

## فصل اول

# عدد و الگوهای عددی

- الگوهای عددی
- الگوهای هندسی
- الگوهای گردش
- عددنویسی
- تعداد ارقام - شماره گذاری
- بخش پذیری و محاسبه باقیمانده
- اصل ضرب - شمارش
- اعداد صحیح
- جمع و تفریق اعداد صحیح



مقدمه

سلام! فصل اول کتاب شامل مطالب مهم (الگوها- عددنویسی- الگوی عددنویسی- بخش پذیری- اعداد صحیح) می باشد. هر سه بخش به نوعی با عدد در ارتباطند؛ ولی این تنها نقطه‌ی مشترک است! و از نظر نوع کار این چند بخش کاملاً مستقل از هم‌اند و شاید علت آن که مؤلفان کتاب‌های درسی هر سه را در یک بخش در ابتدای کتاب آورده‌اند، این است که پیش نیاز خوبی برای سایر فصل‌هاست!

🔗 **الگوهای عددی:** در سال‌های قبل با انواع و اقسام الگوهای عددی و هندسی آشنا شدید!

اعداد طبیعی خود یک دنباله‌ای را تشکیل می‌دهند که هر عدد از قبلی یک واحد بیشتر است:

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ... (اعداد طبیعی)

🔗 **مضرب:** اگر اعداد طبیعی را در عددی مثل ۳ ضرب کنیم، اعدادی حاصل می‌شود که به آن‌ها مضارب ۳ می‌گوییم.

مثلاً ۳, ۶, ۹ که دنباله‌ی مضارب ۳ چنین است: ۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵, ۱۸, ...

نکته



هر دنباله از اعداد که فاصله هر دو عدد متوالی مقداری ثابت باشد، به مضارب طبیعی عددی مربوط است که همان فاصله دو عدد است!  
مثلاً اگر اعداد در یک دنباله ۷ تا ۷ تا اضافه شوند، قاعده‌ی الگو به مضارب‌های ۷ مربوط می‌شود.

پرسش نمونه

۳, ۱۰, ۱۷, ۲۴, ...

۱) در الگوی زیر، عدد صدم چند است؟

**راه‌حل:** روش مقابل، یعنی پیدا کردن الگو. اگر بدانیم باید به مضارب ۷ ربط بدهیم، کار خیلی سفت نیست!

$$\text{اولی} = ۳ = ۱ \times ۷ - ۴$$

$$\text{دومی} = ۱۰ = ۲ \times ۷ - ۴$$

$$\text{سومی} = ۱۷ = ۳ \times ۷ - ۴$$

$$\text{صدمی} = ? = ۱۰۰ \times ۷ - ۴ = ۷۰۰ - ۴ = ۶۹۶$$

۲) در الگوی مثال قبل، عدد ۱۴۳ چندمین عدد الگو است؟

**راه‌حل:** با توجه به رابطه‌ای که در مثال قبل پیدا کردیم، مسیر برعکس عملیات را انجام می‌دهیم؛ یعنی با ۴ جمع می‌زنیم و بر ۷ تقسیم می‌کنیم.

$$? \times ۷ - ۴ = ۱۴۳$$

$$۱۴۳ + ۴ = ۱۴۷$$

$$۱۴۷ \div ۷ = ۲۱$$

بیست و یکمین عدد است.

شماره‌ی عدد  $2 \times \dots$  و ۸ و ۶ و ۴ و ۲

۱- شماره‌ی عدد  $2 \times \dots$  و ۷ و ۵ و ۳ و ۱

$$2 \times ۱۳ - ۱ = ۲۵$$

الگوی اعداد فرد و اعداد زوج را که حتماً می‌دانید:

سیزدهمین عدد فرد کدام است؟



نکته: در مورد اعداد زوج و فرد و جمع و تفریق و ضرب آن‌ها نکات زیر واضح است:

$$\begin{aligned} \text{زوج} &= \text{فرد} + \text{فرد} & \text{فرد} &= \text{فرد} \times \text{فرد} \\ \text{فرد} &= \text{زوج} + \text{زوج} & \text{زوج} &= \text{زوج} \times \text{زوج} \\ \text{زوج} &= \text{زوج} + \text{زوج} & \text{زوج} &= \text{زوج} \times \text{زوج} \end{aligned}$$

یعنی ضرب دو عدد فقط در یک حالت فرد است: هر دو فرد باشند.

جمع یا تفریق هم فقط در یک حالت فرد است: یکی زوج و یکی فرد باشد.

اندازه‌ی اضلاع مستطیلی اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ هستند؛ اگر مساحت آن ۳۸ باشد، محیط آن چند است؟

راه‌حل: ۳۸ عددی زوج است و برابر است با  $2 \times 19$  پس طول و عرض ۱۹ و ۲ است، محیط مستطیل برابر است با:  $2 \times (19 + 2) = 42$

🌟 الگوهای دیگر:

### پرسش نمونه

عدد بیستم هر الگوی زیر را معلوم کنید (پس از پیدا کردن رابطه).

... و ۱۵ و ۱۰ و ۶ و ۳ و ۱ (ج) ... و ۲۹ و ۲۰ و ۱۵ و ۶ (ب) ... و ۲۵ و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱ (الف)

راه‌حل: (الف) این الگو دنباله اعداد مربعی است که سال پیش هم در کتاب درسی دیده بودید.

این اعداد مساحت مربع‌هایی به اضلاع اعداد متوالی است:  $1 \times 1$  و  $2 \times 2$  و  $3 \times 3$  و ..... و  $20 \times 20 = 400$

(ب) راه اول: این یک الگوی ترکیبی است:

(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	....	(۲۰)
۶	۱۵	۲۰	۲۹		?
↓	↓	↓	↓		↓
$1 \times 7 - 1$	$2 \times 7 + 1$	$3 \times 7 - 1$	$4 \times 7 + 1$		$20 \times 7 + 1 = 141$

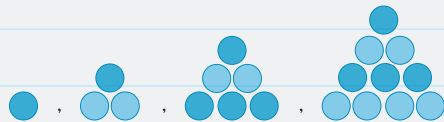
اعداد شماره زوج (+۱) دارند. یعنی به علاوه یک می‌شوند.

اعداد شماره فرد (-۱) دارند. یعنی منهای یک می‌شوند؛ مثلاً اگر در دنباله بالا، عدد یازدهم را می‌فواستیم:  $11 \times 7 - 1 = 76$

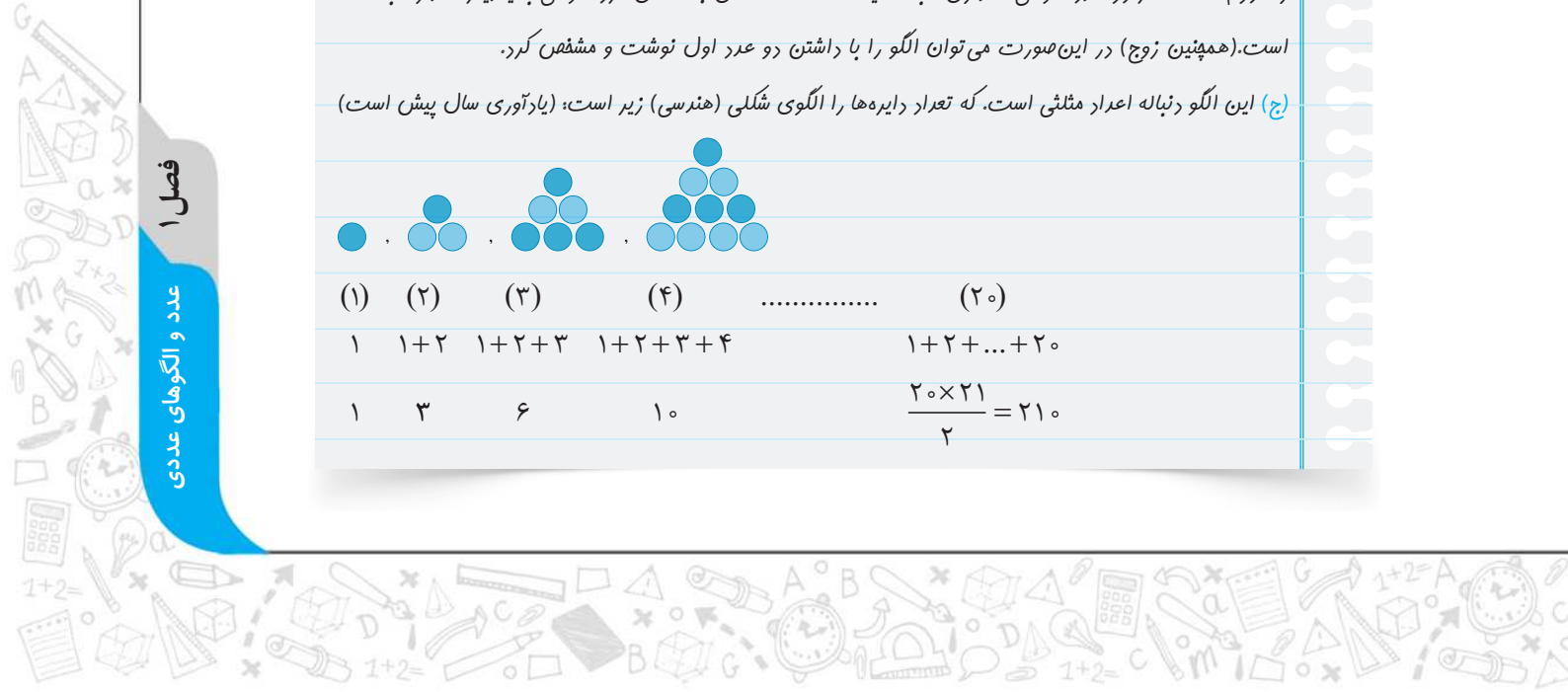
راه دوم: فاصله هر دو عدد متوالی مقداری ثابت نیست؛ اما فاصله‌ی جمله‌های فرد متوالی با یکدیگر مقدار ثابت ۱۴

است. (همچنین زوج) در این صورت می‌توان الگو را با داشتن دو عدد اول نوشت و مشخص کرد.

(ج) این الگو دنباله اعداد مثلثی است. که تعداد دایره‌ها را الگوی شکلی (هندسی) زیر است: (یادآوری سال پیش است)



(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	.....	(۲۰)
۱	$1+2$	$1+2+3$	$1+2+3+4$		$1+2+\dots+20$
۱	۳	۶	۱۰		$\frac{20 \times 21}{2} = 210$



یادآوری: مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا هر عددی برابر است با:

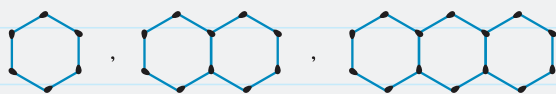
$$\frac{\text{یکی بیشتر} \times \text{آخرین عدد}}{۲} \quad (\text{رابطه گاوس})$$

الگوهای هندسی

برای حل مسائل مربوط به این بخش ۲ راه دارید، یا الگو را از روی شکل پیدا کنید و جواب را بیابید، یا اینکه دنباله‌ی عددی بسازید و مشابه مثال‌های قبل عمل کنید! ولی اشتباه نکنید راه دوم همیشه ساده‌تر نیست! مثال‌های زیر را ببینید:

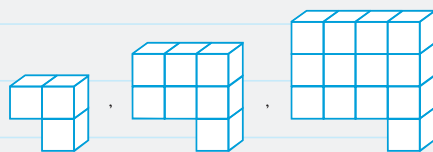
پرسش نمونه

۱) در الگوی شکل مقابل، شکل بیستم با چند چوب‌کبریت ساخته می‌شود؟!



راه‌حل: شکل اول ۶ چوب‌کبریت و هر شکل ۵ تا اضافه می‌شود؛  
 الگوی عددی آن بر این صورت است:  
 $۶ \quad ۱۱ \quad ۱۶ \quad ۲۱$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $۱ \times ۵ + ۱ \quad ۲ \times ۵ + ۱ \quad ۳ \times ۵ + ۱ \quad ۴ \times ۵ + ۱$   
 شکل بیستم  $۲۰ \times ۵ + ۱ = ۱۰۱$

۲) الف): در شکل مقابل، در بیستمین شکل چند مکعب داریم؟



ب): تعداد مکعب‌های کدام شکل ۱۱۱ تا است؟

راه‌حل: الف): تعداد مکعب‌ها را در شکل‌ها به این ترتیب به الگو تبدیل می‌کنیم:

(۱)	(۲)	(۳)	...	(۲۰)
$۳ = ۱ \times ۲ + ۱$	$۷ = ۲ \times ۳ + ۱$	$۱۳ = ۳ \times ۴ + ۱$	...	$۲۰ \times ۲۱ + ۱ = ۴۲۱ \checkmark$

ب): یک واحد کم می‌کنیم ۱۱۰ به دست می‌آید که حاصل ضرب دو عدد متوالی باید باشد:  $۱۱۰ = ۱۰ \times ۱۱$   
 پس در شکل دهم تعداد مکعب‌ها ۱۱۱ است.

