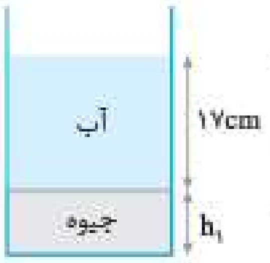
۲۲۰. گزینه ۳ فشار پیمانه‌ای محلول حداقل باید از فشار پیمانه‌ای سیاهرگ بیشتر باشد؛ پس می‌توان فشار پیمانه‌ای محلول را از رابطهٔ ρgh به دست آورد:

$$(P_g)_{\text{محلول}} = \rho gh \xrightarrow{P_g=۱۳۳۰\,Pa} ۱۳۳۰ = ۱۰۵۰ \times ۱۰ \times h$$

$$\Rightarrow h = ۰/۱۲۶\,m \simeq ۰/۱۳\,m$$

۲۲۱. گزینه ۲



گام اول از رابطهٔ $V = Ah$، ارتفاع جیوهٔ درون ظرف را حساب می‌کنیم:

$$۱۵ = ۴ \times h_۱ \Rightarrow h_۱ = ۳/۷۵\,cm$$

گام دوم فشار آب را برحسب سانتی‌متر جیوه حساب می‌کنیم:

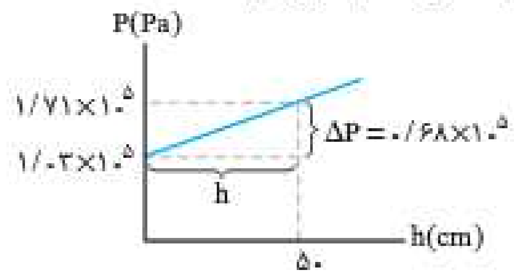
$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{۱\times ۱۷}{۱۳/۶} = ۱/۲۵\,cm$$

گام سوم فشار ناشی از جیوه و آب را که برابر فشار پیمانه‌ای در کف استوانه است، حساب می‌کنیم:

$$P = P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} + P_۰ \Rightarrow P - P_۰ = ۱/۲۵ + ۳/۷۵ = ۵\,cmHg$$

۲۲۲. گزینه ۴

گام اول شیب خط را حساب می‌کنیم:



$$\text{شیب خط} = \rho g = \frac{\Delta P}{h}$$

$$\text{شیب خط} = \rho g = \frac{(۱/۷۱ - ۱/۰۳)\times ۱۰^۵}{۰/۵} \Rightarrow \rho g = ۱/۳۶ \times ۱۰^۵$$

گام دوم از رابطهٔ فشار پیمانه‌ای استفاده می‌کنیم و به‌ازای $h = ۰/۱\,m$ آن را حساب می‌کنیم.

$$P_g = P - P_۰ \Rightarrow P_g = (\rho gh + P_۰) - P_۰$$

$$\Rightarrow P_g = \rho gh \xrightarrow[h=۰/۱m]{\rho g = ۱/۳۶\times ۱۰^۵} P_g = ۱/۳۶ \times ۱۰^۵ \times ۰/۱$$

$$\Rightarrow P_g = ۱/۳۶ \times ۱۰^۴\,Pa$$

روش دوم:

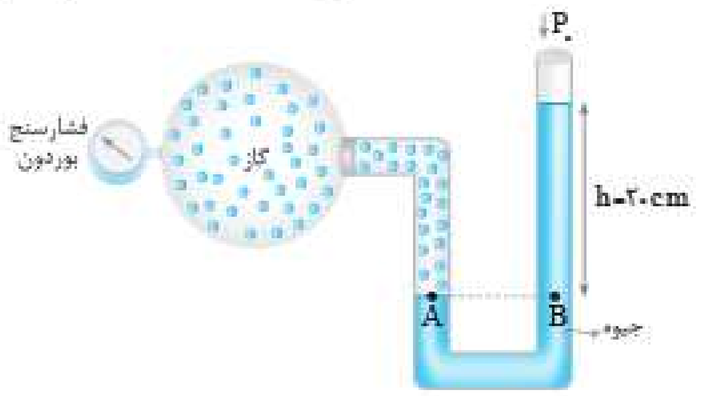
$$P_g = \Delta P = \rho gh \Rightarrow \frac{\Delta P_۲}{\Delta P_۱} = \frac{h_۲}{h_۱} \Rightarrow \frac{\Delta P_۲}{۰/۶۸ \times ۱۰^۵} = \frac{۱۰}{۵۰}$$

