

اهداف کلی فصل دوم:

در این فصل می‌خواهیم با نحوه‌ی تبدیل کسره‌های بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط و بالعکس و مقایسه‌ی اعداد مخلوط و جمع و تفریق اعداد مخلوط و ضرب و تقسیم کسرها آشنا شویم و آنها را در حل مسئله‌ها به کار گیریم.



کسره‌های بزرگ‌تر از واحد

اهداف:

در این درس می‌خواهیم با نمایش کسره‌های بزرگ‌تر از واحد و اعداد مخلوط، روی شکل و محور آشنا شویم و مهارت تبدیل کسره‌های بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط و بالعکس را به دست آوریم.



کسرهای بزرگ‌تر از واحد:

هر کسر که صورت آن بزرگ‌تر از مخرج آن باشد را کسر بزرگ‌تر از واحد می‌نامیم. کسرهای $\frac{9}{2}$ و $\frac{17}{12}$ کسرهای بزرگ‌تر از واحد هستند. هر کسر بزرگ‌تر از واحد را می‌توان به عدد مخلوط تبدیل کرد.

عدد مخلوط:

هر عدد مخلوط از یک قسمت عدد صحیح و یک قسمت کسری تشکیل شده است مثلاً $1\frac{2}{5}$ یک عدد مخلوط است که قسمت صحیح آن ۱ و قسمت کسری آن $\frac{2}{5}$ است. هر عدد مخلوط را می‌توان به صورت یک کسر بزرگ‌تر از واحد نوشت.

تبدیل عدد مخلوط به کسر:

برای تبدیل عدد مخلوط $2\frac{3}{5}$ به کسر، روش زیر را به کار می‌بریم:

$$2\frac{3}{5} \quad \hat{=} \quad 2 \times 5 + 3 = 10 + 3 = 13 \quad \hat{=} \quad \frac{13}{5}$$

تبدیل کسر بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط:

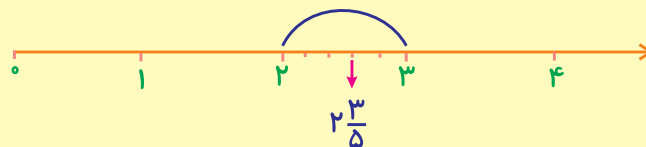
برای تبدیل کسر بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط، کافی است صورت را بر مخرج تقسیم کنیم. برای تبدیل کسر $\frac{25}{6}$ به عدد مخلوط، روش زیر را به کار می‌بریم:

$$\begin{array}{r} \text{مقسوم علیه} \\ \begin{array}{r} 25 \\ 6 \overline{) 25} \\ \underline{24} \\ 1 \end{array} \\ \text{مقسوم} \end{array} \quad \hat{=} \quad 4\frac{1}{6}$$

← باقی مانده

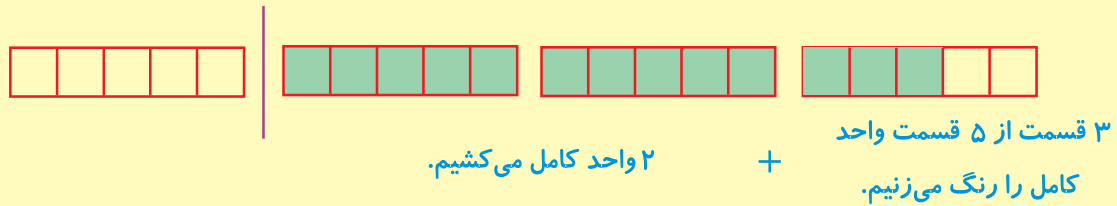
نمایش عدد مخلوط روی محور:

برای نمایش عدد مخلوط روی محور ابتدا به اندازه‌ی قسمت صحیح روی محور جلو می‌رویم و سپس به اندازه‌ی مخرج، فاصله‌ی دو قسمت صحیح را قسمت‌بندی کرده و به اندازه‌ی صورت کسر جلو رفته و جایگاه کسر را مشخص می‌کنیم.



