

گزینه «۴» نادرست است؛ زیرا در نورشناسی، هر پرتو نور با یک خط راست دارای فلش مدل می‌شود، نه هر باریکه نور که خود از تعداد بی شماری پرتو نور تشکیل شده است.

۱. ۴ گزینه

می‌دانیم که در مدل سازی یک پدیده فیزیکی، باید اثرهای جزئی تر را نادیده گرفته و فقط اثرهای مهم و تعیین‌کننده را در بررسی وارد کرد. در واقع حذف هر اثری که نادیده گرفتن آن پیش‌بینی مدل را از واقعیت دور کند، مجاز نیست. در این سؤال، به دلیل اینکه نادیده گرفتن «وزن گلوله» و «تیروی مقاومت هوا» به ترتیب «رفت و برگشتی بون حرکت گلوله» و «توقف آن پس از چند رفت و برگشت» را دچار اشکال می‌کند، مجاز نمی‌باشد. اما با لحاظ کردن همین اصول، در نظر گرفتن «اندازه و شکل گلوله» و «جرم نخ» در پیش‌بینی مدل خلی ایجاد نکرده و آزاد است.

۱. ۵ گزینه

مقاومت هوا در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» اثر مهم و تعیین‌کننده محسوب شده و قابل چشم‌پوشی نیست؛ چرا که در صورت حذف آن، پیش‌بینی ما از نحوه رفتار پدیده فیزیکی اشتباه خواهد بود.

۱. ۶ گزینه

وقتی گلوله از بال رها می‌شود، با همان تندي بالن شروع به حرکت می‌کند. بنابراین، چون تندي اولیه گلوله همان تندي بالن است، از تندي بالن نمی‌توان صرف نظر کرد. از طرف دیگر، چون وزن گلوله عامل حرکت و شتاب گلوله است، لذا از وزن گلوله نیز نمی‌توان صرف نظر نمود. می‌بینیم، عامل تقریباً بی‌تأثیر مقاومت هوا است.

۱. ۷ گزینه

برای انجام اندازه‌گیری‌های درست و قابل اطمینان به یکاهای اندازه‌گیری نیاز داریم که تغییر نکنند و دارای قابلیت بازتابی در مکان‌های مختلف باشند.

۱. ۸ گزینه

در SI، هفت کمیت اصلی عبارتند از طول، جرم، زمان، دمای مقدار ماده، جریان الکتریکی و شدت روشناشی که یکاهای آن‌ها به ترتیب متر، کیلوگرم، ثانیه، کلوین، مول، آمپر و کندلا (شمع) است. فقط در گزینه «۲» هر سه یکای داده شده همگی مربوط به کمیت‌های اصلی هستند. در سایر گزینه‌ها، یکاهای ژول و کولن، مربوط به کمیت‌های فرعی انرژی و بار الکتریکی بوده و دلیل نادرستی آن گزینه‌ها می‌باشدند.

۱. ۹ گزینه

در سال ۱۹۷۱ میلادی، مجمع عمومی اوزان و مقیاس‌ها، هفت کمیت «طول»، «جرم»، «زمان»، «دمای مقدار ماده»، «جریان الکتریکی» و «شدت روشناشی» را به عنوان کمیت‌های اصلی انتخاب کرد که اساس دستگاه بین‌المللی یکاهای تشکیل می‌دهند. سایر کمیت‌های فیزیکی که بر حسب این ۷ کمیت اصلی بیان می‌شوند، کمیت‌های فرعی هستند که تنها در گزینه «۲»، هر سه کمیت ذکر شده یعنی چگالی، تندي و انرژی در SI فرعی هستند.

۱. ۱۰ گزینه

گزاره (الف) نادرست است؛ زیرا کمیت شدت روشناشی با یکای گنبدلا یا شمع در SI اصلی است، نه یکای آمپر.

۱. ۱۱ گزینه

گزاره (ب) نادرست است؛ زیرا یکای کمیت دما در SI، کلوین است.

۱. ۱۲ گزینه

گزاره (پ) درست است؛ زیرا مت، ثانیه و آمپر به ترتیب یکای کمیت‌های اصلی طول، زمان و جریان الکتریکی در SI هستند.

۱. ۱۳ گزینه

گزاره (ت) درست است؛ زیرا نمادهای cd (کندلا یا شمع)، mol (مول) و K (کلوین) به ترتیب نماد یکای کمیت‌های اصلی شدت روشناشی، مقدار ماده و دما در SI هستند.

فصل

فیزیک و اندازه‌گیری

۱. ۱ گزینه

گزاره (الف) نادرست است؛ زیرا علی‌رغم اهمیت زیاد آزمایش و مشاهده در فیزیک، آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدانان نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند.

گزاره (ب) نادرست است؛ زیرا فیزیک، علمی تجربی بوده و تمامی قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی آن باید توسط آزمایش مورد آزمون قرار گیرند.

گزاره (پ) درست است؛ زیرا مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نیستند و این امکان وجود دارد که نتایج آزمایش‌های جدید منجر به بازنگری در مدل یا نظریه‌ای شود و حتی ممکن است نظریه‌ای جدید جایگزین آن گردد.

۱. ۲ گزینه

ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است و نقش مهمی در فرایند پیشرفت دانش و تکامل شناخت ما از جهان پیرامون داشته است.

۱. ۳ گزینه

در فیزیک، دانشمندان برای توصیف و توضیح پدیده‌های مورد بررسی اغلب از قانون، مدل و نظریه فیزیکی استفاده می‌کنند. قوانین و نظریات فیزیک در طول زمان ثابت نیستند و ممکن است اصلاح گرددند یا بهطور کامل نقص شده و نظریه دیگری جایگزین آن‌ها شود. این ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریات فیزیکی نقطه قوت دانش فیزیک است.

۱. ۴ گزینه

تکامل مدل‌های اتمی به ترتیب به صورت زیر می‌باشد. توب بیلیارد، کیک کشمشی، مدل هسته‌ای، مدل سیاره‌ای، مدل ابرالکترونی

۱. ۵ گزینه

گزاره (الف) نادرست است؛ زیرا مدل سازی فرایندی است که طی آن یک پدیده فیزیکی، آن قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم گردد. گزاره (ب) درست است؛ زیرا هنگام مدل سازی یک پدیده فیزیکی، باید اثرهای جزئی را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را.

گزاره (پ) نادرست است؛ زیرا در شاخه مکانیک به دلیل بررسی حرکت اجسام و نیروهای وارد شده بر آن‌ها، مدل سازی بسیار پرکاربرد است.

۱. ۶ گزینه

تنها مورد (ب) صحیح است. بررسی موارد نادرست: الف) می‌توان از تغییر وزن توب به خاطر کم بودن تغییر ارتفاع چشم‌پوشی کرد. ب) جهت حرکت توب تعیین‌کننده شتاب حرکت و جهت نیروهای وارد بر آن است.

ت) برای حرکت توب، عامل وزن اثر مهم و تعیین‌کننده است.

۱. ۷ گزینه

گزینه «۱» درست است؛ زیرا در مدل سازی‌های مکانیک، برای نشان دادن اندازه و جهت نیروها از بردار استفاده می‌شود.

گزینه «۲» نادرست است؛ زیرا نادیده گرفتن نیروهای جزئی یکی از اصول ساده‌سازی پدیده‌های است که پیش‌بینی رفتار پدیده را با مشکل مواجه نمی‌کند.

گزینه «۳» نادرست است؛ زیرا در مدل سازی‌های نورشناسی، به دلیل اینکه هر باریکه نور در عمل از تعداد بی‌شماری پرتو نور موازی شکل شده است، برای سادگی فقط تعدادی از آن‌ها نمایش داده می‌شوند.

۱۵. گزینه

با توجه به آموخته‌های شما در کتاب‌های فیزیک (۱) و فیزیک (۲) و طبق تعریف کمیت‌های اصلی یا فرعی و نرده‌ای یا برداری، در جدول زیر، نوع کمیت‌های استفاده شده در گزینه‌ها آورده شده است.

نرده‌ای یا برداری	اصلی یا فرعی	نام کمیت
نرده‌ای	اصلی	جرم
برداری	فرعی	شتاب
برداری	فرعی	نیرو
نرده‌ای	فرعی	انرژی جنبشی
نرده‌ای	فرعی	فشار
نرده‌ای	فرعی	گرمای ویژه
برداری	فرعی	میدان مغناطیسی
نرده‌ای	فرعی	شار مغناطیسی

لذا طبق جدول فوق، کمیت جرم، اصلی و نرده‌ای؛ کمیت شتاب، نیرو و میدان مغناطیسی، فرعی و برداری و کمیت انرژی جنبشی، فشار، گرمای ویژه و شار مغناطیسی، فرعی و نرده‌ای هستند که در گزینه «۴» به سه مورد از این چهار مورد پهدرستی اشاره شده است.

۱۶. گزینه

یکای فرعی فشار در SI با پاسکال بیان می‌شود و بر اساس یکاهای اصلی به صورت زیر تعریف می‌شود.
با استفاده از تعریف فشار داریم:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow [P] = \left[\frac{F}{A} \right] = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} \Rightarrow [P] = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

۱۷. گزینه

برای به دست آوردن یکای فرعی انرژی، کافی است از روابطی که تاکنون یاد گرفته‌ایم، استفاده کنیم. با استفاده از رابطه کار که در سال هفتم دیده‌اید، داریم:

$$J = N \cdot m \quad (1) \Rightarrow J = \text{جابه‌جایی} \times \text{نیرو} = \text{کار}$$

ضمناً با استفاده از رابطه قانون دوم نیوتون که در سال نهم با آن آشنا شده‌اید، می‌توان نوشت:

$$N = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (2) \Rightarrow \text{شتاب} \times \text{جرم} = \text{نیرو}$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{(1)}{(2)} \rightarrow J = N \cdot m \xrightarrow{(2)} J = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

۱۸. گزینه

با توجه به رابطه $F = ma$ ، یکای نیرو از حاصل ضرب یکای جرم در یکای شتاب به دست می‌آید:

$$[F] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

در اینجا کمیت A نیز که از جنس نیرو است، همین یکا را دارد:

$$[A] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

همچنین، با توجه به رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، یکای چگالی است. بنابراین یکای

$$[B] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \text{که از جنس چگالی است،} \quad \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ می‌باشد.}$$

و یکای کمیت C که از جنس مسافت است، متر می‌باشد.

اکنون رابطه فیزیکی داده شده را به صورتی می‌نویسیم که D در یک طرف معادله قرار گیرد و سپس یکای آن را بدست می‌آوریم:

$$D' = ABC' \Rightarrow [D'] = [A][B][C'] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \text{m}^2 = \frac{\text{kg}^2}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow [D] = \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

با توجه به اینکه آهنگ هر کمیت، نسبت تغییر آن کمیت به زمان است، آهنگ

$$\text{شارش جرم به صورت } \frac{\text{kg}}{\Delta t} \text{ می‌باشد و یکای آن است.}$$

۱. گزینه

ابتدا با به توان ۲ رساندن طرفین رابطه داده شده، مقدار M را برحسب دو کمیت دیگر بدست می‌آوریم:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot M}} \Rightarrow c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot M} \Rightarrow \mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot c^2}$$

اکنون با توجه به یکسان بودن یکای کمیت‌های فیزیکی در دو طرف یک تساوی، داریم:

$$[\mu_0] = \left[\frac{1}{\epsilon_0 \cdot c^2} \right] \Rightarrow [\mu_0] = \frac{1}{[\epsilon_0][c^2]}$$

$$\Rightarrow [\mu_0] = \frac{1}{\frac{A^2 s^2}{N m^2} \times \left(\frac{m}{s} \right)^2} \Rightarrow [\mu_0] = \frac{N}{A^2}$$

۲. گزینه

یکای کمیت انرژی $\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ است و یکای آهنگ مصرف انرژی در دستگاه

SI $\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3}$ یا $\frac{\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{s}}$ است. با توجه به سازگاری یکاها در دو طرف رابطه داریم:

$$A = BC + B'E$$

$$[A] = [B][C] \xrightarrow{[A] = \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} [B] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$[C] = \frac{[A]}{[B]} = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = N$$

$$[A] = [B'] [E] \Rightarrow [E] = \frac{[A]}{[B']} = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

۲. گزینه

یک «میکرون» معادل یک میکرومتر ($1\mu\text{m}$) است که برابر با 10^{-6}m می‌باشد.

۴. گزینه

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای و دانستن اینکه یکای جرم در واحد SI کیلوگرم است، داریم:

$$182 \text{ قیراط} \times \frac{200 \text{ mg}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 3/64 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

۱ گزینه .۲۶

$$216 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 216 \cancel{\frac{\text{km}}{\text{h}}} \times \frac{100\text{cm}}{1\text{km}} \times \cancel{\frac{1\text{min}}{60\text{min}}} \times \frac{1\text{mile}}{1.6\text{km}} = 2 \frac{\text{mile}}{\text{min}}$$

۳ گزینه .۲۷

ابتدا تندی کشتی را از گره به متر بر ثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$v = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow v = 15 \times \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون مدت زمان حرکت را می‌بایسیم:

$$\Delta x = v \Delta t \rightarrow \frac{\Delta x = 2\text{ km} = 2 \times 10^3 \text{ m}}{v = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow 2 \times 10^3 = 2 / 7.5 \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = 4 \times 10^3 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 4 \times 10^3 \text{ s} \times \frac{1\text{ min}}{60\text{ s}} = \frac{200}{3} \text{ min}$$

۳ گزینه .۲۸

با توجه به اینکه مساحت ذوزنقه برحسب یکای cm^3 خواسته شده، لازم است در ابتدا همه ابعاد شکل به یکای cm تبدیل شوند. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$a = 400 \times 10^3 \mu\text{m}$$

$$= 400 \times 10^3 \mu\text{m} \times \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} = 40 \text{ cm}$$

$$b = 2 \text{ dm} = 2 \text{ dm} \times \frac{10^{-1} \text{ m}}{1 \text{ dm}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} = 20 \text{ cm}$$

$$h = 10^{-3} \text{ hm} = 10^{-3} \text{ hm} \times \frac{10^2 \text{ m}}{1 \text{ hm}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} = 10 \text{ cm}$$

در نتیجه مساحت ذوزنقه برابر خواهد بود با:

$$S = \frac{1}{2}(a+b)h = \frac{1}{2}(40+20) \times 10 = 300 \text{ cm}^2$$

۴ گزینه .۲۹

ابتدا ارتباط بین فوت مربع و اینچ مربع و نیز اینچ مربع و سانتی‌متر مربع را به دست می‌آوریم:

$$1\text{ ft} = 12\text{ inch} \rightarrow 1\text{ ft}^2 = 144\text{ inch}^2$$

$$1\text{ inch} = 2.5\text{ cm} \rightarrow 1\text{ inch}^2 = 6.25\text{ cm}^2$$

اکنون با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$S = 18 \text{ mhec} = 18 \text{ mhec} \times \frac{10^{-3} \text{ hec}}{1 \text{ mhec}} \times \frac{10^4 \text{ m}^2}{1 \text{ hec}}$$

$$\times \frac{1 \text{ cm}^2}{(10^{-2} \text{ m})^2} \times \frac{1 \text{ inch}^2}{6.25 \text{ cm}^2} \times \frac{1 \text{ ft}^2}{144 \text{ inch}^2}$$

$$\Rightarrow S = 2 \times 10^3 \text{ ft}^2 = 2000 \text{ ft}^2$$

۲ گزینه .۳۰

ابتدا با استفاده از رابطه حجم استوانه ($V = \pi r^2 h$)، شاعع مقطع آن را به دست می‌آوریم:

$$h = \frac{V}{\pi L} \times \frac{30\text{ cm}}{1\text{ ft}} = 90\text{ cm}$$

$$V = 10.8L \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1\text{ L}} = 10800\text{ cm}^3$$

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، یکای تمام گزینه‌ها را برحسب متر به دست می‌آوریم:

گزینه «۱»:

$$1.6 \text{ inch} = 1.6 \text{ inch} \times \frac{2/5 \text{ cm}}{1\text{ inch}} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1\text{ cm}} = 2/5 \times 10^4 \text{ m}$$

گزینه «۲»:

$$\frac{1}{2} \text{ ذرع} \times \frac{10^4 \text{ cm}}{1 \text{ ذرع}} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1\text{ cm}} = \frac{1}{2} \times 10^4 \text{ m}$$

گزینه «۳»:

$$6/4 \text{ km} = 6/4 \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1\text{ km}} = 6/4 \times 10^3 \text{ m} = 0.64 \times 10^4 \text{ m}$$

گزینه «۴»:

$$3 \times 10^4 \text{ ft} = 3 \times 10^4 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ inch}}{1\text{ ft}} \times \frac{2/5 \text{ cm}}{1\text{ inch}} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1\text{ cm}} = 9 \times 10^3 \text{ m} = 0.9 \times 10^4 \text{ m}$$

با مقایسه مقادیر به دست آمده، عدد گزینه «۱» طول بیشتری را نسبت به بقیه نشان می‌دهد.

