰ ضلعی و شکل داخلی چهارضلعی و رنگی باشد.

۲۱۱۳- گزینه‌ی ۱ در همه شکل‌های داده شده، می‌توان با کنار هم قرار دادن تکه‌ها یک مربع ساخت که همه‌ی آن رنگی نیست.

۲۱۱۴- گزینه‌ی ۲ شباهت شکل گزینه‌ی (۲) با شکل سمت چپ واضح است.

۲۱۱۵- گزینه‌ی ۱ در همه شکل‌ها تعداد ضلع‌های شکل داخلی با شکل بیرونی برابر است و با یک‌دیگر هم‌جهت هستند.

۲۱۱۶- گزینه‌ی ۲ در همه‌ی شکل‌ها هاشور به صورت (▨) باید باشد و شکل کوچک باید نسبت به شکل‌های بزرگ ۴۵ درجه چرخیده باشد.

۲۱۱۷- گزینه‌ی ۴ همه شکل‌ها باید به ۴ تکه مساوی تقسیم شده باشد.

۲۱۱۸- گزینه‌ی ۲ در همه شکل‌ها باید ناحیه داخلی رنگی و ناحیه بیرونی بی‌رنگ باشد. همچنین شکل‌های کوچک نباید نسبت به شکل‌های بزرگ چرخیده باشند.

۲۱۱۹- گزینه‌ی ۲ در همه شکل‌ها، شکل داخلی نباید در مرکز باشد و شکل بیرونی حتماً دایره است.

۲۱۲۰- گزینه‌ی ۲ شکل (۲) عیناً با شکل سمت چپ مساوی است.

۲۱۲۱- گزینه‌ی ۱ همه شکل‌ها باید به ۵ ناحیه تقسیم شوند.

۲۱۲۲- گزینه‌ی ۲ در همه شکل‌ها باید خطی به شکل ------- وجود داشته باشد.

۲۱۲۳- گزینه‌ی ۲ در هر مرحله از راست به چپ یکی به تعداد فرورفتگی‌ها اضافه می‌شود.

۲۱۲۴- گزینه‌ی ۳ در هر مرحله از راست به چپ، دایره‌ها روی یک ضلع و در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کنند. پیکان‌ها (⟶) نیز در هر مرحله یکی در میان روی ضلع‌ها در خلاف جهت عقربه‌ها حرکت می‌کنند.

۲۱۲۵- گزینه‌ی ۳ در هر مرحله تعداد ضلع‌ها یکی اضافه می‌شود. الگوی تغییر دایره‌ها نیز به این صورت است: ⊗,●,○,⊗,●,○, ... همچنین دایره‌ها به‌ترتیب یکبار داخل، یکبار خارج، یکبار داخل، یکبار خارج قرار گرفته‌اند.

۲۱۲۶- گزینه‌ی ۲ در هر مرحله از راست به چپ تعداد دایره‌های بزرگ یکی اضافه و تعداد دایره‌های کوچک یکی کم می‌شود. دایره‌های بزرگ دایره‌های کوچک را قطع نمی‌کنند.

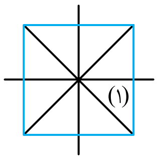
۲۱۲۷- گزینه‌ی ۲ در هر مرحله شکل نسبت به یک خط عمودی قرینه می شود و (●) روی قطر بالا رفته و سپس دوباره پایین می‌آید و به همین ترتیب ادامه دارد.

۲۱۲۸- گزینه‌ی ۳ در هر مرحله شکل کلی تغییر نمی‌کند اما تعداد ناحیه‌های مشترک رنگی یکی اضافه می‌شود.

۲۱۲۹- گزینه‌ی ۴ در هر مرحله شکل ۴۵ درجه در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد.

۲۱۳۰- گزینه‌ی ۱ در هر شکل یک نقطه (○) و یک مربع (□) اضافه می‌شود. دقت کنید شکل گزینه‌ی (۲) ادامه شکل سمت چپ داده شده نیست.

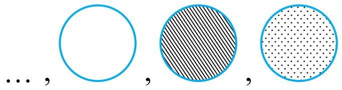
۲۱۳۱- گزینه‌ی ۲ یکی از مثلث‌ها را در شکل‌ها مثلث (۱) بنامید.



این مثلث ابتدا سیاه، سپس خاکستری، دوباره سیاه و سپس خاکستری می‌شود.

۲۱۳۲- گزینه‌ی ۳ الگوی قرار گرفتن شکل‌های پایین مستطیل به‌صورت روبه‌رو است: ... ▼□●▼□●

۲۱۳۳- گزینه‌ی ۴ در هر مرحله شکل حدود ۶۰ درجه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد و الگوی رنگ داخل آن به صورت روبه‌رو است:



۲۱۳۴- گزینه‌ی ۲

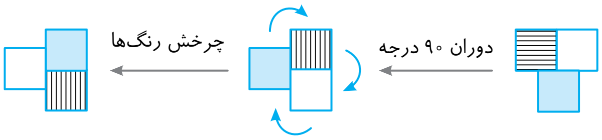
۲۱۳۵- گزینه‌ی ۴ هر بار شکل کمی در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد.

۲۱۳۶- گزینه‌ی ۴ هر بار دو تا  یا دو تا  به بالاترین ردیف شکل‌ها اضافه می‌شود.

۲۱۳۷-گزینه‌ی ۱ از بخش اولی به دومی خط شکسته قرینه شده است. یک خط عمودی کم شده است و یک دایره سفید به سیاه تبدیل شده است، پس برای رسیدن از شکل سوم به شکل چهارم، برعکس همین کارها را انجام می‌دهیم.

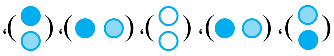
۲۱۳۸-گزینه‌ی ۱ در هر مرحله روی قطر مربع بزرگ یک دایره (○) یکبار از پایین یکبار از بالا اضافه می‌شود و رنگ مربع و مثلث داخل هر شکل عوض می‌شود.

۲۱۳۹-گزینه‌ی ۲ در هر مرحله شکل ۹۰ درجه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد، سپس رنگ‌ها روی مربع‌ها در جهت همان عقربه‌های ساعت جابه‌جا می‌شوند.



۲۱۴۰-گزینه‌ی ۲ در هر مرحله ناحیه رنگی از مرکز دور می‌شود. ناحیه خاکستری از مرکز دور می‌شود و دوباره روی مرکز می‌افتد.

۲۱۴۱-گزینه‌ی ۲ هر بار پیکان‌ها ۹۰ درجه در جهت عقربه‌ها می‌چرخند و تعداد آن‌ها یکی کم می‌شود.

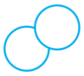
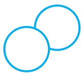
۲۱۴۲-گزینه‌ی ۱ هر بار کل شکل ۹۰ درجه در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد. الگوی دایره‌ها به صورت روبه‌رو است.  ...

۲۱۴۳-گزینه‌ی ۱ در همه شکل‌ها به جز شکل گزینه‌ی (۱) دایره‌ی توپُر وجود دارد.

۲۱۴۴-گزینه‌ی ۱ در همه شکل‌ها، تصویر  وجود دارد، در صورتی که در شکل گزینه‌ی (۱) تصویر  وجود دارد.

۲۱۴۵-گزینه‌ی ۳ در همه شکل‌ها، دو تصویر به هم وصل شده با هم برابرند اما در شکل گزینه‌ی (۳) این‌طور نیست.

۲۱۴۶-گزینه‌ی ۳ در همه شکل‌ها، دو مستطیل با هم برخورد کرده‌اند، اما در شکل گزینه‌ی (۳) این‌طور نیست.

۲۱۴۷-گزینه‌ی ۲ در همه شکل‌ها، تصویر  دیده می‌شود اما در گزینه‌ی (۲) تصویر  وجود دارد.

۲۱۴۸-گزینه‌ی ۴ در همه شکل‌ها، تصویر  دیده می‌شود، اما در گزینه‌ی (۴) تصویر  وجود دارد که پیچش آخر را ندارد.

۲۱۴۹-گزینه‌ی ۱ در همه شکل‌ها  به  وصل شده است. اما در گزینه‌ی (۱) برعکس است.

۲۱۵۰-گزینه‌ی ۴ در همه شکل‌ها وسط یک تصویر به ضلع تصویر دیگر وصل شده اما در شکل گزینه‌ی (۴) وسط یک تصویر به وسط تصویر دیگر وصل شده است.

۲۱۵۱-گزینه‌ی ۱ در همه شکل‌ها، تعداد نقطه‌های شکستگی در سمت راست و چپ شکل برابر است. مثلاً در شکل گزینه‌ی (۴)، ۵ نقطه‌ی شکستگی در سمت راست و ۵ نقطه‌ی شکستگی در سمت چپ قرار دارد. اما در شکل گزینه‌ی (۱)، ۴ نقطه‌ی شکستگی در سمت راست و ۵ نقطه‌ی شکستگی درست چپ قرار دارد.

۲۱۵۲-گزینه‌ی ۱ در همه شکل‌ها یک الگو در ردیف‌های شکل دیده می‌شود، یعنی در طبقه بالا ۱ شی، در طبقه بعدی ۲ شی، در طبقه بعدی ۳ شی و در طبقه پایین ۴ شی، ... وجود دارد. اما در شکل گزینه‌ی (۱) این الگو وجود ندارد.

۲۱۵۳-گزینه‌ی ۴ در همه شکل‌ها ■ داخل مثلث سمت راست قرار دارد، اما در شکل گزینه‌ی (۴)، ■ داخل مثلث سمت چپ قرار گرفته است.

۲۱۵۴-گزینه‌ی ۱ در شکل‌های گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) یک رابطه بین تعداد گلبرگ‌های هر شکل و دایره‌های داخل آن وجود دارد. تعداد دایره‌ها یکی کم‌تر از تعداد گلبرگ‌هاست. اما در شکل گزینه‌ی (۱) این طور نیست.

۲۱۵۵-گزینه‌ی ۲ گزینه‌ی (۲) یک دایره را نشان می‌دهد. اما بقیه شکل‌ها چندضلعی هستند.

۲۱۵۶-گزینه‌ی ۲ گزینه‌ی (۲) پنج‌ضلعی است، اما بقیه‌ی شکل‌ها ۶ ضلع دارند.

۲۱۵۷-گزینه‌ی ۱ شکل گزینه‌ی (۱) با انجام دوران روی هیچ‌کدام از شکل‌های دیگر منطبق نمی‌شود، اما سه گزینه‌ی دیگر را با دوران می‌توان بر هم منطبق کرد.

۲۱۵۸-گزینه‌ی ۴ فقط در گزینه‌ی (۴)، دایره‌ی داخل ستاره سفید است و در بقیه گزینه‌ها، مربع و دایره‌ی داخلی رنگی هستند.

۲۱۵۹-گزینه‌ی ۳ در گزینه‌ی (۳)، ۷ ناحیه ایجاد شده اما در بقیه گزینه‌ها ۶ ناحیه داریم.

۲۱۶۰-گزینه‌ی ۱ در شکل گزینه‌ی (۱) تعداد ستاره‌های داخل مثلث ۴ تا است و با تعداد ضلع‌های مثلث برابر نیست. اما در بقیه گزینه‌ها تعدا شی‌های داخل هر چندضلعی با تعداد ضلع‌های آن مساوی است.

۲۱۶۱- گزینه‌ی ۲ در همه گزینه‌ها ۲ رنگ تیره و روشن دیده می‌شود، اما در شکل گزینه‌ی (۲) فقط رنگ روشن را داریم.

۲۱۶۲- گزینه‌ی ۱ در همه‌ی گزینه‌ها داخل دایره یا مربع دو خط افقی (=) وجود دارد، اما در گزینه‌ی (۱) سه خط افقی (≡) دیده می‌شود.

