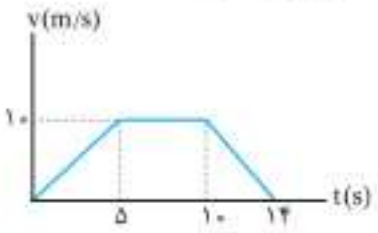
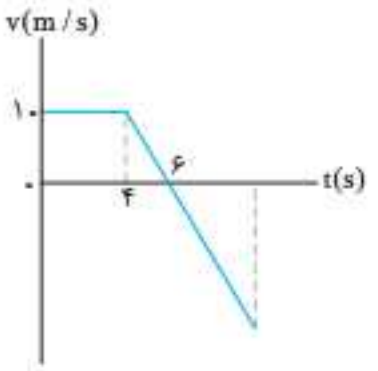
۲۱۱. متحرکی بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل است. شتاب متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$، چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (تجربی ۹۲)



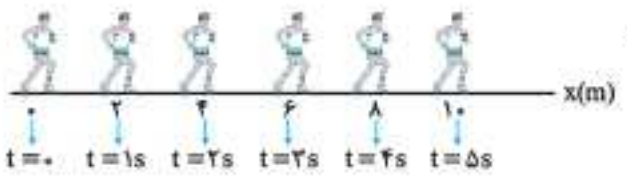
۱) ۰/۱
۲) ۰/۵
۳) ۰/۷
۴) صفر

۲۱۲. نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در مدت‌زمانی که سرعت متوسط جسم صفر است، شتاب متوسط جسم تقریباً چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(\sqrt{۵} \simeq ۲/۲)$



۱) -۲
۲) -۳
۳) -۴
۴) -۵

ایستگاه ۷: حرکت با سرعت ثابت



در حرکت با سرعت ثابت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر، ثابت و یکسان است. در این حرکت، متحرک در بازه‌های زمانی یکسان، **جابه‌جایی یکسان** دارد.
در شکل مقابل نمونه‌ای از حرکت با سرعت ثابت را نشان داده‌ایم. در این حرکت، دونده‌ای در حال دویدن به طرف راست است و در هر یک ثانیه $۲m$ می‌پیماید.

ویژگی‌های حرکت با سرعت ثابت

۱ **اندازهٔ** سرعت و **جهت** سرعت متحرک در همهٔ لحظه‌ها **یکسان** و **ثابت** است. $\vec{v}_۱ = \vec{v}_۲ = \vec{v} = $ ثابت

۲ سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ دلخواه مقداری ثابت و برابر سرعت متحرک **در هر لحظه** از حرکت آن است و می‌توان نوشت:

$$v = v_{av} \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

۳ اگر در لحظهٔ $t_۱ = ۰\ s$ متحرک در مکان $x_۱ = x_۰$ و در لحظهٔ $t_۲ = t\ (s)$ متحرک در مکان $x_۲ = x(m)$ باشد، رابطهٔ بالا را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$v = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} \xrightarrow[t_۲ = t\,s\ ,\ x_۲ = x]{t_۱ = ۰\ ,\ x_۱ = x_۰} v = \frac{x - x_۰}{t}$$

رابطهٔ زیر را معادلهٔ مکان ـ زمان (یا معادلهٔ حرکت) در حرکت سرعت ثابت می‌نامند:

$$x = vt + x_۰$$
(مکان در لحظهٔ t ↓ ، مکان در لحظهٔ $t=۰$ ↓)

در این رابطه $x_۰$ را **مکان اولیه** و x را **مکان** متحرک در **لحظهٔ** t می‌نامیم.

۴ در معادلهٔ مکان ـ زمان یا معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت مقدارهای $x_۰$ و v همواره ثابت هستند و x تابعی درجه اول از t است.

$$x = v_{(ثابت)}t + x_{۰(ثابت)}$$

۵ اگر جابه‌جایی جسم برحسب زمان موردنظر باشد از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان استفاده می‌کنیم.

$$\Delta x = vt$$
(جابه‌جایی ↓)

تذکر: دقت کنید که در این روابط، منظور از t، بازهٔ زمانی $(۰\ تا\ t)$ است.

۶ در این حرکت چون جهت حرکت ثابت است، مسافت طی‌شده در یک مدت‌زمان معین برابر با بزرگی جابه‌جایی متحرک است: همچنین تندی متحرک برابر با بزرگی سرعت آن است:

$$|\Delta x| = \ell\ ,\ |v| = s$$

یادآوری: در حرکت روی خط راست، برای هر بردار مانند $\vec{x}$، $\vec{v}$، $\Delta\vec{x}$ و $\vec{x}_۰$ دو جهت ممکن است وجود داشته باشد: یکی در جهت مثبت محور و دیگری در جهت منفی محور؛ از این‌رو برای ساده‌تر شدن روابط، در بیشتر حالت‌ها هر برداری که در جهت مثبت باشد را با علامت مثبت و هر برداری که در جهت منفی باشد را با علامت منفی نمایش می‌دهیم. مثلاً به جای $\vec{v} = (-۵m/s)\vec{i}$ می‌نویسیم $v = -۵m/s$ یا به‌جای $\vec{x} = (۲۰m)\vec{i}$ می‌نویسیم $x = ۲۰m$.

تست: متحرکی روی خط راست با سرعت ثابت حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = 2\,s$ و $t_2 = 6\,s$ به‌ترتیب از مکان های $x_1 = 12\,m$ و $x_2 = -4\,m$ عبور می‌کند. معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در SI کدام است؟

۱) $x = -4t + 12$ ۲) $x = 2t + 12$ ۳) $x = 2t + 16$ ۴) $x = -4t + 20$

پاسخ: گزینهٔ «۴»

گام اول از رابطهٔ $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم تا سرعت متحرک را به دست آوریم:

$$v = \frac{-4-12}{6-2} = -4\,m/s$$

دقت کنید که علامت منفی بیانگر این است که جهت حرکت جسم یا جهت سرعت جسم در سوی منفی است.

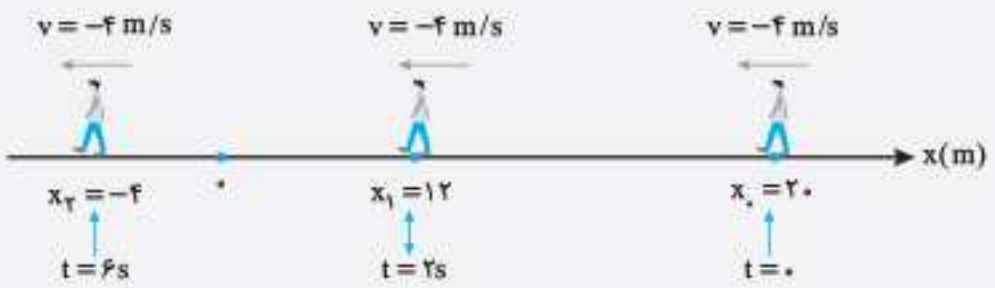
گام دوم اکنون مکان $x_1 = 12m$ را با لحظهٔ مربوط به آن یعنی $t_1 = 2s$، در معادلهٔ مکان ـ زمان یعنی $x = vt + x_0$ قرار می‌دهیم تا x_0 (مکان متحرک در لحظهٔ $t = 0\,s$) را به دست آوریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[v=-4\,m/s]{t=2s,\ x=12m} 12 = -4\times 2 + x_0 \Rightarrow x_0 = 20m$$

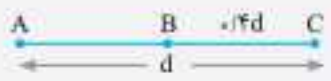
x_0 را می‌شود به روش کوتاه‌تر هم حساب کرد به این صورت که جسم در هر ثانیه، ۴ متر در جهت منفی می‌رود، پس در لحظهٔ $t = 0$ باید ۲ تا ۴ متر یعنی ۸ متر از مکان ۱۲ متر عقب‌تر باشد که میشه $12 + 8 = 20$ متر.

گام سوم مقدارهای ثابت x_0 و v را در رابطهٔ کلی معادلهٔ مکان ـ زمان قرار می‌دهیم تا معادلهٔ مکان ـ زمان این حرکت به دست آید:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[x_0=20m]{v=-4\,m/s} x = -4t + 20$$



در شکل روبه‌رو، متحرکی با سرعت ثابت v، مسیر AB را در مدت ۸ دقیقه می‌پیماید. این متحرک کل مسیر AC را در چند دقیقه طی کند؟



۱) ۶ ۲) ۱۰ ۳) $\frac{40}{3}$ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ «۳»

از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت (یعنی $\Delta x = vt$) برای هر قسمت استفاده می‌کنیم و برای دو قسمت AB و AC طرفین دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta x_{AC}} = \frac{v_{AB}}{v_{AC}} \times \frac{t_{AB}}{t_{AC}} \xrightarrow{v_{AB}=v_{AC}} \frac{0/6d}{d} = \frac{8}{t_{AC}} \Rightarrow t_{AC} = \frac{40}{3}\ \text{دقیقه}$$

متحرکی طول مسیری را با سرعت ثابت v (برحسب m/s) در مدت ۵ ثانیه می‌پیماید و همین متحرک سه برابر طول این مسیر را با سرعت $(v+10)$ در مدت ۱۰ s می‌پیماید. v چند m/s است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینهٔ «۳»

گام اول از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان برای هر حرکت استفاده می‌کنیم و آن‌ها را می نویسیم:

$$\Delta x = vt \begin{cases} t = 5\,s \rightarrow \Delta x = 5v & (1) \\ t = 10\,s \rightarrow 3\Delta x = (v+10)\times 10 & (2) \end{cases}$$

گام دوم طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می‌کنیم و v را حساب می‌کنیم.

$$\frac{3\Delta x}{\Delta x} = \frac{(v+10)\times 10}{5v} \Rightarrow 3v = 2v + 20 \Rightarrow v = 20\,m/s$$

حرکت دو متحرک

وقتی با حرکت دو متحرک سروکار داریم، برای تشکیل معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها روی یک محور مشترک، مبدأ مکان هر دو باید یک نقطهٔ مشترک باشد و به موارد زیر توجه می‌کنیم:

۱ اگر دو متحرک A و B همزمان از دو نقطهٔ متفاوت حرکت کنند و در لحظهٔ t به هم برسند، مکان دو متحرک در این لحظه یکسان است و مدت‌زمان حرکت هر دو نیز یکسان است.

$t_A = t_B = t\,,\ x_A = x_B \Rightarrow$ شرط به‌هم‌رسیدن

۲ اگر حرکت دو متحرک با اختلاف زمانی T در نظر گرفته شـود و در لحظهٔ t به هم برسـند، مکان آن‌ها در این لحظه، یکسان است، ولی مدت‌زمان حرکت آن‌ها با هم فرق می‌کند. مثلاً اگر متحرک B به اندازهٔ T ثانیه دیرتر شروع به حرکت کرده باشد، داریم:

$$t_B = t_A - T \,,\, x_A = x_B$$

۳ فاصلهٔ دو متحرک در هر لحظه، از رابطهٔ $|x_B - x_A|$ به دست می‌آید.

تذکر: هنگامی که دو متحرک به هم می‌رسند، مکان یکسان دارند اما **الزاماً** جابه‌جایی آن‌ها در مدت t یکسان نیست.

تست: متحرکی با سـرعت ثابت $36\ km/h$ روی محور x، از $x=0$ در جهت مثبت محور عبور می‌کند. ۲ ثانیه پس از آن متحرک دیگری با تندی $5\ m/s$ از مکان $x=50\ m$ به طرف متحرک اول حرکت می‌کند. هنگامی که متحرک‌ها به هم می‌رسـند، مسافتی که متحرک اول می‌پیماید چند برابر مسافتی است که متحرک دوم پیموده است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ «۴»

گام اول اگر مدت‌زمان حرکت اولی را t در نظر بگیریم، چون متحرک دوم ۲ ثانیه دیرتر حرکت کرده است، مدت‌زمان حرکت دومی $(t-2)$ است:

بنابراین معادلهٔ حرکت هر یک را با استفاده از رابطهٔ $x = vt + x_0$ می‌نویسیم:

$$x_1 = \frac{36}{3/6}t + 0 \Rightarrow x_1 = 10t$$

دقت کنید که متحرک دوم در جهت منفی حرکت می‌کند و سرعت آن منفی است:

$$x_2 = -5(t-2) + 50 \Rightarrow x_2 = -5t + 60$$

گام دوم اکنون مکان متحرک‌ها را مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم تا لحظهٔ به هم رسیدن آن‌ها را به دست آوریم:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 10t = -5t + 60 \Rightarrow 15t = 60 \Rightarrow t = 4\ s$$

گام سوم جابه‌جایی هر یک را از رابطهٔ $\Delta x = vt$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_A = 10 \times 4 = 40\ m \ , \ \Delta x_B = -5(4-2) = -10\ m$$

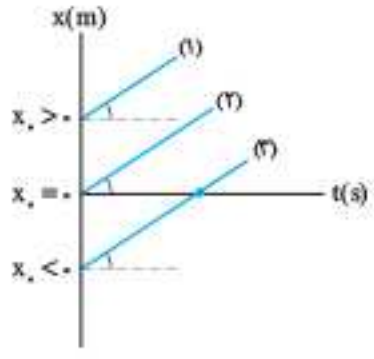
گام چهارم نسبت اندازهٔ این دو جابه‌جایی (مسافت) را حساب می‌کنیم:

$$\frac{|\Delta x_A|}{|\Delta x_B|} = \frac{40}{10} = 4$$

نمودارهای حرکت با سرعت ثابت

نمودار مکان ـ زمان

دیدیم که معادلهٔ حرکت یکنواخت برحسب زمان یک تابع درجه اول است $(x = vt + x_0)$. با مقایسهٔ این تابع با فرم کلی تابع درجهٔ اول که در درس ریاضیات آموخته‌اید، یعنی $y = ax + b$ و این‌که شکل کلی این تابع به‌صورت خط راست است، می‌توان دریافت نمودار مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت نیز به‌صورت خط راست است. برحسـب این‌که علامت سرعت (جهت حرکت) مثبت باشـد یا منفی، و این‌که مکان اولیهٔ متحرک (x_0) مثبت، صفر یا منفی باشد، حالت‌های گوناگون زیر را برای نمودار $x - t$ در نظر می‌گیریم:

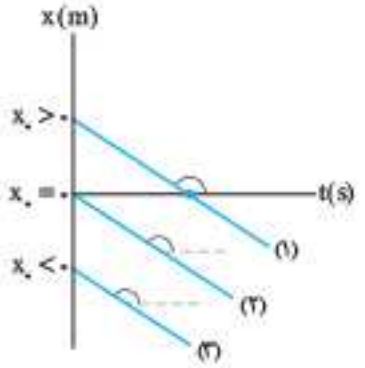


$x = vt + x_0$

(شیب خط)

$v > 0$ = شیب خط

الف) $v>0$ است و متحرک در جهت جهت محـور x حرکت می‌کند. در هر سه حالت فوق، شیب خط، برابر با سرعت جسم و مقداری مثبت است. مکان اولیهٔ نمـودار (۱) مثبت، نمـودار (۲) صفر و نمودار (۳) منفی است.

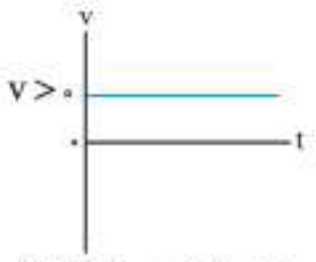


$v < 0$ = شیب خط

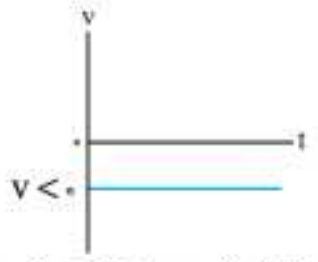
ب) $v<0$ است و متحرک در خلاف جهت محـور x حرکت می‌کند. در هر سه حالت فوق، شیب خط، مقداری منفی و برابر با سرعت جسم است. مکان اولیهٔ نمودار (۱) مثبت، نمودار میانی (۲) صفر و نمودار (۳) منفی است.

نمودار سرعت ـ زمان

مقدار و جهت سرعت در این حرکت ثابت است؛ از این‌رو مانند تابع کلی $y = a$ که در آن a می‌تواند مثبت یا منفی باشد، نمودار سرعت ـ زمان به یکی از دو شکل زیر است:

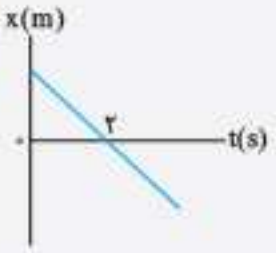


الف) حرکت در جهت مثبت و سرعت نیز مثبت و ثابت است.



ب) حرکت در جهت منفی و سرعت نیز منفی و ثابت است.

تست: **جسمی روی خط راست حرکت می‌کند و نمودار مکان ـ زمان جسم مطابق شکل است. اگر تندی جسم $5\,m/s$ باشد، معادلهٔ حرکت جسم در SI کدام است؟**



۱) $x=5t+10$
۲) $x=5t+2/5$
۳) $x=-5t+10$
۴) $x=-5t+2/5$

پاسخ: گزینهٔ «۳»

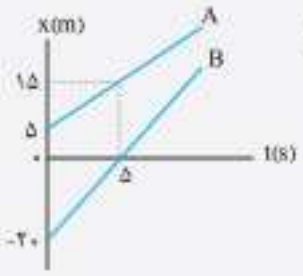
حرکت با سرعت ثابت است و چون تندی جسم $5\,m/s$ می‌باشد و شیب خط منفی است، پس سرعت جسم برابر $v=-5\,m/s$ است و برای این‌که معادلهٔ حرکت جسم را بنویسیم با جایگذاری کمیت‌های معلوم در معادله حرکت مقدار x_0 را به طریق زیر به دست می‌آوریم:

$$x=vt+x_0 \xrightarrow[v=-5\,m/s]{t=2s\,,\,x=0m} 0=-5\times 2+x_0 \Rightarrow x_0=10\,m$$

پس معادلهٔ حرکت جسم به‌صورت روبه‌رو است:

$$x=-5t+10$$

نمودار مکان ـ زمان دو متحرک مطابق شکل است. به‌ترتیب از راست به چپ در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه دو متحرک به هم می‌رسند و تا این لحظه متحرک B چند متر طی کرده است؟



۱) ۳۰ ، ۱۲/۵
۲) ۵۰ ، ۱۲/۵
۳) ۱۵ ، ۶
۴) ۲۵ ، ۶

پاسخ: گزینهٔ «۲»

گام اول ابتدا معادلهٔ حرکت هر یک از متحرک‌ها را می‌نویسیم. برای این کار با استفاده از شیب نمودارها سرعت هر یک را به دست می‌آوریم:

$$v_A=\frac{15-5}{5-0}=2\,m/s$$

$$v_B=\frac{0-(-20)}{5-0}=4\,m/s$$

گام دوم معادلهٔ حرکت A و B را می‌نویسیم:

$$x_A=2t+5 \quad , \quad x_B=4t-20$$

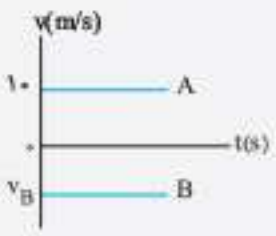
گام سوم برای این‌که دو متحرک در یک نقطه به هم برسند، باید مکان آن‌ها برابر یکدیگر باشد:

$$x_A=x_B \Rightarrow 2t+5=4t-20 \Rightarrow t=12/5\,s$$

گام چهارم حساب می‌کنیم تا این لحظه متحرک B چند متر طی کرده است:

$$\Delta x_B=v_B\Delta t_B \xrightarrow[v_B=4\,m/s]{\Delta t_B=12/5\,s} \Delta x_B=12/5\times 4=50\,m$$

نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک که هم‌زمان روی خط راست حرکت می‌کنند مطابق شکل است. اگر در لحظهٔ $t=0$ متحرک A از نقطهٔ $x=-20\,m$ و متحرک B از نقطهٔ $x=40\,m$ عبور کند و دو متحرک پس از ۴ ثانیه به یکدیگر برسند، v_B چند متر بر ثانیه است؟



۱) $-2/5$
۲) -5
۳) $-7/5$
۴) -10

پاسخ: گزینهٔ «۲»

گام اول متحرک A با سرعت ثابت $10\,m/s$ به طرف مثبت و متحرک B با سرعت v_B در جهت منفی به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند: معادلهٔ حرکت آن‌ها را می‌نویسیم:

$$x_A=10t-20 \quad , \quad x_B=v_Bt+40$$

گام دوم چون پس از ۴ ثانیه به هم می‌رسند، معادله‌های حرکت را به ازای $t=4\,s$ مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم:

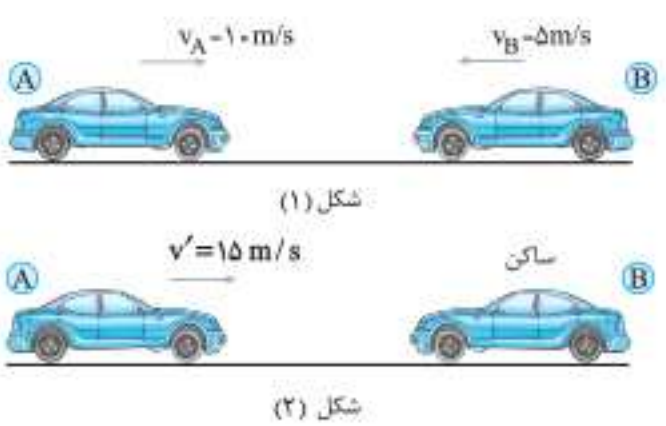
$$x_A=x_B \Rightarrow 10t-20=v_Bt+40 \xrightarrow{t=4\,s} 40-20=4v_B+40 \Rightarrow v_B=-5\,m/s$$

حرکت نسبی

مفهوم حرکت نسبی روش میانبری برای حل مسائلی است که با دو متحرک سروکار داشته باشیم. لازم به ذکر است که در این روش دو متحرک باید **هم‌زمان در حرکت** باشند.

اگر می‌گوییم سرعت جسمی $v_1=10\,m/s$ است منظور این است که جسم نسبت به زمین (که آن را ساکن فرض می‌کنیم.) در هر ثانیه $10\,m$ جابه‌جا می‌شود یا این‌که فاصلهٔ جسم نسبت به یک نقطهٔ مشخص (مانند مبدأ مکان) در هر ثانیه $10\,m$ تغییر می‌کند.

اکنون در نظر بگیرید که دو متحرک با سرعت‌های ثابت v_1 و v_2 روی یک خط در حرکت‌اند. می‌توان یکی از متحرک‌ها را ساکن در نظر گرفت و سرعت متحرک دیگر را نسبت به متحرک اول حساب کرد. برای مثال اگر مطابق شکل (۱) دو اتومبیل A و B به‌ترتیب با سرعت‌های $v_A=10\,m/s$ و $v_B=5\,m/s$ در حرکت به طرف یکدیگر باشند، می‌توان مثلاً B را ساکن در نظر گرفت و سرعت اتومبیل A نسبت به B را برابر $v_{نسبی}=10+5=15\,m/s$ در نظر گرفت. در این روش می‌گوییم اتومبیل A در هر ثانیه $15\,m$ به B نزدیک می‌شود.



همچنین می‌توانیم اتومبیل A را ساکن فرض کنیم و بزرگی سرعت اتومبیل B نسبت به A را برابر $v_{نسبی}=15\,m/s$ بگیریم.

تذکر: ۱) اگر جهت سرعت دو متحرک **مخالف یکدیگر** باشند، بزرگی سرعت نسبی از **جمع بزرگی** سرعت متحرک‌ها به دست می‌آید.

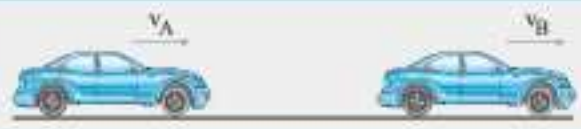
$$v_{\text{نسبی}} = |v_۲| + |v_۱|$$

۲) اگر جهت سرعت دو متحرک **یکسان** باشد، بزرگی سرعت نسبی از **تفریق بزرگی** سرعت متحرک‌ها به دست می‌آید.

$$v_{\text{نسبی}} = \| v_۲| - |v_۱| \|$$

نکته: با استفاده از مفهوم حرکت نسبی اگر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت کنند، می‌توان **تغییر فاصلهٔ آن‌ها** از یکدیگر در مدت t را، از رابطهٔ زیر حساب کرد:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} t$$

جهت حرکت دو متحرک	وضعیت حرکت دو متحرک روی محور x	محاسبه اندازهٔ سرعت نسبی
خلاف جهت		$v_{\text{نسبی}} = \|v_A\| + \|v_B\|$
هم‌جهت		$v_{\text{نسبی}} = \| \|v_A\| - \|v_B\| \|$

از آن‌جایی که سرعت نسبی برابر با آهنگ تغییر فاصلهٔ دو متحرک است، در نتیجه هنگام استفاده از رابطهٔ $\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t$، منظور از $\Delta x_{\text{نسبی}}$، تغییر فاصلهٔ بین دو متحرک (جابه‌جایی نسبی دو متحرک) است. مثلاً اگر فاصلهٔ اولیهٔ دو متحرک $۱۰۰\,m$ باشد و پس از گذشت زمان نسبی Δt، این فاصله نسبی به $۲۰\,m$ برسد، تغییر فاصله برابر با $\Delta x = ۱۰۰ - ۲۰ = ۸۰\,m$ خواهد بود. البته اگر دو متحرک ابتدا به هم برسند و سپس فاصلهٔ آن‌ها $۲۰\,m$ شود (بار دومی که فاصله $۲۰\,m$ می‌شود)، تغییر فاصله برابر $\Delta x = ۱۰۰ + ۲۰ = ۱۲۰\,m$ خواهد بود.