۳) به چند طریق می‌توان اعداد متوالی نوشت به طوریکه مجموع آنها ۳۰ باشد؟ همه را بنویسید.

راه‌حل: دو عدد متوالی حاصل جمع فرد دارند! پس به شکل مجموع دو عدد متوالی امکان ندارد!

سه عدد امکان‌پذیر است، عدد وسطی میانگین کل عدد است.

وسطی  $۳۰ \div ۳ = ۱۰$   
 $۹$  و  $۱۰$  و  $۱۱ \rightarrow$  جمع  $= ۳۰$

جمع ۴ عدد امکان دارد؛ میانگین عدد  $۷/۵$  است که وسط کار یا می‌گیرد! و دو طرف آن ۷ و ۸ هستند!

در این یا میانگین جزو فرد ۴ عدد نیست!  
 $۶ + ۷ + ۸ + ۹ = ۳۰$

جمع ۵ عدد، وسطی  $۳۰ \div ۵ = ۶$ ، پس ۵ عدد پنین اند:  $۴$  و  $۵$  و  $۶$  و  $۷$  و  $۸$

جمع ۶ عدد، امکان ندارد! و... حالت‌های دیگر ممکن نیست. پس به ۳ حالت توانستیم، عدد ۳۰ را به شکل مجموع

پنر عدد طبیعی متوالی بنویسیم.



اگر تعداد اعداد متوالی فرد باشد، میانگین آن‌ها عدد وسطی است و اگر زوج باشد، میانگین دو عدد وسط است.

### الگوهای تکرار شونده



الگوهایی که دو یا چند عدد مرتباً تکرار شوند، الگوی تکرار شونده می‌نامیم. مثلاً دنباله زیر را ببینید:  
 ۱۳۴۵۷۱۳۴۵۷۱۳۴۵۷ ....  
 ۵ رقم ۱، ۳، ۴، ۵، ۷ مرتباً تکرار می‌شوند. چون ۵ رقم تکرار می‌شود، اصطلاحاً گفته می‌شود دوره گردش ۵ تایی است. در این صورت شماره شکل را باید بر ۵ تقسیم کرد و به باقی مانده توجه کرد. مثال‌های زیر را ببینید:

#### پرسش نمونه

۱) اگر امروز سه‌شنبه باشد، صد روز بعد چند شنبه است؟

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 7} \\ 98 \phantom{0} \\ \underline{2} \phantom{0} \end{array}$$

راه‌حل: چون ایام ۷ هفته ۷ روز است که مرتباً تکرار می‌شود، پس صد را بر ۷ تقسیم می‌کنیم و چون باقی‌مانده ۲ است، دو روز جلو تر می‌رویم، می‌شود پنجشنبه.

۲) در الگوی عددی زیر سی‌امین رقم کدام است؟  
 ۱۳۵۷۹۰۱۳۵۷۹۰۱۳۵۷۹۰ ....

راه‌حل: دوره گردش ۶ تایی است. پس سی را بر ۶ تقسیم می‌کنیم، چون بخش پذیر است، پس ششمین عدد دنباله پاسخ سؤال است. یعنی رقم صفر.

### یادآوری عددنویسی

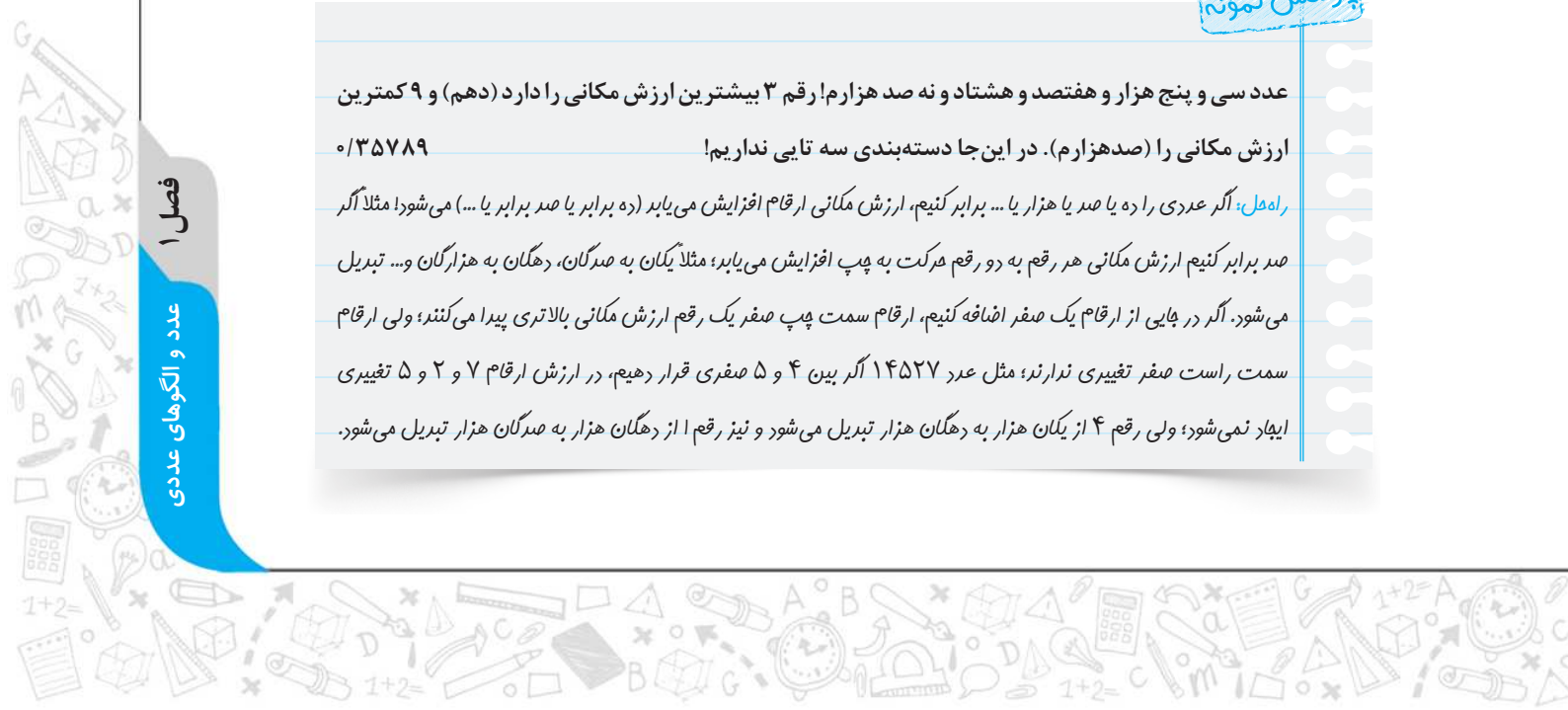


این بخش هم در ادامه‌ی مباحثی است که سال‌های قبل خوانده‌اید و دیده‌اید! برای پیدا کردن جایگاه ارقام در یک عدد (مرتبه‌ی ارقام) کافی است از سمت راست ۳ رقم ۳ رقم، جدا کنیم. دسته‌ها به ترتیب از سمت راست یکی‌ها (یکان - دهگان - صدگان) هزارتایی‌ها (یکان هزار، دهگان هزار، صدگان هزار) و دسته میلیون و میلیارد است!  
 مثلاً عدد شصت و چهار میلیارد و سیزده میلیون و چهارصد و پنجاه و نه هزار و هشت چنین است:  
 ۶۴۰۱۳۴۵۹۰۰۸  
 رقم ۸ کمترین ارزش مکانی را دارد (یکان) و رقم ۶ بیشترین ارزش مکانی (دهگان میلیارد).  
 بخش‌های اعشاری: در اعشاری ارزش مکانی مثل بخش صحیح است یعنی هرچه به راست برویم ارزش کمتر می‌شود.

#### پرسش نمونه

عدد سی و پنج هزار و هفتصد و هشتاد و نه صد هزارم! رقم ۳ بیشترین ارزش مکانی را دارد (دهم) و ۹ کمترین ارزش مکانی را (صد هزارم). در این جا دسته‌بندی سه تایی نداریم!  
 ۰/۳۵۷۸۹

راه‌حل: اگر عددی را ده یا صد یا هزار یا ... برابر کنیم، ارزش مکانی ارقام افزایش می‌یابد (ده برابر یا صد برابر یا ... می‌شود! مثلاً اگر صد برابر کنیم ارزش مکانی هر رقم به دو رقم حرکت به چپ افزایش می‌یابد؛ مثلاً یکان به صدگان، دهگان به هزارگان و ... تبدیل می‌شود. اگر در جایی از ارقام یک صفر اضافه کنیم، ارقام سمت چپ صفر یک رقم ارزش مکانی بالاتری پیدا می‌کنند؛ ولی ارقام سمت راست صفر تغییری ندارند؛ مثل عدد ۱۴۵۲۷ اگر بین ۴ و ۵ صفری قرار دهیم، در ارزش ارقام ۴ و ۵ تغییری ایجاد نمی‌شود؛ ولی رقم ۴ از یکان هزار به دهگان هزار تبدیل می‌شود و نیز رقم ۱ از دهگان هزار به صدگان هزار تبدیل می‌شود.



🔗 **مقایسه دو عدد:** همیشه از تعداد ارقام صحیح شروع می‌کنیم، هر عدد که تعداد ارقام بیشتری (در بخش صحیح خود) داشته باشد، بزرگ‌تر است؛ اگر در این قسمت مساوی بودند، ارقام را از چپ به راست دوبه‌دو مقایسه می‌کنیم (یعنی ابتدا ارقامی که ارزش مکانی بیشتری دارند؛ مثلاً مقایسه‌ی ۷۰۴۱۳۷۴۹۵۱ و ۸۲۹۹۹۴۸۹۹ به راحتی معلوم است که عدد اولی بزرگ‌تر است؛ چون ده رقمی و عدد دیگر ۹ رقمی؛ ولی در مقایسه با دو عدد ۷۰۴۱۳۷۴۹۵۱ و ۷۰۴۲۰۹۹۹۹۸ عدد سمت چپی بزرگ‌تر است؛ چون از ۷ و صفر و ۴ بگذریم، رقم بعدی یکی ۱ و دیگری ۲ است و واضح است که بزرگ‌تر است!

**پرسش نمونه**

۱ روی ۹ کارت ارقام مقابل نوشته شده است. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد ۹ رقمی که می‌توان



با این کارت‌ها نمایش داد چه قدر است؟

$$۷۶۵۵۴۲۱۰۰$$

راه‌حل: اعداد مقابل را سافته از هم کم می‌کنیم:

$$-۱۰۰۲۴۵۵۶۷$$

$$۶۶۵۲۹۶۵۳۳$$

$$۶۶۵۲۹۶۵۳۳$$

۲ حداکثر چه قدر به عدد ۳۹۴۹۵۱۶ اضافه کنیم تا تعداد رقم‌های عدد عوض نشود؟

راه‌حل: عدد داده شده عددی ۷ رقمی است. بزرگ‌ترین عدد ۷ رقمی ۹۹۹۹۹۹۹ است که می‌توانیم داشته باشیم؛

$$۹۹۹۹۹۹۹$$

پس اگر عدد ۶۰۵۰۴۸۳ را به عدد داده شده اضافه کنیم به بزرگ‌ترین عدد ۷ رقمی می‌رسیم

$$-۳۹۴۹۵۱۶$$

ولی ۸ رقمی نمی‌شود!

$$۶۰۵۰۴۸۳$$

**بخش پذیری**

اگر عددی را بر عدد دومی تقسیم کنیم و بدون پیشروی در اعشار باقی‌مانده صفر شود، می‌گوییم اولی بر دومی بخش پذیر است؛ مثلاً عدد ۶۸ بر ۱۷ بخش پذیر است:

$$\begin{array}{r} ۶۸ \overline{) ۱۱۷} \\ - ۶۸ \quad ۴ \\ \hline ۰ \end{array}$$

برای سرعت در کار قواعد بخش پذیری برخی اعداد را یاد گرفته و از قواعد استفاده می‌کنیم. برخی از این قواعد چنین‌اند:

۱ **بخش پذیری بر ۲:** عددی که یکنانش زوج باشد، بر ۲ بخش پذیر است. ارقام زوج عبارت‌اند از ۰، ۲، ۴، ۶ و ۸

در چنین حالتی باقی‌مانده صفر است. و اگر عدد فرد باشد بخش پذیر نیست و باقی‌مانده‌اش بر ۲ برابر ۱ است. (چرا؟)

مثلاً اعداد ۱۲ و ۷۴۸ و ۱۰۱۱۲ بر ۲ بخش پذیرند؛ ولی اعداد ۴۸۷۹ و ۳۰۰۷۱۳ بر ۲ بخش پذیر نیستند و اگر بر ۲ تقسیم کنیم باقی‌مانده برابر ۱ می‌شود!

