

به نام پروردگار مهربان

جمع‌بندی

دهم • یازدهم • دوازدهم

# ریاضی و آمار انسانے

مرور و جمع‌بندی کنکور در (۲۴) ساعت

• رامین اسلام

• مدیر و ناظر علمی گروه ریاضی: عباس اشرفی



مهروماه

این کتاب را به همسر مهربانم تقدیم می‌کنم.



## مقدمه

هدف از تألیف این کتاب خلاصه کردن مطالب پیچیدهٔ ریاضی با زبان بسیار ساده برای داوطلبان رشتهٔ علوم انسانی است. با مطالعهٔ این کتاب شما می‌توانید در مدت بسیار کم همهٔ مباحث و تقریباً همهٔ سؤالات پرتکرار سال‌های قبل را یک بار دیگر به طور کامل بررسی کنید. حتی دانش‌آموزانی که تا به حال درس ریاضی را نخوانده‌اند یا نتوانستند در کلاس‌های کنکور درس ریاضی حضور داشته باشند، با مراجعه به درسنامه‌های کوتاه (ولی کامل و مفید) به خصوص در روزهای نزدیک به کنکور می‌توانند به خیلی از سؤالات کنکور درس ریاضی به راحتی پاسخ دهند.

برای دانش‌آموزانی که می‌خواهند سرعت و دقت خود را افزایش دهند در انتهای کتاب، دو آزمون سراسری و دو آزمون نزدیک به کنکور آورده‌ایم، تا با مرور آن‌ها هر چه بهتر بتوانند به سؤالات کنکور پاسخ بدهند.

بچه‌های عزیز نمرهٔ میانگین درس ریاضی حتی در بین پذیرفته‌شدگان کنکور سراسری بسیار پایین است. برای بالا بردن درصد نمرهٔ خود در درس ریاضی حتماً این کتاب را کامل بخوانید. این کتاب را به تمام دانش‌آموزان و حتی همکارانی که زنگ ریاضی احتمالاً برایشان خسته‌کننده است توصیه می‌کنم، زیرا حاصل ۲۰ سال روش کاربردی در کلاس‌های انسانی می‌باشد.

### ساختار و ویژگی‌های کتاب

این کتاب در ۸ فصل و به صورت موضوعی در کمترین حجم، تمامی مباحث کنکور را پوشش می‌دهد که شامل قسمت‌های زیر است:

۱ **درسنامه:** تمامی مطالبی را که در کنکور به آن‌ها نیاز دارید به صورت عمیق توضیح داده‌ایم. در این قسمت برای درک بهتر مفاهیم نمونه‌هایی آورده‌ایم.

۲ **پرسش‌های چهارگزینه‌ای:** شامل تست‌های تألیفی و تست‌های متنوع کنکور است.

۳ **پاسخنامه تشریحی:** در این قسمت به تمامی سؤالات به صورت کاملاً دقیق و مفهومی پاسخ داده‌ایم.

۴ **آزمون‌های جامع:** دو دوره آزمون کنکور داخل و خارج ۹۸ و دو دوره آزمون شبیه‌سازی کنکور همراه با پاسخنامهٔ تشریحی برای تسلط بیشتر بر مطالب آورده شده است.

## سپاس و قدردانی

در این جا لازم است از تمامی عزیزانی که در آماده‌سازی این کتاب تلاش کرده‌اند، قدردانی کنم:

- ◀ جناب آقای احمد اختیاری، مدیر فرهیخته انتشارات
- ◀ جناب آقای محمدحسین انوشه، مدیر شورای تألیف
- ◀ جناب آقای عباس اشرفی، مدیر دلسوز گروه ریاضی که باعث شدند بنده حقییر یک بار دیگر با نوشتن این کتاب در خدمت دانش‌آموزان رشته انسانی باشم.
- ◀ سرکار خانم دنیا سلیمی، مسئول محترم ویراستاری
- ◀ سرکار خانم‌ها زهرا انیشه و آزاده فلاح‌زاده، ویراستاران علمی کتاب
- ◀ سرکار خانم سمیرا سیاوشی، مدیر محترم تولید
- ◀ جناب آقای محسن فرهادی، مدیر خلاق هنری

رامین اسلام

# فهرست



۷	فصل ۱: عبارتهای جبری	
۱۵	فصل ۲: معادله درجه دوم	
۲۳	فصل ۳: تابع	
۴۱	فصل ۴: آمار	
۶۳	فصل ۵: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی	
۶۹	فصل ۶: آمار و احتمال	
۸۹	فصل ۷: الگوهای خطی	
۱۰۷	فصل ۸: الگوهای غیرخطی	
۱۳۳	پیوست: آزمونهای جامع	
۱۳۴	آزمونهای شبیه‌سازی کنکور	
۱۴۵	آزمونهای کنکور ۹۸	

# تابع

در این فصل مباحث تابع خطی، تعیین ضابطه تابع، بهینه‌سازی و سهمی از کتاب درسی ریاضی و آمار سال دهم و انواع تابع و اعمال روی توابع از کتاب درسی ریاضی و آمار سال یازدهم آورده شده است.

فصل تابع در کنکور سراسری معمولاً پنج تست را شامل می‌شود و از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است.





پایهٔ دهم و یازدهم

# تابع

## ۱ مفهوم تابع

مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب است که در آن مؤلفه‌های اول (دامنه) هیچ دو زوج مرتبی با یکدیگر مساوی نباشند و اگر مؤلفه‌های اول مساوی باشند، حتماً مؤلفه‌های دوم (برد) هم برابر باشند.

