

نشر  
کتابخانه

ناشر تخصصی  
علوم انسانی

مشاوران آموزش

|                      |
|----------------------|
| سرشناسه:             |
| عنوان و نام پدیدآور: |
| مشخصات نشر:          |
| مشخصات ظاهری:        |
| فروست:               |
| شابک:                |
| وضعیت فهرست نویسی:   |
| شماره کتابشناسی ملی: |

|                                  |
|----------------------------------|
| عنوان: هایلیت ریاضی و آمار کنکور |
| ناشر: مشاوران آموزش              |
| چاپخانه: مؤمن                    |
| شمارگان و قطع: ۲۵۰۰ جلد / جیبی   |
| نوبت چاپ: اول / ۱۴۰۰             |
| قیمت: ۳۷۰۰۰ تومان                |
| شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۲۱۸-۳۲۱-۷          |

### دفتر انتشارات

تهران، خیابان انقلاب، خیابان ۱۲ فروردین، کوچه

مهر، پلاک ۱۸ . تلفن: ۶۶۹۵۳۲۰۵

دفتر فروش تلفن: ۶۶۹۷۵۷۲۷

این اثر مشمول قانون حمایت مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است، هر کس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مؤلف (ناشر) نشر یا پخش یا عرضه کند، مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.



مشاوران آموزش

آشنای با گروه تولید هایلیت ریاضی و آمار کنکور

**مؤلف:** نوشین حبیب‌پور  
**ویراستار علمی:** مهناز حامدی  
**ویراستاران فنی:** شراره فلاحتی / ملیحه حشمتی

**خانواده  
تألیف**

**طراح جلد:** آذر سعیدی‌منش  
**طراح لایوت:** آذر سعیدی‌منش / الهه ابراهیمی  
**گرافیک:** عباس جعفری  
**نظارت بر چاپ:** طرلان محمدی / الهه ابراهیمی  
**گروه صفحه‌آرایی:** سارا عزیزی  
**حروف‌نگار:** ملیحه حاجی‌بابا  
**رسم:**

**خانواده  
طراحی  
و چاپ**

# پیشن گفتار

## سخن ناشر

سال ۸۰ بود که در انتشارات مشاوران آموزش رویدادی بی‌سابقه اتفاق افتاد. برای اولین بار کتاب‌هایی را با عنوان کتاب‌های کوچک هدف‌دار تولید کردیم که دو نگاه عمده در تألیف آن در نظر گرفته بودیم:

یکی اینکه هر درسی را به مباحث گوناگون تقسیم کردیم و برای هر مبحث کتاب مستقل تألیف و چاپ کردیم. در آن دوران نوشتن کتاب‌های مبحثی امری نادر بود و عمده کتاب‌ها به‌صورت جامع تألیف و چاپ می‌شد.

دوم اینکه در شکل تألیف کتاب‌های کوچک، شیوه‌ای نوین از آموزش را جاری کردیم؛ شیوه‌ای که نشان می‌داد چطور آموزش مبتنی بر خلاصه ارائه نکنیم! چون هر خلاصه‌ای یعنی حذف کردن بخشی از واقعیت آموزشی.

استقبال بی‌نظیر دانش‌آموزان و دبیران از کتاب‌های کوچک ما نشان داد که تشخیص ما درست بود.

سال‌ها گذشت تا رسیدیم به سال ۱۴۰۰ و دوباره تصمیم گرفتیم سنت قدیم خودمان را در قالبی نوتر و با نامی جدید برای شما دانش‌آموزان عزیز آماده کنیم:

### «مجموعه کتاب‌های هایلایت»

من به‌شخصه بسیار امیدوارم که هایلایت‌هایمان در نتیجه‌گیری برای رسیدن به اهدافتان مؤثر واقع شوند.

بدانید که حجم کوچک این کتاب‌ها نتیجه حذف نبوده؛ بلکه بر این اساس نوشتیم که همه آنچه مهم است را، به بهترین شکل یاد بگیرید.

آرزوی موفقیت برای دانش‌آموزان انسانی ایران عزیزمان دارم؛ دانش‌آموزانی که بار توسعه کشور بر دوش آنان است.