۲ **بخش پذیری بر ۳ (و باقی‌مانده):** اعدادی بر ۳ بخش پذیرند که جمع ارقام آن‌ها بر ۳ بخش پذیر باشد. این قاعده را می‌توان برای عدد به دست آمده هم تکرار کرد. مثل عدد ۸۹۵۳۷۱۴۵ که داریم:

$$۸ + ۹ + ۵ + ۳ + ۷ + ۱ + ۴ + ۵ = ۴۲ \Rightarrow ۴ + ۲ = ۶ \Rightarrow \text{بر ۳ بخش پذیر است}$$

**محاسبه‌ی باقی‌مانده:** برای محاسبه‌ی باقی‌مانده‌ی تقسیم یک عدد بر ۳ جمع ارقام را حساب می‌کنیم و باقی‌مانده آن را بر ۳ حساب می‌کنیم.

البته می‌توان تا چند مرحله ارقام را جمع زد تا به عددی یک رقمی برسیم و باقی‌مانده ذهنی حساب شود!

### پرسش نمونه

باقی مانده‌ی تقسیم عدد ۳۷۴۸۵۷ بر ۳ چند است؟

راه‌حل: جمع ارقام:  $۳ + ۷ + ۴ + ۸ + ۵ + ۷ = ۳۴ \Rightarrow ۳ + ۴ = ۷$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 3} \\ \underline{2} \\ 1 \end{array}$$

باقیمانده نهایی  $\rightarrow 1$

### ۳ بخش پذیری بر ۴

**قاعده اول:** اگر عددی ۲ رقم سمت راستش بر ۴ بخش پذیر باشد، عدد اصلی هم بر ۴ بخش پذیر است. مثل ۱۷۰۰ یا ۹۳۷۳۲ و .....  
**قاعده دوم:** اگر ۲ برابر دهگان + یکان بر ۴ بخش پذیر باشد، عدد اصلی هم بر ۴ بخش پذیر است.  
 بر ۴ بخش پذیر است  $\Rightarrow ۳۷۴۹۷۲ \Rightarrow ۲ \times ۷ + ۲ = ۱۴ + ۲ = ۱۶$   
**محاسبه باقی مانده:** با هر دو قاعده می توان باقی مانده‌ی تقسیم یک عدد بر ۴ را حساب کرد.  
**قاعده اول:** کافی است عدد دو رقمی سمت راست عدد را بر ۴ تقسیم کنیم و باقی مانده را حساب کنیم.  
**قاعده دوم:** ۲ برابر دهگان + یکان را حساب کرده و باقی مانده‌اش بر ۴ رابه دست می آوریم.

### پرسش نمونه

باقی مانده‌ی تقسیم ۱۷۴۹۷۹۳ را بر ۴ حساب کنید.

$$\begin{array}{r} 93 \overline{) 4} \\ \underline{23} \\ 8 \\ \underline{13} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 1 \end{array}$$

باقیمانده  $\rightarrow 1$

راه اول:  $۲ \times ۹ + ۳ = ۲۱$

$$\begin{array}{r} 21 \overline{) 4} \\ \underline{20} \\ 1 \end{array}$$

باقیمانده  $\rightarrow 1$

راه‌حل: از هر دو روش حساب می کنیم:

### ۴ بخش پذیری بر ۵

رقم یکان ۰ یا ۵ باشد عدد بر ۵ بخش پذیر است؛ مثل ۱۳۶۰ یا ۹۵ یا .....  
**محاسبه باقی مانده تقسیم بر ۵:** اگر رقم یکان کمتر از ۵ باشد، همان باقی مانده‌ی تقسیم بر ۵ است. و اگر بیشتر از ۵ بود، منهای ۵ می کنیم.  
 باقی مانده بر ۵:  $۷۶۴۳۹ \rightarrow ۹ - ۵ = ۴$   
 باقی مانده بر ۵:  $۳۷۹۶۳ \rightarrow ۳$

### ۵ بخش پذیری بر ۶

عددی بر ۶ بخش پذیر است که بر ۲ و ۳ بخش پذیر است.  
 مثال: عدد ۱۱۳۷۴۷۴ بر ۲ و ۳ بخش پذیر است.  
**محاسبه باقی مانده تقسیم بر ۶:** این جا کمی مراحل از قبلی ها پیچیده تر است! برای محاسبه باقی مانده بر ۶ کافی است «یکان + ۴ برابر مجموع سایر ارقام» را به دست آورده، بر ۶ تقسیم کنیم.

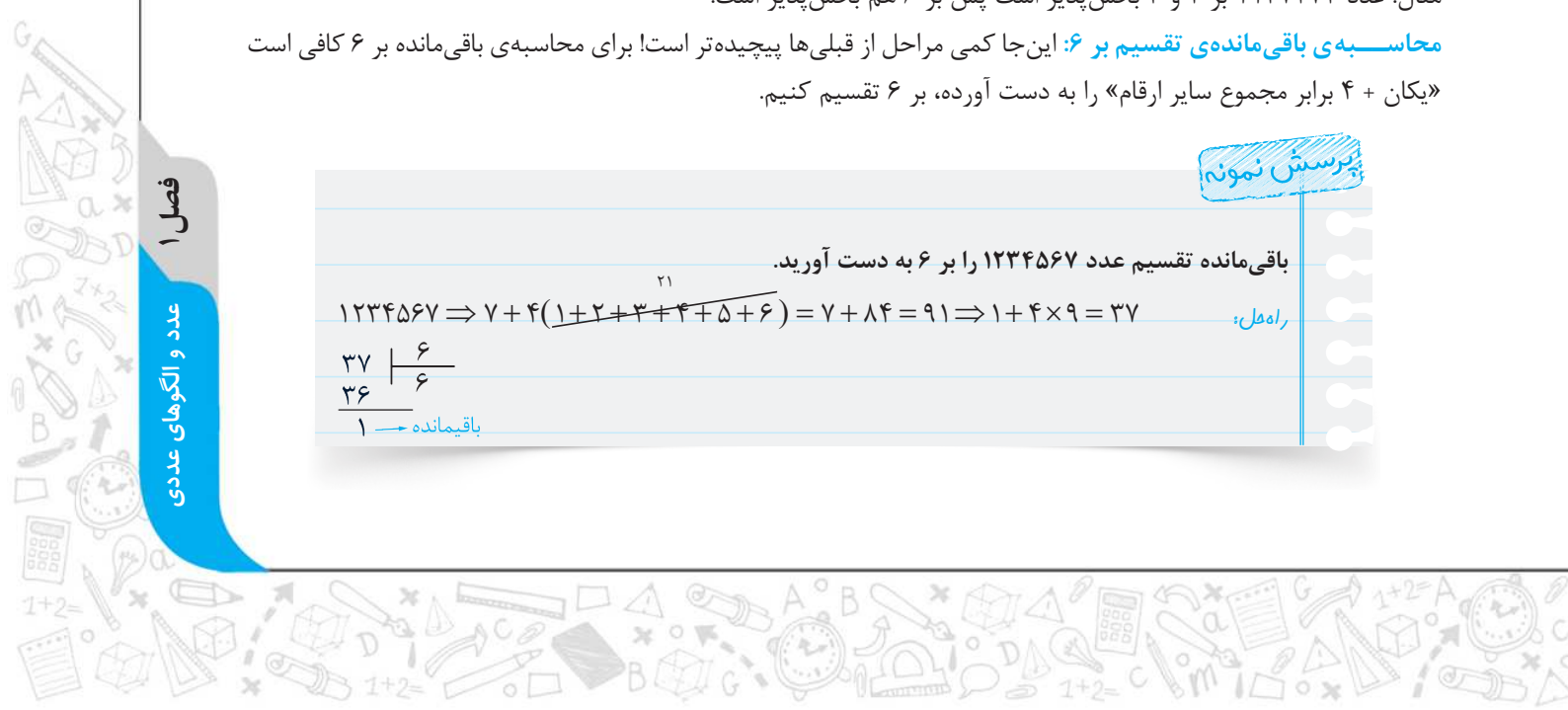
### پرسش نمونه

باقی مانده تقسیم عدد ۱۲۳۴۵۶۷ را بر ۶ به دست آورید.

راه‌حل:  $۱۲۳۴۵۶۷ \Rightarrow ۷ + ۴(۱+۲+۳+۴+۵+۶) = ۷ + ۸۴ = ۹۱ \Rightarrow ۱ + ۴ \times ۹ = ۳۷$

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 6} \\ \underline{36} \\ 1 \end{array}$$

باقیمانده  $\rightarrow 1$



۶ بخش پذیری بر ۷: اختلاف ۲ برابر یکان را با بقیه عدد حساب می‌کنیم؛ اگر بر ۷ بخش پذیر باشد، آن عدد بر ۷ بخش پذیر است.

**پرسش نمونه**

مثال‌های زیر را ببینید.

$\begin{array}{r} 91 \\ \times 2 \\ \hline 182 \\ \hline 91 \\ \hline 273 \end{array}$ $9 - 2 = 7$ ✓	$\begin{array}{r} 364 \\ \times 2 \\ \hline 728 \\ \hline 364 \\ \hline 1092 \end{array}$ $36 - 8 = 28$ ✓	$\begin{array}{r} 147 \\ \times 2 \\ \hline 294 \\ \hline 147 \\ \hline 441 \end{array}$ $14 - 14 = 0$ ✓	$\begin{array}{r} 119 \\ \times 2 \\ \hline 238 \\ \hline 119 \\ \hline 477 \end{array}$ $18 - 11 = 7$ ✓
--	---	--	--

**تذکر مهم:** برای محاسبه‌ی باقی‌مانده تقسیم بر ۷: نمی‌توان از قاعده بخش پذیری استفاده کرد. برای عدد ۷ نکته‌ای برای

باقی‌مانده نداریم! اگر لازم شد، تقسیم انجام دهید!

۷ بخش پذیری بر ۸: مشابه ۴ است. ۲ تا قاعده دارد. هر دو مشابه دو قاعده عدد ۴:

قاعده اول: سه رقم سمت راست عدد بر ۸ بخش پذیر باشد. مثل: ۱۳۰۰۰ یا ۱۴۸۰۸

قاعده دوم: (۴ برابر صدگان + ۲ برابر دهگان + یکان) بر ۸ بخش پذیر باشد.

**پرسش نمونه**

بخش پذیری ۷۵۳۱۲ بر ۸ را بررسی کنید.

راه اول:  $75312 \Rightarrow 4(3) + 2(1) + 2 = 16 \Rightarrow$  بر ۸ بخش پذیر است

محاسبه‌ی باقی‌مانده‌ی تقسیم بر ۸: از هر دو قاعده می‌توان استفاده کرد.

**پرسش نمونه**

باقی‌مانده‌ی تقسیم ۴۷۴۷۹۷۳ بر ۸ را به دست آورید.

$\begin{array}{r} 973 \overline{) 8} \\ \underline{8} \phantom{00} \\ 17 \phantom{0} \\ \underline{16} \phantom{0} \\ 13 \phantom{0} \\ \underline{8} \phantom{0} \\ 5 \phantom{0} \end{array}$ <p>باقیمانده ۵</p>	$4747973 \rightarrow 4(9) + 2(7) + 3 = 53$ $\begin{array}{r} 53 \overline{) 8} \\ \underline{48} \phantom{0} \\ 5 \phantom{0} \end{array}$ <p>باقیمانده ۵</p>	<p>راه اول:</p>
--	---	-----------------

۸ بخش پذیری بر ۹: کاملاً مثل عدد ۳ عمل می‌کنیم. هم بخش پذیری و هم محاسبه‌ی باقی‌مانده!

مثال: باقی‌مانده‌ی ۷۷۷۷۷۷۷۴۸ را بر ۹ به دست آورید.

محاسبه‌ی باقی‌مانده تقسیم بر ۹: مثل عدد ۳ عمل می‌کنیم.  $7+7+7+7+7+7+7+4+8=61 \Rightarrow 6+1=7$

۹ بخش پذیری بر ۱۰: رقم یکان صفر باشد.

محاسبه‌ی باقی‌مانده تقسیم بر ۱۰: یکان عدد! مثلاً عدد ۴۹۵۷ بر ۱۰ باقی‌مانده‌اش ۷ است (واضح است دیگر!).

۱۰ بخش پذیری بر ۱۱: ارقام عدد را یکی در میان به دو دسته تقسیم می‌کنیم. مجموع اعداد هر دو دسته را حساب کرده و اعداد

حاصل را از هم کم می‌کنیم. اگر عدد نهایی بر ۱۱ بخش پذیر باشد، آن عدد بر ۱۱ بخش پذیر است.