### تعیین مقدار تابع

اگر به جای  $x$  در تابع، مقدار عددی قرار دهیم، حاصل آن را مقدار تابع می‌گویند.

### تعیین دامنهٔ تابع

- ۱ اگر تابع خطی یا چندجمله‌ای باشد، به‌ازای همهٔ مقادیر  $\mathbb{R}$  درست است.
  - ۲ اگر تابع کسری باشد، دامنهٔ تابع  $\{ \neq \text{مخرج کسر} \} - \mathbb{R}$  است.
  - ۳ اگر تابع رادیکالی باشد، در صورتی که فرجهٔ رادیکال زوج باشد، دامنهٔ تابع به‌ازای مقادیر زیر رادیکال بزرگ‌تر و مساوی صفر است و اگر فرجه فرد باشد، رادیکال را در نظر نمی‌گیریم، سپس دامنهٔ تابع را تعیین می‌کنیم.
- برای نمونه:

$$\text{الف) } y = \frac{1}{3+x}$$

$$\text{دامنهٔ تابع: } 3+x=0 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow D: \mathbb{R} - \{-3\}$$

$$\text{ب) } y = \sqrt{3-x}$$

$$\text{دامنهٔ تابع: } 3-x \geq 0 \Rightarrow 3 \geq x \Rightarrow D: (-\infty, 3]$$

$$\text{پ) } y = \frac{x-1}{\sqrt{3-2x}}$$

**نکته** وقتی که رادیکال با فرجهٔ زوج در مخرج کسر باشد، زیر رادیکال فقط بزرگ‌تر از صفر می‌شود.

$$\text{دامنهٔ تابع: } 3-2x > 0 \Rightarrow 3 > 2x \Rightarrow \frac{3}{2} > x \Rightarrow D: (-\infty, \frac{3}{2})$$

## ۲ تابع خطی

اگر  $A \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$  و  $B \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$  را دو نقطه روی محورهای مختصات در نظر بگیریم، طول پاره‌خط (فاصله دو نقطه) برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



تابع

شیب خط از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{شیب خط: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

معادله خط گذرنده از دو نقطه  $A$  و  $B$  یا ضابطه تابع به صورت مقابل است:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

برای نمونه: اگر  $A \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$  و  $B \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  باشد:

$$m = \frac{2 - (-2)}{3 - 5} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$y - (-2) = -2(x - 5) \Rightarrow y + 2 = -2x + 10$$

پس معادله خط (ضابطه تابع) برابر است با:

$$y = -2x + 10 - 2 \Rightarrow y = -2x + 8$$

↓  
عرض از مبدأ

**نکته ۱** منظور از عرض از مبدأ یعنی به جای  $x$ ، صفر قرار دهیم و طول از مبدأ یعنی به جای  $y$ ، صفر قرار دهیم.

**۲** اگر معادله خط  $ax + by + c = 0$  باشد، شیب خط برابر با  $m = \frac{-a}{b}$  است.

**۳** برای تعیین نقطه تلاقی دو خط از دستگاه معادله استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

$$m_1 = m_2$$

**۴** دو خط موازی دارای شیب‌های مساوی هستند:

$$m_1 = \frac{-1}{m_2}$$

**۵** دو خط عمود بر هم شیب‌هایشان عکس و قرینه یکدیگر است:

### ۳ نمودار تابع درجه دوم (سهمی)

اگر ضریب  $x^2$  یعنی  $a$  مثبت باشد، سهمی رو به بالا و اگر ضریب  $x^2$  یعنی  $a$  منفی باشد، سهمی رو به پایین

است. محور تقارن  $x = \frac{-b}{2a}$  و مقدار رأس سهمی  $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$  می‌باشد، (برای پیدا کردن  $y$  می‌توان

مقدار  $x$  را در معادله سهمی قرار داد). رأس سهمی همان  $S(x, y)$  است.

**نکته** محل برخورد سهمی با محور  $x$  ها، یعنی  $y = 0$  و محل برخورد سهمی با محور  $y$  ها، یعنی  $x = 0$  است.

### روش انتقال نمودار $y = x^2$

اگر به  $x$  مقداری اضافه یا کم شود، سهمی چپ و راست می‌رود. اگر بعد از  $x^2$  عددی اضافه و کم شود، سهمی بالا و پایین می‌رود. اگر ضریب  $x^2$  از یک کمتر شود، سهمی بازتر و اگر از یک بیشتر شود، سهمی بسته‌تر می‌شود.

## پرسش‌های چهارگزینه‌ای



(انسانی ۹۲)

۱. در کدام گزینه لزوماً سرشماری انجام نشده است؟

- (۱) تمام افراد جامعه مورد مطالعه قرار گیرند.  
 (۲) نمونه برابر با جامعه آماری باشد.  
 (۳) اندازه نمونه برابر با اندازه جامعه باشد.  
 (۴) نمونه زیرمجموعه جامعه آماری باشد.