۲۱۶۳- گزینه‌ی ۴ در همه گزینه‌ها به جز گزینه‌ی (۴) تعداد مثلث‌های رنگی سمت راست با تعداد مثلث‌های رنگی‌ها سمت چپ برابر است.

۲۱۶۴- گزینه‌ی ۴ در گزینه‌ی (۴) زاویه راست وجود دارد اما در بقیه گزینه‌ها وجود ندارد.

۲۱۶۵- گزینه‌ی ۳ فقط در گزینه‌ی (۳) خط مورب (کج) وسطی سفید است.

۲۱۶۶- گزینه‌ی ۲ در همه گزینه‌ها به جز گزینه‌ی (۲)، دایره‌ی توپُر (●) در مرکز دایره‌ی کوچک قرار دارد.

۲۱۶۷- گزینه‌ی ۴ در همه گزینه‌ها به جز گزینه‌ی (۴) مربع یا مستطیل روی ضلع مثلث افتاده است.

۲۱۶۸- گزینه‌ی ۴ در سمت چپ دایره از بیرون ستاره ۶ گوشه در شکل بالا به داخل ستاره ۶ گوشه رفته است. پس در سمت راست نیز مربع به داخل ستاره ۴ گوشه می‌رود.

۲۱۶۹- گزینه‌ی ۱ در پایین، چندضلعی بیرونی نسبت به خط عمودی قرینه شده است دایره کوچک‌تر شده و ناحیه رنگی آن دو تکه شده است. پس در بالا نیز همین اتفاق می‌افتد.

۲۱۷۰- گزینه‌ی ۴ در بالا پیکان کوچک و رنگی شده و با مربع سفید و بزرگ جای خود را عوض کرده‌اند. در پایین هم همین اتفاق می‌افتد.

۲۱۷۱- گزینه‌ی ۱ در بالا پیکان خمیده ۹۰ درجه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت چرخیده اما دایره و قطر آن ۴۵ درجه در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت چرخیده است.

۲۱۷۲- گزینه‌ی ۳ در بالا شکل فقط ۹۰ درجه در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت چرخیده است.

۲۱۷۳- گزینه‌ی ۳ از بالا به پایین در هر ردیف یک شکل بیرون رفته و شکل دیگری داخل ردیف پایین‌تر شده است پس از ردیف دوم به سوم نیز ▨ خارج شده و 💧 داخل شده و □ از راست به وسط حرکت کرده است.

۲۱۷۴- گزینه‌ی ۲ در هر ردیف شکل‌ها از چپ به راست، ۴۵ درجه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخند.

۲۱۷۵- گزینه‌ی ۱ در هر ردیف در هر مرحله از چپ به راست تعداد شکستگی‌های پیکان‌ها یکی اضافه می‌شود. الگوی رنگ‌آمیزی ۴ تا شکل کنار هم در هر ردیف سه حالت دارد. 

۲۱۷۶- گزینه‌ی ۱ فقط در ردیف پایین ◩ وجود ندارد.

۲۱۷۷- گزینه‌ی ۱ در هر ردیف مربع‌های چسبیده به ضلع‌ها ۹۰ درجه می‌چرخند ستون سمت چپ ☒ ندارد و ⧄ یا ⧅ را دارد.

۲۱۷۸- گزینه‌ی ۲ هر ردیف نسبت به خط افقی قرینه می‌شود و ردیف پایین را می‌سازد.

۲۱۷۹- گزینه‌ی ۴ در ردیف وسط خط روبه‌روی ● و ○ بلندتر است و دایره‌ها هر مرحله یکی بالا می‌رود و رنگ آن یکی در میان تغییر می‌کند.

۲۱۸۰- گزینه‌ی ۴ دو ستون سمت چپ باید قرینه یک‌دیگر باشند. (مانند پایین دو ستون)

۲۱۸۱- گزینه‌ی ۴ مربع‌ها حول مرکز در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخند.

۲۱۸۲- گزینه‌ی ۳ مربع‌ها حول مرکز در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخند.

۲۱۸۳- گزینه‌ی ۳ مربع‌ها حول مرکز می‌چرخند.

۲۱۸۴- گزینه‌ی ۱ جدول نسبت به خط عمود قرینه است.

۲۱۸۵- گزینه‌ی ۱ در ردیف بالا قرینه‌های نسبت به خط عمودی هر شکل یکی در میان قرار گرفته‌اند. در ردیف پایین نیز این دیده می‌شود.

۲۱۸۶- گزینه‌ی ۱ در ردیف بالا ▯ به سه مستطیل افقی تبدیل شده است. مستطیل بالا و پایین خاکستری شده و دایره داخلی رنگی باقی مانده است. اما در مستطیل وسط دایره سفید شده است.

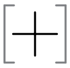
۲۱۸۷-گزینه‌ی ۲ در هر ردیف یکی از شکل‌های ☆ و ▱ و ⏢ وجود دارد و سه حالت رنگی، خاکستری و سفید دیده می‌شود، همچنین در هر ردیف نسبت به ردیف قبل فقط دو تا از شکل‌ها ۱۸۰ درجه چرخیده‌اند. در ردیف دوم به سوم، ستاره و ذوزنقه چرخیده‌اند، پس ▱ دیگر نمی‌چرخد.

۲۱۸۸-گزینه‌ی ۴ در بالا ▲ به ○ تبدیل شـده اسـت. خط‌های دور مربع حذف شده و یک خط افقی به پایین اضافه می‌شود. پس در پایین ○ به ▲ تبدیل شده و یک خط افقی به پایین اضافه می‌شود.

۲۱۸۹-گزینه‌ی ۳ شکل نسبت به خط افق قرینه است اما ناحیه‌های خاکستری در بالا به سفید در پایین و ناحیه‌های سفید در بالا به خاکستری در پایین تبدیل می‌شوند.

۲۱۹۰-گزینه‌ی ۱ در هر ردیف از چپ به راست شکل‌ها ۹۰ درجه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت به دور خود می‌چرخند.

۲۱۹۱-گزینه‌ی ۴ در هر ردیف از چپ به راست شکل‌ها ۹۰ درجه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخند.

۲۱۹۲-گزینه‌ی ۳ در هر ردیف شکل‌های  و  و  یا ۹۰ درجه دوران یافته‌ی آن‌ها وجود دارد.

۲۱۹۳-گزینه‌ی ۱ نقطه در ناحیه مشـترک لوزی و بیضی اسـت پس گزینه‌ی (۱) درست است. اما در گزینه‌های دیگر ناحیه‌ای که فقط لوزی و بیضی ناحیه مشترک داشته باشند، وجود ندارد.

۲۱۹۴-گزینه‌ی ۲ نقطه در ناحیه مشترک مربع، مثلث و بیضی قرار دارد. در گزینه (۲) هر سه شکل با هم ناحیه مشترک دارند.

۲۱۹۵-گزینه‌ی ۱ یکی از نقطه‌ها در ناحیه مشترک سه شکل و یکی از نقطه‌ها در ناحیه مشترک مثلث و بیضی قرار دارد.

۲۱۹۶-گزینه‌ی ۴ نقطه در ناحیه مشترک هر سه شکل وجود دارد.

۲۱۹۷-گزینه‌ی ۳ یک نقطه در ناحیه مشترک سه شکل و یکی از نقطه‌ها در ناحیه مشترک مثلث و بیضی قرار دارد.

۲۱۹۸-گزینه‌ی ۱ یک نقطه در ناحیه مشـترک هر سـه شـکل لوزی، مثلث و بیضی قرار دارد. نقطه دیگر در ناحیه مشترک مستطیل و بیضی قرار دارد و یک نقطه نیز فقط در ناحیه مستطیل است.

۲۱۹۹-گزینه‌ی ۳ نقطه در ناحیه مشترک لوزی و مثلث است.

۲۲۰۰-گزینه‌ی ۱ نقطه در ناحیه مشترک سه شکل است.

۲۲۰۱-گزینه‌ی ۳ یک نقطه در ناحیه مشترک مثلث، لوزی و بیضی شکل قرار دارد. نقطه دیگر در ناحیه مشترک مستطیل و بیضی قرار دارد. نقطه سوم نیز فقط در ناحیه مستطیل است.

۲۲۰۲-گزینه‌ی ۴ دو نقطه در ناحیه‌های مشترک لوزی و بیضی و مستطیل قرار دارد و نقطه‌ی سوم در ناحیه مشترک چهار شکل قرار دارد.

۲۲۰۳-گزینه‌ی ۲ دو نقطه در ناحیه مشترک بیضی و مستطیل و نقطه سوم در ناحیه مشترک چهار شکل قرار دارد.

۲۲۰۴-گزینه‌ی ۲ یکی در ناحیه مثلث، دیگری در ناحیه بیضی و نقطه سوم در ناحیه مشترک سه شکل قرار دارد.

۲۲۰۵-گزینه‌ی ۲ یک نقطه در ناحیه مشترک مثلث و بیضی، دیگری در ناحیه مشترک لوزی و بیضی و نقطه سوم در ناحیه بیضی قرار دارند.

۲۲۰۶-گزینه‌ی ۳ یک نقطه در ناحیه مثلث قرار دارد. نقطه دیگر در ناحیه بیضی و نقطه سوم در ناحیه لوزی و بیضی قرار دارد.

۲۲۰۷-گزینه‌ی ۳ یک نقطه در ناحیه مشترک سه شکل قرار دارد. نقطه دوم در ناحیه مشترک لوزی و بیضی و نقطه سوم در ناحیه مشترک مثلث و بیضی قرار دارد.

۲۲۰۸-گزینه‌ی ۱ یک نقطه در ناحیه مشترک سه شکل و نقطه دیگر در ناحیه مشترک لوزی و مستطیل قرار دارند.

۲۲۰۹-گزینه‌ی ۴ یک نقطه در ناحیه مشترک سه شکل و نقطه دوم در ناحیه مشترک بیضی و مستطیل قرار دارد.

۲۲۱۰-گزینه‌ی ۳ یک نقطه در ناحیه مشترک لوزی و بیضی و نقطه دوم در ناحیه مشترک مثلث و بیضی قرار دارد.

۲۲۱۱-گزینه‌ی ۲ نقطه در ناحیه مشترک لوزی و مثلث قرار دارد.

۲۲۱۲- گزینه‌ی ۴ یک نقطه در ناحیه مشترک سه شکل و نقطه دیگر در ناحیه مشترک بیضی و مثلث قرار دارد.

۲۲۱۳- گزینه‌ی ۳ شکل (الف) نسبت به خط افق قرینه شده است و شکل (ب) به وجود آمده است پس جواب قرینه شکل (پ) نسبت به یک خط افقی است.

۲۲۱۴- گزینه‌ی ۲ شکل (الف) ۱۸۰ درجه چرخیده و نسبت به خط عمودی قرینه شده است تا شکل (ب) به‌وجود بیاید. پس جواب با چرخش ۱۸۰ درجه شکل (پ) و سپس قرینه آن نسبت به خط عمودی به‌دست می‌آید.

۲۲۱۵- گزینه‌ی ۴ تکه سمت راست شکل رنگی را در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخانیم تا شکل کامل شود و همه‌ی آن را رنگ می‌کنیم.

۲۲۱۶- گزینه‌ی ۲ در شکل (الف) ▼ به ▽ تبدیل شده است و △ به ▲ تبدیل شده است.

۲۲۱۷- گزینه‌ی ۳ شکل (الف) ۴ بار به اندازه ۹۰ درجه دوران یافته تا شکل (ب) به‌وجود بیاید.

۲۲۱۸- گزینه‌ی ۳ شکل (الف) ۹۰ درجه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت چرخیده و پنج ضلعی رنگی شده و مثلث از رأس به خط‌ها وصل شده است. پس در شکل (پ) نیز اگر مثلث‌ها رنگی شوند و از ضلع به خط‌ها وصل شوند و شکل ۹۰ درجه بچرخد جواب به‌دست می‌آید.