مثال: عدد ۱۳۷۲۸ بر ۱۱ بخش پذیر است.

$$1+7+8=16$$

$$16-5=11$$

$$3+2=5$$



**محاسبه‌ی باقی‌مانده تقسیم بر ۱۱:** مشابه قسمت قبل ارقام را به دو دسته تقسیم کرده و مجموع اعداد دسته‌ی اول (از سمت راست) را منهای مجموع ارقام دسته دوم می‌کنیم. به عدد حاصل دسته‌های ۱۱ تایی اضافه یا کم می‌کنیم تا به عددی از ۰ تا ۱۰ برسیم که همان باقی‌مانده‌ی تقسیم بر ۱۱ است.

## پرسش نمونه

مثال‌های زیر را ببینید...

$735$	$72539$	$8091$
$7-3+5=9$	$7-2+5-3+9$	$-8+0-9+1$
	$=16 \rightarrow 16-11=5$	$=-16 \rightarrow -16+22=6$

## نکته

عددی بر ۱۲ بخش پذیر است که بر ۳ و ۴ بخش پذیر باشد (۳ و ۴ بر هیچ عدد مشترکی بخش پذیر نیستند! ولی نمی‌توانستیم به جای ۳ و ۴ دو عدد ۲ و ۶ را بگوییم!)  
 عددی بر ۱۵ بخش پذیر است که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشد.  
 عددی بر ۱۸ بخش پذیر است که بر ۲ و ۹ بخش پذیر باشد. (نه ۳ و ۶)  
 عددی بر ۲۰ بخش پذیر است که بر ۴ و ۵ بخش پذیر باشد. (نه ۱۰ و ۱۲)

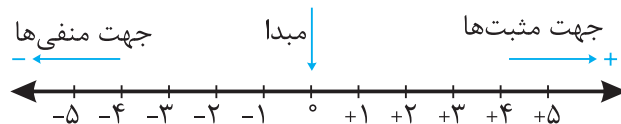
(۳) تمام اعداد بر ۱ بخش پذیرند!

(۴) صفر بر همه‌ی اعداد بخش پذیر است.

📌 **مقسوم‌علیه:** اعدادی که ۶ بر آن‌ها بخش پذیر است، مقسوم‌علیه‌های عدد ۶ می‌گوییم؛ مثل ۱، ۲، ۳، ۶ و می‌گوییم مثلاً ۲ مقسوم‌علیه عدد ۶ است و عدد ۶ دارای ۴ مقسوم‌علیه است.  
 مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۸ عبارتند از: ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸.  
 کوچک‌ترین مقسوم‌علیه هر عدد ۱ و بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه هر عدد خود عدد است.

## اعداد صحیح

حتماً شنیده‌اید دمای هوای زیر صفر را! یا ارتفاع فلان شهر پایین‌تر از سطح دریاست! ... اعدادی که تاکنون دیده‌اید مثل ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ... اعداد طبیعی نام دارند. حالا اگر صفر را مبدأ فرض کنیم، اعداد طبیعی اعداد صحیح مثبت نام می‌گیرند. قرینه‌ی این اعداد نسبت به مبدأ اعداد صحیح منفی‌اند.



دمای آب یخ‌زده را صفر فرض کنیم، سمت راست دما زیاد می‌شود و سمت چپ کم می‌شود.

- پس وقتی می‌نویسیم دمای ۷- درجه یعنی ۷ درجه پایین‌تر (سردتر) از صفر و ۳+ درجه یعنی ۳ درجه گرم‌تر از یخ و می‌خوانیم سه درجه بالای صفر. (دمای یخ را صفر در نظر گرفته‌ایم.)

- اگر سطح آب دریاها را صفر فرض کنیم و ارتفاع شهری از سطح دریا ۲+ متر باشد؛ یعنی ۲ متر بالاتر از سطح دریاست و اگر مثلاً ۵- باشد یعنی ۵ متر پایین‌تر از سطح دریاست.

- اگر ۱۲ ظهر را مبدأ فرض کنیم، ۳+ ساعت یعنی ۳ بعدازظهر و ۲- یعنی ۲ ساعت قبل از ظهر (یعنی ۱۰ صبح)

- اگر گل نخوردن و گل نزدن تیم ۰ باشد و آن را مبدأ محور در نظر بگیریم، آن گاه گل‌های خورده شده را با اعداد - و زده شده را با + نشان می‌دهیم مثلاً ۵ گل خورده می‌شود نقطه‌ی ۵- روی محور اعداد.

عدد صفر نه مثبت است نه منفی! علامت مثبت را می‌توان قرار نداد!  
 اعدادی مثل  $2/5-$  یا  $3 \frac{1}{5}+$  یا ... علامت‌دار هستند؛ ولی اعداد صحیح نیستند!

**مقایسه اعداد:** هر چه روی محور به سمت راست برویم اعداد بزرگ‌تر می‌شوند. پس  $3 < 7-$  یا  $4- < 8-$   
 عدد صفر از تمام اعداد منفی بزرگ‌تر است. بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی عدد ۱- است.

**قرینه‌ی اعداد صحیح:** قرینه‌ی هر عدد نسبت به صفر را قرینه آن عدد می‌نامیم؛ مثلاً قرینه ۵+ برابر است با ۵- می‌نویسیم:

$$- (+5) = -5 \quad - (-7) = +7$$

### جمع اعداد صحیح

عدد صفر در جمع خنثی حساب می‌شود، یعنی با هر عدد صحیح جمع شود، حاصل همان عدد است.

$$(+5) + 0 = 0 + (+5) = +5 \quad \text{یا} \quad (-14) + 0 = 0 + (-14) = -14$$

جمع هر عدد با قرینه‌اش برابر با صفر است.  $(-5) + (+5) = 0$        $(+7) + (-7) = 0$

دو عدد هم‌علامت در جمع به یکدیگر اضافه می‌شوند:  $(-7) + (-3) = -10$        $(+9) + (+7) = +16$

ولی اگر هم‌علامت نباشند یکدیگر را خنثی می‌کنند و علامت عدد بزرگ‌تر هر چه باشد، علامت عدد نهایی همان است:

$$(-5) + (+7) = \cancel{(-5)} + (+7) = (+2) = +2 \quad (-13) + (+10) = \cancel{(-10)} + (-3) = (-3) = -3$$

### تفریق اعداد صحیح

برای حل هر تفریق، کافی است آن را به جمع تبدیل کنیم و علامت عدد دوم را قرینه می‌کنیم و ادامه‌اش را نیز با نکاتی که در جمع یاد گرفتیم حل می‌کنیم:

$$13 - (-9) = 13 + (+9) = 13 + 9 = 22$$

$$-17 - (+11) = -17 + (-11) = -28$$

$$-11 - (-7) - (+13) = -11 + (+7) + (-13) = -4 + (-13) = -17$$

مختصرنویسی جمع: اگر علامت جمع و پرانتزها را حذف کنیم و هر عدد را با علامتش بنویسیم، مختصر نویسی جمع را انجام داده‌ایم!

$$(+7) + (-11) = 7 - 11$$

$$(-12) + (+19) + (-6) = -12 + 19 - 6$$

پس هر قیافه‌ای از تفریق را می‌توان فرض کرد عمل جمع بوده است و به جمع تبدیل کرد، علامت + قرار می‌دهیم و هر عدد را با علامتش در نظر می‌گیریم:

$$7 - 19 = 7 + (-19)$$

$$-13 - 17 + 40 = (-13) + (-17) + (+40)$$

### نکته

ضرب و تقسیم اعداد صحیح هم بماند برای سال بعد شما! در کتاب درسی حتی جمع و تفریق هم نیامده است.

به نظرم عجله در یادگیری ضرب و تقسیم باعث می‌شود جمع و تفریق را هم خوب یاد نگیرید.

در این بخش بر وسوسه خود غلبه کنید و اصلاً اصلاً سراغ ضرب و تقسیم نروید. اولیای محترم و معلمین عزیز نیز این قسمت را تدریس نخواهند کرد. چرا که در هیچ آزمونی مورد نیاز نیست و مربوط به کتاب سال‌های بعد است!

## دنباله‌ها و الگوهای عددی

- ۱ پنجمین عدد الگوی عددی زیر چیست؟
- ۱ (۸)      ۲ (۶)      ۳ (۱۰)      ۴ (۱۶)
- ۲ در اولین واگن بعد از لوکوموتیو ۱۰ جعبه گذاشته‌ایم و در هر واگن بعدی دو برابر واگن قبلیش جعبه گذاشتیم. در واگن پنجم چند جعبه گذاشته‌ایم؟
- ۱ (۱۰۰)      ۲ (۱۲۰)      ۳ (۱۴۰)      ۴ (۱۶۰)
- ۳ عدد بعدی دنباله زیر کدام است؟
- ۱ (۱۲۹)      ۲ (۱۲۸)      ۳ (۱۲۵)      ۴ (۱۱۹)
- ۴ هفدهمین عددی که در دنباله‌ی عددی زیر نوشته می‌شود کدام است؟
- ۱ (۸۰)      ۲ (۸۲)      ۳ (۷۲)      ۴ (۷۷)
- ۵ عدد بیستم دنباله‌ی روبه‌رو از عدد نوزدهم چقدر بیشتر است؟
- ۱ (۲۸)      ۲ (۳۰)      ۳ (۴۰)      ۴ (۴۸)
- ۶ عدد بیستم دنباله‌ی روبه‌رو کدام است؟
- ۱ (۳۹۹)      ۲ (۴۰۱)      ۳ (۱۰۲۳)      ۴ (۳۷۷)
- ۷ بیستمین عدد دنباله‌ی عددی روبه‌رو چند است؟
- ۱ (۸۱۰۰)      ۲ (۷۹۹۰)      ۳ (۸۰۱۰)      ۴ (۹۰۰۰)
- ۸ هفتمین عدد سری مقابل کدام است؟
- ۱ (۴۱)      ۲ (۴۲)      ۳ (۴۳)      ۴ (۸۵)
- ۹ فیبوناچی دنباله‌ای عددی معرفی کرد و اعتقاد داشت این دنباله در طبیعت کاربردهای زیادی دارد. (البته اعتقادش درست بود!) اولین و دومین عدد را ۱ فرض کرد، عدد سوم ۲، هر یک از اعداد بعدی جمع دو عدد قبلی. اولین عدد ۳ رقمی این دنباله چندمین عدد آن است؟
- ۱ (دوازدهم)      ۲ (سیزدهم)      ۳ (چهاردهم)      ۴ (یازدهم)
- ۱۰ اتومبیلی با سرعت اولیه ۱۲۰ کیلومتر در ساعت فاصله شوشتر-اندیمشک را در زمان یک ساعت طی می‌کند. اگر در هر ۱۵ دقیقه، این اتومبیل ۳۰ کیلومتر در ساعت از سرعت خود را کاهش داده باشد، فاصله این دو شهر چند کیلومتر است؟
- ۱ (۷۰ کیلومتر)      ۲ (۷۵ کیلومتر)      ۳ (۸۰ کیلومتر)      ۴ (۸۵ کیلومتر)
- ۱۱ اولین عدد ۱۰ در الگوی زیر چندمین عدد است؟
- ۱ (۴۶)      ۲ (۴۵)      ۳ (۵۵)      ۴ (۵۴)
- ۱۲ الگوی عددی را این چنین می‌سازیم: عدد اول و دوم به ترتیب ۵ و ۱۶ می‌باشند. از عدد دوم به بعد هر عدد برابر است با اختلاف دو عدد قبلی. حال به سؤالات ۱۲ تا ۱۵ در مورد این دنباله پاسخ دهید:
- دهمین عدد این الگو چند است؟
- ۱ (۵)      ۲ (۳)      ۳ (۶)      ۴ (۴)
- ۱۳ در بین صد عدد اول این الگو، چند بار رقم ۵ به کار رفته است؟
- ۱ (۱ بار)      ۲ (۳ بار)      ۳ (۵ بار)      ۴ (بیش از ۵ بار)

۱۴ مجموع کل صد عدد ابتدایی این دنباله عددی، برابر است با:

- ۹۸ (۱) ۱۱۷ (۲) ۸۹ (۳) ۱۱۹ (۴)

۱۵ هزارمین عدد این الگو چند است؟

- ۱ (۱) ۰ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴)

۱۶ محمد یک برنامه‌ی کامپیوتری نوشته است که با ورود یک عدد تحت قاعده‌ی خاصی، تعداد محدودی عدد چاپ می‌کند:

۷۷, ۴۹, ۳۶, ۱۸, ...

اگر عدد ۷۷ را وارد کند به ترتیب اعداد مقابل چاپ می‌شود:

حداکثر چه تعدادی عدد توسط چاپگر چاپ می‌شود؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴)

۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, ...

۱۷ صدمین عدد دنباله‌ی زیر از صدویکمین عدد دنباله چقدر کمتر است؟

- ۹۹ (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱۰۲ (۴)

۱۸ به الگوی عددی زیر دقت کنید. این الگو فقط با ارقام صفر و ۱ ساخته شده است. سی و دومین عدد این دنباله چند رقمی است؟

۱, ۱۰, ۱۱, ۱۰۰, ۱۰۱, ۱۱۰, ۱۱۱, ۱۰۰۰, ...