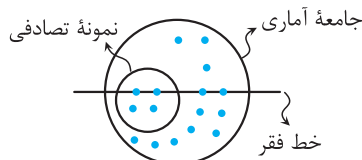
۲. میانگین ۵ داده آماری ۱۸ است. میانگین ۱۰ داده دیگر چقدر باشد تا میانگین کل داده‌ها برابر ۱۴ شود؟

(انسانی خارج ۹۴)

- (۱) ۱۰      (۲) ۱۱      (۳) ۱۲      (۴) ۱۳

۳. شکل زیر یک جامعه آماری و یک نمونه تصادفی از آن را نشان می‌دهد. آماره افراد زیر خط فقر در نمونه تصادفی انتخاب شده، چند برابر پارامتر افراد بالای خط فقر است؟

(انسانی خارج ۹۴)



- (۱)  $\frac{1}{7}$       (۲)  $\frac{2}{7}$   
 (۳)  $\frac{5}{3}$       (۴)  $\frac{1}{3}$

۴. در ۴۵ داده آماری مقدار میانگین ۱۱۲۴ محاسبه شده است. در بررسی مجدد داده‌ها متوجه شدیم که به جای

(انسانی خارج ۹۴)

۱۰۲۴ عدد ۱۲۰۴ در نظر گرفته شده است. با رفع اشتباه، میانگین واقعی کدام است؟

- (۱) ۱۱۱۹      (۲) ۱۱۲۰      (۳) ۱۱۲۱      (۴) ۱۱۲۲

۵. میانه داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر با ۳۰ است. میانه داده‌های  $1 + \frac{-2x_1}{3}, 1 + \frac{-2x_2}{3}, \dots, 1 + \frac{-2x_n}{3}$  کدام است؟

- (۱) -۱۵      (۲) -۱۷      (۳) -۱۹      (۴) -۱۸

۶. در ۵۰ داده آماری مجموع مربعات اختلاف داده‌ها از میانگین برابر ۴۵۰ است. انحراف معیار این داده‌ها کدام است؟

(انسانی ۹۴)

- (۱) ۹      (۲) ۳      (۳) ۵      (۴) ۲۵

۷. اگر واریانس داده‌های  $1 + \frac{c}{p} + 2, 3b + 2, a - 8$  برابر صفر و میانگین آن‌ها برابر ۴ باشد، میانه داده‌های  $a, b, c$  کدام است؟

- (۱) ۶      (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳) ۱۲      (۴) ۸

۸. در نمودار دایره‌ای زاویه مرکزی مربوط به داده‌ای با فراوانی ۱۵ برابر ۵۴° است. فراوانی کل داده‌ها چقدر است؟

- (۱) ۴۰      (۲) ۶۰      (۳) ۱۰۰      (۴) ۱۵۰

۹. زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۳۵      (۲) ۴۵      (۳) ۶۰      (۴) ۷۲

۱۰. میانگین و واریانس ۲۹ داده آماری به ترتیب ۱۷ و ۵ می‌باشد. اگر داده‌های ناچور ۱۲، ۱۳، ۲۱ و ۲۲ از بین

(انسانی ۹۴)

آن‌ها حذف شوند، واریانس داده‌های باقی‌مانده، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{52}$       (۲)  $\frac{2}{54}$       (۳)  $\frac{2}{64}$       (۴)  $\frac{2}{66}$





(انسانی خارج ۹۷)

۱۱. در طراحی پرسش‌نامه کدام مورد ضروری نیست؟

- (۱) سازمان دهی  
(۲) پرسش‌های راهنمایی‌کننده  
(۳) تعیین هدف  
(۴) پرسش‌های ساده

۱۲. درصد فراوانی نسبی جمعیت کشور در گروه‌های سنی زیر داده شده است. اگر کل جمعیت ۷۵ میلیون نفر باشد، چند میلیون نفر بین ۲۰ تا ۵۰ هستند؟ (انسانی ۹۷)

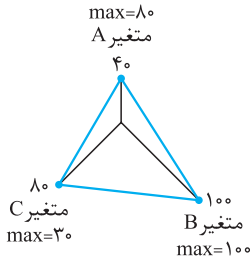
سن	< ۱۰	۱۰-۲۰	۲۰-۳۰	۳۰-۴۰	۴۰-۵۰	۵۰-۶۰	۶۰-۷۰	> ۷۰
درصد فراوانی نسبی	۱۰	۱۲	۱۵	a	۱۶	۱۴	۱۱	۹

- ۳۰ (۱)      ۳۲ (۲)      ۳۳ (۳)      ۳۴ (۴)

۱۳. در نمودار جعبه‌ای ۳۶ داده آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه به ترتیب ۲۲ و ۳۰ می‌باشد. اگر میانگین داده‌ها ۲۷/۵ باشد، میانگین داده‌های داخل و روی جعبه کدام است؟

- ۲۷ (۱)      ۲۸ (۲)      ۲۹ (۳)      ۳۰ (۴)

۱۴. با توجه به نمودار راداری مقابل، میانگین داده‌ها چقدر است؟



- ۵۸ (۱)  
۶۸ (۲)  
۵۲ (۳)  
۶۰ (۴)

۱۵. در یک کشور در حال توسعه، خانواده‌ای ۸ عضو دارد. با توجه به خط فقر جهانی حداقل درآمد ماهانه این خانواده، در یک ماه چند دلار باشد تا زیر خط فقر نباشند؟

- ۳۱۰ (۱)      ۳۴۰ (۲)      ۴۱۰ (۳)      ۴۴۰ (۴)

