


مقدمه مؤلف

تقدیم به همسر عزیزم

برای پیمودن مسیری سخت و طولانی، بهترین راه این است که مسیر را به قسمت‌های کوچک‌تر تقسیم کنیم و آن را مرحله‌به‌مرحله پشت سر بگذاریم. با این روش به بسیاری از هدف‌هایمان که به ظاهر دست‌نیافتنی هستند، خواهیم رسید.

کتاب «چهل قدم ریاضی ششم» با همین نگاه طراحی و تألیف شده است. در این کتاب، موضوعات فراوان و پیچیده‌ی ریاضی، به ابعاد کوچک‌تر و قابل فهمی تقسیم و بیان می‌شود. هر موضوع کوچک با چند جمله‌ی کوتاه، مثال و تمرین آموزش داده می‌شود. مثال‌ها معمولاً ادامه‌ی درس هستند و آن را کامل می‌کنند. همه‌ی این اتفاق‌ها در یک صفحه از این کتاب رخ می‌دهد. هر چهار صفحه، موضوعی را به طور کامل منتقل می‌کند و یک قدم را تشکیل می‌دهد. در انتهای هر قدم، چند سؤال با عنوان «مرور و تمرین» ارائه شده است. هر چند قدم، یک فصل از کتاب درسی را پوشش می‌دهد.

پاسخ تمرین‌ها و مرور و تمرین قدم‌ها در انتهای کتاب ارائه شده است. علاوه بر این، حل برخی تمرین‌ها و مثال‌های دشوار، که با علامت  مشخص شده‌اند، به صورت فیلم آموزشی در اپلیکیشن رایگان کلاغ سپید بارگذاری شده است. شما عزیزان می‌توانید با مراجعه به وب‌سایت www.gaj.ir این اپلیکیشن را دریافت کنید و پس از نصب آن روی گوشی یا تبلت خود، فیلم‌ها را مشاهده کنید.

تألیف کتاب با این روش و ساختار، کاری دشوار بود؛ خرد کردن موضوعات و جا دادن کل مطالب مورد نظر در قالب از پیش تعیین‌شده و نیز انتخاب مثال‌ها و تمرین‌های هدفمند که فرایند آموزش را کامل و از اطاله‌ی کلام جلوگیری کند، بخشی از مشکلات اجرایی تألیف این کتاب بود که به یاری خداوند و با همت، همکاری و سعه‌ی صدر مسئولان و کارکنان محترم انتشارات گاج برای اینجانب میسر شد. امیدوار است نتیجه‌ی این تلاش گروهی، در راستای اعتلای سطح علمی فرزندان ایران، گامی هرچند کوچک ولی مؤثر باشد.

در پایان از همکاری خانم‌ها مرضیه فرزانه‌فر، اکرم نژادفلاح، مهدیه میرزاعلی و آقای افشین فرزانه سپاسگزارم و از درگاه خداوند سلامت و توفیق روزافزون برای ایشان خواهانم. همچنین از مدیریت واحد تولید فیلم‌های آموزشی، آقای میثم رازبانی و همکار محترمشان، آقای صبور، به دلیل تلاش‌های شبانه‌روزی و دلسوزانه‌شان متشکرم.

علی اصغر حیدری



فهرست

۱۳۸	قدم ۲۲	تقارن و مختصات
۱۴۲	مرور و تمرین قدم ۲۲	
۱۴۴	قدم ۲۳	
۱۴۸	مرور و تمرین قدم ۲۳	
۱۵۲	قدم ۲۴	فصل ۵
۱۵۶	مرور و تمرین قدم ۲۴	
۱۵۸	قدم ۲۵	
۱۶۲	مرور و تمرین قدم ۲۵	
۱۶۴	قدم ۲۶	اندازه‌گیری
۱۶۸	مرور و تمرین قدم ۲۶	
۱۷۰	قدم ۲۷	
۱۷۴	مرور و تمرین قدم ۲۷	
۱۷۶	قدم ۲۸	فصل ۶
۱۸۰	مرور و تمرین قدم ۲۸	
۱۸۲	قدم ۲۹	
۱۸۶	مرور و تمرین قدم ۲۹	
۱۹۰	قدم ۳۰	تناسب و درصد
۱۹۴	مرور و تمرین قدم ۳۰	
۱۹۶	قدم ۳۱	
۲۰۰	مرور و تمرین قدم ۳۱	
۲۰۲	قدم ۳۲	فصل ۷
۲۰۶	مرور و تمرین قدم ۳۲	
۲۰۸	قدم ۳۳	
۲۱۲	مرور و تمرین قدم ۳۳	
۲۱۴	قدم ۳۴	تشریح
۲۱۸	مرور و تمرین قدم ۳۴	
۲۲۰	قدم ۳۵	
۲۲۴	مرور و تمرین قدم ۳۵	
۲۲۶	قدم ۳۶	پیوست
۲۳۰	مرور و تمرین قدم ۳۶	
۲۳۴	قدم ۳۷	
۲۳۸	مرور و تمرین قدم ۳۷	
۲۴۰	قدم ۳۸	پاسخنامه
۲۴۴	مرور و تمرین قدم ۳۸	
۲۴۸	قدم ۳۹	
۲۵۲	مرور و تمرین قدم ۳۹	
۲۵۶	قدم ۴۰	
۲۶۰	مرور و تمرین قدم ۴۰	
۲۶۵	پاسخنامه‌ی تشریحی تمرین‌ها	

۶	قدم ۱	فصل ۱
۱۰	مرور و تمرین قدم ۱	
۱۲	قدم ۲	
۱۶	مرور و تمرین قدم ۲	
۱۸	قدم ۳	عدد و الگوهای عددی
۲۲	مرور و تمرین قدم ۳	
۲۴	قدم ۴	
۲۸	مرور و تمرین قدم ۴	
۳۰	قدم ۵	فصل ۲
۳۴	مرور و تمرین قدم ۵	
۳۶	قدم ۶	
۴۰	مرور و تمرین قدم ۶	
۴۴	قدم ۷	کسر
۴۸	مرور و تمرین قدم ۷	
۵۰	قدم ۸	
۵۴	مرور و تمرین قدم ۸	
۵۶	قدم ۹	فصل ۳
۶۰	مرور و تمرین قدم ۹	
۶۲	قدم ۱۰	
۶۶	مرور و تمرین قدم ۱۰	
۶۸	قدم ۱۱	اعداد اعشاری
۷۲	مرور و تمرین قدم ۱۱	
۷۴	قدم ۱۲	
۷۸	مرور و تمرین قدم ۱۲	
۸۰	قدم ۱۳	فصل ۴
۸۴	مرور و تمرین قدم ۱۳	
۸۸	قدم ۱۴	
۹۲	مرور و تمرین قدم ۱۴	
۹۴	قدم ۱۵	
۹۸	مرور و تمرین قدم ۱۵	
۱۰۰	قدم ۱۶	
۱۰۴	مرور و تمرین قدم ۱۶	
۱۰۶	قدم ۱۷	
۱۱۰	مرور و تمرین قدم ۱۷	
۱۱۲	قدم ۱۸	
۱۱۶	مرور و تمرین قدم ۱۸	
۱۱۸	قدم ۱۹	
۱۲۲	مرور و تمرین قدم ۱۹	
۱۲۶	قدم ۲۰	
۱۳۰	مرور و تمرین قدم ۲۰	
۱۳۲	قدم ۲۱	
۱۳۶	مرور و تمرین قدم ۲۱	



① معرفی واحد و نمایش کسرها

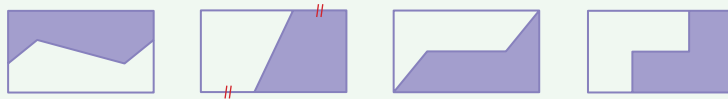


در ریاضی، هرگاه بخواهیم جزئی از کل را نمایش دهیم، از عددهای کسری استفاده می‌کنیم. برای نوشتن کسر مربوط به هر شکل، حتماً باید روی آن شکل قسمت‌های مساوی ایجاد کنیم.

صورت \rightarrow ۳
مخرج \rightarrow ۵ ← خط کسری

هر کسر از سه قسمت تشکیل شده است: صورت، مخرج و خط کسری.

در شکل بالا، دایره به ۵ قسمت مساوی تقسیم و ۳ قسمت از آن رنگ شده است؛ بنابراین این شکل نشان‌دهنده‌ی کسر $\frac{3}{5}$ است. همان‌طور که در شکل‌های زیر می‌بینید، همه‌ی شکل‌ها نشان‌دهنده‌ی کسر $\frac{1}{3}$ هستند؛ بنابراین در تقسیم یک شکل به قسمت‌های مساوی، لزومی ندارد که حتماً شکل را با یک خط راست تقسیم‌بندی کنیم. همچنین اگر کل یک شکل رنگ شود، یعنی یک واحد رنگ شده است.

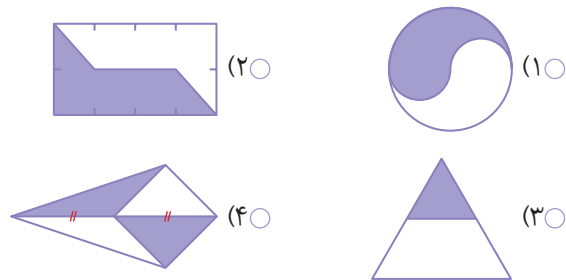


تمرین

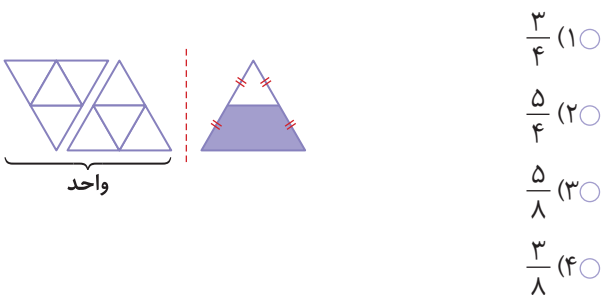
کدام شکل، کسر $\frac{1}{3}$ را نشان می‌دهد؟ (تیزهوشان و نمونه دولتی)



کدام یک از شکل‌های زیر کسر $\frac{1}{3}$ را نشان نمی‌دهد؟



با توجه به واحد داده‌شده، چه کسری از شکل رنگی است؟



مثال

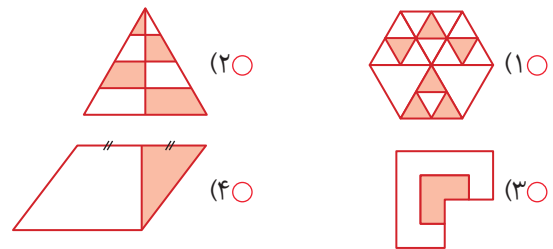
با توجه به واحد داده‌شده، چه کسری از شکل رنگی است؟



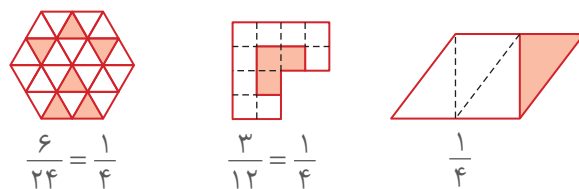
پاسخ: واحد به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده و ۱ قسمت از ۶ قسمت رنگ شده است؛ پس این شکل کسر $\frac{1}{6}$ را نشان می‌دهد.