نمایش عدد مخلوط روی شکل:

ابتدا به معرفی واحد و تقسیم‌بندی واحد بر اساس مخرج کسر می‌پردازیم. مثلاً برای نمایش $2\frac{3}{5}$ ابتدا یک واحد که ۵ قسمت شده است را معرفی می‌کنیم. (با توجه به مخرج ۵)



مقایسه دو عدد مخلوط:

در مقایسه دو عدد مخلوط، ابتدا قسمت‌های صحیح اعداد را باهم مقایسه می‌کنیم. در صورت مساوی بودن قسمت‌های صحیح، قسمت‌های کسری را باهم مقایسه می‌کنیم.

$$5\frac{2}{3} \square 4\frac{1}{2} \quad \text{با } 5 > 4 \quad \text{پس } 5\frac{2}{3} > 4\frac{1}{2}$$

$$3\frac{5}{7} \square 3\frac{1}{2} \quad \text{با } 3 = 3 \quad \text{پس } \frac{5}{7} > \frac{1}{2} \quad \text{پس } 3\frac{5}{7} > 3\frac{1}{2}$$

نکته:

در مقایسه دو عدد مخلوط اگر قسمت کسری عدد مخلوط، به صورت کسر بزرگ‌تر از واحد باشد، ابتدا این کسر را به عدد مخلوط تبدیل کرده و به قسمت صحیح قبلی اضافه می‌کنیم و سپس مقایسه دو عدد مخلوط را انجام می‌دهیم.

$$3\frac{7}{2} \square 4\frac{3}{7} \rightarrow 6\frac{1}{2} \square 4\frac{3}{7} \xrightarrow{6 > 4} 6\frac{1}{2} > 4\frac{3}{7}$$

$$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$



۱- صحیح یا غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) کسر $\frac{17}{3}$ را می‌توان به صورت $6\frac{1}{3}$ به عدد مخلوط تبدیل کرد. ص غ

(ب) هر کسر را می‌توان به عدد مخلوط تبدیل کرد. ص غ



۲- جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.

(الف) قسمت صحیح عدد مخلوط $5\frac{8}{15}$ ، و قسمت کسری آن، می‌باشد.

(ب) عدد مخلوط $2\frac{1}{3}$ همان کسر ... است یعنی تا



۳- هریک از کسره‌های زیر را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

$$\frac{25}{3} N$$

$$\frac{72}{13} N$$

$$\frac{103}{9} N$$

$$\frac{89}{7} N$$



۴- هریک از عددهای مخلوط زیر را به صورت کسر بزرگ‌تر از واحد بنویسید.

$$2\frac{5}{7} N$$

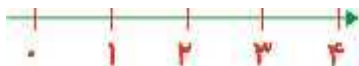
$$8\frac{5}{9} N$$

$$7\frac{4}{13} N$$

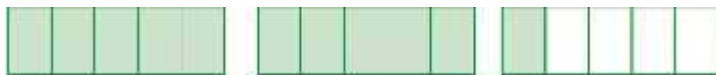
$$13\frac{7}{11} N$$



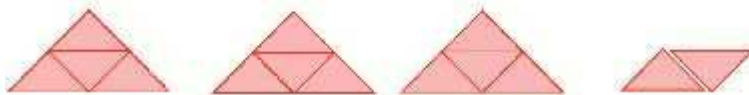
۵- عددهای مخلوط $2\frac{2}{3}$ و $1\frac{5}{7}$ را روی محور زیر نشان دهید.



۶- کسر و عدد مخلوط مربوط به هر شکل را بنویسید.



... N ...



... N ...

۷- به جای چه تعداد رقم می‌توانیم بگذاریم تا کسر حاصل، کسر بزرگ‌تر از واحد شود؟



۸- در جاهای خالی علامت مناسب بگذارید.

$$7 \text{ ○ } 8\frac{3}{7}$$

$$5\frac{1}{2} \text{ ○ } 5\frac{3}{6}$$

$$7\frac{2}{7} \text{ ○ } 7\frac{3}{8}$$

$$4\frac{5}{3} \text{ ○ } 5\frac{2}{3}$$

$$3\frac{2}{7} \text{ ○ } \frac{19}{5}$$

$$9\frac{4}{7} \text{ ○ } 9\frac{9}{14}$$



۹- در جاهای خالی عدد مناسب بگذارید.