۱۶. یک خانواده پنج‌نفره به‌طور متوسط ماهیانه ۲/۲۰۰/۰۰۰ درآمد دارد. اگر خط فقر درآمد ماهیانه افراد در ایران برای هر نفر ۵۰۰/۰۰۰ تومان باشد، باید حداقل چند تومان یارانه به این خانواده تعلق بگیرد تا هیچ‌کدام از افراد خانواده زیر خط فقر نباشند؟

- ۲۴۰/۰۰۰ (۱)      ۳۰۰/۰۰۰ (۲)      ۴۰۰/۰۰۰ (۳)      ۳۰/۰۰۰ (۴)

۱۷. قیمت هر کیلو نان و هر کیلو گوشت در سال پایه به ترتیب ۲۰۰ و ۸۰۰۰ تومان می‌باشد. در سال ۹۶ این قیمت‌ها به ترتیب به ۴۰۰ و ۱۰۰۰۰ تومان می‌رسند. اگر مقدار مصرف این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۸۰ و ۴۰ کیلوگرم باشد، شاخص این دو کالا روی هم چقدر است؟

- ۶۰ (۱)      ۹۸ (۲)      ۱۵۰ (۳)      ۲۱۰ (۴)

۱۸. در یک جامعه آماری، ۴۰ میلیون نفر شاغل‌اند. ۲ میلیون نفر از کار اخراج شده‌اند، ۵ میلیون نفر دیگر جویای کار هستند و ۳ میلیون نفر دیگر قرار است از تاریخ مشخصی سرکار بروند. نرخ بیکاری این جامعه چند درصد است؟

- ۲۰ (۱)      ۲۵ (۲)      ۳۵ (۳)      ۴۰ (۴)



آمار

۴۷. با توجه به داده‌های زیر حاصل  $IQR + SD - R$  کدام است؟ (SD انحراف معیار است.)

سن افراد: ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱

$$1 - \sqrt{3} \quad (۴)$$

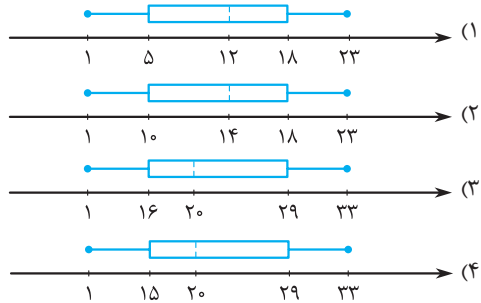
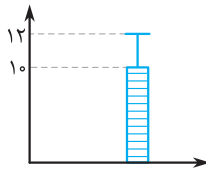
$$\sqrt{3} - 1 \quad (۳)$$

$$1 - \sqrt{2} \quad (۲)$$

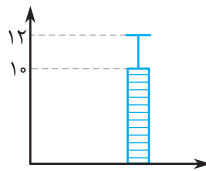
$$\sqrt{2} - 1 \quad (۱)$$

۴۸. می‌خواهیم نمودار بستنی برعکس زیر را به نمودار جعبه‌ای تبدیل کنیم. کدام گزینه می‌تواند درست باشد؟

میانه =  $2 \times \bar{x}$ ,  $\min = 1$ ,  $R = 30 + \sigma$ ,  $IQR = 14$



۴۹. تمام داده‌های مربوط به نمودار زیر را ابتدا ۴ برابر کرده، سپس با ۳ جمع می‌کنیم. واریانس داده‌های جدید کدام است؟



- (۱) ۵
- (۲) ۲۵
- (۳) ۸
- (۴) ۶۴

۵۰. حذف داده‌های دورافتاده جز کدام یک از گام‌های چرخه آمار در حل مسائل است؟

- (۱) بیان مسئله
- (۲) طرح و برنامه‌ریزی
- (۳) گردآوری و پاکسازی داده‌ها
- (۴) تحلیل داده‌ها

## پاسخنامه تشریحی

۱. گزینه «۳»

۲. گزینه «۳»

$$\frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{x}{5} = 18 \Rightarrow x = 90 \Rightarrow \frac{90 + x}{15} = 14 \Rightarrow 90 + x = 210$$

$$\Rightarrow x = 120 \Rightarrow \bar{x} = \frac{120}{10} = 12$$

۳. گزینه «۴»

$$\frac{3}{16} : \text{پارامتر افراد بالای خط فقر} , \quad \frac{2}{4} = \frac{1}{2} : \text{آماره افراد زیر خط فقر}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{16}{3} = \frac{8}{3}$$



۴. گزینه «۲»

$$\frac{(مجموع)X}{۴۵} = ۱۱۲۴ \Rightarrow x = ۵۰۵۸۰ \Rightarrow ۵۰۵۸۰ - ۱۲۰۴ = ۴۹۳۷۶$$

$$۴۹۳۷۶ + ۱۰۲۴ = ۵۰۴۰۰ \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{۵۰۴۰۰}{۴۵} = ۱۱۲$$

۵. گزینه «۳»

$$\frac{-۲}{۳} \times ۳۰ + ۱ = -۲۰ + ۱ = -۱۹ \quad \text{چهار عمل اصلی روی میانه نیز اعمال می‌شود، پس داریم:}$$

۶. گزینه «۲»

$$\sigma^2 = \frac{۴۵}{۵} = ۹ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۹} = ۳$$