تست: دو متحرک A و B از فاصلهٔ $۲۰۰\,m$ به‌ترتیب با تندی‌های ثابت $۱۰\,m/s$ و $۱۵\,m/s$ در یک خط مستقیم به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند. دو متحرک پس از چند ثانیه به هم می‌رسند؟

۱) ۴۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ «۴»

گام اول چون دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند، بزرگی سرعت نسبی را از مجموع اندازهٔ سرعت‌ها به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{نسبی}} = |v_A| + |v_B| = ۱۰ + ۱۵ = ۲۵\,m/s \Rightarrow v_{\text{نسبی}} = ۲۵\,m/s$$

گام دوم از معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت، یعنی $\Delta x = v_{\text{نسبی}} \Delta t$ استفاده می‌کنیم که در آن Δx تغییر فاصلهٔ دو متحرک در مدت Δt است:

$$v_{\text{نسبی}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۲۵ = \frac{۲۰۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۸\,s$$

مطابق شکل زیر در لحظهٔ $t = ۰$، قطار A به طول $۳۰۰\,m$ و با تندی ثابت $v_A = ۶۸\,km/h$ در حال نزدیک‌شدن به قطار B است. اگر قطار B دارای طول $۴۰۰\,m$ و با تندی ثابت $v_B = ۵۰\,km/h$ هم‌جهت با قطار A در حرکت باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، قطار A به اندازهٔ $۲۰۰\,m$ از قطار B جلو می‌افتد؟

۱) ۲۵۰
۲) ۲۷۵
۳) ۳۰۰
۴) ۳۲۵

پاسخ: گزینهٔ «۳»

گام اول ابتدا سرعت نسبی دو قطار را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حرکت هم‌جهت} \Rightarrow v_{\text{نسبی}} = \| v_A| - |v_B| \| = |۶۸ - ۵۰| = ۱۸\,km/h \xrightarrow{\div ۳/۶} v_{\text{نسبی}} = ۵\,m/s$$

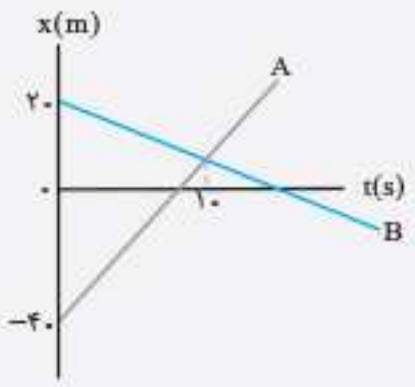
گام دوم چون باید لحظه‌ای که قطار A به اندازهٔ ۲۰۰ متر جلوتر از قطار B قرار می‌گیرد را حساب کنیم، طبق شکل داده‌شده، ابتدا فاصلهٔ انتهای قطار A تا ابتدای قطار B را به دست می‌آوریم که برابر با $\ell = ۳۰۰ + ۶۰۰ + ۴۰۰ = ۱۳۰۰\,m$ است؛ در نتیجه وقتی قطار A، $۲۰۰\,m$ از قطار B جلو می‌زند، تغییر فاصلهٔ انتهای A از ابتدای B برابر است با:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = ۱۳۰۰ + ۲۰۰ = ۱۵۰۰\,m$$

گام سوم مدت‌زمان این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{نسبی}} = \frac{\Delta x_{\text{نسبی}}}{\Delta t} \Rightarrow ۵ = \frac{۱۵۰۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۳۰۰\,s$$

نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که روی یک خط حرکت می‌کنند مطابق شکل است. چند ثانیه فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر کمتر از ۲۴ متر است؟

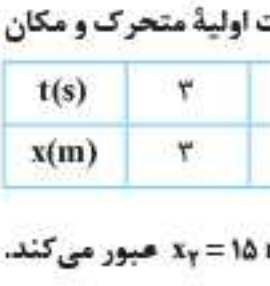


۱) ۴ ۲) ۶
۳) ۸ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ «۳»

روش اول **گام اول** دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰\,s$ به هم می‌رسند و سپس از کنار هم عبور می‌کنند.
اکنون در لحظهٔ $t = ۰$ فاصلهٔ دو متحرک را حساب می‌کنیم:

$$x_{۰B} - x_{۰A} = ۲۰ - (-۴۰) = ۶۰\,m$$



گام دوم فرض می‌کنیم فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t_۱$ به $۲۴\,m$ برسد و مطابق شکل می‌توان از تشابه دو مثلث با قاعدهٔ $۶۰\,m$ و $۲۴\,m$ استفاده کرد و $t_۱$ را حساب کرد:

$$\frac{۶۰}{۲۴} = \frac{۱۰}{۱۰ - t_۱} \Rightarrow t_۱ = ۶\,s$$

گام سوم می‌توان نتیجه گرفت که از لحظهٔ $t_۱ = ۶\,s$ تا لحظهٔ $t = ۱۰\,s$ که دو متحرک به هم می‌رسند، یعنی ۴ ثانیه، فاصله دو متحرک کمتر از $۲۴\,m$ است. اما این مدت‌زمان مربوط به قبل از به هم رسیدن آن‌هاست و در همین مدت‌زمان هم بعد از عبور آن‌ها از کنار یکدیگر، فاصلهٔ آن‌ها کمتر از ۲۴ متر است، پس در مجموع در مدت $۸\,s$ فاصلهٔ دو متحرک کمتر از $۲۴\,m$ است.

روش دوم با استفاده از مفهوم حرکت نسبی، راه میانبری هم برای حل این سؤال می‌توان در نظر گرفت. به این صورت که فاصلهٔ متحرک‌ها در مدت $۱۰\,s$ به اندازهٔ ۶۰ متر کم می‌شود پس با یک تناسب ساده مدت‌زمان لازم برای این‌که فاصلهٔ آن‌ها ۲۴ متر تغییر کند را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۶۰\,m}{۲۴\,m} = \frac{۱۰\,s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۴\,s$$

و چون همین مدت‌زمان را پس از عبور آن‌ها از یکدیگر باید در نظر بگیریم، در مجموع در مدت $۸\,s = ۴ \times ۲$، فاصلهٔ آن‌ها کمتر از ۲۴متر می‌شود.

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

حرکت با سرعت ثابت

۲۱۳. در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط:
۱) برابر با سرعت لحظه‌ای است. ۲) بزرگ‌تر از سرعت لحظه‌ای است. ۳) برابر صفر است. ۴) کوچک‌تر از سرعت لحظه‌ای است.

۲۱۴. معادلهٔ مکان ـ زمان جسمی در SI به‌صورت $x = -۵t + b$ است. تغییر مکان متحرک در دو ثانیه دوم چند متر و در کدام جهت است؟
۱) ۲۰ متر و در جهت منفی محور ۲) ۲۰ متر و جهت آن به مقدار b بستگی دارد.
۳) ۱۰ متر و در جهت منفی محور ۴) ۱۰ متر و جهت آن به مقدار b بستگی دارد.

۲۱۵. معادلهٔ حرکت متحرکی روی محور x، در SI به‌صورت $x = ۳t + ۵$ است. سرعت متوسط متحرک در سه ثانیهٔ پانزدهم حرکتش چند متر بر ثانیه است؟
۱) ۳ ۲) ۵ ۳) -۳ ۴) -۵

۲۱۶. معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به‌صورت $x = ۲t - ۸$ است. در هفت ثانیهٔ اول حرکت، چند ثانیه بردار مکان متحرک، هم‌جهت با حرکت متحرک است؟
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۱۷. متحرکی با سرعت ثابت روی محور x در حرکت است. در جدول زیر، مکان متحرک را در چند لحظه مشاهده می‌کنید. سرعت اولیهٔ متحرک و مکان اولیهٔ آن به‌ترتیب از راست به چپ چند واحد SI است؟

t(s)	۳	۵	۸	۱۱
x(m)	۳	-۱	-۷	-۱۳

۱) -۲ ، -۹ ۲) ۲ ، ۹
۳) -۲ ، ۹ ۴) ۲ ، -۹

۲۱۸. جسمی با سرعت ثابت روی محور x در حرکت است و در لحظهٔ $t_۱ = ۲\,s$ از مکان $x_۱ = ۱۰\,m$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۴\,s$ از مکان $x_۲ = ۱۵\,m$ عبور می‌کند. معادلهٔ مکان ـ زمان این جسم در SI کدام است؟
۱) $x = ۲/۵t + ۲/۵$ ۲) $x = ۲/۵t + ۵$ ۳) $x = ۵t + ۲/۵$ ۴) $x = ۲/۵t - ۲/۵$

۲۱۹. جسمی با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کند و در ۴ ثانیهٔ اول حرکتش در مکان منفی محور و در دو ثانیهٔ سوم حرکتش در مکان مثبت محور قرار دارد و به مکان $x = ۱۰\,m$ می‌رسد. معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در SI کدام است؟
۱) $x = -۵t + ۲۰$ ۲) $x = ۵t - ۲۰$ ۳) $x = ۵t - ۱۰$ ۴) $x = -۵t + ۱۰$

۲۲۰. متحرکی با تندی ثابت $۵\,m/s$ در سوی منفی محور x حرکت می‌کند. اگر این متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ در مکان $x_۱ = ۱۶\,m$ قرار داشته باشد، بردار مکان آن در لحظهٔ $t_۲ = ۶s$ در SI کدام است؟

۱) $۳۱\vec{i}$ ۲) $-۳۱\vec{i}$ ۳) $\vec{i}$ ۴) $-\vec{i}$

۲۲۱. از نقطه‌ای روی زمین، پرتوی لیزر به یک دنباله‌گرد تابیده می‌شود و پس از $۲/۸\,s$ بازتاب آن به محل تابش پرتو برمی‌گردد. فاصلهٔ دنباله‌گرد تا زمین چند کیلومتر است؟ (تندی نور برابر $۳\times۱۰^۸\,m/s$ است.) (برگرفته از کتاب درسی)

۱) $۲/۱\times۱۰^۵$ ۲) $۴/۲\times۱۰^۵$
۳) $۸/۴\times۱۰^۵$ ۴) $۱۶/۸\times۱۰^۵$

۲۲۲. متحرکی مسیر مستقیمی را به طول d با سرعت v در مدت $۲۰\,s$ طی می‌کند. اگر سرعت متحرک ۲۰ درصد کمتر شود و همین مسیر را دوباره طی کند، چند ثانیه دیرتر آن را می‌پیماید؟

۱) ۲۵ ۲) ۱۶ ۳) ۵ ۴) ۴

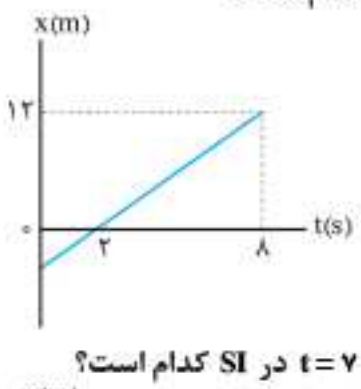
۲۲۳. قطاری به طول $۱۰۰\,m$ با تندی ثابت $۲۰\,m/s$ از روی پلی به طول $۶۰۰\,m$ عبور می‌کند. از لحظهٔ ورود قطار به پل تا خروج کامل آن چند ثانیه طول می‌کشد؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۵ ۴) ۴۰

۲۲۴. قطاری به طول $۱۵۰\,m$ با تندی ثابت $۷۲\,km/h$ به پلی به طول $۲۵۰\,m$ می‌رسد. اگر مدت زمانی را که طول می‌کشد تا قطار به‌طور کامل از روی پل بگذرد، با $t_۱$ و همچنین مدت‌زمانی را که قطار به‌طور کامل روی پل بوده است، با $t_۲$ نشان دهیم، نسبت $\frac{t_۲}{t_۱}$ کدام است؟

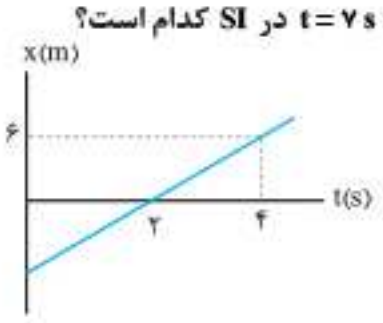
۱) ۴ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) ۳

۲۲۵. نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. معادلهٔ حرکت این جسم در SI کدام است؟



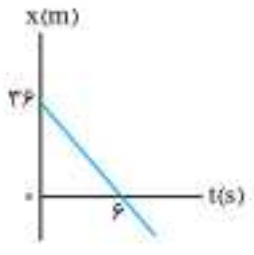
۱) $x = ۱/۵t - ۳$
۲) $x = ۱/۵t - ۶$
۳) $x = ۲t - ۴$
۴) $x = ۲t - ۶$

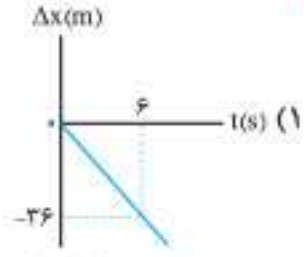
۲۲۶. نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. بردار مکان این متحرک در لحظهٔ $t = ۷\,s$ در SI کدام است؟

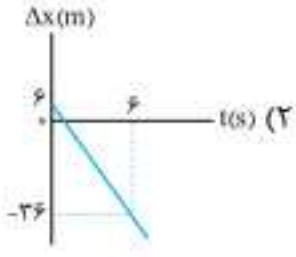


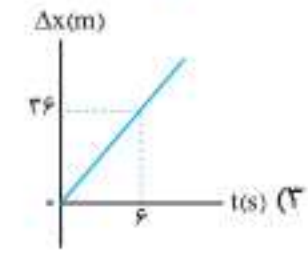
۱) $۹\vec{i}$
۲) $۱۲\vec{i}$
۳) $۱۵\vec{i}$
۴) $۱۸\vec{i}$

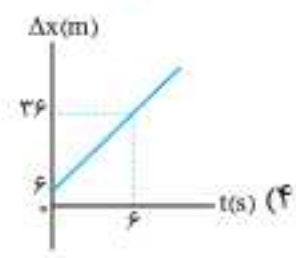
۲۲۷. نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل است. نمودار جابه‌جایی ـ زمان آن کدام است؟



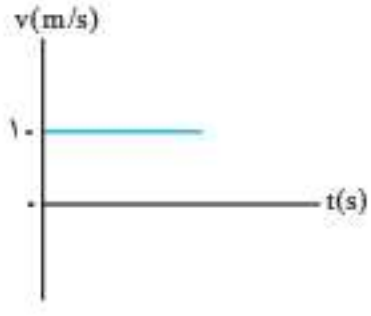
۱)


۲)


۳)


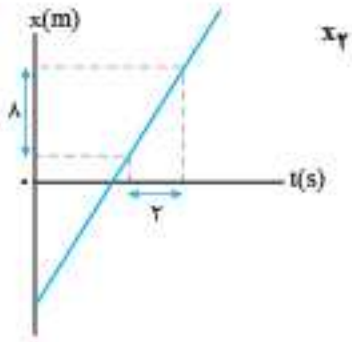
۴)


۲۲۸. نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل است. اگر علامت بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۳\,s$ تغییر کند، معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در SI کدام است؟



۱) $x = ۱۰t + ۳۰$
۲) $x = ۱۰t - ۳۰$
۳) $x = ۱۰t + ۱۰$
۴) $x = ۱۰t + ۲۰$

۲۲۹. نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل است. اگر متحرک در لحظه‌های $t_1 = 4$ و $t_2 = 6s$ در مکان‌های x_1 و $x_2 = -x_1$ باشد، معادلهٔ مکان ـ زمان جسم در SI کدام است؟



۱) $x = 4t - 10$
۲) $x = 4t - 12$
۳) $x = 4t - 20$
۴) $x = 4t - 24$

حرکت دو متحرک با سرعت ثابت

۲۳۰. معادلهٔ حرکت دو متحرک A و B در SI به‌صورت $x_A = 3t - 7$ و $x_B = -2t + 8$ است. این دو متحرک در چه فاصله‌ای از مبدأ به هم می‌رسند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۳۱. دو اتومبیل A و B در فاصلهٔ ۳۰۰ m از یکدیگر به‌ترتیب با سرعت‌های ثابت ۱۰ m/s و ۵ m/s در مسیر مستقیم (A به دنبال B) به‌طور هم‌زمان حرکت می‌کنند. اتومبیل A پس از چند ثانیه به اتومبیل B می‌رسد؟

۱) ۶۰ ۲) ۴۵ ۳) ۳۰ ۴) ۲۰

۲۳۲. دو موتورسوار از فاصلهٔ ۲۴۰ متری، هم‌زمان به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند. اگر تا لحظه‌ای که به هم می‌رسند، بزرگی سرعت متوسط اولی ۶ m/s و بزرگی سرعت متوسط دومی ۱۰ m/s باشد، موتورسوار اولی چند متر را پیموده است؟

۱) ۶۰ ۲) ۹۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۵۰

۲۳۳. دو متحرک با سرعت‌های ثابت در یک جهت روی خط راست در حرکت هستند و در لحظهٔ $t = 0s$، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر ۱۰ m و در لحظهٔ $t = 3s$ فاصلهٔ آن‌ها برابر ۱۶ m است. در چه لحظه‌ای فاصلهٔ آن‌ها برابر ۳۰ m می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

۲۳۴. دو متحرک A و B با سرعت‌های ثابت $v_A = 5\,m/s$ و $v_B = 2\,m/s$ روی محور x در حال حرکت‌اند. اگر مکان اولیهٔ این دو متحرک $x_{0A} = -8\,m$ و $x_{0B} = 4m$ باشد، در کدام‌یک از لحظات زیر برحسب ثانیه، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر با ۳ متر می‌شود؟

۱) ۲، ۳ ۲) ۲، ۴ ۳) ۳، ۵ ۴) ۴، ۵

۲۳۵. دو دوندهٔ A و B از فاصلهٔ ۱۰۰ m به‌ترتیب با تندی‌های ثابت ۲ m/s و ۳ m/s در مسیری مستقیم به‌سوی یکدیگر حرکت می‌کنند. تا لحظه‌ای که دو دونده به فاصلهٔ ۲۰ متری از یکدیگر می‌رسند، دوندهٔ B چند متر دویده است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۸ ۳) ۶۰ ۴) ۷۲

۲۳۶. متحرکی فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطه را با سرعت ثابت ۲۰ m/s و متحرک دیگری همان فاصله را با سرعت ثابت ۱۵ m/s طی می‌کند. اگر زمان حرکت متحرک دوم ۱۰ ثانیه بیشتر از زمان حرکت متحرک اول باشد، فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطه چند متر است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۶۰۰

۲۳۷. اتومبیلی مسیری مستقیم به طول ۱۰۰ m را با سرعت متوسط ۱۰ m/s می‌پیماید. موتورسواری ۲ s بعد از اتومبیل به دنبال آن از همان نقطه حرکت کرده و هم‌زمان با اتومبیل به انتهای مسیر می‌رسد. بزرگی سرعت متوسط موتورسوار چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) $\frac{25}{3}$ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۵

۲۳۸. کامیونی با سرعت ۷۲ km/h در جاده‌ای مستقیم در حرکت است. اتومبیلی در فاصلهٔ ۲۵۰ m عقب‌تر از کامیون، با سرعت ۳۰ m/s به طرف کامیون حرکت می‌کند. تا لحظه‌ای که اتومبیل به کامیون می‌رسد، کامیون چند متر طی می‌کند؟

۱) ۳۰۰ ۲) ۳۷۵ ۳) ۴۲۵ ۴) ۵۰۰

۲۳۹. دو متحرک A و B در مسیری مستقیم با تندی‌های ثابت $v_A = 15\,m/s$ و $v_B = 12\,m/s$ هم‌زمان از مبدأ مکان در یک جهت حرکت می‌کنند. اگر اختلاف زمانی دو متحرک در رسیدن به یک نقطهٔ معین ۶ s باشد، متحرک A در چند ثانیه این مسیر را طی کرده است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۲۸ ۴) ۳۰

۲۴۰. دو متحرک با تندی‌های ثابت v و ۴v روی خط راست، از فاصلهٔ x به سوی هم حرکت می‌کنند و مقصد هر یک، مبدأ دیگری است. اگر پس از t ثانیه، دو متحرک به هم برسند، زمان کل حرکتِ متحرکِ سریع‌تر چند برابر t است؟

۱) ۵ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{4}{5}$ ۴) $\frac{5}{4}$

۲۴۱. در یک مسابقهٔ فوتبال، مهاجمی با سرعت ثابت ۸ m/s در حال نزدیک‌شدن به دروازه است و مدافعی در فاصلهٔ ۳ متری از مهاجم در همان جهت او را با سرعت ثابت تعقیب می‌کند. اگر مهاجم قصد داشته باشد که پس از طی کردن ۲۰ m به سمت دروازه شوت کند، حداقل سرعت مدافع، چند متر بر ثانیه باشد تا ۱ s قبل از شوت کردن به مهاجم برسد؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۲۴ ۴) ۳۰

۲۴۲. دو نفر هم‌زمان از نقاط A و B با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ C به هم می‌رسند و ۴۰ s پس از آن، شخص (۱) که از نقطهٔ A حرکت کرده است، به نقطهٔ B می‌رسد. چند ثانیه طول می‌کشد تا شخص (۲) از نقطهٔ C به نقطهٔ A برسد؟

۱) ۵۰ ۲) ۶۰ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

۲۴۳. دو متحرک به‌طور هم‌زمان از نقطه‌های A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، ۱۶s طول می‌کشد تا متحرک اول از B به C برسد و ۲۵ s طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد. بزرگی سرعت متحرک اول چند متر بر ثانیه است؟ (ریاضی خارج ۹۹)

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

۲۴۴. دو قطار A و B با تندی‌های ثابت ۲۰ m/s و ۳۰ m/s، روی دو ریل موازی و مجاور، به سمت هم در حرکت‌اند. اگر طول این قطارها به‌ترتیب ۴۰ m و ۱۶۰ m باشد، یکی از سرنشینان قطار A، حداکثر چند ثانیه قطار B را در گذر از مقابل خود خواهد دید؟

۱) ۴ ۲) ۰/۸ ۳) ۳/۲ ۴) ۱۶

۲۴۵. دو قطار به طول‌های ۸۰ m و ۱۴۰ m به‌ترتیب با تندی‌های ۲۰ m/s و ۳۰ m/s روی دو ریل موازی به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند و از کنار هم عبور می‌کنند. پس از به هم رسیدن آن‌ها، چند ثانیه طول می‌کشد تا کاملاً از کنار یکدیگر عبور کنند؟

۱) ۳/۸ ۲) ۴/۴ ۳) ۸/۲ ۴) ۲۲

۲۴۶. دو قطار به طول‌های ℓ_1 و ℓ_2 با تندی‌های ثابت روی دو ریل موازی به طرف هم حرکت می‌کنند و از کنار هم عبور می‌کنند. اگر مسافر قطار (۱) در مدت t_1 و مسافر قطار (۲) در مدت t_2 عبور قطار دیگر را ببیند، $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟

۱) $\frac{\ell_1}{\ell_2}$ ۲) $\frac{\ell_2}{\ell_1+\ell_2}$ ۳) $\frac{\ell_2+\ell_1}{\ell_1}$ ۴) $\frac{\ell_2}{\ell_1}$

۲۴۷. دو فوتبالیست از فاصلهٔ ۲۰ متری با تندی ثابت ۲ m/s به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند و هم‌زمان، توپی را به‌صورت رفت‌وبرگشتی با تندی ۵ m/s به طرف یکدیگر پاس می‌دهند. اگر تندی توپ ضمن حرکت بین دو فوتبالیست ثابت بماند، تا لحظهٔ رسیدن فوتبالیست‌ها به یکدیگر، مسافتی که توپ طی می‌کند، چند متر است؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۳۰ ۴) ۳۵

۲۴۸. دو اتومبیل با سرعت‌های ۱۰ m/s و ۲۰ m/s در مسیر مستقیم و هم‌جهت با هم در حرکت هستند. اگر اتومبیل‌ها در مبدأ زمان در فاصلهٔ ۲۰۰ m از هم باشند و اتومبیل با سرعت بیشتر، پشت سر دیگری باشد، در چه بازهٔ زمانی (برحسب ثانیه)، فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر کمتر از ۱۰۰ m می‌شود؟

۱) $۱۰<t<۳۰$ ۲) $۱۵<t<۳۰$ ۳) $۲۰<t<۴۰$ ۴) $۱۰<t<۲۰$

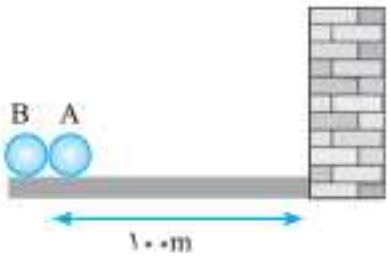
۲۴۹. اتومبیلی به طول ۵ m با سرعت ثابت ۶۵ km/h در یک جادهٔ مستقیم در حال حرکت است که در فاصلهٔ ۲۰۰ متری خودش، کامیونی را می‌بیند که هم‌جهت با او با سرعت ۴۷ km/h در حال حرکت است. اگر ۴۴ s طول بکشد که اتومبیل به‌طور کامل از کامیون سبقت بگیرد، طول کامیون چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۸

۲۵۰. موتورسواری با سرعت ثابت ۴۰ m/s به سمت یک دیوار در حرکت است و در حالی که در فاصلهٔ d از دیوار است، بوق موتور را برای لحظه‌ای به صدا درمی‌آورد. اگر ۰/۵ ثانیه بعد صدای بازتاب بوق از دیوار را بشنود، d چند متر است؟ (سرعت صوت ۳۴۰ m/s است.)