برای پاسخ به این سوال، یکای جرم‌های داده شده در هر یک از گزینه‌ها را به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای به یکای کیلوگرم تبدیل می‌نماییم. هر یک از آنها که کمتر از 10 kg باشد، پاسخ سوال است و با ریختن آن جرم درون پلاستیک دسته آن پاره نخواهد شد. داریم:

$$\frac{640 \text{ مثقال}}{1 \text{ من تبریز}} \times \frac{5 \text{ g}}{1 \text{ مثقال}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 12/8 \text{ kg} > 10 \text{ kg}$$

گزینه «۲»:

$$\frac{640 \text{ مثقال}}{1 \text{ خروار}} \times \frac{5 \text{ g}}{10/1 \text{ مثقال}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 64 \text{ kg} > 10 \text{ kg}$$

گزینه «۳»:

$$\frac{640 \text{ مثقال}}{1 \text{ سیر}} \times \frac{5 \text{ g}}{40 \text{ سیر}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 80 \text{ kg} > 10 \text{ kg}$$

گزینه «۴»:

$$\frac{2200 \text{ مثقال}}{1 \text{ مثقال}} \times \frac{5 \text{ g}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 11 \text{ kg} > 10 \text{ kg}$$

ابتدا فاصله واقعی بین دو نقطه را برحسب inch به دست می‌آوریم:

$(3/52 \times 18000) \text{ inch} = 3/52 \times 180000 \text{ inch}$ = فاصله حقیقی بین دو نقطه

حال به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، این فاصله را بر حسب مایل محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{3/52 \times 18000 \text{ inch}}{12 \times 3 \times 1760} \times \frac{1\text{ ft}}{1\text{ inch}} \times \frac{1\text{ yard}}{3\text{ ft}} \times \frac{1\text{ mile}}{1760\text{ yard}} = 1\text{ mile}$$

۲. گزینه

۲. ۲۵

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\begin{aligned} ۲۴ \cdot \frac{\text{ft}}{\text{s}} &= ۲۴ \cdot \frac{\text{ft}}{\text{s}} \times \left(\frac{۱۲ \text{inch}}{۱ \text{ft}}\right)^۱ \times \left(\frac{۲ / ۵ \text{cm}}{۱ \text{inch}}\right)^۱ \times \left(\frac{۱۰^{-۳} \text{m}}{۱ \text{cm}}\right)^۱ \times \left(\frac{۶۰ \text{s}}{۱ \text{min}}\right)^۱ \\ &\times \frac{۶۰ \text{min}}{۱ \text{h}} \times \frac{۴ / ۴ \text{gpm}}{۱ \text{m}^۱} = ۲۴ \cdot \frac{\text{ft}}{\text{s}} \times \frac{۱۲ \text{inch}^۱}{۱ \text{ft}^۱} \times \frac{(۲ / ۵)^۱ \text{cm}^۱}{۱ \text{inch}^۱} \\ &\times \frac{۱۰^{-۳} \text{m}^۱}{۱ \text{cm}^۱} \times \frac{۶۰ \text{s}}{۱ \text{min}} \times \frac{۶۰ \text{min}}{۱ \text{h}} \times \frac{۴ / ۴ \text{gpm}}{۱ \text{m}^۱} \\ &= ۱۰۲۶۴۳ / ۲ \text{gpm} \approx ۱۰^۴ \text{gpm} \end{aligned}$$

۴. گزینه

۴. ۲۶

کمیت فرعی داده شده فشار است که یکای فرعی آن $\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^۲}$ است.

$$۵ \frac{\text{mg}}{\text{nm.ds}^۱} = \frac{۵ \times ۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۹} \times ۱۰^{-۲}} \frac{\text{kg}}{\text{m.s}^۲} = ۵ \times ۱۰^۴ \text{Pa}$$

۳. گزینه

۳. ۲۷

اگر پیشوند α معادل با ۱۰^x و پیشوند β معادل با ۱۰^y باشد، با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای و نمادگذاری علمی داریم:

$$\begin{aligned} ۰/۰۰۲۵(\alpha g) \frac{\text{mm}^۱}{\beta s^۲} &= ۲ / ۵ \times ۱۰^{-۳} (\alpha g) \frac{\text{mm}^۱}{\beta s^۲} \\ &= ۲ / ۵ \times ۱۰^{-۳} (\alpha g) \frac{\text{mm}^۱}{\beta s^۲} \times \frac{۱۰^x \text{g}}{۱ \alpha g} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{kg}}{۱ \text{g}} \times \frac{۱۰^{-۶} \text{m}^۱}{۱ \text{mm}^۱} \times \frac{\beta s^۱}{۱۰^y \text{s}^۲} \\ &= ۲ / ۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^x \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰^{-۲} \text{y kg} \frac{\text{m}^۱}{\text{s}^۲} \\ &= ۲ / ۵ \times ۱۰^{x-۲y-۱۲} \text{J} \\ &= ۲ / ۵ \times ۱۰^{x-۲y-۱۲} \times ۱۰^{-۳} \text{kJ} = ۲ / ۵ \times ۱۰^{x-۲y-۱۵} \text{kJ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{حاصل این عبارت برایر با طرف راست تساوی سؤال است، بنابراین داریم:} \\ ۲ / ۵ \times ۱۰^{x-۲y-۱۵} &= ۲ / ۵ \times ۱۰^{-۱۷} \Rightarrow x - ۲y - ۱۵ = -۱۷ \\ \Rightarrow x - ۲y &= -۲ \end{aligned}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم و گزینه‌ای که به ازای پیشوندهای آن، رابطه فوق برقرار است را انتخاب می‌کنیم:

$x - ۲y$	y	x	β	α	گزینه
$-۳ - ۲(۳) = -۹$	۳	-۳	k	m	۱
$-۳ - ۲ \times (۱) = -۵$	۱	-۳	da	m	۲
$-۶ - ۲ \times (-۲) = -۶ + ۴ = -۲$	-۲	-۶	c	μ	۳
$-۶ - ۲ \times (-۱) = -۴$	-۱	-۶	d	μ	۴

پس با پیشوندهای μ و c به جای α و β ، تساوی برقرار می‌شود.

۱. گزینه

۱. ۲۸

ابتدا با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، یکاهای فعلی جرم و نیرو را به یکای آن‌ها تبدیل می‌نماییم، داریم:

$$m = ۱۰۰ \text{ مثقال} \times \left(\frac{۴ / ۶ \text{kg}}{۱ \text{مثقال}}\right) \times \left(\frac{۱ \text{kg}}{۱۰^۳ \text{g}}\right) = ۰/۴۶ \text{kg} : \text{جرم}$$

$$F = ۱۶۵۶g \frac{\text{km}}{(\text{min})^۲} : \text{نیرو}$$

$$= ۱۶۵۶g \frac{\text{km}}{(\text{min})^۲} \times \left(\frac{۱ \text{kg}}{۱۰^۳ \text{g}}\right) \times \left(\frac{۱۰^۳ \text{m}}{۱ \text{km}}\right) \times \left(\frac{۱ \text{min}}{۶۰ \text{s}}\right)^۲$$

۲. گزینه

۲. ۲۹

V = $\pi r^۲ h \Rightarrow ۱۰۸۰۰ = ۳ \times r^۲ \times ۹۰ \Rightarrow r^۲ = ۴۰ \Rightarrow r = ۲۰ \text{cm}$

بنابراین قطر مقطع مخزن استوانه‌ای برابر است با:

$$d = ۲r = ۴0 \text{cm}$$

حال با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای، قطر مخزن را برحسب اینج به دست

می‌آوریم:

$$d = ۴0 \text{cm} \times \frac{۱ \text{inch}}{۲ / ۵ \text{cm}} = ۱۶ \text{inch}$$

۲. گزینه

۲. ۳۰

می‌دانیم که در فیزیک، برای جمع یا تفریق دو چند عدد، آن اعداد باید یکاگی یکسان داشته باشند. بنابراین یکای هر دو عدد را به یکای مدنظر سؤال یعنی میلی‌متر مکعب تبدیل کرد، سپس با هم جمع می‌کنیم، داریم:

$$۸ \times ۱۰^{-۸} \text{dm}^۳ = ۸ \times ۱۰^{-۸} \text{dm}^۳ \times \frac{(۱۰^{-۱})^۳ \text{m}^۳}{۱ \text{dm}^۳} \times$$

$$\frac{۱ \text{mm}^۳}{(۱۰^{-۳})^۳ \text{m}^۳} = ۸ \times ۱۰^{-۲} \text{mm}^۳$$

$$۲۴ \times ۱۰^۸ \mu\text{m}^۳ = ۲۴ \times ۱۰^۸ \mu\text{m}^۳ \times \frac{(۱۰^{-۶})^۳ \text{m}^۳}{۱ \mu\text{m}^۳}$$

$$\times \frac{۱ \text{mm}^۳}{(۱۰^{-۳})^۳ \text{m}^۳} = ۲۴ \times ۱۰^{-۱} \text{mm}^۳$$

لذا حاصل عبارت برابر است با:

$$۸ \times ۱۰^{-۸} \text{dm}^۳ + ۲۴ \times ۱۰^۸ \mu\text{m}^۳ = ۸ \times ۱۰^{-۲} \text{mm}^۳ + ۲۴ \times ۱۰^{-۱} \text{mm}^۳ = ۰/۰۸ \text{mm}^۳ + ۲ / ۴ \text{mm}^۳ = ۲ / ۴۸ \text{mm}^۳$$

۲. گزینه

۲. ۳۱

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، می‌توان نوشت:

$$۱۵۰ \times \frac{L}{\text{min}} \times \frac{۱ \text{m}^۳}{۱۰^۳ L} \times \frac{۱ \text{min}}{۶۰ \text{s}} = ۰/۰۲۵ \frac{\text{m}^۳}{\text{s}}$$

۳. گزینه

۳. ۳۲

ابتدا بار الکتریکی را به کولن تبدیل می‌کنیم و سپس آن را بر حسب نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$q = ۱۶۰ \times ۱۰^{-۱۰} \mu\text{C} \rightarrow \frac{\text{نمادگذاری علمی}}{\mu = ۱0^{-۶}}$$

$$q = (۱ / ۶۰ \times ۱۰^۳) \times ۱۰^{-۱۰} \times ۱۰^{-۶} \text{C} = ۱ / ۶۰ \times ۱0^{-۱۴} \text{C}$$

۳. گزینه

۳. ۳۳

می‌دانیم که در فیزیک به تغییر یک کمیت نسبت به زمان، آهنگ آن کمیت گفته می‌شود. لذا داریم:

$$\frac{۱۱۰ - ۸۳}{۵۰} = \frac{\text{آهنگ متوسط کاهش جرم}}{\text{day}}$$

اگون با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای و قواعد نمادگذاری علمی، داریم:

$$\frac{\text{kg}}{\text{day}} = ۰/۵۴ \frac{\text{kg}}{\text{day}} \times \frac{۱ \text{day}}{۲۴ \text{h}}$$

$$\times \frac{۱ \text{h}}{۶۰ \text{min}} \times \frac{۱0^۳ \text{g}}{۱ \text{kg}} \times \frac{۱ \mu\text{g}}{۱0^{-۶} \text{g}} \Rightarrow$$

$$\frac{\mu\text{g}}{\text{min}} = ۳۷۵۰۰ \frac{\mu\text{g}}{\text{min}}$$

$$۳ / ۷۵ \times ۱0^۵ \frac{\mu\text{g}}{\text{min}} = \text{آهنگ متوسط کاهش جرم}$$

بیشتر از ابزارهای اندازه‌گیری مدرج نیست.
گزینه «۴»: دقت اندازه‌گیری خطکشی که تا میلی‌متر مدرج شده، بیشتر از دقت اندازه‌گیری خطکشی است که تا سانتی‌متر مدرج شده است.

۱.۴۲ گزینه

این ابزار یک ریزسنج دیجیتال است. در ابزارهای دیجیتالی، دقت اندازه‌گیری برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار می‌خواند. لذا چون آخرین رقمی که این ریزسنج نشان می‌دهد، 0.003 mm است، پس دقت اندازه‌گیری ابزار برابر با 0.001 mm خواهد بود.

۲. گزینه

می‌دانیم که در ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، دقت اندازه‌گیری برابر با کمینه تقسیم‌بندی مقایس است.

$1\text{ cm} = \text{دقت اندازه‌گیری} \Rightarrow 1\text{ cm} = \text{کمینه تقسیم‌بندی مقایس}$: شکل (الف)
 $1\text{ mm} = \text{دقت اندازه‌گیری} \Rightarrow 1\text{ mm} = \text{کمینه تقسیم‌بندی مقایس}$: شکل (ب)
خطای اندازه‌گیری خطکش (ب) کمتر است.

۳. گزینه

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای مدرج برابر با کمینه تقسیم‌بندی آن وسیله است و در ابزارهای دیجیتال، برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. حال دقت هر یک از وسائل را می‌باشیم:

(الف) در این دماسنج هر 20°C به 4°C به قسمت مساوی تقسیم شده است، پس

$$\text{دقت اندازه‌گیری آن برابر با } \frac{20^\circ\text{C}}{4} = 5^\circ\text{C} \text{ است.}$$

(ب) هر سانتی‌متر خطکش به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است، پس دقت اندازه‌گیری آن $\frac{1\text{ cm}}{5} = 0.2\text{ cm}$ است.

(پ) آخرین رقمی که آمپرسنج دیجیتال می‌خواند، از مرتبه صدم آمپر است، پس دقت اندازه‌گیری آمپرسنج 0.1 A است.

(ت) در تندیسنج هر $20\frac{\text{mile}}{\text{h}}$ به دو قسمت مساوی تقسیم شده است، پس

$$\text{دقت اندازه‌گیری آن } \frac{20}{2} = 10\frac{\text{mile}}{\text{h}} \text{ است.}$$

۱. گزینه

ساعت A کمترین زمانی را که اندازه می‌گیرد یک دقیقه است. پس کمینه اندازه‌گیری آن یک دقیقه است ولی ساعت B کمترین زمانی را که اندازه

می‌گیرد یک ثانیه است که معادل $\frac{1}{60}$ دقیقه است. پس داریم:
کمینه اندازه‌گیری ساعت A $= \frac{1\text{ min}}{\frac{1}{60}\text{ min}} = 60$
کمینه اندازه‌گیری ساعت B $= \frac{1\text{ min}}{1\text{ min}} = 1$

ساعت B زمان را دقیق‌تر نشان می‌دهد، در نتیجه خطای اندازه‌گیری آن نسبت به ساعت A کمتر است.

۱. گزینه

در ساعت (الف) کمترین دقت اندازه‌گیری مدرج شده بر حسب ثانیه است زیرا ساعت شامل ۳ عقربه ثانیه‌شمار، دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار است. پس دقت

اندازه‌گیری آن معادل ۱ ثانیه یا $\frac{1}{60}$ دقیقه است و در ساعت (ب) که شامل دو

عقربه دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار است و کمترین مقدار مدرج این ساعت ۵ دقیقه است پس دقت اندازه‌گیری این ساعت ۵ دقیقه است و دقت اندازه‌گیری زمان ساعت (الف) از (ب) بیشتر است.

$$= 1656 \times 10^{-3} \times \frac{1}{60 \times 60} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.46 \text{ N}$$

اکنون با استفاده از رابطه قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0.46}{0.46} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۱. گزینه

ابتدا یکای نیوتون را بر حسب یکاهای اصلی می‌باشیم:

$$9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} = 9 \times 10^9 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2} = 9 \times 10^9 \text{ kg} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2 \text{C}^2}$$

حال تبدیل یکای مورد نظر را انجام می‌دهیم و یکاهای اصلی را به یکاهای مورد نظر سوال تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & 9 \times 10^9 \frac{\text{kg} \text{m}^3}{\text{s}^2 \text{C}^2} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \mu\text{g}}{10^{-6} \text{ g}} \times \left(\frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}}\right)^3 \times \left(\frac{10^{-3} \text{ s}}{1 \text{ ms}}\right)^2 \times \left(\frac{10^{-6} \text{ C}}{1 \mu\text{C}}\right)^2 \\ & = 9 \times 10^9 \frac{\text{kg} \text{m}^3}{\text{s}^2 \text{C}^2} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \mu\text{g}}{10^{-6} \text{ g}} \times \frac{1 \text{ cm}^3}{10^{-6} \text{ m}^3} \times \frac{10^{-6} \text{ s}^2}{1 \text{ ms}^2} \times \frac{10^{-12} \text{ C}^2}{1 \mu\text{C}^2} \\ & = \frac{9 \times 10^9 \times 10^3 \times 10^{-6} \times 10^{-12} \frac{\mu\text{g} \text{cm}^3}{\mu\text{C}^2 \text{ms}^2}}{10^{-6} \times 10^{-6}} = 9 \times 10^6 \frac{\mu\text{g} \text{cm}^3}{\mu\text{C}^2 \text{ms}^2} \end{aligned}$$

۳. گزینه

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌نماییم، داریم:

گزینه «۱» نادرست است؛ زیرا:

$$\begin{aligned} 1 \mu\text{g} \frac{\text{mm}}{\text{ns}^2} &= 1 \mu\text{g} \frac{\text{mm}}{\text{ns}^2} \times \frac{10^{-6} \text{ g}}{1 \mu\text{g}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \\ &\times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} \times \frac{1 \text{ ns}}{(10^{-9})^2 \text{ s}^2} = 10^6 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10^6 \text{ N} \end{aligned}$$

گزینه «۲» نادرست است؛ زیرا:

$$\begin{aligned} 100 \frac{\text{mm}^3}{\text{ns}} &= 100 \frac{\text{mm}^3}{\text{ns}} \times \frac{(10^{-3})^3 \text{ m}^3}{1 \text{ mm}^3} \times \frac{1 \text{ ns}}{10^{-9} \text{ s}} \\ &= 100 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} 10^2 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \end{aligned}$$

گزینه «۳» درست است؛ زیرا:

$$\begin{aligned} 30 \text{ kg} \frac{\text{nm}^2}{\mu\text{s}^3} &= 30 \text{ kg} \frac{\text{nm}^2}{\mu\text{s}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \mu\text{g}} \times \frac{1 \mu\text{g}}{10^{-6} \text{ g}} \\ &\times \frac{1 \mu\text{s}}{(10^{-6})^3 \text{ s}^3} \times \frac{(10^{-9})^2 \text{ m}^2}{1 \text{ nm}^2} = 30 \times 10^9 \mu\text{g} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3} \\ &\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} (3 \times 10^1) \times 10^9 = 3 \times 10^{10} \mu\text{g} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3} \end{aligned}$$

گزینه «۴» نادرست است؛ زیرا:

$$\begin{aligned} 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} &= 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} \times \frac{1 \text{ km}^2}{(10^3)^2 \text{ m}^2} \times \frac{(10^12)^2 \text{ s}^2}{1 \text{ Ts}^2} \times \frac{10^{-6} \text{ K}}{1 \mu\text{K}} \\ &= 10^{12} \frac{\text{km}^2}{\text{Ts}^2 \cdot \mu\text{K}} \end{aligned}$$

۲. گزینه

گزینه «۱»: در اندازه‌گیری کمیت‌های فیزیکی قطعیت وجود ندارد و همواره مقداری خطأ وجود دارد.

گزینه «۳»: الزاماً دقت اندازه‌گیری ابزارهای اندازه‌گیری رقمی (دیجیتال)

۴۷. گزینه ۳

برای کاهش خطأ در اندازه‌گیری هر کمیت، معمولاً اندازه‌گیری آن را چند بار تکرار کرده و در نهایت، میانگین عدددهای حاصل به عنوان نتیجه اندازه‌گیری گزارش می‌شود. البته در میان عدددهای متفاوت، اگر یک یا دو عدد اختلاف زیادی با بقیه داشته باشند، در میانگین گیری به حساب نمی‌آیند. دقت کنید که برای کاهش خطأ، مجاز به استفاده از وسیله‌های مختلف نیستیم، بلکه باید با همان وسیله معین، اندازه‌گیری را تکرار نماییم.