۷. گزینه «۱»

$$a - ۸ = ۴ \Rightarrow a = ۱۲, \quad ۳b + ۲ = ۴ \Rightarrow ۳b = ۲ \Rightarrow b = \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{c}{۲} + ۱ = ۴ \Rightarrow \frac{c}{۲} = ۳ \Rightarrow c = ۶$$

$$\frac{۲}{۳}, ۶, ۱۲ \Rightarrow \text{میانه} = ۶$$

۸. گزینه «۳»

$$\alpha = \frac{f}{N} \times ۳۶^\circ \Rightarrow \frac{۱۵}{N} \times ۳۶^\circ = ۵۴^\circ \Rightarrow N = \frac{۳۶^\circ \times ۱۵}{۵۴^\circ} = ۱۰۰$$

۹. گزینه «۱»

$$۳۶^\circ \div ۳۵^\circ = ۱۰/۲۸ \quad \times$$

۱۰. گزینه «۱»

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - ۱۷)^2 + \dots + (x_{۲۵} - ۱۷)^2 + (۱۲ - ۱۷)^2 + \dots + (۲۲ - ۱۷)^2}{N}$$

$$\Rightarrow ۵ = \frac{(x_1 - ۱۷)^2 + \dots + (x_{۲۵} - ۱۷)^2 + ۸۲}{۲۹} \Rightarrow (x_1 - ۱۷)^2 + \dots + (x_{۲۵} - ۱۷)^2 + ۸۲ = ۲۹ \times ۵ = ۱۴۵$$

$$\Rightarrow (x_1 - ۱۷)^2 + \dots + (x_{۲۵} - ۱۷)^2 = ۱۴۵ - ۸۲ = ۶۳$$

$$\text{واریانس داده‌های باقی‌مانده} \quad \sigma^2 = \frac{(x_1 - ۱۷)^2 + \dots + (x_{۲۵} - ۱۷)^2}{۲۹ - ۴} = \frac{۶۳}{۲۵} = ۲/۵۲$$

۱۱. گزینه «۲»

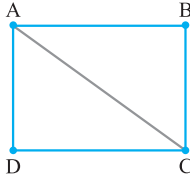
۱۲. گزینه «۳»

$$a = ۱۰۰ - (۱۰ + ۱۲ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۴ + ۱۱ + ۹) = ۱۳$$

$$N = ۱۵ + ۱۳ + ۱۶ = ۴۴ \Rightarrow \frac{f}{N} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{f}{۴۴} \times ۱۰۰ = ۷۵ \Rightarrow f = \frac{۷۵ \times ۴۴}{۱۰۰} = ۳۳$$



۴. می‌خواهیم رأس‌های شکل زیر را با رنگ‌های آبی، قرمز، سبز و زرد طوری رنگ کنیم که دو رأس متصل به هم رنگ‌های یکسان نداشته باشند. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟



- ۱۶ (۱)
- ۲۴ (۲)
- ۴۸ (۳)
- ۹۶ (۴)

۵. برای مسافرت از شهری به شهر دیگر، ۵ نوع وسیله نقلیه وجود دارد. تعداد مسیری‌هایی که می‌توان از شهر A به شهر B با عبور از شهرهای متوالی C و D مسافرت کرد، به طوری که از هر وسیله نقلیه حداکثر یک بار استفاده شود، کدام است؟

- ۶۰ (۱)
- ۸۰ (۲)
- ۹۰ (۳)
- ۱۲۵ (۴)

۶. در تساوی  $120 = \frac{(n-1)!}{3!}$ ، مقدار n کدام است؟

- ۵ (۱)
- ۶ (۲)
- ۴ (۳)
- ۷ (۴)

۷. اگر  $4 = \frac{(x+2)!}{(x+1)!}$  باشد، آن‌گاه حاصل  $2x$  کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

۸. معادله  $1 = (x^2 - 4)!$ ، چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۹. مقدار n در عبارت  $\frac{2}{3} = \frac{(n!)^2}{(n+1)!(n-1)!}$ ، کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۱۰. با ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ و ۰ چند عدد ۳ رقمی بزرگ‌تر از ۳۳۰ بدون تکرار ارقام، می‌توان ساخت؟

- ۶۰ (۱)
- ۲۴ (۲)
- ۴۸ (۳)
- ۳۲ (۴)

۱۱. چند عدد پنج‌رقمی وجود دارد که تمام ارقام آن زوج و غیرصفر است؟

- ۲۵۶ (۱)
- ۵۱۲ (۲)
- ۶۲۵ (۳)
- ۱۰۲۴ (۴)

۱۲. چند عدد سه‌رقمی با ارقام متمایز وجود دارد؟

- ۴۵۰ (۱)
- ۵۰۴ (۲)
- ۶۴۸ (۳)
- ۷۲۰ (۴)

۱۳. پلاک اتومبیل سواری در تهران به صورت  $\frac{\text{تهران}}{***ب**}$  می‌باشد که هر ستاره نمایش یک رقم غیرصفر است. در

سری «ب» و در تهران چند پلاک می‌توان ساخت که با رقم فرد شروع و به رقم زوج ختم شود؟

- ۱۱۶۶۴ (۱)
- ۱۴۵۸۰ (۲)
- ۱۵۴۸۰ (۳)
- ۱۸۲۲۵ (۴)

۱۴. چند عدد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۵ و متشکل از رقم‌های فرد وجود دارد؟ (انسانی خارج ۹۱)

- ۱۸ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۲۵ (۴)

۱۵. تعداد جایگشت‌های حروف کلمه «DAMDARAN» به شرط آن که حروف یکسان کنار هم قرار گیرند، کدام است؟