**وحید تمنا**



ریاضیات الفبایی است که خداوند، جهان را بر مبنای آن خلق کرد. کتاب حاضر برای کسانی است که قصد دارند مسیر چندسالهٔ مدرسه را به سرانجام برسانند و به هدف و آرزوی چندسالهٔ خودشان برسند. این جمله خاطرتان باشد: «زمانی که آرزوی چیزی را دارید، سراسر کیهان هم‌دست می‌شوند تا بتوانید این آرزو را تحقق ببخشید.»

من مؤلف این کتاب، یکی از عوامل سراسر کیهان هستم که با نوشتن این کتاب قصد دارم به شما کمک کنم تا از آزمون کنکور سربلند بیرون بیایید، چون درس ریاضی یکی از مهم‌ترین درس‌های کنکور است و با تقویت کردن این درس از رقیب‌هایتان با سرعت بیشتری می‌گیرید. این کتاب شامل ۴۴۳ تمرین تستی کاربردی و آموزشی است که به شما کمک می‌کند تا خیلی راحت و سریع مطالب را یاد بگیرید. از طرف دیگر چون این کتاب به همهٔ مطالب، نکات و روش‌های خاص به‌طور خلاصه اشاره کرده، پس با مطالعهٔ آن در کمترین زمان به تسلط کامل می‌رسید. در انتهای کتاب نیز ۲ کنکورآزمون قرار داده‌ایم تا آمادگی خودتان را برای حضور در جلسهٔ کنکور محک بزنید.

علوم این جوان را که پو تدریسی پنداری  
ریاضی مثل یک تابی درفشان بر سرش می‌شد  
«فهرین قبی»

با آرزوی موفقیت و سربلندی برای دانش‌آموزان پرتلاش و آینده‌سازان کشور عزیزمان.

نوشین حبیب‌پور



|              |  |
|--------------|--|
| <b>فصل ۱</b> | <b>معادله درجه دوم</b>   |
|              | درس ۱: معادله و مسائل توصیفی <a href="#">۷</a><br>درس ۲: حل معادله درجه ۲ و کاربردها <a href="#">۱۰</a><br>درس ۳: معادله‌های شامل عبارتهای گویا <a href="#">۲۲</a>   |
| <b>فصل ۲</b> | <b>تابع</b>  |
|              | درس ۱: مفهوم تابع <a href="#">۲۶</a> / درس ۲: ضابطه جبری تابع <a href="#">۴۵</a><br>درس ۳: نمودار تابع خطی <a href="#">۵۹</a> / درس ۴: نمودار تابع درجه ۲ <a href="#">۸۲</a><br>درس ۵: تابع ثابت، همانی و چندضابطه‌ای <a href="#">۹۹</a><br>درس ۶: توابع پلکانی و قدر مطلق <a href="#">۱۲۳</a> / درس ۷: اعمال بر روی توابع <a href="#">۱۴۲</a>   |
| <b>فصل ۳</b> | <b>آمار</b>  |
|              | درس ۱: گردآوری داده‌ها <a href="#">۱۵۸</a> / درس ۲: معیارهای گرایش به مرکز <a href="#">۱۶۷</a><br>درس ۳: معیارهای پراکندگی <a href="#">۱۸۰</a> / درس ۴: نمودارهای یک‌متغیره <a href="#">۱۸۹</a><br>درس ۵: نمودارهای چندمتغیره <a href="#">۲۰۱</a> / درس ۶: شاخص‌های آماری <a href="#">۲۰۷</a><br>درس ۷: سری‌های زمانی <a href="#">۲۲۴</a> / درس ۸: چرخه آمار در حل مسائل <a href="#">۲۳۲</a> |
| <b>فصل ۴</b> | <b>آشنایی با منطق و استدلال ریاضی</b>  |
|              | درس ۱: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها <a href="#">۲۴۰</a> / درس ۲: استدلال ریاضی <a href="#">۲۵۵</a>  |
| <b>فصل ۵</b> | <b>شمارش و احتمال</b>  |
|              | درس ۱: شمارش <a href="#">۲۵۹</a> / درس ۲: احتمال <a href="#">۲۷۸</a>   |
| <b>فصل ۶</b> | <b>دنباله</b>  |
|              | درس ۱: مدل‌سازی و دنباله <a href="#">۲۸۷</a> / درس ۲: دنباله‌های حسابی <a href="#">۲۹۶</a><br>درس ۳: دنباله هندسی <a href="#">۳۰۸</a>  |
| <b>فصل ۷</b> | <b>ریشه 1<sup>ام</sup>، توان گویا و تابع نمایی</b>   |
|              | درس ۱: ریشه 1 <sup>ام</sup> و توان گویا <a href="#">۳۱۹</a> / درس ۲: تابع نمایی <a href="#">۳۲۷</a>  |