پاسخ گزینه‌ی «۲» است.

کدام شکل کسر $\frac{1}{3}$ را نشان نمی‌دهد؟



پاسخ: شکل گزینه‌ی ۲، کسر $\frac{1}{3}$ را نشان می‌دهد، اما بقیه‌ی شکل‌ها با توجه به تقسیم‌بندی‌های زیر، کسر $\frac{1}{3}$ را نشان می‌دهند:



پاسخ گزینه‌ی «۲» است.

۲ انواع کسرها و نمایش آنها روی محور اعداد

کسرها را می‌توان به سه دسته‌ی زیر تقسیم‌بندی کرد:

۱- کوچک‌تر از واحد، مانند: $\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۱}{۲۱}$ ۲- مساوی واحد، مانند: $\frac{۵}{۵} = \frac{۷}{۷} = ۱$ ۳- بزرگ‌تر از واحد، مانند: $\frac{۵}{۳}$ و $\frac{۱۷}{۲}$

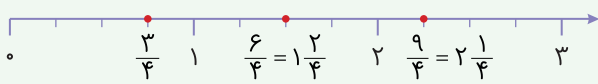
نکته

۱- کسره‌های کوچک‌تر از واحد، شامل دو دسته هستند:

(الف) **کسر مساوی صفر**: صورت این کسرها صفر است، مانند $\frac{۰}{۵}$ (ب) **کسر بین صفر و ۱**: مانند $\frac{۳}{۵}$ ، $\frac{۷}{۲۳}$ و $\frac{۱۱}{۱۰۰}$

۲- مخرج یک کسر، هیچ‌گاه نمی‌تواند صفر باشد.

نمایش کسرها روی محور: برای نمایش یک کسر روی محور، ابتدا هر واحد محور را به اندازه‌ی مخرج کسر تقسیم‌بندی می‌کنیم، سپس روی محور و از نقطه‌ی صفر، قسمت‌های ایجادشده را به اندازه‌ی صورت کسر می‌شماریم و پیش می‌رویم تا جایی که به عدد مورد نظر برسیم.



در محور روبه‌رو هر واحد محور به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده، پس هر قسمت برابر $\frac{۱}{۴}$ واحد است.

تمرین

۱ چه کسری از دندان‌های یک یوزپلنگ ایرانی نمی‌تواند

(تیزهوشان)

خراب باشد؟

- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) $\frac{۱}{۲}$
۳ (۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴ (۴) $\frac{۳}{۴}$

۲ کدامیک از کسره‌های زیر تعریف نشده است؟

- ۱ (۱) $\frac{۷}{۷}$
۲ (۲) $\frac{۷}{۰}$
۳ (۳) $\frac{۰}{۷}$
۴ (۴) $\frac{۷}{۱}$

۳ روی محور زیر، نقاط (ه) و (د)، به ترتیب چه عددهایی را

نشان می‌دهند؟



- ۱ (۱) $\frac{۱۳}{۴}$ ، $\frac{۱۲}{۷}$
۲ (۲) $\frac{۱۳}{۴}$ ، $\frac{۱۱}{۶}$
۳ (۳) $\frac{۱۰}{۳}$ ، $\frac{۱۲}{۷}$
۴ (۴) $\frac{۱}{۴}$ ، $\frac{۵}{۷}$

مثال

۱ کدامیک از کسره‌های زیر با بقیه فرق دارد؟

- ۱ (۱) $\frac{۸}{۶}$ ۲ (۲) $\frac{۹}{۷}$ ۳ (۳) $\frac{۱۰}{۱۲}$ ۴ (۴) $\frac{۱۵}{۱۳}$

پاسخ: صورت کسر $\frac{۱۰}{۱۲}$ از مخرج آن کوچک‌تر است. پس این کسر کوچک‌تر از واحد است؛ اما بقیه‌ی کسرها بزرگ‌تر از واحد هستند.

پاسخ گزینه‌ی «۳» است.

۲ کدامیک از کسره‌های زیر معنی ندارد؟

(مسابقات علمی)

- ۱ (۱) $\frac{۵}{۵}$ ۲ (۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳ (۳) $\frac{۰}{۵}$ ۴ (۴) $\frac{۵}{۰}$

پاسخ: مخرج هیچ کسری نمی‌تواند صفر باشد، پس کسر $\frac{۵}{۰}$ معنی ندارد.

پاسخ گزینه‌ی «۴» است.

۳ روی محور زیر، نقاط (الف) و (ب) به ترتیب چه عددهایی را

نشان می‌دهند؟



- ۱ (۱) $\frac{۱۷}{۵}$ ، $\frac{۵}{۳}$ ۲ (۲) $\frac{۱۸}{۵}$ ، $\frac{۵}{۳}$
۳ (۳) $\frac{۱۸}{۵}$ ، $\frac{۲}{۳}$ ۴ (۴) $\frac{۳}{۵}$ ، $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: بین ۱ و ۲ به سه قسمت مساوی تقسیم شده است، پس نقطه‌ی (الف)، عدد $\frac{۵}{۳}$ یا $۱\frac{۲}{۳}$ را نشان می‌دهد. از طرفی بین ۳ و ۴ به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است، پس نقطه‌ی (ب) عدد $\frac{۱۸}{۵}$ یا $۳\frac{۳}{۵}$ را نشان می‌دهد.

پاسخ گزینه‌ی «۲» است.



۳ عدد مخلوط

در سال‌های قبل آموختید که عدد مخلوط همان کسر بزرگ‌تر از واحد است که به صورت دیگری نوشته می‌شود، مانند: $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$
تبدیل کسرهای بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط: برای این کار از روش‌های زیر استفاده می‌کنیم:

۱- گسترده‌نویسی: کسر را به صورت مجموع چند کسر مساوی با واحد و یک کسر کوچک‌تر از واحد می‌نویسیم، مانند:

$$\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3} \qquad \frac{15}{7} = \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{1}{7} = 1 + 1 + \frac{1}{7} = 2\frac{1}{7}$$

۲- تقسیم صورت بر مخرج: صورت کسر را بر مخرج آن تقسیم می‌کنیم. به این ترتیب، خارج قسمت تقسیم همان قسمت صحیح عدد مخلوط و باقیمانده‌ی تقسیم نیز صورت قسمت کسری عدد مخلوط است.

$$\begin{array}{l} 15 \xrightarrow{7} \text{مخرج قسمت کسری} \\ -14 \xrightarrow{2} \text{قسمت صحیح} \\ \hline 1 \xrightarrow{1} \text{صورت قسمت کسری} \end{array} \qquad \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$$

تبدیل عدد مخلوط به کسر: ابتدا یک خط کسری رسم می‌کنیم و مخرج را بدون تغییر می‌نویسیم، سپس قسمت صحیح عدد مخلوط را در

مخرج قسمت کسری ضرب و عدد حاصل را با صورت قسمت کسری جمع می‌کنیم و در صورت کسر می‌نویسیم، مانند:

$$\frac{3\frac{5}{7}}{7} = \frac{(3 \times 7) + 5}{7} = \frac{26}{7} \qquad 5\frac{11}{14} = \frac{(5 \times 14) + 11}{14} = \frac{81}{14}$$

توجه: سه عدد مخلوط $5\frac{3}{8}$ ، $4\frac{11}{8}$ و $3\frac{19}{8}$ با یکدیگر برابرند، زیرا با تبدیل هر یک از آنها به عدد کسری، کسر $\frac{43}{8}$ به دست می‌آید.

تمرین

۱ حاصل کدام گزینه با $7\frac{3}{8}$ برابر نیست؟

- $\frac{59}{8}$ (۲) $7 + \frac{3}{8}$ (۱)
 $\frac{19}{8}$ (۴) $6\frac{1}{8}$ (۳)

۲ اگر یک دسته‌ی هشت‌تایی را به عنوان واحد در نظر بگیریم،

عدد ۳۵ با کدام عدد زیر برابر است؟

- $3\frac{5}{8}$ (۱)
 $4\frac{3}{8}$ (۲)
 $4\frac{5}{8}$ (۳)
 $3\frac{3}{8}$ (۴)

۳ کدام یک از کسرهای زیر نمی‌تواند نمایش کسری یک عدد

مخلوط باشد؟

- $\frac{103}{13}$ (۱)
 $\frac{1783}{5}$ (۲)
۱۷ (۳)
 $\frac{93}{94}$ (۴)

مثال

۱ حاصل کدام گزینه با $5\frac{4}{9}$ برابر است؟

- $\frac{41}{9}$ (۴) $5 + \frac{4}{9}$ (۳) $\frac{29}{9}$ (۲) $5 \times \frac{4}{9}$ (۱)

پاسخ: $5\frac{4}{9}$ یعنی ۵ واحد کامل و $\frac{4}{9}$ از یک واحد، به عبارتی $5 + \frac{4}{9}$.
شکل کسری این عدد نیز به صورت $\frac{49}{9}$ است.

پاسخ گزینه‌ی «۳» است.

۲ اگر یک دسته‌ی ده‌تایی را به عنوان واحد کامل در نظر بگیریم،

عدد ۴۳ با کدام عدد مخلوط زیر برابر است؟

- $10\frac{3}{4}$ (۴) $3\frac{4}{10}$ (۳) $4\frac{3}{10}$ (۲) $4\frac{1}{3}$ (۱)

پاسخ: کافی است کسر $\frac{43}{10}$ را به عدد مخلوط تبدیل کنیم.

$$\frac{43}{10} = 4\frac{3}{10}$$

پاسخ گزینه‌ی «۲» است.

۳ عدد $65\frac{65}{65}$ برابر است با:

(مسابقات علمی)

- ۶۵ (۲) $\frac{130}{65}$ (۱)
 $\frac{(65+65) \times 65}{65}$ (۴) ۶۶ (۳)

پاسخ: $\frac{65}{65}$ برابر واحد است، پس: $65\frac{65}{65} = 65 + 1 = 66$

پاسخ گزینه‌ی «۳» است.