$$\Rightarrow \Delta P_۲ = ۱/۳۶ \times ۱۰^۴\,Pa$$

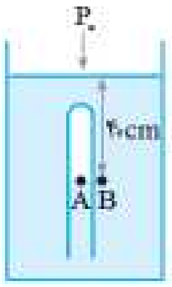
۲۲۳. گزینه ۴ می‌دانیم که فشارسنج بوردون، فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد و برای محاسبهٔ فشار پیمانه‌ای نیازی به دانستن فشار هوا نیست و با نگاهی به شکل می‌توانید پاسخ را به دست آورید:

برای دو نقطهٔ هم‌تراز B و A داریم: $P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_۰$

$$\Rightarrow P_g = P_{\text{گاز}} - P_۰ = \rho gh \Rightarrow P_g = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۲ = ۲۷۲۰۰\,Pa$$



۲۲۴. گزینه ۱



گام اول ابتدا باید فشار ۴۰cm از مایع ρ را برحسب سانتی‌متر جیوه محاسبه کرد:

$$\underbrace{\rho h}_{\text{مایع}} = \underbrace{\rho' h'}_{\text{جیوه}} \Rightarrow ۱/۷ \times ۴۰ = ۱۳/۶ \times h'$$

$$\Rightarrow h' = ۵\,cm$$

یعنی فشار مایع در نقطهٔ B برابر با ۵cm Hg می‌باشد.

گام دوم با در نظر گرفتن نقاط هم‌فشار می‌توان فشار پیمانه‌ای گاز محبوس در لوله را محاسبه کرد:

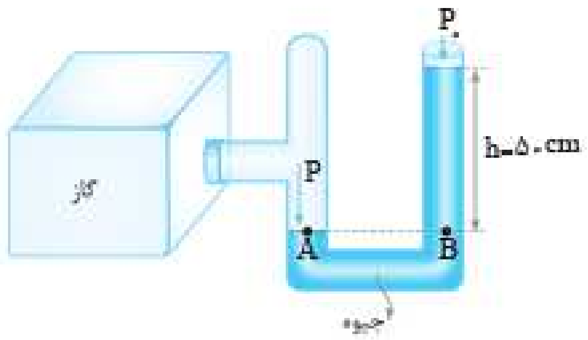
$$P_B = P_A \Rightarrow \rho gh + P_۰ = P_{\text{گاز}} \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_۰ = \rho gh = ۵\,cmHg$$

۲۲۵. گزینه ۳ اگر فشار گاز درون مخزن را با P نشان دهیم چون اختلاف فشار گاز و هوا را باید به دست آوریم، برای دو نقطهٔ هم‌تراز B و A داریم:

$$P_A = P_B \xrightarrow{P_A = P} P = \rho gh + P_۰$$

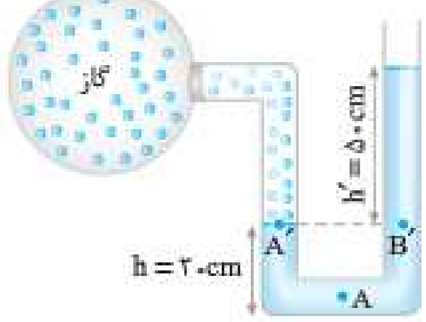
$$\Rightarrow P - P_۰ = P_g = \rho gh \Rightarrow P_g = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵$$

$$\Rightarrow P_g = ۶۸۰۰۰\,Pa$$



۲۲۶. گزینه ۳

• **روش اول** **گام اول** فشار در دو نقطهٔ A' و B' یکسان است، از این ویژگی استفاده می‌کنیم و چگالی مایع را حساب می‌کنیم:



$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh' + P_۰$$

$$P_{\text{گاز}} - P_۰ = \rho gh' \xrightarrow{P_{\text{گاز}} - P_۰ = ۱۰kPa} ۱۰ \times ۱۰^۳ = \rho \times ۱۰ \times ۰/۵$$

$$\Rightarrow \rho = ۲۰۰۰\,kg/m^۳$$

گام دوم برای محاسبهٔ فشار پیمانه‌ای نقطهٔ A می‌توان گفت که این فشار به اندازهٔ فشار ۲۰cm مایع بیشتر از فشار پیمانه‌ای A' است:

$$P_{A_{\text{پیمانه‌ای}}} = P_{A'_{\text{پیمانه‌ای}}} + \rho gh = ۱۰ \times ۱۰^۳ + ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۲$$

$$P_{A_{\text{پیمانه‌ای}}} = ۱۴۰۰۰\,Pa$$

• **روش دوم** ارتفاع A از سطح آزاد مایع ۲۰cm بیشتر از نقطهٔ A' است؛ پس فشار پیمانه‌ای A، $\frac{۵۰+۲۰}{۵۰} = \frac{۷}{۵}$ برابر فشار پیمانه‌ای A' است.

$$\frac{P_{A_{\text{پیمانه‌ای}}}}{P_{A'_{\text{پیمانه‌ای}}}} = \frac{۷}{۵} \Rightarrow \frac{P_{A_{\text{پیمانه‌ای}}}}{۱۰^۴} = \frac{۷}{۵} \Rightarrow P_{A_{\text{پیمانه‌ای}}} = ۱۴۰۰۰\,Pa$$

۲۲۷. (گزینه ۳)

گام اول کافی است اختلاف فشار هوای بالای سطح آب درون شیلنگ، یعنی هوای درون ریهٔ شخص را با فشار هوای محیط به دست آوریم که برابر فشار ارتفاع آب بالا آمدهٔ درون شیلنگ است:

$$P_g = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}}$$

گام دوم

$$P_{\text{ریه}} + \rho g h = P_0 \Rightarrow P_{\text{ریه}} - P_0 = -\rho g h \Rightarrow P_g = -\rho g h$$

چون فشار پیمانه‌ای هوای درون ریه شخص برحسب سانتی متر جیوه خواسته شده است، لازم است تعیین کنیم فشار ستونی از آب به ارتفاع $40/8\,cm$ معادل با چند سانتی متر جیوه است.

$$(\rho h)_{\text{آب}} = (\rho h)_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1\times 40/8 = 13/6 h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 3cm$$

بنابراین:

$$P_g = -3cmHg$$

۲۲۸. (گزینه ۳) مطابق شکل فشار B و C برابر هستند و می‌توان نوشت:

$$P_B = P_C$$

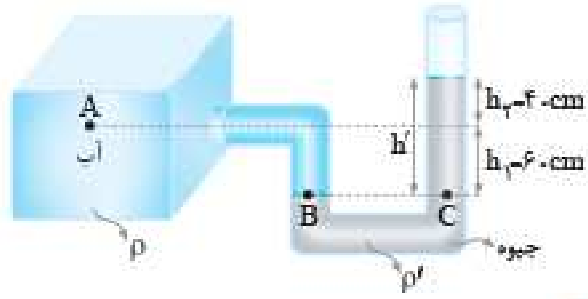
اکنون با جایگذاری مقدارهای P_B و P_A در رابطهٔ زیر داریم:

$$\xrightarrow[P_C = \rho' g h' + P_0]{P_B = P_A + \rho g h_1} P_A + \rho g h_1 = \rho' g h' + P_0$$

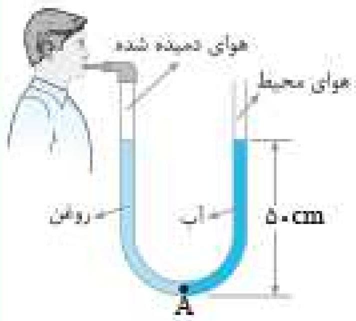
$$\Rightarrow P_A - P_0 = 13/6\times 10^3 \times 10 \times 1 - 1000 \times 10 \times 0/6$$

$$\Rightarrow P_A - P_0 = 130000 Pa \Rightarrow P_A - P_0 = 130 kPa$$

دقت کنید که $P_A - P_0$ همان فشار پیمانه‌ای A است.