- ۱۲۰ (۱)
- ۱۸۰ (۲)
- ۲۴۰ (۳)
- ۳۶۰ (۴)



۸. گزینه «۴» می‌دانیم  $1! = 1! = 1$ ، بنابراین معادله دو جواب دارد:

$$(x^2 - 4)! = 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 1 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow \text{معادله ۴ ریشه دارد}$$

۹. گزینه «۲»

$$\frac{(n!)^2}{(n+1)!(n-1)!} = \frac{n! \times n!}{[(n+1) \times n!](n-1)!} = \frac{n(n-1)!}{(n+1)(n-1)!} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{n}{n+1} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3n + 2n + 2 \Rightarrow n = 2$$

۱۰. گزینه «۳» تکرار مجاز نیست و باید سهرقمی و بزرگ‌تر از  $330$  باشند، پس دو حالت داریم:

حالت اول:  $\overbrace{1}^{\text{عدد ۳}} \times \overbrace{2}^{\text{۴, ۵}} \times \overbrace{4}^{\text{۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵}} = 8 \Rightarrow 8 + 40 = 48$

حالت دوم:  $\overbrace{2}^{\text{۴, ۵}} \times \overbrace{5}^{\text{۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵}} \times \overbrace{4}^{\text{۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵}} = 40$

۱۱. گزینه «۴» باید فقط از اعداد  $2, 4, 6, 8$  استفاده شود:

$$\boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{4} = 4^5 = 1024$$

۱۲. گزینه «۳» عدد سهرقمی متمایز در آن تکرار، مجاز نیست. با ارقام  $0$  تا  $9$  که در اولین خانه سمت چپ رقم صفر نداریم.

$$\overbrace{9}^{\text{۹ تا ۱}} \times \overbrace{9}^{\text{۹ تا ۰}} \times \overbrace{8}^{\text{یکی کمتر}} = 648$$

۱۳. گزینه «۲» در واقع یک عدد پنج‌رقمی داریم که در آن صفر نداریم و با رقم فرد شروع و با زوج ختم می‌شود

$$\overbrace{1, 3, 5, 7, 9}^{\text{۵}} \times \overbrace{9}^{\text{۹ تا ۱}} \times \overbrace{9}^{\text{۹ تا ۱}} \times \overbrace{9}^{\text{۹ تا ۱}} \times \overbrace{2, 4, 6, 8}^{\text{۴}} = 14580$$

و تکرار مجاز است، پس داریم:

۱۴. گزینه «۴» عدد سهرقمی با ارقام فرد و بخش‌پذیر بر  $5$  یعنی با استفاده از ارقام  $0, 5, 7, 9, 10$  و یکان حتماً  $5$  باشد. همچنین تکرار ارقام مجاز است، پس داریم:

$$\overbrace{1, 3, 5, 7, 9}^{\text{۵}} \times \overbrace{1, 3, 5, 7, 9}^{\text{۵}} \times \overbrace{5}^{\text{۵}} = 25$$

۱۵. گزینه «۱» حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند، بنابراین حروف یکسان را هر کدام داخل دسته‌بندی‌های جداگانه

$$\underline{DD} \underline{AAA} \underline{M} \underline{R} \underline{N} = 5! = 120$$

قرار می‌دهیم و هر دسته را یکبار محاسبه می‌کنیم، بنابراین داریم:

**نکته** اگر جایگشت  $n$  شیء، بدون عضو تکراری باشد،  $n!$  حالت داریم.

۱۶. گزینه «۴» دو حالت برای این کار داریم:

حالت اول:  $\overbrace{1}^{\text{S}} \times \overbrace{3}^{\text{AIT}} \times \overbrace{1}^{\text{S}} \times \overbrace{2}^{\text{S}} \times \overbrace{1}^{\text{S}} \times \overbrace{1}^{\text{S}} = 6 \Rightarrow 6 + 6 = 12$

حالت دوم:  $\overbrace{3}^{\text{AIT}} \times \overbrace{1}^{\text{S}} \times \overbrace{2}^{\text{S}} \times \overbrace{1}^{\text{S}} \times \overbrace{1}^{\text{S}} \times \overbrace{1}^{\text{S}} = 6$

# پیوست

در این قسمت دو آزمون کنکور ۹۸ داخل و خارج انسانی و دو آزمون شبیه‌سازی کنکور، براساس آخرین تغییرات کتاب درسی که بهترین ابزار برای جمع‌بندی است، همراه با پاسخ کاملاً تشریحی آورده‌ایم.





## آزمون جامع (۱)

(شبه‌سازی کنکور)

۱. ساده شده عبارت  $\frac{4x^2 - 12x + 9}{4x - 6} \div (2 - \frac{4x - 3}{x})$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{x}{2}$       (۲)  $\frac{x}{2}$       (۳)  $-\frac{1}{2x}$       (۴)  $\frac{2x - 3}{x}$

۲. در معادله درجه دوم  $2x^2 + ax + 4 = 0$  به ازای یک مقدار  $a$  مجموع دو ریشه حقیقی معادله،  $-\frac{9}{2}$  است. ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

(۱)  $-4$       (۲)  $-\frac{1}{2}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $4$

۳. تابع  $f$  به هر عدد حقیقی،  $4$  واحد کمتر از دو برابر مکعب همان عدد را نسبت می‌دهد. ضابطه  $f$  کدام است؟