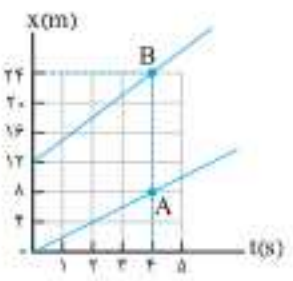
۱) ۹۵ ۲) ۱۱۰ ۳) ۱۹۰ ۴) ۲۱۰

۲۵۱. مطابق شکل، دو گلولهٔ A و B با تندی‌های ثابت $v_A=۱۰\,m/s$ و $v_B=۶\,m/s$ از فاصلهٔ ۱۰۰ متری به سمت دیواری در حال حرکت‌اند. اگر تندی گلوله‌ها در طی مسیر و پس از برخورد به دیوار تغییر نکند، در لحظه‌ای که گلوله‌ها دوباره به هم می‌رسند، فاصلهٔ آن‌ها از دیوار چند متر است؟



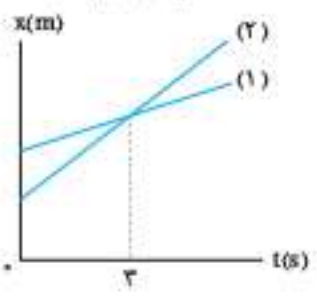
۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۲۵۲. شکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x در حرکت‌اند. در لحظهٔ $t=۳s$، سرعت متحرک B چند برابر سرعت متحرک A است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



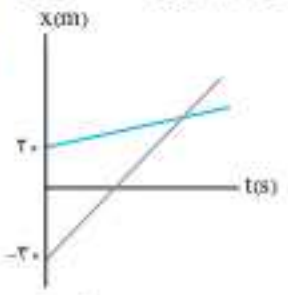
۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۵۳. نمودار $x-t$ دو متحرک (۱) و (۲) که روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. چند ثانیه پس از $t=۰$، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر ۴ برابر فاصلهٔ آن‌ها در لحظهٔ $t=۰s$ می‌شود؟



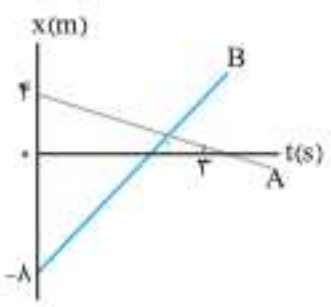
۱) ۱۵
۲) ۱۲
۳) ۹
۴) ۶

۲۵۴. شـــکل زیر، نمودار مکان ـ زمان دو متحرک است که روی محور x حرکت می‌کنند. اگر دو متحرک در لحظهٔ $t = 5s$ از کنار هم عبور کنند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، فاصلهٔ این دو متحرک از هم ۱۰۰ m می‌شود؟



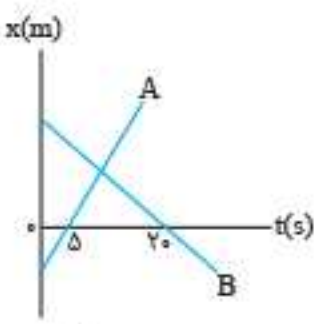
۱) ۷/۵
۲) ۱۰
۳) ۱۲/۵
۴) ۱۵

۲۵۵. نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B مطابق شکل است. در چه لحظه‌ای فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر با ۸ متر می‌شود؟



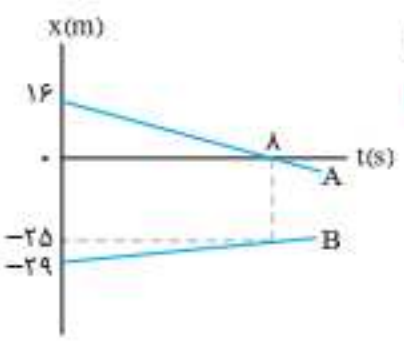
۱) ۱
۲) ۴
۳) ۵
۴) گزینه‌های «۱» و «۳» درست هستند.

۲۵۶. نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B مطابق شـــکل است. اگر در لحظهٔ $t = 0$ فاصلهٔ دو متحرک ۱۵۰ متر باشد و تندی متحرک A، ۲ برابر تندی متحرک B باشد، فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t = 20s$ چند متر است؟ (تجربی ۱۴۰۰)



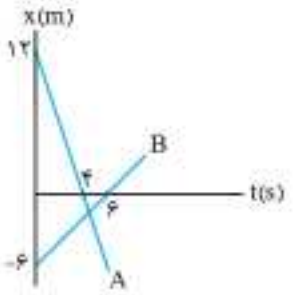
۱) ۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۱۵۰
۴) ۲۰۰

۲۵۷. شـــکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان دو متحرک را نشان می‌دهد که روی محور x حرکت می‌کنند. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مکان آن‌ها در SI کدام است؟ (ریاضی خارج تیر ۱۴۰۱)



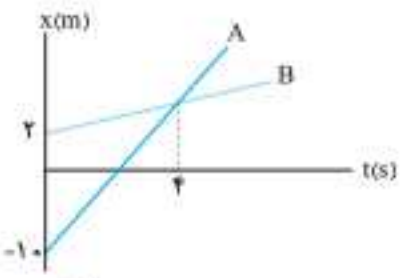
۱) -۲۰
۲) -۱۸
۳) -۱۶
۴) -۱۴

۲۵۸. شکل روبه‌رو، نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که روی محور x در حال حرکت‌اند. این دو متحرک در چه لحظه‌ای به هم می‌رسند؟



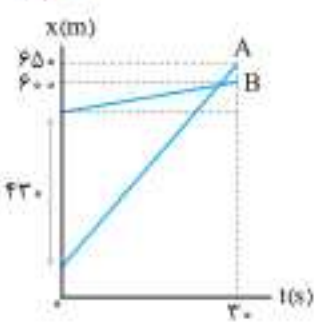
۱) ۴/۲۵
۲) ۴/۵
۳) ۵
۴) ۵/۲۵

۲۵۹. نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که روی محور x در حرکت‌اند، مطابق شـــکل است. در لحظه‌ای که این دو متحرک به هم می‌رسند، اختلاف سرعت این دو متحرک چند متر بر ثانیه است؟



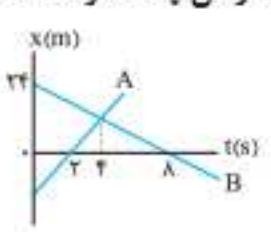
۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۲۶۰. نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B مطابق شکل است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیشتر از سرعت متحرک B است؟ (تجربی خارج ۹۴)

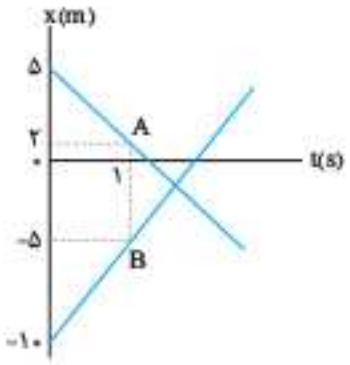


۱) ۱۲
۲) ۱۲/۶
۳) ۱۶
۴) ۱۶/۳

۲۶۱. نمودار مکان ـ زمان دو متحرک که روی خطی راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر در مبدأ زمان چند متر است؟



۱) ۳۲
۲) ۴۸
۳) ۳۶
۴) ۴۲



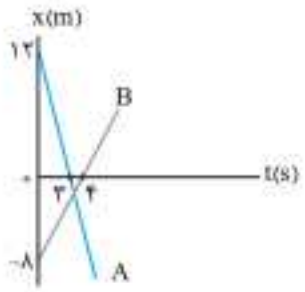
۲۶۲. نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B مطابق شکل است. در کدام لحظه برحسب ثانیه، $x_A = -2x_B$ می‌شود؟

۱) ۶

۲) $\frac{۱۵}{۷}$

۳) ۲

۴) ۱



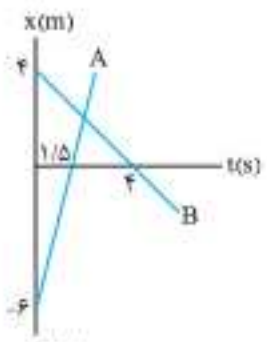
۲۶۳. شکل روبه‌رو، نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که هم‌زمان در راستای محور x حرکت می‌کنند. به‌ترتیب از راست به چپ، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه و در چه مکانی برحسب متر، دو متحرک به هم می‌رسند؟ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۳/۵ ، ۱/۵-

۲) ۳/۵ ، $-\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۱۰}{۳}$ ، $-\frac{۸}{۳}$

۴) $\frac{۱۰}{۳}$ ، $-\frac{۴}{۳}$



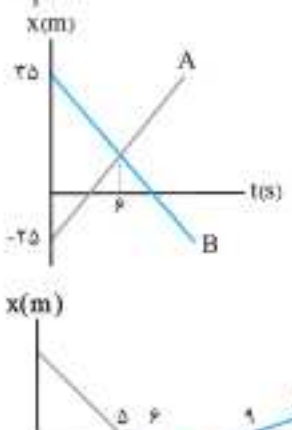
۲۶۴. نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B مطابق شکل است. از لحظهٔ $t = ۰s$ تا لحظه‌ای که دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند، جابه‌جایی متحرک A چند برابر جابه‌جایی متحرک B است؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۳-

۴) ۴-



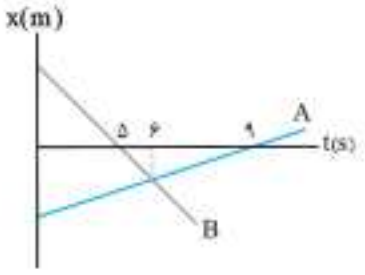
۲۶۵. نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که روی محور x در حرکت‌اند، مطابق شکل است. اگر تندی متحرک A برابر با ۴ m/s باشد، تندی متحرک B چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸



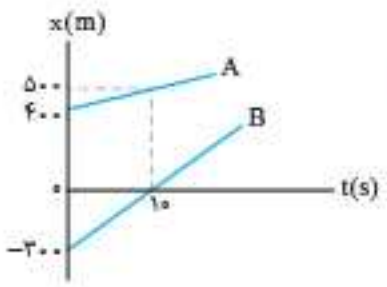
۲۶۶. نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B به‌صورت شکل مقابل است. از لحظهٔ $t_۰ = ۰s$ تا لحظه‌ای که دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند، اندازهٔ جابه‌جایی متحرک B، چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک A است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴



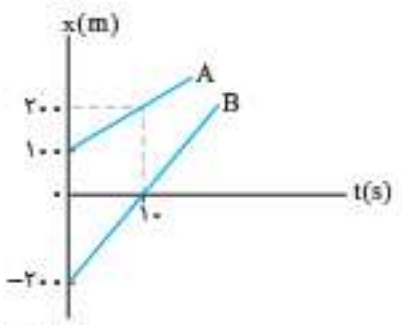
۲۶۷. نمودار مکان ـ زمان دو خودرو که روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲ > t_۱$ فاصلهٔ دو متحرک از هم ۶۰۰m است. $\frac{t_۲}{t_۱}$ کدام است؟ (تجربی خارج ۱۴۰۰)

۱) ۱۵

۲) ۱۳

۳) ۸

۴) ۵



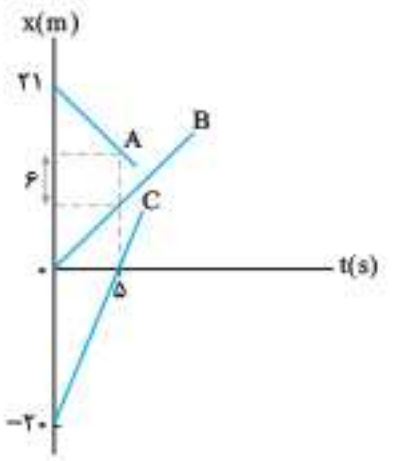
۲۶۸. شکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. در این مسیر، به مدت چند ثانیه فاصلهٔ دو متحرک از هم، کمتر یا مساوی ۲۰ متر است؟

۱) ۸

۲) ۶

۳) ۴

۴) ۲



۲۶۹. نمودار مکان ـ زمان سه متحرک A و B و C هم‌زمان روی محور x حرکت می‌کنند مطابق شکل مقابل است. در مدتی که فاصلهٔ دو متحرک A و B، ۳ متر و کمتر از آن است، متحرک C چند متر پیموده است؟

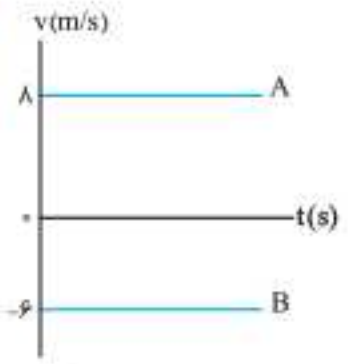
۱) ۳

۲) ۴

۳) ۶

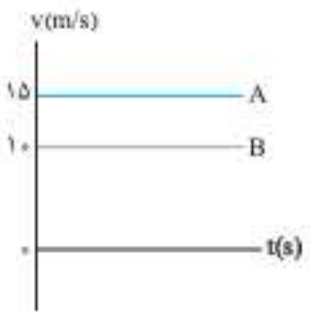
۴) ۸

۲۷۰. نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که روی خط راست حرکت می‌کنند و هم‌زمان به‌ترتیب از نقاط $x_A = -۲۰\,m$ و $x_B = ۵۰\,m$ عبور می‌کنند، مطابق شکل است. دو متحرک در چه لحظه‌ای به هم می‌رسند؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) چنین حالتی ممکن نیست.

۲۷۱. نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان از فاصلهٔ ۳۰ متری یکدیگر روی خط راست حرکت کرده‌اند، مطابق شکل است. چند ثانیه طول می‌کشد تا فاصلهٔ دو متحرک دوباره به ۳۰ m برسد؟



۱) ۶
۲) ۱۲
۳) ۱۸
۴) چنین حالتی امکان ندارد.

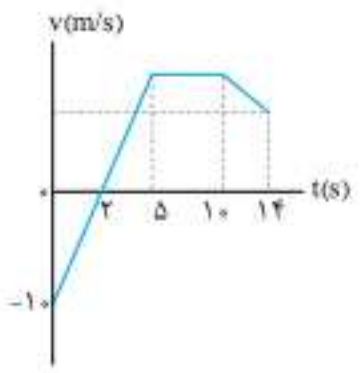
آزمون مبحثی ۲

زمان پیشنهادی: ۱۳ دقیقه

۲۷۲. متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و معادلهٔ سرعت ـ زمان آن در SI به‌صورت $v = At^۲ - ۴t$ است. اگر شتاب متوسط این متحرک در دو ثانیهٔ دوم حرکتش، $۸\,m/s^۲$ باشد، تندی این متحرک در لحظهٔ $t = ۱s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۲۷۳. متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل است. در بازهٔ صفر تا ۱۰ s، شتاب متوسط متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

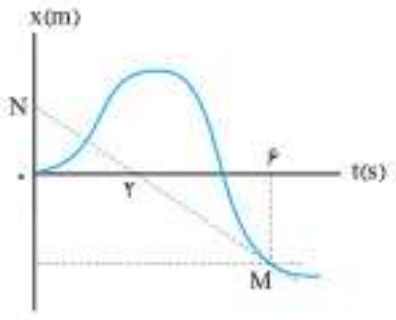


۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) ۳

۲۷۴. معادلهٔ سرعت ـ زمان جسمی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $v = t^۲ - ۴t$ است. در مدت‌زمانی که جسم در جهت منفی محور حرکت می‌کند، شتاب متوسط آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) صفر

۲۷۵. در شکل زیر، پاره‌خط MN در نقطهٔ M بر نمودار مکان ـ زمان متحرک مماس شده است. اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظهٔ $t = ۶\,s$ برابر با $۱۰\,m/s$ باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

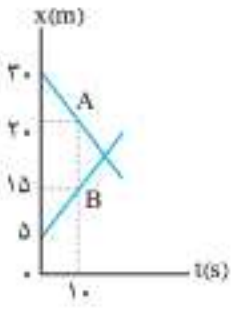


۱) ۴
۲) ۲/۵
۳) ۶
۴) ۱۲/۵

۲۷۶. متحرکی که در مسیر مستقیم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، در لحظهٔ $t_۱ = ۲s$ از مکان $x_۱ = +۱۰\,m$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۵\,s$ از مکان $x_۲ = -۵\,m$ عبور می‌کند. معادلهٔ حرکت متحرک در SI کدام است؟

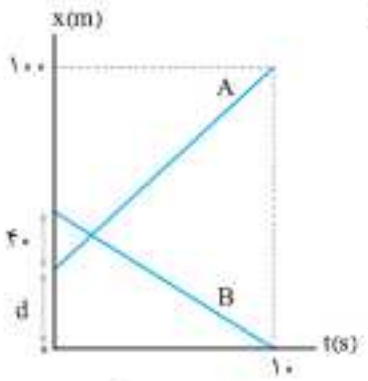
۱) $x = -۵t + ۲۰$ ۲) $x = -۵t + ۱۰$
۳) $x = -۳t + ۵$ ۴) $x = -۳t + ۱۰$

۲۷۷. نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B مطابق شکل است. دو متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه به یکدیگر می‌رسند؟



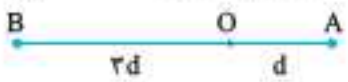
۱) ۱۱
۲) ۱۲/۵
۳) ۱۳/۵
۴) ۱۵

۲۷۸. نمودار مکان ـ زمان دو متحرک مطابق شکل است. بزرگی اختلاف سرعت دو متحرک A و B چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۶
۲) ۱۴
۳) صفر
۴) به مقدار d بستگی دارد.

۲۷۹. در شکل زیر دو متحرک A و B هم‌زمان از دو انتهای یک خط راست به طرف یکدیگر، با سرعت‌های ثابت حرکت می‌کنند و هم‌زمان از نقطهٔ O عبور می‌کنند. مدت‌زمان پیمودن کل مسیر توسط A چند برابر مدت‌زمان پیمودن کل مسیر توسط متحرک B است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۲۸۰. از فاصلهٔ ۲۰ متری یک دیوار، جسمی با سرعت ثابت $۵\,m/s$ به طرف دیوار حرکت می‌کند و در لحظهٔ برخورد به آن متوقف می‌شود. ۲ ثانیه بعد از حرکت جسم اول به سمت دیوار، از همان نقطه جسم دیگری با سرعت ثابت $۴\,m/s$ به طرف دیوار حرکت می‌کند. در این‌صورت بیشترین فاصلهٔ دو جسم از یکدیگر چند متر خواهد بود؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

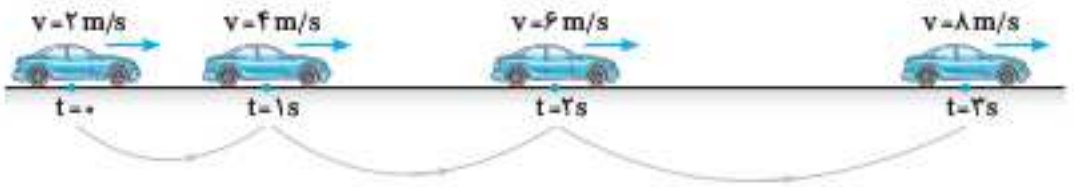
۲۸۱. دو متحرک A و B از فاصلهٔ ۱۵۰m از یکدیگر در دو خط مستقیم و موازی به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند. اگر تندی متحرک‌ها در ضمن حرکت ثابت و به‌ترتیب $۱۰\,m/s$ و $۲۰\,m/s$ باشد، پس از چه مدتی فاصلهٔ دو متحرک به ۶۰m می‌رسد؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) گزینه‌های «۱» و «۳» درست هستند

ایستگاه ۸: حرکت با شتاب ثابت

در بحث شتاب متوسط **آهنگ تغییر سرعت** را **شتاب متوسط** نامیدیم. ساده‌ترین نوع حرکت شتاب‌دار، حرکت در مسیر مستقیم با **شتاب ثابت** است. در حرکت با شتاب ثابت آهنگ تغییر سرعت جسم در هر بازهٔ زمانی دلخواه، یکسان است. به بیان دیگر «در حرکت با شتاب ثابت، در هر بازهٔ زمانی دلخواه شتاب متوسط مقدار ثابتی است.»

به شکل زیر توجه کنید تا مفهوم حرکت با شتاب ثابت را بهتر درک کنید: این شکل، اتومبیلی را نشان می‌دهد که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و در لحظه‌های معین ۰، ۱، ۲ و ۳ ثانیه سرعت اتومبیل نشان داده شده است.



با توجه به شکل، مشخص است که سرعت اتومبیل در هر ثانیه $۲\,m/s$ افزایش یافته است و این افزایش سرعت در هر ثانیه (آهنگ تغییر سرعت) همواره مقداری ثابت است.

اگر شتاب متوسط اتومبیل را در بازه‌های زمانی (۰s تا ۱s)، (۰s تا ۲s)، (۰s تا ۳s)، (۱s تا ۳s) و ... حساب کنیم، درمی‌یابیم که در هر بازهٔ زمانی دلخواه، شتاب متوسط مقداری ثابت و برابر $۲\,m/s^۲$ است:

$$t=۲s \text{ تا } t=۰ \Rightarrow a_{av}=\frac{۶-۲}{۲-۰}=۲\,m/s^۲ \qquad t=۱s \text{ تا } t=۰ \Rightarrow a_{av}=\frac{۲-۴}{۱-۰}=۲\,m/s^۲$$

$$t=۳s \text{ تا } t=۱s \Rightarrow a_{av}=\frac{۸-۴}{۳-۱}=۲\,m/s^۲ \qquad t=۳s \text{ تا } t=۰ \Rightarrow a_{av}=\frac{۸-۲}{۳-۰}=۲\,m/s^۲$$

رابطهٔ شتاب

از آن‌جا که در حرکت با شتاب ثابت، شتاب متوسط در همهٔ بازه‌های زمانی دلخواه، یکسان و ثابت است: می‌توان از رابطهٔ شتاب متوسط استفاده کرده و برای بازهٔ زمانی دلخواه $t_۱$ تا $t_۲$، رابطهٔ شتاب را به‌صورت روبه‌رو نوشت:

$$a=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}$$

تذکر: ۱) حرکت با شتاب ثابت فقط بر خط راست می‌تواند وجود داشته باشد.

۲) در حرکت با شتاب ثابت، اگر بردار شتاب **هم‌سو** با جهت مثبت محور باشد، علامت شتاب را **مثبت** و اگر بردار شتاب **خلاف جهت محور** باشد، علامت شتاب را **منفی** در نظر می‌گیریم.

فصل اول در یک نگاه

۱ مسافت و جابه‌جایی

۱) **بردار مکان:** برداری که ابتدای آن مبدأ مختصات و انتهای آن مکان جسم است.

۲) **بردار جابه‌جایی:** برداری که مکان آغازین را به مکان پایانی وصل می‌کند $(\vec{d})$.

۳) **مسافت:** طول مسیر حرکت را مسافت گوییم (ℓ).

توجه: ۱. همواره $\ell \geq |\vec{d}|$ است. ۲. اگر مسیر حرکت مستقیم باشد و متحرک تغییر جهت ندهد $\ell = |\vec{d}|$ می‌باشد.

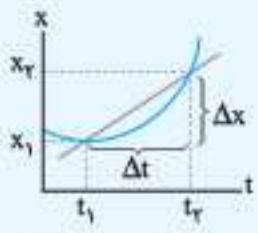
۲ سرعت و تندی

۱) **سرعت متوسط:** $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ کمیت برداری است.

۲) **تندی متوسط:** $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ کمیت نرده‌ای است.

۳) **بررسی سرعت متوسط و لحظه‌ای در نمودار مکان ـ زمان:**

۱. سرعت متوسط: شیب خط قاطع بر نمودار مکان ـ زمان بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 برابر با سرعت متوسط است. $v_{av} = \text{شیب خط}$



۲. سرعت لحظه‌ای: شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در لحظهٔ t برابر سرعت لحظه‌ای است.

تذکر: بردار سرعت هم‌جهت با حرکت است.

۳ شتاب متوسط و لحظه‌ای

۱) **شتاب متوسط:** $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

توجه: همواره $\vec{a}_{av}$ با $\Delta \vec{v}$ هم‌جهت است اما $\vec{a}_{av}$ الزاماً با $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ هم‌جهت نیست.

۲) **بررسی شتاب متوسط و لحظه‌ای در نمودار سرعت ـ زمان**

۱. شتاب متوسط: شیب خط قاطع بر نمودار سرعت ـ زمان بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 برابر با شتاب متوسط است. $a_{av} = \text{شیب خط}$

۲. شتاب لحظه‌ای: شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در لحظهٔ t برابر شتاب لحظه‌ای است.

۳) **بررسی حرکت تندشونده و کندشونده**

حرکت تندشونده: $|v|$ افزایش می‌یابد و $\vec{a}$ و $\vec{v}$ هم‌جهت می‌باشند.

حرکت کندشونده: $|v|$ کاهش می‌یابد و $\vec{a}$ و $\vec{v}$ در خلاف جهت یکدیگرند.

۴ حرکت با سرعت ثابت در مسیر مستقیم

۱) **مفهوم**

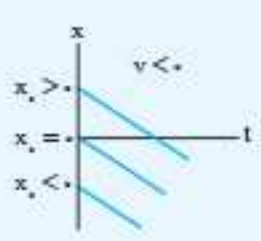
۱. در بازه‌های زمانی یکسان، جابه‌جایی‌ها یکسان‌اند.

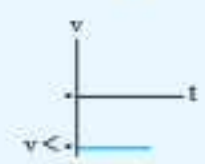
۲. سرعت متوسط با سرعت لحظه‌ای در تمام بازه‌های زمانی یکسان است.

۲) **معادله:** مکان ـ زمان $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}, x = vt + x_0$

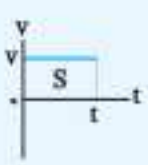
۳) **نمودارها**

۱. مکان ـ زمان: $v = \text{شیب خط}$





۲. سرعت ـ زمان: $S = vt = \Delta x$



۵ حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم

۱) **مفهوم**

۱. در بازه‌های زمانی یکسان، تغییرات سرعت یکسان است.

۲. شتاب متوسط با شتاب لحظه‌ای در تمام بازه‌های زمانی یکسان است.

۲) **معادله**

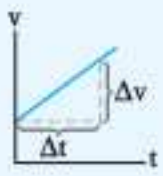
۱. مکان ـ زمان و جابه‌جایی ـ زمان $\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \;،\; \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \;،\; x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

۲. سرعت ـ زمان $v = at + v_0$

۳. سرعت ـ جابه‌جایی $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

۴. مستقل از شتاب $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

۵. جابه‌جایی در ثانیهٔ nاُم $\Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n-1) + v_0$

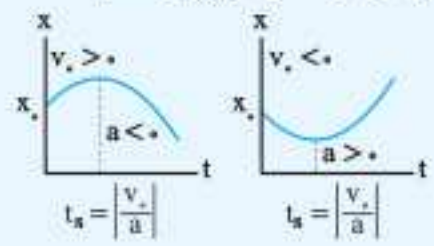


$$\text{شیب خط} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

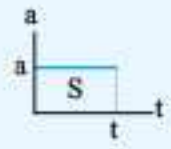
۳ **نمودار**

۱. سرعت ـ زمان: شیب نمودار سرعت ـ زمان برابر شتاب است.