۴) الگوهای کسری

کسرهای $\frac{1}{35}, \frac{3}{35}, \frac{5}{35}, \frac{7}{35}, \dots$ یک الگوی عددی را تشکیل داده‌اند. با توجه به این الگو می‌توانیم همه‌ی کسرهای بعدی را هم مشخص کنیم. همان‌طور که می‌بینید، در این الگو مخرج‌ها ثابت و همواره مساوی ۳۵ است، اما به صورت کسرها دوتا دوتا اضافه می‌شود؛ پس عدد بعدی $\frac{9}{35}$ است و به همین ترتیب، عددهای $\frac{11}{35}, \frac{13}{35}, \frac{15}{35}, \dots$ نیز در این الگوی عددی قرار دارند؛ بنابراین

داریم:
$$\text{کسر شماره‌ی } \bigcirc = \frac{(2 \times \bigcirc) - 1}{35} \Rightarrow \text{کسر شماره‌ی } (10) = \frac{(2 \times 10) - 1}{35} = \frac{19}{35}$$

کسرهای $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \dots$ نیز یک الگوی عددی را تشکیل داده‌اند. در این الگو صورت هر کسر با شماره‌ی آن کسر برابر است، برای مثال صورت کسر اول برابر ۱ و صورت کسر دوم نیز برابر ۲ است، اما مخرج هر کسر، یک واحد از شماره‌ی آن کسر بیشتر است. به همین ترتیب کسرهای بعدی عبارت‌اند از $\frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \dots$ ؛ پس داریم:

کسر شماره‌ی $\bigcirc = \frac{\bigcirc}{\bigcirc + 1} \Rightarrow \text{کسر شماره‌ی } (20) = \frac{20}{20 + 1} = \frac{20}{21}$

تمرین

۱) با توجه به الگوی عددی زیر، یازدهمین کسر کدام است؟

$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \dots$

$\frac{11}{23}$ (۲)

$\frac{11}{25}$ (۱)

$\frac{11}{11}$ (۴)

$\frac{11}{19}$ (۳)

۲) با توجه به الگوی عددی زیر، هشتمین کسر کدام است؟

$\frac{26}{21}, \frac{24}{24}, \frac{22}{27}, \frac{20}{30}, \dots$

$\frac{12}{39}$ (۱)

$\frac{14}{39}$ (۲)

$\frac{12}{42}$ (۳)

$\frac{14}{42}$ (۴)

۳) با توجه به الگوی عددی زیر، کسر بیستم کدام است؟

$\frac{1}{1}, \frac{2}{4}, \frac{3}{9}, \frac{4}{16}, \dots$

$\frac{20}{200}$ (۱)

$\frac{20}{360}$ (۲)

$\frac{21}{400}$ (۳)

$\frac{1}{20}$ (۴)

مثال

۱) با توجه به الگوی عددی زیر، عدد هفتم کدام است؟

$\frac{1}{5}, \frac{4}{10}, \frac{7}{15}, \dots$

$\frac{16}{35}$ (۲)

$\frac{16}{30}$ (۱)

$\frac{19}{35}$ (۴)

$\frac{19}{30}$ (۳)

پاسخ: صورت کسرها سه‌تا سه‌تا و مخرج آنها پنج‌تا پنج‌تا اضافه می‌شود:

$$\frac{1}{5}, \frac{4}{10}, \frac{7}{15}, \frac{10}{20}, \frac{13}{25}, \frac{16}{30}, \frac{19}{35}$$

رابطه‌ی کلی: $\text{کسر شماره‌ی } \bigcirc = \frac{(3 \times \bigcirc) - 2}{5 \times \bigcirc}$

پاسخ گزینه‌ی «۴» است.

۲) با توجه به الگوی عددی زیر، نهمین کسر کدام است؟

$\frac{20}{30}, \frac{21}{28}, \frac{22}{26}, \frac{23}{24}, \dots$

$\frac{26}{14}$ (۴)

$\frac{28}{12}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: به صورت کسرها یک واحد یک واحد اضافه، اما از مخرج آنها

دوتا دوتا کم می‌شود؛ بنابراین:

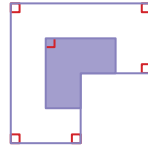
$$\frac{20}{30}, \frac{21}{28}, \frac{22}{26}, \frac{23}{24}, \frac{24}{22}, \frac{25}{20}, \frac{26}{18}, \frac{27}{16}, \frac{28}{14} = 2$$

پاسخ گزینه‌ی «۲» است.



مرور و تمرین

۱ چه کسری از شکل زیر رنگ نشده است؟



$\frac{5}{12}$ (۱)

$\frac{4}{6}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۴)

۲ چه کسری از دایره را رنگ کرده‌ایم؟

(TIMSS)



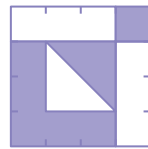
$\frac{1}{4}$ بین ۰ و $\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ بین $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ بین $\frac{3}{4}$ و ۱ (۴)

۳ چه کسری از شکل زیر رنگ شده است؟



$\frac{8}{16}$ (۱)

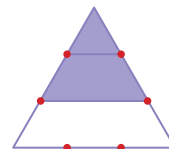
$\frac{5}{16}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۴)

۴ مثلث زیر متساوی‌الاضلاع است. چه کسری از آن رنگ شده

(مسابقات علمی)



$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{4}{9}$ (۴)

۵ کدام عدد با بقیه متفاوت است؟

$7\frac{18}{5}$ (۱)

$9\frac{7}{5}$ (۲)

$10\frac{3}{5}$ (۳)

$8\frac{13}{5}$ (۴)

۶ کدام گزینه اعداد مشخص شده روی محور را به ترتیب از چپ

(تیزهوشان و نمونه دولتی)

به راست به درستی نشان می‌دهد؟



$\frac{4}{6}$ ، $1\frac{1}{3}$ ، $2\frac{2}{5}$ ، $3\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{4}{6}$ ، $1\frac{2}{3}$ ، $2\frac{2}{3}$ ، $3\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ ، $1\frac{4}{6}$ ، $2\frac{2}{5}$ ، $3\frac{3}{75}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ ، $1\frac{4}{6}$ ، $2\frac{1}{3}$ ، $3\frac{3}{75}$ (۴)

۷ اگر هر دسته‌ی ۱۱ تایی را ۱ واحد در نظر بگیریم، عدد ۵۳ با

(مسابقات علمی)

کدام عدد مخلوط زیر برابر خواهد شد؟

$5\frac{1}{11}$ (۲)

$4\frac{8}{11}$ (۱)

$4\frac{7}{11}$ (۴)

$4\frac{9}{11}$ (۳)

۸ عدد مخلوط $2\frac{17}{51}$ ، مساوی کدام کسر زیر است؟

(تیزهوشان و نمونه دولتی)

$\frac{935}{51}$ (۲)

$\frac{15}{4}$ (۱)

$\frac{119}{51}$ (۴)

$\frac{13}{2}$ (۳)

۹ در بین کسرهای $\frac{1}{1}$ ، $\frac{2}{1}$ ، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{4}{3}$ ، $\frac{5}{4}$ ، $\frac{6}{5}$ ، $\frac{7}{6}$ ، $\frac{8}{7}$ ، $\frac{9}{8}$ ، $\frac{10}{9}$ چند کسر مساوی

(تیزهوشان و نمونه دولتی)

۱ است؟

(۱) یکی

(۲) دوتا

(۳) سه‌تا

(۴) چهارتا

۱۰ با توجه به الگوی عددی $\frac{1}{4}$ ، $\frac{2}{12}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{6}$ ، $\frac{1}{3}$ به جای ()

(تیزهوشان و نمونه دولتی)

کدام عدد قرار می‌گیرد؟

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{2}{9}$ (۱)

2 (۴)

1 (۳)

۱۲ با توجه به الگوی عددی زیر، کسر دهم کدام است؟

$$\frac{1}{6}, \frac{4}{11}, \frac{9}{16}, \frac{16}{21}, \dots$$

$$\frac{10}{3} \text{ (۱) } \circ$$

$$\frac{100}{51} \text{ (۲) } \circ$$

$$\frac{100}{61} \text{ (۳) } \circ$$

$$\frac{81}{51} \text{ (۴) } \circ$$

۱۱ با توجه به الگوی عددی زیر، کسر پنجم کدام است؟

$$\frac{3}{5}, \frac{11}{19}, \frac{43}{75}, \frac{171}{299}, \dots$$

(تیزهوشان و نمونه دولتی)

$$\frac{680}{1190} \text{ (۲) } \circ$$

$$\frac{195}{450} \text{ (۴) } \circ$$

$$\frac{683}{1195} \text{ (۱) } \circ$$

$$\frac{407}{658} \text{ (۳) } \circ$$



۱) نمودار دایره‌ای

نمودار دایره‌ای برای نمایش قسمت‌ها و نسبت‌های بین آنها در یک گروه استفاده می‌شود. در این نمودار از قطاع‌های دایره برای نشان دادن اندازه‌ی نسبی داده‌ها استفاده می‌شود. برای رسم نمودار دایره‌ای می‌توانیم از دو روش استفاده کنیم. این دو روش را با یک مثال توضیح می‌دهیم.

مثال: نمودار دایره‌ای را برای سه نسبت ۵، ۷ و ۸ رسم کنید.

پاسخ:

۱- درصد: در ابتدا با استفاده از جدول تناسب هر یک از نسبت‌ها را به درصد تبدیل می‌کنیم، سپس یک دایره را به صد قسمت مساوی تقسیم و در آخر درصد مربوط به هر نسبت را روی آن دایره مشخص می‌کنیم.

$$\frac{5}{20} = 25\% \quad \frac{7}{20} = 35\% \quad \frac{8}{20} = 40\%$$

۲- درجه: یک دایره‌ی کامل ۳۶۰ درجه است؛ بنابراین با استفاده از جدول تناسب، هر یک از نسبت‌ها یا درصد‌های موجود را بر حسب درجه مشخص می‌کنیم، سپس با قرار دادن مرکز نقطه بر مرکز دایره، زاویه‌های مربوط به هر قسمت را به طور متوالی مشخص می‌کنیم.

۷	○
۲۰	۳۶۰°

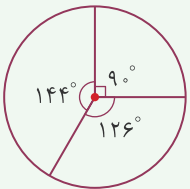
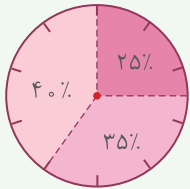
$$\Rightarrow \text{○} = \frac{7 \times 360^\circ}{20} = 126^\circ$$

یا

۳۵	○
۱۰۰	۳۶۰°

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{35 \times 360^\circ}{100} = 126^\circ$$

دانش‌آموزان عزیز، بقیه‌ی زاویه‌ها را خودتان حساب کنید.