۲۲۹. (گزینه ۴)



گام اول فشار در دو طرف A یکسان است؛ اما برای به‌دست آوردن این‌که در هر شاخه فشار چقدر است، داریم:

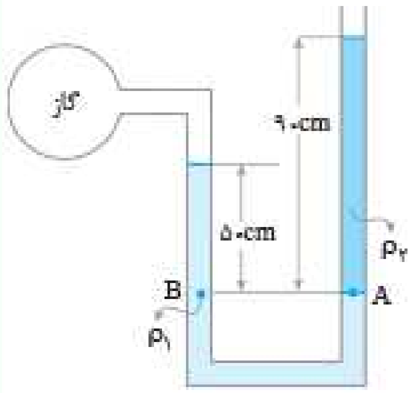
$$P_{\text{ریهٔ شخص}} + (\rho g h)_{\text{روغن}} = (\rho g h)_{\text{آب}} + P_0$$

گام دوم فشار پیمانه‌ای هوای ریهٔ شخص را به دست می‌آوریم:

$$P_g = P_{\text{ریهٔ شخص}} - P_0 = (\rho g h)_{\text{آب}} - (\rho g h)_{\text{روغن}}$$

$$\xrightarrow[\text{فاکتورگیری از } gh]{\text{یکاها در } SI} P_g = 10 \times 0/5 \times (1000 - 800) \Rightarrow P_g = 1000 Pa$$

۲۳۰. (گزینه ۱) اگر فشار گاز درونی مخزن را P در نظر بگیریم، با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز درون یک مایع داریم:



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow \rho_1 g h_1 + P = \rho_2 g h_2 + P_0$$

$$\Rightarrow P - P_0 = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

$$\Rightarrow P - P_0 = 1000 \times 10 \times 0/9 - 1200 \times 10 \times 0/5$$

$$\Rightarrow P - P_0 = 9000 - 6000 = 3000 Pa$$

۲۳۱. (گزینه ۳)

نکته: فشار پیمانه‌ای برابر است با:

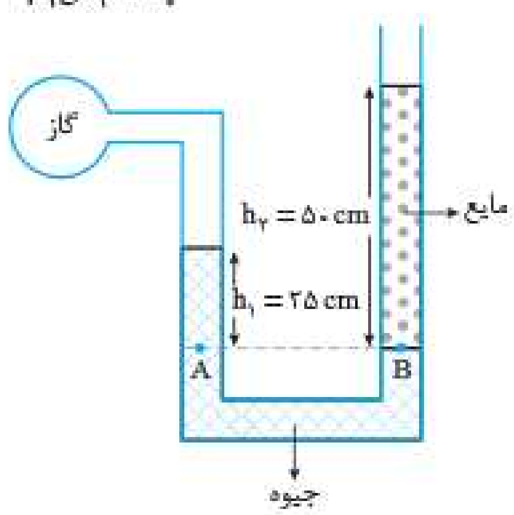
$$P_G > P_0 \text{ اگر } \Rightarrow P_g = P_G - P_0 > 0$$

$$P_G < P_0 \text{ اگر } \Rightarrow P_g = P_G - P_0 < 0$$

گام اول با توجه به نقاط هم‌فشار داریم:

$$P_A = P_B$$

$$P_G + \overbrace{\rho_1 g h_1}^{\text{جیوه}} = \overbrace{\rho_2 g h_2}^{\text{مایع}} + P_0$$