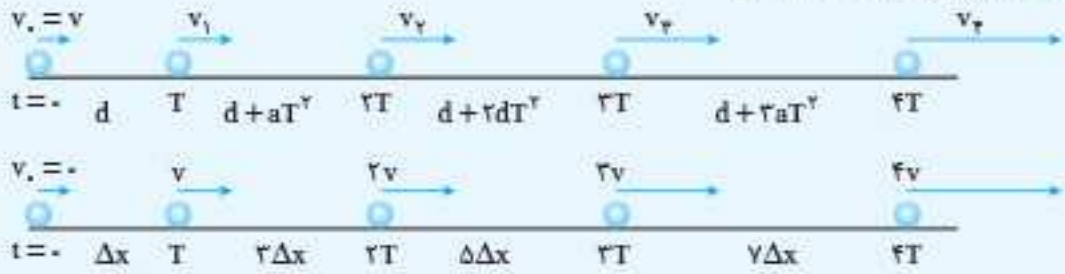
۲. مکان ـ زمان:



۳. شتاب ـ زمان: $S = at = \Delta v$



۴. ویژگی دنبالهٔ حسابی:



۶ **سقوط آزاد**

۱ **حرکت با شتاب ثابت:** $a = -g$ می‌باشد. نقطهٔ پرتاب را به عنوان مبدأ در نظر می‌گیریم $(y_0 = ۰)$.

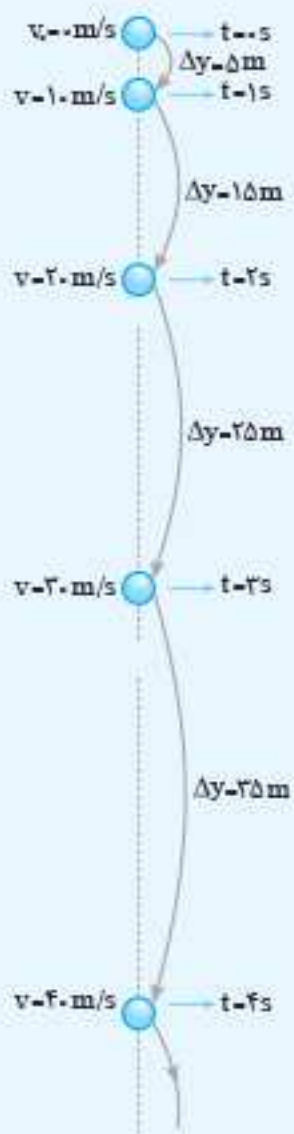
۲ **معادلات**

۱. $y = -\frac{۱}{۲}gt^2$

۲. $v = -gt$

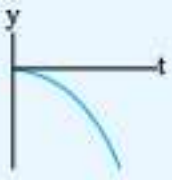
۳. $v^2 = -۲gy$

۴. $\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{v}{۲}$

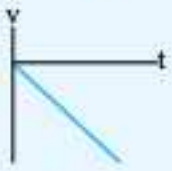


۳ **نمودار**

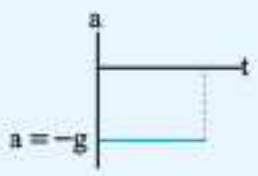
۱. مکان ـ زمان:



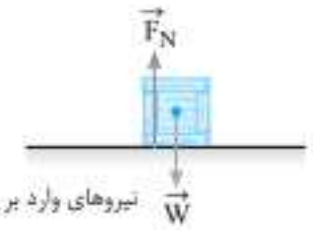
۲. سرعت ـ زمان:



۳. شتاب ـ زمان:



ایستگاه ۵: نیروی عمودی سطح و آسانسور

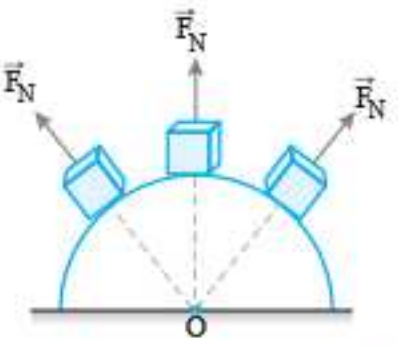


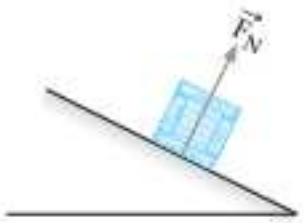
نیروهای وارد بر جعبه متوازن‌اند

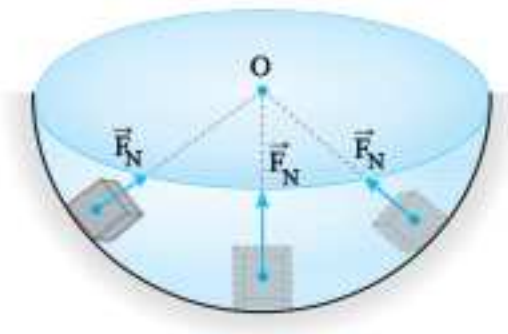
اگر جسمی با سطحی در تماس باشد و به سطح تکیه کرده و بر آن نیرو وارد کند، سطح تکیه‌گاه نیز نیروی عمودی بر جسم وارد می‌کند که آن را نیروی عمودی سطح یا نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌نامند و آن را با $\vec{F}_N$ نمایش می‌دهند. برای جسمی که مطابق شکل روی سطح افقی و در حالت ساکن قرار دارد، می‌توان نتیجه گرفت نیروهای وارد بر جسم متوازن‌اند و نوشت:

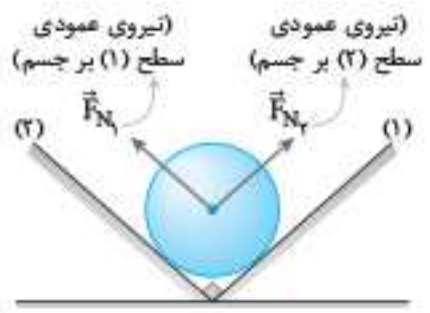
$$\vec{F}_{net} = 0 \Rightarrow \vec{F}_N = -\vec{W} \xrightarrow{\text{اندازه}} F_N = W$$

تذکر: ۱) در هر نوع سطحی نیروی عمودی سطح همواره بر سطح تماس عمود است.



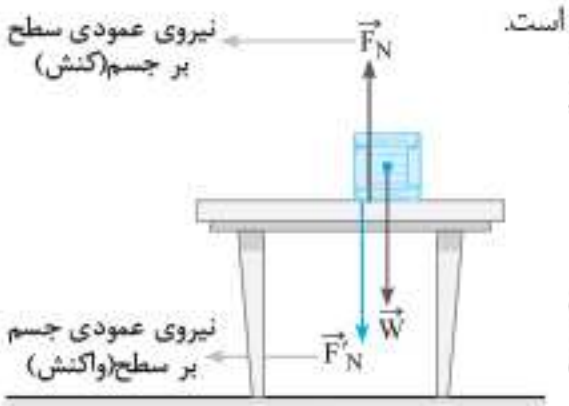






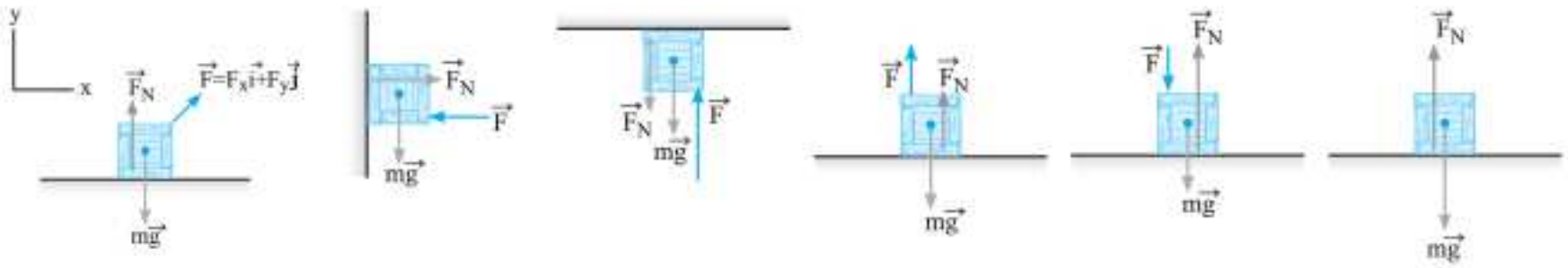
۲) نیروی عمودی سطح ناشی از تغییر شکل سطح تماس دو جسم و مربوط به نیروهای بین مولکولی است.

۳) نیروی عمودی سطح $(\vec{F}N)$ از طرف سطح تکیه‌گاه به جسمی که روی آن قرار دارد، وارد می‌شود و واکنش آن، نیرویی است که جسم به‌طور عمود بر سطح وارد می‌کند (F'_N) و هم‌اندازه با F_N است.



نکته: نیروی F_N، واکنش نیروی وزن نیست!

نکته: اگر در راستای عمود بر سطح، شتاب جسم صفر باشد، برایند نیروهایی که در راستای عمود بر سطح بر جسم وارد می‌شوند، صفر است. در شکل‌های زیر که جسم به سطوح ثابتی تکیه دارد می‌توان نیروی خالص وارد بر جسم در راستای عمود بر سطح را برابر صفر در نظر گرفت و نوشت:

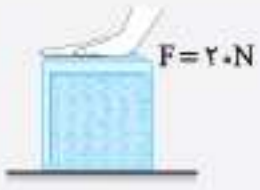


$F_N = mg - F_y$ | $F_N = F$ | $F_N = F - mg$ | $F_N = mg - F$ | $F_N = mg + F$ | $F_N = mg$

تست: مانند شکل، جعبه‌ای به جرم ۵kg روی میزی افقی قرار دارد و آن را با نیروی عمودی ۲۰N بر میز می‌فشاریم. نیروی عمودی سطح چند نیوتون است؟ $(g = 10\,N/kg)$

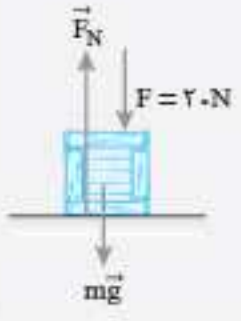
۱) ۱۰ ۲) ۲۰

۳) ۴۰ ۴) ۷۰



پاسخ: گزینهٔ «۴»

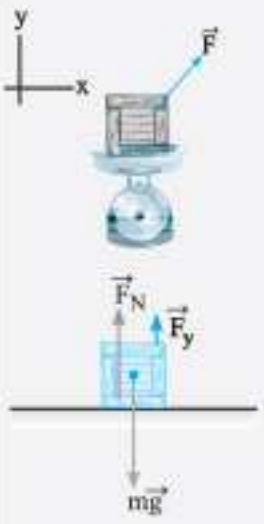
نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و با توجه به ساکن‌بودن جسم نتیجه می گیریم که برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای عمود بر سطح صفر است و می‌توان نوشت:



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg + F$$

$$\xrightarrow[F=20N]{m=5kg,\ g=10N/kg} F_N = 5\times10 + 20 = 70N$$

نکته: هنگامی که وزن جسمی را با ترازوی فنری یا باسکول اندازه می‌گیریم ترازو یا باسکول مقدار F_N را نمایش می‌دهند.



تست: **جسمی به جرم ۲۰ کیلوگرم روی کفهٔ ترازویی قرار دارد و نیروی $\vec{F}=\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}$ (در SI)، بر جسم وارد می‌شود. α چند نیوتون باشد تا ترازو ۱۵۰N را نشان دهد؟ $(g=10N/kg)$**

۱) ۵ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ «۲»

گام اول ترازو عکس‌العمل نیروی F_N را نمایش می‌دهد. با توجه به متوازن بودن نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم داریم:

$$F_{net,y}=0\Rightarrow F_N+F_y=mg$$

گام دوم با توجه به این‌که $F_y=\alpha$ است می‌توان نوشت:

$$F_N=mg-F_y\xrightarrow[m=20kg,\ g=10N/kg]{F_N=150N}150=200-F_y\Rightarrow F_y=50\,N\Rightarrow\alpha=50\,N$$

آسانسور

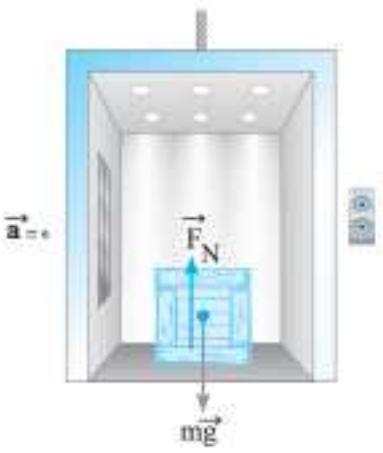
آسانسور جسم متحرکی است که در راستای قائم حرکت می‌کند. حرکت آسانسور می‌تواند شتاب‌دار یا با سرعت ثابت انجام شود و در هر حالت حرکت آن رو به بالا یا رو به پایین باشد.

یادآوری: ۱) در حرکت تندشونده، شتاب هم‌جهت با سرعت جسم و در حرکت کندشونده، شتاب در خلاف جهت سرعت جسم است.

۲) اگر جسمی به هر طرفی از حالت سکون شروع به حرکت کند، شتاب جسم در جهت حرکت آن است.

حالت‌های مختلف حرکت آسانسور

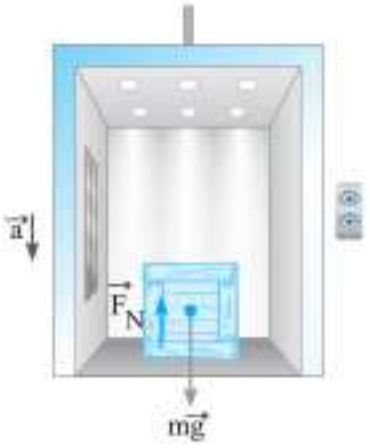
به‌طور کلی حرکت آسانسور و جسمی که درون آن است را می‌توان در ۳ حالت زیر دسته‌بندی کرد و با استفاده از قوانین نیوتون، رابطهٔ بین نیروی عمودی تکیه‌گاه، وزن جسم و شتاب جسم را به دست آورد:



• حالت اول **آسانسور ساکن یا با تندی ثابت در حرکت است:**

در این حالت شتاب آسانسور و جسم درون آن صفر است $(a=0)$ و نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم متوازن‌اند و آسانسور چه به طرف بالا و چه به طرف پایین با سرعت ثابت حرکت کند داریم:

$$\begin{cases}v=0\\ \text{یا}\\ v=\text{ثابت}\end{cases}\xrightarrow{a=0}F_{net,y}=0\Rightarrow F_N=mg$$



: حالت دوم **آسانسور به‌صورت تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا حرکت می‌کند:**

در این حالت جهت شتاب رو به پایین است و با استفاده از قانون دوم نیوتون برای محاسبهٔ نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌توان نوشت:

$$F_{net,y}=ma\Rightarrow mg-F_N=m\underbrace{a}_{\text{اندازهٔ شتاب آسانسور}}\Rightarrow F_N=m(g-a)$$

دقت کنید که جهت شتاب (رو به پایین) را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم.

نکته: در این حالت $F_N<mg$ است و اگر شخص (یا جسم) بر روی ترازو باشد، ترازو به اندازهٔ ma کمتر از اندازهٔ وزن شخص (جسم) را نشان می‌دهد.

تست: **شخصی درون آسانسوری روی یک ترازوی فنری ایستاده است و آسانسور با شتاب $2\,m/s^2$ رو به پایین شروع به حرکت می‌کند. اگر ترازو 720N را نشان دهد، جرم شخص چند کیلوگرم است؟ $(g=10N/kg)$**

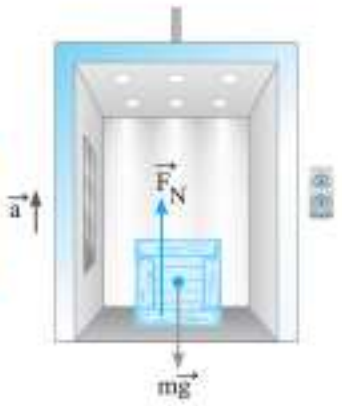
۱) ۹۰ ۲) ۸۲ ۳) ۸۶ ۴) ۹۶

پاسخ: گزینهٔ «۱»

چون آسانسور به طرف پایین شروع به حرکت کرده است، پس شتاب آسانسور نیز به طرف پایین است. می‌دانیم ترازو مقدار F_N را نشان می‌دهد. پس با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم:

$$F_{net,y}=ma\Rightarrow mg-F_N=ma\Rightarrow F_N=m(g-a)\xrightarrow[a=2m/s^2]{F_N=720N}720=m(10-2)\Rightarrow m=90\,kg$$

حالت سوم **آسانسور به‌صورت تندشونده رو به بالا یا کندشونده رو به پایین حرکت می‌کند:**



در این حالت جهت شتاب آسانسور به سمت بالاست و با در نظر گرفتن جهت شتاب (روبه بالا) برای علامت مثبت و با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نیروی عمودی سطح بر جسم را حساب کرد:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = m(g+a)$$

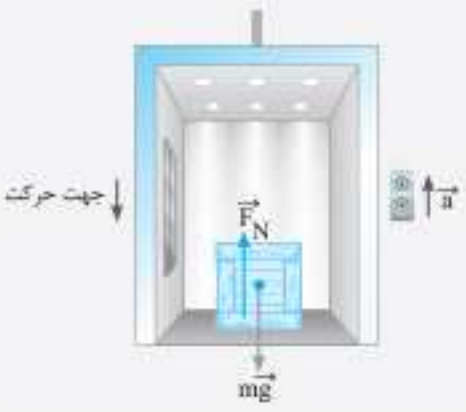
اندازهٔ شتاب آسانسور

نکته: در این حالت $F_N > mg$ است و اگر شخص یا جسم بر روی ترازو باشد، ترازو به اندازهٔ ma بیشتر از اندازهٔ وزن شخص یا جسم را نشان می‌دهد.

تست: جسمی به جرم ۱۰kg درون آسانسوری که با سرعت ثابت ۲m/s در حال حرکت به سمت پایین است، قرار دارد. اگر آسانسور در مدت‌زمان ۲s با شتاب ثابت متوقف شود، اندازهٔ نیرویی که کف آسانسور در این مدت به جسم وارد می‌کند چند نیوتون است؟ ($g = 10 m/s^2$)

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۱۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ «۲»



گام اول حرکت آسانسور به سمت پایین و در حال کندشدن است، بنابراین جهت شتاب آن به سمت بالاست اگر جهت بالا را با علامت مثبت در نظر بگیریم با استفاده از رابطهٔ $v = at + v_0$ شتاب آسانسور در مدت ۲s محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v=0,\ t=2s]{v_0=-2m/s} 0 = a \times 2 - 2 \Rightarrow a = 1 m/s^2$$

گام دوم با استفاده از قانون دوم نیوتون و با در نظر گرفتن این‌که جهت شتاب آسانسور رو به بالاست می‌توان نوشت:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = m(g+a)$$

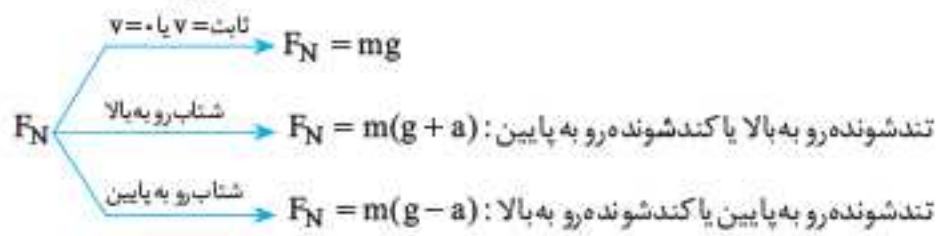
$$\xrightarrow[g=10 m/s^2]{m=10 kg,\ a=1 m/s^2} F_N = 10(10+1) = 110 N$$

سقوط آزاد آسانسور: اگر ساکن باشد و در اثر حادثه‌ای، مثلاً کابل آسانسور پاره شود، و از نیروهای مقاوم صرف‌نظر کنیم آسانسور با شتاب g به‌صورت تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند و در این حالت نیروی عمودی سطح وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g-a) \xrightarrow{a=g} F_N = m(g-g) \Rightarrow F_N = 0$$

نتیجه: یعنی اگر شخصی درون آسانسوری که سقوط آزاد می‌کند بر روی یک ترازو بایستد، ترازو عدد صفر را نشان می‌دهد و در اصطلاح می‌گویند جسم در حالت بی‌وزنی است!

آسانسور در یک نگاه



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

نیروی عمودی سطح

۷۹۹. مطابق شکل جعبه‌ای به جرم ۲kg روی سطح میزی قرار گرفته است. اگر وزن جعبه را با W و نیروی عمودی سطح وارد بر کتاب را با $\vec{F}_N$ نشان دهیم، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($g = 10 m/s^2$) (برگرفته از کتاب درسی)

الف- F_N واکنش W است.

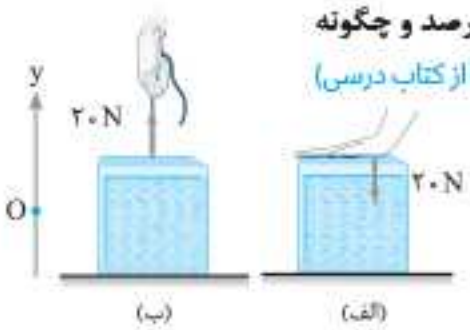
ب- $\vec{F}_N = -\vec{W} = 20(N)\vec{j}$ است.

پ- واکنش $\vec{F}_N$ برابر $20(N)\vec{j}$ است.

ت- واکنش $\vec{F}_N$ برابر $-20(N)\vec{j}$ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۰۰. در شکل مقابل، اگر جرم جعبه ۳kg باشد، نیروی عمودی سطح در حالت (ب) نسبت به حالت (الف) چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟ $(g = 10\ m/s^2)$ (برگرفته از کتاب درسی)

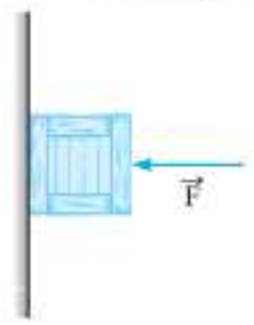


۱) ۶۰، کاهش
۲) ۶۰، افزایش
۳) ۸۰، کاهش
۴) ۸۰، افزایش

۸۰۱. در شکل روبه‌رو، شخصی به جرم m روی ترازوی فنری ایستاده و با دست خود نیرویی به بزرگی F را به‌طور عمود به طرف پایین بر میز وارد می‌کند. ترازوی فنری چه مقداری را نشان می‌دهد؟

۱) $mg + F$
۲) $mg - F$
۳) $\frac{mg}{F}$
۴) $\frac{F}{mg}$

۸۰۲. در شکل روبه‌رو با نیروی $F = ۳۰\ N$ جسمی را به دیوار تکیه داده‌ایم. اگر جرم جسم ۲kg باشد، نیروی عمودی سطح چند نیوتون و واکنش این نیرو به کدام سمت است؟



۱) ۱۰، راست
۲) ۳۰، راست
۳) ۳۰، چپ
۴) ۱۰، چپ

۸۰۳. در شکل روبه‌رو، جسمی به جرم m با نیروی قائم $F = ۴۰\ N$ به سقف فشرده شده است. اگر نیروی عمودی که سقف به جسم وارد می‌کند ۱۰N باشد، m برحسب کیلوگرم کدام است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

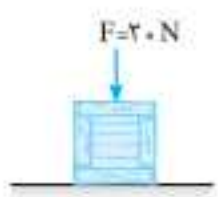
۸۰۴. شخصی به جرم ۶۰kg، درحالی که روی یک ترازو ایستاده، با دست‌هایش بر میلهٔ بارفیکس که بر دیوار متصل است، نیرو وارد می‌کند. اگر ترازو ۴۸۰N را نشـــان دهد، نیرویی که بارفیکس بر شخص وارد می‌کند، ..... نیوتون و به طرف ..... است. $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۱۲۰، بالا
۲) ۱۲۰، پایین
۳) ۴۸۰، بالا
۴) ۴۸۰، پایین

۸۰۵. جســـمی به جرم ۵kg روی سطح افقی ساکن است و نیروی قائم $\vec{F}$ به آن وارد می‌شود. اگر اندازهٔ نیروی عمودی سطح برابر ۴۰N باشد، به‌ترتیب از راست به چپ بزرگی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون و در کدام جهت است؟ $(g = 10\ N/kg)$

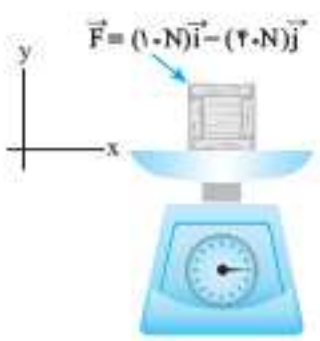
۱) ۹۰، بالا
۲) ۱۰، بالا
۳) ۹۰، پایین
۴) ۱۰، پایین

۸۰۶. جسمی به جرم ۴kg روی سطح افقی قرار دارد و نیروی عمودی $F = ۲۰\ N$ بر آن وارد می‌شود. اگر در یک لحظه جهت نیروی $\vec{F}$ برعکس شود، اندازهٔ نیروی عمودی سطح وارد بر جسم چه‌قدر و چگونه تغییر می‌کند؟ $(g = 10\ N/kg)$ (برگرفته از کتاب درسی)



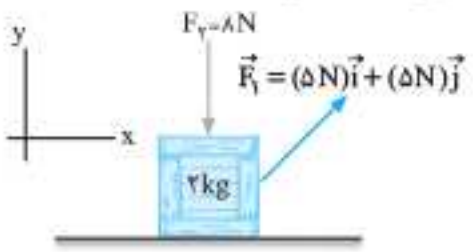
۱) ۲۰N، کاهش می‌یابد.
۲) ۲۰N، افزایش می‌یابد.
۳) ۴۰N، کاهش می‌یابد.
۴) ۴۰N، افزایش می‌یابد.