تمرین

۱) سه نسبت ۵، ۶ و ۹ موجود است. برای رسم نمودار دایره‌ای،

نسبت ۶ را با چه زاویه‌ای درون دایره مشخص می‌کنیم؟

- ۱۰۸° (۲○) ۱۲۶° (۱○)
۸۸° (۴○) ۹۶° (۳○)

۲) در نمودار دایره‌ای زیر، قسمت سبزرنگ چه زاویه‌ای را نشان می‌دهد؟



- ۱۴۴° (۲○) ۱۳۸° (۱○)
۱۲۶° (۴○) ۱۳۴° (۳○)

۳) در یک باشگاه ورزشی، اعضا طبق نمودار دایره‌ای زیر در

کلاس‌های ورزشی ثبت‌نام کرده‌اند. اگر تعداد کل اعضا

۵۴۰ نفر باشد، چند نفر در کلاس کاراته ثبت‌نام کرده‌اند؟



- ۱۰۸ (۱○)
۱۱۲ (۲○)
۱۱۸ (۳○)
۱۲۲ (۴○)

مثال

۱) سه نسبت ۲ و ۳ و ۵ موجود است. برای رسم نمودار دایره‌ای،

نسبت ۳ را با چه زاویه‌ای درون دایره مشخص می‌کنیم؟

- ۱۲۰° (۱○) ۷۲° (۱○)
۱۰۸° (۳○) ۹۰° (۲○)
۱۰۸° (۳○) ۹۰° (۲○)

پاسخ: مجموع نسبت‌ها = ۲ + ۳ + ۵ = ۱۰

۱۰	۳
۳۶۰°	○

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{3 \times 360^\circ}{10} = 108^\circ$$

پاسخ گزینه‌ی «۳» است.

۲) سه نقاش با هم مدرسه‌ای را رنگ زدند.

اگر آنها روی هم ۶۰۰ ساعت برای

نقاشی این مدرسه کار کرده باشند، نفر

دوم چند ساعت کار کرده است؟

- ۲۱۰ (۱○) ۱۱۴ (۱○)
۱۰۲ (۳○) ۷۰ (۲○)
۱۰۲ (۳○) ۷۰ (۲○)

پاسخ: ابتدا درصد مربوط به انجام کار نفر دوم را مشخص می‌کنیم:

$$100\% - (35\% + 48\%) = 17\%$$

درصد	۱۰۰	۱۷
زمان	۶۰۰	○

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{17 \times 600}{100} = 102 \text{ ساعت}$$

پاسخ گزینه‌ی «۳» است.

۲) پرتاب سکه

وقتی یک سکه را می‌اندازیم، یا روی سکه بالا قرار می‌گیرد یا پشت آن. انتظار داریم که تقریباً در نصف (یعنی ۵۰ درصد) پرتاب‌ها روی سکه و در نصف دیگر (یعنی ۵۰ درصد) پرتاب‌ها هم پشت سکه بیاید که در اصطلاح می‌گوییم احتمال رو آمدن و پشت آمدن پنجاه پنجاه است. دقت کنید که احتمال دارد در ۱۰۰۰ مرتبه پرتاب یک سکه ۵۱۲ مرتبه روی سکه و ۴۸۸ مرتبه پشت آن ظاهر شود. به این ترتیب می‌توانیم نتیجه‌ی آزمایش را در جدولی مانند جدول زیر و با درصد نمایش دهیم:

پشت	رو	یا	پشت	رو
۴۸۸	۵۱۲		۴۸/۸٪	۵۱/۲٪

توجه: اگر دو سکه را با هم پرتاب کنیم، تعداد حالت‌ها ۴ تا خواهد شد که با این مبحث در کلاس‌های بالاتر آشنا می‌شوید. (پشت، پشت)، (رو، پشت)، (پشت، رو)، (رو، رو): تعداد حالت‌های پرتاب دو سکه با هم

تمرین

۱) اگر یک سکه را ۵۰ مرتبه پرتاب کنیم و ۱۰ مرتبه پشت سر هم رو بیاید، انتظار داریم در کل چند مرتبه پشت سکه ظاهر شود؟

- ۱۰ (۱) ۱۵
۲۰ (۲) ۲۵ (۳)
۴۰ (۴)

۲) کدام یک از جمله‌های زیر درست است؟

- ۱) اگر سکه‌ای را ۳۰ مرتبه بیندازیم، دقیقاً در ۱۵ مرتبه روی سکه ظاهر می‌شود.
۲) اگر سکه‌ای را ۳۰ مرتبه بیندازیم، حداقل در ۱۵ مرتبه روی سکه ظاهر می‌شود.
۳) اگر سکه‌ای را ۳۰ مرتبه بیندازیم، حداکثر در ۱۵ مرتبه روی سکه ظاهر می‌شود.
۴) اگر سکه‌ای را ۳۰ مرتبه بیندازیم، انتظار داریم که ۱۵ مرتبه روی سکه ظاهر شود.

۳) یک سکه را ۷۵۰ مرتبه انداخته‌ایم. اگر در ۴۹/۲ درصد این آزمایش پشت سکه ظاهر شود، در کل چند مرتبه روی سکه ظاهر شده است؟

- ۳۶۹ (۱) ۳۷۷ (۳)
۳۸۱ (۲) ۳۷۳ (۴)

مثال

۱) یک سکه را ۲۰ مرتبه پرتاب می‌کنیم. انتظار داریم چند مرتبه رو بیاید؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲)
۵ (۳) ۴۰ (۴)

پاسخ:

در پرتاب یک سکه انتظار داریم که تقریباً در نصف پرتاب‌ها روی سکه ظاهر شود؛ بنابراین در ۲۰ مرتبه آزمایش پرتاب سکه، انتظار داریم در ۱۰ پرتاب، روی سکه ظاهر شود.

پاسخ گزینه‌ی «۴» است.

۲) یک سکه را ۶۰۰ مرتبه انداخته‌ایم. نتیجه‌ی این آزمایش در جدول زیر دیده می‌شود. در چند آزمایش، سکه رو آمده است؟

- ۲۹۳ (۱)
۲۹۱ (۲)
۲۸۹ (۳)
۲۸۷ (۴)

پشت	رو
۵۱/۵٪	۴۸/۵٪


پاسخ:

$$۶۰۰ \times ۴۸/۵\% = ۶۰۰ \times \frac{۴۸/۵}{۱۰۰} = ۲۹۱$$

پاسخ گزینه‌ی «۲» است.



۳ پرتاب تاس

وقتی یک تاس  را می‌اندازیم، حتماً یکی از حالت‌های زیر که نشان‌دهنده‌ی عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ هستند، روی تاس ظاهر می‌شود؛ بنابراین در ۳۰۰ مرتبه پرتاب یک تاس انتظار داریم که هر کدام از وجه‌ها (عددهای ۱ تا ۶) را تقریباً ۵۰ مرتبه مشاهده کنیم.

حالت‌های ظاهر شدن روی تاس: 

در این مقطع تحصیلی برای بیان احتمال ظاهر شدن عددها از یکی از عبارتهای زیر استفاده می‌کنیم:

- ۱- احتمال غیرممکن: مانند ظاهر شدن عدد ۷ در پرتاب تاس
- ۲- احتمال کمتر از نصف: مانند ظاهر شدن عدد ۲ در پرتاب یک تاس
- ۳- احتمال برابر نصف: مانند ظاهر شدن عدد زوج در پرتاب تاس
- ۴- احتمال بیشتر از نصف: مانند ظاهر شدن عدد بیشتر از ۲ در پرتاب یک تاس
- ۵- احتمال قطعی: مانند ظاهر شدن عدد کوچک‌تر از ۷ در پرتاب تاس

تمرین







۱ در پرتاب یک تاس، احتمال اینکه عدد ظاهر شده مضرب ۲

باشد، کدام است؟

- ۱○ به احتمال غیرممکن
 ۲○ به احتمال کمتر از نصف
 ۳○ به احتمال نصف
 ۴○ به احتمال بیشتر از نصف

۲ تاسی را ۴۰۰ مرتبه انداخته‌ایم و نتایج را در جدول زیر

نوشته‌ایم. در چند پرتاب مضرب ۳ ظاهر شده است؟

					
۱۶/۸٪	۱۶/۷٪	۱۶/۴٪	۱۷/۱٪	۱۶/۹٪	۱۶/۱٪

- ۱○ ۱۳۰
 ۲○ ۱۳۵
 ۳○ ۱۲۵
 ۴○ ۱۲۰

۳ تاسی را ۵۰۰ مرتبه انداخته‌ایم. در ۷۸ پرتاب عدد ۵ و

در ۸۲ پرتاب عدد ۳ ظاهر شده است. در چند درصد از

پرتاب‌ها، عددی غیر از ۳ و ۵ ظاهر شده است؟

- ۱○ ۱۲۶٪
 ۲○ ۶۸٪
 ۳○ ۶۶٪
 ۴○ ۶۴٪

مثال

۱ در پرتاب یک تاس، احتمال اینکه عدد ظاهر شده مضرب ۴

باشد، کدام است؟







- ۱○ به احتمال غیرممکن
 ۲○ به احتمال کمتر از نصف
 ۳○ به احتمال نصف
 ۴○ به احتمال بیشتر از نصف

پاسخ: در بین عددهای ۱ تا ۶، تنها مضرب ۴، خودش است، پس احتمال ظاهر شدن مضرب ۴، یکی از شش حالت یا همان $\frac{1}{6}$ است که این عدد از نصف کمتر است.

پاسخ گزینه‌ی «۲» است.

۲ تاسی را ۲۰۰۰ مرتبه انداخته‌ایم و نتایج را در جدول زیر

نوشته‌ایم. در چند پرتاب عدد ۵ ظاهر نشده است؟

					
۱۷/۱٪	۱۶/۵٪	۱۷/۳٪	۱۶/۹٪	۱۶/۴٪	۱۵/۸٪

- ۱○ ۱۶۷۲
 ۲○ ۱۶۶۸
 ۳○ ۱۶۶۴
 ۴○ ۱۶۶۰

پاسخ: ابتدا تعداد حالت‌هایی را که عدد ۵ ظاهر شده است حساب می‌کنیم:

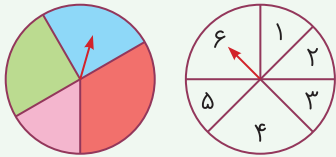
$$\text{درصد} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline ۱۰۰ & ۱۶/۴ \\ \hline \text{تعداد} & ۲۰۰۰ \quad \bigcirc \\ \hline \end{array} \Rightarrow \bigcirc = \frac{۲۰۰۰ \times ۱۶/۴}{۱۰۰} = ۳۲۸$$

تعداد حالت‌هایی که ۵ ظاهر نشده $۲۰۰۰ - ۳۲۸ = ۱۶۷۲$

پاسخ گزینه‌ی «۱» است.