۲۲۱۹- گزینه‌ی ۲ خط‌های پهن شکل (الف) به خط‌های نازک و خط‌های نازک به خط‌های پهن تبدیل شده‌اند تا شکل (ب) به‌دست آید و هیچ تغییر دیگری دیده نمی‌شود.

۲۲۲۰- گزینه‌ی ۲ شکل (الف) ۱۸۰ درجه چرخیده و رنگ مربع‌های بیرونی آن عوض شده تا شکل (ب) به‌دست آید.

۲۲۲۱- گزینه‌ی ۲ شکل (الف) نسبت به خط عمودی قرینه شده است تا شکل (ب) به‌دست آید.

۲۲۲۲- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل (الف)، شکل (ب) این طور ساخته می‌شود: به تعداد مثلث‌ها، ⊗ کشیده شده و بین‌شان یک (●) قرار دارد. پس با توجه به شکل (پ)، جواب این طور به‌دست می‌آید: ۴ تا ● را کشیده و بین‌شان یک (○) قرار می‌دهیم.

۲۲۲۳- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل (الف)، شکل (ب) این‌طور ساخته می‌شود: به تعداد مستطیل‌ها، خط بسته دارای تاخوردگی (ℓ) است. (●) ها به تعداد (■) ها و (×) ها به تعداد (▨) ها می‌باشد، پس با توجه به شکل (پ)، جواب دارای پنج تاخوردگی، دو تا (×) و یک (●) است.

۲۲۲۴- گزینه‌ی ۲ در شکل (الف) دایره داخل مثلث رفته و از بالا و پایین فشرده شده است.

۲۲۲۵- گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل (الف)، شکل (ب) این طور ساخته شده است: یک دایره کشیده شده است. (×) ها داخل دایره رفته‌اند. (○) ها به (|) چسبیده و دایره بزرگ را قطع کرده‌اند.

۲۲۲۶- گزینه‌ی ۳ شکل (الف) نسبت به خط عمودی قرینه شده تا شکل (ب) به‌دست آید.

۲۲۲۷- گزینه‌ی ۳ شکل (الف) روی محور تقارن افقی قرینه شده و روی خود افتاده است تا شکل (ب) به وجود آید. (روی خط تقارن افقی تا شده است.)

۲۲۲۸- گزینه‌ی ۲ کد سمت چپ شکل‌های بیضی‌های سمت راست و چپ داده شده حرف (د) است. پس کد دوم زیر هر شکل نشان‌دهنده‌ی نوع شکل است و کد اول زیر هر شکل نشان‌دهنده‌ی نوع محیط آن است. یعنی: (ل) = خط پیوسته، (م) = خط نقطه‌چین و (ک) = خط تکه‌تکه.
پس کد دایره با خط پیوسته می‌شود: (ل) (ن)
نوع محیط نوع شکل

۲۲۲۹- گزینه‌ی ۴ در شکل‌های راست و وسط داده شده، کد اولی حرف (ز) است. پس کد اول مربوط به نوع شکل است. کد (ز) = مستطیل افقی و در نتیجه کد (الف) = مستطیل عمودی. کد دوم مربوط به نوع هاشور داخل شکل‌هاست. پس کد (ژ) = هاشور مربعی. پس کد مستطیل عمودی با هاشور مربعی می‌شود: (الف) (ژ)

۲۲۳۰- گزینه‌ی ۱ در شکل‌های راست و چپ داده شده،کد دوم (د) است. پس کد (د) = رنگی بودن شکل داخل. در شکل‌های راست و وسط داده شده کد اول (ق) است اما در شکل سمت چپ، کد اول (ن) می‌باشد. پس کد (ق) = تعداد اضلاع شکل داخل کمتر از شکل بیرونی است. کد (ن) = تعداد اضلاع شکل داخلی بیشتر از خارجی است. پس کد شش‌ضلعی با یک مثلث بی‌رنگ داخلی = (ق) (ل)

۲۲۳۱-گزینه‌ی ۳ در شکل‌های داده شده‌ی دوم و سوم از بالا، کد اول (الف) است. پس کد (الف) = داشتن دایره رنگی داخلی و در نتیجه کد اول مربوط به شکل‌های داخلی است و کد (م) = داشتن مثلث رنگی داخلی. شکل‌های سوم و چهارم از بالا دارای کد دوم (ب) هستند. پس کد (ب) = جهت پیکان به راست. پس کد (گ) = جهت پیکان به چپ. در نتیجه کد پیکان به چپ با مثلث رنگی داخلی = (م) (گ)

۲۲۳۲-گزینه‌ی ۴ در شکل‌های بالا و وسط داده شده، کد وسط (ب) است. پس کد (ب) = داشتن دو دایره رنگی. در شکل‌های وسط و پایین کد اول (د) است. پس کد (د) = تعداد کارت‌ها ۵ تا است. در شکل‌های بالا و پایین داده شده، کد چپ (ج) است. پس کد (ج) = خط روی کارت اول شکسته است. پس کد «۶ تا کارت با دو دایره رنگی و خط راست روی کارت اول» = (الف)(ب)(و)

۲۲۳۳-گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل‌ها کدهای دوم مربوط به نوع پرانتزهای دور ستاره است و کد اول مربوط به نوع ستاره داخلی. پس جواب کد (خ)(ز) می‌باشد.

۲۲۳۴-گزینه‌ی ۲ با توجه به شکل‌ها کد دوم مربوط به تعداد دایره‌های رنگی و کد اول مربوط به زاویه چرخش شکل نسبت به خط افقی است. پس جواب کد (ل)(ز) است.

۲۲۳۵-گزینه‌ی ۲ (ی) = داشتن مربع رنگی، (ل) = نداشتن مربع رنگی، (هـ) = علامت ✓ در چپ، (ط) = علامت ✓ در وسط و (ب) = علامت ✓ در راست. پس جواب کد (ل) (ه) است.

۲۲۳۶-گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل‌ها کد اول مربوط مقدار رنگی بودن شکل است. کد دوم نیز مربوط به نوع رنگ‌آمیزی است. پس جواب کد (الف)(ن) است.

۲۲۳۷-گزینه‌ی ۴ با توجه به شکل‌ها کد اول مربوط به تعداد دایره‌های سفید است و کد دوم مربوط به نوع شکل بیرونی است. پس جواب کد (الف)(ف) است.

۲۲۳۸-گزینه‌ی ۱ در همه شکل‌ها □، △ و ○ وجود دارد. اما در شکل (۱) به جای □، ◇ وجود دارد.

۲۲۳۹-گزینه‌ی ۳ در همه گزینه‌ها به جز گزینه‌ی (۳) تکه مثلث چپ یا راست هاشور خورده است.

۲۲۴۰-گزینه‌ی ۱ گزینه (۱) محور تقارن عمودی دارد، اما بقیه گزینه‌ها ندارند.

۲۲۴۱-گزینه‌ی ۲ در همه گزینه‌ها به جز گزینه‌ی (۲)، ۴ خط افقی وجود دارد.

۲۲۴۲-گزینه‌ی ۳ در همه‌ی گزینه‌ها به جز گزینه‌ی (۳) جهت دو خط به شکل (//) است.

۲۲۴۳-گزینه‌ی ۳ در همه‌ی گزینه‌ها به جز گزینه‌ی (۳) سر شکل‌های  یا  به سمت داخل شکل بزرگ‌تر است اما در گزینه‌ی (۳) به سمت بیرون است.

۲۲۴۴-گزینه‌ی ۴ در شکل‌های داده شده، شکل (۳) حاصل ۹۰ درجه دوران شکل (۱) در جهت حرکت عقربه‌های ساعت است، پس شکل (۴) هم حاصل ۹۰ درجه دوران شکل (۲) در جهت حرکت عقربه‌های ساعت است.

۲۲۴۵-گزینه‌ی ۲ در هر مرحله دایره رنگی داخلی در جهت حرکت عقربه‌های ساعت به دور شکل در حال چرخیدن است.

۲۲۴۶-گزینه‌ی ۴ در هر مرحله شکل ۹۰ درجه در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت به دور خود می‌چرخد.

۲۲۴۷-گزینه‌ی ۲ در هر مرحله △ و ● در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت کنار ضلع بعدی قرار می‌گیرند.

۲۲۴۸-گزینه‌ی ۱ در هر مرحله شکل ۹۰ درجه در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد و ▲ به ■ و دوباره ■ به ▲ تبدیل می‌شود.

۲۲۴۹-گزینه‌ی ۱ با توجه به شکل‌ها از راست به چپ و شکل‌های گزینه‌ها، شکل (۱) نسبت به خط عمود قرینه شده و شکل (۳) به‌دست آمده است. اما با توجه به گزینه‌ها شکل (۲) باید نسبت به خط افقی قرینه شود تا گزینه (۱) ساخته شود.

۲۲۵۰-گزینه‌ی ۴ در مرحله‌ی اول (●) روی وسط ضلع بعدی قرار گرفته است. سپس (●) روی رأس قرار گرفته است و بنابراین دوباره باید روی وسط ضلع بعدی قرار بگیرد.

۲۲۵۱-گزینه‌ی ۴ نقطه در محل مشترک هر سه دایره قرار دارد.

۲۲۵۲-گزینه‌ی ۴ نقطه در محل مشترک دو مثلث و دایره قرار دارد.

۲۲۵۳-گزینه‌ی ۲ همه شکل‌ها به جز گزینه‌ی (۲) از △ و ⏢ ساخته شده‌اند.

۲۲۵۴-گزینه‌ی ۴ در همه شکل‌ها به جز گزینه‌ی (۴) خط شکسته داخل، ۱ تکه کمتر از تعداد ضلع‌های چند ضلعی بیرونی دارد.

۲۲۵۵-گزینه‌ی ۱ در گزینه‌ی (۱) دو ناحیه نقطه‌چین وجود دارد.

۲۲۵۶-گزینه‌ی ۲ در همه گزینه‌ها به جز گزینه‌ی (۲) شکل () به ضلع‌های مثلث وصل شده است.

۲۲۵۷-گزینه‌ی ۳ در همه گزینه‌ها به جز گزینه‌ی (۳)، کوچک شده شکل بیرونی در داخل آن وجود ندارد.

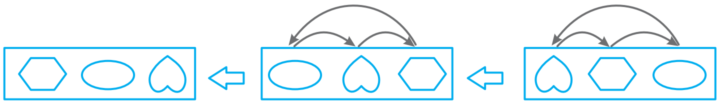
۲۲۵۸-گزینه‌ی ۲ در همه گزینه‌ها به جز گزینه (۲)، زاویه‌های رنگ شده، زاویه‌های تند هستند.

۲۲۵۹-گزینه‌ی ۴ در همه گزینه‌ها به جز گزینه (۴)، جهت هاشور به صورت () است. اما در گزینه (۴) جهت هاشور در مثلث داخلی  است.

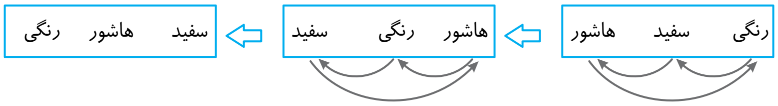
۲۲۶۰-گزینه‌ی ۴ در شکل‌ها از راست به چپ (●) یکی در میان در جهت خلاف عقربه‌های ساعت حرکت کرده است.

۲۲۶۱-گزینه‌ی ۳ در شکل‌ها از راست به چپ هر بار، یک ضلع به اضلاع چندضلعی و یک تکه به تکه‌های خط شکسته افزوده می‌شود و هر بار شکل ۹۰ درجه در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد.