- ۵ (۱) رقمی ۶ (۲) رقمی ۸ (۳) رقمی ۹ (۴) رقمی

۱۹ دنباله‌ای چنین می‌سازیم. اولین عدد، هزار رقمی ۹۸...۹۹ می‌باشد (همه‌ی رقم‌ها به جز آخری، ۹ هستند) عدد بعدی جمع ارقام عدد قبلی است. نهمین عدد دنباله چند است؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴)

۲۰ دنباله‌ای را چنین می‌سازیم، عدد اول ۷، عدد دوم چنین ساخته می‌شود: عدد قبلی را در خودش ضرب کرده، مجموع ارقامش را به دست می‌آوریم:  $۷ \times ۷ = ۴۹$  و  $۴ + ۹ = ۱۳$  پس عدد دوم ۱۳ است. عدد بعدی نیز به همین ترتیب:

$$۱۳ \times ۱۳ = ۱۶۹ \rightarrow ۱ + ۶ + ۹ = ۱۶$$

در این صورت هزار و چهارصد و سی و ششمین عدد دنباله چند است؟

- ۱۲۴ (۱) ۱۰۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۶ (۴)

$\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \dots$

۲۱ بیستمین عدد دنباله‌ی عددی زیر کدام است؟

- $\frac{10}{11}$  (۱)  $\frac{10}{21}$  (۲)  $\frac{10}{22}$  (۳)  $\frac{10}{12}$  (۴)

۲۲ در جدول زیر  $x$  و  $y$  با هم ارتباط دارند. با توجه به اعداد نوشته شده، جای علامت؟ کدام عدد را قرار دهیم؟ (آزمون Timss)

X	۱	۲	۴	۷
Y	۱	؟	۷	۱۳

- ۱ (۱) ۲ (۲)

- ۳ (۳) ۴ (۴)

(۳۴, ۱۲), (۴۸, ۳۲), (۵۶, ۳۰), (۹۳, ?)

۲۳ با توجه به رابطه بین اعداد، به جای ؟ چه عددی قرار می‌گیرد؟

- ۲۷ (۱) ۱۲ (۲) ۳۹ (۳) ۶۳ (۴)

۱۳	۲۳	۲۷	۴۷	۵۹
۳	۶	۴	۶	؟

۲۴ به هر عدد ۲ رقمی، عددی یک رقمی نسبت داده‌ایم. عدد جای خالی کدام است؟

- صفر (۱) ۶ (۲)

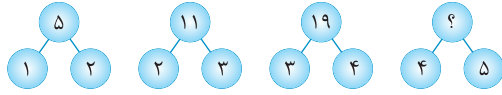
- ۷ (۳) ۴ (۴)

۲۸	۳۷	۴۹	۹۲	۷۷
۶	۱۱	۲۳	۷	؟

۲۵ با توجه به الگوی مقابل، عدد جای خالی در کدام گزینه آمده است؟

- ۱۳ (۱) ۴۲ (۲)

- ۳۵ (۳) ۲۵ (۴)



۲۶ در الگوی مقابل، عدد جای خالی کدام است؟

- ۲۵ (۲)
- ۲۹ (۴)
- ۲۱ (۱)
- ۲۷ (۳)

۱۲۳۴۵۶۷۸۹۱۰۱۱۱۲۱۳ ...

۲۷ اعداد طبیعی ۱ تا ۶۰۰ را بدون فاصله پشت سر هم می‌نویسیم:

هزار و سیصد و نود و پنجمین رقمی که نوشته‌ایم چند است؟

- ۰ (۴)
- ۴ (۳)
- ۱ (۲)
- ۲ (۱)

۲۸ در جدول عددی روبه‌رو، اولین عدد ردیف بیستم چند است؟

<p>۱</p> <p>۲ ۳</p> <p>۴ ۵ ۶</p> <p>۷ ۸ ۹ ۱۰</p> <p>۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ...</p> <p>⋮</p> <p>؟</p>	<p>۱۸۹ (۱)</p> <p>۱۹۰ (۲)</p> <p>۱۹۱ (۳)</p> <p>۱۹۲ (۴)</p>
---	---

مثلث مقابل به احترام سابقه کار ریاضی‌دان، منجم، حکیم و شاعر ایرانی؛ غیاث‌الدین ابوالفتح عمر بن ابراهیم خیام نیشابوری «مثلث خیام» نام دارد. الگویی که اعداد سطر بعدی را تولید می‌کند بیابید و به ۲ سوال بعدی پاسخ دهید.



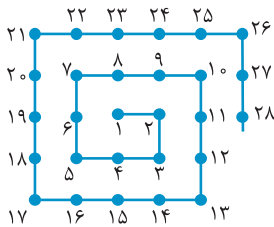
۲۹ مجموع اعداد سطر هشتم کدام است؟

- ۲۵۰ (۲)
- ۲۶۰ (۴)
- ۱۲۸ (۱)
- ۲۵۶ (۳)

۳۰ در مثلث خیام عدد سوم سطر نوزدهم چند است؟

- ۲۱۰ (۴)
- ۱۹۰ (۳)
- ۱۷۱ (۲)
- ۱۵۳ (۱)

۳۱ در الگوی عددی زیر، اعداد در گوشه‌های سمت راست مربع‌ها، ۲ و ۱۰ و ۲۶ و ... می‌باشند، عدد دهم در این گوشه چند است؟

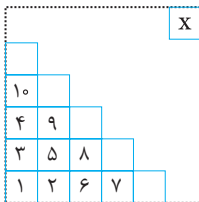


- ۲۲۴ (۱)
- ۲۳۴ (۲)
- ۳۴۳ (۳)
- ۳۶۲ (۴)

۳۲ اعداد طبیعی متوالی را در مربع‌های کوچکی که یک مربع بزرگ را می‌سازند به صورت نشان داده شده در شکل زیر

(کانگورو ۲۰۰۴)

نوشته‌ایم. کدام یک از عددهای زیر نمی‌تواند در خانه‌ی مشخص شده با X قرار بگیرد؟



- ۱۲۸ (۱)
- ۲۵۶ (۲)
- ۸۱ (۳)
- ۱۲۱ (۴)

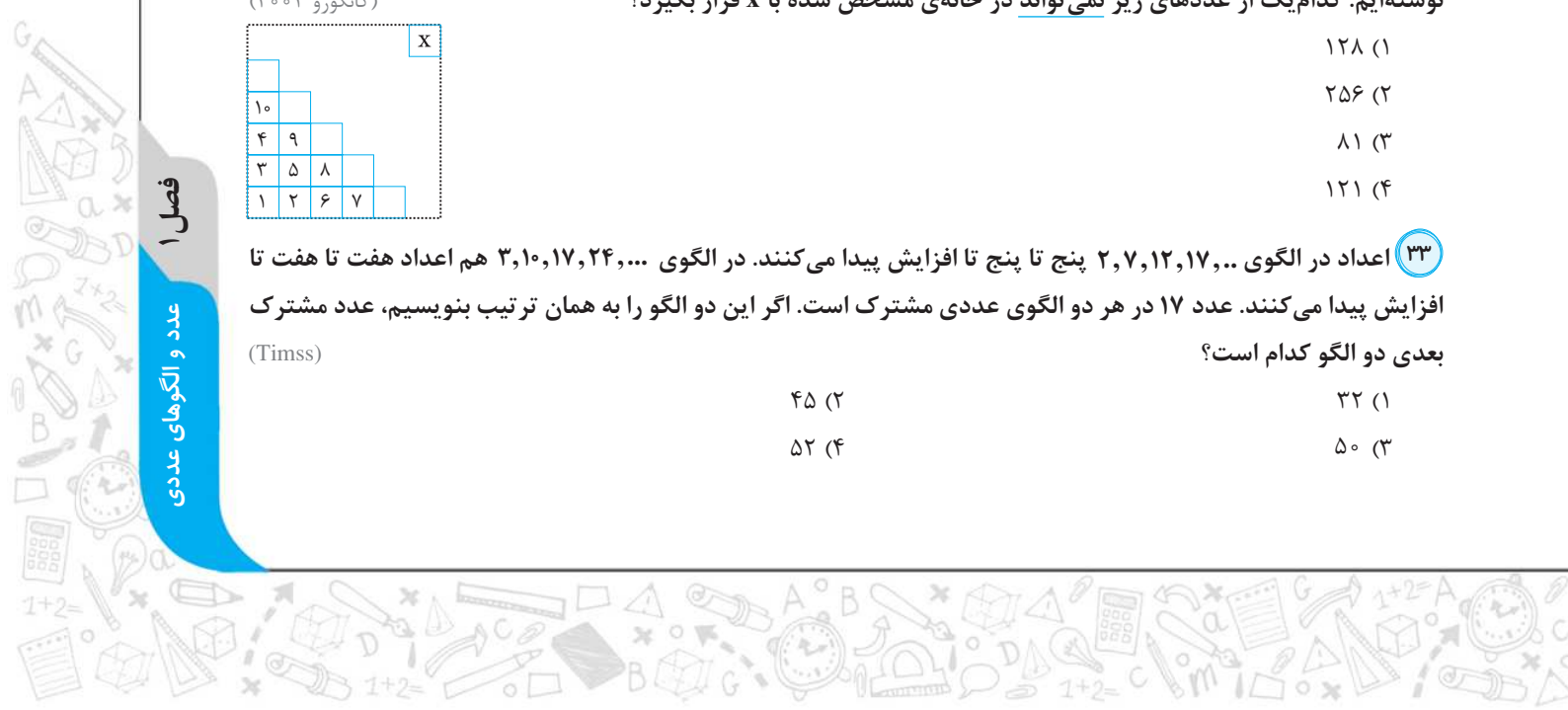
۳۳ اعداد در الگوی .., ۱۷, ۱۲, ۷, ۲, پنج تا پنج تا افزایش پیدا می‌کنند. در الگوی ... ۳, ۱۰, ۱۷, ۲۴, هم اعداد هفت تا هفت تا

افزایش پیدا می‌کنند. عدد ۱۷ در هر دو الگوی عددی مشترک است. اگر این دو الگو را به همان ترتیب بنویسیم، عدد مشترک

(Timss)

بعدی دو الگو کدام است؟

- ۴۵ (۲)
- ۵۲ (۴)
- ۳۲ (۱)
- ۵۰ (۳)



۳۴ دو دنباله مقابل را نوشته ایم؛ سپس با اعداد مشترک دنباله یک الگوی عددی دیگر می‌سازیم. در این الگوی جدید عددی، بیستمین عدد کدام است؟

	الف) $2, 8, 14, 20, \dots$	ب) $4, 12, 20, 28, \dots$	
	۱۷۲ (۱)	۴۷۶ (۲)	۱۳۴ (۳)
			۴۵۶ (۴)

الگوهای تصویری

۳۵ در شکل روبه‌رو تعداد صندلی‌های شکل دهم چند تاست؟

			۱۸ (۱)
			۲۲ (۳)
			۱۹ (۲)
			۲۴ (۴)

۳۶ تعداد مربع‌های کوچک در شکل چندم برابر با ۱۳۲ تاست؟

			...	دوم (۱)
				سیزدهم (۳)
				یازدهم (۲)
				نوزدهم (۴)

۳۷ شکل‌های زیر از مکعب‌های هم‌اندازه کوچک ساخته شده است. در شکل هشتم چند مکعب کوچک به کار رفته است؟

			...	۱۱۷۲ (۱)
				۷۲۹ (۳)
				۸۴۸ (۲)
				۵۱۲ (۴)

۳۸ در شکل مقابل دنباله‌ای از مثلث‌های مشابه را می‌بینید. مثلث‌های کوچک برابرند. شکل هشتم از چند مثلث کوچک تشکیل شده است؟

			...	۶۴ (۱)
				۵۴ (۳)
				۵۸ (۲)
				۳۶ (۴)

۳۹ الگوی شکلی زیر از مربع‌های مساوی درست شده است؛ اگر به همین شکل ادامه دهیم، در شکل چندم تعداد مربع‌های کوچک ۲۱۰ تا خواهد شد؟

				...	هجدهم (۱)
					بیستم (۳)
					نوزدهم (۲)
					بیست و یکم (۴)

۴۰ سحر الگوی V- شکل زیر را طراحی کرده است. در ۷۵۰ او به چند کاشی نیاز دارد؟

			...	۱۰۱ (۱)
				۹۹ (۳)
				۱۰۰ (۲)
				۱۲۵ (۴)

(آفریقای جنوبی)

			...	۷۷ (۱)
				۷۹ (۲)
				۸۰ (۳)
				۸۱ (۴)

(آفریقای جنوبی)

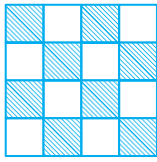
۴۱ در الگوی زیر،  $P_2$  شامل چند مربع کوچک است؟