۴۸. گزینه ۲

ابتدا عدد ۴/۸ را به دلیل اختلاف زیادی که با سایر عدددها دارد کنار می‌گذاریم و سپس میانگین عدددهای باقیمانده را به عنوان نتیجه اندازه‌گیری در نظر می‌گیریم. در این حالت داریم:

$$\frac{۳ / ۴ + ۳ / ۳ + ۳ / ۰ + ۳ / ۲ + ۳ / ۲}{۵} = ۳ / ۲۲ \quad \text{نتیجه گزارش}$$

از آنجا که رقم گزارش شده نمی‌تواند دقت بیشتری از نتایج گزارش شده داشته باشد پس ۳/۲ جواب این سوال است.

۴۹. گزینه ۲

برای اندازه‌گیری جرم جسم با کمترین خطأ از داده‌های به دست آمده میانگین می‌گیریم. فقط دقت کنید که داده‌هایی که اختلاف زیادی با بقیه دارند را در میانگین گیری حساب نمی‌کنیم. در این داده‌ها عدد ۷/۲۰ اختلاف زیادی با بقیه دارد، پس داده پرت است و در میانگین گیری حساب نمی‌کنیم.

$$\frac{۸ / ۶۴ + ۸ / ۶۸ + ۸ / ۷۲ + ۸ / ۳۲ + ۸ / ۸۹ + ۸ / ۳۵}{۶} = \text{میانگین داده‌ها}$$

$$= \frac{۵۱ / ۶}{۶} = ۸ / ۶ \text{ kg}$$

چون ترازو دیجیتال است، لذا دقت آن برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار نشان می‌دهد. همه اعداد برحسب کیلوگرم و از مرتبه صدم می‌باشند، لذا دقت ترازو برابر است با:

$$۰ / ۰ ۱ \text{ kg} = ۱ \text{ g} \quad \text{دقت ترازو}$$

۵۰. گزینه ۲

جرم هر ۴ مورد داده شده را به kg تبدیل می‌کنیم تا بینیم چند مورد دقت ۰/۰ ۱ kg دارند.

$$\text{الف)} ۵۹۶۱ \text{ dag} \times \frac{۱ / ۰ \text{ g}}{۱ \text{ dag}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱ / ۰ \text{ g}} = ۵۹ / ۶۱ \text{ kg} \quad \text{دقت} \rightarrow ۰ / ۰ ۱ \text{ kg}$$

$$\text{ب)} ۳ / ۷۷ \times ۱ / ۰ \text{ mg} \times \frac{۱ / ۰ \text{ g}}{۱ \text{ mg}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱ / ۰ \text{ g}} = ۳ / ۷۷ \text{ kg} \quad \text{دقت} \rightarrow ۰ / ۰ ۱ \text{ kg}$$

$$\text{پ)} ۰ / ۷۷ \times ۱ / ۰ \text{ Mg} \times \frac{۱ / ۰ \text{ g}}{۱ \text{ Mg}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱ / ۰ \text{ g}} = ۰ / ۷۷ \text{ kg} \quad \text{دقت} \rightarrow ۰ / ۰ ۱ \text{ kg}$$

$$\text{ت)} ۰ / ۰ ۶۵۶ \times ۱ / ۰ \text{ Tg} \times \frac{۱ / ۰ \text{ g}}{۱ \text{ Tg}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱ / ۰ \text{ g}} = ۶۵۶ \text{ kg} \quad \text{دقت} \rightarrow ۱ \text{ kg}$$

موارد «الف» و «پ» دقت ۰/۰ ۱ kg دارند. پس این دو مورد می‌توانند با این ترازو اندازه‌گیری شده باشند.

۵۱. گزینه ۲

موارد (الف) و (ت) درست‌اند.

به بررسی موارد نادرست می‌پردازیم:

(ب) چگالی اجسام فقط به جنس و دما بستگی دارد و با تغییر جرم یا حجم آن‌ها، تغییر نمی‌کند.

(پ) با تغییر دمای یک جسم در حالی که جرم آن ثابت است، حجم اجسام تغییر می‌کند، پس چگالی هم تغییر می‌کند.

(ث) استثناء وجود دارد؛ مثلاً بیخ جامد است، ولی چگالی آن کمتر از آب است.

۴۶. گزینه ۱

یکای چگالی در SI برابر با $\frac{\text{kg}}{\text{m}^۳}$ است. در نتیجه باید بررسی کنیم کدام‌یک از سه یکای موردنظر برابر با $\frac{\text{kg}}{\text{m}^۳}$ است.

$$\frac{\mu\text{g}}{\text{mL}} = \frac{\mu\text{g}}{\text{mL}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱ / ۰ \mu\text{g}} \times \frac{۱ / ۰ \text{ mL}}{۱ \text{ L}} \times \frac{۱ / ۰ \text{ L}}{۱ / ۰ \text{ m}^۳} = ۱ / ۰ \text{ kg} \quad \text{برابر نیستند} \Rightarrow$$

$$\frac{\text{ton}}{\text{km}^۳} = \frac{\text{ton}}{\text{km}^۳} \times \frac{۱ / ۰ \text{ kg}}{۱ \text{ ton}} \times \frac{۱ \text{ km}^۳}{(۱ / ۰)^۳ \text{ m}^۳} = ۱ / ۰ \text{ kg} \quad \text{برابر نیستند} \Rightarrow$$

$$\frac{\text{ng}}{\text{mm}^۳} = \frac{\text{ng}}{\text{mm}^۳} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱ / ۰ \text{ ng}} \times \frac{(۱ / ۰)^۳ \text{ mm}^۳}{۱ \text{ m}^۳} = ۱ / ۰ \text{ kg} \quad \text{برابر نیستند} \Rightarrow$$

۴۷. گزینه ۲

می‌دانیم که برای محاسبه چگالی یک جسم، به جرم و حجم آن جسم نیاز داریم. در این سؤال، جرم جسم مستقیماً داده شده است. حجم جسم نیز برابر است با حجم مایع جابه‌جا شده، لذا داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \frac{m = ۴۲ \text{ g}}{V = ۵۴ - ۵ = ۴ \text{ cm}^۳} \rightarrow \rho = \frac{۴۲}{۴} = ۱ / ۰ \text{ / } \frac{\text{g}}{\text{cm}^۳}$$

۴۸. گزینه ۱

با توجه به شکل، ترازوی رقمی عدد ۱۱/۵ را نشان می‌دهد. حجم جسم نیز از اختلاف اعدادی که روی استوانه مدرج نوشته شده، محاسبه می‌شود. بنابراین داریم:

$$m = ۱۱ / ۵ \text{ g} = ۱۱ / ۵ \times ۱ / ۰ \text{ kg}$$

$$V = ۲۳ / ۱ - ۱۸ / ۵ = ۴ / ۶ \text{ mL} = ۴ / ۶ \times ۱ / ۰ \text{ m}^۳$$

بنابراین چگالی جسم در SI برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۱۱ / ۵ \times ۱ / ۰ \text{ kg}}{۴ / ۶ \times ۱ / ۰ \text{ m}^۳} = ۲۵۰ \text{ kg} \quad \text{m}^۳$$

۴۹. گزینه ۱

مایعی که چگالی بیشتری دارد، پایین‌تر از همه و مایع با چگالی کمتر، بالاتر از همه قرار می‌گیرد. پس همان جیوه، B آب و A روغن است. با توجه به رابطه چگالی و مشخص بودن حجم مایع‌ها، می‌توان جرم هر مایع را محاسبه کرد، داریم:

$$V_C = ۵ \text{ cm}^۳ \Rightarrow m_C = \rho_C V_C = ۱۲ / ۶ \times ۵ = ۶۸ \text{ g}$$

$$A: V_B = ۱۳ - ۵ = ۸ \text{ cm}^۳ \Rightarrow m_B = \rho_B V_B = ۱ \times ۸ = ۸ \text{ g}$$

$$B: V_A = ۲۵ - ۱۳ = ۱۲ \text{ cm}^۳$$

$$m_A = \rho_A V_A = ۰ / ۸۵ \times ۱۲ = ۱۰ / ۲ \text{ g}$$

۵۰. گزینه ۴

برای به دست آوردن جرم باران باریده شده، طبق رابطه $m = \rho V$ ، به چگالی و حجم باران نیاز داریم. با توجه به معلوم بودن چگالی، برای محاسبه حجم کافی است مساحت سطح بارش را در ارتفاع باریده شده ضرب کنیم. داریم:

$$A = ۲۵۰ \text{ km}^۲ \times \frac{(۱ / ۰)^۲ \text{ m}^۲}{۱ \text{ km}^۲} = ۲ / ۵ \times ۱ / ۰ \text{ m}^۲$$

$$V = Ah \rightarrow h = ۴۰ \text{ mm} \times \frac{۱ \text{ m}}{۱ / ۰ \text{ mm}} = ۴ \times ۱ / ۰ \text{ m}$$

$$V = (۲ / ۵ \times ۱ / ۰) \times (۴ \times ۱ / ۰) = ۱ / ۰ \text{ m}^۳$$

حالا می‌توان نوشت:

$$m = \rho V \rightarrow m = \rho \times \frac{\text{m}^۳}{۱ / ۰ \text{ m}^۳} = ۱ / ۰ \times ۱ / ۰ = ۱ / ۰ \text{ kg}$$

ابتدا چگالی کوتوله سفید را بر حسب واحد SI می‌باییم:

$$\rho = 10 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} = 10^2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} \times \frac{1\text{cm}^3}{10^{-6}\text{m}^3} = 10^8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

حال با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{m=8 \times 10^{-4} \text{kg}}{\rho=10^8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

$$V = \frac{6 \times 10^{-4}}{10^8} = 6 \times 10^{-16} \text{m}^3$$

به دلیل کمتر بودن چگالی بین از آب، در اثر ذوب شدن بین جسم مخلوط کاهش پیدا می‌کند. اگر جرم بین ذوب شده را m در نظر بگیریم، داریم:

$$\Delta V = V_{\text{آب}} - V_{\text{بین}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{m}{\rho_{\text{بین}}}$$

$$\frac{m_{\text{آب}}=m_{\text{بین}}=m}{\rho_{\text{آب}}=\frac{1}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{بین}}=0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} , \Delta V = -\Delta \text{cm}^3 \rightarrow -\Delta = \frac{m}{1} - \frac{m}{0.9}$$

$$\Rightarrow -\Delta = m - \frac{10 \text{m}}{9} \Rightarrow -\Delta = \frac{-m}{9} \Rightarrow m = 45 \text{g}$$

برای حل این سؤال، رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشت و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{\frac{\rho_A}{\rho_B}=1/5, V_A=200 \text{cm}^3}{V_B=500 \text{cm}^3, m_B=100 \text{g}} \rightarrow \\ 1/5 = \frac{m_A}{200} \times \frac{500}{200} \Rightarrow m_A = \frac{1/5 \times 200 \times 2}{5} = 120 \text{g}$$

برای حل این سؤال، رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشت و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_B=\frac{4}{3}\pi R_B^3}{V_A=\frac{4}{3}\pi R_A^3} \rightarrow$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^3 = \frac{m_A=m_B}{R_A=4 \text{cm}, R_B=6 \text{cm}} \rightarrow$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 \times \left(\frac{6}{4}\right)^3 = 1 \times 2^3 \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 8$$

برای حل این سؤال، رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشت و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} \times \frac{V_{Cu}}{V_{Al}}$$

$$\frac{V_{Cu}=\frac{4}{3}\pi R_{Cu}^3}{V_{Al}=\frac{4}{3}\pi R_{Al}^3} \rightarrow \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} \times \left(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}\right)^3$$

$$\frac{D_{Al}=2D_{Cu}}{m_{Al}=2/4m_{Cu}} \rightarrow \frac{R_{Al}=2R_{Cu}}{\rho_{Al}} = \frac{2/4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3}{\rho_{Cu}} = 0.3$$

برای حل این سؤال، رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشت و استفاده

می‌کنیم. داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_A=A_A h_A=(\pi R_A^2)h_A}{V_B=A_B h_B=(\pi(R_B^2-R_A^2))h_B} \rightarrow$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{R_B^2-R_A^2}{R_A^2} \times \frac{h_B}{h_A}$$

$$\frac{m_A=m_B, h_A=h_B}{R_A=R_B=R, R'_B=\frac{1}{2}R_B=\frac{1}{2}R} \rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 \times \frac{R^2-\left(\frac{1}{2}R\right)^2}{R^2} \times 1$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{R^2-\frac{1}{4}R^2}{R^2} = \frac{\frac{3}{4}R^2}{R^2} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{4}$$

برای حل این سؤال، رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشت و استفاده می‌کنیم. با توجه به اینکه حجم مخروط از رابطه $\frac{1}{3}Ah = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ بدست می‌آید، داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1=\frac{1}{3}\pi r^2 h}{V_2=a^3} \rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\frac{h=a, r=\frac{a}{2}}{\pi=3, m_1=m_2} \rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 \times \frac{a^3}{\frac{1}{3} \times 3 \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times a} = \frac{a^3}{\frac{a^3}{4}} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 4$$

ابتدا با توجه به اطلاعات نمودار، نسبت چگالی فلزهای A و B را بدست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{m_A=3m, V_A=V}{m_B=m, V_B=2V} \rightarrow$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3m}{m} \times \frac{2V}{V} = 6$$

پس داریم:

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{V_A}{V_B} = \frac{V_A=\frac{4}{3}\pi r^3}{V_B=\pi(4r^2-r^2)h} \rightarrow$$

$$\frac{m_A}{m_B} = 6 \times \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi(4r^2-r^2) \times 4r} = \frac{8}{9}$$

برای محاسبه جرم قطعه فلز، به چگالی و حجم آن نیاز داریم. چگالی مستقیماً داده شده است. در مورد حجم قطعه فلز، باید توجه داشت که این حجم برابر است با حجم الكل بیرون ریخته شده. لذا قبل از هر چیزی، با در اختیار داشتن جرم و چگالی الكل، حجمش را بدست می‌آوریم. داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{m_{\text{ الكل}}}{V_{\text{ الكل}}} = \frac{m_{\text{ الكل}}=160 \text{g}}{V_{\text{ الكل}}=\frac{g}{\text{cm}^3}} \rightarrow$$

$$0/8 = \frac{160}{V_{\text{ الكل}}} \Rightarrow V_{\text{ الكل}} = \frac{160}{0/8} = 200 \text{ cm}^3$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{\rho_{\text{فلز}}=\frac{2/7}{\text{cm}^3}}{V_{\text{فلز}}=\frac{V_{\text{ الكل}}=200 \text{cm}^3}{\text{فلز}}} \rightarrow \frac{m_{\text{فلز}}}{2/7} = \frac{m_{\text{فلز}}}{200}$$

$$\Rightarrow m_{\text{فلز}} = 2/7 \times 200 = 540 \text{ g}$$

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = \frac{m_1=160\text{g}}{V_1=200\text{cm}^3} \rightarrow \rho_2 = \frac{160}{200} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

در نهایت برای تبدیل یکای $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ به یکای $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ، با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\rho_2 = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{cm}^3}{1 \text{L}} = 800 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

گزینه ۲ .۶۹

ابتدا حجم اولیه ظرف را می‌یابیم:

$$V_{\text{ Rogun}} = \frac{m}{\rho} = \frac{200\text{g}}{0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 250 \text{cm}^3$$

روغن

در حالت دوم که ساقمه‌ها را داخل ظرف می‌بریزیم، مقدار 36g نفت نیز فضای خالی بین ساقمه‌ها را پر می‌کنند.

$$V_{\text{ فضای خالی}} = \frac{m}{\rho} = \frac{36}{0.9} = 40 \text{cm}^3$$

پس حجمی که ساقمه‌ها اشغال کرده‌اند، برابر است با:

$$V_{\text{ ساقمه‌ها}} = 250 - 40 = 210 \text{cm}^3$$

حال با توجه به رابطه چگالی، جرم ساقمه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$m_{\text{ ساقمه‌ها}} = 5 \times 210 = 105\text{g}$$

گزینه ۳ .۷۰

ابتدا نسبت چگالی دو مایع را با توجه به نمودار می‌یابیم:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_B}{\rho_A} &= \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \\ \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} &= \frac{V}{V} \times \frac{10}{7/5} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

پس چگالی مایع B از چگالی مایع A بیشتر است، لذا اگر آن‌ها را در داخل یک ظرف بریزیم در این صورت مایع B در پایین قرار می‌گیرد.

$$\left\{ h_A + h_B = H(1) \right.$$

$$\left\{ m_A = m_B = \rho_A V_A = \rho_B V_B \right.$$

$$\rho_A h_A = \rho_B h_B \Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \frac{4}{3} h_B + h_B = H \Rightarrow h_B = \frac{3}{7} H, h_A = \frac{4}{7} H$$

پس حجم اشغال شده توسط مایع A، $\frac{4}{7}$ حجم کل ظرف می‌باشد.