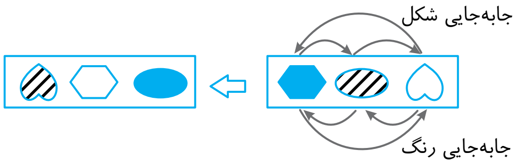
۲۲۶۲-گزینه‌ی ۴ از راست به چپ هر بار شکل‌ها به روش زیر جابه‌جا می‌شوند.



تغییر رنگ‌ها نیز شبیه پیکان‌های بالا اما در جهت عکس است.



پس شکل چهارم از شکل سوم به‌دست می‌آید.



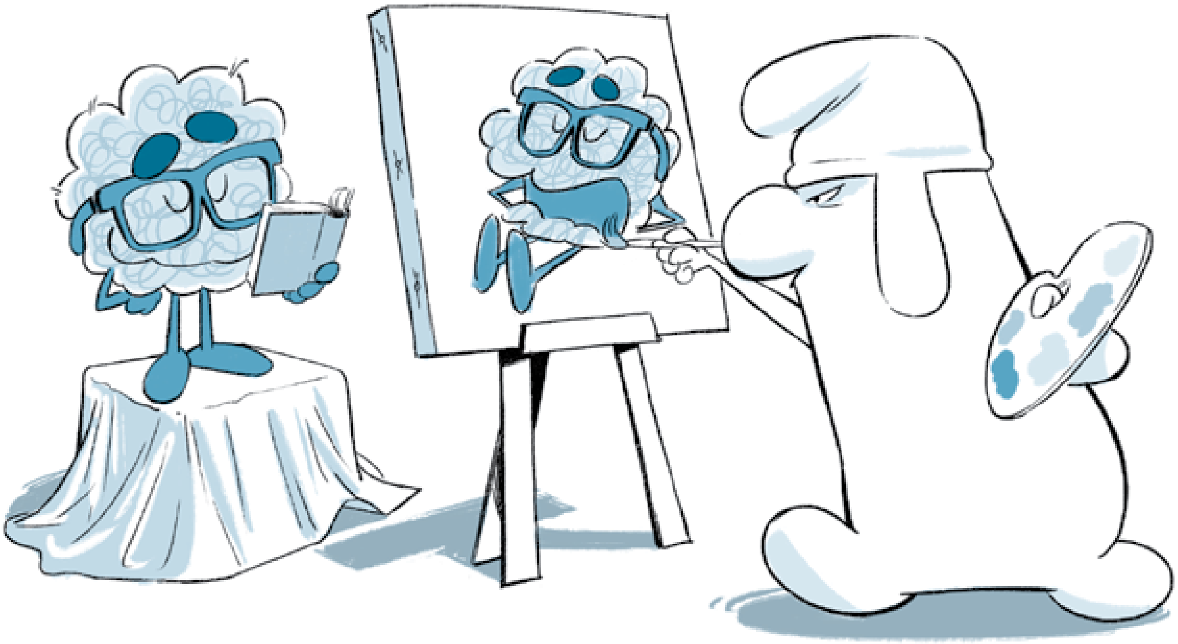
۲۲۶۳-گزینه‌ی ۳ در هر ستون مثلث‌های کوچک مشخص شده در سه حالت قرار دارند. دوبار چسبیده به هم و یک‌بار روبه‌روی هم. در ستون آخر فقط حالت دو مثلث روبه‌روی هم رسم نشده است.

۲۲۶۴-گزینه‌ی ۴

۲۲۶۵-گزینه‌ی ۳ نقطه در ناحیه مشترک بین دو خط و مربع قرار دارد و داخل دایره نیست.

۲۲۶۶-گزینه‌ی ۴ نقطه در ناحیه مشترک بین دو خط، مثلث و دایره است.

۲۲۶۷-گزینه‌ی ۲ نقطه در ناحیه مشترک مثلث و مربع قرار دارد. اما بین دو خط نیست.



ضمیمه

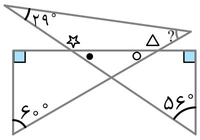
پاسخ آزمون ۹۴

پاسخ‌های تشریحی

۱- گزینه‌ی $\boxed{۴}$ نسبت اضلاع (طول به عرض) مستطیل ۲ به ۱ است. یعنی طول ۲ برابر عرض می‌باشد. حالا بخش تاخورده را باز کرده و تقسیم‌بندی شکل را انجام می‌دهیم:

مطابق شکل بالا ۲ بخش از ۱۶ بخش هاشور خورده است. پس نسبت مساحت هاشور خورده به کل مساحت مستطیل برابر $\frac{۱}{۸}=\frac{۲}{۱۶}$ می‌باشد.

۲- گزینه‌ی $\boxed{۴}$ مجموع دو زاویه‌ی تند در مثلث قائم‌الزاویه برابر ۹۰° است. پس:



$$\hat{\bullet}+۵۶^\circ=۹۰^\circ \Rightarrow \hat{\bullet}=۹۰-۵۶=۳۴^\circ$$

$$\hat{\circ}+۶۰^\circ=۹۰^\circ \Rightarrow \hat{\circ}=۹۰-۶۰=۳۰^\circ$$

زاویه‌های $(\hat{\bullet},\hat{☆})$ با هم و زاویه‌های $(\hat{\triangle},\hat{\circ})$ با هم مکمل یکدیگر هستند. بنابراین داریم:

$$\hat{\bullet}+\hat{☆}=۱۸۰^\circ \Rightarrow ۳۴^\circ+\hat{☆}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{☆}=۱۸۰^\circ-۳۴^\circ=۱۴۶^\circ$$

$$\hat{\circ}+\hat{\triangle}=۱۸۰^\circ \Rightarrow ۳۰^\circ+\hat{\triangle}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{\triangle}=۱۸۰^\circ-۳۰^\circ=۱۵۰^\circ$$

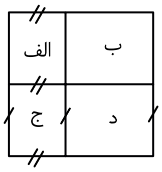
مجموع زاویه‌های یک چهارضلعی برابر ۳۶۰° است. پس:

$$۲۹^\circ+\hat{☆}+\hat{\triangle}+\hat{?}=۳۶۰^\circ \Rightarrow \underbrace{۲۹^\circ+۱۴۶^\circ+۱۵۰^\circ}_{۳۲۵^\circ}+\hat{?}=۳۶۰^\circ \Rightarrow \hat{?}=۳۶۰^\circ-۳۲۵^\circ=۳۵^\circ$$

۳- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ منظور سؤال حداقل چند کسر متفاوت است.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{۴}{۵}=\frac{۱}{۵}+\frac{۳}{۵} \\ \\ \frac{۳}{۵}=\frac{۶}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰}+\frac{۵}{۱۰} \\ \\ \frac{۵}{۱۰}=\frac{۱}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۴}{۵}=\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۲}$$

۴- گزینه‌ی $\boxed{۳}$ چون مساحت (الف) $\frac{۶۰}{۱۰۰}$ مساحت (ب) است و این دو مستطیل دارای یک ضلع مشترک هستند پس درواقع عرض مستطیل (الف) $\frac{۶۰}{۱۰۰}$ طول مستطیل (ب) است.



$$\text{عرض (الف)}=\frac{۶۰}{۱۰۰}\ \text{طول (ب)}$$

به‌طور مشابه

$$\text{عرض (د)}=\frac{۴}{۳}(\text{عرض ب})=\frac{۱۰۰}{۷۵}\ \text{عرض (ب)}$$

حال برای به‌دست آوردن مساحت مستطیل (ج) با توجه به تساوی اضلاع مشخص شده روی شکل داریم:

$$\text{عرض (ج)} = \text{عرض (الف)}=\frac{۶۰}{۱۰۰}\ \text{طول (ب)}$$

$$\text{طول (ج)} = \text{عرض (د)} =\frac{۴}{۳}\ \text{عرض (ب)}$$

$$\text{طول(ج)}\times\text{عرض(ج)}=\frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{۴}{۳}\times\underbrace{\text{طول(ب)}\times\text{عرض(ب)}}_{\text{مساحت(ب)}}\Rightarrow\text{مساحت (ج)}=\frac{۲۴۰}{۳۰۰}\ \text{مساحت (ب)}\Rightarrow\frac{\text{مساحت (ب)}}{\text{مساحت (ج)}}=\frac{۳۰۰}{۲۴۰}=\frac{۱۲۵}{۱۰۰}$$

بنابراین مساحت (ب) ٪۱۲۵ مساحت (ج) می‌باشد.

۵- گزینه‌ی ☐ پاسخ در گزینه‌ها موجود نیست.

چون سؤال در مورد تقریب کم‌تر از ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ مطرح شده است، عددی را حدس می‌زنیم که حداقل تا سه رقم اعشار داشته باشد. ما برای عدد ۰/۰۰۱ ، دستور مسأله را انجام می‌دهیم:

$$\left.\begin{array}{l} ۰/۰۰۱ \xrightarrow{\text{گرد شده با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}} ۰ \\ ۰/۰۰۱ \xrightarrow{\text{قطع شده با تقریب کم‌تر از ۰/۰۰۱}} ۰/۰۰۱ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{اختلاف} = ۰/۰۰۱$$

حالا عدد ۰/۰۰۲ را در نظر بگیرید:

$$\left.\begin{array}{l} ۰/۰۰۲ \xrightarrow{\text{گرد شده با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱}} ۰ \\ ۰/۰۰۲ \xrightarrow{\text{قطع شده با تقریب کم‌تر از ۰/۰۰۱}} ۰/۰۰۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{اختلاف} = ۰/۰۰۲$$

حالا جدول زیر را می‌سازیم:

۰/۰۰۹	۰/۰۰۸	۰/۰۰۷	۰/۰۰۶	۰/۰۰۵	۰/۰۰۴	۰/۰۰۳	۰/۰۰۲	۰/۰۰۱	عدد
۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۱	۰	۰	۰	۰	گرد شده با تقریب کم‌تر از ۰/۰۱
۰/۰۰۹	۰/۰۰۸	۰/۰۰۷	۰/۰۰۶	۰/۰۰۵	۰/۰۰۴	۰/۰۰۳	۰/۰۰۲	۰/۰۰۱	قطع شده با تقریب کم‌تر از ۰/۰۰۱
۰/۰۰۱	۰/۰۰۲	۰/۰۰۳	۰/۰۰۴	۰/۰۰۵	۰/۰۰۴	۰/۰۰۳	۰/۰۰۲	۰/۰۰۱	اختلاف گرد شده و قطع شده

↑

بزرگ‌ترین اختلاف

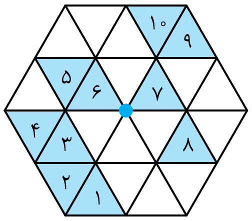
۶- گزینه‌ی ۴ اگر مکعب قرمز ۱۰ بار پرتاب شود و هر بار وجه بالایی (−۵) باشد، حاصل جمع اعداد یادداشت شده (−۵۰) خواهد شد. پس در اعداد یادداشت شده، حتماً باید عدد (−۶) وجود داشته باشد.