گام دوم فشار پیمانه‌ای برابر با اختلاف فشار مخزن گاز و فشار هوا است؛ بنابراین با جابه‌جایی جمله‌های معادلهٔ بالا می‌توان نوشت:

$$P_G - P_0 = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1 \xrightarrow{P_G - P_0 = -25\times 10^{-3} Pa}$$

$$-25\times 10^3 = \rho_2 \times 10 \times \frac{50}{100} - 13600 \times 10 \times \frac{25}{100}$$

$$1360 \times 25 - 25 \times 1000 = \rho_2 \times 5$$

$$\Rightarrow 25(360) = \rho_2 \times 5 \Rightarrow \rho_2 = 1800 kg/m^3$$

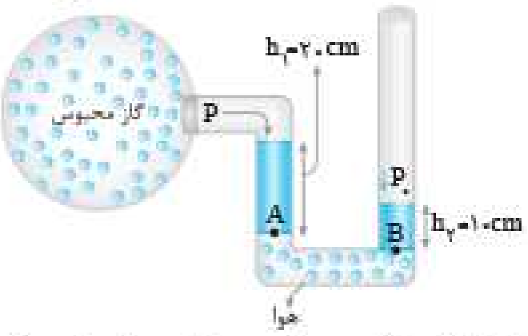
۲۳۲. (گزینه ۱)

• **روش اول** چون فشار هوای پایین لوله در همهٔ نقاط آن یکسان است، (با توجه به چگالی خیلی کم هوا در مقایسه با جیوه) به شکل که نگاه کنید، متوجه می‌شوید که فشار A و B که هر دو در مجاورت هوای پایین لوله هستند، یکسان‌اند و برای دو نقطهٔ A و B می‌توانیم بنویسیم:

$$\left.\begin{aligned} P_A &= \rho g h_1 + P_{\text{گاز محبوس}} \\ P_B &= \rho g h_2 + P_0 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{P_A = P_B} \rho g h_1 + P_{\text{گاز محبوس}} = \rho g h_2 + P_0$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز محبوس}} - P_0 = \rho g h_2 - \rho g h_1$$

$$\Rightarrow P_g = 13500 \times 10 \times (0/10 - 0/20) = -13500 Pa$$



علامت منفی هم که می‌دانیم به معنی کمتر بودن فشار گاز محبوس در مخزن نسبت به هواست.

: **روش دوم** فشار گاز مخزن را در نظر می‌گیریم و تا سطح مایع ρ_2 حرکت می‌کنیم:

$$P_{\text{گاز محبوس}} + \rho g h_1 - \rho g h_2 = P_0$$

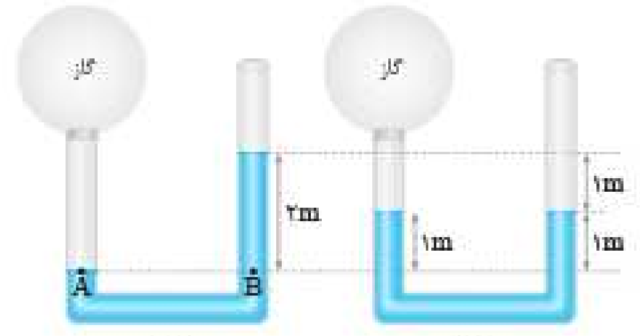
$$\Rightarrow P_{\text{گاز محبوس}} - P_0 = 13500 \times 10 (0/1 - 0/2) = -13500 Pa$$

۲۳۳. (گزینه ۴) با سوراخ شدن مخزن و قرار گرفتن در مجاورت هوای محیط، فشار داخل آن برابر با فشار هوای محیط می‌شود و مایع در شاخهٔ سمت راست پایین و در شاخهٔ سمت چپ بالا می‌رود تا مایع در دو شاخه هم‌تراز شود

(شکل (۲)). مطابق شکل می‌توان دریافت که اگر سطح مایع در شاخهٔ سمت راست $1m$ پایین رود، یعنی اختلاف ارتفاع اولیهٔ سطح مایع در دو شاخه برابر با $2m$ است. برای حالت (۱) فشار دو نقطهٔ A و B برابر است و می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} = \rho gh + P_0 \Rightarrow P_{گاز} - P_0 = \rho gh$$