## آمار

۱. گردآوری داده‌ها
۲. معیارهای گرایش به مرکز
۳. معیارهای پراکندگی
۴. نمودارهای یک‌متغیره
۵. نمودارهای چندمتغیره
۶. شاخص‌های آماری
۷. سری‌های زمانی
۸. چرخه‌آمار در حل مسائل



## گردآوری داده‌ها

## درس ۱

قبل از هر چیزی باید به سری مفاهیم رو خوب یاد بگیریم پس اول سراغ اون‌ها می‌ریم. داده: واقعیت‌هایی که برای محاسبه، استنباط و برنامه‌ریزی از شون استفاده میشه.

## تمرین تستی

۱۴۸. واقعیت‌هایی که در محاسبه و استنباط به کار می‌روند ..... نام دارند.

- ۱ متغیر      ۲ نمونه      ۳ نمونه تصادفی      ۴ داده

۱۴۸. گزینه‌ها ۱ ۲ ۳ ۴

## +

واحد آماری: به هرکدام از افراد یا چیزهایی که داده‌های مربوط به اون‌ها رو بررسی می‌کنیم، واحد آماری می‌گیم.

جامعه آماری: مجموعه کل واحدهای آماری رو جامعه آماری می‌گیم.

نمونه: هر زیرمجموعه از جامعه آماری رو نمونه می‌گیم و اگه همه اعضای جامعه شانس یکسان برای انتخاب داشته باشن، بهشون نمونه تصادفی می‌گیم.

## تمرین تستی

۱۴۹. کدام جمله نادرست است؟

- ۱ اندازه نمونه نمی‌تواند از اندازه جامعه بیشتر باشد.  
 ۲ نمونه زیرمجموعه غیرتهی از جامعه است.  
 ۳ نمونه تصادفی نمونه‌ای است که تمام اعضای جامعه شانس یکسان برای انتخاب دارند.  
 ۴ نمونه زیرمجموعه‌ای از جامعه است که تعداد اعضایش از نصف جامعه کمتر است.

۱۵۰. برای خرید ۱۰۰ کیلوگرم برنج، ۲۰ کیلوگرم را برای امتحان خریداری می‌کنیم در این صورت:

۱) ۱۰۰ کیلوگرم نمونه است.

۲) ۲۰ کیلوگرم نمونه است.

۳) ۷۰ کیلوگرم جامعه است.

۴) هیچ کدام

۱۵۱. در یک بررسی آماری، تعداد کل واحدهای آماری ۶ برابر اندازه نمونه است. اگر اندازه جامعه ۹۰۰ باشد، اندازه نمونه کدام است؟

۱) ۱۵۰

۲) ۵۴۰۰

۳) ۳۰۰

۴) ۲۷۰۰

۱۴۹. گزینه ۱

۲

۳

۴

۱۵۰. گزینه ۱

۲

۳

۴

۱۵۱. اندازه جامعه ۶ برابر نمونه است؛ پس برای اینکه اندازه نمونه رو به دست بیاریم باید اندازه جامعه رو به ۶ تقسیم کنیم.

$$900 \div 6 = 150$$

گزینه ۱

۲

۳

۴



آمارگیری ← جمع آوری داده‌ها به روش‌های ممکن.

آمارگیر ← کسی که آمارگیری رو انجام میده.



## تمرین تستی

۱۵۲. عمل گردآوری داده‌ها به روش‌های ممکن چه نام دارد؟

۱) مدل‌سازی

۲) آمارگیری

۳) دادگان

۴) نمونه‌گیری

۱۵۲. گزینه ۱

۲

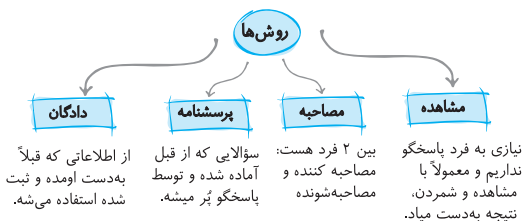
۳

۴





## روش‌های گردآوری داده



**نکته** معمولاً زمانی از مصاحبه استفاده می‌شود که اطلاعات کافی از همهٔ جواب‌های ممکن نداشته باشیم.

### تمرین تستی

۱۵۳. در موارد زیر به ترتیب کدام روش جمع‌آوری داده مناسب است؟

«ساعت خواب دانش آموزان کلاس درس شما - طول قد دانش آموزان»