۴ چرخنده

چرخنده وسیله‌ای است که از یک دایره و یک عقربه تشکیل شده است. در چرخنده‌ها عقربه حول مرکز دایره می‌چرخد و خود دایره ثابت است یا به عکس، عقربه روی مرکز دایره ثابت بوده و دایره‌ی زیر آن متحرک است و حول مرکز می‌چرخد. در چرخنده‌ها داخل دایره را



نیز مانند شکل‌های مقابل به چند قسمت تقسیم و قسمت‌ها را با عدد یا رنگ از هم جدا می‌کنند. از این وسیله در آموزش مبحث احتمال استفاده می‌شود. برای مثال در چرخنده‌ای که با عدد تقسیم‌بندی شده، احتمال اینکه عقربه روی عدد زوج بایستد، بیشتر از نصف است یا احتمال اینکه

عقربه روی عدد فرد بایستد، کمتر از نصف است. همچنین در چرخنده‌ای که با رنگ کردن تقسیم‌بندی شده، احتمال اینکه عقربه روی رنگ آبی یا سبز بایستد، برابر نصف است یا احتمال اینکه عقربه روی رنگ قرمز یا آبی بایستد، بیشتر از نصف است.

تمرین

۱ چرخنده‌ی زیر را چند بار چرخانده‌ایم. اگر عقربه ۱۶۵ مرتبه در ناحیه‌ی آبی ایستاده باشد، در چند مرتبه روی ناحیه‌ی غیر

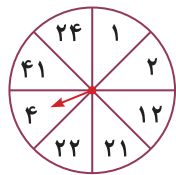
از رنگ آبی ایستاده است؟



- ۵۰۰ (۱)
- ۴۲۵ (۲)
- ۳۷۵ (۳)
- ۳۳۵ (۴)

۲ اگر چرخنده‌ی زیر را ۲۰۰ مرتبه بچرخانیم. انتظار داریم

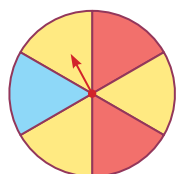
چند مرتبه عقربه روی عدد فرد بایستد؟



- ۷۰ (۱)
- ۷۵ (۲)
- ۸۰ (۳)
- ۸۵ (۴)

۳ اگر چرخنده‌ی زیر را ۲۰۴ مرتبه بچرخانیم، انتظار داریم که

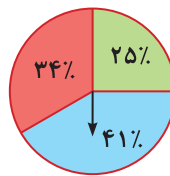
در چند مرتبه، عقربه روی ناحیه‌ی قرمز بایستد؟



- ۶۴ (۱)
- ۶۶ (۲)
- ۶۸ (۳)
- ۷۰ (۴)

مثال

۱ چرخنده‌ی زیر را ۸۵۰ بار چرخانده‌ایم و نتایج را به صورت درصد داخل آن نوشته‌ایم. چند مرتبه عقربه روی ناحیه‌ی قرمز ایستاده است؟



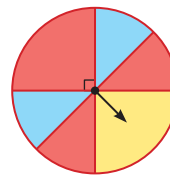
- ۲۱۲ (۱)
- ۲۶۵ (۲)
- ۲۸۹ (۳)
- ۳۰۳ (۴)

پاسخ: $\Rightarrow \text{درصد} = \frac{100}{850} \times 34 = 289$

بنابراین ۲۸۹ مرتبه، عقربه روی ناحیه‌ی قرمز ایستاده است.

پاسخ گزینه‌ی «۳» است.

۲ با کدام احتمال عقربه‌ی چرخنده‌ی زیر، روی رنگ قرمز می‌ایستد؟



- (۱) احتمال غیرممکن
- (۲) احتمال کمتر از نصف
- (۳) احتمال نصف
- (۴) احتمال بیشتر از نصف

پاسخ: اگر سه ناحیه‌ی قرمز رنگ را کنار یکدیگر قرار دهیم، دقیقاً نصف یک دایره به دست می‌آید؛ بنابراین احتمال اینکه عقربه‌ی چرخنده روی ناحیه‌ی قرمز بایستد، نصف است.

پاسخ گزینه‌ی «۳» است.



مرور و تمرین

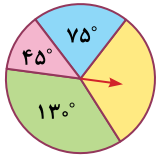
۵ در پرتاب یک تاس، احتمال اینکه عدد ظاهر شده بر ۲ یا بر ۴

بخش پذیر باشد، کدام است؟

- (۱) به احتمال غیرممکن
(۲) به احتمال کمتر از نصف
(۳) به احتمال نصف
(۴) به احتمال بیشتر از نصف

۶ چرخنده‌ی زیر را چند مرتبه چرخانده‌ایم. اگر عقربه ۲۲۰ مرتبه

در ناحیه‌ی زرد بایستد، انتظار داریم که عقربه چند مرتبه در



ناحیه‌ی آبی بایستد؟

- (۱) ۱۰۵
(۲) ۱۳۰
(۳) ۱۵۰
(۴) ۱۷۵

۷ اگر چرخنده‌ی زیر را ۱۴۴ مرتبه بچرخانیم، انتظار داریم در

چند پرتاب عقربه روی مضرب‌های فرد ۳ بایستد؟



- (۱) ۴۸
(۲) ۲۴
(۳) ۳۶
(۴) ۱۲

۸ تاسی را ۳۰۰ مرتبه انداخته‌ایم و نتایج را در جدول زیر نوشته‌ایم.

در چند پرتاب عدد ظاهر شده بر ۳ بخش پذیر نیست؟

۱۶/۲۵%	۱۷/۱۱%	۱۷/۰۲%	۱۶/۹۱%	۱۶/۷۳%	۱۵/۹۸%

- (۱) ۹۹
(۲) ۱۰۱
(۳) ۱۹۹
(۴) ۲۰۱

۹ اگر چرخنده‌ی زیر را بچرخانیم، با چه احتمالی عقربه روی رنگ

آبی می‌ایستد؟



- (۱) به احتمال غیرممکن
(۲) به احتمال کمتر از نصف
(۳) به احتمال نصف
(۴) به احتمال بیشتر از نصف

۱ نمودار زیر مربوط به آمار دانش‌آموزان یک مدرسه‌ی ۳۶۰ نفری

است. تعداد دانش‌آموزان کلاس هشتم این مدرسه کدام است؟



- (۱) ۸۵ نفر
(۲) ۹۰ نفر
(۳) ۹۵ نفر
(۴) ۱۰۰ نفر

۲ برای تولید نوعی دارو چهار ماده‌ی (آ)، (ب)، (ج) و (د) را به

نسبت‌های ۳، ۵، ۷ و ۹ مخلوط می‌کنند. هنگام رسم نمودار

دایره‌ای، نسبت داری (ج) را با چه زاویه‌ای درون دایره

مشخص می‌کنیم؟

- (۱) ۹۰°
(۲) ۹۵°
(۳) ۱۰۵°
(۴) ۱۱۵°

۳ در یک کارخانه‌ی تولید بطری دوغ، نمودارهای زیر برای نشان

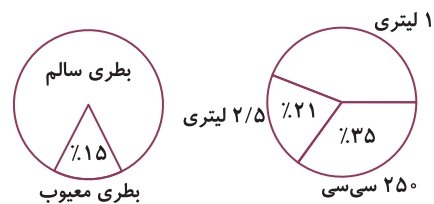
دادن وضعیت تولید سه نوع بطری ۲۵۰ سی‌سی، ۱ لیتری

و ۲/۵ لیتری رسم شده‌اند. چند درصد از کل بطری‌های

تولیدشده‌ی این کارخانه برای بسته‌بندی دوغ ۱ لیتری

(تیزهوشان)

استفاده می‌شود؟



بطری معیوب

۲/۵ لیتری

۲۵۰ سی‌سی

- (۱) ۳۷/۴
(۲) ۳۷/۶
(۳) ۳۷/۸
(۴) ۳۸/۲

۴ یک سکه را ۴۰۰۰ مرتبه انداخته‌ایم. اگر در ۴۸/۰۵ درصد

این آزمایش پشت سکه ظاهر شود، در کل چند مرتبه پشت

سکه ظاهر نشده است؟

- (۱) ۱۹۲۲
(۲) ۱۹۹۴
(۳) ۲۰۲۶
(۴) ۲۰۷۸

۱۳ در پرتاب یک تاس، با چه احتمالی عدد ظاهر شده کوچکتر از ۵ است؟

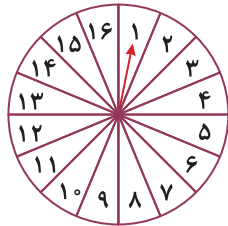
- ۱) به احتمال غیرممکن (۲) به احتمال کمتر از نصف
- ۲) به احتمال نصف (۴) به احتمال بیشتر از نصف

۱۴ با توجه به جدول داده‌های زیر، اگر بدانیم که از کالای \triangle به تعداد ۹۰ تا تولید شده، تعداد کالای \triangle کدام است؟

\triangle	\square	\circ	\diamond	کالا
120°	60°	?	80°	درجه در نمودار دایره‌ای

- ۱) 120° (۲) 112°
- ۲) 108° (۴) 102°

۱۵ می‌خواهیم چرخنده‌ی زیر را ۱۵ مرتبه بچرخانیم. انتظار داریم در چند حالت عقربه از روی عددی که یا بر ۴ یا بر ۶ بخش‌پذیر است، عبور کند؟



- ۱) ۹۰
- ۲) ۷۵
- ۳) ۱۵
- ۴) ۵

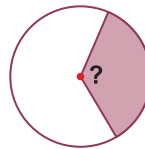
۱۶ در پرتاب یک تاس، کدام احتمال نادرست است؟

- ۱) به احتمال غیرممکن (۲) به احتمال نصف
- ۳) به احتمال ۱ (۴) به احتمال بیشتر از ۱

۱۰ تاسی را ۶۲۵ مرتبه انداخته‌ایم. در ۵۳ پرتاب \blacksquare و در ۷۲ پرتاب \bullet نیز ظاهر شده است. در چند درصد از پرتاب‌ها مضرب ۳ ظاهر نشده است؟

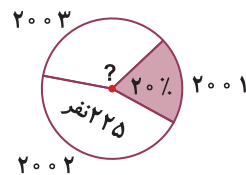
- ۱) ۸۵٪
- ۲) ۸۰٪
- ۳) ۷۵٪
- ۴) ۷۰٪

۱۱ در نمودار دایره‌ای زیر، ۳۵٪ کل داده‌های آماری مربوط به قسمت رنگ‌شده است. زاویه‌ی خواسته‌شده چند درجه است؟



- ۱) 126°
- ۲) 108°
- ۳) 90°
- ۴) 35°

۱۲ نمودار دایره‌ای زیر، آمار ۵۰۰ ورزشکار قهرمان تنیس در کشوری را در طول ۳ سال نشان می‌دهد. در سال ۲۰۰۳ چند نفر قهرمان تنیس داشته‌ایم؟ (المپیاد)



- ۱) ۲۱۵
- ۲) ۱۸۵
- ۳) ۱۷۵
- ۴) ۱۲۵

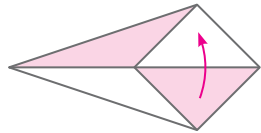
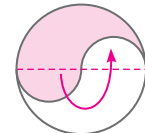
قدم ۷. ۱. معرفی واحد و نمایش کسرها

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

شکل گزینه‌ی ۲ کسر $\frac{2}{6}$ را نشان می‌دهد. در کلاس پنجم آموختید که می‌توان صورت و مخرج هر کسری را با یکدیگر ساده کرد. در کسر $\frac{2}{6}$ پس از ساده کردن صورت و مخرج آن با یکدیگر، کسر $\frac{1}{3}$ به دست می‌آید. دقت کنید که شکل گزینه‌ی ۴ کسر $\frac{1}{3}$ را نشان می‌دهد، اما در گزینه‌های ۱ و ۳ نمی‌توان کسر دقیق مربوط به شکل‌ها را تعیین کرد.