$$P_g = \rho gh = ۱۰۰۰\times ۱۰\times ۲ = ۲۰۰۰۰Pa \Rightarrow \Delta P = ۲۰kPa$$

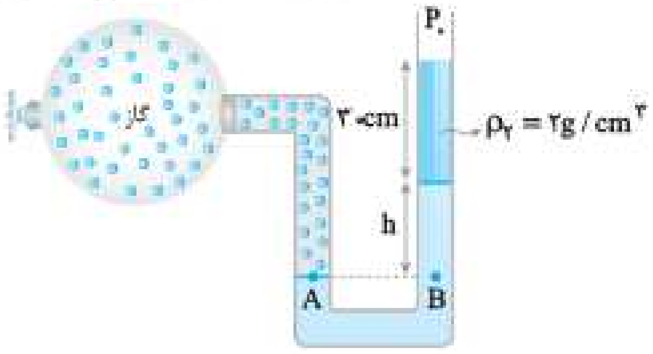


(۱) (۲)

۲۲۴. (گزینه ۳)

گام اول در حالتی که شیر مخزن بسته است، فشار A و B یکسان است و داریم:

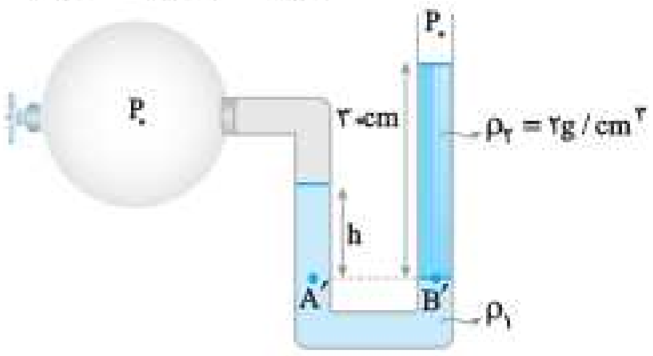
$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} = \rho_1 gh + \rho_2 gh_2 + P_0 \quad ⊞$$



گام دوم در حالت دوم پس از باز شدن شیر مخزن فشار مخزن برابر P_0 و فشار A' و B' یکسان می‌شود و می‌توان نوشت:

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_0 + \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2 + P_0$$

$$\xrightarrow{h_1=h} \rho_1 gh = \rho_2 gh_2 \Rightarrow \rho_1 gh = ۲۰۰۰\times ۱۰\times ۰/۳ = ۶۰۰۰Pa$$

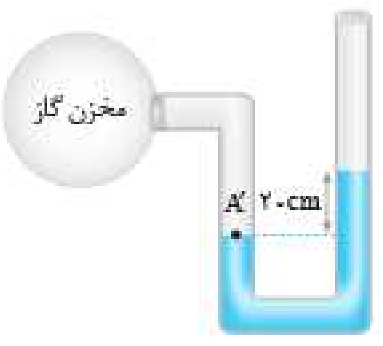


گام سوم در معادلهٔ ⊞ می‌توان به‌جای $\rho_1 gh$ مقدار ۶۰۰۰ پاسکال را قرار داد:

$$P_{گاز} = ۶۰۰۰ + ۶۰۰۰ + ۱۰^۵ \Rightarrow P_{گاز} = ۱۱۲۰۰۰Pa$$

۲۲۵. (گزینه ۲) پاسخ این سؤال دو حالت دارد: یکی این که مایع در شاخهٔ سمت راست $۲۰cm$ بالاتر از شاخهٔ سمت چپ باشد. دیگری این که مایع این شاخه $۲۰cm$ پایین‌تر از شاخهٔ سمت چپ باشد.

• **حالت اول**



قبل از کاهش فشار: $P_A = \rho gh + P_0$

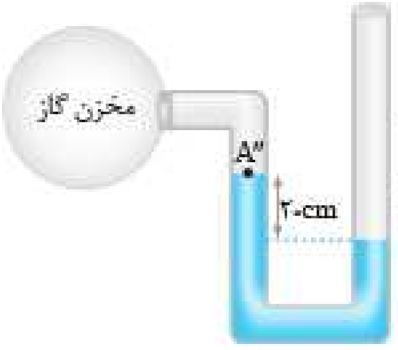
سمت حالت ثانویه: به شرطی که مایع در لولهٔ راست بالاتر باشد: $P_{A'} = \rho gh' + P_0$

$$P_A - P_{A'} = \rho g(h - h')$$

$$= ۵\times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times (۵۰ - ۲۰)\times ۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow P_A - P_{A'} = ۱۵\times ۱۰^۳ Pa = ۱۵kPa$$