(۱)  $f(x) = 2\sqrt[3]{x - 4}$       (۲)  $f(x) = 2(x - 4)^3$       (۳)  $f(x) = 2\sqrt[3]{x} - 4$       (۴)  $f(x) = 2x^3 - 4$

۴. اگر  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  باشد، آن‌گاه  $f(x + 2) - f(x - 2)$  کدام است؟

(۱)  $4(x - 3)$       (۲)  $4(x - 2)$       (۳)  $4(2x - 1)$       (۴)  $4(2x - 3)$

۵. نمودار تابع خطی  $f$  از مبدأ عبور کرده و  $f(2) = 7$  است. حاصل  $f(-\frac{1}{2}) - f(\frac{1}{2})$  کدام است؟

(۱)  $\frac{7}{20}$       (۲)  $-\frac{7}{20}$       (۳)  $\frac{7}{10}$       (۴)  $-\frac{7}{10}$

۶. خط  $x = 2$  محور تقارن سهمی  $y = -x^2 + ax + 5$  می‌باشد. این سهمی از کدام نقاط می‌گذرد؟

(۱)  $(-1, 4)$       (۲)  $(-1, 5)$       (۳)  $(1, 8)$       (۴)  $(1, 9)$

۷. اگر باطنای به طول  $600$  متر بخواهیم قطعه زمینی به شکل مستطیل که یک طرف آن دیوار ساختمان دیگری است، محصور کنیم، ماکزیمم مساحت این زمین کدام است؟

(۱)  $42000$       (۲)  $45000$       (۳)  $46000$       (۴)  $48000$

۸. واریانس داده‌های جدول زیر کدام است؟

داده‌ها	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۴ (۲)	۳ (۱)
فراوانی	۳	۲	۴	۶	۱	۶ (۴)	۵ (۳)

۹. مطابق شکل زیر، تعیین کنید زاویه مربوط به دسته D در نمودار دایره‌ای، چند درجه است؟



۱۰. اگر ارزش گزاره  $\sim(p \wedge q)$  نادرست و ارزش  $p$  درست باشد، حاصل هم‌ارزی زیر کدام است؟ گزاره  $\sim(p \wedge q) \wedge r \equiv ?$  (دلخواه است.)

(۱)  $T$       (۲)  $F$       (۳)  $r$       (۴)  $\sim r$



## پاسخ‌نامه تشریحی آزمون جامع (۱)

۱. گزینه «۱»

روش اول:

$$\frac{4x^2 - 12x + 9}{4x - 6} = \frac{(2x - 3)^2}{2(2x - 3)} = \frac{2x - 3}{2}$$

ابتدا عبارت اول را ساده می‌کنیم:

$$2 - \frac{4x - 3}{x} = \frac{2x - 4x + 3}{x} = \frac{-2x + 3}{x}$$

سپس برای عبارت دوم مخرج مشترک می‌گیریم:

تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و عبارت را معکوس می‌کنیم:

$$\frac{2x - 3}{2} \div \frac{-(2x - 3)}{x} = \frac{2x - 3}{2} \times \frac{-x}{2x - 3} = -\frac{x}{2}$$

روش دوم:

$$x = 2 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری عددی دلخواه هم در صورت سؤال و هم در گزینه‌ها}} \frac{4(2)^2 - 12(2) + 9}{4(2) - 6} \div \left(2 - \frac{4(2) - 3}{2}\right) = \frac{1}{2} \div \frac{-1}{2} = -1$$

۲. گزینه «۲»

$$2x^2 + ax + 4 = 0$$

$$\text{مجموع دو ریشه } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{a}{2} = -\frac{9}{2} \Rightarrow a = 9$$

$$2x^2 + 9x + 4 = 0$$

مقدار  $a$  را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (9)^2 - 4(2)(4) = 49$$

به روش دلتا ریشه‌های معادله را به دست می‌آوریم:

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-9 \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{-9 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \\ x_2 = -\frac{16}{4} = -4 \end{cases}$$

بنابراین ریشه بزرگ‌تر  $-\frac{1}{2}$  است.

۳. گزینه «۴»

مکعب  $x$  یعنی  $x^3$  و  $4$  واحد کم‌تر از  $2$  برابر مکعب  $x$  یعنی:  $2x^3 - 4$

۴. گزینه «۴»

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$(x + 2)$  را در ضابطه تابع جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f(x + 2) = (x + 2)^2 - 3(x + 2) + 2 = x^2 + 4x + 4 - 3x - 6 + 2 = x^2 + x$$

سپس  $(x - 2)$  را در ضابطه تابع جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f(x - 2) = (x - 2)^2 - 3(x - 2) + 2 = x^2 - 4x + 4 - 3x + 6 + 2 = x^2 - 7x + 12$$

پس داریم:

$$f(x + 2) - f(x - 2) = x^2 + x - (x^2 - 7x + 12) = x^2 + x - x^2 + 7x - 12 = 8x - 12 = 4(2x - 3)$$





(کنکور سراسری ۹۸)

۱. حاصل عبارت با معنی  $\frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{x-1}{2x+1} - \frac{2x+1}{2x-1}$  ، به صورت  $\frac{P(x)}{4x^2 - 1}$  است. کدام P(x) است؟