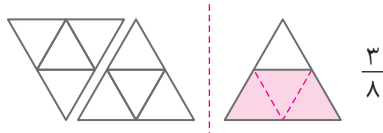
۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به شکل‌ها، نمی‌توان کسر دقیق مربوط به گزینه‌ی ۳ را تعیین کرد، اما در بقیه‌ی گزینه‌ها، با جابه‌جایی بخشی از قسمت‌های رنگی مشخص می‌شود که دقیقاً $\frac{1}{3}$ هر شکل رنگ شده است.

گزینه‌ی ۴: $\frac{1}{3}$ گزینه‌ی ۱: $\frac{1}{3}$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

واحد به ۸ قسمت مساوی تقسیم شده و در این شکل، ۳ قسمت از ۸ قسمت رنگ شده است؛ پس این شکل نشان‌دهنده‌ی کسر $\frac{3}{8}$ است.

 $\frac{3}{8}$

قدم ۷. ۲. انواع کسرها و نمایش آنها روی محور اعداد

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ کوچک‌تر یا مساوی واحد هستند، اما گزینه‌ی ۴ بزرگ‌تر از واحد است و هیچ‌گاه امکان ندارد که $\frac{3}{4}$ از دندان‌های یک یوزپلنگ خراب باشد.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

مخرج یک کسر هیچ‌گاه نمی‌تواند برابر صفر باشد، پس کسر $\frac{7}{0}$ تعریف نشده است.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

بین ۱ و ۲ به ۷ قسمت مساوی تقسیم شده است، پس نقطه‌ی (ه) عدد $\frac{12}{7}$ یا $1\frac{5}{7}$ را نشان می‌دهد. بین ۳ و ۴ به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است، پس نقطه‌ی (د) عدد $\frac{13}{4}$ یا $3\frac{1}{4}$ را نشان می‌دهد.

قدم ۷. ۳. عدد مخلوط

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$7\frac{3}{8} = \frac{(7 \times 8) + 3}{8} = \frac{59}{8}$$

گزینه‌ی ۲: $\frac{59}{8}$

$$7 + \frac{3}{8} = 7\frac{3}{8}$$

$$5\frac{19}{8} = \frac{(5 \times 8) + 19}{8} = \frac{59}{8}$$

گزینه‌ی ۴: $\frac{59}{8}$

$$6\frac{10}{8} = \frac{(6 \times 8) + 10}{8} = \frac{58}{8}$$

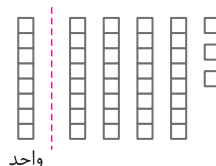
گزینه‌ی ۳: $\frac{58}{8}$

$$7\frac{3}{8} = 7 + \frac{3}{8} = 5\frac{19}{8} = \frac{59}{8}$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: از شکل زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{35}{3} = 4\frac{3}{3}$$



واحد

$$\frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$$



۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

کسر $\frac{93}{94}$ کوچک‌تر از واحد است، پس نمی‌تواند نمایش کسری یک عدد مخلوط باشد.

قدم ۷ ۴. الگوهای کسری

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به کسرهای داده‌شده، صورت هر کسر با شماره‌ی آن کسر برابر است، یعنی صورت کسر اول برابر ۱، صورت کسر دوم برابر ۲ و به همین ترتیب صورت کسر یازدهم برابر ۱۱ خواهد بود. فاصله‌ی هر مخرج با مخرج کسر قبل و بعد از خودش ۲ واحد است، پس می‌توانیم با توجه به شماره‌ی کسر از رابطه‌ی $1 + (2 \times \bigcirc)$ برای پیدا کردن مخرج هر یک از کسرها استفاده کنیم. به طور ساده‌تر مخرج هر کسر از دو برابر صورت آن یک واحد بیشتر است.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \dots \Rightarrow \bigcirc \text{ کسر شماره‌ی } = \frac{\bigcirc}{(2 \times \bigcirc) + 1} \Rightarrow \text{کسر شماره‌ی } (11) = \frac{11}{(2 \times 11) + 1} = \frac{11}{23}$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

در هر مرحله از صورت کسر ۲ واحد کم و به مخرج آن ۳ واحد اضافه می‌شود. به این ترتیب داریم:

$$\frac{26}{21}, \frac{24}{24}, \frac{22}{27}, \frac{20}{30}, \frac{18}{33}, \frac{16}{36}, \frac{14}{39}, \frac{12}{42}$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

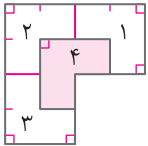
با دقت در کسرها، مخرج هر کسر از ضرب صورت آن کسر در خودش به دست می‌آید؛ بنابراین:

$$\frac{1}{1 \times 1}, \frac{2}{2 \times 2}, \frac{3}{3 \times 3}, \frac{4}{4 \times 4}, \dots$$

$$\bigcirc \text{ کسر شماره‌ی } = \frac{\bigcirc}{\bigcirc \times \bigcirc} \Rightarrow \text{کسر شماره‌ی } (20) = \frac{20}{20 \times 20} = \frac{20}{400} = \frac{1}{20}$$

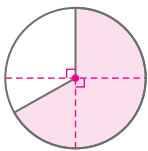
مرور و تمرین قدم ۷

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



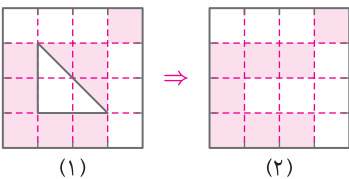
شکل را به صورت روبه‌رو تقسیم‌بندی می‌کنیم، پس $\frac{1}{4}$ آن رنگ شده و $\frac{3}{4}$ آن رنگ نشده است.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



دایره را مانند شکل روبه‌رو به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. قسمت رنگ‌شده از نصف یعنی $\frac{1}{2}$ بیشتر و از $\frac{3}{4}$ کمتر است، در نتیجه قسمت رنگ‌شده‌ی این شکل عددی بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ است.

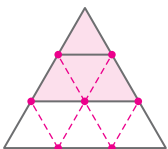
۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



شکل را مانند روبه‌رو به ۱۶ مربع مساوی تقسیم می‌کنیم (شکل ۱)؛ اگر دو مثلث رنگ‌شده را مانند شکل ۲ به یکدیگر بچسبانیم، یک مربع رنگ‌شده به وجود می‌آید، پس در کل ۸ مربع از شکل رنگ شده است. به این ترتیب می‌توان گفت $\frac{8}{16}$ یا همان $\frac{1}{2}$ شکل رنگی است.

۴ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

مثلث را مانند شکل روبه‌رو به ۹ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم که $\frac{4}{9}$ آن رنگی است.



۵ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{گزینه ۱: } ۷ \frac{۱۸}{۵} = ۷ + ۳ \frac{۳}{۵} = ۱۰ \frac{۳}{۵}$$

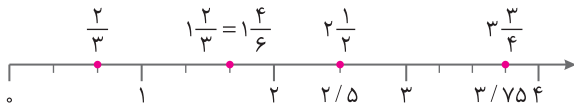
$$\text{گزینه ۳: } ۱۰ \frac{۳}{۵}$$

$$\text{گزینه ۲: } ۹ \frac{۷}{۵} = ۹ + ۱ \frac{۲}{۵} = ۱۰ \frac{۲}{۵}$$

$$\text{گزینه ۴: } ۸ \frac{۱۳}{۵} = ۸ + ۲ \frac{۳}{۵} = ۱۰ \frac{۳}{۵}$$

۶ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به محور زیر، می‌توانیم به جای عدد $۲ \frac{۱}{۲}$ از عدد $۲/۵$ و به جای عدد $۳ \frac{۳}{۴}$ از عدد $۳/۷۵$ استفاده کنیم. همچنین عددهای $۱ \frac{۲}{۳}$ و $۱ \frac{۴}{۶}$ نیز با یکدیگر برابر هستند.