• **حالت دوم**



قبل از کاهش فشار: $P_A = \rho gh + P_0$

سمت حالت ثانویه: به شرطی که مایع در لوله سمت چپ بالاتر باشد:

$$P_{A''} + \rho gh'' = P_0 \Rightarrow P_{A''} = P_0 - \rho gh''$$

$$P_A - P_{A''} = \rho g(h + h'')$$

$$= ۵\times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times (۵۰ + ۲۰)\times ۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow P_A - P_{A''} = ۳۵\times ۱۰^۳ Pa = ۳۵kPa$$

۲۲۶. (گزینه ۲)

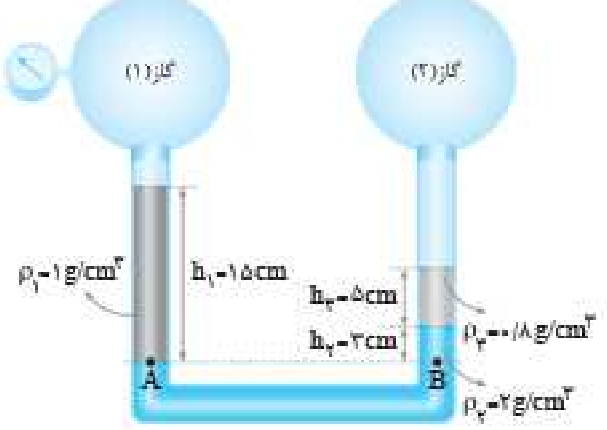
یادآوری: فشارسنج، فشار پیمانه‌ای گاز را نشان می‌دهد.

گام اول با برابر قرار دادن فشار دو نقطهٔ هم‌تراز A و B می‌توانیم اختلاف فشار مخزن گاز (۲) یعنی P_2 با مخزن گاز (۱): یعنی P_1 را به دست آوریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 + \rho_1 gh_1 = P_2 + \rho_2 h_2 g + \rho_3 h_3 g$$

$$\Rightarrow P_2 - P_1 = ۱۰۰۰\times ۱۰\times ۰/۱۵ - ۲۰۰۰\times ۱۰\times \frac{۳}{۱۰۰} - ۸۰۰\times ۱۰\times \frac{۵}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow P_2 - P_1 = ۱۵۰۰ - ۶۰۰ - ۴۰۰ = ۵۰۰ \Rightarrow P_2 - P_1 = ۵۰۰Pa \quad ⊞$$



گام دوم اما چون فشار پیمانه‌ای گاز (۱): یعنی P_{g_1} برابر $۸\times ۱۰^۳ Pa$ است، می‌توان نوشت:

$$P_{g_1} = P_1 - P_0 \Rightarrow P_1 = P_{g_1} + P_0$$

این رابطه را در رابطهٔ ⊞ جایگذاری می‌کنیم تا فشار پیمانه‌ای مخزن (۲): یعنی $P_2 - P_0$ را به دست آوریم:

$$P_2 - (P_{g_1} + P_0) = ۵۰۰Pa$$

$$\xrightarrow{P_{g_1} = ۸\times ۱۰^۳ Pa} P_2 - P_0 = ۸۵۰۰Pa = ۸/۵\times ۱۰^۳ Pa$$

۲۲۷. (گزینه ۳) نیروی شناوری بر اجسام غوطه‌ور و اجسامی که در شاره فرو می‌روند نیز وارد می‌شود: پس عبارت (الف) نادرست است. نیروی اصطکاک و مقاومت شاره به حرکت جسم بستگی دارد و در جهت مخالف حرکت جسم پدید می‌آید و اگر جسم به‌طرف بالا حرکت کند، این نیروها بر جسم به‌طرف پایین (خلاف جهت نیروی شناوری) بر جسم وارد می‌شوند: پس عبارت (ب) نادرست است؛ اما عبارات (پ) و (ت) درست هستند.