(۱)  $-8x$       (۲)  $-4x$       (۳)  $-4x + 1$       (۴)  $2x - 3$

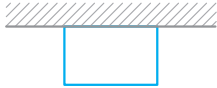
۲. به ازای کدام مقدار a ، معادله  $1 - \frac{a+2}{x-1} = \frac{x-2}{ax-5}$  ، دارای جواب  $x = 3$  است؟

(۱)  $-\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳)  $-\frac{2}{3}$       (۴)  $\frac{2}{3}$  ، ۱

۳. اگر رابطه  $\{(3, a+2b), (\delta, 4), (7, 2), (3, 7), (\delta, 2a-b)\}$  ، یک تابع باشد،  $a^2 - b^2$  کدام است؟

(۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۶

۴. می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل، که یک طرف آن دیوار است محصور شود. بیشترین مساحت زمین محصور شده، کدام است؟



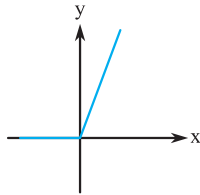
(۱) ۳۶۴      (۲) ۳۷۸

(۳) ۳۹۲      (۴) ۴۰۶

۵. نمرات ادبیات دانش آموزی در ۱۰ آزمون به صورت زیر است. با حذف دو نمره کمترین و بیشترین آن‌ها، مقدار انحراف معیار، تقریباً کدام است؟

۱۴, ۱۲, ۱۵, ۹, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۵, ۲۰, ۱۱

(۱)  $0/9$       (۲)  $1/2$       (۳)  $1/5$       (۴)  $1/6$



۶. شکل روبه‌رو، نمودار کدام تابع است؟

(۱)  $y = x - |x|$

(۲)  $y = x + |x|$

(۳)  $y = |x - 1| - 1$

(۴)  $y = 1 - |x - 1|$

۷. در تابع  $f(x) = [x + \frac{3}{4}] - [-x]$  ، مقدار  $f(\frac{9}{4}) + f(-\frac{1}{4})$  ، کدام است؟

(۱) ۴      (۲) ۵      (۳) ۶      (۴) ۷

۸. اگر  $f = \{(2, 5), (3, 4), (4, 6), (1, 7)\}$  و  $g = \{(1, 3), (2, 6), (\delta, 2), (4, 9)\}$  باشند، برد تابع  $g - f$  ، کدام است؟

(۱)  $\{-4, 1, 3\}$       (۲)  $\{-4, 2, 3\}$       (۳)  $\{-4, 1, 2, 3\}$       (۴)  $\{1, 2, 3, 4\}$

۹. با ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱، ۰ چند عدد چهار رقمی بخش پذیر بر ۵، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟

(۱) ۷۲      (۲) ۹۶      (۳) ۱۰۸      (۴) ۱۲۰

۱۰. یک سکه و یک تاس با هم پرتاب می‌شود، با کدام احتمال سکه «رو» و عدد تاس مضرب ۳ ظاهر می‌شود؟

(۱)  $\frac{1}{12}$       (۲)  $\frac{1}{6}$       (۳)  $\frac{1}{4}$       (۴)  $\frac{1}{3}$



## پاسخ‌نامه تشریحی آزمون جامع (۳)

۱. گزینه «۱»

روش اول: ابتدا بین کسرها مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{x-1}{2x+1} - \frac{2x+1}{2x-1} = \frac{2x^2 - x + 2x^2 - 3x + 1 - 4x^2 - 4x - 1}{4x^2 - 1} = \frac{-8x}{4x^2 - 1}$$

$$P(x) = -8x$$

با توجه به اینکه حاصل عبارت برابر  $\frac{P(x)}{4x^2 - 1}$  است، بنابراین:

روش دوم: با جای گذاری عدد ۱ در عبارت اصلی و عبارت شامل  $P(x)$  و همچنین درگزینه‌ها داریم:

$$\frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{x-1}{2x+1} - \frac{2x+1}{2x-1} \xrightarrow{x=1} \frac{1}{3} + 0 - \frac{3}{1} = \frac{-8}{3} \quad \text{①}$$

$$\frac{P(x)}{4x^2 - 1} \xrightarrow{x=1} \frac{P(x)}{3} \quad \text{②}$$

$$\xrightarrow{\text{①}, \text{②}} \frac{P(x)}{3} = -\frac{8}{3} \Rightarrow P(x) = -8$$

بررسی تک‌تک گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱»} \xrightarrow{x=1} -8x = -8 \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه «۲»} \xrightarrow{x=1} -4x = -4 \quad \times$$

$$\text{گزینه «۳»} \xrightarrow{x=1} -4x + 1 = -4 + 1 = -3 \quad \times$$

$$\text{گزینه «۴»} \xrightarrow{x=1} 2x - 3 = 2 - 3 = -1 \quad \times$$

۲. گزینه «۲»

با توجه به اینکه جواب معادله  $x = 3$  است، بنابراین می‌توانیم  $x = 3$  را در معادله قرار دهیم:

$$\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1 \xrightarrow{x=3} \frac{1}{3a-5} = \frac{a+2}{2} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a}{2} + \frac{2}{2} - 1 \quad \text{طرفین وسطین} \rightarrow 3a^2 - 5a = 2$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 5a - 2 = 0$$

$$\Delta = 25 - 4(3)(-2) = 49$$

معادله را به روش  $\Delta$  (دلتا) حل می‌کنیم:

$$a = \frac{\Delta \pm \sqrt{\Delta}}{6} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{12}{6} = 2 \\ a = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$