۸۰۷. مطابق شکل به جسمی به جرم ۲kg، نیروی $\vec{F}$ را وارد می‌کنیم و جسم ساکن است. ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ $(g = 10\ N/kg)$

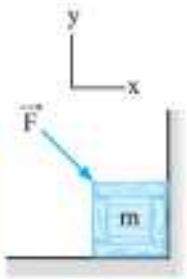


۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۶۰

۸۰۸. در شکل زیر، بزرگی نیروی عمودی که جسم بر سطح افقی وارد می‌کند، چند نیوتون و در کدام جهت است؟ $(g = 10\ N/kg)$



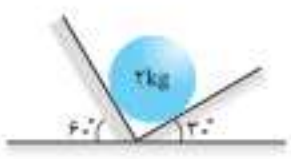
۱) ۷، ↓
۲) ۷، ↑
۳) ۲۳، ↓
۴) ۲۳، ↑



۸۰۹. مطابق شـــکل جسمی به جرم ۸۰۰g را روی یک ســـطح افقی بدون اصطکاک، توسط نیروی $\vec{F}$ به دیوار قائمی فشرده‌ایم. اگر بزرگی نیروهای عمودی که دیوار قائم و سطح افقی بر جسم وارد می‌کنند به‌ترتیب ۲۰N و ۳۰N باشد، نیروی $\vec{F}$ در SI کدام است؟ $(g=10\,m/s^2)$

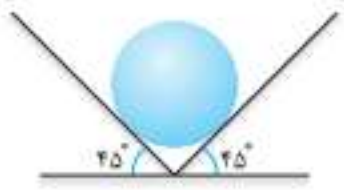
۱) $20\vec{i}-22\vec{j}$ ۲) $20\vec{i}-38\vec{j}$

۳) $20\vec{i}-30\vec{j}$ ۴) $28\vec{i}-30\vec{j}$



۸۱۰. مطابق شـــکل، وزنه‌ای به جرم $m=2kg$ بین دو دیوار قرار گرفته اســـت. با صرف‌نظر از نیروی اصطکاک، برایند نیروهای عمودی سطحی که دو دیواره بر وزنه وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟ $(g=10\,m/s^2)$

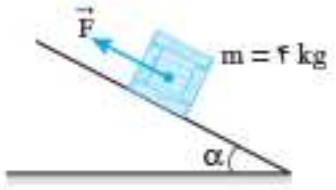
۱) ۱۰ ۲) $10\sqrt{2}$ ۳) ۲۰ ۴) $20\sqrt{2}$



۸۱۱. در شـــکل مقابل، کره‌ای همگن به جرم ۵kg درون یک ناوهٔ بدون اصطکاک قرار دارد. این جســـم به هر یک از دیواره‌ها، نیروی چند نیوتونی را وارد می‌کند؟ $(g=10\,m/s^2)$ (ریاضی خارج ۹۸)

۱) ۲۰ ۲) ۲۵

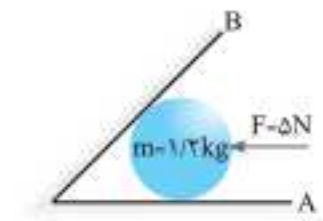
۳) $25\sqrt{2}$ ۴) $50\sqrt{2}$



۸۱۲. مطابق شکل جسمی روی یک سطح شیب‌دار تحت اثر نیروی F که موازی سطح است قرار دارد و همچنان ساکن است. اندازهٔ برایند نیروی F و نیروی عمودی سطح بر جسم چند نیوتون است؟ $(g=10\,m/s^2)$ و اصطکاک ناچیز است.)

۱) صفر ۲) $40\sin\alpha$

۳) $40\cos\alpha$ ۴) ۴۰



۸۱۳. کره‌ای مطابق شکل بین دو سطح صاف و صیقلی قرار دارد. برایند اندازهٔ نیروهایی که دیواره‌های A و B بر کره وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟ $(g=10\,m/s^2)$

۱) ۵ ۲) ۱۲

۳) ۱۳ ۴) ۱۷

آسانسور

۸۱۴. در کف یک آسانسور باسکولی نصب شده است. در یک حرکت، باسکول وزن شخص را بیش از حالت سکون نشان داده است. آن حرکت چگونه است؟

۱) الزاماً تندشونده به طرف بالا ۲) الزاماً تندشونده به طرف پایین (ریاضی ۹۸)

۳) تندشونده به طرف بالا یا کندشونده به طرف پایین ۴) کندشونده به طرف بالا یا تندشونده به طرف پایین

۸۱۵. شخصی به جرم ۶۰kg روی یک ترازوی فنری درون یک آسانسور ایستاده است و آسانسور با سرعت ثابت ۲m/s حرکت می‌کند. ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ $(g=10\,N/kg)$ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۷۲۰ ۲) ۶۰۰

۳) ۴۸۰ ۴) گزینه‌های «۱» و «۳» می‌توانند درست باشند.

۸۱۶. جعبه‌ای به جرم ۶kg روی کف آسانسوری قرار دارد و آسانسور با شتاب $4\,m/s^2$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند. نیرویی که کف آسانسور بر جعبه وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g=10\,N/kg)$ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۲۴ ۲) ۳۶ ۳) ۶۰ ۴) ۸۴

۸۱۷. شـــخصی به جرم ۸۰kg روی یک ترازوی فنری قرار دارد. اگر آسانسور با شتاب ثابت رو به پایین $2\,m/s^2$ حرکت کند، ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ $(g=10\,m/s^2)$ (تجربی مجدد ۱۴۰۱، مشابه ریاضی ۹۳)

۱) ۶۴۰ ۲) ۷۴۰ ۳) ۹۶۰ ۴) ۹۸۰

۸۱۸. شـــخصی به وزن ۶۰۰N درون آسانســـوری، روی یک ترازوی فنری ایســـتاده است و ترازو عدد ۴۸۰N را نشـــان می‌دهد. شتاب آسانسور چند متر بر مجذور ثانیه و به کدام جهت است؟ $(g=10\,m/s^2)$ (ریاضی خارج ۸۶)

۱) ۲، پایین ۲) ۲، بالا ۳) $\frac{1}{2}$، پایین ۴) $\frac{1}{2}$، بالا

۸۱۹. اگر آسانســـوری با شتاب $2\,m/s^2$ به طرف بالا در حرکت باشد، نیروی عمودی سطح بر جعبه‌ای به جرم ۴kg که روی کف آسانسور است، چند نیوتون است؟ $(g=10\,N/kg)$

۱) ۳۲ ۲) ۴۰

۳) ۴۸ ۴) هر دو گزینهٔ «۱» و «۳» می‌توانند درست باشند.

۸۲۰. شخصی به جرم ۶۰kg روی یک ترازوی فنری در آسانسور ساکن ایستاده است. آسانسور با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند. اگر کابل آسانسور پاره شود و آسانسور سقوط آزاد کند، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ $(g=10\,m/s^2)$

۱) ۷۲۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۴۸۰ ۴) صفر

۸۲۱. شخصی به جرم $70kg$ درون یک آسانسور روی ترازویی ایستاده است. آسانسور از حالت سکون با شتاب ثابت $1m/s^2$ به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند و سپس با شتاب ثابتی به بزرگی $2m/s^2$ متوقف می‌شود. اختلاف بین اندازهٔ نیرویی که ترازو در این دو حالت نشان می‌دهد چند نیوتون است؟ $(g=10N/kg)$

۱) ۲۱۰ ۲) ۶۳۰ ۳) ۴۲۰ ۴) ۸۴۰

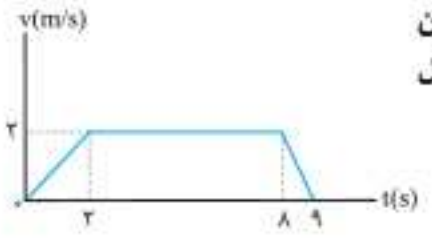
۸۲۲. جسمی به جرم $5kg$ کف آسانسوری قرار دارد. وقتی آسانسور با شتاب رو به بالای $2m/s^2$ به سمت بالا می‌رود، نیرویی که از طرف جسم بر کف آسانسور وارد می‌شود N است و وقتی با شتاب رو به پایین $2m/s^2$ به سمت پایین می‌رود، نیروی وارد بر کف آسانسور N' است. اختلاف N و N' چند نیوتون است؟ $(g=10m/s^2)$

۱) صفر ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰ (ریاضی خارج ۹۸)

۸۲۳. شخصی به جرم $60kg$ درون آسانسور روی ترازوی فنری قرار دارد. در حالت اول آسانسور با شتاب ثابت a رو به بالا شروع به حرکت می‌کند و در حالت دوم آسانسور با شتاب ثابت $2a$ رو به پایین شروع به حرکت می‌کند. اختلاف عددی که ترازوی فنری در این دو حالت نشان می‌دهد، $270N$ است. a چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(g=10m/s^2)$ (ریاضی خارج ۱۴۰۰)

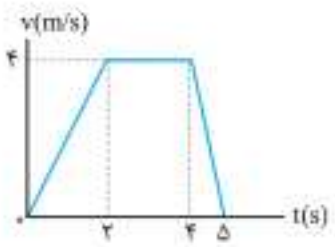
۱) ۳ ۲) ۲ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{3}{4}$

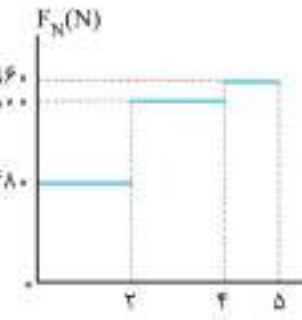
۸۲۴. نمودار سرعت ـ زمان آسانسوری که از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل است. درون این آسانسور شخصی به جرم $50kg$ روی یک باسکول ایستاده است. بیشترین اختلاف بین اعدادی که باسکول در کل این حرکت نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟ $(g=10N/kg)$

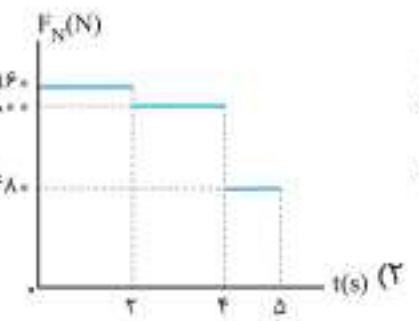


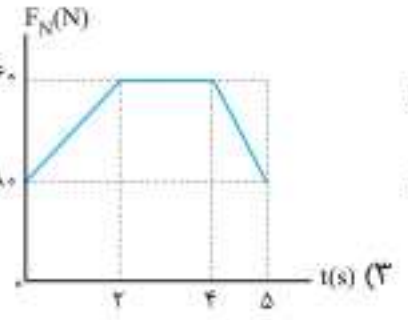
۱) ۵۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۵۵۰

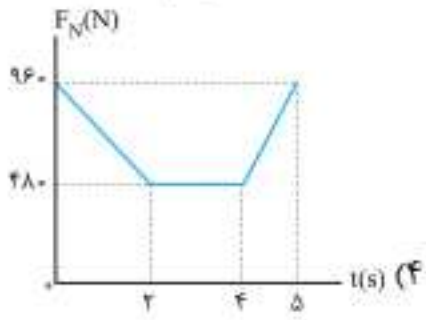
۸۲۵. شخصی به جرم $80kg$ درون آسانسوری که نمودار سرعت ـ زمان آن به شکل مقابل است، ایستاده است. نمودار نیروی عمودی که سطح کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند برحسب زمان کدام است؟



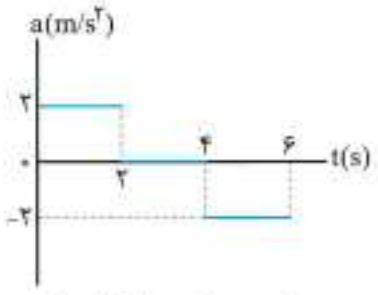
۱)


۲)


۳)


۴)


۸۲۶. آسانسوری از حالت سکون شروع به حرکت به طرف بالا می‌کند و نمودار شتاب ـ زمان آن مطابق شکل است. واکنش نیروی کف آسانسور بر جعبه‌ای به جرم $10kg$ در لحظهٔ $t=1s$ چند برابر لحظهٔ $t=5s$ است؟ $(g=10N/kg)$



۱) ۲ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۸۲۷. مکعبی به ضلع $5cm$ به جرم $1kg$ روی کف آسانسوری قرار دارد و آسانسور با شتاب $3m/s^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند. فشار مکعب بر کف آسانسور چند کیلوپاسکال است؟ $(g=10N/kg)$

۱) ۲۸۰۰۰ ۲) ۲۸ ۳) ۵۲۰۰۰ ۴) ۵۲

۸۲۸. شخصی به جرم $80kg$ بر روی یک ترازو درون آسانسوری ساکن قرار گرفته است. وقتی آسانسور با شتاب $1m/s^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند، این شخص با دست خود به میزی که داخل آسانسور است، نیرویی به بزرگی $10N$ رو به پایین وارد می‌کند. در این حالت ترازو چه عددی را برحسب نیوتون نشان خواهد داد؟ $(g=10N/kg)$

۱) ۷۱۰ ۲) ۷۵۰ ۳) ۷۷۰ ۴) ۹۴۰

۸۲۹. شخصی درون آسانسوری ایستاده و جسمی به جرم $2kg$ را در دست نگه داشته است و آسانسور با شتاب $2m/s^2$ به‌صورت کندشونده پایین می‌رود. هم‌زمان با آن شخص جسم را تا ارتفاع ۱ متر با تندی ثابت بالا می‌برد. کار شخص در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g=10m/s^2)$

۱) ۲۴ ۲) ۲۰ ۳) ۱۶ ۴) صفر

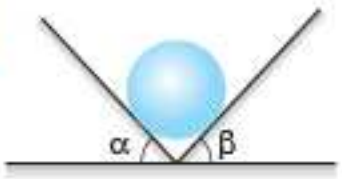
۸۳۰. شخصی به جرم $60kg$ درون آسانسوری قرار دارد. آسانسور از حالت سکون رو به پایین شروع به حرکت می‌کند؛ به‌طوری که پس از طی مسافت $2m$، تندی آن با آهنگی ثابت، به $4m/s$ می‌رسد. واکنش نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند چند نیوتون و در کدام جهت است؟ $(g=10N/kg)$

۱) ۸۴۰، به سمت بالا ۲) ۸۴۰، به سمت پایین ۳) ۳۶۰، به سمت بالا ۴) ۳۶۰، به سمت پایین

۸۳۱. شخصی به جرم ۶۰kg روی یک ترازو درون آسانسوری قرار دارد. آسانسور از حالت سکون با شتاب ثابت به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند و سپس با شتاب ثابت متوقف می‌شود. اگر کل مسافت طی‌شده توسط آسانسور ۱۸ m و کل مدت زمان حرکت آسانسور ۹s باشد، درصورتی که بزرگی شتاب مرحلهٔ تندشوندهٔ حرکت آسانسور ۲ برابر بزرگی شتاب مرحلهٔ کندشوندهٔ حرکت آن باشد، اختلاف بین حداکثر و حداقل مقداری که ترازو نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۸۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۵۰

۸۳۲. مطابق شکل روبه‌رو گلوله‌ای به جرم ۵kg درون ناوه‌ای با دیواره‌های صیقلی قرار دارد و مجموعه درون آسانسوری که با شتاب ثابت $2\ m/s^2$ کندشونده به طرف بالا حرکت می‌کند است. اندازهٔ برایند نیروهایی که از طرف سطوح ناوه بر جسم وارد می‌شود چند نیوتون است؟ $(g = 10\ m/s^2)$



۱) صفر ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

آزمون مبحثی ۱

زمان پیشنهادی: ۱۳ دقیقه

۸۳۳. چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف- اگر جسمی در حرکت باشد، نیروی خالص وارد بر آن مخالف صفر است.

ب- نیروی خالص وارد بر جسمی می‌تواند صفر باشد و جسم در حرکت باشد.

پ- سرعت جسم می‌تواند صفر باشد اما نیروی خالص وارد بر آن مخالف صفر باشد.

ت- واکنش نیروی وزن جسمی که روی میز قرار دارد، بر میز وارد می‌شود.

ث- اگر جسمی با تندی ثابت حرکت کند نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۳۴. جسمی به جرم ۵kg، تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F}_1 = -15\vec{i} + 8\vec{j}$، $\vec{F}_2 = -21\vec{i} + 19\vec{j}$ و $\vec{F}_3$ قرار گرفته و شتاب $\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$ را پیدا کرده است. $\vec{F}_3$ کدام است؟ (همهٔ اندازه‌ها در SI است.)

۱) $-16\vec{i} - 12\vec{j}$ ۲) $16\vec{i} - 12\vec{j}$ ۳) $-16\vec{i} + 12\vec{j}$ ۴) $16\vec{i} + 12\vec{j}$

۸۳۵. به جسمی به جرم ۵kg، که با سرعت $5\ m/s$ در جهت محور x حرکت می‌کند، نیروی خالص ۱۰N در خلاف جهت محور وارد می‌شود. اندازهٔ سرعت متوسط جسم پس از ۶ m جابه‌جایی چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۳

۸۳۶. شخصی به جرم ۸۰kg با تندی $5\ m/s$ از یک قایق روی اسکله می‌پرد. اگر جرم قایق ۱۰۰kg باشد و اصطکاک ناچیز فرض شود، حرکت قایق مطابق کدام گزینه خواهد شد؟

۱) با تندی $2\ m/s$ به عقب می‌رود.

۲) با تندی $4\ m/s$ به عقب می‌رود.

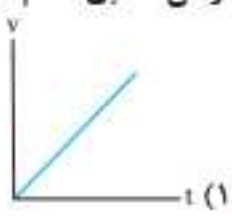
۳) با تندی $6/25\ m/s$ به عقب می‌رود.

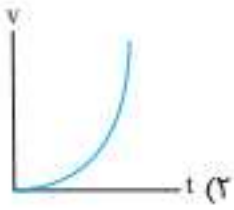
۴) ساکن می‌ماند.

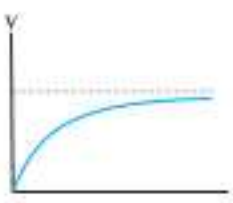
۸۳۷. جسمی به جرم ۱۰kg توسط مریخ‌نوردی به سطح مریخ برده شده است. نیروی وزن این جسم در سطح مریخ چند برابر وزن آن در سطح زمین است؟ $(g_{\text{زمین}} = 10\ N/kg ,\ g_{\text{مریخ}} = 3/7\ N/kg)$

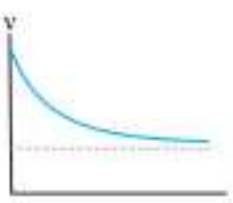
۱) ۳۷ ۲) ۳/۷ ۳) ۰/۳۷ ۴) ۱۰

۸۳۸. گلوله‌ای از یک نقطهٔ مرتفع در هوا از حال سکون رها می‌شود. نمودار تندی این گلوله از لحظهٔ رهاشدن تا لحظهٔ قبل از برخورد به زمین برحسب زمان مطابق کدام گزینه است؟

۱) 

۲) 

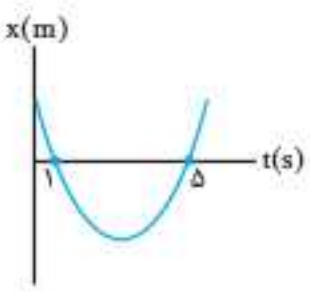
۳) 

۴) 

۸۳۹. جسمی را به طرف بالا (در راستای قائم) پرتاب می‌کنیم. اگر مقدار متوسط در کل مسیر بالا رفتن و پایین آمدن نیروی مقاومت هوا $\frac{1}{5}$ وزن جسم باشد، شتاب جسم هنگام پایین آمدن چند برابر شتاب آن هنگام بالا رفتن جسم است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{3}{5}$

۸۴۰. نمودار مکان ـ زمان متحرکی به جرم ۲kg که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل مقابل و به‌صورت سهمی است. اگر متحرک در مدتی که کندشونده حرکت می‌کند، ۱۳/۵ متر را طی کند در لحظه‌ای که جهت حرکتش عوض می‌شود، نیروی خالص وارد بر آن چند نیوتون است؟



۱) صفر ۲) ۲

۳) ۶ ۴) ۱۲

۸۴۱. شخصی درون آسانسور در حال حرکتی روی یک ترازو قرار دارد. در کدام‌یک از گزینه‌ها عددی که ترازو نمایش می‌دهد، بزرگ‌تر از نیروی وزن شخص است؟

۱) جهت شتاب آسانسور به سمت پایین و جهت حرکت آسانسور به سمت بالا باشد.

۲) جهت شتاب آسانسور و جهت حرکت آن هر دو به سمت پایین باشد.

۳) آسانسور با سرعت ثابت به سمت بالا در حال حرکت باشد.

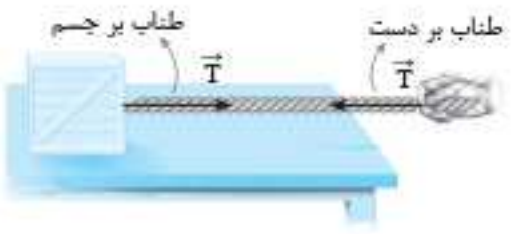
۴) جهت شتاب آسانسور و جهت حرکت آن هر دو به سمت بالا باشد.

۸۴۲. شخصی به جرم ۸۰kg درون آسانسوری قرار دارد. در لحظه‌ای که آسانسور با شتاب ثابت $1\,m/s^2$ تندشونده و به طرف پایین حرکت می‌کند، نیرویی که از طرف شخص به کف آسانسور وارد می‌شود، چند نیوتون و کدام جهت است؟ ($g = 10\,m/s^2$)

۱) ۸۸۰، بالا ۲) ۸۸۰، پایین ۳) ۷۲۰، بالا ۴) ۷۲۰، پایین

ایستگاه ۶: نیروی کشش طناب

وقتی توسط نخ یا طناب، جسمی را مطابق شکل می‌کشیم، طناب هم به دست ما و هم بر جسم نیرو وارد می‌کند. چون در این حالت طناب تحت کشش قرار دارد، به این نیرو، نیروی **کشش طناب** گفته می‌شود و آن را با $\vec{T}$ نمایش می‌دهند.



نکته: ۱) اگر جرم نخ یا طناب ناچیز باشد، این نیرو در کل نخ یا طناب مقدار ثابتی خواهد داشت و در کتاب درسی از جرم طناب و کش آمدن آن صرف‌نظر شده است.

۲) جهت نیروی کشش در طنابی که از دو طرف به دو نقطه یا دو جسم محکم بسته شده است، همواره به سمت وسط طناب است: به عنوان مثال در شکل بالا نیروی طناب بر دست به سمت چپ و نیروی طناب بر جسم به سمت راست است.

۳) طناب فقط به عنوان یک رابط و انتقال دهندهٔ نیرو بین دو جسم عمل می‌کند.

تست: خودرویی به جرم ۱۵۰۰kg با طناب افقی محکمی که جرم آن ناچیز است، با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ به طرف راست کشیده می‌شود. اگر نیروی مقاومت هوا و اصطکاک در مقابل حرکت خودرو به‌ترتیب ۳۸۰N و ۲۲۰N باشد، نیروی کشش طناب در SI کدام است؟

۱) ۶۰۰ ۲) ۲۴۰۰ ۳) ۳۶۰۰ ۴) ۳۲۲۰

پاسخ: گزینهٔ «۳»

ابتدا مطابق شکل نیروهای وارد بر خودرو را رسم می‌کنیم:

حالا به سادگی با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای حرکت داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - f_D - f_k = ma \Rightarrow T = ma + f_D + f_k = 1500\times 2 + 380 + 220 = 3600\,N$$

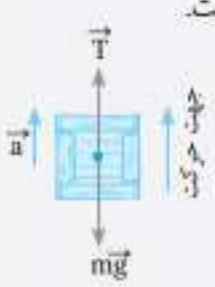
در شرایط خلأ جسمی به جرم ۵kg را از روی زمین با یک طناب سبک با شتاب ثابت به طرف بالا حرکت می‌دهیم. اگر در مدت ۲s، بزرگی سرعت متوسط جسم $4\,m/s$ باشد، نیروی طناب بر جسم چند نیوتون است؟ ($g = 10\,N/kg$)

۱) ۳۰ ۲) ۴۶ ۳) ۵۴ ۴) ۷۰

پاسخ: گزینهٔ «۴»

جسم به وسیلهٔ طناب از حالت سکون به سمت بالا به حرکت در آمده است؛ بنابراین حرکت تندشونده و جهت شتاب به سمت بالا است.