$$\frac{15}{4} \text{ N } \frac{12}{4} < \frac{\square}{\square} \text{ N } \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{13}{5} \text{ N } \square < \square < \frac{3}{5} \text{ N } \square \frac{3}{5}$$

$$5\frac{19}{6} \text{ N } \square \frac{13}{6} \text{ N } \square \frac{1}{6}$$

$$\frac{20}{3} \text{ N } \frac{3}{3} < \frac{3}{3} < \frac{3}{3} < \frac{3}{3} < \frac{3}{3} < \frac{3}{3} < \frac{\square}{3} \text{ N } \frac{\square}{\square}$$



۱۰- علی در ماه گذشته، $5\frac{2}{3}$ پیتزا و حامد $\frac{41}{7}$ پیتزا خوردند. کدام یک در ماه گذشته، بیش‌تر پیتزا خوردند؟ چرا؟



۱۱- باتوجه به عبارت $\frac{(4 \text{ } \hat{ } \text{ } 6) < 5}{7}$ عدد مخلوط مناسب را بنویس.



۱۲- اگر مقسوم‌علیه تقسیمی ۲۰ و خارج قسمت آن، خمس مقسوم‌علیه و باقی‌مانده‌ی آن ربع خارج قسمت باشد، آن را به صورت کسر و عدد مخلوط بنویسید.



جمع و تفریق اعداد
مخلوط

اهداف:

در این درس می‌خواهیم با نحوه‌ی محاسبه‌ی جمع و تفریق دو عدد مخلوط آشنا شویم و بتوانیم جمع و تفریق اعداد مخلوط را روی محور و شکل انجام دهیم و مسأله‌های مربوط به آن‌ها را حل کنیم.



جمع دو عدد مخلوط:

برای جمع دو عدد مخلوط، ابتدا قسمت‌های صحیح را باهم جمع می‌کنیم و سپس قسمت‌های کسری را باهم مخرج کردن کسرها، باهم جمع می‌کنیم. اگر جمع قسمت‌های کسری یک کسر، بزرگ‌تر از واحد شود، آن را به عدد مخلوط تبدیل کرده و با قسمت‌های صحیح، جمع می‌کنیم.

$$۴\frac{۲}{۳} + ۷\frac{۴}{۵} = (۴ + ۷) + \left(\frac{۲}{۳} + \frac{۴}{۵}\right) = ۱۱ + \left(\frac{۱۰}{۱۵} + \frac{۱۲}{۱۵}\right) = ۱۱ + \frac{۲۲}{۱۵} = ۱۱ + ۱\frac{۷}{۱۵} = ۱۲\frac{۷}{۱۵}$$

تفریق دو عدد مخلوط:

برای تفریق دو عدد مخلوط، ابتدا قسمت‌های صحیح را از هم کم می‌کنیم و سپس قسمت‌های کسری را باهم مخرج کردن، از هم کم می‌کنیم و حاصل را با حاصل تفریق قسمت‌های صحیح جمع می‌کنیم. اگر در کم کردن قسمت‌های کسری از یکدیگر، کسر اول از کسر دوم کوچک‌تر باشد، به اندازه‌ی یک واحد کامل به کسر اول اضافه می‌کنیم تا بتوانیم حاصل تفریق دو کسر را به دست آوریم.

$$۵\frac{۲}{۳} - ۳\frac{۱}{۲} = (۵ - ۳) + \left(\frac{۲}{۳} - \frac{۱}{۲}\right) = ۲ + \left(\frac{۴}{۶} - \frac{۳}{۶}\right) = ۲ + \frac{۱}{۶} = ۲\frac{۱}{۶}$$

$$۵\frac{۱}{۲} - ۳\frac{۲}{۳} = (۵ - ۳) + \left(\frac{۱}{۲} - \frac{۲}{۳}\right) = ۱ + \left(\frac{۳}{۶} - \frac{۴}{۶}\right) = ۱ + \left(\frac{۹}{۶} - \frac{۴}{۶}\right) = ۱ + \frac{۵}{۶} = ۱\frac{۵}{۶}$$

به اندازه یک واحد به آن اضافه شده
نمی‌توانیم کم کنیم
یک واحد می‌دهیم.

نکته:

راه دیگر برای جمع و تفریق اعداد مخلوط آن است که ابتدا هریک از عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کرده و سپس مانند جمع و تفریق کسرها، عملیات را انجام دهیم و در نهایت کسر حاصل را به عدد مخلوط تبدیل کنیم.