				...	۲۵۰۰ (۱)
					۱۲۷۵ (۲)
					۲۴۰۱ (۳)
					۲۵۵۰ (۴)

۴۲ با توجه به الگوی زیر  $P_5$  کدام است؟

۳۳ رنگ آمیزی شطرنج با الگوی مقابل را «رنگ آمیزی شطرنجی» می نامیم. کدام یک از اعداد زیر نمی تواند تعداد خانه های

(تیزهوشان ۹۶)



۲۴ (۲)

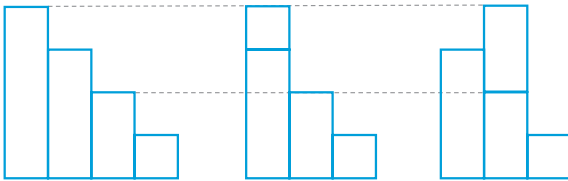
۴۹ (۴)

۱۸ (۱)

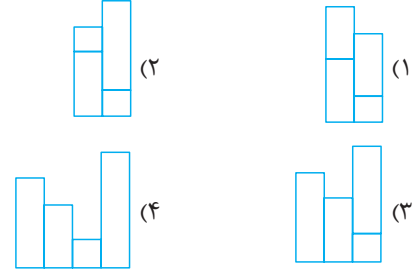
۲۵ (۳)

سیاه یک مربع با رنگ آمیزی شطرنجی باشد؟

(علامه طباطبایی ۹۲)

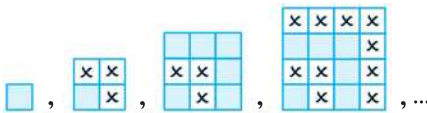


۳۴ با توجه به رابطه شکل ها، شکل بعدی کدام است؟



۳۵ به شکل های زیر توجه کنید و به کمک آن مجموع اعداد فرد شروع از ۱ را حدس بزنید. به کمک الگوی فوق بگویید از ۱

تا چه عدد فردی را بنویسیم که حاصل جمع آن ها برابر با ۳۶۱ شود؟



۱۹ (۲)

۳۷ (۴)

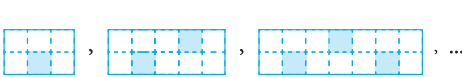
۱۷ (۱)

۳۹ (۳)

۳۶ الگوی شکلی زیر را ببینید:

(تیزهوشان ۸۶)

در شکل بیستم، نسبت مساحت بخش رنگی به مساحت بخش سفید چه قدر است؟



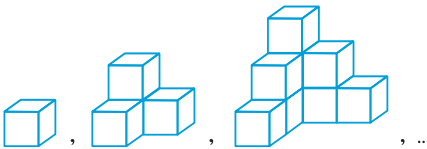
$\frac{21}{62}$  (۲)

$\frac{10}{31}$  (۴)

$\frac{20}{63}$  (۱)

$\frac{19}{62}$  (۳)

۳۷ الگوی مکعبی زیر را ببینید:



۳۶۱ (۲)

۲۸۹ (۴)

۱۶۹ (۱)

۱۰۰ (۳)

شکل دهم از چند مکعب کوچک تشکیل شده است؟

۳۸ در سوال قبل، حداقل با مکعب های چند شکل می توان شکل دیگری از آن الگو را ساخت؟

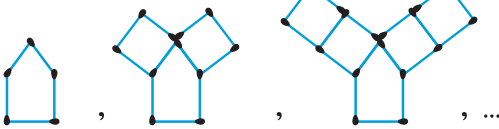
۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

الگوی چوب کبریتی روبه رو را ببینید و به ۳ سوال بعدی پاسخ دهید:



۳۹ (۲)

۶۴ (۴)

۴۵ (۱)

۶۵ (۳)

۳۹ تعداد چوب کبریت ها در شکل یازدهم چند تاست؟

۵۰ با تعداد چوب کبریت های حداقل چند شکل می توان، شکل دیگری از این الگو را ساخت؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

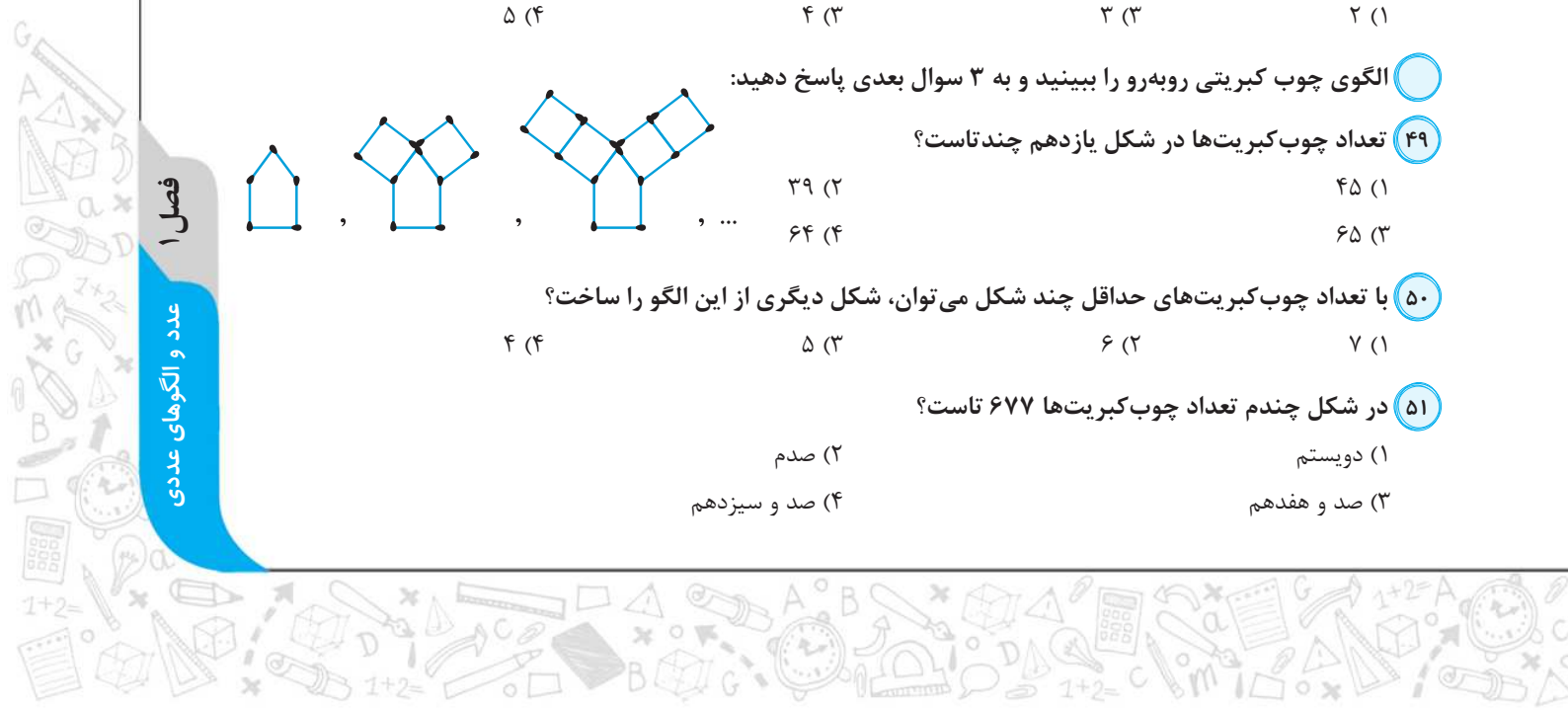
۵۱ در شکل چندم تعداد چوب کبریت ها ۶۷۷ تاست؟

۲ صدم

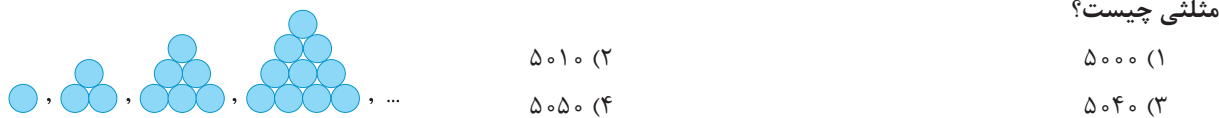
۴ صد و سیزدهم

۱ دویستم

۳ صد و هفدهم

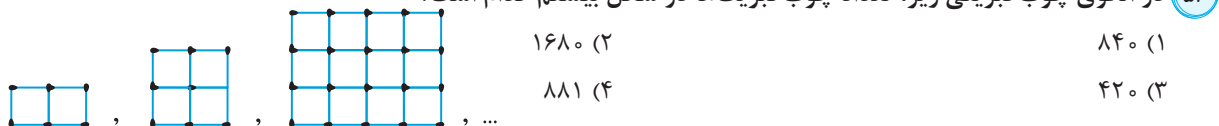


۵۲ ریاضیدانان قدیم اعداد را به گونه‌ی مختلف نام‌گذاری می‌کردند؛ مثلاً دسته‌ای از اعداد را مثلثی می‌گویند. اعداد ۱، ۳، ۶ و ۱۰ نمونه‌هایی از اعداد مثلثی‌اند که دلیل نام‌گذاری را با نمایش هندسی زیر خواهید دانست! در این صورت صدمین عدد مثلثی چیست؟



- ۵۰۰۰ (۱)
- ۵۰۴۰ (۳)

۵۳ در الگوی چوب‌کبریتی زیر، تعداد چوب‌کبریت‌ها در شکل بیستم کدام است؟



- ۸۴۰ (۱)
- ۴۲۰ (۳)

۵۴ به دنباله چوب‌کبریتی زیر توجه کنید:

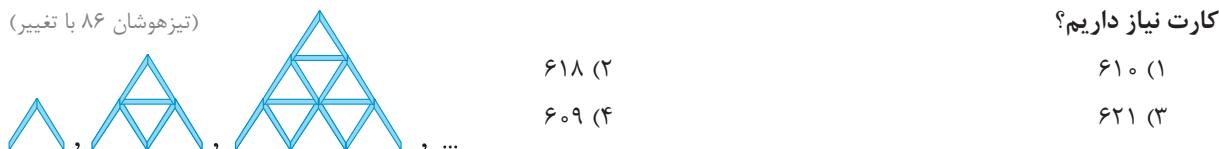


بیست و یکمین شکل دارای چند چوب‌کبریت است؟

- ۴۳ (۱)
- ۶۳ (۲)
- ۵۱ (۳)
- ۵۳ (۴)

۵۵ علی با کارت‌هایی خانه‌سازی می‌کند. در مرحله اول یک خانه ساخته است.

مرحله ۲، سه خانه ساخته است. هر مرحله یک طبقه اضافه می‌شود. (به طوری که در شکل می‌بینید) در مرحله بیستم چند کارت نیاز داریم؟

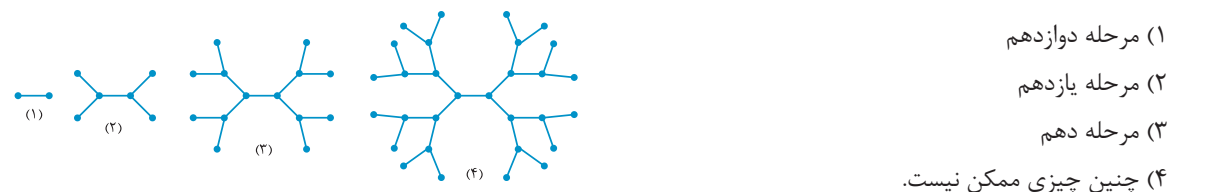


- ۶۱۰ (۱)
- ۶۲۱ (۳)

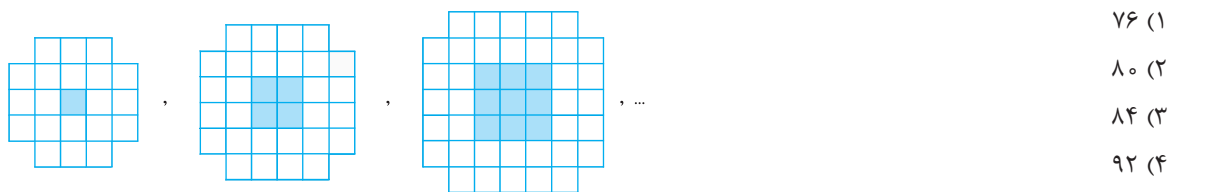
۵۶ در پرسش قبل با داشتن ۱۴۵۷ کارت، یک ساختمان چند طبقه می‌توان ساخت؟

- ۲۹ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۳۱ (۳)
- ۳۲ (۴)