۷ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

چون هر دسته ۱۱ تایی برابر ۱ واحد است، با تشکیل کسر $\frac{۵۳}{۱۱}$ و تبدیل آن به عدد مخلوط به پاسخ می‌رسیم.

$$\begin{array}{r} ۵۳ \overline{) ۱۱} \\ - ۴۴ \\ \hline ۹ \end{array} \Rightarrow \frac{۵۳}{۱۱} = ۴ \frac{۹}{۱۱}$$

۸ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۲ \frac{۱۷}{۵۱} = \frac{(۲ \times ۵۱) + ۱۷}{۵۱} = \frac{۱۱۹}{۵۱}$$

کافی است عدد مخلوط داده شده را به عدد کسری تبدیل کنیم:

دقت کنید که می‌توانستیم ابتدا قسمت کسری را ساده، سپس عدد داده شده را به عدد مخلوط تبدیل کنیم که با توجه به گزینه‌ها، نیازی به این کار نبود.

$$۲ \frac{۱۷}{۵۱} = ۲ \frac{۱}{۳} = \frac{(۲ \times ۳) + ۱}{۳} = \frac{۷}{۳}$$

۹ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

هر کسر که صورت و مخرج آن برابر باشد، مساوی واحد است؛ بنابراین ۴ کسر $\frac{۱}{۱}$ ، $\frac{۲}{۲}$ ، $\frac{۷}{۷}$ ، $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ مساوی واحد هستند.

$$\frac{۱}{۴}, \frac{۲}{۱۲}, \frac{۱}{۲}, \frac{۲}{۶}, 1$$

۱۰ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

الگوی این سؤال به صورت روبه‌روست:

۱۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با دقت در دومین کسر، صورت و مخرج آن از چهار برابر صورت و مخرج اولین کسر یک واحد کمتر است؛ بنابراین طبق الگوی زیر ادامه می‌دهیم

$$\frac{۳}{۵}, \frac{۱۱}{۱۹}, \frac{۴۳}{۷۵}, \frac{۱۷۱}{۲۹۹}, \frac{۶۸۳}{۱۱۹۵}$$

تا به جواب برسیم:

۱۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

برای به دست آوردن صورت هر کسر کافی است شماره‌ی آن کسر را در خودش ضرب کنیم، ولی برای پیدا کردن مخرج کسرها با توجه به اینکه فاصله‌ی هر مخرج با مخرج‌های قبل و بعد از خودش مقداری ثابت و برابر ۵ واحد است، می‌توانیم با استفاده از رابطه‌ی $(۵ \times \text{شماره‌ی کسر}) + ۱$ مخرج‌ها را تعیین کنیم.

$$\frac{1 \times 1}{(5 \times 1) + 1} = \frac{1}{6}, \frac{2 \times 2}{(5 \times 2) + 1} = \frac{4}{11}, \frac{3 \times 3}{(5 \times 3) + 1} = \frac{9}{16}, \dots \Rightarrow \text{کسر شماره‌ی } \bigcirc = \frac{\bigcirc \times \bigcirc}{(5 \times \bigcirc) + 1} \Rightarrow \text{کسر دهم} = \frac{۱۰ \times ۱۰}{(5 \times ۱۰) + 1} = \frac{۱۰۰}{۵۱}$$

قدم ۸. کسرهای مساوی و کوچک‌ترین مخرج مشترک

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

مضرب‌های ۳۵: ۳۵، ۷۰، ۱۰۵، ۱۴۰، ۱۷۵، ۲۱۰، ۲۴۵، ...

مضرب‌های ۴۲: ۴۲، ۸۴، ۱۲۶، ۱۶۸، ۲۱۰، ۲۵۲، ...

روش اول:



۱۹ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

برای پاسخ به این سؤال فرض می‌کنیم که درصد تخفیف برابر \bigcirc درصد باشد. به این ترتیب با توجه به اینکه در آخر کالا با ۱۲ درصد سود فروخته شده، قیمت فروش ۱۱۲ درصد قیمت اولیه بوده است؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} (100\% + 14\%) \times (100\% - \bigcirc\%) &= 112\% \Rightarrow \frac{14\%}{100\%} \times \left(\frac{100}{100} - \frac{\bigcirc}{100}\right) = \frac{112}{100} \Rightarrow \frac{14\%}{100\%} \times \frac{100 - \bigcirc}{100} = \frac{112}{100} \\ \Rightarrow \frac{100 - \bigcirc}{100} &= \frac{112}{100} \div \frac{14}{100} = \frac{112}{100} \times \frac{100}{14} = \frac{80}{100} \Rightarrow \frac{100 - \bigcirc}{100} = \frac{80}{100} \Rightarrow \bigcirc = 20\% \end{aligned}$$

۲۰ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

فروشنده روی یک لباس ۵۰٪ سود و روی لباس دیگر ۱۰٪ ضرر کرده، پس او در مجموع ۱۳۵٪. قیمت خرید خود را دریافت کرده است. دقت کنید که قیمت فروش لباس اول، برابر ۱۵۰٪ قیمت خرید آن بوده است.

درصد	۳۵	۱۵۰
مبلغ	۷۰۰۰۰	\bigcirc

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{70000 \times 150}{35} = 300000 \text{ تومان}$$

۳۶ قدم ۱. نمودار دایره‌ای

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

جمع نسبت‌ها = $5 + 6 + 9 = 20$

نسبت	۲۰	۶
زاویه	36°	\bigcirc

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{6 \times 36^\circ}{20} = 108^\circ$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

درصد مربوط به ناحیه‌ی سبز = $100\% - (22\% + 10\% + 33\%) = 100\% - 65\% = 35\%$

درصد	۱۰۰	۳۵
درجه	36°	\bigcirc

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{36^\circ \times 35}{100} = 126^\circ$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

زاویه‌ی مربوط به ناحیه‌ی کاراته = $36^\circ - (9^\circ + 12^\circ + 78^\circ) = 36^\circ - 99^\circ = 72^\circ$

تعداد	۵۴۰	\bigcirc
زاویه	36°	72°

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{540 \times 72^\circ}{36^\circ} = 108 \Rightarrow \text{نفر } 108 = \text{تعداد اعضای کاراته}$$

۳۶ قدم ۲. پرتاب سکه

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

در پرتاب یک سکه انتظار داریم که در نصف دفعات پرتاب، پشت سکه ظاهر شود؛ بنابراین حتی اگر از ۵۰ بار پرتاب، ۱۰ بار متوالی رو بیاید، باز هم انتظار داریم که از کل دفعات پرتاب ۲۵ بار رو و ۲۵ بار پشت سکه ظاهر شود.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

در ۳۰ بار پرتاب یک سکه انتظار داریم که نصف این تعداد یعنی ۱۵ بار، روی سکه ظاهر شود. دقت کنید که شاید این انتظار عملی نشود و تعداد دفعات پشت و رو، کم و زیاد شود.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

درصد	۱۰۰	۴۹/۲
تعداد	۷۵۰	○

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{۷۵۰ \times ۴۹/۲}{۱۰۰} = \frac{۳۶۹۰۰}{۱۰۰} = ۳۶۹$$

از ۷۵۰ بار پرتاب سکه، ۳۶۹ بار پشت سکه ظاهر شد؛ بنابراین تعداد دفعاتی که روی سکه ظاهر شده، برابر است با: $۷۵۰ - ۳۶۹ = ۳۸۱$

قدم ۳۶ ۳. پرتاب تاس

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

از شش حالتی که در پرتاب یک تاس اتفاق می‌افتد، سه حالت مضرب‌های ۲ ظاهر می‌شود.

$\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ = حالت‌هایی که در پرتاب تاس اتفاق می‌افتد

$\{۲, ۴, ۶\}$ = حالت‌هایی که مضرب ۲ ظاهر می‌شود

بنابراین دقیقاً ۳ بار از ۶ بار، مضرب ۲ ظاهر می‌شود. پس به احتمال نصف، مضرب ۲ ظاهر خواهد شد.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

۳ شش حالت موجود عددهای ۳ و ۶ مضرب ۳ هستند؛ بنابراین: $۱۶/۴ + ۱۶/۱ = ۳۲/۵$ درصد مربوط به مضرب‌های ۳

درصد	۱۰۰	۳۲/۵
تعداد	۴۰۰	○

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{۴\% \times ۳۲/۵}{۱\%} = ۱۳\%$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$۱۶۰ = ۷۸ + ۸۲$ = تعداد دفعاتی که ۳ یا ۵ ظاهر شده است

$۳۴۰ = ۵۰۰ - ۱۶۰$ = تعداد دفعاتی که غیر از ۳ و ۵ ظاهر شده است

درصد	۱۰۰	○
تعداد	۵۰۰	۳۴۰

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{۱\% \times ۳۴۰}{۵\%} = ۶۸\%$$

قدم ۳۶ ۴. چرخنده

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

۶۷٪ = درصد مربوط به نواحی غیر آبی $۱۵\% + ۲۰\% + ۳۲\% = ۶۷\%$

۳۳٪ = درصد مربوط به ناحیه‌ی آبی $۱۰۰\% - ۶۷\% = ۳۳\%$

درصد	۳۳	۶۷
تعداد	۱۶۵	○

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{۱۶۵ \times ۶۷}{۳۳} = ۳۳۵$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

از ۸ حالت موجود در چرخنده فقط ۳ حالت عدد فرد است. دقت کنید که چرخنده به ۸ ناحیه‌ی مساوی تقسیم شده؛ بنابراین $\frac{۳}{۸}$ این چرخنده عدد فرد است که اگر آن را ۲۰۰ بار بچرخانیم، انتظار داریم $\frac{۳}{۸} \times ۲۰۰$ یا همان ۷۵ بار عقربه در ناحیه‌ی عددهای فرد بایستد.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

چرخنده به ۶ ناحیه‌ی مساوی تقسیم شده که ۲ تا از نواحی آن قرمز است؛ بنابراین در یک بار چرخاندن این چرخنده، به احتمال $\frac{۲}{۶}$ عقربه روی ناحیه‌ی قرمز می‌ایستد، پس در ۲۰۴ بار چرخاندن انتظار داریم که عقربه $۶۸ = \frac{۲}{۶} \times ۲۰۴$ بار روی ناحیه‌ی قرمز بایستد. البته شاید این تعداد کمتر یا بیشتر باشد.

مرور و تمرین قدم ۳۶

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$۲۵\% = ۱۰۰\% - (۳\% + ۴۵\%) = ۱۰۰\% - ۷۵\%$

نفر $۹۰ = \frac{۲۵}{۴} \times ۳۶۰ = ۲۵\% \times ۳۶۰$ = تعداد دانش‌آموزان کلاس هشتم



۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{نسبت‌ها} = ۳ + ۵ + ۷ + ۹ = ۲۴$$

نسبت داروی (ج) برابر ۷ است؛ بنابراین:

نسبت	۲۴	۷
زاویه	۳۶°	○

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{۱۵^\circ \times ۷}{۲۴} = ۱۰.۵^\circ$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

۱۵٪ از کلّ بطری‌های تولیدی این کارخانه معیوب است، پس این ۱۵٪ قابل استفاده نیست. در نتیجه برای بسته‌بندی دوغ‌ها از ۱۵٪ - ۱۰۰٪ یعنی ۸۵٪ تعداد کلّ بطری‌ها استفاده می‌کنیم. از طرفی (۲۱٪ + ۳۵٪) - ۱۰۰٪ یعنی ۴۴٪ بطری‌ها به حجم یک لیتر است؛ بنابراین درصد بطری‌های سالم یک‌لیتری که برای بسته‌بندی دوغ به کار می‌رود برابر است با:

$$۴۴\% \times ۸۵\% = \frac{۴۴}{۱۰۰} \times \frac{۸۵}{۱۰۰} = \frac{۳۷۴۰}{۱۰۰۰۰} = \frac{۳۷۴}{۱۰۰۰} = \frac{۳۷}{۱۰۰} = ۳۷\%$$

۴ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۴۸/۰.۵\% \times ۴۰۰۰ = \frac{۴۸/۰.۵}{۱} \times ۴۰۰۰ = ۱۹۲۲$$

تعداد دفعاتی که پشت سگه ظاهر می‌شود برابر است با:

$$۴۰۰۰ - ۱۹۲۲ = ۲۰۷۸$$

تعداد دفعاتی که پشت سگه ظاهر نمی‌شود، یعنی روی سگه ظاهر می‌شود، برابر است با:

۵ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

در حالت‌های و و عدد ظاهر شده ۲ یا بر ۴ بخش‌پذیر است، پس از ۶ حالتی که در پرتاب هر تاس اتفاق می‌افتد، نصف آنها یا بر ۲ یا بر ۴ بخش‌پذیر است. در نتیجه به احتمال نصف، عدد ظاهر شده بر ۲ یا بر ۴ بخش‌پذیر است.