حالا اگر مکعب قرمز ۱۰ بار پرتاب شود و هر بار وجه بالایی (−۶) باشد، حاصل‌جمع اعداد یادداشت شده، (−۶۰) خواهد شد. پس نباید همه‌ی عددهای یادداشت شده (−۶) باشد. به دو حالت زیر نگاه کنید:

$$\underbrace{\begin{array}{c}\text{۹بار مکعب قرمز پرتاب شود}\\ \text{و (−۶) وجه بالایی باشد.}\end{array}}_{(-۵۴)} + \underbrace{\begin{array}{c}\text{۱ بار مکعب سبز پرتاب شود}\\ \text{و (−۱) وجه بالایی باشد.}\end{array}}_{(-۱)} = -۵۵$$

$$\underbrace{\begin{array}{c}\text{۷ بار مکعب قرمز پرتاب شود}\\ \text{و (−۶) وجه بالایی باشد.}\end{array}}_{(-۴۲)} + \underbrace{\begin{array}{c}\text{۲ بار دیگر مکعب قرمز پرتاب}\\ \text{شود و (−۴) وجه بالایی باشد.}\end{array}}_{(-۸)} + \underbrace{\begin{array}{c}\text{۱ بار دیگر مکعب قرمز پرتاب شود}\\ \text{و (−۵) وجه بالایی باشد.}\end{array}}_{(-۵)} = -۵۵$$

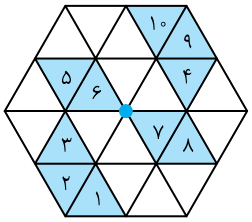
۷- گزینه‌ی ۲ دقت کنید!!! اگر مثلث‌های تیره طوری جابه‌جا شوند که دوبه‌دو نسبت به نقطه‌ی مشخص شده متقارن شوند، مثلث‌های سفید نیز خودبه‌خود نسبت به آن نقطه متقارن می‌شوند و نقطه‌ی مشخص شده مرکز تقارن خواهد بود. به شکل مقابل نگاه کنید:



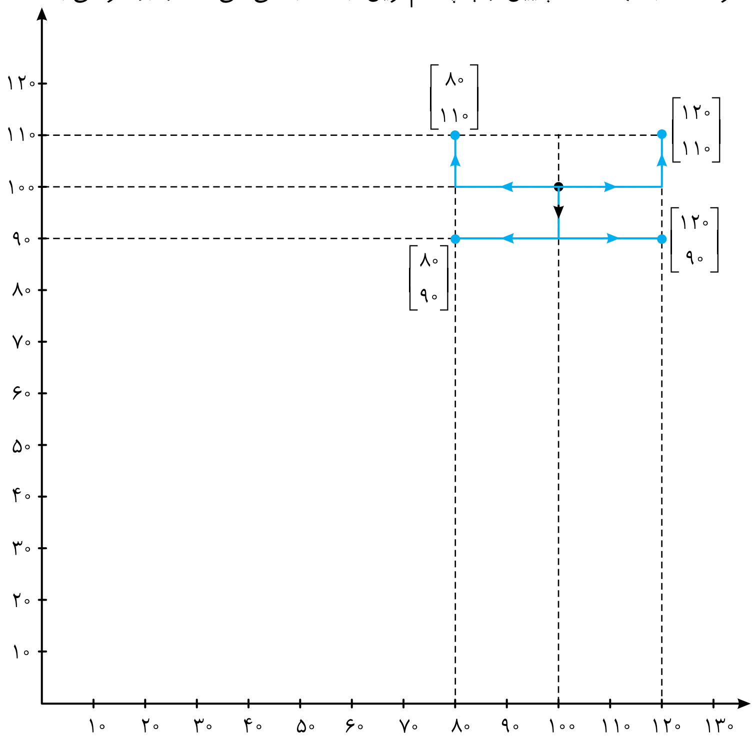
مثلث‌های (۱۰ با ۱)، (۹ با ۲) و (۵ با ۸) قرینه هستند.

پس فقط باید جای ۲ تا از مثلث‌های دیگر تغییر کند تا کل شکل نسبت به نقطه‌ی مشخص شده متقارن شود.

یکی از جابه‌جایی‌های ممکن این است که مثلث‌های ۷ و ۴ به صورت روبه‌رو جابه‌جا شده‌اند.



۸- گزینه‌ی ۱ مورچه با حرکت در جهت‌های پایین و چپ کم‌ترین زمان را طی می‌کند و زودتر می‌رسد.



زمان رسیدن از نقطه‌ی (۱۰۰, ۱۰۰) به ۴ نقطه‌ی دیگر را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{bmatrix}۱۰۰\\۱۰۰\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{۱۰ واحد به پایین، ۲۰ واحد به چپ}}\begin{bmatrix}۸۰\\۹۰\end{bmatrix}\Rightarrow \text{زمان مورد نیاز}=۱۰\times۵+۲۰\times۱۰=۲۵۰\ \text{ثانیه}$$

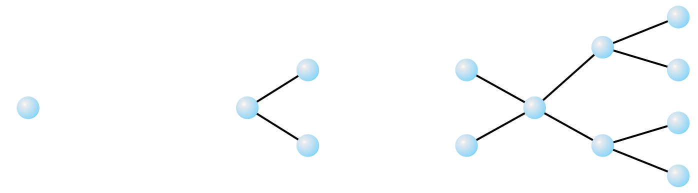
$$\begin{bmatrix}۱۰۰\\۱۰۰\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{۱۰ واحد به پایین، ۲۰ واحد به راست}}\begin{bmatrix}۱۲۰\\۹۰\end{bmatrix}\Rightarrow \text{زمان مورد نیاز}=۱۰\times۵+۲۰\times۳۰=۶۵۰\ \text{ثانیه}$$

$$\begin{bmatrix}۱۰۰\\۱۰۰\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{۱۰ واحد به بالا، ۲۰ واحد به راست}}\begin{bmatrix}۱۲۰\\۱۱۰\end{bmatrix}\Rightarrow \text{زمان مورد نیاز}=۱۰\times۲۰+۲۰\times۳۰=۸۰۰\ \text{ثانیه}$$

$$\begin{bmatrix}۱۰۰\\۱۰۰\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{۱۰ واحد به بالا، ۲۰ واحد به چپ}}\begin{bmatrix}۸۰\\۱۱۰\end{bmatrix}\Rightarrow \text{زمان مورد نیاز}=۱۰\times۲۰+۲۰\times۱۰=۴۰۰\ \text{ثانیه}$$

پس زمان رسیدن به نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۸۰\\۹۰\end{bmatrix}$ کوتاه‌ترین است.

۹- گزینه‌ی ۱ در لحظه‌ی شروع خبررسانی، فقط ۱ نفر (خود شخص) خبر را می‌داند. پس از یک دقیقه او به دو نفر می‌گوید و حالا ۳ نفر از خبر اطلاع دارند. در دقیقه‌ی دوم هر کدام از این سه نفر، به ۲ نفر دیگر خبررسانی می‌کنند و حالا ۹ نفر از خبر اطلاع دارند.

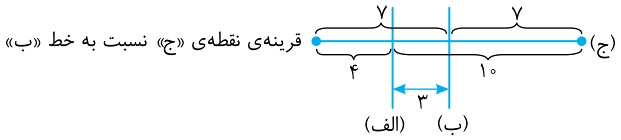


دقیقه‌ی صفر دقیقه‌ی (۱) دقیقه‌ی (۲)

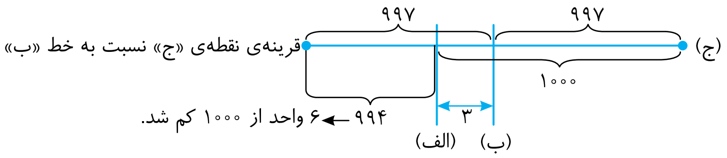
به جدول زیر توجه کنید. هر دقیقه تعداد افراد با خبر ۳ برابر می‌شود.

۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	دقیقه
۲۱۸۷	۷۲۹	۲۴۳	۸۱	۲۷	۹	۳	۱	تعداد افراد با خبر

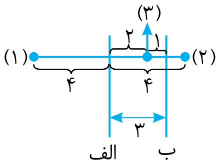
۱۰- گزینه‌ی **۲** بیایید یک مســألـه‌ی ســاده‌تر را حل کنیم. فاصله‌ی دو خط (الف) و (ب) را همان ۳ در نظر بگیریم. اما فاصله‌ی نقطه‌ی «ج» از خط (الف) را به جای ۱۰۰۰، ۱۰ قرار دهیم. حالا شروع به قرینه کردن نقطه‌ی «ج» نسبت به دو خط می‌کنیم.



دقت کنید!!! نقطه‌ی «ج» را اول باید نسبت به خط نزدیک‌تر قرینه کرد. در غیر این‌صورت نقطه از خط (الف) دور می‌شود. همچنین پس از قرینه کردن نقطه‌ی «ج» نســبت به خط (ب)، فاصله‌ی «ج» از خط (الف) از ۱۰ به ۴ واحد کاهش پیدا کرد. یعنی ۶ واحد کم شــد. در مورد مســألـه‌ی اصلی هم این‌چنین اســت و اگر یکی در میان نقطه‌ی «ج» را نســبت به (الف) و (ب) قرینه کنیم، پس از هر دو بار قرینه کردن نقطه‌ی «ج»، ۶ واحد به خط (الف) نزدیک می‌شود.



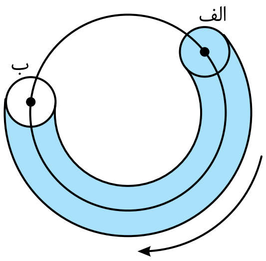
حالا چون با هر دو بار قرینه کردن ۶ واحد کم می‌شــود، عدد ۱۰۰۰ را بر ۶ تقســیم می‌کنیم. باقیمانده‌ی این تقسیم ۴ است. یعنی به حالت زیر می‌رسیم که فاصله‌ی نقطه‌ی «ج» از خط (الف) ۴ واحد می‌شود. اما جواب ۴ نیست.



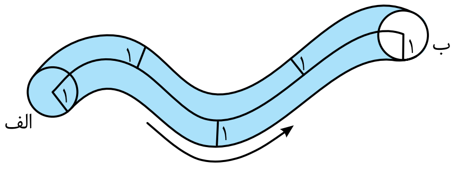
به شکل نگاه کنید. در نهایت فاصله‌ی نقطه از خط (الف)، ۲ واحد خواهد بود.

تذکر: اگر نقطه‌ی (ج) از ابتدا در سمت چپ خط (الف) هم باشد بازهم نتیجه‌ی مشابه به دست می‌آید.

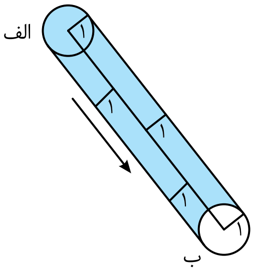
۱۱- گزینه‌ی **۳** به سکه‌های زیر نگاه کنید. سکه‌ی شماره‌ی (۱) روی یک خط راست، سکه‌ی شماره‌ی (۲) روی یک مسیر خمیده و سکه‌ی شــماره‌ی (۳) روی محیط یک دایره حرکت می‌کنند و از نقطه‌ی «الف» به نقطه‌ی «ب» می‌رســند. ســکه‌ها جوهری‌اند و مســیر حرکت خود را جوهری می‌کنند.