- |                       |                     |
|-----------------------|---------------------|
| ۱ پرسشنامه - پرسشنامه | ۲ پرسشنامه - مصاحبه |
| ۳ مصاحبه - مشاهده     | ۴ پرسشنامه - مشاهده |

۱۵۴. براساس گزارش وضعیت زندگی افراد روستایی، متوجه شده‌ایم که ۲۰ درصد آنان

از وضعیت زندگی خوبی برخوردار نیستند، در این صورت جامعهٔ آماری ..... و روش جمع‌آوری داده ..... است.

- |                  |                          |
|------------------|--------------------------|
| ۱ افراد - دادگان | ۲ افراد روستایی - دادگان |
| ۳ افراد - مصاحبه | ۴ افراد روستایی - مصاحبه |

۱۵۵. اگر بخواهیم تمام نظرات ممکن را در اختیار داشته باشیم، استفاده از کدام روش مناسب‌تر است؟

- |          |          |          |            |
|----------|----------|----------|------------|
| ۱ مشاهده | ۲ مصاحبه | ۳ دادگان | ۴ پرسشنامه |
|----------|----------|----------|------------|

۱۵۶. برای بررسی میزان مطالعه دانشجویهای سال آخر دانشگاه، کدام روش مناسب است؟

- ۱) آزمایش      ۲) دادگان      ۳) پرسشنامه      ۴) مشاهده

۱۵۳. گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

۱۵۴. چون گفته براساس گزارش؛ پس از نتایج قبلی استفاده شده؛ یعنی دادگان. جامعه آماری هم که مشخصه، افراد روستایی هستن.

گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

۱۵۵. گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

۱۵۶. گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

**نکته** برای استفاده از پرسشنامه، نباید از پرسشنامه‌های هدایت‌شده استفاده کنیم.

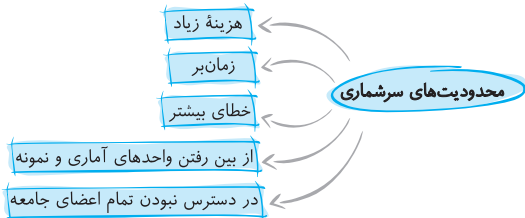
## تمرین تستی

۱۵۷. کدام روش برای جمع‌آوری داده‌ها مناسب نیست؟

- ۱) مصاحبه      ۲) مشاهده و آزمایش  
۳) دادگان      ۴) الگوی خاص

۱۵۷. گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

**نکته** سرشماری یعنی کل اعضای جامعه رو مورد بررسی قرار بدیم.



## تمرین تستی

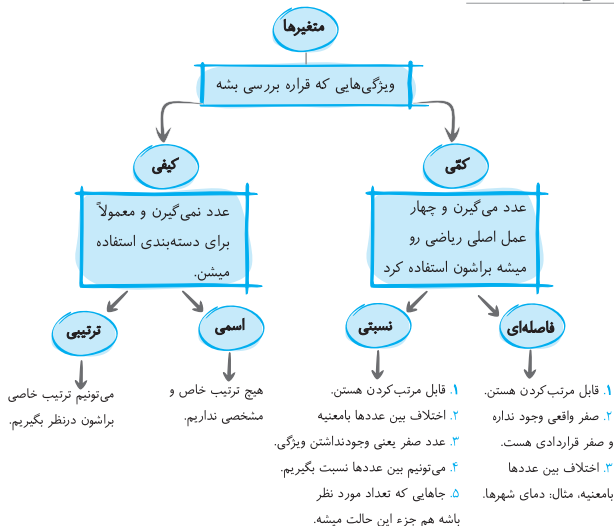
۱۵۸. اگر بخواهیم کل اعضای جامعه را مورد بررسی قرار دهیم در این صورت کدام گزینه

بیانگر مشکلات احتمالی است؟

- ۱ وقت گیر بودن و بالا رفتن خطا
- ۲ در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه و از بین رفتن آن‌ها
- ۳ بالا بودن هزینه
- ۴ همه موارد