گام اول شتاب جسم را از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت به دست می‌آوریم:



$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \xrightarrow{v = at + v_0} v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2}\times a \times 2 + 0 \Rightarrow a = 4\,m/s^2$$

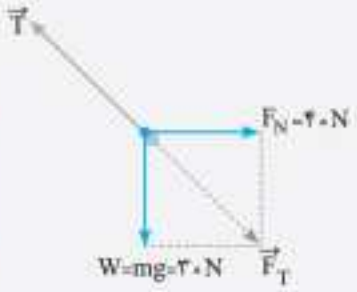
گام دوم چون شتاب رو به بالا است، جهت بالا را مثبت فرض کرده و از قانون دوم نیوتون در راستای حرکت استفاده می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 50 = 5\times 4 \Rightarrow T = 70\,N$$

در شکل مقابل کرهٔ فلزی به جرم ۳kg به دیواری که اصطکاک آن ناچیز است، آویزان است. اگر بزرگی نیروی عمودی سطح وارد بر کره ۴۰N باشد، بزرگی نیروی کشش نخ چند نیوتون است؟ ($g = 10\,N/kg$)

۱) ۱۴
۲) ۷۰
۳) ۴۰
۴) ۵۰

پاسخ: گزینهٔ «۴»



نیروهای وارد بر کره را مطابق شکل رسم می‌کنیم:

چون $\vec{F}_N$ و $m\vec{g}$ بر هم عمودند، برایند این دو نیرو را با استفاده از رابطهٔ برایند دو نیروی عمود بر هم مطابق زیر به دست می‌آوریم:

$$F_T = \sqrt{F_N^2 + (mg)^2} = \sqrt{۴۰^2 + ۳۰^2} = ۵۰N$$

چون جسم در حال تعادل است، باید برایند نیروهای وارد بر آن صفر باشد؛ بنابراین اندازهٔ برایند این دو نیرو (F_T) برابر بزرگی نیروی T و در خلاف جهت آن است:

$$T = F_T = ۵۰N$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۸۴۳. مطابق شکل، کارگری جعبهٔ ساکنی را با طنابی افقی و سبک می‌کشد. نیرویی که طناب به شخص و جعبه وارد می‌کند به‌ترتیب از راست به چپ در چه جهتی است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ←، ←
۲) →، →
۳) →، ←
۴) ←، →

۸۴۴. در شکل روبه‌رو، جسمی به جرم ۲kg به طناب سبکی آویزان است. بزرگی نیرویی که طناب بر جسم وارد می‌کند، چند نیوتون و در چه جهتی است؟ $(g = ۱۰ N/kg)$

۱) ۲، بالا
۲) ۲۰، پایین
۳) ۲، پایین
۴) ۲۰، بالا

۸۴۵. در شکل روبه‌رو جسمی به جرم m توسط یک نخ با جرم ناچیز از سقف آویزان است و در حالت تعادل قرار دارد. اگر بردار نیروی گرانش وارد بر جسم از طرف زمین برابر با $\vec{W}$ باشد، واکنش نیروی وارد بر سقف و جسم از طرف نخ به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) $\vec{W}, \vec{W}$
۲) $\vec{W}, -\vec{W}$
۳) $-\vec{W}, \vec{W}$
۴) $-\vec{W}, -\vec{W}$

۸۴۶. مطابق شکل، اگر اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ برابر ۴۰N باشد، اندازهٔ نیروی کشش نخ بر جسم چند نیوتون و در کدام جهت است؟ $(g = ۱۰ N/kg)$ و جرم طناب ناچیز است.)

۱) ۲۰، ↓
۲) ۶۰، ↓
۳) ۲۰، ↑
۴) ۶۰، ↑

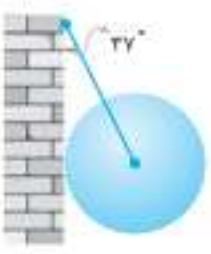
۸۴۷. شخصی به جرم ۶۰ kg روی ترازوی فنری ایستاده و با نیروی ۲۰N طنابی را که به سقف آویزان است، به طرف پایین می‌کشد. در این حالت، ترازو چه عددی را در SI نشان می‌دهد؟ $(g = ۱۰ N/kg)$

۱) ۸۰
۲) ۴۰
۳) ۵۸۰
۴) ۶۲۰

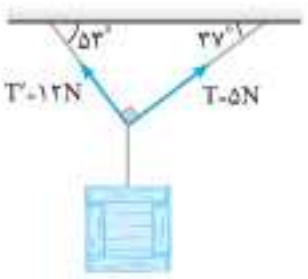
۸۴۸. در شکل روبه‌رو، جرم جسم 5kg و نیروی کشش طناب وارد بر جسم $T = ۳۰N$ است. اگر جسم ساکن بماند، بزرگی نیروی عمودی سطح وارد برجسم چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰ N/kg)$ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۲۰
۲) ۳۰
۳) ۵۰
۴) ۴۰

۸۴۹. در شکل روبه‌رو، کرهٔ فلزی به جرم ۲۰ kg به دیواری که اصطکاک آن ناچیز است، آویزان است. اگر اندازهٔ نیروی عمودی سطح وارد بر کره ۱۵۰ N باشد، نیروی کشش نخ بر کره چند نیوتون و در کدام جهت است؟ $(g = ۱۰ N/kg, \sin ۳۷^\circ = ۰/۶, \cos ۳۷^\circ = ۰/۸)$



۱) ۲۵۰، ↖
۲) ۲۵۰، ↘
۳) ۲۰۰، ↖
۴) ۲۰۰، ↘



۸۵۰. در شکل روبه‌رو، جرم نخ‌ها ناچیز و جسم در حال تعادل است. بزرگی نیروی وزن جسم چند نیوتون است؟ $(\cos 37^\circ = 0/8)$

۱) ۵

۲) ۱۲

۳) ۱۳

۴) ۱۷

۸۵۱. در شـــکل روبه‌رو، توسط طنابی با جرم ناچیز، سطل آبی به جرم $2kg$ را از روی زمین با شتاب ثابت $2m/s^2$ به طرف بالا حرکت می‌دهیم. بزرگی نیروی کشش طناب متصل به آن چند نیوتون است؟ ($g = 10 m/s^2$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

(برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۱۶

۲) ۲۵

۳) ۲۴

۴) ۲۸

۸۵۲. در شکل روبه‌رو، بزرگی نیروی کشش طناب $\frac{1}{3}$ بزرگی وزن جسم است. اندازهٔ شتاب حرکت جسم چند برابر اندازهٔ شتاب گرانشی است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.) (تجربی خارج ۸۹)

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{2}{3}$

۴) $\frac{3}{2}$

۸۵۳. در شـــکل روبه‌رو جسم با شتابی به بزرگی $2m/s^2$، به طرف بالا در حال حرکت است. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، اندازهٔ نیروی کشش نخ متصل به آن چند نیوتون است؟ $(g = 10 N/kg)$

۱) ۸

۲) ۱۰

۳) ۱۲

۴) گزینه‌های «۱» و «۳» می‌توانند درست باشند.

۸۵۴. در شکل روبه‌رو، جرم طناب ناچیز و جسم به طرف بالا در حال حرکت است. جرم جسم $5kg$ و نیروی کشش طناب $40N$ است. در این‌صورت حرکت جسم ـــــ و با شتاب ـــــ متر بر مجذور ثانیه است. $(g = 10 N/kg)$

۱) تندشونده ـ ۵

۲) کندشونده ـ ۵

۳) تندشونده ـ ۲

۴) کندشونده ـ ۲

۸۵۵. وزنه‌ای به جرم $2kg$ را با طناب سبکی با شتاب $2m/s^2$ تندشونده رو به بالا می‌کشیم. اگر نیروی کشش طناب را دو برابر کنیم، شتاب حرکت جسم چند برابر می‌شود؟ $(g = 10 m/s^2)$ (ریاضی ۹۹)

۱) ۱۴

۲) ۷

۳) ۴

۴) ۵

۸۵۶. می‌خواهیم جسمی به جرم $4kg$ را با طنابی که حداکثر نیروی قابل تحمل آن $48N$ است، از حالت سکون در راستای قائم بالا ببریم. حداکثر شتاب جسم چند متر بر مجذور ثانیه باشد تا طناب پاره نشود؟ $(g = 10 N/kg)$

۱) ۲

۲) ۱/۵

۳) ۱

۴) ۰/۵

۸۵۷. جسمی به جرم $2kg$ را با یک طناب از روی زمین در راستای قائم با شتاب ثابت بالا می‌بریم و جسم در ارتفاع ۱۰ متری به سرعت $10 m/s$ می‌رسد. اگر بزرگی نیروی مقاومت هوا در کل مسیر به‌طور متوسط $5N$ باشد، بزرگی نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟ $(g = 10 N/kg)$

۱) ۱۷

۲) ۲۷

۳) ۳۰

۴) ۳۵

۸۵۸. جسمی به جرم $2kg$ را با یک نخ سبک از روی زمین با نیروی $25N$ به طرف بالا حرکت می‌دهیم. پس از $2s$ نخ پاره می‌شود. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، حداکثر ارتفاع جسم چند متر خواهد شد؟ $(g = 10 N/kg)$

۱) ۲/۵

۲) ۶/۲۵

۳) ۷/۵

۴) ۱۲/۵

۸۵۹. جسمی به جرم $6kg$ را با یک طناب از سقف یک آسانسور آویزان کرده‌ایم. اگر طناب با نیرویی بیشتر از $75 N$ پاره شود، آسانسور حداکثر با چه شتابی در SI از حالت سکون رو به بالا حرکت کند تا طناب پاره نشود؟ $(g = 10 N/kg)$

۱) ۰/۵

۲) ۱

۳) ۱/۵

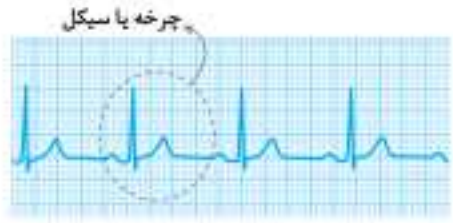
۴) ۲/۵

ایستگاه ۱: حرکت نوسانی و مفاهیم اولیه

ضربان قلب انسان، تاب خوردن، بالا و پایین رفتن سرنشینان یک کشتی که در حال حرکت روی امواج است، زمین‌لرزه و حرکت جسم متصل به فنر، نمونه‌هایی از حرکت نوسانی‌اند.

اگر به اطراف خود دقت کنیم، حرکت‌هایی را می‌بینیم که در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی عیناً تکرار می‌شوند، این حرکت‌ها را **حرکت دوره‌ای** می‌نامیم.

حرکت نوسانی دوره‌ای: حرکت‌های دوره‌ای که به‌صورت رفت‌وبرگشت (نوسانی) باشند را حرکت نوسانی دوره‌ای می‌نامیم. مانند تاب‌خوردن،حرکت جسم متصل به فنر در راستای قائم یا افقی، ضرباهنگ (ریتم) قلب انسان. جسمی که حرکت نوسانی انجام می‌دهد را **نوسانگر** می‌نامیم.



مفاهیم اولیه:

۱ **چرخه (سیکل):** هر نوسان کامل (یعنی یک رفت‌وبرگشت کامل) را چرخه می‌نامیم.

۲ **دورهٔ تناوب:** مدت‌زمان یک نوسان کامل یا انجام یک چرخه را دورهٔ تناوب می‌نامیم و آن را با T نشان می‌دهیم.

توجه:

۱ یکای دورهٔ تناوب در SI ثانیه است.

۲ اگر نوسانگر در مدت‌زمان t، n نوسان کامل را انجام دهد، در این‌صورت دورهٔ تناوب برابر است با:

$$\frac{n_{\text{نوسان}}}{1_{\text{نوسان}}} = \frac{t(s)}{T(s)} \Rightarrow \boxed{T = \frac{t}{n}}$$

۳ بسامد (فرکانس): تعداد نوسان‌های انجام‌شده (تعداد چرخه‌ها) در هر ثانیه را بسامد (فرکانس) می‌نامیم و آن را با f نشان می‌دهیم.

توجه: ۱ یکای بسامد در SI، هرتز (Hz) می‌باشد.

۲ اگر بسامد نوسانگر ۲۰ Hz باشد، یعنی در مدت ۱s، ۲۰ نوسان کامل انجام می‌دهد.

۳ اگر نوسانگر در مدت‌زمان t، n نوسان کامل انجام دهد در این‌صورت بسامد برابر است با:

$$\frac{n_{\text{نوسان}}}{f_{\text{نوسان}}} = \frac{t(s)}{1(s)} \Rightarrow \boxed{f = \frac{n}{t}}$$

نکته: از روابط بسامد و دورهٔ تناوب داریم:

$$\boxed{f = \frac{1}{T} \Rightarrow 1\,\text{Hz} = 1\,\text{چرخه بر ثانیه} = 1\,\frac{1}{s}}$$

تست: شکل زیر، نوار قلب شخصی را نشان می‌دهد. قلب این شخص در هر دقیقه چند بار می‌زند؟

۱) ۴۵
۲) ۷۵
۳) ۸۰
۴) ۹۰

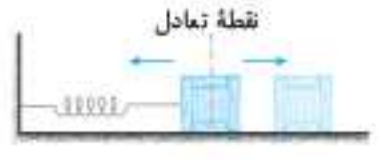
پاسخ: گزینهٔ «۳»

نوار قلب شخص نشان می‌دهد دورهٔ تناوب ضربان قلب او $T = 0/75\,s$ است؛ بنابراین داریم:

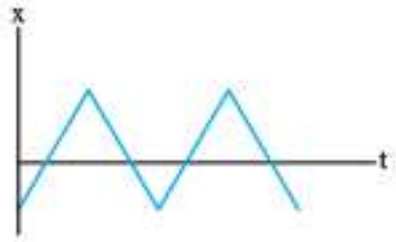
$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow 0/75 = \frac{60}{n} \Rightarrow n = 80$$

حرکت هماهنگ ساده (SHM)

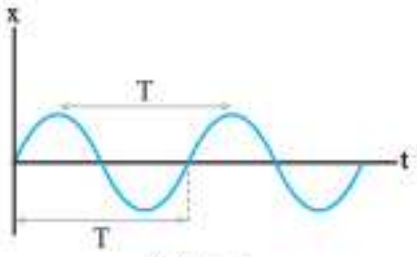
حرکتی است که به‌صورت رفت‌وبرگشت روی پاره‌خطی ثابت، حول نقطهٔ وسط پاره‌خط انجام می‌شود و معادلهٔ مکان ـ زمان آن به‌طور سینوسی یا کسینوسی می‌باشد. نمونهٔ معروف حرکت هماهنگ سادهٔ نوسان جرم و فنر در راستای قائم یا افقی روی سطح بدون اصطکاک است.



برای مثال نمودارهای (۱) و (۲) هر دو مربوط به حرکت نوسانی دوره‌ای می‌باشند، ولی در نمودار (۲) نوسان‌ها به‌صورت سینوسی است، بنابراین شکل نمودار (۲) مربوط به حرکت هماهنگ ساده است.

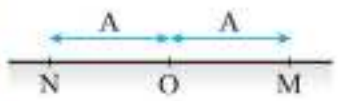


نمودار(۱)



نمودار(۲)

مفاهیم اولیهٔ حرکت هماهنگ ساده



۱ **پاره‌خط نوسان:** پاره‌خطی که نوسانگر روی آن حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد.

۲ **مرکز نوسان:** نقطهٔ وسط پاره‌خط نوسان که نوسانگر حول آن نوسان می‌کند. مرکز نوسان همان نقطهٔ تعادل می‌باشد.

۳ **دامنهٔ نوسان:** بیشترین فاصلهٔ نوسانگر تا مرکز نوسان (نقطهٔ تعادل) را دامنهٔ نوسان می‌نامیم و آن را با A نمایش می‌دهیم.

$$ON = OM = A$$

$$A = \frac{MN}{۲}$$

دامنهٔ نوسان نصف پاره‌خط نوسان می‌باشد.

تست: نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی پاره‌خطی به طول ۱۲cm نوسان می‌کند. اگر نوسانگر در مدت ۸s، ۶۴ بار طول پاره‌خط را طی کند، به‌ترتیب از راست به چپ دامنه و بسامد نوسانگر چند سانتی‌متر و چند هرتز است؟

۱) ۱۲، ۸ ۲) ۶، ۴ ۳) ۱۲، ۴ ۴) ۶، ۸

پاسخ: گزینهٔ «۲»

دامنه نصف طول پاره‌خط نوسان می‌باشد.

$$A = \frac{MN}{۲} = \frac{۱۲}{۲} = ۶cm$$

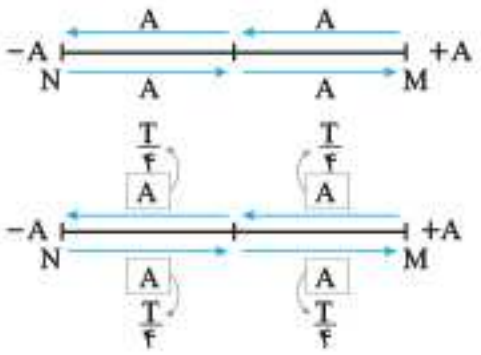
در یک نوسان کامل نوسانگر باید دو بار طول پاره‌خط MN را طی کند: بنابراین تعداد نوسانات برابر است با:

$$n = \frac{۶۴}{۲} = ۳۲ \text{ نوسان کامل}$$

$$f = \frac{n}{t} = \frac{۳۲}{۸} \Rightarrow f = ۴Hz$$

نکات مربوط به هماهنگ ساده

۱ نوسانگر در هر نوسان کامل در مدت‌زمان یک دوره (T)، ۴ بار دامنه را طی می‌کند.



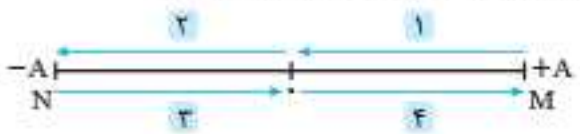
$$\boxed{\text{مسافت طی‌شده } L = ۴A}$$

۲ نوسانگر هر دامنه را در مدت $\frac{T}{۴}$ طی می‌کند.

۳ در حرکت هماهنگ ساده **مرکز نوسان** را به عنوان **مبدأ مختصات** در نظر می‌گیریم و سپس مکان نوسانگر را نسبت به آن می‌سنجیم.

الف) در ناحیهٔ (۱) و (۴) مکان نوسانگر مثبت $(x > ۰)$ است.

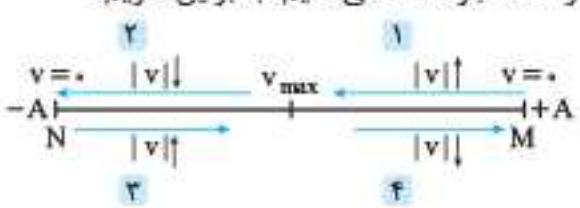
ب) در ناحیهٔ (۲) و (۳) مکان نوسانگر منفی $(x < ۰)$ است.



۴ در مرکز نوسانگر تندی بیشینه و در دو انتهای مسیر تندی صفر است. نقاط $x = +A$ و $x = -A$ را نقاط بازگشت می‌نامیم: بنابراین داریم:

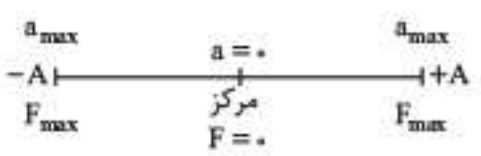
الف) اگر نوسانگر به سمت مرکز نوسان حرکت کند، تندی آن افزایش می‌یابد $(|v|\uparrow)$ و حرکت تندشونده است (ناحیهٔ (۱) و (۳)).

ب) اگر نوسانگر به انتهای مسیر نوسان $(x = \pm A)$ حرکت کند، تندی آن کاهش می‌یابد $(|v|\downarrow)$ و حرکت کندشونده است (ناحیهٔ (۲) و (۴)).

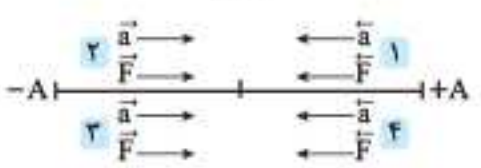


۵ جهت حرکت نوسانگر جهت سرعت آن را نشان می‌دهد، بنابراین در ناحیهٔ (۱) و (۲) جهت سرعت به سمت منفی محور x است، بنابراین علامت v منفی است و در ناحیهٔ (۳) و (۴) جهت سرعت به سمت مثبت محور x است: پس علامت v مثبت است.

۶ در مرکز نوسان شتاب و نیروی نوسانگر صفر و در دو انتهای مسیر $(x = \pm A)$ مقدار شتاب بیشینه است.



۷ جهت بردار شتاب و نیرو همواره به سمت مرکز نوسان است، بنابراین در ناحیهٔ (۱) و (۴) علامت بردار شتاب و نیرو منفی است و در ناحیهٔ (۲) و (۳) علامت بردار شتاب و نیرو مثبت است.



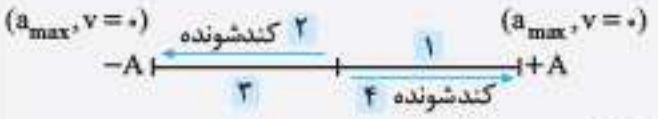
تست: **در حرکت هماهنگ ساده و در لحظه‌هایی که حرکت کندشونده است، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟**

الف) اندازهٔ شتاب افزایش می‌یابد. **ب) اندازهٔ سرعت افزایش می‌یابد.**

پ) اندازهٔ شتاب کاهش می‌یابد. **ت) مکان ذره ممکن است منفی باشد.**

۱) الف و ب ۲) ب و پ ۳) الف و ت ۴) پ و ت

پاسخ: گزینهٔ «۳»



بررسی همهٔ عبارت‌ها **الف) درست:** در ناحیهٔ ۲ و ۴ حرکت، کندشونده است و نوسانگر به نقاط بازگشتی انتهای مسیر می‌رود، بنابراین $|a|$ افزایش می‌یابد.

ب) نادرست: حرکت نوسانگر هنگامی که به انتهای مسیر برود، کندشونده است و اندازهٔ سرعت آن کاهش می‌یابد.

پ) نادرست: در انتهای مسیر اندازهٔ شتاب افزایش می‌یابد. (ناحیهٔ ۲ و ۴)

ت) درست: در ناحیهٔ ۲ مکان، منفی و در ناحیهٔ ۴ مکان نوسانگر مثبت است.

نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در مدت ۱۵ ثانیه ۶۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر تندی متوسط نوسانگر در مدت دو دوره $8\ m/s$ باشد، دامنهٔ آن چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۵ ۳) ۴۵ ۴) ۵۰

پاسخ: گزینهٔ «۴»

ابتدا مقدار دوره را محاسبه می کنیم

$$T=\frac{t}{n}=\frac{15}{60}=\frac{1}{4}s$$

با توجه به این‌که نوسانگر در هر دوره (T) مسافت $L=4A$ را طی می‌کند، بنابراین در مدت دو دوره مسافت $8A$ را طی می‌کند. از رابطهٔ تندی متوسط داریم:

$$s_{av}=\frac{L}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=2T}8=\frac{8A}{2\times\frac{1}{4}}\Rightarrow A=\frac{1}{2}m=50\ cm$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

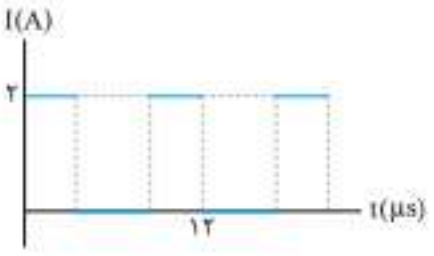
۵

۱۲۹۱. **شکل روبه‌رو، نوار قلب یک شخص را در مدت $3/2\ s$ نشان می‌دهد. دورهٔ تناوب ضربان قلب این شخص چند ثانیه است؟** (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۰/۷ ۲) ۰/۷۵

۳) ۰/۸ ۴) ۰/۸۵

۱۲۹۲. **نمودار جریان خروجی برحسب زمانِ یک وسیلهٔ برقی مطابق شکل است. اگر در هر دورهٔ تناوب، در ۲۰٪ لحظات، جریان غیرصفر باشد، بسامد این جریان چند کیلوهرتز است؟**



۱) ۷۵

۲) ۸۰

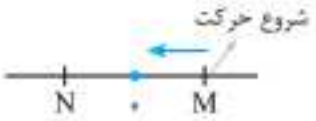
۳) ۱۰۰

۴) ۱۲۵

۱۲۹۳. **نوسانگر هماهنگ ساده‌ای حول مرکز نوسان در راستای محور x نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که جهت نیروی وارد بر نوسانگر و جهت سرعت آن در جهت $+x$ می‌باشد، علامت مکان و اندازهٔ شتاب به‌ترتیب از راست به چپ چگونه است؟**

۱) مثبت ـ افزایش می‌یابد. ۲) مثبت یا منفی ـ افزایش می‌یابد. ۳) مثبت یا منفی ـ کاهش می‌یابد. ۴) منفی ـ کاهش می‌یابد.

۱۲۹۴. **مطابق شکل نوسانگری روی پاره‌خط MN و حول مبدأ مختصات با دورهٔ حرکت T حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در زمانی که حرکت نوسانگر کندشونده و مکان نوسانگر منفی است، نوسانگر در کدام بازهٔ زمانی قرار دارد؟**



۱) صفر تا $\frac{T}{4}$ ۲) $\frac{T}{4}$ تا $\frac{T}{2}$ ۳) $\frac{T}{2}$ تا $\frac{3T}{4}$ ۴) $\frac{3T}{4}$ تا T

۱۲۹۵. **در حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A، مسافتی که نوسانگر در مدت‌زمان یک دورهٔ تناوب طی می‌کند، کدام است؟**

۱) صفر ۲) A

۳) $2A$ ۴) $4A$

۱۲۹۶. **نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی یک پاره‌خط، حرکت نوسانی انجام می‌دهد. اگر این نوسانگر در هر دقیقه ۱۵ بار طول این پاره‌خط را طی کند، دورهٔ تناوب آن چند ثانیه است؟**

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۲۹۷. **دو نوسانگر سادهٔ A و B به‌ترتیب با دوره‌های ۳/۵ s و ۱/۵ s، هم‌زمان از وضع تعادل شروع به نوسان می‌کنند. پس از چند ثانیه یکی از نوسانگرها ۸ نوسان کامل بیشتر از دیگری انجام می‌دهد؟**

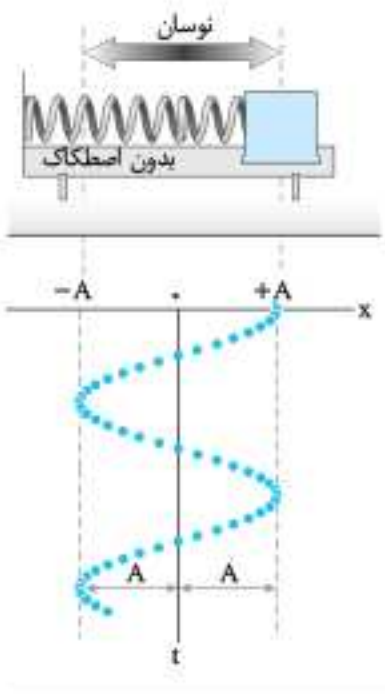
۱) ۱۴ ۲) ۱۷/۵ ۳) ۲۱ ۴) ۲۴/۵

۱۲۹۸. **در حرکت هماهنگ ساده، تندی نوسانگر با فاصله‌های زمانی ۰/۲ s صفر می‌شود. بسامد این نوسانگر چند هرتز است؟**

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۷۵ ۴) ۱۰۰

ایستگاه ۲: معادله و نمودار مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده

معادلهٔ مکان ـ زمان



اگر مطابق شکل نوسان دستگاه جرم ـ فنر را مورد بررسی قرار دهیم، تابع مکان ـ زمان آن به‌صورت تابع متناوب سینوسی یا کسینوسی نوشته می‌شود.