(۳)

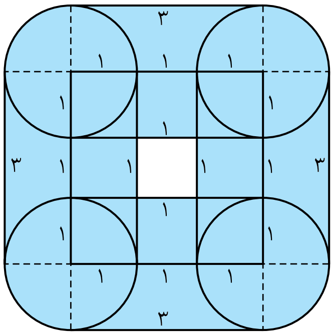


(۲)



(۱)

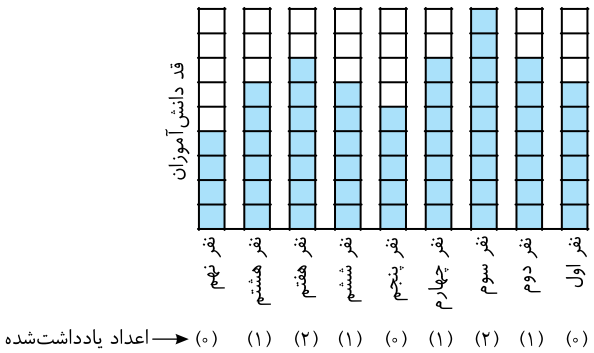
پس با حرکت مرکز دایره به شعاع ۱ روی ضلع‌های مربع شکل زیر به‌وجود می‌آید.



$$\text{مساحت رنگی} = \text{مساحت مربع اصلی} + \text{مساحت چهار مستطیل به طول ۳ و عرض ۱} + \text{مساحت چهار ربع دایره به شعاع ۱} - \text{مساحت مربع به ضلع ۱}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت رنگی} = ۳\times۳+۴\times(۱\times۳)+۴\times\left(\frac{۱\times۱\times۳/۱۴}{۴}\right)-(۱\times۱)=۹+۱۲+۳/۱۴-۱=۲۳/۱۴\simeq۲۳$$

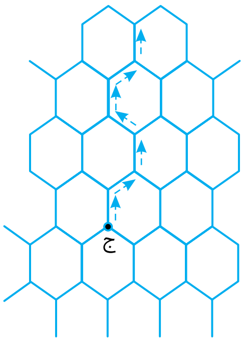
۱۲- گزینه‌ی ۴ نفر اول، صفر را یادداشت کرده است اما این به معنای بلندترین بودن نفر اول نمی‌تواند باشد، چون کسی جلوی نفر اول نیست. نفر دوم عدد ۱ را نوشته است پس از نفر اول بلندتر است. نفر سوم عدد ۲ را نوشته، پس از نفر اول و دوم بلندتر است. نفر چهارم عدد ۱ را نوشته یعنی از بین سه نفر جلویی، از یک نفر بلندتر است. اما نمی‌تواند از نفر دوم و سوم بلندتر باشد، چون در این حالت باید ۲ یا ۳ را می‌نوشت. به طور کلی اگر نفر پنجم بخواهد از همه‌ی افراد جلویی بلندتر باشد، باید بنویسد ۴. چنین عددی اصلاً در بین نفرات وجود ندارد. پس نفر سوم بلندترین است. به شکل روبه‌رو نگاه کنید.



۱۳- گزینه‌ی ۲ مکعب‌هایی به طول ۶، ۸، ۱۰ و ۲۷ را روی هم و مکعب‌های ۲۰ و ۲۹ را نیز روی هم قرار می‌دهیم. ارتفاع برج اول برابر ۶+۸+۱۰+۲۷=۵۱ و ارتفاع برج دوم ۲۰+۲۹=۴۹ خواهد شد. اختلاف ارتفاع این دو برج برابر ۴۹−۵۱=۲ می‌شود.

دقت کنید!!! مجموع طول همه‌ی مکعب‌ها برابر ۶+۸+۱۰+۲۰+۲۷+۲۹=۱۰۰ است. پس اگر دو برج با ارتفاع برابر بسازیم، ارتفاع آن‌ها برابر $\frac{۱۰۰}{۲}=۵۰$ خواهد بود. چون ۵۰ زوج است دو عدد فرد ۲۷ و ۲۹ باید در یک برج قرار گیرند که حاصل جمع ۲۹ و ۲۷ بیش از ۵۰ خواهد شد و در نتیجه برجی با طول ۵۰ نمی‌توان ساخت.

۱۴- گزینه‌ی ۱ حرکت از نقطه‌ی «ج» حتماً با یک حرکت در جهت «شمال» آغاز می‌شود. سپس می‌تواند به سمت «شمال شرق» یا «شمال غرب» برود. پس از آن فقط می‌تواند به سمت شمال حرکت کند و دوباره یک حرکت به سمت «شمال شرق» یا «شمال غرب» انجام دهد. در نتیجه پس از هر حرکت به سمت «شمال»، یک حرکت به سمت «شمال شرق» یا «شمال غرب» وجود دارد و در نتیجه مجموع تعداد حرکت‌های «شمال شرق» و «شمال غرب» کوچک‌تر یا مساوی تعداد حرکت‌های به سمت «شمال» است. این نتیجه فقط در گزینه‌ی (۱) رعایت می‌شود.



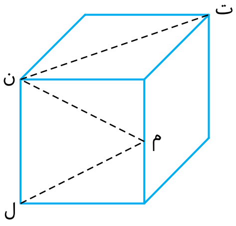
۱۵- گزینه‌ی ۱ شکل هر گزینه را با گزینه‌های دیگر مقایسه می‌کنیم.

مقایسه‌ی گزینه‌های (۱) و (۲): مجموع دو پاره‌خط «ج ب» و «ب الف» با مجموع دو پاره‌خط «م ن» و «م ل» برابر است. پس باید پاره‌خط «ت ن» را با مجموع دو پاره‌خط «ه د» و «د ج» مقایسه کرد.

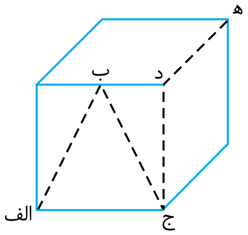
«ت ن» قطر مربع است و پاره‌خط‌های «ه د» و «د ج» اضلاع آن می‌توانند باشند، پس درواقع «ت ن» برابر «ه ج» است.

«ه ج» < «د ج» + «ه د»

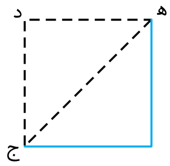
«ت ن» < «د ج» + «ه د» ⇒



(۱)



(۲)

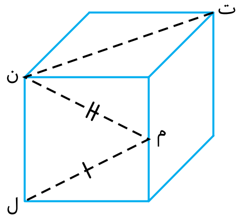


پس مسیر گزینه‌ی (۱) کوتاه‌تر است.

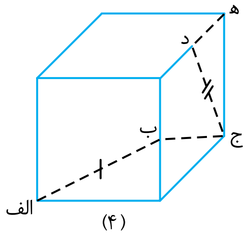
مقایسه‌ی گزینه‌ی (۱) با گزینه‌ی (۴):

پاره‌خط‌های مساوی را با علامت یکسان حذف می‌کنیم.

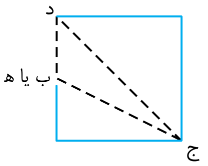
حالا باید طول «ت ن» را با مجموع «ج ب» و «ه د» مقایسه کنیم. می‌توان «ه د» را جابه‌جا کرد و روی بُعد عمودی قرار داد. شکل نشان می‌دهد که «ج ب» + «هـ د» از قطر مربع بزرگ‌تر است، پس از «ت ن» هم بزرگ‌تر است و در نتیجه مسیر گزینه‌ی (۱) کوتاه‌تر است.



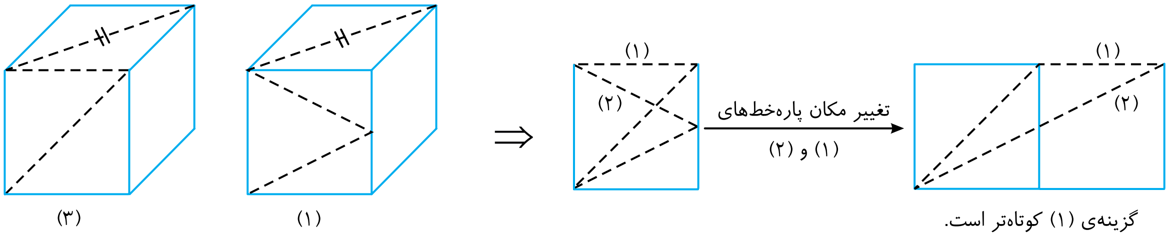
(۱)



(۴)



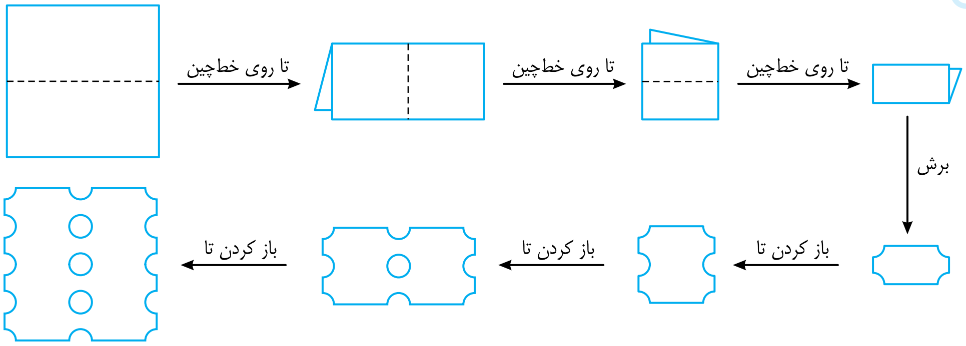
مقایسه‌ی گزینه‌های (۱) و (۳):



گزینه‌ی (۱) کوتاه‌تر است.

دو پاره‌خط مساوی حذف شدند.

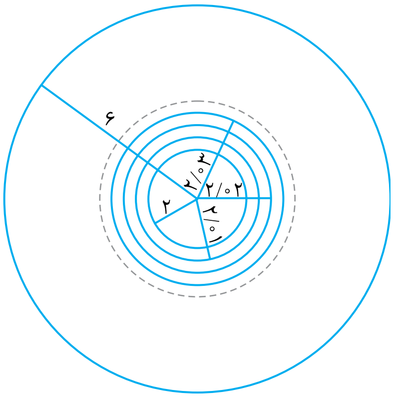
۱۶- گزینه‌ی **۳** شکل زیر مراحل تا زدن و باز کردن تکه کاغذ مربعی را نشان می‌دهد:



در کاغذ مربعی ۴ تا ربع دایره، ۸ تا نیم‌دایره و ۳ تا دایره به شعاع ۱ بریده شده است. مجموع مساحت این تکه‌های بریده شده در کل برابر ۸ دایره کامل به شعاع ۱ است.

$$\text{مساحت تکه‌های بریده شده} = ۸\times(\text{مساحت دایره به شعاع ۱}) = ۸\times(۳/۱۴\times ۱\times ۱) = ۲۵/۱۲$$

۱۷- گزینه‌ی **۲** وقتی دستمال کاغذی یک دور، روی لوله به شعاع ۲ سانتی‌متر می‌چرخد، ۰/۱ میلی‌متر یعنی ۰/۰۱ سانتی‌متر به شعاع دستمال‌های زیرین آن، اضافه می‌شود و به همین ترتیب در هر دور پیچش ۰/۰۱ سانتی‌متر به شعاع دایره‌های جدید ساخته شده اضافه می‌شود تا به شعاع ۶ سانتی‌متر برسد. پس باید محیط همه‌ی این دایره‌ها را به‌دست آورده و با هم جمع کنیم.



$$\text{مجموع محیط} = (۲\times ۲/۰۱\times\pi)+(۲\times ۲/۰۲\times\pi)+(۲\times ۲/۰۳\times\pi)+(۲\times ۲/۰۴\times\pi)+\cdots+(۲\times ۶\times\pi)$$

$$=(۲/۰۱+۲/۰۲+۲/۰۳+۲/۰۴+\cdots+۶)\times ۲\times\pi=((\frac{۶-۲/۰۱}{۰/۰۱})+۱)\times(\frac{۲/۰۱+۶}{۲})\times ۲\times\pi$$

$$=(۳۹۹+۱)\times(۸/۰۱)\times ۳/۱۴=۱۰۰۶۰/۵۶\ \text{سانتی‌متر}$$

۱۰۰۶۰/۵۶ سانتی‌متر، تقریباً برابر ۱۰۰ متر است.

۱۸- گزینه‌ی **۳** نوشتن اعداد «فیب» را ادامه می‌دهیم: ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ۲۱, ۳۴, ۵۵, ۸۹, ۱۴۴, ...

عدد «زِکِند» از حاصل جمع دو یا چند عدد «فیب» غیرتکراری و غیرهمسایه ساخته می‌شود.

در گزینه‌ی «۱» عدد ۳۰ عدد «زِکِند» نیست، چون ۳ و ۵ همسایه هستند.

در گزینه‌ی «۲» عدد ۴۰ عدد «زِکِند» نیست، چون ۳۶ عدد «فیب» نیست.