۱۵۸. گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

### انواع متغیر



## تمرین تستی

۱۵۹. متغیرهای قیمت و دما به ترتیب از چه مقیاسی هستند؟

- ۱) نسبتی - نسبتی  
 ۲) فاصله‌ای - نسبتی  
 ۳) نسبتی - فاصله‌ای  
 ۴) فاصله‌ای - فاصله‌ای

۱۶۰. کدام گزینه ویژگی بهتری برای اندازه‌گیری دارد؟

- ۱) نسبتی  
 ۲) اسمی  
 ۳) فاصله‌ای  
 ۴) ترتیبی

۱۶۱. مراحل رشد انسان چه نوع متغیری است؟

- ۱) کمتی فاصله‌ای  
 ۲) کمتی نسبتی  
 ۳) کیفی اسمی  
 ۴) کیفی ترتیبی

۱۶۲. متغیرهای «نوع آلایندگی هوا» و «میزان آلودگی هوا» به ترتیب کدام است؟

- ۱) کمتی فاصله‌ای - کمتی فاصله‌ای  
 ۲) کمتی نسبتی - کمتی نسبتی  
 ۳) کیفی اسمی - کمتی فاصله‌ای  
 ۴) کیفی اسمی - کمتی نسبتی

۱۶۳. نوع کدام متغیر با بقیه متفاوت است؟

- ۱) میزان رضایت از یک کالا  
 ۲) میانگین قد دانش‌آموزان  
 ۳) سرعت حرکت ماشین‌های عبوری  
 ۴) قطر تنه درختان

۱۶۴. کدام گزینه متغیر کیفی ترتیبی است؟

- ۱) گروه خونی  
 ۲) میزان تأثیر دارو برای یک بیماری  
 ۳) نوع بارندگی  
 ۴) سرعت خودرو

۱۶۵. مقام‌های اول، دوم و سوم در مسابقات جهانی از کدام نوع متغیر است؟

- ۱) کمتی فاصله‌ای  
 ۲) کمتی نسبتی  
 ۳) کیفی ترتیبی  
 ۴) کیفی اسمی

۱۵۹. قیمت‌ها رو می‌تونیم مقایسه کنیم، مثلاً آگه قیمت یه کالایی ۴۰۰ تومن باشه و قیمت یه

کالای دیگه ۱۲۰۰، می‌تونیم بگیم کالای دوم، قیمتش ۳ برابر کالای اوله. پس قیمت نسبتیه:

ولی دما این ویژگی رو نداره. از طرفی برای دما، منظورمون از صفر، نبودن دما نیست و صفر

یه قرارداده؛ پس دما فاصله‌ایه.

گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

۱۶۰. گزینه‌ها ۱ ۲ ۳ ۴

۱۶۱. مراحل رشد انسان ترتیب مشخصی دارد (جنین، نوزاد، کودک و ...).

گزینه‌ها ۱ ۲ ۳ ۴

۱۶۲. گزینه‌ها ۱ ۲ ۳ ۴

۱۶۳. گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» متغیرهای کتی هستند. ولی گزینه «۱» متغیر کیفیه (میزان رضایت: کم، زیاد، متوسط).

گزینه‌ها ۱ ۲ ۳ ۴

۱۶۴. گروه خون کیفی اسمیه؛ میزان اثرگذاری دارو کیفی ترتیبی (کم، متوسط، زیاد و ...); نوع بارندگی کیفی اسمی (تگرگ، رگبار و ...) و سرعت خودرو کتی نسبتی است.

گزینه‌ها ۱ ۲ ۳ ۴

۱۶۵. مقام‌ها جزء متغیرهای کیفی هستند و چون ترتیب دارن، میشه کیفی ترتیبی.

گزینه‌ها ۱ ۲ ۳ ۴

$\times = +$

پارامتر جامعه: مشخصه عددیه که نشون‌دهنده ویژگی خاصی از جامعه است و وقتی می‌تونیم از پارامتر جامعه استفاده کنیم که داده‌های کل جامعه رو داشته باشیم.  
 آماره نمونه: مشخصه عددیه که نشون‌دهنده ویژگی خاصی از نمونه است و وقتی می‌تونیم از آماره استفاده کنیم که داده‌های مربوط به نمونه رو داشته باشیم.  
 نکته پارامتر عدد ثابت؛ ولی آماره می‌تونه از یه نمونه به نمونه دیگه تغییر کنه که این واضح‌ترین راه برای تشخیص پارامتر از آماره است.