در کتاب درسی تابع کسینوسی برای معادلهٔ مکان ـ زمان استفاده می‌شود.

$$x(t) = A\cos\omega t$$

x: مکان نوسانگر در لحظهٔ t در SI برحسب متر (m)

A: دامنهٔ نوسانگر برحسب متر (m)

توجه: ۱) ω در معادلهٔ بالا را **بسامد زاویه** یا **سرعت زاویه‌ای** می‌نامیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

۲) در معادلهٔ بالا ωt را **شناسهٔ** تابع کسینوس می‌نامیم که برحسب رادیان است.

تست: **نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در مدت یک دوره مسافت ۴۰cm را طی می‌کند، همچنین این نوسانگر در مدت ۱۰s ۴۰ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. معادلهٔ مکان ـ زمان این نوسانگر در SI کدام است؟**

۱) $x = 10\cos 4\pi t$ ۲) $x = 20\cos 8\pi t$ ۳) $x = 0/1\cos 4\pi t$ ۴) $x = 0/2\cos 8\pi t$

پاسخ: گزینهٔ «۳»

گام اول نوسانگر در مدت یک دوره مسافت 4A را طی می‌کند؛ بنابراین داریم:

$$L = 4A = 40\,cm \Rightarrow A = 10\,cm = 0/1\,cm$$

گام دوم نوسانگر در یک نوسان کامل ۲ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند، بنابراین نوسانگر در ۱۰ s، $n = \frac{40}{2} = 20$ نوسان کامل انجام می‌دهد؛ پس می‌توانیم بسامد و بسامد زاویه‌ای را محاسبه کنیم.

$$f = \frac{n}{t} = \frac{20}{10} = 2\,Hz \;,\; \omega = 2\pi f = 4\pi\,rad/s$$

گام سوم معادله را به دست می‌آوریم:

$$x = A\cos\omega t \Rightarrow x = 0/1\cos 4\pi t$$

معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $x = 2\cos(5\pi t)$ است. مسافت طی‌شده توسط این نوسانگر در مدت زمان ۲s چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ «۴»

گام اول حالت کلی معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده، به‌صورت $x = A\cos(\omega t)$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$x = 2\cos(5\pi t) \Rightarrow A = 2\,m \;,\; \omega = 5\pi\,rad/s \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} 5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{5}\,s$$

گام دوم با استفاده از رابطهٔ $n = \frac{t}{T}$، تعداد نوسان‌های کامل این نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow[T=\frac{2}{5}\,s]{t=2\,s} n = \frac{2}{\frac{2}{5}} = 5$$

گام سوم مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در هر نوسان کامل برابر با 4A است؛ در نتیجه مسافت طی‌شده پس از ۵ نوسان کامل برابر است با:

$$\text{مسافت طی‌شده در } 2\,s: L = 5(4A) = 20A \xrightarrow{A=2\,m} L = 20\times 2 = 40\,m$$

معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = ۰/۸\cos ۱۰\pi t$ است. تا لحظهٔ $t = \frac{۱}{۴۰}s$، اندازهٔ جابه‌جایی نوسانگر چند سانتی‌متر است؟ $(\sqrt{۲} \simeq ۱/۴)$

۱) ۲۴ ۲) ۳۴ ۳) ۵۶ ۴) ۶۶

پاسخ: گزینهٔ «۱»

گام اول در لحظهٔ $t_۱ = ۰$ نوسانگر در مکان $x = +A = ۰/۸m$ قرار دارد. در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۴۰}s$ مکان جسم را به دست می‌آوریم.

$$t = \frac{۱}{۴۰}s \Rightarrow x = ۰/۸\cos ۱۰\pi \times \frac{۱}{۴۰} = ۰/۸\cos\frac{\pi}{۴} = ۰/۸ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} \simeq ۰/۵۶cm$$

گام دوم جابه‌جایی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$|\Delta x| = |x_۲ - x_۱| = ۰/۸ - ۰/۵۶$$
$$|\Delta x| = ۰/۲۴m = ۲۴cm$$

معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = ۰/۴\cos ۲\pi t$ می‌باشد. تندی متوسط نوسانگر از لحظهٔ شروع حرکت $(x = +A)$ تا لحظهٔ $t = \frac{۲}{۳}s$ چند m/s است؟

۱) ۰/۹ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۰/۴ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ «۴»

گام اول مکان نوسانگر را در لحظهٔ $t = \frac{۲}{۳}s$، به دست می‌آوریم:

$$t = \frac{۲}{۳}s \Rightarrow x = ۰/۴\cos ۲\pi \times \frac{۲}{۳} = ۰/۴\cos\frac{۴\pi}{۳} = ۰/۴ \times (-\frac{۱}{۲}) \Rightarrow x = -۰/۲m$$

گام دوم مسافت طی‌شده تا لحظهٔ $t = \frac{۲}{۳}s$ را به دست می‌آوریم. دقت کنید که ابتدا باید دوره را محاسبه کنیم و سپس با مقایسهٔ زمان با دوره یا محاسبهٔ تعداد نوسانات، مسیر حرکت را مشخص کنیم.

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow ۲\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۱s$$

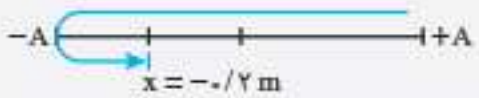
$$(\frac{T}{۲} = ۰/۵s, t = \frac{۲}{۳}s) \Rightarrow \frac{T}{۲} < t < T$$

• **روش اول** مقایسه t با T (دوره):

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow ۱ = \frac{\frac{۲}{۳}}{n} \Rightarrow \text{نوسان} \frac{۲}{۳} < n < ۱\text{نوسان}$$

: **روش دوم** مقایسه تعداد نوسان (n):

با توجه به این‌که $t > \frac{T}{۲}$ یا $n > \frac{۱}{۲}$ می‌باشد: بنابراین نوسانگر یک بار تغییر جهت داده و برای دومین بار به نقطهٔ $x = -۰/۲m$ می‌رسد و مسیر حرکت مطابق شکل مقابل است:



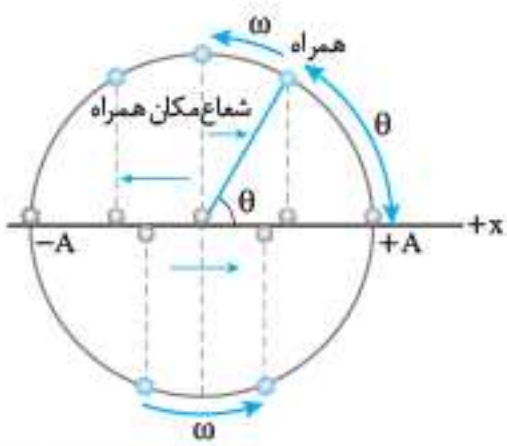
مسافت طی‌شده: $\ell = ۰/۴ + ۰/۴ + ۰/۲ = ۱m$

گام سوم تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۳}{۲}m/s \Rightarrow s_{av} = ۱/۵\ m/s$$

مفهوم شناسه در حرکت هماهنگ ساده

برای درک بهتر مفهوم شناسه از دایرهٔ مرجع استفاده می‌کنیم. (دایرهٔ مرجع دایره‌ای به شعاع دامنهٔ $(r = A)$ است.) همان‌طوری که در شکل مشاهده می‌کنید، هنگامی که نوسانگر روی محور x با دورهٔ T نوسان می‌کند، فرض می‌کنیم در هر لحظه نوسانگر، **همراهی** دارد که روی دایرهٔ مرجع با **همان دورهٔ T** نوسانگر، حرکت می‌کند. اگر در هر لحظه از مکان نوسانگر، روی محور x خط عمودی بر آن رسم کنیم، مکان همراه روی دایرهٔ مرجع مشخص می‌شود.



زاویهٔ بین شعاع مکان همراه با جهت مثبت محور x $(+\vec{x})$ را **شناسه** می‌نامیم. با درک مفهوم شناسه می‌توانیم بعضی سؤالات را سریع‌تر و ساده‌تر حل کنیم.

نکته: با توجه به تعریف دورهٔ نوسانگر، می‌توان رابطهٔ بین شناسه و زمان نوسانگر را به‌صورت زیر نوشت:

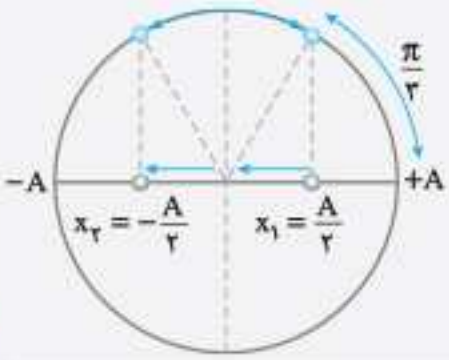
$$\theta = \omega t = \frac{۲\pi}{T}t$$

تست: معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = A\cos ۵۰\pi t$ است. کمترین بازهٔ زمانی که نوسانگر از مکان $x_۱ = +\frac{A}{۲}$ به مکان $x_۲ = -\frac{A}{۲}$ می‌رود چند ثانیه است؟

۱) $\frac{۱}{۳۰۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۵۰}$ ۳) $\frac{۱}{۲۰۰}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰۰}$

پاسخ: گزینهٔ «۲»

کمترین بازهٔ زمانی که نوسانگر از مکان $x_۱ = +\frac{A}{۲}$ به مکان $x_۲ = -\frac{A}{۲}$ می‌رود زمانی است که نوسانگر تغییر جهت ندهد و مستقیم از مکان $x_۱$ به مکان $x_۲$ برود.



گام اول شناسه‌ها را در مکان‌های موردنظر مشخص می‌کنیم:

$$\text{(1)}\quad x_1=+\frac{A}{2}\Rightarrow \cos 50\pi t_1=\frac{1}{2}\Rightarrow \theta_1=50\pi t_1=\frac{\pi}{3}$$

$$\text{(2)}\quad x_2=-\frac{A}{2}\Rightarrow \cos 50\pi t_2=-\frac{1}{2}\Rightarrow \theta_2=50\pi t_2=\frac{2\pi}{3}$$

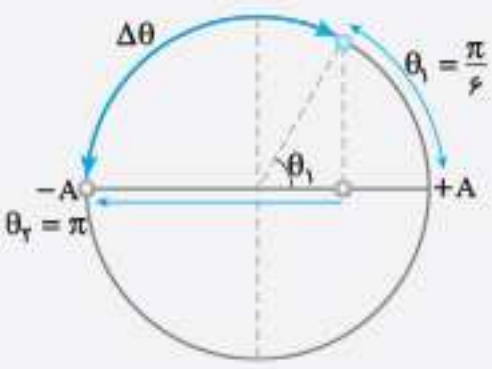
گام دوم از اختلاف دو شناسه مدت‌زمان موردنظر را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow[\Delta\theta=\omega\Delta t]{(2)-(1)}\Delta\theta=50\pi(t_2-t_1)=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{3}\Rightarrow 50\pi\Delta t=\frac{\pi}{3}\Rightarrow \Delta t=\frac{1}{150}\,s$$

بسامد نوسانگری در یک حرکت هماهنگ ساده ۵ Hz می باشد. در یک لحظه نوسانگر در مکان $x=+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ قرار دارد و حرکت آن تندشونده است؛ حداقل زمان لازم برای این‌که نوسانگر به بیشترین فاصله تا مرکز نوسان برسد چند ثانیه است؟

۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{5}{12}$ ۴) $\frac{5}{6}$

پاسخ: گزینهٔ «۱»



گام اول ابتدا ω را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega=2\pi f=10\pi\ rad/s$$

سپس شناسهٔ مکان $x=\frac{\sqrt{3}}{2}A$ را مشخص می‌کنیم. مکان نوسانگر مثبت و حرکت آن تندشونده است:

پس نوسانگر در حال حرکت از مکان $+A$ به سمت مرکز نوسان (نقطهٔ تعادل) است.

$$x=A\cos\theta_1\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}A=A\cos\theta_1$$

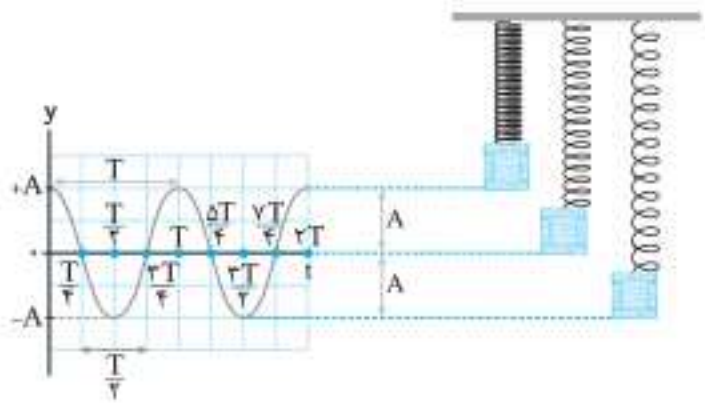
$$\cos\theta_1\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow \theta_1=\frac{\pi}{6}\,rad$$

گام دوم حداقل زمان رسیدن آن به بیشترین فاصله تا مرکز نوسان، هنگامی است که نوسانگر تغییر جهت نداشته باشد و به نقطهٔ $x_2=-A$ (یعنی، شناسه $\theta_2=\pi\,(rad)$) برسد.

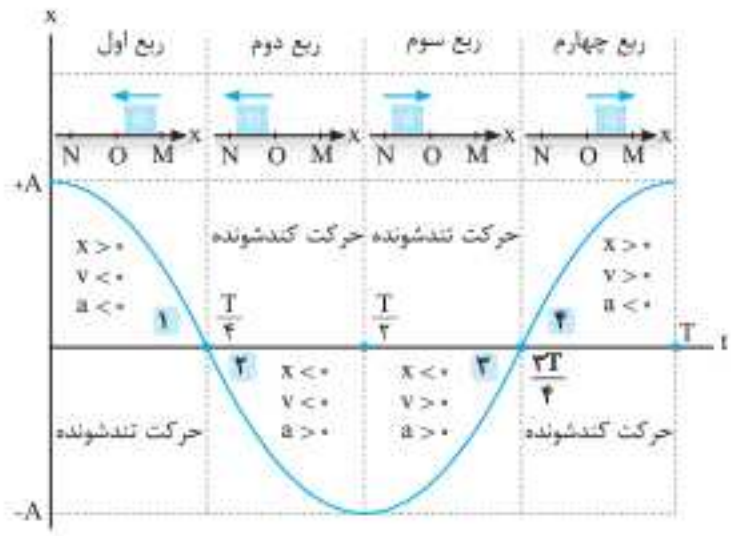
$$\Delta\theta=\omega\Delta t\Rightarrow(\pi-\frac{\pi}{6})=10\pi\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{5\pi}{6\times10\pi}=\frac{1}{12}\,s$$

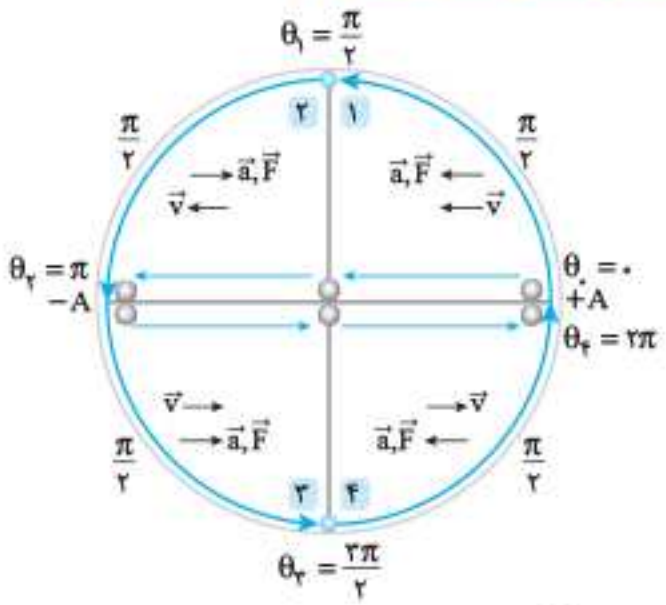
نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده

معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $y=A\cos(\omega t)$ می‌باشد. با توجه به این‌که تابع آن یک تابع کسینوسی است، می‌توانیم نمودار آن را مطابق شکل رسم کنیم.



بررسی نمودار $x-t$ با دایرهٔ مرجع





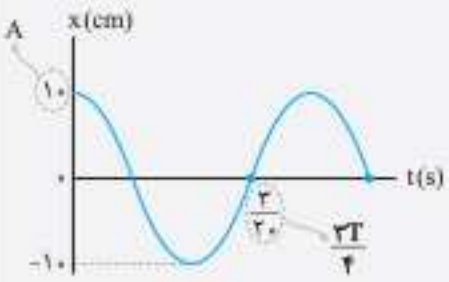
نکته: در هر $\frac{T}{4}$ ثانیه، تغییر کمان همراه به اندازهٔ $\frac{\pi}{2}$ رادیان و تغییر شناسه نوسانگر نیز $\frac{\pi}{2}$ رادیان می‌باشد.

تست: نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل مقابل است. معادلهٔ مکان ـ زمان این نوسانگر در SI کدام است؟

۱) $۰/۱\cos(۲۰\pi t)$
۲) $۱۰\cos(۲۰\pi t)$
۳) $۰/۱\cos(۱۰\pi t)$
۴) $۱۰\cos(۱۰\pi t)$

پاسخ: گزینهٔ «۳»

گام اول با توجه به نمودار داریم:

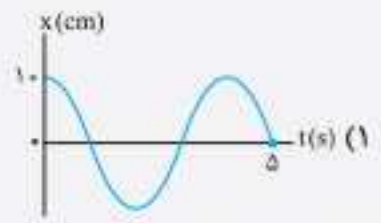


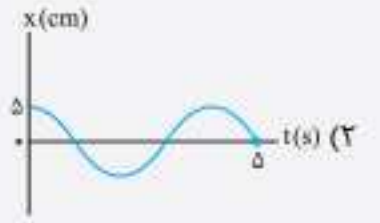
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{۳T}{۴} = \frac{۳}{۲۰}s \Rightarrow T = \frac{۱}{۵}s \xrightarrow{\omega = \frac{۲\pi}{T}} \omega = \frac{۲\pi}{\frac{۱}{۵}} = ۱۰\pi rad/s \\ A = ۱۰cm = ۰/۱m \end{cases}$$

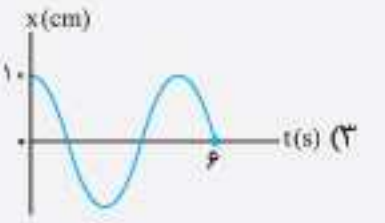
گام دوم با استفاده از معادلهٔ $x = A\cos(\omega t)$، معادلهٔ مکان ـ زمان را به دست می‌آوریم:

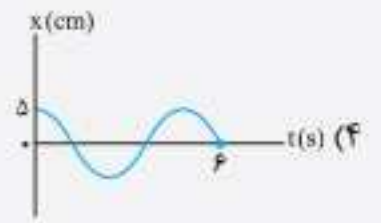
$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow[\omega = ۱۰\pi rad/s]{A = ۰/۱m} x = ۰/۱\cos(۱۰\pi t)$$

نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی پاره‌خطی به طول ۱۰ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این نوسانگر در هر دقیقه ۳۰ بار این پاره‌خط را طی می‌کند. نمودار مکان ـ زمان این نوسانگر کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ «۲»

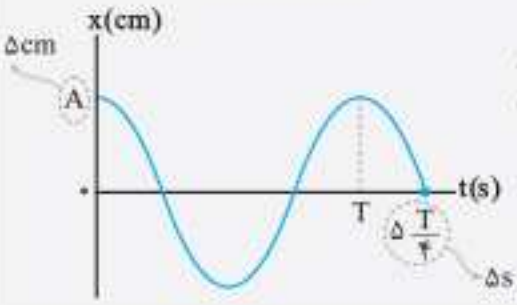
گام اول نوسانگر در هر تناوب کامل دو بار پاره‌خط نوسان را طی می‌کند، در نتیجه پس از ۳۰ بار طی کردن پاره‌خط نوسان، ۱۵ نوسان کامل انجام می‌دهد $(n = ۱۵)$. با استفاده از رابطهٔ $T = \frac{t}{n}$، می‌توان نوشت:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow[n=۱۵]{t=۶۰s} T = \frac{۶۰}{۱۵} = ۴s$$

گام دوم طول پاره‌خط نوسان ۲ برابر دامنهٔ نوسان است، در نتیجه داریم:

$$۲A = ۱۰cm \Rightarrow A = ۵cm$$

گام سوم معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $x = A\cos(\omega t)$ است. حال با داشتن اطلاعات لازم می‌توانیم این نمودار را رسم کنیم. در شکل مقابل $A = ۵\,cm$ و لحظهٔ مشخص شده برابر با $t = ۵\frac{T}{۴}$ است:

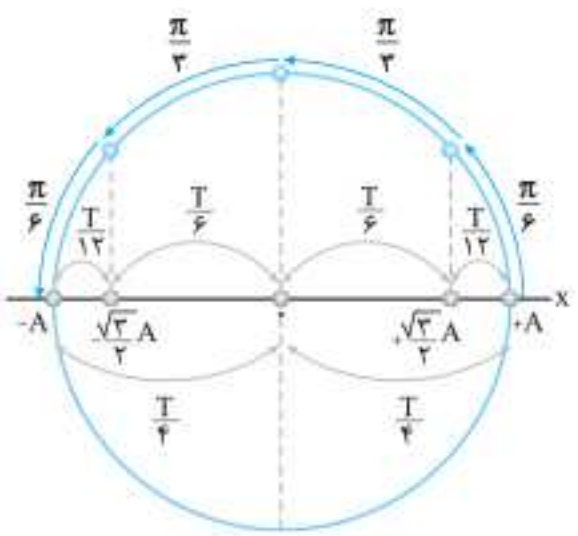


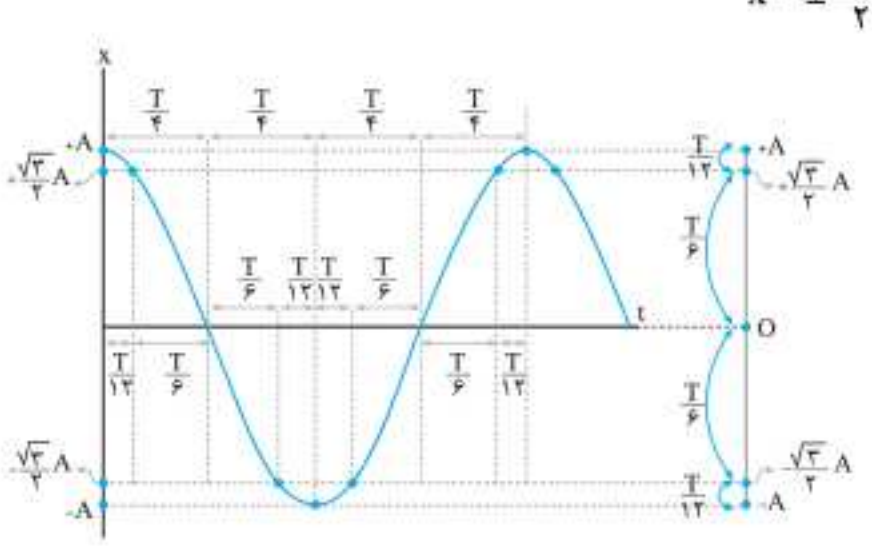
$$t = \frac{۵T}{۴} = ۵ \times \frac{۴}{۴} = ۵s$$

مدت زمان جابه‌جایی نوسانگر بین نقاط خاص (الگوهای زمانی)

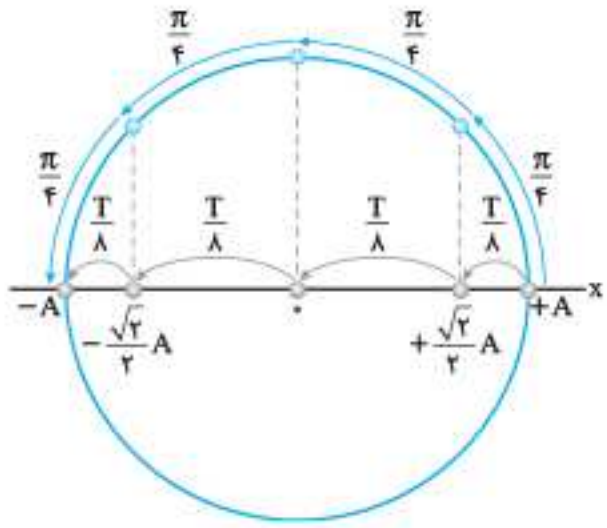
از آن‌جایی که حرکت هماهنگ ساده یک حرکت با شتاب متغیر است و معادلهٔ مکان ـ زمان آن نیز به‌صورت کسینوسی است، برای فرار از حل معادلات مثلثاتی و پاسخ‌گویی سریع‌تر به برخی از سؤال‌های نوسان زمانی، از الگوهای زمانی زیر برای تعیین مدت‌زمان جابه‌جایی بین نقاط خاص استفاده می‌کنیم (T دورهٔ تناوب نوسانگر است):