در گزینه‌ی «۴» عدد ۶۰ عدد «زِکِند» نیست، چون ۲ و ۳ همسایه هستند.

۱۹- گزینه‌ی **۲** به عددهای فیب دقت کنید. از هر سه عدد کنار هم، فقط یکی زوج است.

۱ , ۲ , ۳ , ۵ , ۸ , ۱۳ , ۲۱ , ۳۴ , ۵۵ , ۸۹ , ۱۴۴ , ۲۳۳ , ۳۷۷ , ۶۱۰ , ...

پس اگر نوشتن اعداد «فیب» را تا صد هزار ادامه می‌دهیم، تقریباً $\frac{۱}{۳}$ آن‌ها زوج خواهد بود و می‌توان نوشت:

زوج فیب	۱	○
فیب	۳	۱۰۰

$\Rightarrow \bigcirc = \frac{۱۰۰}{۳} = ۳۳/۳۳$

۲۰- گزینه‌ی **۴** سعی می‌کنیم عددهای داده شده را به صورت حاصل‌جمع عددهای فیب غیرتکراری و غیرهمسایه بنویسیم.

۷۰ زِکند است. ⇐ ۷۰=۵۵+۱۳+۲

۸۰ زِکند است. ⇐ ۸۰=۵۵+۲۱+۳+۱

۹۰ زِکند است. ⇐ ۹۰=۸۹+۱

ضمیمه

پاسخ آزمون ۹۵

پاسخ‌های تشریحی

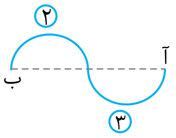
۱- گزینه‌ی ۲ علی در الگویی مانند زمان های زیر به ساعتش نگاه می کند. با توجه به سوال مختصات هر نقطه‌ای که زمان معین به آن می‌رسد زیر آن نوشته شده است.

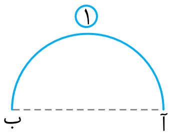
۰۰:۵۵	۰۰:۵۰	...	۰۰:۳۵	۰۰:۳۰	۰۰:۲۵	۰۰:۲۰	۰۰:۱۵	۰۰:۱۰	۰۰:۰۵	۰۰:۰۰	ساعت
(۱۲, ۰)	(۱۱, ۱)	...	(۸, ۰)	(۷, ۱)	(۶, ۰)	(۵, ۱)	(۴, ۰)	(۳, ۱)	(۲, ۰)	(۱, ۱)	مختصات

در ساعت ۰۱:۰۰، ساعت دیگر زوج نیست و فرد است. پس از ساعت ۰۱:۰۰ تا ′۰۱:۵۵، علی ۱۲ واحد به سمت چپ حرکت می‌کند و حرکت‌هایش در جهت‌های بالا و پایین برابر است و در نهایت به نقطه (۰, ۰) می‌رسد. می‌توان نتیجه گرفت که علی در ساعت‌های ′۰۲:۵۵، ′۰۴:۵۵ و ′۰۶:۵۵ در نقطه‌ی (۱۲, ۰) قرار دارد. از ساعت ′۰۶:۵۵، تا ′۰۷:۱۰، علی ۴ بار به ساعت خود نگاه می‌کند.

′۰۷:۱۰	′۰۷:۰۵	۰۷:۰۰	′۰۶:۵۵
(۹, ۱)	(۱۰, ۰)	(۱۱, ۱)	(۱۲, ۰)

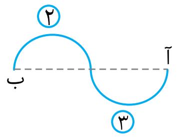
۲- گزینه‌ی ۴ در شکل‌ها، نیم‌دایره‌هایی را می‌بینیم که قطر آن‌ها نصف نیم‌دایره‌ی دیگری است. اگر شعاع دایره‌ای نصف شود، محیط آن نیز نصف می‌شود. به‌همین ترتیب اگر شعاع نیم‌دایره‌ای نیز نصف شود، محیط آن نیز نصف می‌شود. ابتدا دو شکل راست و وسط را مقایسه می‌کنیم.

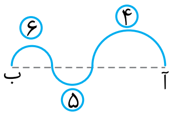




شعاع نیم‌دایره‌های ② و ③ نصف شعاع نیم‌دایره‌ی ① است. پس محیط هر یک از نیم‌دایره‌های ② و ③ نصف محیط نیم‌دایره‌ی ① است. درنتیجه حاصل‌جمع محیط نیم‌دایره‌های ② و ③ برابر محیط نیم‌دایره‌ی ① است. پس طول مسیر در دو شکل مساوی است.

در دو شکل راست و چپ نیز چنین حالتی رخ می‌دهد.





حاصل جمع محیط‌های ⑥ و ⑤ مساوی محیط ④ است. محیط ④ نیز با هر یک از محیط‌های ② و ③ مساوی است. پس حاصل جمع محیط‌های ⑤ و ⑥ با محیط هر یک از نیم‌دایره‌های ② و ③ هم مساوی است و مسیرها مساوی‌اند.

۳- گزینه‌ی ۲ بیایید مسئله را ساده‌تر نگاه کنیم. فرض کنید تعداد زیادی تیله دارید و می‌خواهید هربار یکی یا دو تا داخل یک جعبه بریزید یا یکی یا دو تا از داخل جعبه بردارید. مثلاً از الگوی زیر پیروی کنید.

۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	مرحله
−۱	−۲	+۱	+۲	−۲	+۱	+۲	+۲	عملیات
۳	۴	۶	۵	۳	۵	۴	۲	تعداد تیله‌های جعبه

پس از ۸ مرحله ۳ تیله درون جعبه است. حاصل‌جمع عددهای عملیات هم برابر ۳ است: +۲+۲+۱−۲+۲+۱−۲−۱=۳

مانند همین اتفاق برای قورباغه هم می‌افتد. درصورتی که تعداد نهایی تیله‌ها را مانند پله‌ی آخری که قورباغه روی آن قرار می‌گیرد درنظر بگیرید، حاصل‌جمع اعداد روی پله‌ها نیز برابر ۱۰۰ می‌شود.

۴- گزینه‌ی **۴** ابتدا اختلاف حجم دو مکعب مستطیل را به‌دست می‌آوریم. پس باید حجم مکعب مستطیل داخلی را نسبت به مکعب‌مستطیل خارجی محاسبه کنیم. دو مکعب مستطیل ارتفاع برابر دارند. اما مساحت قاعده‌ی آن‌ها متفاوت است. طول ضلع قاعده‌ی مکعب‌مستطیل داخلی ۷۰ درصد مکعب مستطیل خارجی است. پس مساحت آن $(\frac{۷۰}{۱۰۰}\times\frac{۷۰}{۱۰۰})$ از مساحت قاعده‌ی مکعب مستطیل خارجی است. یعنی: ۰/۴۹ مساحت قاعده‌ی مکعب مستطیل خارجی.

حجم مکعب‌مستطیل داخلی=(۰/۴۹×قاعده‌ی مکعب‌مستطیل خارجی)× ارتفاع

حجم مکعب‌مستطیل خارجی×۰/۴۹=(ارتفاع×قاعده‌ی‌مکعب مستطیل‌خارجی)×۰/۴۹=

فضای خالی بین مکعب‌مستطیل‌ها = حجم مکعب مستطیل خارجی − حجم مکعب مستطیل داخلی ⇒

(حجم مکعب مستطیل خارجی×۰/۴۹) − حجم مکعب مستطیل خارجی =

حجم مکعب مستطیل خارجی × ۰/۵۱ =

پس حجم آب در فضای خالی کمی بیش از نصف حجم مکعب مستطیل خارجی است و درنتیجه پس از برداشتن مکعب مستطیل داخلی، ارتفاع آب کمی بالاتر از نصف قرار می‌گیرد.

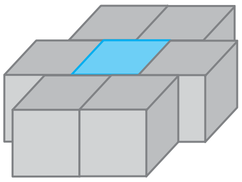
۵- گزینه‌ی **۴** در نگاه اول به‌نظر می‌رسد که سؤال با استفاده از جدول تناسب زیر حل خواهد شد.

۱۰۰	۴
?	۱

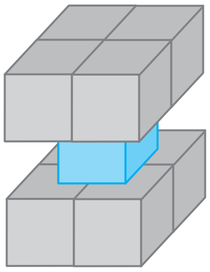
$\Rightarrow ?=\frac{۱۰۰\times۱}{۴}=۲۵$

اما دقت کنید که این نسبت ۲۵ به ۱ مربوط به طول و قد انسان‌های معمولی و انسان‌های لی‌لی‌پوتی است. غذا طول ندارد و با حجم اندازه گرفته می‌شود. اگر طول اضلاع یک مکعب ۲۵ برابر شود، حجم آن ۱۵۶۲۵=۲۵×۲۵×۲۵ برابر می شود. که تقریباً مساوی ۱۵۰۰۰ است. یعنی تقریباً ۱۵۰۰۰ وعده غذای لی‌لی‌پوتی مانند یک وعده غذای عادی است.

۶- گزینه‌ی **۳** اگر قرار باشد مکعب‌های دیگر، همگی فقط به یک مکعب (مکعب مرکز) چسبانده شوند (یعنی بین مکعب‌ها دیگر هیچ چسبی زده نشود و بین هر مکعب و مکعب مرکز چسب‌کاری شود)، ۱۴ مکعب می‌توان به یکی از مکعب‌ها چسباند.



«۴ مکعب درعقب و جلوی مکعب مرکز
و ۲ مکعب در راست و چپ مکعب مرکز»



«۴ مکعب در بالا و ۴ مکعب در پایین»

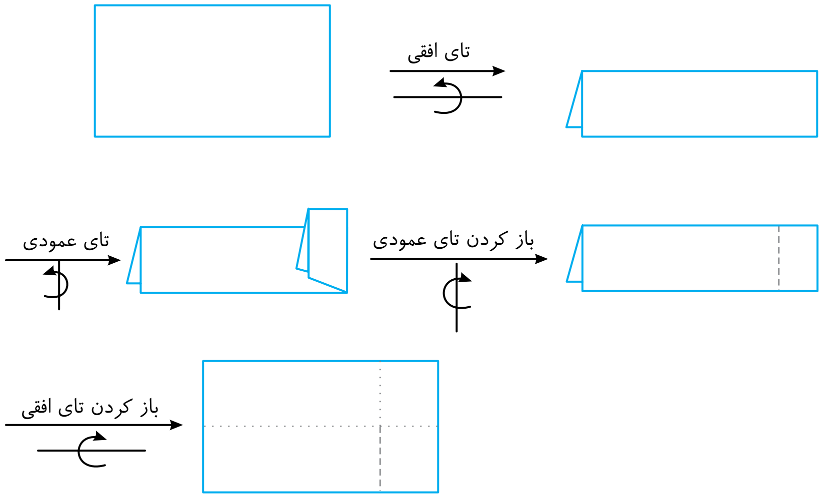
۱۴مکعب=۴+۴+۴+۲

۷- گزینه‌ی **۲** در حالتی تعداد صندلی حداکثر می‌شود که تعداد صندلی‌های سه پایه بیش‌ترین تعداد ممکن باشد. از روش الگوسازی استفاده می‌کنیم. تعداد صندلی‌های سه پایه در بیش‌ترین حالت مساوی خارج قسمت تقسیم ۲۷۵ بر ۳ است که ۹۱ می‌شود. این تقسیم دو تا پایه باقی‌مانده دارد، که نمی‌توان با آن صندلی چهار پایه ساخت. در این حالت تعداد صندلی‌های چهارپایه ۰/۵ است که درست نیست.