$\times = +$

### تمرین تستی

۱۶۶. آماره در ..... و پارامتر در ..... به کار می‌رود.

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| ۱) نمونه - نمونه | ۲) نمونه - جامعه |
| ۳) جامعه - نمونه | ۴) جامعه - جامعه |

۱۶۶. گزینه‌ها ۱ ۲ ۳ ۴

$\times = +$

## تکرارباشی

$$X \text{ متغیر برای پارامتر} = \frac{\text{تعداد متغیر } X \text{ در جامعه}}{\text{تعداد کل جامعه}}$$

$$X \text{ متغیر برای آماره} = \frac{\text{تعداد متغیر } X \text{ در نمونه}}{\text{تعداد کل نمونه}}$$

## تمرین تستی

۱۶۷. از بین ۸۰۰ نفر مراجعه کننده برای یک بیماری خاص، ۴۰۰ نفر پسر هستند. یک گروه ۶۰۰ نفره انتخاب می‌کنیم که ۴۰۰ نفر از آنان پسر هستند. نسبت پارامتر پسران به آماره دختران کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad \boxed{4}$$

$$\frac{3}{2} \quad \boxed{3}$$

$$2 \quad \boxed{2}$$

$$1 \quad \boxed{1}$$

۱۶۷.

$$400 \text{ پسر} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 400 \text{ پسر} \\ 400 \text{ دختر} \end{array} \right. \text{تعداد کل جامعه آماری} = 800$$

$$600 \text{ نمونه} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 400 \text{ پسر} \\ 200 \text{ دختر} \end{array} \right. \text{تعداد کل نمونه} = 600$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{پارامتر پسران} = \frac{\text{تعداد پسران جامعه}}{\text{تعداد کل جامعه}} = \frac{400}{800} = \frac{1}{2} \\ \text{آماره دختران} = \frac{\text{تعداد دختران نمونه}}{\text{تعداد کل نمونه}} = \frac{200}{600} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۱ ۲ ۳ ۴



- آمار: ۱. مطالعه نحوه جمع آوری داده‌ها، ۲. سازماندهی، ۳. تحلیل و تفسیر داده‌ها و ۴. تصمیم‌گیری و پیش‌بینی.  
 خواستون پاشو برای آمار، ترتیب مراحل گفته‌شده مهمه.

## تمرین‌کنشی

۱۶۸. هدف از علم آمار چیست؟

- ۱ جمع آوری داده‌ها  
 ۲ تفسیر داده‌ها  
 ۳ مطالعه  
 ۴ پیش‌بینی

۱۶۹. مرحله دوم از علم آمار کدام است؟

- ۱ نحوه جمع آوری داده‌ها  
 ۲ سازماندهی  
 ۳ تفسیر  
 ۴ نتیجه‌گیری

۱۷۰. کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ پس از جمع آوری داده‌ها به تحلیل و تفسیر آن پرداخته می‌شود.  
 ۲ نتیجه علم آمار، پیش‌بینی است.  
 ۳ در علم آمار، پس از تحلیل و تفسیر به تصمیم‌گیری می‌پردازیم.  
 ۴ علم آمار، مجموعه‌ای از ارقام و اطلاعات است.

۱۶۸. گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

۱۶۹. گزینه ۱ ۲ ۳ ۴

۱۷۰. بعد از جمع آوری داده‌ها باید داده‌ها رو سازماندهی کنیم، بعد از سازماندهی می‌رسیم به تحلیل و تفسیر.

گزینه ۱ ۲ ۳ ۴



## کنکور آزمون ۱

۴۰۴. تابع درآمد شرکتی به ازای تولید  $x$  واحد از یک کالای مصرفی به صورت  $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 8x$  و تابع هزینه آن به صورت  $C(x) = 4x + b$  است. اگر فاصله دو نقطه سربه سر تابع سود این شرکت، ۱۲ واحد کالا باشد، مقدار  $b$  کدام است؟ (سراسری ۱۳۰۰)

- ۱) ۵      ۲) ۶      ۳) ۷      ۴) ۸

۴۰۵. مجموع ریشه های معادله  $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$ ، کدام است؟ (سراسری ۹۹)