گزینه ۴ .۷۱

برای محاسبه حجم حفره، ابتدا فرض می‌کنیم که مکعب با همان جرم 6kg حفره ندارد و حجم آن را به کمک رابطه چگالی پیدا می‌کنیم. (بدهیه این که در صورت حفره‌دار بودن جسم، حجم محاسبه شده کوچک‌تر از حجم در حالت حفره‌دار است). در نهایت، با کم کردن حجم‌ها از یکدیگر، حجم حفره را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V'} = \frac{\rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{m = 6 \text{kg} = 6000 \text{g}} \rightarrow V' = \frac{6000}{1} = 6000 \text{cm}^3$$

$$\Rightarrow V' = \frac{6000}{\lambda} = 750 \text{cm}^3$$

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{ ظاهری}} &= a^3 = 10^3 = 1000 \text{cm}^3 \\ V' &= 750 \text{cm}^3 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ ظاهری} > V'} V' = 1000 - 750 = 250 \text{cm}^3$$

پس حفره‌دار است $V' = 250 \text{cm}^3$

برای محاسبه جرم الكل بیرون ریخته شده، به چگالی و حجم الكل نیاز داریم. چگالی مستقیماً داده شده است. در مورد حجم الكل، باید توجه داشت که حجم الكل برابر است با حجم گلوله آهنی. پس قبل از هر چیزی، با توجه به دانستن جرم و چگالی گلوله، حجمش را به دست می‌آوریم. داریم:

$$\frac{m_{\text{ گلوله}}}{V_{\text{ گلوله}}} = \frac{m_{\text{ گلوله}} = 3900\text{g}}{V_{\text{ گلوله}} = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7800 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \Rightarrow \frac{3900}{7800} = \frac{3900}{7800} = 500 \text{cm}^3$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{ الكل}} &= \frac{m_{\text{ الكل}}}{V_{\text{ الكل}}} = \frac{m_{\text{ الكل}} = 800\text{g}}{V_{\text{ الكل}} = 500 \text{cm}^3} \\ \Rightarrow \frac{m}{500} &= \frac{800}{500} = \frac{800}{500} = 400 \text{g} \end{aligned}$$

گزینه ۵ .۷۲

ابتدا حجم مایع درون ظرف را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{ مایع}} &= \frac{m_{\text{ مایع}}}{V_{\text{ مایع}}} = \frac{m_{\text{ مایع}} = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{m_{\text{ مایع}} = 700\text{g}} \Rightarrow 2 = \frac{2000}{V_{\text{ مایع}}} \\ \Rightarrow V_{\text{ مایع}} &= 350 \text{cm}^3 \end{aligned}$$

چون حجم ظرف 400cm^3 و حجم مایع 350cm^3 است، بنابراین $400 - 350 = 50 \text{cm}^3$ از حجم ظرف خالی می‌ماند. اکنون حجم قطعه فلزی را می‌یابیم:

$$V_{\text{ فلز}} = \frac{m_{\text{ فلز}}}{\rho_{\text{ فلز}}} = \frac{m_{\text{ فلز}} = 840\text{g}}{\rho_{\text{ فلز}} = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{840}{6} = 140 \text{cm}^3$$

با توجه به اینکه حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم فلز است، لذا، با اندادختن قطعه فلزی درون مایع، حجم مایع درون ظرف به اندازه 140cm^3 افزایش می‌یابد که بیشتر از حجم خالی ظرف می‌باشد. بنابراین چون حجم خالی ظرف 50cm^3 است، لذا، $140 - 50 = 90 \text{cm}^3 = 90 \text{cm}^3$ مایع از درون ظرف سرریز می‌شود که جرم آن برابر است با:

$$m = \rho V' = 2 \times 90 = 180 \text{g}$$

گزینه ۶ .۷۳

می‌دانیم که در هر دو حالت، جرم مجموعه برابر است با جرم ظرف توخالی به اضافه جرم مایع درون ظرف. در حالت اول داریم:

$$\text{جرم مایع (1)} + \text{جرم مایع (2)} = 540 = 300 + 240 \Rightarrow \text{جرم مایع (1)} + \text{جرم مایع (2)} = 240 \text{g}$$

چون جرم و چگالی مایع را داریم، با استفاده از رابطه چگالی، حجم آن (که برابر است با حجم ظرف توخالی) قابل محاسبه است. داریم:

$$\rho_1 = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V_1 = \frac{240}{1/2} = 200 \text{cm}^3$$

در حالت دوم نیز ابتدا باید جرم مایع (روغن) را به دست آورده و سپس با معلوم بودن جرم و حجم، چگالی اش را حساب کرد، یعنی می‌توان نوشت:

جرم مایع (2) + جرم ظرف = جرم مجموعه توخالی در حالت دوم

$$\Rightarrow 460 = 300 + (2) \Rightarrow \text{جرم مایع (2)} = 160 \text{g}$$

ابتدا با این فرض که قطعه طلا حفره ندارد، حجم آن را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} = \frac{1900}{199/5} \text{ g/cm}^3 \rightarrow 19 = \frac{199/5}{V}$$

$$\Rightarrow V' = \frac{199/5}{19} = 10/5 \text{ cm}^3$$

حجم حفره برابر است با حجم ظاهری منهای حجم محاسبه شده با فرض عدم وجود حفره، یعنی:

$$V'' = V - V' = 12 - 10/5 = 1/5 \text{ cm}^3$$

ابتدا با این فرض که کره فلزی حفره ندارد، حجم آن را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{1080}{1080} = 1 \text{ g/cm}^3$$

ضمناً حجم ظاهری کره فلزی برابر است با:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \rightarrow V = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3$$

در نتیجه، حجم حفره برابر خواهد بود با حجم ظاهری منهای حجم محاسبه شده با فرض عدم وجود حفره، یعنی:

$$V'' = V - V' = 500 - 400 = 100 \text{ cm}^3$$

در این صورت خواسته مسئله یعنی درصد حجم حفره از حجم کره بدین شکل حساب می‌شود:

$$\frac{V''}{V} \times 100 = \frac{100}{500} \times 100 = 20\%$$

ابتدا حجم کره کامل و حجم کره‌ای که از آن خارج کردہ‌ایم را به دست می‌آوریم:

$$r = \frac{d}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 2^3 = 32 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{خارج شده}} = \frac{4}{3}\pi r'^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 1^3 = 4 \text{ cm}^3$$

حجم کره جدا شده، 80 g می‌باشد، بنابراین چگالی آن برابر است با:

$$\rho' = \frac{m'}{V'} = \frac{80}{4} = 20 \text{ g/cm}^3$$

لذا حجم کره ناقص باقیمانده برابر است با:

$$V'' = V - V' = 32 - 4 = 28 \text{ cm}^3$$

لذا حجم کره ناقص باقیمانده برابر است با:

$$m'' = \rho'' V'' = 20 \times 28 = 560 \text{ g}$$

با توجه به پرشدن حفره با مایع، حجم مایع برابر با حجم حفره خواهد بود. ضمناً حجم فلز یعنی حجم واقعی برابر با حجم ظاهری منهای حجم حفره می‌باشد. چون جرم کل مکعب در حالت پرشدن حفره درون آن با مایع داده شده، می‌توان نوشت:

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{فلز}} + m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} + \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}}$$

$$\frac{V_{\text{مایع}} - V_{\text{فلز}}}{V_{\text{مایع}}} = \frac{V_{\text{فلز}}}{V_{\text{مایع}}}$$

$$m_{\text{کل}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} + (\rho_{\text{مایع}} - \rho_{\text{فلز}}) V_{\text{مایع}}$$

سوال‌های ویژه برترها

۲.۸۱ گزینه

عامل حرکت بخ در مسیر AB، شیب مسیر و نیروی وزن است، پس نمی‌توان از آنها صرف‌نظر کرد. بنابراین «الف» و «ج» نادرست هستند.

عامل توقف بخ در مسیر ABC، نیروی اصطکاک است، پس نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد. بنابراین «ت» نادرست است.

بخ را می‌توان به صورت ذره فرض کرد. بنابراین «ب» درست است. همچنین از تغییر نیروی گرانشی وارد بر بخ در اثر تغییر ارتفاع نیز می‌توان صرف‌نظر کرد. بنابراین «پ» درست است.

از طرفی به دلیل سرد بودن هوای از تغییر جرم بخ در اثر ذوب‌شدن نیز صرف‌نظر می‌کنیم. بنابراین «ث» درست است.

۲.۸۲ گزینه

$$Y = Pa \cdot m^3 \cdot s$$

$$N = \frac{kg \cdot X}{s} \Rightarrow X = \frac{N \cdot s}{kg} \Rightarrow \frac{Y}{X} = \frac{Pa \cdot m^3 \cdot s}{\frac{N \cdot s}{kg}} = \frac{Pa \cdot m^3 \cdot kg}{N}$$

می‌دانیم $1 Pa = 1 \frac{kg}{m \cdot s^2}$ و $1 N = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2}$ است، بنابراین با جایگذاری داریم:

$$\frac{Y}{X} = \frac{\left(\frac{kg}{m \cdot s^2}\right) \cdot m^3 \cdot kg}{kg \cdot \frac{m}{s^2}} = kg$$

که این یکای یکای SI جرم است.

۴.۸۳ گزینه

یکای تمام گزینه‌ها را با استفاده از پیشوندهای SI بر حسب یکای اصلی ژول

در (SI) یعنی $\frac{kg}{s^2}$ به دست می‌آوریم:
گزینه «۱»

$$\mu g \frac{mm^2}{ns^4} = \mu g \frac{mm^2}{ns^2} \times \frac{10^{-6} g}{\mu g} \times \frac{10^{-3} kg}{1g} \times \frac{10^{-6} m^2}{1mm^2} \times \frac{1ns^2}{10^{-18}s^2}$$

$$= \frac{10^{-6} \times 10^{-3} \times 10^{-6}}{10^{-18}} kg \frac{m^2}{s^2} = 10^3 kg \frac{m^2}{s^2} = 10^3 J$$

گزینه «۲»

$$\mu mg \frac{cm^2}{\mu s^4} = \mu mg \frac{cm^2}{\mu s^2} \times \frac{10^{-6} g}{\mu mg} \times \frac{10^{-3} kg}{1g} \times \frac{10^{-4} m^2}{1cm^2} \times \frac{1\mu s^2}{10^{-12}s^2}$$

$$= \frac{10^{-3} \times 10^{-3} \times 10^{-4}}{10^{-12}} kg \frac{m^2}{s^2} = 10^2 kg \frac{m^2}{s^2} = 10^2 J$$

گزینه «۳»

$$\mu kg \frac{dm^2}{cs^4} = \mu kg \frac{dm^2}{cs^2} \times \frac{10^{-2} m^2}{\mu dm^2} \times \frac{1cs^2}{10^{-4}s^2} = \frac{10^{-2}}{10^{-4}} kg \frac{m^2}{s^2}$$

$$= 10^2 kg \frac{m^2}{s^2} = 10^2 J$$

گزینه «۴»

$$\mu Mg \frac{dam^2}{ms^4} = \mu Mg \frac{dam^2}{ms^2} \times \frac{10^6 g}{\mu Mg} \times \frac{10^{-3} kg}{1g} \times \frac{1ms^2}{10^{-6}s^2} \times \frac{10^2 m^2}{1dam^2}$$

$$= \frac{10^6 \times 10^{-3}}{10^{-6}} \times 10^2 kg \frac{m^2}{s^2} = 10^{11} kg \frac{m^2}{s^2} = 10^{11} J$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{g}{cm^3} \times \frac{10^3 cm^3}{1L} = 750 \frac{g}{L}$$

$$\rho_A = 600 \frac{g}{L}, \rho_B = 800 \frac{g}{L}$$

$$750 = \frac{600V_A + 800V_B}{V_A + V_B}$$

$$\Rightarrow 750V_A + 750V_B = 600V_A + 800V_B$$

$$\Rightarrow 150V_A = 50V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$$

۲.۸۴ گزینه

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{آب}}} \xrightarrow{\text{الكل}} \frac{m = \rho V}{\text{الكل}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} + \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{آب}}} \xrightarrow{\text{الكل}}$$

$$V_{\text{آب}} = 10^3 cm^3 \xrightarrow{\frac{1}{10} = \frac{1}{10} \rho_{\text{آب}} + \frac{1}{10} \rho_{\text{آب}}}$$

$$\frac{1 \times 10^3 + 0 / 8V}{10^3 + V} \xrightarrow{\text{الكل}}$$

$$\Rightarrow 0 / 8V + 1000 = 880 + 0 / 88V \xrightarrow{\text{الكل}}$$

$$0 / 8V = 120 \Rightarrow V = 1500 cm^3 \xrightarrow{\text{الكل}}$$

۲.۸۵ گزینه

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط، داریم: Au نماد شیمیایی طلا و Ag نماد شیمیایی نقره است.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{Au}} + m_{\text{Ag}}}{V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}}} \xrightarrow{\text{مخلوط}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_{\text{Au}} V_{\text{Au}} + \rho_{\text{Ag}} V_{\text{Ag}}}{V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}}} \xrightarrow{\text{مخلوط}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 13 / 6 \frac{g}{cm^3}, V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}} = 5 cm^3 \xrightarrow{\rho_{\text{Au}} = 19 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{Ag}} = 10 \frac{g}{cm^3}}$$

$$13 / 6 = \frac{19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}}}{5} \Rightarrow 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 68$$

اگر دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنیم، مقدار داریم:
به دست می‌آید:

$$\begin{cases} 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 68 \\ V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 68 \\ 19V_{\text{Au}} + 19V_{\text{Ag}} = 95 \end{cases} \xrightarrow{9V_{\text{Ag}} = 27}$$

$$\Rightarrow V_{\text{Ag}} = 3 cm^3, V_{\text{Au}} = 2 cm^3$$

خواسته مسئله، محاسبه جرم نقره به کار رفته است، پس طبق تعریف چگالی داریم:

$$\rho_{\text{Ag}} = \frac{m_{\text{Ag}}}{V_{\text{Ag}}} \xrightarrow{\rho_{\text{Ag}} = 10 \frac{g}{cm^3}, V_{\text{Ag}} = 3 cm^3} 10 = \frac{m_{\text{Ag}}}{3}$$

$$\Rightarrow m_{\text{Ag}} = 10 \times 3 = 30 g$$

$$\frac{A}{B} = \frac{0/1m}{0/001m} = 100$$

$$\frac{C}{B} = \frac{0/01m}{0/001m} = 10$$

بنابراین:

[1] گزینه .۸۸

وقتی $\frac{1}{5}$ از حجم مایع A از ظرف سرریز شود، $\frac{4}{5}$ از حجم مایع A درون ظرف قرار می‌گیرد. همچنین، وقتی $\frac{1}{4}$ از حجم مایع B از ظرف سرریز شود، $\frac{3}{4}$ از حجم مایع B درون ظرف قرار می‌گیرد. بنابراین، چون حجم ظرفها یکسان است، داریم:

$$V_{\text{ظرف}} = \frac{4}{5}V_A = \frac{3}{4}V_B \Rightarrow V_A = \frac{15}{16}V_B$$

اکنون با توجه به یکسان بودن جرم مایع‌ها و با استفاده از رابطه چگالی می‌توان نوشت:

$$m_A = m_B \xrightarrow{m = \rho V} \rho_A V_A = \rho_B V_B \xrightarrow{\frac{V_A = \frac{15}{16}V_B}{\rho_A = \frac{3}{2}\frac{g}{cm^3}}} \rho_A = \frac{15}{16} \frac{\rho_B}{V_B}$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{15}{16} V_B = \rho_B \times V_B \Rightarrow \rho_B = \frac{3}{2} \frac{g}{cm^3}$$

در آخر چگالی مخلوط جرم برابر از دو مایع A و B را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

$$\frac{\rho_A = \frac{3}{2} \frac{g}{cm^3}, m_A = m_B = m}{\rho_B = \frac{3}{2} \frac{g}{cm^3}} \xrightarrow{\rho_{\text{مخلوط}}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m + m}{\frac{m}{\frac{3}{2}} + \frac{m}{3}} = \frac{2m}{\frac{6}{2} + \frac{3}{2}} = \frac{2m}{\frac{9}{2}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{2 \times 3 \times \frac{3}{2}}{6/2} = \frac{9}{3} \frac{g}{cm^3}$$

[3] گزینه .۸۹

فرض می‌کنیم حجم قطعه بخ در حالت اول V باشد، در این صورت حجم آب به دست آمده که همان حجم واقعی قطعه بخ می‌باشد، برابر است با: جرم بخ = جرم آب

$$\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = V - \frac{19}{100}V = \frac{81}{100}V \xrightarrow{\text{بخ} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}} \text{بخ} = \frac{81}{100}V = 0.81V$$

این رابطه نشان می‌دهد که حجم قطعه بخ به کار رفته از حجم ظاهری آن کمتر است. پس قطعه بخ دارای حفره می‌باشد و حجم حفره آن برابر $V - 0.81V = 0.19V$ است که نشان می‌دهد ۱۰ درصد حجم ظاهری قطعه بخ شامل حفره است.

[1] گزینه .۹۰

درصد حجمی آهن را در هر حالت می‌باشیم:

$$\rho_{\text{آهن}} = \frac{m_{\text{آهن}} + m_{\text{سرپ}}}{V}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آهن}} = \frac{\rho_{\text{آهن}} V_{\text{آهن}} + \rho_{\text{سرپ}} V_{\text{سرپ}}}{V} = \frac{\rho_{\text{آهن}} V_{\text{آهن}} + \rho_{\text{سرپ}} (V - V_{\text{آهن}})}{V}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آهن}} = \frac{\rho_{\text{آهن}} V_{\text{آهن}} + \rho_{\text{سرپ}} (V - V_{\text{آهن}})}{V}$$

[3] گزینه .۸۴

ابتدا طول تیغه را بر حسب متر به دست می‌آوریم:

$$= 2\text{ft} \times \frac{12\text{inch}}{1\text{ft}} \times \frac{2/5\text{cm}}{1\text{inch}} \times \frac{1\text{m}}{100\text{cm}} = 0.6\text{m}$$

سرعت ربات را بر حسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$v = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اگر ربات بخواهد زمین را به صورت طولی طی کند می‌بایست به اندازه

$$=\frac{6\text{m}}{0.6\text{m}} = 100 \text{ بار طول زمین را طی کند، در این حالت مسافتی که طی$$

می‌کند برابر است با $100 \times 120 = 12000\text{m}$ که مدت زمان طی این مسافت برابر است با:

$$=\frac{12000\text{m}}{5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2400\text{s} = 40\text{ min}$$

[1] گزینه .۸۵

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$10.0\text{gry}^2 = 10.0\text{gry}^2 \times \left(\frac{1\text{line}}{1\text{gry}}\right)^2 \times \left(\frac{1\text{inch}}{1\text{line}}\right)^2 \times \left(\frac{1\text{point}}{1\text{inch}}\right)^2$$

$$= 100 \times \frac{1}{100} \times \frac{1}{(12)^2} \times (72)^2 = 36\text{point}^2$$

[3] گزینه .۸۶

ابتدا آهنگ dm^3/min را به cm^3/s تبدیل می‌کنیم:

$$30 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} = 30 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} \times \left(\frac{10^{-1}\text{m}}{1\text{dm}} \times \frac{10^3\text{cm}}{1\text{m}}\right)^3 \times \frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 50 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

حال مدت زمانی را که قسمت پایینی مخزن پر می‌شود، t و مدت زمانی را که قسمت بالایی پر می‌شود، t' در نظر می‌گیریم:

$$5A \times 2h = 50t \quad (1)$$

$$A \times 3h = 60t' \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{10Ah}{3Ah} = \frac{50t}{60t'} \Rightarrow \frac{t}{t'} = \frac{2}{5} \quad (3)$$

کل مدت زمانی که مخزن پر می‌شود برابر با ۷۰ دقیقه است، لذا داریم:

$$t + t' = 70 \xrightarrow{(3)} \frac{2}{5}t' + t' = 70 \Rightarrow \frac{7}{5}t' = 70$$

$$\Rightarrow t' = 50\text{ min} = 3000\text{s} \quad \text{و} \quad t = 20\text{ min} = 1200\text{s}$$