نمایش جمع و تفریق دو عدد مخلوط روی شکل:

برای نمایش جمع دو عدد مخلوط کافی است هر کدام از اعداد مخلوط را با یک رنگ یا هاشور نشان دهیم تا بتوانیم جمع را بنویسیم و برای نمایش تفاضل دو عدد مخلوط کافی است عدد مخلوط اول را بکشیم و به اندازه‌ی عدد مخلوط دوم روی عدد مخلوط اول، خط بزنیم.

نمایش جمع و تفریق دو عدد مخلوط روی محور:

برای نمایش جمع دو عدد مخلوط روی محور کافی است ابتدا به اندازه‌ی عدد مخلوط اول از صفر تا آن عدد، یک محور بکشیم و سپس یک محور دیگر به اندازه‌ی عدد مخلوط دوم در دنباله بکشیم. برای نمایش تفاضل دو عدد مخلوط کافی است محور اول را مانند حالت جمع بکشیم اما محور دوم را به سمت چپ بکشیم.

پرسش‌ها

۱- صحیح یا غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) حاصل جمع $2\frac{2}{3} < 13$ عدد مخلوط $15\frac{2}{3}$ می‌شود. ص غ

(ب) حاصل تفریق $13 > 2\frac{2}{3}$ عدد مخلوط $11\frac{2}{3}$ می‌شود. ص غ



۲- جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.

(الف) حاصل تفریق $2 > 13\frac{1}{2}$ عدد مخلوط می‌شود.

(ب) حاصل جمع $5\frac{1}{2} < 6\frac{1}{2}$ می‌شود.

۳- حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{4}{5} < \frac{5}{7} N$$