- ۱) -۴      ۲) ۴      ۳) ۶      ۴) ۱۲

۴۰۶. اگر رابطه  $\{(3, a+2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a-b)\}$ ، یک تابع باشد،  $a^2 - b^2$  کدام است؟ (سراسری ۹۸)

- ۱) ۳      ۲) ۴      ۳) ۵      ۴) ۶

۴۰۷. اگر تابع درآمد به صورت  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 28x$  و تابع هزینه  $y = 16x + 55$  باشد، ماکسیم مقدار سود، کدام است؟ (قاج از کشور ۹۸)

- ۱) ۴۵      ۲) ۴۸      ۳) ۵۳      ۴) ۵۷

۴۰۸. سهمی  $y = -\frac{1}{3}x^2 + ax + b$  با خط  $y = 13 - x$ ، در دو نقطه به طول های ۲ و ۸، متقاطع اند. مختصات رأس این سهمی، کدام است؟ (سراسری ۹۹)

- ۱) (۱, ۹)      ۲) (۳, ۹)      ۳) (۳, ۱۲)      ۴) (۴, ۱۳)

۴۰۹. اگر  $f = \{(5, 3), (1, 5), (3, 4), (6, 2)\}$  و  $g = \{(3, 2), (5, 6), (1, 2), (2, 1)\}$

باشند، برد تابع  $\frac{f+g}{f}$ ، کدام است؟ (قاج از کشور ۹۹)

- ۱)  $\{1/4, 1/5, 3\}$       ۲)  $\{1/5, 1/8, 3\}$       ۳)  $\{1, 1/4, 4\}$       ۴)  $\{1, 2/5, 4\}$

۴۱۰. ضابطه تابع  $y = [-2x + |x|] + x$  در دامنه  $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ ، کدام است؟ (سراسری ۱۳۰۰)

- ۱)  $-2x$       ۲)  $x+1$       ۳)  $x-2$       ۴)  $2x + \frac{1}{3}$





$$\Rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = 4 \end{cases}$$

اعداد به دست آمده مخرج هیچ کدوم از کسرهای اولیه رو صفر نمی کنه؛ پس هر دو قابل قبوله.  
مجموع ریشه‌ها =  $8 + 4 = 12$

۴۰۶) گزینه ۳ شرط تابع بودن تو نمایش زوج مرتبی اینه که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه اول یکسان نداشته باشن و اگه مؤلفه‌های اول اون‌ها یکسان بود حتماً مؤلفه‌های دوم هم برابر باشن.  
دو زوج مرتب  $(5, 2a - b)$  و  $(5, 4)$  مؤلفه اول یکسان دارن پس باید مؤلفه دوم اون‌ها هم یکسان باشه.

$$2a - b = 4 \quad (1)$$

دو زوج مرتب  $(3, a + 2b)$  و  $(3, 7)$  مؤلفه اول برابر دارن پس:  
هر دو رابطه (۱) و (۲) باید برقرار باشن در نتیجه:

$$\begin{cases} 2a - b = 4 \\ a + 2b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 4 \\ -2a - 4b = -14 \end{cases} \\ -5b = -10 \Rightarrow b = 2$$

حال با قرار دادن مقدار  $b$  در رابطه (۱) یا (۲) مقدار  $a$  به دست میاد.

$$2a - b = 4 \xrightarrow{b=2} 2a - 2 = 4 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

پس داریم:  $\{(3, 7), (5, 4), (7, 2)\}$

$$\xrightarrow{\text{خواستۀ سؤال}} a^2 - b^2 \xrightarrow{\frac{a=3}{b=2}} (3)^2 - (2)^2 = 9 - 4 = 5$$

۴۰۷) گزینه ۳

ابتدا تابع سود رو محاسبه می کنیم:

$$\text{سود} = -\frac{1}{3}x^2 + 12x - 55 = (-\frac{1}{3}x^2 + 28x) - (16x + 55) = -\frac{1}{3}x^2 + 12x - 55$$

حال مقدار ماکسیمم این تابع رو به دست میاریم:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-\frac{1}{3})} = \frac{-12}{-\frac{2}{3}} = \frac{-12 \times 3}{1 \times -2} = 18$$

$$\text{تابع سود} = -\frac{1}{3}x^2 + 12x - 55 \xrightarrow{x=18}$$

$$\text{مکسیم مقدار سود} = \frac{-1}{3}(18)^2 + 12(18) - 55 = -108 + 216 - 55 = 53$$