حال حجم مخزن برابر است با:

$$= 5000 \times 1200 + 3000 \times 60 = 600000 + 180000$$

$$= 780000\text{cm}^3 \Rightarrow \text{حجم کل مخزن} = 780\text{L}$$

[3] گزینه .۸۷

با در نظر گرفتن این نکته که دقت اندازه‌گیری وسایل دیجیتال (رقی) برابر با یک واحد از آخرین رقم قرائت شده توسط آن هاست، ابتدا اعداد داده شده را بر حسب متر نوشتene و سپس دقت هر کدام از وسیله‌ها را به دست می‌آوریم:

$$A : 6/460 \times 10^3 \text{dm} \times \frac{10^{-1}\text{m}}{1\text{dm}} = 646/0\text{m} \xrightarrow{\text{دققت}} 0/1\text{m}$$

$$B : 5/3 \times 10^4 \mu\text{m} \times \frac{10^{-6}\text{m}}{1\mu\text{m}} = 0/053\text{m} \xrightarrow{\text{دققت}} 0/001\text{m}$$

$$C : 8/7 \times 10^{-3} \text{hm} \times \frac{10^{-2}\text{m}}{1\text{hm}} = 0/087\text{m} \xrightarrow{\text{دققت}} 0/01\text{m}$$

$$\Rightarrow n = \frac{100\mu\text{m}}{0.1\text{nm}} = \frac{100\mu\text{m}}{0.1\mu\text{m}} \times \frac{10^{-6}\text{ m}}{1\mu\text{m}} \times \frac{1\mu\text{m}}{10^{-9}\text{ m}}$$

$$= \frac{100 \times 10^{-6}}{0.1 \times 10^{-9}} = 1000 \times 10^3 = 10^6 \text{ اتم}$$

[۹۶] گزینه ۴

با استفاده از اطلاعات داده شده در صورت سؤال و به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، هریک از گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزاره (الف) درست است؛ زیرا:

$$\left. \begin{aligned} 18 \text{ inch} &= 18 \text{ inch} \times \frac{2/54 \text{ cm}}{1 \text{ inch}} = 45/22 \text{ cm} \\ &\quad \left. \begin{aligned} &104 \text{ cm} \\ &\times \frac{10^{-2} \text{ m}}{\text{ذرع}} = 0.0104 \text{ m} \end{aligned} \right. \\ &\Rightarrow 18 \text{ inch} < 0.0104 \text{ m} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{ذرع} < 0.0104 \text{ m}$$

گزاره (ب) درست است؛ زیرا:

$$\left. \begin{aligned} 2000 \text{ ft} &= 2000 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ inch}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2/54 \text{ cm}}{1 \text{ inch}} = 60960 \text{ cm} \\ &\quad \left. \begin{aligned} &6000 \text{ ذرع} \\ &\times \frac{10^{-2} \text{ m}}{\text{فرستگ}} = 0.06 \text{ m} \end{aligned} \right. \\ &\Rightarrow 2000 \text{ ft} < 0.06 \text{ m} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{فرستگ} < 0.06 \text{ m}$$

گزاره (پ) درست است؛ زیرا:

$$\left. \begin{aligned} 12 \text{ فرسنگ} &= 12 \text{ فرسنگ} \times \frac{6000 \text{ ذرع}}{1 \text{ فرسنگ}} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ ذرع}} \times \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} \\ &= 72/88 \text{ km} \approx 0.8 \text{ km} \end{aligned} \right\}$$

گزاره (ت) درست است؛ زیرا:

$$5 \text{ inch} = 5 \text{ inch} \times \frac{2/54 \text{ cm}}{1 \text{ inch}} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} = 127 \text{ mm}$$

[۹۷] گزینه ۲

با استفاده از قاعدة تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\left. \begin{aligned} 90 \text{ mile} &= 90 \text{ mile} \times \frac{1600 \text{ m}}{1 \text{ mile}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ inch}}{2/5 \text{ cm}} \\ &\Rightarrow 90 \text{ mile} = \frac{90 \times 1600 \times 100}{3600 \times 2/5} \frac{\text{inch}}{\text{s}} = 16000 \frac{\text{inch}}{\text{s}} \end{aligned} \right\}$$

[۹۸] گزینه ۱

ابتدا آهنگ خروج آب از شیرها را بر حسب یکای SI، $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ می‌یابیم، داریم:

$$6 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} = 6 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} \times \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{1 \text{ dm}^3} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$2000 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 2000 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times \frac{10^{-6} \text{ m}^3}{1 \text{ cm}^3} = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

مشاهده می‌شود که آهنگ خروجی آب از شیر $\frac{\text{dm}^3}{\text{min}} = 6 \text{ کمتر}$ است. حال اگر بخواهیم حجم مخزن را به دست آوریم، داریم:

$$V = (10^{-3} + 2 \times 10^{-3}) \times 12 = 36 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \text{h}$$

حال بعد از ۴ ساعت که $\frac{1}{3}$ حجم مخزن پرشده و $\frac{2}{3}$ از حجم آن باقی مانده،

حجم خالی مانده مخزن فقط با شیر با آهنگ $\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ پر می‌شود، داریم:

$$\frac{2}{3} V = 2 \times 10^{-3} \text{ t} \Rightarrow \frac{2}{3} \times 36 \times 10^{-3} \text{ t} = 2 \times 10^{-3} \text{ t} \Rightarrow t = 12 \text{ h}$$

يعني ۱۲ ساعت پس از خراپی شیر با آهنگ کمتر، مخزن پر می‌شود.

$$\frac{(\text{اهن} - 11)V + 11(V - V)}{V} = \frac{(\text{اهن} - 10)/2}{V} : \text{آلیاز اول}$$

$$\Rightarrow 2/V - 8V + 11V - 11V = 10/2V : \text{اهن}$$

$$\frac{V}{2} - 8V + 11V - 11V = \frac{10}{2V} : \text{اهن} \Rightarrow \frac{V}{2} = \frac{10}{2V} : \text{اهن} \Rightarrow \frac{V}{2} = 5\%$$

$$\Rightarrow 2/V - 8V' + 11V' - 11V' = 9/4V : \text{اهن}$$

$$\frac{V'}{2} - 8V' + 11V' - 11V' = \frac{9}{4V} : \text{اهن} \Rightarrow \frac{V'}{2} = \frac{9}{4V} : \text{اهن} \Rightarrow \frac{V'}{2} = 50\% : \text{اهن}$$

يعني درصد حجمی آهن در آلیاز اول $\frac{1}{2}$ برابر درصد حجمی آهن در آلیاز دوم است.

آزمون جمع‌بندی پایان فصل

[۹۱] گزینه ۲

بررسی عبارات:

(الف) در مدل‌سازی سقوط یک برگ چون جرم برگ ناچیز است، بنابراین نیروی وزن کم می‌باشد و نمی‌توان از نیروی مقاومت هوا صرف نظر کرد چون در نوع حرکت مارپیچ برگ تاثیر دارد.(نادرست)

(ب) در مدل‌سازی پرتاب توپ بستقبال نمی‌توان از نیروی وزن صرف نظر کرد زیرا در صورتی که از این نیرو صرف نظر کنیم توپ تا نهایت به حرکت خود ادامه می‌دهد.(نادرست)

(پ) در مدل‌سازی لیزر مدادی چون ابعاد لیزر مدادی کوچک است می‌توان آن را به عنوان منبع نقطه‌ای در نظر گرفت.(درست)

(ت) در مدل‌سازی هل دادن یک جسم روی سطح افقی ناهموار نمی‌توان از نیروی اصطکاک صرف نظر کرد.(نادرست)
بنابراین فقط عبارت «پ» صحیح می‌باشد.

[۹۲] گزینه ۳

هفت کمیت اصلی دستگاه بین‌المللی یکایان می‌باشد: طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان الکتریکی و شدت روشنایی. لذا فقط در گزینه «۴»، هر سه کمیت داده شده اصلی هستند.

[۹۳] گزینه ۲

می‌دانیم یکای کمیت انرژی در SI ژول است که بر حسب یکایان اصلی

$$\text{به صورت } \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \text{ نوشته می‌شود. پس با مقایسه با عبارت } \frac{\text{ac}}{\text{b}^2}, \text{ داریم:}$$

$$\frac{\text{ac}}{\text{b}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \Rightarrow \begin{cases} \text{a} \rightarrow \text{kg} \\ \text{b} \rightarrow \text{s} \\ \text{c} \rightarrow \text{m} \end{cases}$$

$$\text{پس } \frac{\text{a}}{\text{cb}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2} \text{ یکای فشار یا همان پاسکال است. از طرفی } \frac{\text{c}}{\text{b}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{سرعت و تندی خواهد شد. هم یکای نیرو یا همان نیوتون است. } \frac{\text{ac}}{\text{b}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

[۹۴] گزینه ۲

به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$200 \frac{\text{mg}}{\text{g}} \times \frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} = 200 \text{ mg} : \text{قیراط} = 200 \text{ g} : \text{قیراط}$$

[۹۵] گزینه ۲

تعداد اتم هیدروژن را n در نظر می‌گیریم، داریم:

$$n \times 0.1 \text{ nm} = 10^0 \mu\text{m}$$

۳ گزینه .۱۰۵

ابتدا با توجه به داده‌های روی نمودار و تعریف چگالی، نسبت چگالی دو مایع را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \quad \frac{m_A = m_B, V_B = 200 \text{ cm}^3}{V_A = 200 \text{ cm}^3}$$

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{200}{300} = \frac{2}{3} \Rightarrow \rho_B = \frac{2}{3} \rho_A$$

اکنون چگالی مخلوط را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \quad \frac{\rho_B = \frac{2}{3} \rho_A}{V_A = V_B = V}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V + \frac{2}{3} \rho_A V}{V + V} = \frac{\frac{5}{3} \rho_A V}{2V} = \frac{5}{6} \rho_A$$

۳ گزینه .۱۰۶

چگالی یک جسم به صورت جرم واحد حجم، یعنی حاصل تقسیم جرم بر حجم اشغال شده توسط ذرات سازنده ماده تعریف می‌شود. چون شکل هندسی جسم، به صورت یک کره است و 80% این کره توسط ذرات تشکیل دهنده جسم اشغال شده، خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{80}{100} (\frac{4}{3} \pi r^3)} \quad \frac{m = 8 \text{ kg}, \pi = 3}{r = 10 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}}$$

$$\rho = \frac{8}{\frac{80}{100} \times \frac{4}{3} \times 3 \times (10^{-2})^3} = 200 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 200 \text{ kg/m}^3$$

۲ گزینه .۱۰۷

ابتدا جرم مایع داخل ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = 200 \times 200 \times 10^{-3} = 150 \times 10^{-3} \text{ kg} = 150 \text{ g}$$

با خارج کردن $\frac{2}{3}$ مایع از ظرف، جرم مایع داخل ظرف $\frac{1}{3}$ برابر شده، ولی جرم ظرف تغییر نمی‌کند. طبق اطلاعات صورت سوال، مجموع جرم ظرف و مایع در حالت جدید $\frac{1}{2}$ مجموع جرم ظرف و مایع در حالت اولیه است.

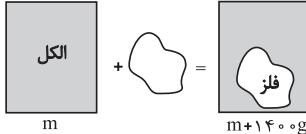
$$150 - \frac{2}{3}(150) = 50 \text{ g} = \text{جرم مایع در حالت جدید}$$

$$(ظرف + m) = \frac{1}{2}(150 + m) \quad \text{ظرف} = \frac{1}{2}(150 + m)$$

$$\Rightarrow 50 + m = \frac{1}{2}(150 + m) \Rightarrow m = 50 \text{ g}$$

۴ گزینه .۱۰۸

با توجه به شکل‌های زیر داریم:



تغییر جرم مجموعه برابر با افزایش جرم ظرف به دلیل قطعه فلز و کم شدن جرم الكل بیرون ریخته شده است:

$$\text{جرم الكل} - \text{فلز} = \text{الكل} - \text{فلز} \Rightarrow \Delta m = m - \text{فلز}$$

$$\Delta m = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} - \rho_{\text{الكل}} V_{\text{الكل}} \rightarrow \frac{\Delta m}{\text{الكل}} = \frac{\rho_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{الكل}}} - \frac{V_{\text{فلز}}}{V_{\text{الكل}}}$$

$$1400 = (7/8 - 1/8) V_{\text{الكل}} \Rightarrow V_{\text{الكل}} = 200 \text{ cm}^3$$

جرم الكل بیرون ریخته شده برابر است با:

$$m_{\text{الكل}} = \rho_{\text{الكل}} V_{\text{الكل}} = 160 \text{ g}$$

۲ گزینه .۹۹

ابتدا حجم استخر را بر حسب مترمکعب به دست می‌آوریم، داریم:

$$100 \text{ Cord} \times \frac{4 \times 4 \times 8 \text{ ft}^3}{1 \text{ Cord}} \times \left(\frac{12 \text{ inch}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2/5 \text{ cm}}{1 \text{ inch}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \right)^3 = 100 \times 128 \times (0/3)^3 \text{ m}^3$$

حال این حجم با آهنگ $\frac{\text{dm}^3}{\text{s}}$ پر می‌شود، لذا داریم:

$$100 \times 128 \times (0/3)^3 \text{ m}^3 \times \frac{10^3 \text{ dm}^3}{\text{m}^3} \times \frac{1 \text{ s}}{64 \text{ dm}^3} = \frac{10^5 \times 128 \times 3^3 \times 10^{-3}}{64} \text{ dm}^3 = 5400 \text{ dm}^3 \xrightarrow{+3600} 1/5 \text{ h}$$

۲ گزینه .۱۰۰

می‌دانیم که یکای نیرو در SI نیوتون است که معادل با $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ می‌باشد و یکای سطح m^2 می‌باشد. پس ابتدا به روش زنجیره‌ای، تبدیل یکاهای را انجام می‌دهیم، داریم:

$$7/2 \frac{\text{Gg} \cdot \text{dm}}{\text{min}^2} = ? \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

$$7/2 \frac{\text{Gg} \cdot \text{dm}}{\text{min}^2} \times \left(\frac{10^9 \text{ g}}{1 \text{ Gg}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \right) \times \left(\frac{10^{-1} \text{ m}}{1 \text{ dm}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right)^2 = 200 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 200 \text{ N}$$

$$10 \text{ cm}^2 \times \left(\frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \right)^2 = 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow P = \frac{200}{10^{-3}} = 200 \times 10^3 \text{ Pa} = 200 \text{ kPa}$$

۳ گزینه .۱۰۱

ابتدا یکای N را بر حسب یکاهای اصلی می‌نویسیم، داریم:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$10^{-6} \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{mg}} = 10^{-6} \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s}}{\text{mg}} = 10^{-6} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{mg} \cdot \text{s}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mg}}{10^{-3} \text{ g}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}}$$

$$= 10^{-6} \times 10^3 \times 10^3 \times 10^2 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 10^2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۱ گزینه .۱۰۲

برای سازگاری یکاهای دو طرف رابطه، باید یکای هر یک از عبارتهای سمت راست با یکای عبارت سمت چپ (x) یکی باشد؛ یعنی:

$$[x] = [\alpha t^3] \Rightarrow [x] = [\alpha][t^3] \Rightarrow m = [\alpha] \times s^3 \Rightarrow [\alpha] = \frac{m}{s^3}$$

$$[x] = \left[\frac{\beta}{t+2} \right] \Rightarrow [x] = \frac{[\beta]}{[t+2]} \Rightarrow m = \frac{[\beta]}{s} \Rightarrow [\beta] = m \cdot s$$

۲ گزینه .۱۰۳

در وسایل اندازه‌گیری مدرج دقت اندازه‌گیری برابر با کمینه واحد اندازه‌گیری وسیله است که در این دما منج کمینه واحد اندازه‌گیری برابر با 5°C است.

۳ گزینه .۱۰۴

برای بدست آوردن طول جسم با کمترین خطای ابتدا داده‌های دورافتاده که اختلاف زیادی با بقیه دارند را از داده‌ها حذف می‌کنیم و سپس از داده‌های باقیمانده، میانگین می‌گیریم. در این داده‌ها دو داده $12/6$ و $22/8$ زیادی با بقیه داده‌ها دارند، پس در میانگین گیری به حساب نمی‌آیند.

$$\frac{19/8 + 19/6 + 18/8 + 19/1 + 18/8 + 19/2 + 19/0}{8} = \text{میانگین داده‌ها}$$

$$= \frac{153/6}{8} = 19/2 \text{ cm}$$

مطابق شکل زیر، مایعی که چگالی کمتری دارد، بالاتر قرار می‌گیرد. چون جرم هر دو مایع یکسان است، داریم:

$$\begin{aligned} m_A &= m_B \\ \rho_A V_B &= \rho_B V_B \xrightarrow{V=Ah} \\ \rho_A h_A A &= \rho_B h_B A \xrightarrow{\frac{\rho_A = 0.8}{\rho_B = 1.2}} \frac{g}{cm^3} \\ \end{aligned}$$

$$0.8h_A = 1.2h_B \Rightarrow h_A = \frac{3}{2}h_B \quad (1)$$

از طرفی مجموع ارتفاع دو مایع برابر با ۴۵ سانتی‌متر است، لذا داریم:

$$h_A + h_B = 45 \xrightarrow{(1)} \frac{3}{2}h_B + h_B = 45 \Rightarrow \frac{5h_B}{2} = 45$$

$$\Rightarrow h_B = 18 \text{ cm}, \quad h_A = 27 \text{ cm}$$

حال برای بدست آوردن مجموع جرم مایع‌های داخل ظرف، داریم:

$$m_t = m_A + m_B \xrightarrow{m_A = m_B} m_t = 2m_A = 2\rho_A V_A$$

$$\Rightarrow m_t = 2 \times 0.8 \times 40 \times 27 = 1728 \text{ g}$$

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط، داریم:

$$\rho_1 = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V} \xrightarrow{V_A = V_B = \frac{V}{2}} \frac{\rho_A \frac{V}{2} + \rho_B \frac{V}{2}}{V}$$

$$0.85 = \frac{\rho_A \times \frac{V}{2} + \rho_B \times \frac{V}{2}}{V}$$

$$\Rightarrow 0.85 = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} \Rightarrow \rho_A + \rho_B = 1.7 \frac{g}{cm^3} \quad (1)$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_A V'_A + \rho_B V'_B}{V} \xrightarrow{V'_A = \frac{V}{2}, V'_B = \frac{V}{2}} \frac{\rho_A \frac{V}{2} + \rho_B \frac{V}{2}}{V}$$

$$0.844 = \frac{\rho_A \times \frac{V}{2} + \rho_B \times \frac{V}{2}}{V}$$

$$\Rightarrow 0.844 = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} \Rightarrow \rho_A + \rho_B = 1.68 \frac{g}{cm^3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} \rho_A + \rho_B = 1.7 & \times(-1) \\ \rho_A + 4\rho_B = 1.68 \end{cases} \xrightarrow{\begin{cases} -\rho_A - \rho_B = -1.7 \\ \rho_A + 4\rho_B = 1.68 \end{cases}}$$

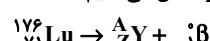
$$\Rightarrow 4\rho_B = 1.52 \Rightarrow \rho_B = \frac{1.52}{4} = 0.38 \frac{g}{cm^3} \xrightarrow{(1)} \rho_A = 0.86 \frac{g}{cm^3}$$

پادداشت:

كنکور سراسری ریاضی - اردیبهشت ۱۴۰۳

۱. گزینه

ابتدا معادله واکنش را نوشت و سپس مجموع عدهای جرمی و مجموع عدهای اتمی دو طرف معادله واکنش را به طور جداگانه مساوی هم قرار می‌دهیم. دقت کنید، هسته دختر را با نماد A_Z^Y نشان می‌دهیم.



$$\begin{cases} 176 = 0 + A \Rightarrow A = 176 \\ 71 = -1 + Z \Rightarrow Z = 72 \end{cases}$$

۲. گزینه

در مرحله ضربه تراکم، هر دو سویاپ ورودی و خروجی بسته می‌شوند و مخلوط سوخت و هوا متراکم می‌شود.