$$5\frac{1}{3} < 2 N$$

$$6\frac{11}{13} > 2 N$$

$$15 < 13\frac{5}{6} N$$

$$7 > 2\frac{1}{5} N$$

$$6 > 2\frac{4}{7} N$$

$$10 > 6\frac{9}{11} N$$

$$4\frac{5}{7} < 7\frac{1}{2} N$$

$$9\frac{4}{5} < 11\frac{5}{6} N$$

$$10\frac{1}{3} < 2\frac{6}{7} N$$

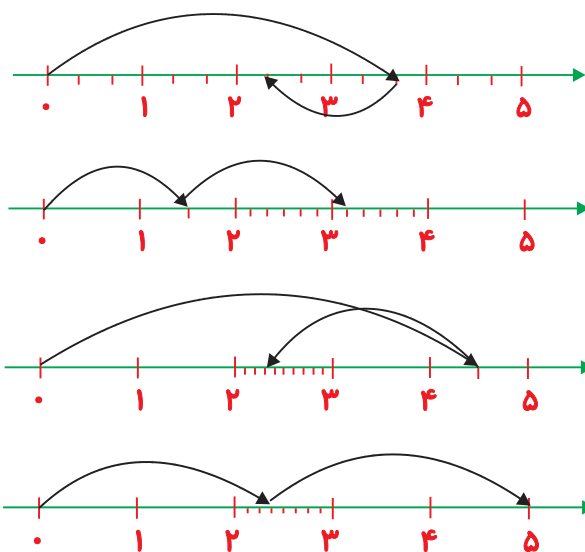
$$7\frac{2}{3} > 4\frac{1}{5} N$$

$$8\frac{2}{5} > 5\frac{3}{4} N$$

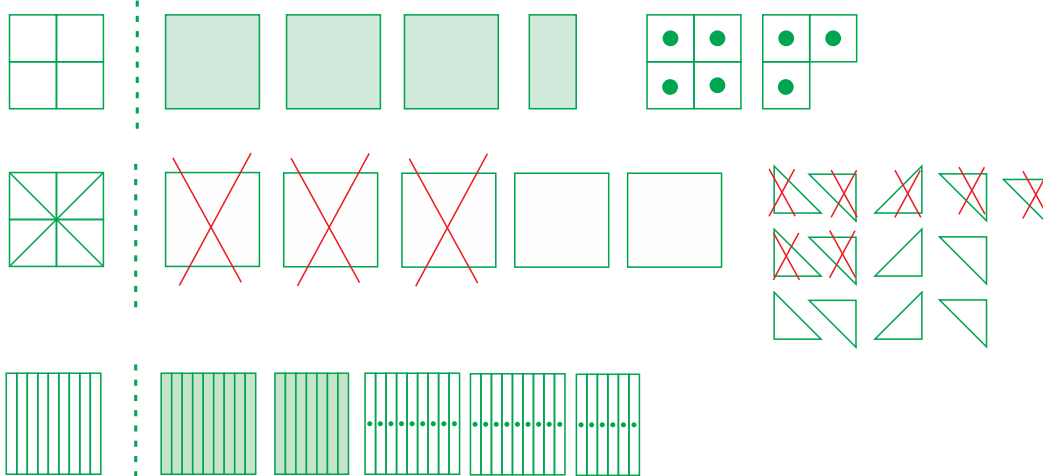
$$11\frac{3}{7} > 6\frac{7}{8} N$$

$$9\frac{1}{2} > 5\frac{7}{9} N$$

۴- جمع و تفریق مربوط به هر محور را بنویسید.



۵- جمع و تفریق مربوط به هر شکل را بنویسید.



۶- حاصل جمع و تفریق‌های زیر را با کمک شکل و محور به دست آورید.

$$2\frac{1}{5} + 3\frac{1}{2} =$$

$$2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2} =$$

۷- در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$3\frac{1}{5} < \dots N 6\frac{2}{7}$$

$$9\frac{1}{4} > \dots N 7\frac{1}{3}$$



۸- مهدی $5\frac{1}{3}$ واحد خون و کریم $2\frac{2}{5}$ واحد خون به مرکز خون اهدا کردند. مهدی و کریم روی هم چند واحد خون اهدا کردند؟ مهدی چند واحد خون از کریم بیش تر اهداء کرده است؟



۹- مریم روز اول $5\frac{3}{4}$ ساعت وقت برای خواندن کتابش گذاشت. اگر مریم روز دوم $3\frac{2}{5}$ ساعت برای خواندن کتاب وقت بگذارد و کتاب را تمام کند، در کل مریم چند ساعت برای مطالعه‌ی کتاب وقت گذاشته است؟



۱۰- کشاورزی $12\frac{3}{4}$ مترمربع از زمینش را پرتقال و $10\frac{1}{3}$ مترمربع از زمینش را نارنگی کاشته است. کشاورز چند مترمربع از زمینش را زیر کشت پرتقال و نارنگی برده است؟ سطح کشت پرتقال چه قدر از سطح کشت نارنگی بیش تر بوده است؟



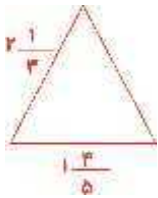
۱۱- یک مسأله بنویسید که حاصل آن $\frac{2}{5} < \frac{1}{3}$ باشد.



۱۲- یک مسأله بنویسید که حاصل آن $7 > 2\frac{3}{8}$ باشد.



۱۳- اندازه‌ی طول یک ساق مثلث متساوی‌الساقینی $2\frac{1}{3}$ متر و اندازه‌ی قاعده‌ی آن $1\frac{4}{5}$ متر است. محیط این مثلث متساوی‌الساقین را به دست آورید.



۱۴- مادر تینا ۸ متر پارچه خرید. اگر مادر تینا برای دوختن شلوار مدرسه‌ی تینا $1\frac{4}{5}$ متر و برای دوختن مانتوی مدرسه‌ی تینا $4\frac{2}{3}$ متر پارچه استفاده کرده باشد، مادر تینا بعد از دوختن مانتو و شلوار چه قدر پارچه اضافه می‌آورد؟



۱۵- مادر آناهیتا برای مهمانی $7\frac{7}{8}$ کیلوگرم خیار و $8\frac{2}{5}$ کیلوگرم سیب خریده است. سبد خرید آن‌ها ظرفیت ۱۵ کیلوگرم را دارد. آیا مادر آناهیتا می‌تواند کلیه میوه‌ها را در سبد خرید بگذارد؟



۱۶- پیتزای پدر علی به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده بود و پدرش ۳ قسمت این پیتزا را خورد. مادر علی نیز نصف پیتزایش را خورد. آیا آن‌ها می‌توانند باقی‌مانده‌های پیتزاهای خود را در یک جعبه‌ی پیتزا قرار دهند؟