برای به دست آوردن نقاط تقاطع، ضابطه دو تابع رو برابر قرار می‌دیم: **ف۰۸** گزینه ۴

$$\frac{-1}{3}x^2 + ax + b = 13 - x \xrightarrow{x=2} \frac{-1}{3}(2)^2 + a(2) + b = 13 - 2$$

$$\Rightarrow -2 + 2a + b = 11 \Rightarrow 2a + b = 13$$

$$\xrightarrow{x=8} \frac{-1}{3}(8)^2 + a(8) + b = 13 - 8 \Rightarrow -32 + 8a + b = 5 \Rightarrow 8a + b = 37$$

$$\begin{cases} 2a + b = 13 \\ 8a + b = 37 \end{cases} \Rightarrow (2a + b) - (8a + b) = 13 - 37$$

$$\Rightarrow -6a = -24 \Rightarrow a = 4$$

$$\xrightarrow{2a+b=13} 2(4) + b = 13 \Rightarrow b = 13 - 8 = 5$$

$$\text{سهمی } y = \frac{-1}{3}x^2 + ax + b \xrightarrow{\substack{a=4 \\ b=5}} y = \frac{-1}{3}x^2 + 4x + 5$$

$$\text{رأس سهمی} : \left( \frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right) = \left( \frac{-4}{2\left(\frac{-1}{3}\right)}, \frac{-(4^2 - 4\left(\frac{-1}{3}\right)(5))}{4\left(\frac{-1}{3}\right)} \right) = \left( \frac{-4}{-\frac{2}{3}}, \frac{-(16+20)}{-\frac{4}{3}} \right) = (6, 13)$$

$$f + g: D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{5, 1, 3, 6\} \cap \{3, 5, 1, 2\} = \{5, 1, 3\}$$

**ف۰۹** گزینه ۱

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$\xrightarrow{x=5} (f + g)(5) = f(5) + g(5) = 3 + 6 = 9$$

$$\xrightarrow{x=1} (f + g)(1) = f(1) + g(1) = 5 + 2 = 7$$

$$\xrightarrow{x=3} (f + g)(3) = f(3) + g(3) = 4 + 2 = 6$$

$$f + g = \{(5, 9), (1, 7), (3, 6)\}$$

$$\frac{f+g}{f}: D_{\frac{f+g}{f}} = D_{f+g} \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\} = \{5, 1, 3\}$$

$$\left(\frac{f+g}{f}\right)(x) = \frac{(f+g)(x)}{f(x)}$$

$$\xrightarrow{x=5} \left(\frac{f+g}{f}\right)(5) = \frac{(f+g)(5)}{f(5)} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\xrightarrow{x=1} \left(\frac{f+g}{f}\right)(1) = \frac{(f+g)(1)}{f(1)} = \frac{7}{5} = 1/4$$

$$\xrightarrow{x=3} \left(\frac{f+g}{f}\right)(3) = \frac{(f+g)(3)}{f(3)} = \frac{6}{4} = 1/5$$

$$\text{برد} = \{3, 1/4, 1/5\}$$

۴۱۰) گزینه ۲ از داخلی‌ترین شروع می‌کنیم یعنی  $|x|$ ، با توجه به دامنه داده‌شده پس:  $|x| = -x$

$$y = [-2x - x] + x \Rightarrow y = [-3x] + x$$

$$\text{از طرفی } \frac{-1}{3} < x < \frac{-2}{3} \text{ پس اگر طرفین رو در } -3 \text{ ضرب کنیم داریم: } 1 < -3x < 2$$

خواهستون باشه چون تو عدد منفی ضرب کردیم جهت نامساوی‌ها تغییر می‌کنه

$$1 < -3x < 2 \Rightarrow [-3x] = 1$$

$$y = 1 + x$$

پس:

۴۱۱) گزینه ۴

$$9, 11, 12, 14, 14, 15, 15, 15, 16, 20$$

ابتدا داده‌ها را به ترتیب می‌نویسیم:

$$11, 12, 14, 14, 15, 15, 15, 16$$

با حذف ۹ و ۲۰ داریم:

برای به‌دست آوردن انحراف معیار به میانگین نیاز داریم:

$$\bar{x} = \frac{11+12+14+14+15+15+15+16}{8} = \frac{112}{8} = 14$$