۳. گزینه

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{m=45 \text{ kg}, v_1=20 \text{ m/s}, v_2=18 \text{ m/s}} W_t = \frac{1}{2} \times 0 / 45 \times (16^2 - 20^2) = -32 / 4 \text{ J}$$

۴. گزینه

با توجه به اینکه $v = 0$ در لحظه $t = 3s$ سرعت متحرک صفر است، نمودار سرعت-زمان متحرک را مطابق شکل رسم می‌کنیم:

از طرف دیگر، با توجه به تشابه دو مثلث داریم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{(\gamma - 3)^2}{3^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow S_2 = \frac{16}{9} S_1$$

بنابراین نسبت تندی به سرعت متوسط در $t = 7$ ثانية اول برابر است با:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{S_1 + S_2}{-S_1 + S_2} = \frac{S_1 + \frac{16}{9} S_1}{-S_1 + \frac{16}{9} S_1} = \frac{25}{7}$$

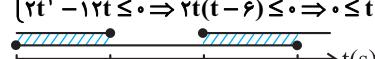
۵. گزینه

چون فاصله متحرک تا مبدأ محور، همان مکان جسم است، باید قدر مطلق مکان جسم کمتر یا مساوی با 8 متر باشد:

$$|x| \leq 8 \Rightarrow |2t^2 - 12t + 8| \leq 8$$

$$-8 \leq 2t^2 - 12t + 8 \leq 8 \Rightarrow \begin{cases} 2t^2 - 12t + 8 \geq -8 \\ 2t^2 - 12t + 8 \leq 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2t^2 - 12t + 16 \geq 0 \Rightarrow 2(t-2)(t-4) \geq 0 \Rightarrow t \leq 2s, t \geq 4s \\ 2t^2 - 12t + 8 \leq 8 \Rightarrow 2t(t-6) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq t \leq 6s \end{cases} \Rightarrow$$



با توجه به اشتراک جواب‌های به دست آمده داریم:

$$0 \leq t \leq 2s, 4s \leq t \leq 6s \Rightarrow \Delta t = (2-0) + (6-4) = 4s$$

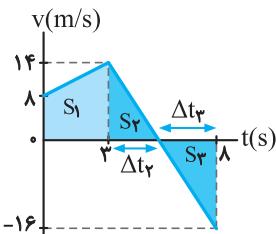
۶. گزینه

ابتدا نمودار سرعت-زمان متحرک را مطابق شکل رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه مساحت سطح بین نمودار $a - t$ و محور t برابر ΔV است، داریم:

$$v_{3s} = v_0 + \Delta v_1 \xrightarrow{v_0=2 \times 3=6 \text{ m/s}, v_1=8 \text{ m/s}} v_{3s} = 8 + 6 = 14 \text{ m/s}$$

$$v_{4s} = v_{3s} + \Delta v_2 \xrightarrow{\Delta v_2=-6 \times (4-3)=-6 \text{ m/s}, v_{3s}=14 \text{ m/s}} v_{4s} = 14 + (-6) = -16 \text{ m/s}$$

۷. گزینه



اکنون با استفاده از تشابه مثلث‌های رنگ شده، Δt_2 و Δt_3 را می‌یابیم:

$$\begin{cases} \Delta t_2 + \Delta t_3 = 4 - 3 = 1 \text{ s} \\ \frac{\Delta t_3}{\Delta t_2} = \frac{16 \text{ m/s}}{14 \text{ m/s}} = \frac{8}{7} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{7}{3} \text{ s}, \Delta t_3 = \frac{1}{3} \text{ s} \end{cases}$$

در آخر، با توجه به اینکه اندازه مساحت سطح بین نمودار $v - t$ و محور t برابر مسافت طی شده است، داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2| + |S_3|}{\Delta t = 4 - 0 = 4 \text{ s}} \xrightarrow{\ell = (\frac{6+14}{2} \times 3) + (\frac{14}{2} \times \frac{1}{3}) + |\frac{-16}{2} \times \frac{1}{3}| = \frac{212}{3} \text{ m}} s_{av} = \frac{53}{6} \text{ m}$$

۸. گزینه

در حرکت با شتاب ثابت جایه‌جایی در T ثانیه n ام با سرعت اولیه صفر

$$\text{برابر } \Delta x_{T,n} = \frac{1}{2} a(2n-1)T^2 \text{ است. بنابراین داریم:}$$

$$\frac{\Delta x_{n,3}}{\Delta x_{n,2}} = \frac{\frac{1}{2} a(2 \times 3 - 1)T^2}{\frac{1}{2} a(2 \times 2 - 1)T^2} = \frac{5}{3}$$

۹. گزینه

اگر جهت بالا را مثبت فرض کنیم، سوی شتاب به طرف پایین و در خلاف جهت y است، بنابراین نیروی خالص در همین سو و منفی خواهد بود. در این حالت داریم:

$$\begin{aligned} F_{net} &= ma \Rightarrow T - mg = ma \xrightarrow{a=-g} \\ T - mg &= m \times (-g) \Rightarrow T = 0 / 2mg = \frac{1}{2} mg = \frac{5}{2} \text{ N} \end{aligned}$$

۱۰. گزینه

با توجه به رابطه نیروی مرکزگرا داریم:

$$F = mr\omega^2 \xrightarrow{m_A=m_B, \omega_A=\omega_B} \frac{F_B}{F_A} = \frac{r_B}{r_A}$$

$$\frac{r_A=1m}{r_B=2m} \xrightarrow{F_B=2} F_B > F_A$$

با توجه به یکسان بودن وزن دو شخص و سطحی که با آن در تماس هستند، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه برای دو جسم یکسان خواهد بود، اما با توجه به آنکه در هر تندی $F_B > F_A$ است، جسم B زودتر به بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی می‌رسد و بعد از آن می‌لغزد.

۱۱. گزینه

مطابق شکل، ابتدا با رسم نیروهای وارد بر جسم، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} F_{net,y} &= 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg \\ f_{s,max} &= \mu_s F_N \xrightarrow{F_N=mg} f_{s,max} = \mu_s mg \\ \frac{\mu_s=0.5}{m=1.0 \text{ kg}} &\xrightarrow{f_{s,max}=0 / 5 \times 1.0 \times 1.0 = 5.0 \text{ N}}$$

چون $F > f_{s,max}$ است، لذا جسم حرکت می‌کند، بنابراین، نیروی اصطکاک جنبشی را در نظر می‌گیریم و $F_{net,x}$ را می‌یابیم:

$$F_{net,x} = F - f_k \xrightarrow{f_k=\mu_k F_N, F_N=mg} F_{net,x} = F - \mu_k mg$$

$$\xrightarrow{F=55 \text{ N}, \mu_k=0.25} F_{net,x} = 55 - 0.25 \times 1.0 \times 9.8 = 50.25 \text{ N}$$

۱۵. گزینه

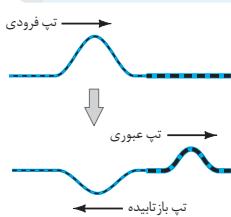
با استفاده از رابطه بسامدهای تشیدیدی ($f_n = \frac{nv}{2L}$) و رابطه تندی انتشار موج عرضی ($v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$), به صورت زیر بسامد موج ایجاد شده در تار را حساب می‌کنیم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{FL}{m}} = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{F}{mL}}$$

$$m = 6g = 0.06 \text{ kg}, L = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m} \Rightarrow F = 324 \text{ N}, n = 4$$

$$f_4 = \frac{4}{2} \times \sqrt{\frac{324}{0.06 \times 0.06}} = 600 \text{ Hz}$$

۱۶. گزینه



مطابق شکل، بخشی از موج فرودی از قسمت نازک طناب به قسمت ضخیم آن، بازناییده شده و با همان طول موج به صورت وارونه بر می‌گردد. اما بخش دیگر آن با طول موج کمتری از قسمت ضخیم طناب عبور می‌کند.

۱۷. گزینه

اولین خط طیف رشتۀ پاشن ($n' = 3$) مربوط به $n = 4$ و دومین خط طیف آن مربوط به $n = 5$ است. بنابراین با استفاده از معادله ریدبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \lambda_1 = \frac{9 \times 16}{7R}$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25} \right) \Rightarrow \lambda_2 = \frac{9 \times 25}{16R}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{9 \times 16}{7R}}{\frac{9 \times 25}{16R}} = \frac{256}{175}$$

۱۸. گزینه

ابتدا انرژی فوتون گسیل شده را بدست می‌آوریم:

$$hf = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \quad E_R = 13.6 \text{ eV}$$

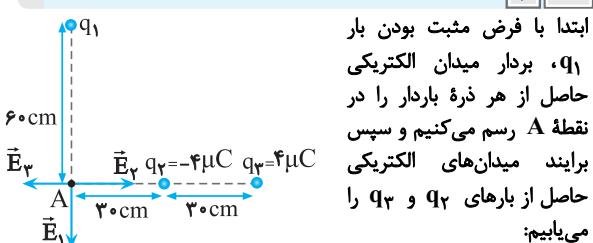
$$hf = 13.6 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) = 12.75 \text{ eV}$$

اکنون بیشینه انرژی جنبشی فوتولکترون‌ها را می‌یابیم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \quad W_0 = 5.2 \text{ eV}$$

$$K_{\max} = 12.75 - 5.2 = 7.55 \text{ eV}$$

۱۹. گزینه



ابتدا با فرض مثبت بودن بار q_1 , بردار میدان الکتریکی حاصل از هر ذره باردار را در نقطه A رسم می‌کنیم و سپس برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_2 و q_3 را می‌یابیم:

$$E_{2,3} = E_2 - E_3 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} - k \frac{|q_3|}{r_3^2} \quad |q_2| = |q_3| = 4 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$E_{2,3} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{0.09} - 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{0.36} = 3 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

اکنون با داشتن E_t و با توجه به اینکه، دو میدان $E_{2,3}$ و E_1 بر هم عمودند، بزرگی میدان E_1 را می‌یابیم:

$$E_t = E_{2,3} + E_1 \quad E_t = 5 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$(5 \times 10^5)^2 = E_1^2 + (3 \times 10^5)^2 \Rightarrow E_1 = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$F_{\text{net x}} = 55 - 0 / 25 \times 10 \times 10 = 30 \text{ N}$$

دقت نکنید، با توجه به گزینه‌ها (عدم وجود عدد صفر) جسم حرکت می‌کند و می‌توان از بررسی حالت عدم حرکت جسم خودداری نمود.

۲۰. گزینه

روش یکم: تنها نیروی مؤثر برای توقف خودرو، نیروی اصطکاک است، بنابراین با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، داریم:

$$W_{f_k} = \Delta K \Rightarrow (f_k \cos \theta) d = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2)$$

$$d = 10 \text{ m}, m = 1600 \text{ kg}, \theta = 180^\circ \Rightarrow$$

$$v_0 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}, v = 0 \Rightarrow f_k \times 10 \times \cos 180^\circ = \frac{1}{2} \times 1600 \times (0 - 100) \Rightarrow \cos 180^\circ = -1 \Rightarrow$$

$$f_k = 8000 \text{ N}$$

روش دوم: می‌توان از رابطه $F_{\text{net}} = ma$ ، نیروی اصطکاک را پیدا کرد.

۲۱. گزینه

ابتدا با توجه به معادله مکان-زمان دوره تناوب هماهنگ ساده را بدست می‌آوریم:

$$x = A \cos \frac{16\pi}{3} t \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{16\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{3}{8} \text{ s}$$

اکنون زمان حرکت را بر حسب دوره تناوب بدست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta t = 0.5s}{T} = \frac{\Delta t}{\frac{3}{8}} = \frac{0/5}{3} = \frac{4}{3} T = T + \frac{T}{3}$$

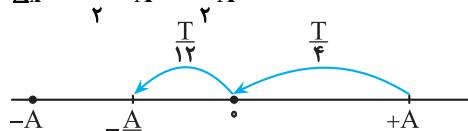
با توجه به اینکه در هر دوره تناوب (T)، جایه‌جایی متغیر صفر و

مسافت طی شده برابر $\ell = 4A$ است، مطابق شکل، در مدت

$$\Delta t = T + \frac{T}{3} = T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$$

$$\ell = 4A + A + \frac{A}{2} = \frac{11}{2} A$$

$$\Delta x = -\frac{A}{2} - A = -\frac{3}{2} A$$



در نهایت نسبت تندی متوسط به بزرگی سرعت متوسط برابر خواهد بود با:

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{\ell}{\Delta t}}{\frac{|\Delta x|}{\Delta t}} = \frac{\frac{\ell}{\Delta t}}{\frac{|\Delta x|}{\Delta t}} = \frac{\frac{11}{2} A}{\frac{3}{2} A} = \frac{11}{3}$$

۲۲. گزینه

با توجه به رابطه $E = \frac{1}{2} kA^2$, چون ثابت فنر (k) و دامنه نوسان (A) ثابت

است، انرژی مکانیکی جسم در حالت جدید تغییر نمی‌کند. $E_2 = E_1 = 8J$.

۲۳. گزینه

ابتدا با استفاده از رابطه $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ شدت صوتی را که شنونده احساس می‌کند، بدست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 90 \text{ dB} \Rightarrow 90 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 9 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\frac{I}{I_0} = 10^9 \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \Rightarrow I = 10^9 \times 10^{-12} = 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

حال با استفاده از رابطه $P_{av} = I \cdot A$ توان (آهنگ متوسط انتقال انرژی) را می‌یابیم:

$$A = 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow 10^{-3} = \frac{P_{av}}{10^{-4}}$$

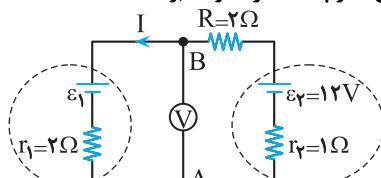
$$\Rightarrow P_{av} = 10^{-7} \text{ W} = 10^{-1} \mu\text{W}$$

حال هنگامی که دو مقاومت به صورت متوازی بسته می‌شوند، جریان گذرنده از آنها یکسان است. در این حالت داریم:

$$P = RI^2 \xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{P_A}{P_B} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴

با توجه به اینکه باتری (۲)، توان خروجی دارد، جهت جریان را مشخص می‌کند. بنابراین مطابق شکل، جریان مدار پادساعتگرد خواهد بود.



با حرکت پادساعتگرد از نقطه A تا B و سپس برگشت به نقطه A، تغییر پتانسیل هر جزء را می‌نویسیم و بر اساس معادلات به دست آمده I و ε₁ را می‌یابیم:

$$V_A - r_1 I + \epsilon_1 - RI = V_B \xrightarrow{V_B - V_A = \frac{1}{4}V} \frac{V_B - V_A}{I} = \frac{1}{4}V$$

$$-1 \times I + 12 - 2I = \frac{1}{4} \Rightarrow I = 1/2A$$

$$V_B - \epsilon_1 - r_1 I = V_A \xrightarrow{V_B - V_A = \frac{1}{4}V} \frac{V_B - V_A}{I} = \frac{1}{4}V$$

$$\frac{1}{4} = \epsilon_1 + 2 \times 1/2 \Rightarrow \epsilon_1 = 6V$$

اکنون نسبت توان خروجی باتری (۲) به توان ورودی باتری (۱) را بدست می‌آوریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\epsilon_2 I - r_2 I^2}{\epsilon_1 I + r_1 I^2} = \frac{\epsilon_2 - r_2 I}{\epsilon_1 + r_1 I} = \frac{12 - 1 \times 1/2}{6 + 2 \times 1/2} = \frac{10/8}{8/4} = \frac{9}{7}$$

گزینه ۲

چون نیروی مرکزگرا (نیروی مغناطیسی) به سمت مرکز دایره‌ها است، بنابراین با استفاده از قاعدة دست راست $\epsilon_1 < 0$ و $\epsilon_2 > 0$ خواهد بود. برای مقایسه اندازه بار الکتریکی ذره‌ها، داریم:

$$F_c = F_B \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = |q| v B \sin 90^\circ \xrightarrow{\sin 90^\circ = 1}$$

$$r = \frac{mv}{|q|B} \xrightarrow{m_1 = m_2, v_1 = v_2} B = \text{ ثابت}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \xrightarrow{r_2 > r_1} |q_1| > |q_2|$$

گزینه ۳

با توجه به قاعدة دست راست و مطابق شکل مقابل جهت \vec{F} به طرف پایین است.