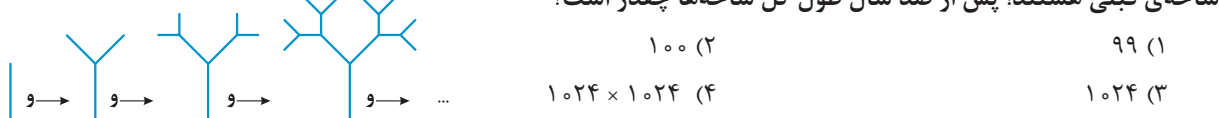
۵۷ نمودار زیر طرز افزایش جمعیت یک گروه هرمی است! در مرحله اول ۲ نفر عضو هستند. مرحله دوم هر کدام دو نفر دیگر را عضو می‌کنند و ..... جمعیت کل این افراد در کدام مرحله برابر با ۸۱۹۰ است؟



۵۸ الگویی مطابق شکل زیر درست کرده‌ایم. برای ساختن دهمین عضو این الگو چند مربع سفید کوچک لازم است؟ (کانگورو ۲۰۰۹)

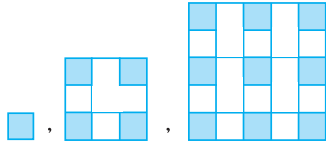


۵۹ در سرزمین عجایب نوعی درخت می‌روید. این درخت در سال اول یک شاخه یک متری است. پس از یک سال دو شاخه‌ی جدید می‌روید که هر کدام نصف قبلی است و همین‌طور هر سال از نوک هر شاخه دو شاخه رشد می‌کند که هر کدام نصف شاخه‌ی قبلی هستند! پس از صد سال طول کل شاخه‌ها چقدر است؟



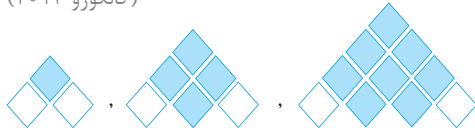


۶۰ تعدادی مربع شطرنجی داریم که تعداد سطرها و ستون‌های آن‌ها اعداد فرد است. تمامی مربع‌های کوچکی که در این صفحات شطرنجی در سطر یا ستون زوج قرار گرفته‌اند، سفید و بقیه مربع‌های کوچک رنگی هستند. صفحات شطرنجی  $1 \times 1$ ،  $3 \times 3$  و  $5 \times 5$  در شکل زیر نمایش داده شده‌اند. در صفحه‌ی شطرنجی که در آن ۲۵ مربع کوچک رنگی وجود دارد، چند مربع کوچک سفید می‌توان دید؟



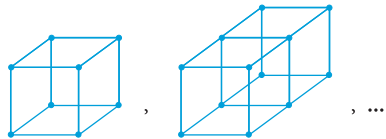
- (کانگورو ۲۰۱۱)
- ۲۴ (۱)  
 ۳۹ (۲)  
 ۴۵ (۳)  
 ۵۶ (۴)

۶۱ با تعدادی لوزی سفید و سیاه یک الگو ساخته‌ایم. سه مرحله‌ی اول الگو به ترتیب زیر چیده شده‌اند. در هر مرحله یک ردیف به لوزی‌ها اضافه می‌شود. در ردیف پایین هر مرحله، لوزی‌های اول و آخر سفید و بقیه سیاه‌اند. در شکل مرحله ۶ چند لوزی سیاه است؟



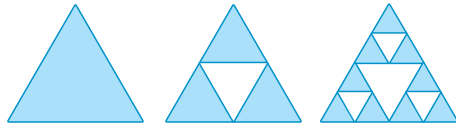
- (کانگورو ۲۰۱۴)
- ۱۹ (۱)  
 ۲۱ (۲)  
 ۲۶ (۳)  
 ۲۸ (۴)

۶۲ با تعدادی میله ۲ واحدی و اتصال آن‌ها به هم شکل‌های زیر را می‌سازیم. چه‌لمین شکل الگوی زیر را از چند میله به طول ۲ واحد می‌توان ساخت؟

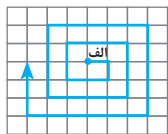


- (آفریقای جنوبی ۲۰۱۱)
- ۳۲۴ (۱)  
 ۳۴۴ (۲)  
 ۳۶۴ (۳)  
 ۳۸۴ (۴)

۶۳ شکل مقابل چند مثلث متساوی‌الاضلاع را نشان می‌دهد که مساحت هر کدام ۱ واحد است. اگر طبق الگو پیش برویم در شکل پنجم چه کسری از شکل رنگی است؟



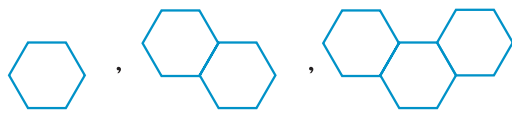
- (IMC 2006)
- $\frac{27}{64}$  (۱)  
 $\frac{81}{256}$  (۲)  
 $\frac{41}{256}$  (۳)  
 $\frac{243}{1024}$  (۴)



۶۴ ساغر از نقطه‌ی (الف) شروع کرد و با رسم پاره‌خط‌ها روی شبکه‌های ۱ سانتی‌متری زیر، ماریچی رسم کرد؛ اگر این الگو را مطابق شکل ادامه بدهد، طول ۹۷ آمین پاره‌خط چند سانتی‌متر است؟

(استرالیا ۲۰۱۲)

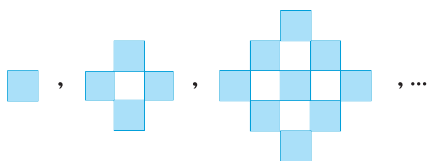
- ۴۷ (۱)  
 ۴۸ (۲)  
 ۴۹ (۳)  
 ۵۰ (۴)



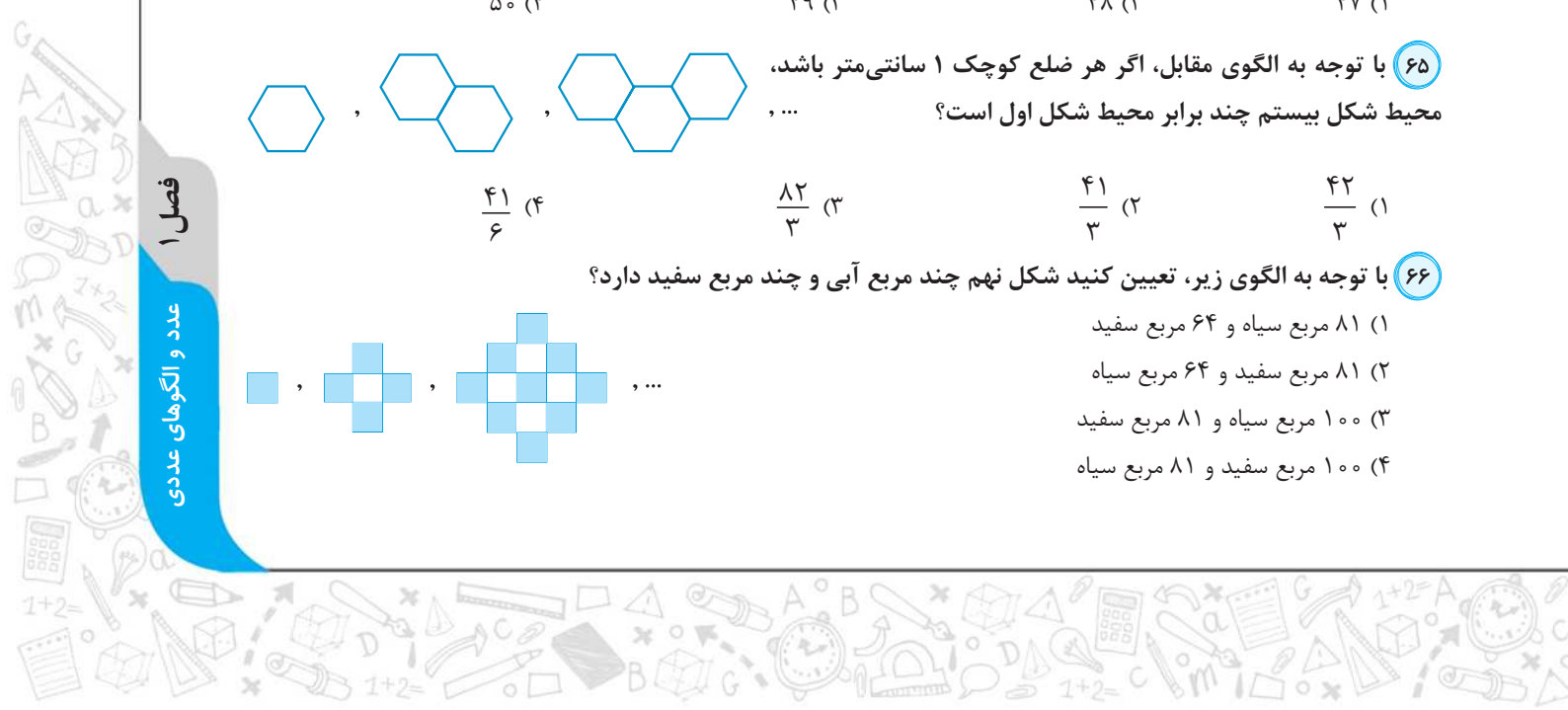
۶۵ با توجه به الگوی مقابل، اگر هر ضلع کوچک ۱ سانتی‌متر باشد، محیط شکل بیستم چند برابر محیط شکل اول است؟

- $\frac{42}{3}$  (۱)  
 $\frac{41}{3}$  (۲)  
 $\frac{82}{3}$  (۳)  
 $\frac{41}{6}$  (۴)

۶۶ با توجه به الگوی زیر، تعیین کنید شکل نهم چند مربع آبی و چند مربع سفید دارد؟



- ۸۱ (۱) مربع سیاه و ۶۴ مربع سفید  
 ۸۱ (۲) مربع سفید و ۶۴ مربع سیاه  
 ۱۰۰ (۳) مربع سیاه و ۸۱ مربع سفید  
 ۱۰۰ (۴) مربع سفید و ۸۱ مربع سیاه



۶۷ به کمک الگوی شکلی زیر، مجموع اعداد زوج  $۸۴ + \dots + ۶ + ۴ + ۲$  را به دست آوریم. پاسخ درست کدام است؟ (تیزهوشان ۸۰)



$$۱۷۰۶ \quad (۲)$$

$$۱۸۰۶ \quad (۱)$$

$$۷۱۴۰ \quad (۴)$$

$$۱۷۲۲ \quad (۳)$$

$$۳ \times ۶ + ۴ \times ۵ = ۳۸$$

۶۸ علامت به این صورت ارزیابی می‌شود:

۳	۴
۵	۶

۲	۶
۱	

اگر برای ۱۶ ارزیابی شود، عددی که باید در جای خالی قرار بگیرد، کدام است؟

$$۵ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

### الگوهای گردش

۶۹ علیرضا با دستگاهی، رمزهایی را مخابره می‌کند. در این الگوی عددی، صدمین رقمی که مخابره می‌شود، چند است؟

۳۴۵۶۷۸۹۳۴۵۶۷۸۹۳۴۵۶۷۸۹ ...

$$۹ \quad (۴)$$

$$۵ \quad (۳)$$

$$۳ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۱)$$

۷۰ عدد  $\frac{۳}{۷}$  را به اعشار تبدیل می‌کنیم، (می‌توانید این بار استثناً از ماشین حساب استفاده کنید). سبب و نود و پنجمین رقم اعشاری آن کدام است؟

$$۸ \quad (۴)$$

$$۱ \quad (۳)$$

$$۵ \quad (۲)$$

$$۷ \quad (۱)$$

۷۱ امروز سی‌ام خرداد است و پنجشنبه است. تازه مدارس تعطیل شده است. روز اول مهر سال تحصیلی بعدی چند شنبه است؟

$$۴ \quad (۱)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۴)$$

۷۲ در جدول زیر طوری عددها را قرار می‌دهیم که مجموع هر سه عدد دلخواه متوالی برابر ۱۷ شود؛ اگر مجموع کل اعداد خانه‌های جدول ۵۷ شود، خانه‌ای که با \* مشخص شده چند است؟

۷						*
---	--	--	--	--	--	---

$$۶ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۱)$$

$$۵ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

۷۳ روز تولد محمدصادق ۱۸ مهر است. امسال روز تولدش جمعه بود و او خیلی خوشحال شد. سال بعد روز تولد او چند شنبه است؟ (امسال کبیسه نیست)

$$۴ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۵ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

۷۴ در جدول عددی مقابل که در ۶ ستون نوشته شده است، عدد ۱۳۹۵ در کدام سطر و کدام ستون است؟

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۲	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۳	۱۵	...					
۴							

$$۱) \text{ سطر } ۱۹۹ \text{ و ستون } ۲$$

$$۲) \text{ سطر } ۲۰۰ \text{ و ستون } ۲$$

$$۳) \text{ سطر } ۲۰۰ \text{ و ستون } ۷$$

$$۴) \text{ سطر } ۱۹۹ \text{ و ستون } ۷$$

۷۵ زُهیروز چهارشنبه و سهیل ۷۲ روز بعد از او و حسین ۱۹۰ روز قبل از او به دنیا آمده‌اند. سهیل و حسین در چه روزی از روزهای هفته به دنیا آمده‌اند؟ (مسابقه‌ی گاوس - با تغییر)

$$۲) \text{ دوشنبه و جمعه}$$

$$۱) \text{ سه‌شنبه و جمعه}$$

$$۴) \text{ جمعه و سه‌شنبه}$$

$$۳) \text{ یکشنبه و سه‌شنبه}$$

۷۶ اعداد را طبق الگوی خاصی در جدول زیر قرار داده‌ایم.