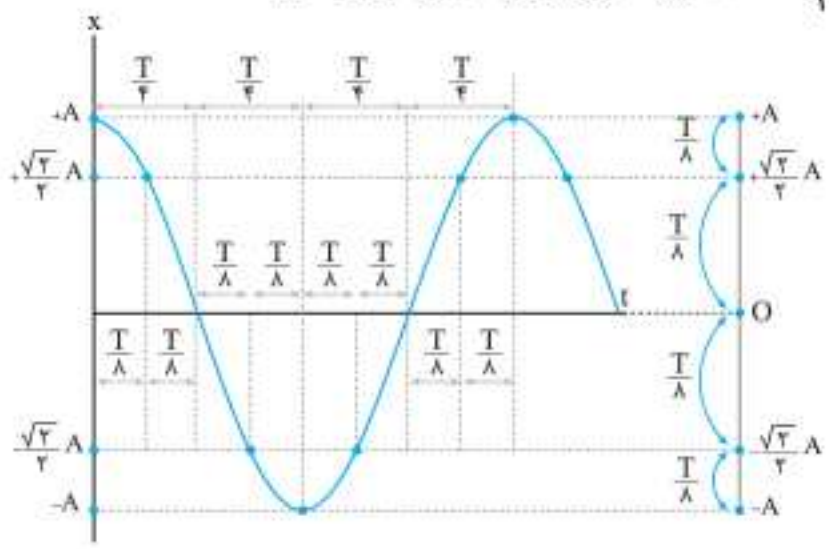
۱ $x = \pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$



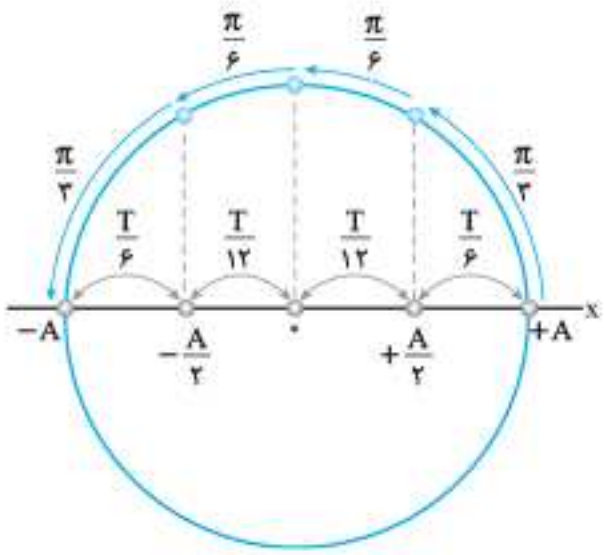


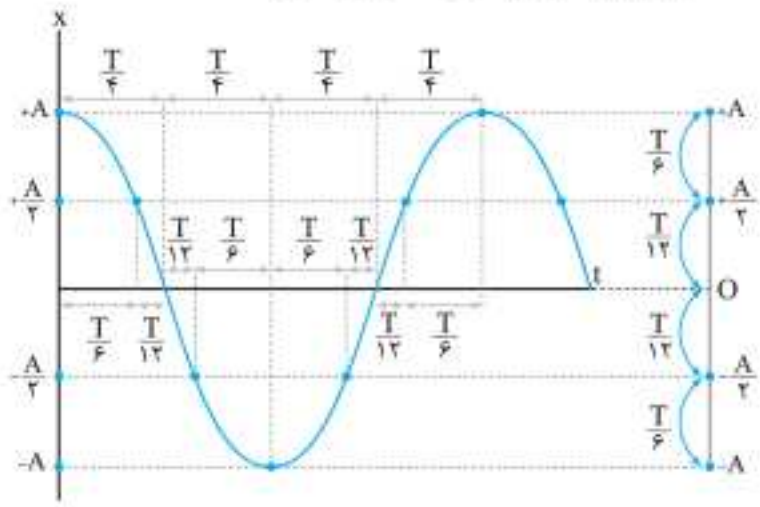
۲ $x = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ جابه‌جایی در بازه‌های زمانی یکسان



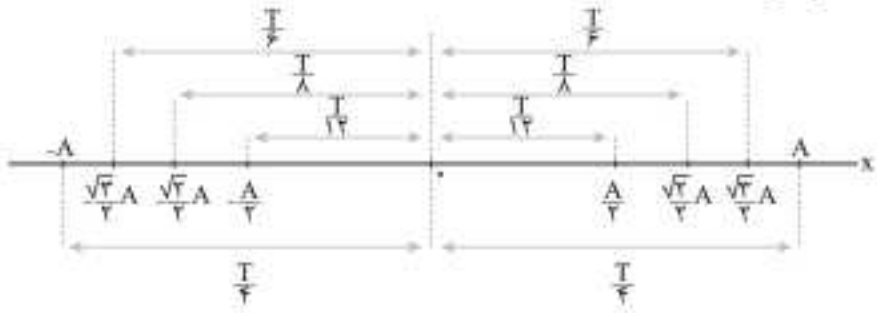


۳ $x = \pm\frac{۱}{۲}A$ جابه‌جایی در بازه‌های مکانی یکسان



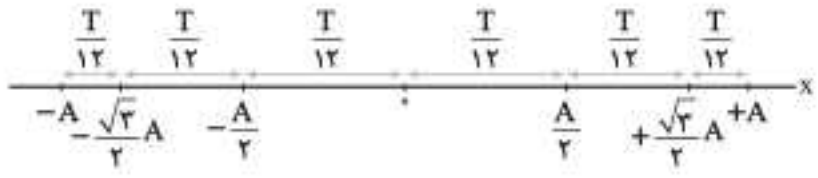


تذکر: برای راحت‌تر شدن کار شما برای حفظ کردن این الگوها، هر ۴ نقطهٔ خاص را با هم در شکل زیر آورده‌ایم، همچنین جمع‌های زیر نیز در پاسخ‌گویی سؤال‌ها پرکاربرد هستند، یک نگاهی هم به این جمع‌ها داشته باشید:

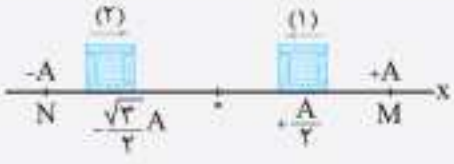


$$\frac{T}{۶}+\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۸}+\frac{T}{۸}=\frac{T}{۴}$$

شکل زیر هم می‌تواند مفید باشد:



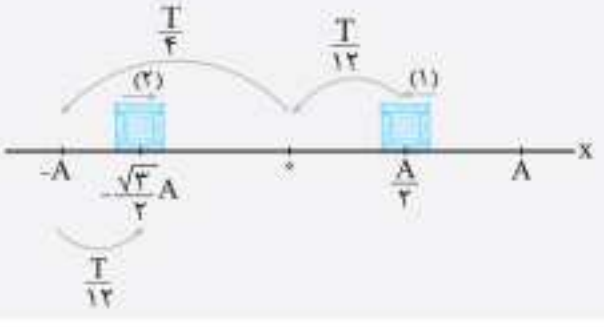
تست: در شکل روبه‌رو نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با دورهٔ تناوب $\frac{۲}{۵}$ s روی پاره‌خط MN نوسان می‌کند. حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر از موقعیت (۱) به موقعیت (۲) برسد؟



۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ «۴»

بازه‌های زمانی حرکت نوسانگر از موقعیت (۱) به موقعیت (۲) مطابق شکل است: در نتیجه می‌توان نوشت:



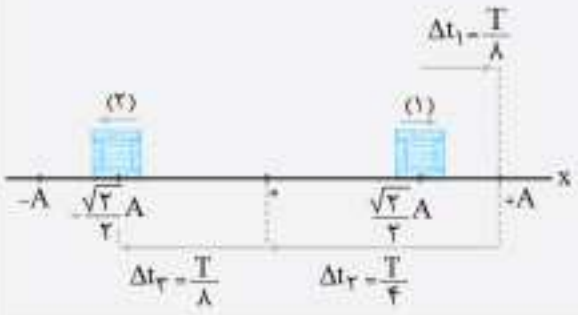
$$\Delta t=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۱۲}=\frac{۵T}{۱۲}\xrightarrow{T=\frac{۲}{۵}s}\Delta t=\frac{۵\times(\frac{۲}{۵})}{۱۲}=\frac{۱}{۶}s$$

نوسانگری حرکت نوسانی هماهنگ ساده با دامنهٔ A و دورهٔ T دارد. در یک لحظه مکان ذره $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A+$ و سرعت آن مثبت است. کمترین زمان لازم برای آن‌که مکان ذره $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A-$ و سرعت آن منفی شود، کدام است؟ (T دورهٔ تناوب نوسانگر است.)

۱) $\frac{T}{۴}$ ۲) $\frac{۳T}{۸}$ ۳) $\frac{T}{۲}$ ۴) $\frac{۵T}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ «۳»

موقعیت نوسانگر روی پاره‌خط نوسان در دو لحظهٔ گفته‌شده، مطابق شکل است. کمترین زمان لازم برای رسیدن از موقعیت (۱) به موقعیت (۲) برابر است با:



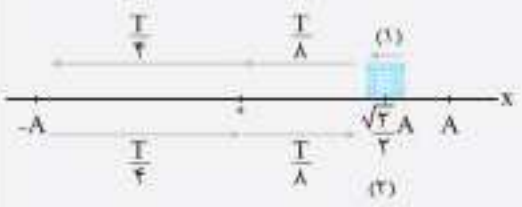
$$\Delta t=\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳ \Rightarrow \Delta t=\frac{T}{۸}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۸}=\frac{T}{۲}$$

x و A به‌ترتیب مکان و دامنهٔ یک نوسانگر هماهنگ ساده هستند. در لحظهٔ $t_۱$، $x_۱=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ است و جهت حرکت نوسانگر در این لحظه به سمت مرکز نوسان است. اگر پس از ۰/۶s، نوسانگر برای اولین بار دوباره به همین مکان برسد، بسامد این نوسانگر چند هرتز است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۱ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ «۳»

روش اول با استفاده از الگوهای داده شده، مدت‌زمان لازم برای این‌که نوسانگر از موقعیت (۱) به موقعیت (۲) برسد برابر است با:

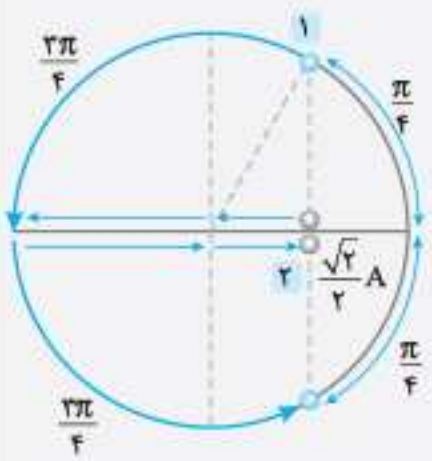


$$\Delta t=\frac{T}{۸}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۸}=\frac{۳T}{۴} \xrightarrow{\Delta t=۰/۶s} \frac{۳T}{۴}=۰/۶ \Rightarrow T=\frac{۴}{۵}s$$

حال بسامد را محاسبه می‌کنیم:

$$f=\frac{۱}{T}=\frac{۱}{\frac{۴}{۵}}=\frac{۵}{۴}=۱/۲۵\,Hz$$

روش دوم **گام اول** شناسه‌ها را مشخص می‌کنیم و سپس اختلاف دو شناسه را به دست می‌آوریم.



$$x_۱=+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A \Rightarrow \theta_۱=\frac{\pi}{۴}rad$$

$$x_۲=+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A \Rightarrow \theta_۲=۲\pi-\frac{\pi}{۴} \quad (\text{ناحیهٔ ۴})$$

$$\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱=۲\pi-\frac{\pi}{۴}-\frac{\pi}{۴}$$

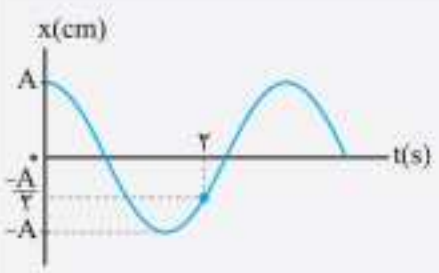
$$\Delta\theta=۲\pi-\frac{\pi}{۲}=\frac{۳\pi}{۲}rad$$

گام دوم با توجه به رابطهٔ تغییر شناسه، بسامد را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta\theta=\omega\Delta t \Rightarrow \Delta\theta=(۲\pi f)\Delta t$$

$$\frac{۳\pi}{۲}=(۲\pi f)\times ۰/۶ \Rightarrow f=\frac{۵}{۴}Hz=۱/۲۵\,Hz$$

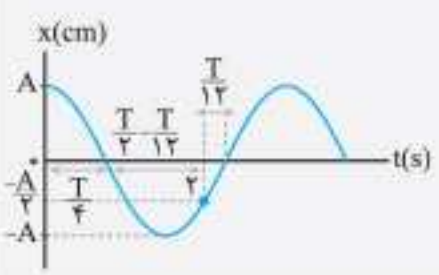
نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل است. دورهٔ تناوب آن چند ثانیه است؟



۱) ۲/۴
۲) ۲/۸
۳) ۳
۴) ۳/۲

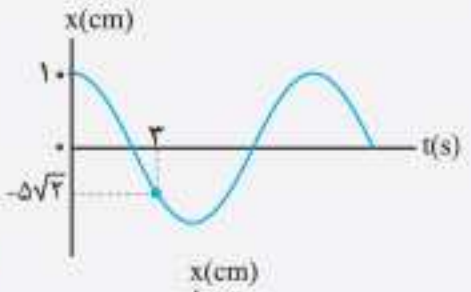
پاسخ: گزینهٔ «۳»

مطابق شکل و با استفاده از الگوهای داده‌شده، لحظهٔ مشخص‌شده روی نمودار $(t=۲s)$ برابر است با:



$$t=۲s=\frac{T}{۴}+(\frac{T}{۲}-\frac{T}{۱۲}) \Rightarrow ۲=\frac{۸T}{۱۲} \Rightarrow T=۳\,s$$

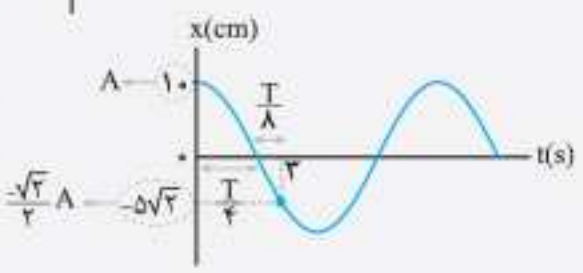
نمودار مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_1 = \frac{4}{3}s$ تا $t_2 = 4s$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{35}{8}$
۲) $\frac{45}{8}$
۳) $-\frac{35}{8}$
۴) $-\frac{45}{8}$

پاسخ: گزینهٔ «۴»

گام اول به کمک لحظهٔ مشخص‌شده روی نمودار $(t = 3\,s)$ دورهٔ تناوب را محاسبه می‌کنیم:



$$t = 3\,s = \frac{T}{4} + \frac{T}{8} \Rightarrow 3 = \frac{3T}{8} \Rightarrow T = 8\,s$$

گام دوم دامنه و بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$A = 10\,cm\,,\ \omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T=8s} \omega = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}\ rad/s$$

گام سوم معادلهٔ حرکت نوسانگر را از رابطهٔ $x = A\cos(\omega t)$ به دست می‌آوریم:

$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow[\omega=\frac{\pi}{4}]{A=10cm} x = 10\cos(\frac{\pi}{4}t)$$

گام چهارم مکان نوسانگر را در لحظات $t_1 = \frac{4}{3}s$ و $t_2 = 4\,s$ محاسبه می‌کنیم:

$$t_1 = \frac{4}{3}s \Rightarrow x_1 = 10\cos(\frac{\pi}{4}\times\frac{4}{3}) = 10\cos(\frac{\pi}{3}) = 10\times\frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = 5\,cm$$

$$t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = 10\cos(\frac{\pi}{4}\times 4) = 10\cos(\pi) = 10\times(-1) \Rightarrow x_2 = -10\,cm$$

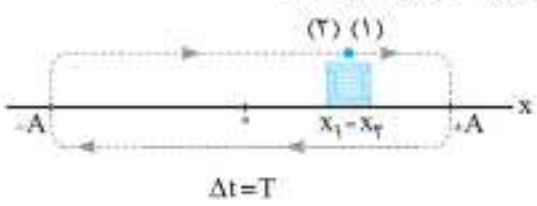
گام پنجم حال می‌توانیم سرعت متوسط را محاسبه کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-10-5}{4-\frac{4}{3}} = -\frac{45}{8}\ cm/s$$

نکات خاص در حرکت هماهنگ ساده

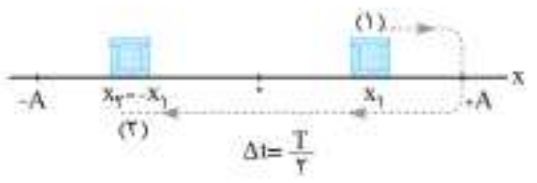
نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با دورهٔ تناوب T و دامنهٔ A را در نظر بگیرید که روی محور x حول مبدأ مکان در حال نوسان است:

۱ اگر نوسانگر در لحظهٔ t_1 در مکان x_1 و در لحظهٔ t_2 در مکان $x_2 = x_1$ باشد و جهت سرعت در این دو مکان هم‌جهت باشد، در این صورت، نوسانگر یک نوسان کامل را انجام داده و داریم:



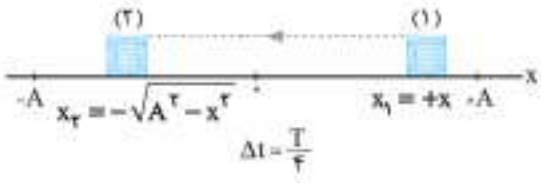
$$\Delta t = t_2 - t_1 = T \Rightarrow \text{مسافت طی‌شده: } L = 4A$$

۲ اگر نوسانگر در لحظهٔ t_1 در مکان x_1 و در لحظهٔ t_2 در مکان $x_2 = -x_1$ باشد و اندازهٔ سرعت‌ها در این دو مکان یکسان و جهت آن‌ها خلاف یکدیگر باشد $(\vec{v}_2 = -\vec{v}_1)$، در این حالت داریم:



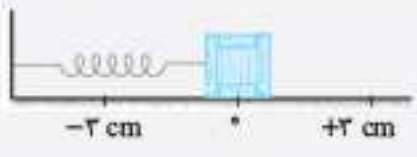
$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{2} \Rightarrow \text{مسافت طی‌شده: } L = 2A$$

۳ اگر نوسانگر در لحظهٔ t_1 در مکان $x_1 = +x$ و در لحظهٔ t_2 در مکان $x_2 = -\sqrt{A^2 - x^2}$ باشد و جهت سرعت در این دو مکان، هم‌جهت باشد، در این حالت داریم:



$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{4}\ ,\ L = |x_1| + |x_2|$$

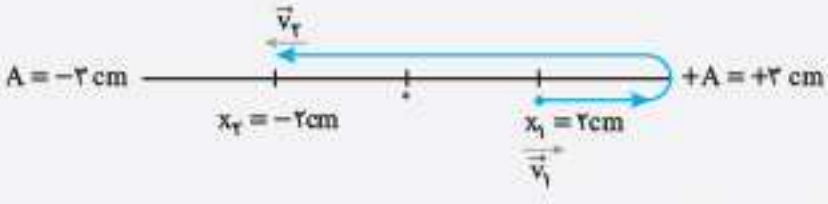
تست: مطابق شکل نوسانگری روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر حداقل زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $x_1 = 2cm$ در جهت مثبت محور x عبور کند و به مکان $x = -2cm$ برسد برابر $1/5s$ باشد، تندی نوسانگر در مرکز نوسان چند cm/s می‌باشد؟ $(\pi \simeq 3)$



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ «۲»

گام اول حداقل زمان وقتی است که نوسانگر برای اولین بار به مکان $x_2 = -2\,cm$ برسد: بنابراین با توجه به نکتهٔ **۲** داریم:



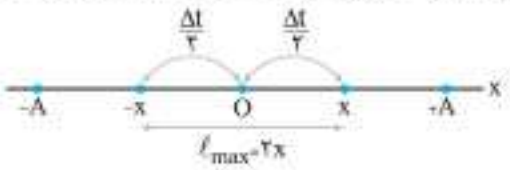
$$\Delta t = \frac{T}{2} = 1/5\,s \Rightarrow T = 3s\ ,\ \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3}\ rad/s$$

گام دوم با توجه به شکل، $A = 3\,cm$ می‌باشد و در مرکز نوسان تندی نوسانگر بیشینه است؛ بنابراین داریم:

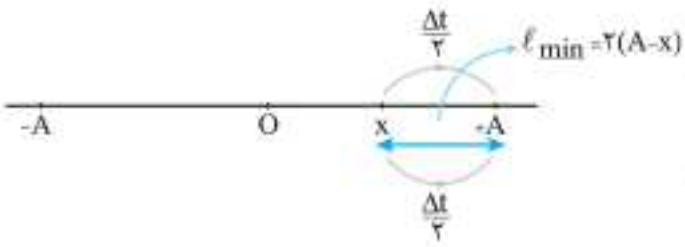
$$v_{max} = A\omega = 3\times\frac{2\pi}{3} = 2\pi\,cm/s \xrightarrow{\pi\simeq 3} v_{max} = 6\,cm/s$$

بیشینه و کمینهٔ مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در یک بازهٔ زمانی معین

۱ نوســـانگر هرچه‌قدر به مرکز نوسان (نقطهٔ O) نزدیک‌تر باشد، تندی بزرگ‌تری دارد؛ بنابراین بیشینهٔ تندی متوسط و بیشینهٔ مسافت طی‌شده توسط نوســـانگر در یک بازهٔ زمانی معین وقتی رخ می‌دهد که نوســـانگر در فواصل مساوی و قرینه نسبت به مرکز نوسان (نقطهٔ تعادل) حرکت می‌کند: یعنی مطابق شکل، بازهٔ زمانی داده‌شده (Δt) را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم و با استفاده از الگوهای زمانی در دو طرف مرکز نوسان، مکان دو سر بازه را محاسبه می‌کنیم.



۲ نوسانگر هرچه‌قدر به انتهای پاره‌خط نوسان نزدیک‌تر باشد، تندی کمتری دارد؛ بنابراین کمینهٔ تندی و کمینهٔ مسافت طی‌شـــده توسط نوسانگر در یک بازهٔ زمانی معین، وقتی رخ می‌دهد که نوسانگر در فواصل مساوی و قرینه نسبت به یکی از دو انتهای پاره‌خط نوسان حرکت می‌کند: یعنی مطابق شکل بازهٔ زمانی داده‌شده (Δt) را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و فاصلهٔ نوسانگر تا انتهای پاره‌خط نوسان را محاسبه می‌کنیم.



تذکر: در حالت ۱ ، بزرگی جابه‌جایی بیشینه و در حالت ۲ ، جابه‌جایی صفر است.

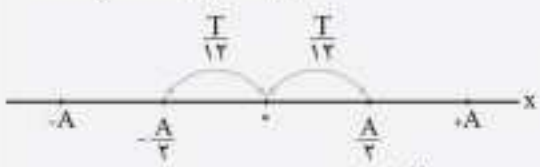
تست: نوســـانگر هماهنگ ساده‌ای را با دورهٔ تناوب T در نظر بگیرید. کمینهٔ مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در مدت‌زمان $\frac{T}{۶}$، چند برابر بیشینهٔ مسافت طی‌شده توسط آن در همین مدت‌زمان است؟

۱) $۲-\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۳}-۱$ ۳) $۲-\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}-۱$

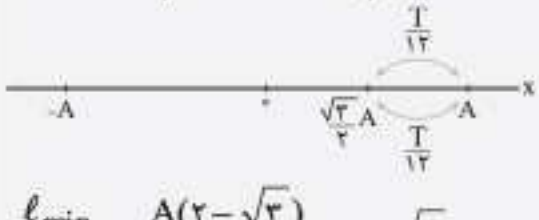
پاسخ: گزینهٔ «۱»

گام اول از نکتهٔ گفته‌شده و الگوهایی که می‌دانیم استفاده می‌کنیم:

$$\Delta t=\frac{T}{۶}\Rightarrow\frac{\Delta t}{۲}=\frac{T}{۱۲}$$



$$\ell_{max}=۲(\frac{A}{۲})=A$$



$$\ell_{min}=۲(A-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A)=A(۲-\sqrt{۳})$$

گام دوم حالا نسبت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\ell_{min}}{\ell_{max}}=\frac{A(۲-\sqrt{۳})}{A}=۲-\sqrt{۳}$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده

۱۲۹۹. معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $x=۳\cos(۱۰۰\pi t)$ است. دورهٔ تناوب این حرکت چند ثانیه است؟

۱) $\frac{۱}{۲۵}$ ۲) $\frac{۱}{۵۰}$ ۳) $\frac{۱}{۷۵}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰۰}$

۱۳۰۰. معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $y=A\cos(۴۰\pi t)$ است. در فاصلهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=\frac{۳}{۴۰}s$، جهت حرکت نوسانگر چند بار عوض می‌شود؟ (ریاضی ۸۹ با تغییر)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۰۱. نوسانگر وزنه ـ فنری را ۱۰ cm از حالت تعادلش خارج کرده و آن را رها می‌کنیم. اگر این نوسانگر در هر دقیقه، ۱۰ نوسان کامل انجام دهد، جابه‌جایی این نوسانگر از لحظهٔ $t=۲s$ تا $t=۸s$ چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۵ ۴) صفر

۱۳۰۲. معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $x=۰/۰۴\cos(۱۰۰\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه برای اولین بار، نوسانگر در مکان $x=-۲cm$ قرار دارد؟

۱) $\frac{۱}{۷۵}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۵۰}$ ۴) $\frac{۱}{۲۰۰}$

۱۳۰۳. معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $x=۰/۰۴\cos(۱۰۰\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای این نوسانگر برای اولین‌بار و به‌صورت تندشونده از فاصلهٔ $۲\sqrt{۳}$ سانتی‌متری مرکز نوسان می‌گذرد؟

۱) $\frac{۷}{۳۰۰}$ ۲) $\frac{۷}{۶۰۰}$ ۳) $\frac{۱}{۳۰۰}$ ۴) $\frac{۱}{۶۰۰}$