برای محاسبه اندازه نیرو داریم:

$$F = I \ell B \sin \theta \xrightarrow{I = 2A, \ell = 2m, \theta = 90^\circ} B = \frac{1}{4} \Delta G = \frac{1}{4} \times 10^{-5} T$$

$$F = 2 \times 2 \times 4 / 5 \times 10^{-5} \times \sin 90^\circ = 1/8 \times 10^{-4} N$$

گزینه ۱

با استفاده از رابطه قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، داریم:

$$\epsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow{N=1, \Delta t=t_1-t_0=t_1} \Delta \Phi_1 = -\Phi_{max} - \Phi_{max} = -2\Phi_{max}$$

$$\epsilon_1 = -1 \times \frac{-2\Phi_{max}}{t_1} = 2 \frac{\Phi_{max}}{t_1}$$

$$\frac{\Delta \Phi_2 = -(-\Phi_{max}) = \Phi_{max}}{\Delta t = t_1 - t_0 = t_1} \xrightarrow{\epsilon_2 = -1 \times \frac{\Phi_{max}}{t_1} = -\frac{\Phi_{max}}{t_1}}$$

$$\Rightarrow |\epsilon_2| = \frac{\Phi_{max}}{t_1}$$

$$\frac{\Delta \Phi_2 = 0}{\Delta t = t_1 - t_0 = t_1} \xrightarrow{\epsilon_2 = 0}$$

بنابراین، خواهیم داشت:

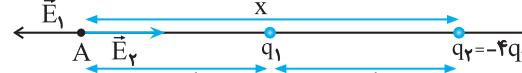
در آخر، با استفاده از رابطه میدان الکتریکی، بزرگی بار q_1 را حساب می‌کنیم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \xrightarrow{r_1 = 6m} 4 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1|}{6^2} \xrightarrow{|q_1| = 0/36}$$

$$\Rightarrow |q_1| = 16 \times 10^{-6} C = 16 \mu C$$

گزینه ۴

مطابق شکل، چون دو بار ناهمنام هستند، در نقطه‌ای خارج از فاصله بین دو بار و روی امتداد خط وصل آنها نزدیک به بار با اندازه کوچکتر، میدان الکتریکی برایند صفر خواهد بود. بنابراین داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{(x-2d)^2} = k \frac{|q_2|}{x^2} \xrightarrow{|q_2| = 4|q_1|} \frac{|q_1|}{(x-2d)^2} = \frac{4|q_1|}{x^2} \xrightarrow{\frac{1}{x-2d} = \frac{4}{x}} x = 2x - 4d \Rightarrow x = 4d$$

گزینه ۲

با توجه به شکل و رابطه قانون کولن داریم:

$$r_{23} = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2}r$$

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{12}}{F_{23}} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \frac{|q_2|}{|q_3|} \times \frac{r_{23}^2}{r_{12}^2}$$

$$\xrightarrow{r_{12}=r} \frac{F_{12}}{F_{23}} = 1 \times 1 \times \frac{(\sqrt{2}r)^2}{r^2} = 2$$

گزینه ۳

مقادیرهای 5Ω و 20Ω با هم موازی و مقاومت معادل آنها با مقاومت 2Ω متوازن است. بنابراین قبل از بستن کلید، خواهیم داشت:

$$R_{eq_1} = \frac{20 \times 5}{20+5} + 2 = 6\Omega$$

$$I_1 = \frac{\epsilon}{R_{eq_1} + r} \xrightarrow{r=2\Omega} I_1 = \frac{\epsilon}{6+2} = \frac{\epsilon}{8}$$

بعد از بستن کلید، مقاومت 6Ω با مقاومت R_{eq_1} موازی است. بنابراین داریم:

$$R_{eq_2} = \frac{R_{eq_1} \times R_{eq_2}}{R_{eq_1} + R_{eq_2}} = \frac{6 \times 6}{6+6} = 3\Omega$$

$$I_2 = \frac{\epsilon}{R_{eq_2} + r} \xrightarrow{R_{eq_2}=3\Omega} I_2 = \frac{\epsilon}{3+2} = \frac{\epsilon}{5}$$

در آخر، نسبت توان خروجی در حالت دوم به توان خروجی در حالت اول را می‌یابیم و به دنبال آن درصد تغییرات توان خروجی باتری را پیدا می‌کنیم:

$$P = R_{eq} \times I^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_{eq_2}}{R_{eq_1}} \times \frac{I_2^2}{I_1^2}$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{(\frac{\epsilon}{5})^2}{(\frac{\epsilon}{8})^2}}{6} = \frac{64}{36} = 1/28 \Rightarrow P_2 = 1/28 P_1$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 1/28 P_1 - P_1 = -27/28 P_1$$

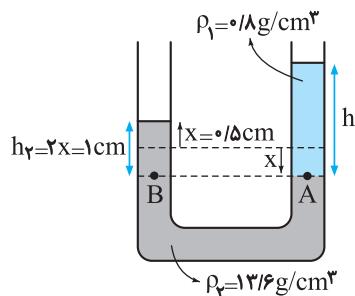
می‌بینیم، توان خروجی باتری، 28 درصد افزایش پیدا کرده است.

گزینه ۱

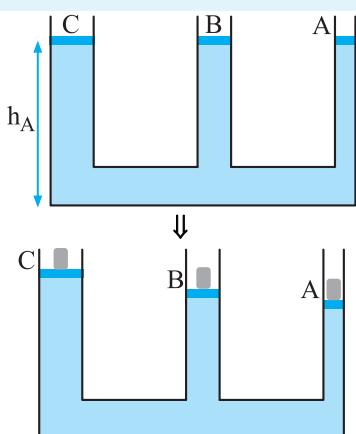
وقتی دو مقاومت به یک اختلاف پتانسیل یکسان وصل می‌شوند، داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{P_A}{P_B} = \frac{R_B}{R_A} = \frac{P_A = 2P_B}{P_B}$$

$$\frac{2P_B}{P_B} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{2}$$



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2 \\ \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 10 \times h_1 = 13/6 \times 1 \Rightarrow h_1 = 1.7 \text{ cm} \\ V_1 = Ah_1 \xrightarrow{A=1\text{cm}^2} V_1 = 2 \times 1.7 = 3.4 \text{ cm}^3$$



مطابق شکل، مایع در حال تعادل و پیستون‌ها همترازند. می‌خواهیم جابه‌جایی پیستون‌ها را پس از قرار دادن وزنهای مساوی بر روی پیستون‌ها بررسی کنیم. طبق قانون پاسکال، افزایش فشار به هر نقطه یک مایع عیناً به تمام نقاط آن منتقل می‌شود. طبق رابطه $\frac{F}{A} = P$ ، فشار با سطح نسبت عکس دارد. چون در این سوال، وزنهای یکسانند، بنابراین فشار افزوده شده از طرف پیستون شاخه باریکتر A بیشتر از فشار پیستون شاخه قطبورتر B و فشار آن نیز بیشتر از فشار شاخه قطرورتر C خواهد بود. بنابراین پس از برقراری تعادل خواهیم داشت:

$$h_C > h_B > h_A$$

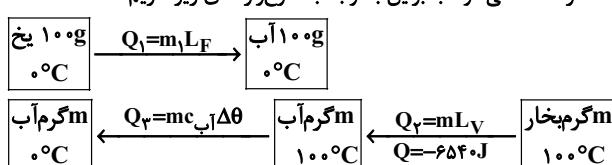
تنها نیروهای وزن و مقاوم بر روی جسم کار انجام می‌دهند، بنابراین با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_f + W_{mg} = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{W_{mg}}{m=1.0 \text{ kg}} = mg = 10 \times 1.0 \times 10 = 10 \text{ J}$$

$$W_f = \frac{1}{2} \times 10 \times (10^2 - 4^2) \Rightarrow W_f = 4/2 - 10 = -5/8 \text{ J}$$

برای آنکه تمام بخار آب شود، باید تمام بخار آب 100°C گرمای خود را از دست بدهد و به آب 0°C تبدیل شود. ضمناً، در حین این تبدیل 6540 J گرمای تلف می‌شود. بنابراین با توجه به طرح‌واره‌های زیر داریم:



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q = 0 \\ \Rightarrow mL_F - mL_V - mc_p \Delta \theta + Q = 0$$

$$\frac{|\varepsilon_1|}{|\varepsilon_3|} = \frac{\frac{\Phi_{\max}}{t_1}}{\frac{\Phi_{\max}}{t_3}} = 2 \Rightarrow \varepsilon_1 = 2\varepsilon_3$$

با توجه به معادله جریان، بیشینه جریان سیم‌ولوه برابر 5 A است. بنابراین ابتدا با استفاده از رابطه انرژی ذخیره شده در سیم‌ولوه، ضریب القاوری سیم‌ولوه را به دست می‌آوریم:

$$U_{\max} = \frac{1}{2} L I_{\max}^2 \xrightarrow{U_{\max} = \delta m J = \delta \times 10^{-3} \text{ J}} I_{\max} = \delta A$$

$$\delta \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times L \times \delta^2 \Rightarrow L = 0/4 \times 10^{-3} \text{ H}$$

اکنون با استفاده از رابطه ضریب القاوری، تعداد حلقه‌ها را می‌یابیم:

$$L = \frac{\mu_0 A N^2}{l}$$

$$\frac{\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}, l = 6/28 \text{ cm} = 6/28 \times 10^{-2} \text{ m}}{A = 2 \text{ cm}^2 = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \pi = 3/14} \Rightarrow$$

$$0/4 \times 10^{-3} = \frac{4 \times 3/14 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{-3} \times N^2}{6/28 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow N^2 = 10^4 \Rightarrow N = 100$$

نیروی مغناطیسی وارد بر هر یک از ذره‌ها، نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می‌کند. بنابراین داریم:

$$F_c = F_B \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = |q| v B \sin \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ} r = \frac{mv}{|q|B}$$

$$\frac{B=\text{ثابت}}{v_\alpha=v_\beta} \xrightarrow{r_\alpha = \frac{m_\alpha}{m_\beta} \times \frac{|q_\beta|}{|q_\alpha|}}$$

$$\frac{|q_\alpha|=2|q_\beta|}{m_\alpha \gg m_\beta} \xrightarrow{r_\alpha \gg 1} r_\beta \ll r_\alpha$$

چون ذره β ، جرم کمتری دارد، شعاع انحنای آن کوچک‌تر است.

روش یکم: ابتدا با توجه به نمودار، چگالی هر مایع را می‌یابیم:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \xrightarrow{m_A = 12 \text{ g}, V_A = 1 \text{ cm}^3} \rho_A = \frac{12}{10} = 1.2 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \xrightarrow{m_B = 12 \text{ g}, V_B = 5 \text{ cm}^3} \rho_B = \frac{12}{5} = 2.4 \text{ g/cm}^3$$

اکنون با مخلوط کردن جرم مساوی از دو مایع خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{m_A = m_B} \frac{m}{V} = \frac{m}{\rho}$$

$$\rho = \frac{m_A + m_A}{m_A + m_A} = \frac{2\rho_A \times \rho_B}{\rho_A + \rho_B} = \frac{2 \times 1/2 \times 2/4}{1/2 + 2/4} = 1/6 \text{ g/cm}^3$$

روش دوم: با توجه به نمودار، چون برای جرم 12 g ، حجم هر دو مایع معلوم است، فرض می‌کنیم این مقدار از دو مایع را مخلوط کرده‌ایم و داریم:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{m_A = m_B = 12 \text{ g}, V_A = 1 \text{ cm}^3, V_B = 5 \text{ cm}^3}$$

$$\rho = \frac{12 + 12}{10} = 1.2 \text{ g/cm}^3$$

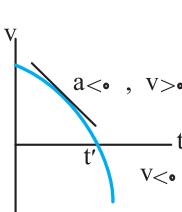
با توجه به شکل و همتراز بودن نقاط A و B داریم:

$$\Rightarrow t_1 - 5t_1 + 400 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 10s \\ t_1 = 40s \end{cases}$$

آنون مساحت مثلث بین ۱۵s تا ۲۰s را می‌یابیم:

$$v_{20s} = a_2(20 - 15) + v_2 \Rightarrow 0 = -1 \times 5 + v_2 \Rightarrow v_2 = 5m/s$$

$$l = S = \frac{(20 - 15) \times v_2}{2} = \frac{5 \times 5}{2} = 12.5m$$



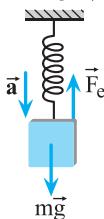
گزینه ۳

در بازه زمانی t' تا t' , چون شیب خط مماس بر منحنی نمودار سرعت-زمان، که معرف شتاب است، منفی می‌باشد، لذا شتاب جسم در این بازه منفی است. از طرف دیگر، چون در این بازه زمانی، منحنی بالای محور زمان قرار دارد، سرعت جسم در این بازه مشتمل خواهد بود.

$a < 0, v > 0$

گزینه ۴

قانون دوم نیویتون را برای جسم می‌نویسیم و تغییر طول فنر را می‌یابیم. دقت کنید، چون جهت بالا را مشتبه فرض می‌کنیم، شتاب که رو به پایین است، منفی می‌باشد.



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = kx$$

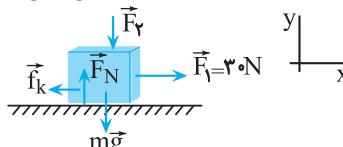
$$kx - mg = ma \Rightarrow \frac{m = 7kg}{k = 40N/m} = \frac{a = -2m/s^2}{x = 2 \times 10 = 20 \Rightarrow x = 4cm}$$

آنون طول فنر را بعد از آویزان کردن وزنه به آن، می‌یابیم:

$$x = L_2 - L_1 \Rightarrow L_1 = 3cm \Rightarrow L_2 = 34cm$$

گزینه ۲

با توجه به شکل و قانون دوم نیویتون، ابتدا ضریب اصطکاک جنبشی را می‌یابیم:



$$F_{net y} = 0 \Rightarrow F_N - F_g - mg = 0 \Rightarrow F_N = F_g + mg$$

$$F_{net x} = ma \Rightarrow F_F - f_k = ma \Rightarrow \frac{f_k = \mu_k F_N}{F_N = F_g + mg}$$

$$F_F - \mu_k (F_g + mg) = ma \Rightarrow \frac{F_F = 30N, F_g = 10N, a = 2m/s^2}{m = 5kg, g = 10m/s^2}$$

$$30 - \mu_k (10 + 5 \times 10) = 5 \times 2 \Rightarrow 6 \cdot \mu_k = 20 \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{3}$$

آنون اندازه نیروی \vec{F}_2 را در حالت دوم به دست می‌آوریم:

$$F'_{net x} = ma' \Rightarrow F_F - \mu_k (F'_2 + mg) = ma' \Rightarrow a' = -2m/s^2$$

$$30 - \frac{1}{3} \times (F'_2 + 5 \times 10) = 5 \times (-2) \Rightarrow F'_2 + 50 = 120$$

$$\Rightarrow F'_2 = 70N$$

بنابراین تغییر اندازه نیروی \vec{F}_2 برابر است با:

$$\Delta F_2 = F'_2 - F_2 = 70 - 10 = 60N$$

گزینه ۳

با استفاده از رابطه $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t}$ بزرگی نیروی خالص متوسط را به دست می‌آوریم:

$$F_{av} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_2 = -26km/h = -10m/s, t = 0.5s}{v_1 = 14km/h = 4m/s, m = 5kg}$$

$$F_{av} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = \frac{5 \times (-10 - 4)}{0.5} = -6000N$$

$$|F_{av}| = 6 \times 10^3 N$$

$$c_{ab} = 4200J/kg \cdot K = 4/2J/g \cdot K, L_F = 336J/g, \Delta \theta = 100^\circ C$$

$$m_1 = 100g, L_V = 2256J/g, Q = -6540J$$

$$100 \times 336 - 2256m - m \times 4 / 2 \times 100 - 6540 = 0 \Rightarrow m = 15g$$

گزینه ۲

چون دمای گاز ثابت و فشار وارد بر گاز آرمانی زیر پیستون برابر

P = P_0 + \frac{W}{A}

$$T = \text{ثابت} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \frac{V = Ah}{P = P_0 + \frac{W}{A}}$$

$$(P_0 + \frac{W_1}{A}) \times A \times h_1 = (P_0 + \frac{W_2}{A}) \times A \times h_2$$

$$\frac{W_1 = 40N, h_1 = 26cm, h_2 = 26 - 4 = 22cm}{W_2 = 40 + 10 = 120N, P_0 = 10^5 Pa}$$

$$(10^5 + \frac{40}{A}) \times 26 = (10^5 + \frac{120}{A}) \times 22$$

$$\Rightarrow 40 \times 10^5 = \frac{120 \times 22 - 26 \times 40}{A} \Rightarrow A = 40 \times 10^{-4} m^2 = 40 cm^2$$

کنکور سراسری تجربی – اردیبهشت ۱۴۰۳

گزینه ۲

ابتدا با توجه به ثابت بودن سرعت جسم، مقدار آن را می‌یابیم:

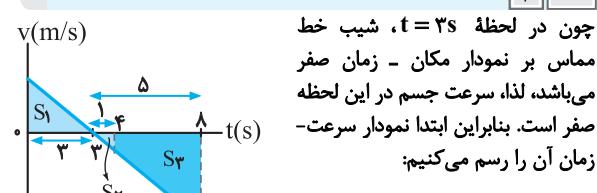
$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta x = 26 - 8 = 18m}{\Delta t = 10 - 4 = 6s} \Rightarrow v = \frac{18}{6} = 3m/s$$

آنون با استفاده از رابطه مکان-زمان در حرکت با سرعت ثابت، مکان اولیه را پیدا می‌کنیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \frac{v = 3m/s, t_1 = 4s}{x_1 = 8m} \Rightarrow x_0 = -4m$$

در آخر معادله مکان-زمان برابر است با:

گزینه ۴



آنون از تشابه مثلث‌ها استفاده می‌کنیم. دقت کنید، چون مسافت طی شده مدنظر است، علامت مساحت‌ها را در نظر نمی‌گیریم.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{(\frac{3}{1})^2}{1} = 9 \Rightarrow S_1 = 9S_2$$

$$\frac{S_3 + S_2}{S_2} = \frac{(\frac{5}{1})^2}{1} = 25 \Rightarrow S_3 = 24S_2$$

در این مرحله با داشتن مساحت‌های طی شده (مساحت‌های زیر نمودار سرعت-زمان) در هر قسمت نسبت مسافت طی شده در چهار ثانیه اول به مسافت طی شده در چهار ثانیه دوم را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\ell_{4s} \text{ تا } 10}{\ell_{8s} \text{ تا } 4s} = \frac{S_1 + S_2}{S_3} = \frac{9S_2 + S_2}{24S_2} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

گزینه ۱

ابتدا نمودار سرعت - زمان خودرو را رسم می‌کنیم و مدت زمان t_1 را می‌یابیم تا مشخص شود ۵ ثانیه پایانی مربوط به کدام مرحله از حرکت می‌باشد.

$$a_1 = -2m/s^2, v_1 = 20m/s, v_2 = 10m/s, t_1 = 5s$$

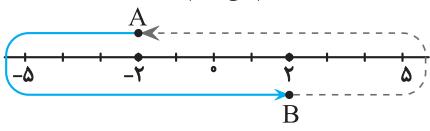
$$v_{20s} = a_2(20 - t_1) + v_1 \Rightarrow 10 = -2(20 - 5) + 20 \Rightarrow t_1 = 15s$$

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 \Rightarrow 10 = -2 \times 5 + v_0 \Rightarrow v_0 = 20 + 5 = 25m/s$$

$$S_1 = 4S_2 \Rightarrow \frac{v_0 + v_1}{2} \times t_1 = 4 \times \frac{v_1 \times (20 - t_1)}{2}$$

۴۲. گزینه ۲

ماطیق شکل، ابتدا مسیر حرکت ذره را رسم می‌کنیم:

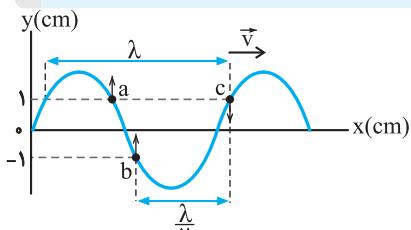


همان‌طور که از روی شکل مشخص است، مسیر A تا B، مشابه مسیر A است. بنابراین داریم:

$$t_{A \rightarrow B} + t_{B \rightarrow A} = T \quad t_{B \rightarrow A} = t_{A \rightarrow B} \rightarrow$$

$$2t_{A \rightarrow B} = T \Rightarrow t_{A \rightarrow B} = \frac{T}{2}$$

۴۳. گزینه ۱



با توجه به شکل، به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:
گزینه «۱» درست است. با توجه به اینکه فاصله دو ذره a و b از مرکز تعادل یکسان است، تندی آن‌ها نیز یکسان خواهد بود.