ستون \ سطر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱			۳	۴	۵	۶	۷
۲	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	
۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۴	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	
۵	۲۸	۲۸					
:							

عدد ۲۰۱۷ در کدام سطر و کدام ستون است؟

- (۱) سطر ۳۰۰ و ستون ۲
- (۲) سطر ۳۱۱ و ستون ۲
- (۳) سطر ۳۱۱ و ستون ۳
- (۴) سطر ۳۰۰ و ستون ۳

۷۷ اعداد را به شکل مقابل در جدولی قرار دادیم که ۵ ستون دارد و بی‌شمار سطر.

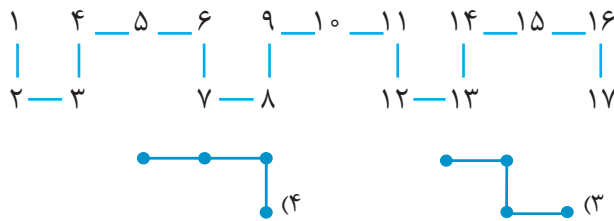
	۱	۲	۳	۴	۵
۱		۱	۲	۳	۴
۲	۵	۶	۷	۸	
۳		۹	۱۰	۱۱	۱۲
۴	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	
۵		۱۷	۱۸	۱۹	۲۰

عدد ۱۳۹۵ در کدام سطر و کدام ستون است؟

- (۱) سطر ۳۴۹، ستون ۴
- (۲) سطر ۳۴۸، ستون ۳
- (۳) سطر ۳۴۱، ستون ۳
- (۴) سطر ۳۴۸، ستون ۴

۷۸ اعداد و الگوی شکلی مقابل را ببینید:

شکل نوشتن اعداد از عدد ۹۵ تا ۹۸ چگونه است؟

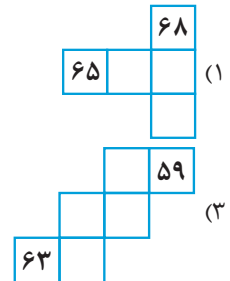
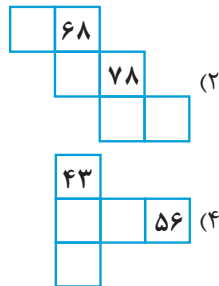


۷۹ پارسا اعداد ۰ تا ۱۰۹ را به ترتیبی که در شکل زیر دیده می‌شود، در جدولی ۵ ستونی نوشته است. کدام قطعه‌ی زیر در

(کانگورو ۲۰۰۳)

میان جدولی که پارسا نوشته است، دیده نمی‌شود؟

۰	۲	۴	۶	۸
۱	۳	۵	۷	۹
۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹



۸۰ در شکل زیر یک مکعب شبیه تاس را که برخی وجه‌های آن را رنگ زده‌ایم،

روی عدد یک قرار داده‌ایم. سپس تاس را به جلو می‌غلطانیم تا حرکت کند. یعنی

در حرکت بعدی وجه زرد روی ۲ قرار می‌گیرد. وقتی تاس روی عدد ۲۰۲ قرار دارد،

کدام رنگ در کف تاس است و برای چندمین بار در طول مسیر این رنگ با کف

زمین برخورد داشته است؟

- (۱) زرد ۵۱ بار
- (۲) زرد ۵۰ بار
- (۳) سبز ۵۱ بار
- (۴) سبز ۴۹ بار

۸۱ پنج آهنگ A, B, C, D, و E داریم که پخش آنها به ترتیب ۳ دقیقه، ۲ دقیقه و ۳۰ ثانیه، ۲ دقیقه و ۳۰ ثانیه، ۱ دقیقه و ۳۰ ثانیه

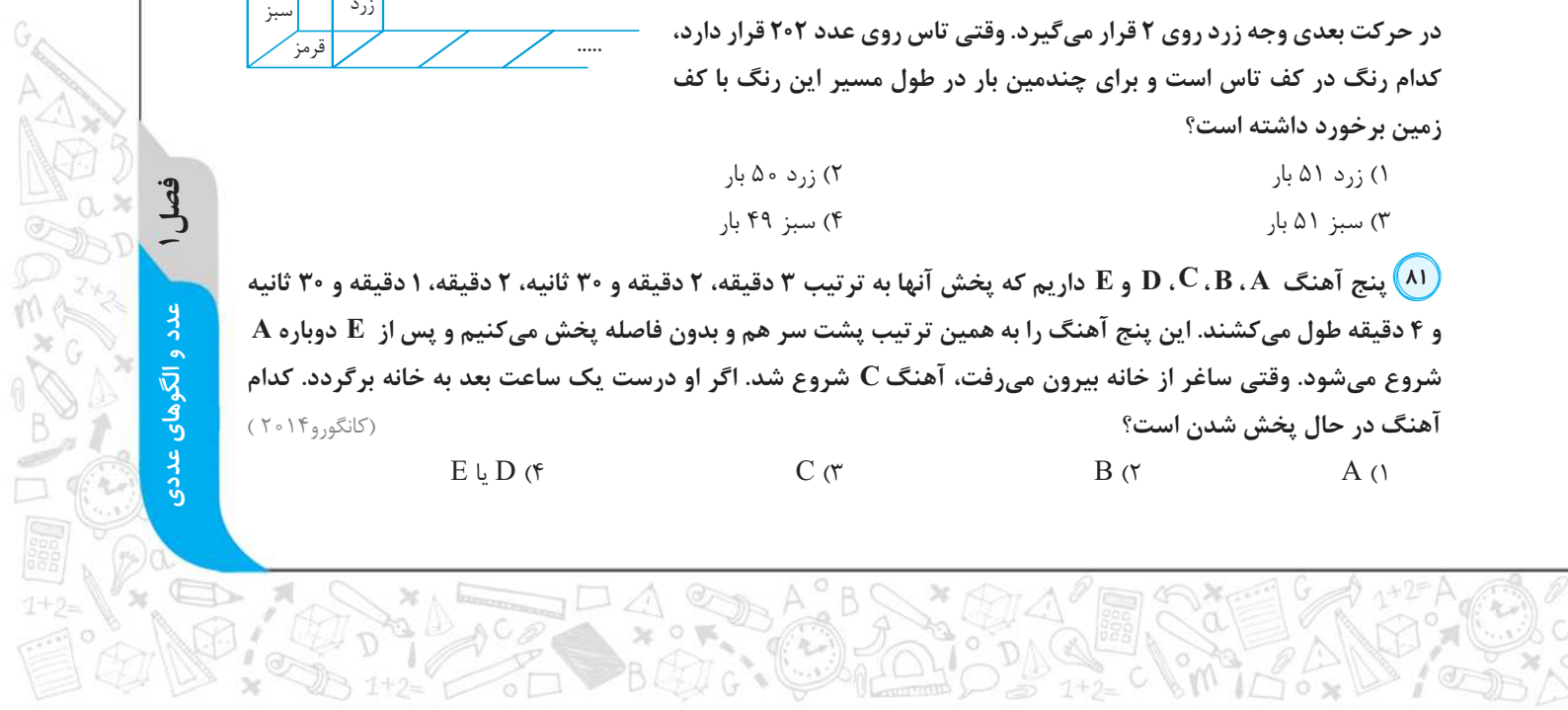
و ۴ دقیقه طول می‌کشند. این پنج آهنگ را به همین ترتیب پشت سر هم و بدون فاصله پخش می‌کنیم و پس از E دوباره A

شروع می‌شود. وقتی ساغر از خانه بیرون می‌رفت، آهنگ C شروع شد. اگر او درست یک ساعت بعد به خانه برگردد. کدام

(کانگورو ۲۰۱۴)

آهنگ در حال پخش شدن است؟

- (۱) A
- (۲) B
- (۳) C
- (۴) D یا E



۸۲ اکنون ساعت ۳:۰۰ روز ۱۸/۴/۱۳۹۶ است. ۲۰۱۱ ساعت بعد چه روزی است؟

- (۱) ۱۳۹۶/۷/۴ (۲) ۱۳۹۶/۴/۷ (۳) ۱۳۹۶/۷/۳ (۴) ۱۳۹۶/۷/۲

۸۳ زهرا گل‌هایی با رنگ‌های مختلف نقاشی می‌کند. او اولین گل را آبی، دومی را سفید و سومی را قرمز و گل بعدی را به رنگ زرد، رنگ آمیزی کرد و دوباره به همین ترتیب ادامه داد. رنگ سی و نهمین گلی که زهرا نقاشی کرد، کدام است؟ (کانگورو)

- (۱) آبی (۲) سفید (۳) قرمز (۴) زرد

### عدد نویسی

۸۴ عدد سی میلیارد و چهارصد و پنج میلیون و شصت و هفت، چند صفر دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۸۵ نرگس رقم‌های یک عدد را از جایی به دو قسمت می‌کند و سپس آن‌ها را در هم ضرب می‌کند. برای مثال، از عدد ۱۸۲ می‌تواند عدد  $۳۶ = ۲ \times ۱۸$  و یا  $۸۲ = ۱ \times ۸۲$  را به دست آورد. به کمک دستورالعمل نرگس، با کدام یک از اعداد پایین می‌توانیم عدد کوچک‌تری درست کنیم؟

- (۱) ۱۱۰۱۱۱ (۲) ۱۰۱۱۰۱ (۳) ۱۱۰۱۰۱ (۴) ۱۱۱۰۰۱

۸۶ فرهاد کوچکترین عدد زوج ۱۰ رقمی را که رقم تکراری نداشته باشد، روی تخته کلاس نوشت. در این عدد مجموع ارقام طبقه میلیون کدام است؟ (نمونه دولتی گلستان ۹۳)

- (۱) ۹ (۲) ۵ (۳) ۱۲ (۴) ۶

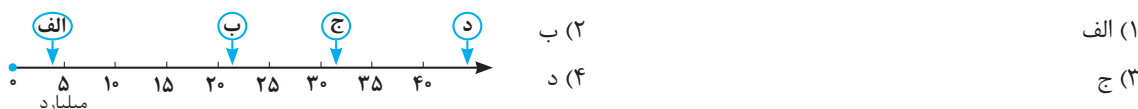
۸۷ با کارت‌های ۰، ۱، ۶، ۵، ۸، ۷، ۰، ۳، ۲ دو عدد چند است؟

- (۱) ۷۷۶۵۰۸۵۳۳۲ (۲) ۸۷۶۵۰۷۵۳۳۲ (۳) ۷۷۶۵۰۷۵۳۳۲ (۴) ۸۷۶۵۰۸۵۳۳۲

۸۸ با ده کارت ۰، ۱، ۷، ۷، ۴، ۳، ۳، ۲، ۱، ۰ کوچک‌ترین عدد زوج و کوچک‌ترین عدد فرد را می‌نویسیم، اختلاف دو عدد حاصل چند است؟

- (۱) ۱۰۰۲۳۳۲۹۷ (۲) ۲۹۷ (۳) ۱۲۹۶ (۴) عددی غیر از این‌ها

۸۹ عدد  $۳۰۴۷۹۰۱۷۳۶۱$  در کدام بخش محور قرار دارد؟



۹۰ از عدد ۱۲۳۲۳۱۴ دست‌کم چند رقم برداریم تا وقتی عدد حاصل را از راست به چپ یا چپ به راست می‌خوانیم، با هم فرقی نداشته باشد؟ (کانگورو ۲۰۰۸)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۱ تفاضل میان بزرگترین عدد متقارن شش رقمی و کوچک‌ترین عدد متقارن پنج رقمی کدام است؟ (عددی متقارن است که اگر ارقام را از راست به چپ بخوانیم یا از چپ به راست فرقی ندارد.) (کانگورو)

- (۱) ۹۸۹۹۸۹ (۲) ۹۸۹۹۹۸ (۳) ۹۹۸۹۹۸ (۴) ۹۹۹۸۹۸

۹۲ با رقم‌های ۲ و ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۷ و ۹ نزدیک‌ترین عدد به ۸۰۰۰۰۰۰ را می‌نویسیم. مجموع رقم صدگان و صدگان هزار کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۰

۹۳ می‌خواهیم از عدد  $۱۲۳۴۵۶۱۲۳۴۵۶۱۲۳۴۵۶۱۲۳۴۵۶$  یازده رقم را طوری خط بزنیم که عدد باقی‌مانده کوچک‌ترین عدد ممکن شود. مجموع این ۱۳ رقم کدام است؟

- (۱) ۳۸ (۲) ۲۲ (۳) ۲۸ (۴) ۲۵