وضعیت	کل پایه‌ها	صندلی چهارپایه	صندلی سه پایه
درست نیست	۲۷۵	۰/۵	۹۱
درست نیست	۲۷۵	۱/۲۵	۹۰
✓درست است	۲۷۵	۲	۸۹

تعداد کل صندلی‌ها =۸۹+۲=۹۱

۸- گزینه‌ی ۳ ترتیب تا کردن روی خط افقی و خط‌های عمودی بر چگونگی و جهت تاهای زده شده اثر دارد. در همه‌ی شکل‌ها خط تای افقی به حالت تای بیرونی است. می‌توان گفت این حالت در این تصاویر وقتی به‌وجودمی‌آید که فقط تای افقی اول انجام شده باشد. در غیر این‌صورت خط تای افقی در همه جای آن بیرونی نخواهد شد. چون خط تای افقی اول زده شده است، در صورت انجام دادن تاهای عمودی، خط تای عمودی به‌صورت فقط بیرونی یا فقط درونی نمی‌تواند باشد و حتماً بخشی از آن بیرونی و بخش دیگر درونی خواهد شد. پس فقط گزینه‌ی (۳) درست است. به شکل نگاه کنید.



۹- گزینه‌ی ۳ پس از برش‌های ابتدایی، مقدار طول باقی‌مانده را حساب می‌کنیم:

$$۱-\frac{۱}{۱۲}-\frac{۱}{۶}=\frac{۱۲}{۱۲}-\frac{۱}{۱۲}-\frac{۲}{۱۲}=\frac{۹}{۱۲}=\frac{۳}{۴}$$

حال $\frac{۱}{۶}$ و $\frac{۱}{۱۲}$ از $\frac{۳}{۴}$ را حساب می‌کنیم.

$\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۸}$ ، $\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۱۶}$

مقدار باقی‌مانده پس از برش‌های دوم را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۳}{۴}-\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۸}=\frac{۱۲}{۱۶}-\frac{۱}{۱۶}-\frac{۲}{۱۶}=\frac{۹}{۱۶}$$

حال $\frac{۱}{۶}$ و $\frac{۱}{۱۲}$ از $\frac{۹}{۱۶}$ را حساب می‌کنیم:

$\frac{۹}{۱۶}\times\frac{۱}{۶}=\frac{۳}{۳۲}$ ، $\frac{۹}{۱۶}\times\frac{۱}{۱۲}=\frac{۳}{۶۴}$

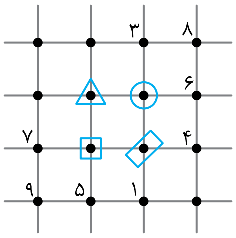
مقدار باقی‌مانده پس از برش‌های مرحله‌ی آخر را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۹}{۱۶}-\frac{۳}{۶۴}-\frac{۳}{۳۲}=\frac{۳۶}{۶۴}-\frac{۳}{۶۴}-\frac{۶}{۶۴}=\frac{۲۷}{۶۴}$$

حال $\frac{۲۷}{۶۴}$ را تقریب می‌زنیم:

$$\frac{۲۷}{۶۴}\simeq\frac{۲۷}{۶۳}=\frac{۳}{۷}$$

۱۰- گزینه‌ی ۱ دو نقطه‌ی کناری نقاط مشخص شده‌ی اولیه را نیز با △ و ▭ علامت‌گذاری می‌کنیم.

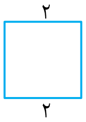
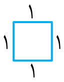
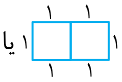
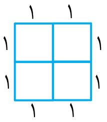


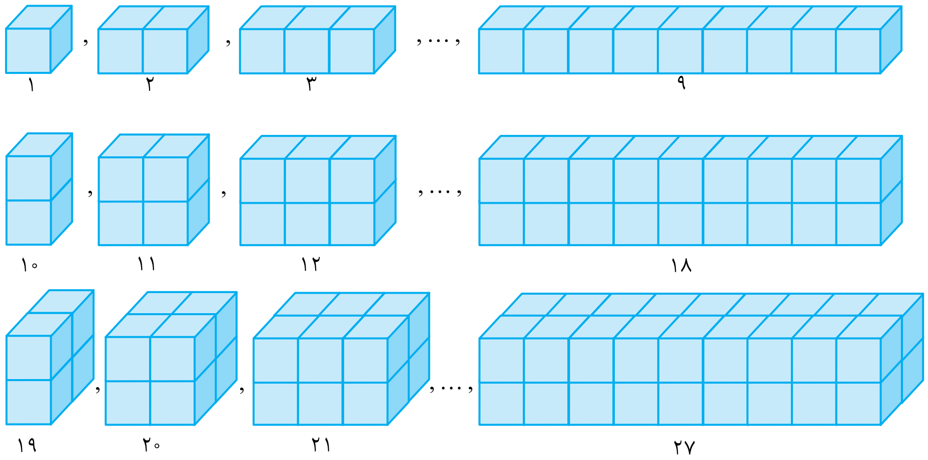
$$\bigcirc = \frac{۳+۶+\triangle+\text{▭}}{۴} = \frac{۹+\triangle+\text{▭}}{۴}$$

$$\square = \frac{۷+۵+\triangle+\text{▭}}{۴} = \frac{۱۲+\triangle+\text{▭}}{۴}$$

حالا ○ − □ را محاسبه می‌کنیم:

$$\square - \bigcirc = \frac{۱۲+\triangle+\text{▭}}{۴} - \frac{۹+\triangle+\text{▭}}{۴} = \frac{۱۲}{۴} - \frac{۹}{۴} = \frac{۳}{۴}$$

۱۱- گزینه‌ی ۲ مکعب مستطیل‌هایی که از یک حفره مربعی مانند  می‌توانند عبور کنند حتماً دارای دو وجه به شکل‌های  یا  یا  هستند. طول اضلاع دیگر مکعب مستطیل می‌تواند از ۱ تا ۹ باشد. پس الگوهای مکعبی زیر جواب هستند.



اما جواب ۲۷ تا نیست. بلکه ۲۵ تاست. چون مکعب مستطیل (۲ با ۱۰) و (۱۱ با ۱۹) یکسان هستند و باید آن‌ها را یک‌بار شمرد.

۱۲- گزینه‌ی ۱ الگو را ادامه می‌دهیم و سپس هر کدام را به یک عدد اعشاری با دو رقم اعشار تبدیل می‌کنیم:

عدد	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۲}{۳}$	$\frac{۳}{۴}$	$\frac{۴}{۵}$	$\frac{۵}{۶}$	$\frac{۶}{۷}$	$\frac{۷}{۸}$	$\frac{۸}{۹}$	$\frac{۹}{۱۰}$	$\frac{۱۰}{۱۱}$	$\frac{۱۱}{۱۲}$	$\frac{۱۲}{۱۳}$
عدد اعشاری	۰/۵۰	۰/۶۶	۰/۷۵	۰/۸۰	۰/۸۳	۰/۸۵	۰/۸۷	۰/۸۸	۰/۹۰	۰/۹۰	۰/۹۱	۰/۹۲
عدد تقریبی گرد شده	۰/۵	۰/۷	۰/۸	۰/۸	۰/۸	۰/۹	۰/۹	۰/۹	۰/۹	۰/۹	۰/۹	۰/۹

تا اینجا گرد شده‌ی اعداد، مساوی ۰/۵، ۰/۷، ۰/۸ و ۰/۹ شده است.

اما کسرها در الگوی عددی ادامه می‌یابند و به کسرهای $\frac{۹۹}{۱۰۰}$ یا $\frac{۹۹۹}{۱۰۰۰}$ نیز می‌رسند. گردشده‌ی این کسرها با تقریب کم‌تر از ۰/۱، مساوی ۱ است. پس جواب عددهای ۱، ۰/۹، ۰/۸، ۰/۷ و ۰/۵ می‌باشد.

۱۳- گزینه‌ی ۴ باتوجه به متن سه دسته مسیر به‌وجود می‌آید.

۱- مسیرهایی که از شهر (الف) با جاده‌های ۱ و ۲ شروع شده و با جاده‌های ۷ و ۸ به شهر (هـ) می‌رسند.

۲- مسیرهایی که از شهر (الف) با جاده‌ی ۳ شروع شده و با جاده‌های ۹ و ۱۰ به شهر (هـ) می‌رسند.

۳- مسیرهایی که از شهر (الف) با جاده‌های ۴، ۵ و ۶ شروع شده و با جاده‌های ۱۱ و ۱۲ به شهر (هـ) می‌رسند.

مسیرهای دسته‌ی (۱)

الف $\xrightarrow{۱}$ ب $\xrightarrow{۷}$ هـ
الف $\xrightarrow{۱}$ ب $\xrightarrow{۸}$ هـ
الف $\xrightarrow{۲}$ ب $\xrightarrow{۷}$ هـ
الف $\xrightarrow{۲}$ ب $\xrightarrow{۸}$ هـ

مسیرهای دسته‌ی (۲)

الف $\xrightarrow{۳}$ ج $\xrightarrow{۹}$ هـ
الف $\xrightarrow{۳}$ ج $\xrightarrow{۱۰}$ هـ

مسیرهای دسته‌ی (۳)

الف $\xrightarrow{۴}$ د $\xrightarrow{۱۱}$ هـ
الف $\xrightarrow{۴}$ د $\xrightarrow{۱۲}$ هـ
الف $\xrightarrow{۵}$ د $\xrightarrow{۱۱}$ هـ
الف $\xrightarrow{۵}$ د $\xrightarrow{۱۲}$ هـ
الف $\xrightarrow{۶}$ د $\xrightarrow{۱۱}$ هـ
الف $\xrightarrow{۶}$ د $\xrightarrow{۱۲}$ هـ

در کل ۶+۲+۴=۱۲ مسیر وجود دارد.

۱۴- گزینه‌ی ۳ جاده‌ی جدید باید در جایی ساخته شود که بتواند به جاده‌های قبلی یا بعدی بیش‌تری متصل باشد. چون با ساختن یک جاده‌ی جدید بین هر دو شهر دلخواه، به تعداد جاده‌های قبل یا بعد از شهرهای (ب)، (ج) و (د)، مسیر جدید اضافه می‌شود. به‌طور مثال اگر جاده بین دو شهر (ج) و (هـ) ساخته شود، فقط مسیر الف $\xrightarrow{۳}$ ج $\xrightarrow{\text{جدید}}$ هـ اضافه می‌شود.

اما اگر جاده بین دو شهر (د) و (هـ) ساخته شود، ۳ مسیر زیر به کل مسیرها اضافه می‌شود، که بیش‌ترین افزایش را دارد.

الف $\xrightarrow{۴}$ د $\xrightarrow{\text{جدید}}$ هـ
الف $\xrightarrow{۵}$ د $\xrightarrow{\text{جدید}}$ هـ
الف $\xrightarrow{۶}$ د $\xrightarrow{\text{جدید}}$ هـ

پس با اضافه کردن جاده‌ی بین دو شهر (د) و (هـ)، در کل ۱۲+۳=۱۵ روش مسافرت خواهیم داشت.

۱۵- گزینه‌ی ۱ بین شهرهای (د)، (ج) و (ب) هیچ جاده‌ی مستقیمی وجود ندارد. اگر شهر (ب) به (د) وصل شود، دو دسته «روش مسافرت» جدید ایجاد می‌شود. ۱- جاده‌های ۱ و ۲ می‌توانند به جاده‌های ۱۱ و ۱۲ وصل شوند. ۲- جاده‌های ۴، ۵ و ۶ می‌توانند به جاده‌های ۷ و ۸ وصل شوند.

با این جاده‌ی جدید، ۴ روش جدید در دسته‌ی (۱) و ۶ روش جدید در دسته‌ی (۲) ایجاد می‌شود. با ساختن جاده بین شهر (ج) و (ب) یا (ج) و (د) حتماً تعداد روش‌های کم‌تری به‌وجود می‌آید؛ چون تعداد جاده‌های بین شهرهای الف، ج و هـ نسبت به بقیه کم‌تر است.

یادداشت