۶ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{زرد} = ۱۱^\circ = ۳۶^\circ - (۷۵^\circ + ۴۵^\circ + ۱۳^\circ) = ۳۶^\circ - ۱۳۳^\circ = -۹۷^\circ$$

درجه	۱۱۰	۷۵
تعداد	۲۲۰	○

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{۲ \times ۷۵}{۲۲} = ۱۵^\circ$$

۷ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

روی این چرخنده به ترتیب عددهای ۱ تا ۱۲ نوشته شده است که از این عددها، ۳ و ۹ مضرب‌های فرد عدد ۳ هستند، پس در $\frac{۲}{۱۲}$ از کلّ حالت‌ها، عقربه روی مضرب‌های فرد ۳ می‌ایستد. در نتیجه تعداد دفعاتی که عقربه روی مضرب‌های فرد ۳ می‌ایستد، برابر است با:

$$\frac{۲}{۱۲} \times ۱۲ = ۲$$

۸ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

در حالت‌های و عدد ظاهر شده بر ۳ بخش‌پذیر است.

$$۱۷/۰.۲\% + ۱۵/۹۸\% = ۳۳\%$$

$$۱۰۰\% - ۳۳\% = ۶۷\%$$

$$۶۷\% \times ۳۰۰ = \frac{۶۷}{۱۰۰} \times ۳۰۰ = ۲۰۱$$

۹ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

مجموع مساحت ناحیه‌های آبی از نصف دایره کمتر است؛ بنابراین احتمال اینکه عقربه‌ی این چرخنده در هر بار چرخش روی رنگ آبی بایستد، کمتر از نصف است.

پاسخ ۱۰ ۴ ۳ ۲ ۱

در $۵۳+۷۲$ بار یعنی در ۱۲۵ بار از ۶۲۵ بار کل، عدد ظاهر شده مضرب ۳ است، پس در $۶۲۵-۱۲۵=۵۰۰$ بار عدد ظاهر شده مضرب ۳ نیست؛ بنابراین:

تعداد	۶۲۵	۵۰۰
درصد	۱۰۰	○

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{100 \times 500}{625} = 80\%$$

پاسخ ۱۱ ۴ ۳ ۲ ۱

۳۵٪ کل داده‌ها رنگ شده است. از طرفی درصد کل داده‌ها برابر ۱۰۰٪ و زاویه‌ی آنها ۳۶۰ درجه است؛ بنابراین:

درصد	۱۰۰	۳۵
زاویه	۳۶۰°	○

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{360^\circ \times 35}{100} = 126^\circ$$

پاسخ ۱۲ ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا درصد مربوط به سال ۲۰۰۲ را حساب می‌کنیم.

تعداد	۵۰۰	۲۲۵
درصد	۱۰۰	○

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{100 \times 225}{500} = 45\%$$

$$۲۰۰۳ \text{ در سال تنیس در قهرمان ورزشکاران} = ۱۰۰\% - (۴۵\% + ۲۰\%) = ۱۰۰\% - ۶۵\% = ۳۵\%$$

$$۲۰۰۳ \text{ نفر} = ۳۵\% \times ۵۰۰ = \frac{۳۵}{۱۰۰} \times ۵۰۰ = ۱۷۵$$

پاسخ ۱۳ ۴ ۳ ۲ ۱

اگر عدد روی تاس \bullet ، $\bullet\bullet$ ، $\bullet\bullet\bullet$ یا $\bullet\bullet\bullet\bullet$ باشد، عدد ظاهر شده حتماً کوچک‌تر از ۵ است؛ بنابراین امکان وقوع ۴ حالت از ۶ حالت وجود دارد. در نتیجه احتمال ظاهر شدن عدد کوچک‌تر از ۵، بیشتر از نصف است.

پاسخ ۱۴ ۴ ۳ ۲ ۱

کل یک نمودار دایره‌ای ۳۶۰ درجه است؛ بنابراین ابتدا زاویه‌ی مربوط به کالای ○ را در نمودار دایره‌ای حساب می‌کنیم.

$$\text{○} = ۳۶۰^\circ - (۱۲^\circ + ۶^\circ + ۸^\circ) = ۳۶۰^\circ - ۲۶^\circ = ۱۰۰^\circ$$

با توجه به اینکه تعداد کالای ○ برابر ۹۰ است، تعداد کالای △ را حساب می‌کنیم.

درجه	۱۰۰	۱۲۰
تعداد	۹۰	△

$$\Rightarrow \text{△} = \frac{90 \times 120}{100} = 9 \times 12 = 108$$

پاسخ ۱۵ ۴ ۳ ۲ ۱

عددهای ۴، ۸، ۱۲ و ۱۶ بر ۴ و عددهای ۶ و ۱۲ بر ۶ بخش‌پذیر هستند؛ بنابراین عددهای ۴، ۶، ۸، ۱۲ و ۱۶ یا بر ۴ یا بر ۶ بخش‌پذیر هستند. در نتیجه انتظار داریم که در یک چرخش، عقربه در ۵ حالت از روی عددی که یا بر ۴ یا بر ۶ بخش‌پذیر است، عبور کند که این تعداد در ۱۵ بار چرخاندن برابر $۷۵ = ۵ \times ۱۵$ می‌شود.

پاسخ ۱۶ ۴ ۳ ۲ ۱

در پرتاب یک تاس احتمال اینکه عدد ظاهر شده بیشتر از ۶ باشد، غیرممکن است. احتمال اینکه عدد ظاهر شده زوج باشد، نصف و احتمال اینکه عدد ظاهر شده کوچک‌تر از ۷ باشد، ۱ است. اما احتمال بیشتر از ۱ نادرست است.



قدم ۳۷ . ۱. اندازه‌گیری تقریبی و دقیق

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

شاید تعداد گوسفندان کدخدا حسین ۲۰۰۳۰ رأس یا ۲۹۹۷ رأس باشد و این تعداد را به صورت تقریبی بیان کرده باشند. وزن کیسه‌ی برنج به طور قطع دقیق نیست؛ زیرا شاید وزن آن چند گرم کمتر یا بیشتر باشد. $\frac{1}{5}$ زمین کدخدا حسین هم به صورت تقریبی بیان شده است. اما تعداد کتاب‌های احمد به طور دقیق بیان شده است.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

در این وسیله هر واحد (یعنی بین ۰ و ۱) به ده قسمت مساوی تقسیم شده، پس هر قسمت $\frac{1}{10}$ واحد است و این وسیله نمی‌تواند اندازه‌های کوچک‌تر از $\frac{1}{10}$ را اندازه‌گیری کند؛ بنابراین عددها را با تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ بیان می‌کند.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم هر سانتی‌متر مساوی ۱۰ میلی‌متر است، پس $\frac{3}{75}$ سانتی‌متر مساوی $\frac{37}{5} = 37 \times \frac{1}{75}$ میلی‌متر است. از طرفی این خط‌کش اندازه‌های کوچک‌تر از میلی‌متر را نمی‌تواند اندازه‌گیری کند، پس با این خط‌کش $\frac{3}{75}$ سانتی‌متر قابل اندازه‌گیری نیست. اما ۵ متر یا همان ۵۰۰۰ میلی‌متر، ۸ دسی‌متر یا همان ۸۰۰ میلی‌متر و ۱۲۳ میلی‌متر با این خط‌کش قابل اندازه‌گیری است.

قدم ۳۷ . ۲. تقریب زدن عددها به روش قطع کردن

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

در ابتدا دو عدد را با تقریب کمتر از ۱ قطع، سپس حاصل‌ضرب آنها را حساب کرده‌ایم؛ پس اگر ابتدا دو عدد را در هم ضرب، سپس حاصل‌ضرب را قطع کنیم، حاصل باید از ۱۶۰۰ بیشتر یا حداًقل مساوی با آن شود. در نتیجه گزینه‌های ۳ و ۴ قابل قبول نیست. حالا برای اینکه حاصل‌ضرب دو عدد بیشترین مقدار ممکن شود، آنها را $\frac{1600}{9999}$ و $\frac{1}{9999}$ در نظر می‌گیریم.

(قطع شده با تقریب کمتر از ۱) $3201 = 3201 / 83970001 = 1 / 9999 \times 1600 / 9999 =$ حاصل‌ضرب دو عدد

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

رقم هزارگان این عدد صفر است، اگر همه‌ی رقم‌های سمت راست آن را با صفر جایگزین کنیم، پس از قطع کردن این عدد، عدد صفر به دست می‌آید.

(با تقریب کمتر از ۱۰۰۰) $899 \approx 0$
هزارگان

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

عدد ۸۷۰۰۰ کوچک‌ترین عدد طبیعی است که قطع‌شده‌ی آن با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ تقریباً مساوی ۸۷۰۰۰ می‌شود. از طرفی عدد ۸۷۹۹۹ نیز بزرگ‌ترین عدد طبیعی است که قطع‌شده‌ی آن با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ تقریباً مساوی ۸۷۰۰۰ می‌شود؛ بنابراین در کل قطع‌شده‌ی ۱۰۰۰ عدد طبیعی با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ تقریباً مساوی ۸۷۰۰۰ است.

قدم ۳۷ . ۳. تقریب زدن عددهای کسری به روش قطع کردن

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به اینکه تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ است، حاصل تقسیم صورت بر مخرج را تا یک رقم اعشار حساب می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} 73 \mid 12 \\ - 72 \\ \hline 1 \end{array} \Rightarrow \frac{73}{12} \approx 6 \frac{1}{12} \quad (\text{قطع شده با تقریب کمتر از } \frac{1}{10})$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به اینکه تقریب کمتر از ۱ است، حاصل تقسیم صورت بر مخرج را بدون رقم اعشاری حساب می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} 547 \mid 11 \\ - 44 \\ \hline 107 \\ - 99 \\ \hline 8 \end{array} \Rightarrow \frac{547}{11} = 49 \quad (\text{قطع شده با تقریب کمتر از } 1)$$