گزینه «۲» نادرست است. چون ذره a به سمت نقطه بازگشت حرکت می‌کند، تندی آن در حال کاهش است، لذا حرکت آن کندشونده خواهد بود. حرکت ذره c تندشونده است.

گزینه «۳» نادرست است. فاصله a و c کمتر از طول موج است.

گزینه «۴» نادرست است. فاصله b و c برابر نصف طول موج است.

۴۴. گزینه ۳

با استفاده از رابطه $t = \frac{\Delta x}{v}$ ، بازه زمانی بین شنیدن دو صدا را می‌یابیم. دقت کنید، چون تندی صوت در هوا کمتر از تندی صوت در فلز است، زمان رسیدن آن تا شنونده بیشتر است.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{L}{v_2} - \frac{L}{v_1} = \frac{(v_1 - v_2)L}{v_1 v_2}$$

۴۵. گزینه ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»، قانون بازتاب عمومی برای همه امواج برقرار است.

گزینه «۲»، برای اندازه‌گیری تندی شارش خون از امواج فراصوتی استفاده می‌شود.

گزینه «۴»، خفاش فورانی امواج فراصوتی از دهان خود گسیل می‌کند.

۴۶. گزینه ۴

ابتدا تندی انتشار نور را در مایع به دست می‌آوریم. دقت کنید، بسامد نور در خلا و مایع یکسان است.

$$v = \lambda f \quad f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz} \\ \lambda = \frac{9}{20} \mu\text{m} = \frac{9}{20} \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$v = \frac{9}{20} \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{14} = \frac{9}{4} \times 10^8 \text{ m/s}$$

اکنون ضریب شکست مایع را می‌یابیم:

$$n = \frac{c}{v} \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \rightarrow n = \frac{3 \times 10^8}{\frac{9}{4} \times 10^8} = \frac{4}{3}$$

۴۷. گزینه ۳

در آتم هیدروژن و در دمای اتاق، الکترون اغلب در حالت پایه قرار دارد.

۴۹. گزینه ۱

بلندترین طول موج مربوط به گذار از تراز ۵ $n = 5$ به تراز ۴ $n = 4$ و کوتاه‌ترین طول موج مربوط به گذار از تراز ۲ $n = 2$ به تراز ۱ $n = 1$ است. بنابراین داریم:

$$E = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \quad E_R = 12/6 \text{ eV}, n_{L_1} = 4 \\ n_{U_1} = 5$$

$$E_1 = 12/6 \times \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 0/306 \text{ eV}$$

$$\frac{n_{L_2} = 1}{n_{U_2} = 2} \rightarrow E_2 = 12/6 \times \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 10/2 \text{ eV}$$

اختلاف این دو انرژی برابر است:

$$E_2 - E_1 = 10/2 - 0/306 = 9/894 \text{ eV} \quad e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$E_2 - E_1 = 9/894 \times 1/6 \times 10^{-19} = 1/58 \times 10^{-18} \text{ J}$$

با استفاده از معادله ریدبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad R = 1092/5 \text{ nm}^{-1}$$

$$\frac{1}{1102/5} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

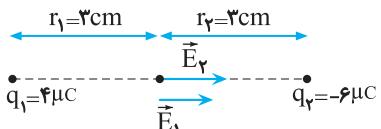
$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{100}{1102/5} = \frac{200}{2205} = \frac{40}{441} = \frac{1}{9} - \frac{1}{49} \Rightarrow \begin{cases} n' = 3 \\ n = 7 \end{cases}$$

بنابراین، طول موج مربوط به چهارمین خط رشتۀ پاشن ($n' = 3$) است.

۵۰. گزینه ۱

با استفاده از رابطه بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای، داریم:

حالت اول:



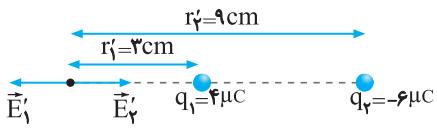
$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \quad |q_1| = 4 \mu\text{C} \quad r_1 = 3 \text{ cm} \rightarrow E_1 = k \times \frac{4}{3^2} = \frac{4}{9} k$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \quad |q_2| = 6 \mu\text{C} \quad r_2 = 3 \text{ cm} \rightarrow E_2 = k \times \frac{6}{3^2} = \frac{2}{3} k$$

چون دو میدان هم‌جهت‌اند، برابر آن‌ها برابر مجموع آن‌ها خواهد بود:

$$E_t = E_1 + E_2 = \frac{4}{9} k + \frac{2}{3} k = \frac{10}{9} k$$

حالت دوم:



$$E'_1 = E_1 = \frac{4}{9} k$$

$$E'_2 = k \frac{|q_2|}{r_2'^2} \quad |q_2| = 6 \mu\text{C} \quad r_2' = 9 \text{ cm} \rightarrow E'_2 = k \times \frac{6}{9^2} = \frac{2}{27} k$$

چون دو میدان الکتریکی در خلاف جهت هم هستند، بنابراین، برابر آن‌ها برابر است:

$$E'_t = E'_1 - E'_2 = \frac{4}{9} k - \frac{2}{27} k = \frac{10}{27} k$$

در آخر نسبت برابر میدان‌ها در دو نقطه برابر است:

$$\frac{E_t}{E'_t} = \frac{\frac{10}{9} k}{\frac{10}{27} k} = \frac{27}{9} = 3$$

۵۱. گزینه ۱

با توجه به شکل، نیروی خالص وارد بر بارهای q_1 و q_4 را می‌یابیم:

اکنون میزان مصرف ماهانه را می‌یابیم:

$$U = Pt \xrightarrow{t=30 \times 5=150 \text{ h}} U = 2 / 2 \times 150 = 33 \text{ kWh}$$

در نهایت هزینه مصرف شده در یک ماه را بدست می‌آوریم:

(هزینه هر kWh) \times (مقدار مصرف ماهانه) = هزینه یک ماه

$$\text{تومان} = 33 \times 5 = 165 \text{ تومان} = \text{هزینه یک ماه}$$

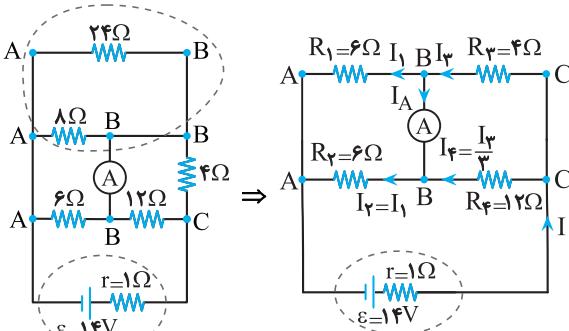
در مدار با مقاومت‌های متواالی، اختلاف پتانسیل دو سر مدار به طور مساوی بین دو مقاومت R_1 و R_2 تقسیم می‌شود و اختلاف پتانسیل دو سر هر کدام برابر $\frac{\epsilon}{2}$ خواهد بود. در مدار با مقاومت‌های موازی، چون هر دو مقاومت R_3 و R_4 به دو سر باقی آرمانی متصل هستند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر ϵ خواهد بود. بنابراین برای مقایسه توان مصرفی مقاومت‌ها خواهیم داشت:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{R_1=R_3} P_3 = \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^2 = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon} \right)^2 = 4$$

بنابراین، توان مصرفی مقاومت‌های R_3 یا R_4 از توان مصرفی مقاومت‌های R_1 یا R_2 بیشتر است.

ابتدا با نام‌گذاری نقاط همپتانسیل، مدار را به صورت ساده رسم می‌کنیم:

$$R_1 = \frac{\lambda \times 24}{\lambda + 24} = 6 \Omega \quad \text{موازی اند}$$



برای یافتن جریان I_A ، باید جریان‌های I_1 و I_3 را بدست آوریم. به همین منظور، ابتدا جریان کل مدار را می‌یابیم. با توجه به شکل، مقاومت R_1 و R_2 با هم موازی و مقاومت R_3 و R_4 نیز با هم موازی هستند. بنابراین برای مقاومت معادل مدار خواهیم داشت:

$$R_{eq} = R_{1,2} + R_{3,4} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{6 \times 6}{6+6} + \frac{4 \times 12}{4+12} = 6 \Omega$$

در نتیجه جریان کل مدار برابر خواهد بود با:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{14}{6+1} = 2A$$

چون دو مقاومت R_1 و R_2 با هم برابرند، جریان مدار به طور مساوی بین

$$I_1 = I_2 = \frac{1}{2} = 1A \quad \text{آن‌ها تقسیم می‌شود. در این حالت داریم:}$$

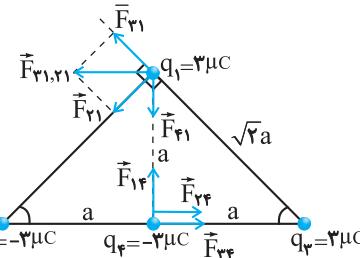
برای مقاومت R_3 و R_4 ، با توجه به یکسان بودن ولتاژ دو سر آن‌ها، به صورت زیر جریان گزرنده از هر کدام را بدست می‌آوریم:

$$V_F = V_F \Rightarrow I_F R_F = I_3 R_3 \Rightarrow I_F \times 12 = I_3 \times 4 \Rightarrow I_F = \frac{I_3}{3}$$

$$I = I_F + I_3 = \frac{I_3}{3} + I_3 \Rightarrow 2 = \frac{4}{3} I_3 \Rightarrow I_3 = 1/5 A, I_F = 0/5 A$$

در نهایت به صورت زیر مقدار I_A را بدست می‌آوریم:

$$I_3 = I_A + I_1 \Rightarrow 1/5 = I_A + 1 \Rightarrow I_A = 0/5 A$$



بار: q_1

$$r_{11} = r_{21} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_{21} = F_{21} = k \times \frac{3 \times 3}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{9}{2} \frac{k}{a^2}$$

$$F_{41} = k \times \frac{3 \times 3}{a^2} = \frac{9}{a^2} \frac{k}{a^2}$$

$$F_{31,21} = \sqrt{F_{21}^2 + F_{11}^2} = \sqrt{2}F_{21} = \sqrt{2} \left(\frac{9}{2} \frac{k}{a^2} \right)$$

دو نیروی \bar{F}_{21} و \bar{F}_{31} بر هم عمودند و برایند آن‌ها بر نیروی \bar{F}_{41} عمود است. بنابراین، برای نیروی خالص وارد بر بار q_4 خواهیم داشت:

$$F_{T,q_4} = \sqrt{F_{31,21}^2 + F_{41}^2} = \sqrt{(\sqrt{2} \frac{9}{2} \frac{k}{a^2})^2 + (\frac{9}{a^2} \frac{k}{a^2})^2} = 9 \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{k}{a^2}$$

$$F_{34} = F_{44} = k \times \frac{3 \times 3}{a^2} = \frac{9}{a^2} \frac{k}{a^2} \quad \text{بار: } q_4$$

$$F_{14} = \frac{9}{a^2} \frac{k}{a^2}$$

دو نیروی \bar{F}_{24} و \bar{F}_{34} هم جهت‌اند، و برایند آن‌ها بر نیروی \bar{F}_{14} عمود است. بنابراین، برای نیروی خالص وارد بر بار q_4 داریم:

$$F_{34,24} = F_{34} + F_{24} = 2F_{34} = 2 \times \frac{9k}{a^2} = \frac{18k}{a^2}$$

$$F_{T,q_4} = \sqrt{(F_{34,24})^2 + F_{14}^2}$$

$$\Rightarrow F_{T,q_4} = \sqrt{(18 \frac{k}{a^2})^2 + (\frac{9}{a^2} \frac{k}{a^2})^2} = 9\sqrt{5} \frac{k}{a^2}$$

در آخر نسبت دو نیرو برابر است با:

$$\frac{F_{T,q_1}}{F_{T,q_4}} = \frac{9\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{k}{a^2}}{9\sqrt{5} \frac{k}{a^2}} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

جواب صحیح در گزینه‌ها نیست. احتمالاً هدف منظظر طرح، گزینه «۲» بوده است.

۱. گزینه ۱

.۵۳

ابتدا ظرفیت خازن را در حالت دوم، بدست می‌آوریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\text{ثابت: } \frac{A}{d} = \frac{C_2}{C_1}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\frac{d_2 = d_1 + 0/\Delta d_1 = 1/\Delta d_1}{C_1 = 5\mu F} \xrightarrow{\Delta} \frac{C_2}{\Delta} = \frac{d_1}{1/\Delta d_1} \Rightarrow C_2 = \frac{10}{3} \mu F$$

چون خازن را از باقی جدا کردیم، بر الکتریکی آن ثابت می‌ماند، بنابراین با توجه به رابطه انرژی خازن داریم:

$$\Delta U = U_2 - U_1 \xrightarrow{\text{ثابت: } \frac{U_2}{Q} = \frac{C_2}{C_1}} \Delta U = \frac{1}{2} Q^2 \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right)$$

$$\frac{Q = 20.0 \mu C}{\Delta U = \frac{1}{2} \times 20.0^2 \times \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{5} \right)} = 200.0 \mu J = 2 mJ$$

۱. گزینه ۱

.۵۴

ابتدا توان مصرفی بخاری برقی را بدست می‌آوریم:

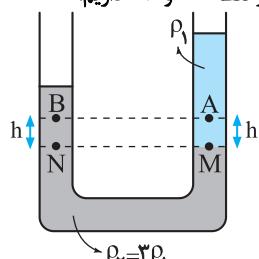
$$P = VI \xrightarrow{V=220V, I=1A} P = 220 \times 1 = 220W = 2/2 kW$$

۴.۵۷ گزینه با استفاده از رابطه شار مغناطیسی داریم:

$$\Phi = BA \cos \theta \quad B=40 \cdot G=40 \times 10^{-4} T, \theta=0 \\ A=0.3^2=1 \times 10^{-2} m^2, \cos 0=1$$

$$\Phi = 40 \times 10^{-4} \times 1 \times 10^{-2} \times \cos 0 = 3 / 6 \times 10^{-3} Wb$$

۴.۵۸ ۱ گزینه با توجه به شکل و یکسان بودن فشار در دو نقطه M و N داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_1 gh = P_B + \rho_2 gh$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = (\rho_2 - \rho_1)gh \quad \rho_2 = 3\rho_1$$

$$P_A - P_B = (3\rho_1 - \rho_1)gh = 2\rho_1 gh$$

۴.۵۹ ۳ گزینه ابتدا نسبت جرم موشک بعد از افزایش تنددی به جرم اولیه آن را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \\ \frac{K_2 = K_1}{v_2 = v_1 + 0.25v_1 = 1.25v_1} \Rightarrow \frac{K_1}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{1.25v_1}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{5}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{16}{25} = 0.64$$

اکنون درصد تغییرات جرم را می‌یابیم:

$$\left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right) \times 100 = (0.64 - 1) \times 100 = -36\% \quad \text{درصد تغییرات جرم}$$

۴.۶۰ ۲ گزینه اگر نیرو و جایه‌جایی بر حسب بردارهای یکه \hat{A} و \hat{J} داده شود، به کمک رابطه زیر کار نیرو را به دست می‌آوریم:

$$W_F = F_x d_x + F_y d_y \quad F_x = 4 \cdot N, F_y = 3 \cdot N \\ d_x = 1 \cdot m, d_y = 0$$

$$W_F = 4 \times 1 + 3 \times 0 = 400 J$$

۴.۶۱ ۱ گزینه با ترکیب یکاهای فرعی و نوشتن کمیت‌های معلوم هر قسمت، کمیت فیزیکی مورد نظر را می‌یابیم:

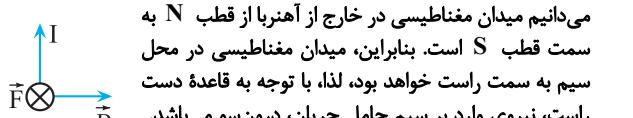
$$\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2} \times \frac{m}{A} \quad \frac{kg \cdot m/s^2 = [F]}{m = [L], A = [I]}$$

$$\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2} = [F] \times \frac{[L]}{[I]} = [ILB] \times \frac{[L]}{[I]} = [BL^2]$$

$$\frac{[L^2] = m^2 = [A]}{A \cdot s^2} \rightarrow \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2} = [BA] = [\Phi] = Wb$$

دقت کنید، علامت [] در فیزیک به معنای یک است.

۴.۶۲ ۴ گزینه می‌دانیم میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا از قطب N به سمت قطب S است. بنابراین، میدان مغناطیسی در محل سیم به سمت راست خواهد بود، لذا، با توجه به قاعده دست راست، نیروی وارد بر سیم حامل جریان، درون سو می‌باشد.



۴.۶۳ ۱ گزینه شکل داده شده، دماستنج کمینه-بیشینه را نشان می‌دهد.