۲۲۸. (گزینه ۳) اختلاف فشار بین سطوح بالایی و پایینی جسم درون شاره سبب می‌شود که نیرویی که شاره به سطوح بالایی و پایینی جسم وارد می‌کند، یکسان نباشد و در نتیجه از طرف شاره نیروی خالصی روبه بالا بر جسم وارد شود. گزینهٔ «۱»: نیروی گرانش روبه پایین بر اجسام وارد می‌شود. گزینهٔ «۲»: اختلاف نیروی گرانش در بالا و پایین تقریباً صفر است. گزینهٔ «۴»: بر هر ماده‌ای که درون شاره قرار گیرد نیروی شناوری وارد می‌شود.

۲۲۹. (گزینه ۳) کشتی‌ها و قایق‌ها را پهن و به‌صورت U شکل می‌سازند تا به هنگام شناور شدن، حجم بسیار بزرگی از آب را جابه‌جا کنند و نیروی شناوری زیادتری بر آن‌ها به طرف بالا وارد شود و تعادل کشتی نیز بهتر باشد.

۲۴۰. (گزینه ۳)

بررسی سایر عبارت‌ها الف) نیروی شناوری به هر جسمی که شناور یا غوطه‌ور باشد، وارد می‌شود. ب) نیروی شاره بر جسم درون آن می‌تواند در جهت‌های گوناگون بر جسم وارد شود ولی برایند این نیروها همواره به سمت بالا است. پ) جسم با چگالی کمتر از شاره، روی شاره شناور می‌شود، یا در آن بالا می‌رود.

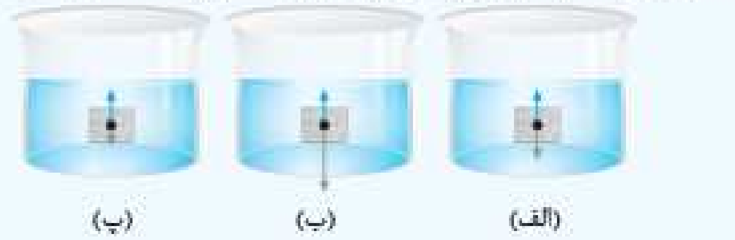
۲۴۱. (گزینه ۱) می‌دانیم که فشار شاره با افزایش عمق، افزایش می‌یابد. پس نیرویی که مایع بر یکای سطح جانبی جسم وارد می‌کند نیز متناسب با افزایش عمق مایع زیاد می‌شود و شاره نیرو را از همه طرف بر جسم وارد می‌کند. فشار روی سطح پایینی بیش‌تر از فشار روی سطح بالایی جسم است بنابراین نیروی وارده بر سطح پایینی هم باید بیشتر باشد.

۲۴۲. (گزینه ۲) چگالی سنجاق فلزی بسیار بیشتر از چگالی آب است: بنابراین نیروی شناوری نمی‌تواند آن‌را روی آب نگه دارد و عامل شناور شدن سنجاق روی آب، کشش سطحی آب است. علت شناور شدن توپ پرباد هم همان‌طور که توضیح داده شد، نیروی شناوری است.

۲۴۳. (گزینه ۳) نیرویی که به سمت بالا است، نیروی شناوری و نیرویی که به سمت پایین است، نیروی وزن جسم است. چون حجم هر سه جسم یکسان و اجسام درون یک مایع با چگالی ثابت هستند، نیروی شناوری آن‌ها یکسان است. نیروی وزن جسم A برابر نیروی شناوری است: پس A غوطه‌ور است و چگالی A برابر چگالی مایع است. چون وزن جسم B بیشتر از نیروی شناوری است: جسم B در حال فروروی است و چگالی B بیشتر از چگالی مایع و وزن جسم C کمتر از نیروی شناوری است: پس چگالی C کمتر از مایع است.

$$\rho_B > \rho_A = \rho > \rho_C$$

یادآوری: اگر وزن جسم از نیروی شناوری آن بیشتر باشد، جسم درون مایع فرو می‌رود و اگر وزن جسم کمتر از نیروی شناوری باشد، جسم بالا می‌رود تا روی سطح شناور شود و در صورتی که وزن جسم برابر نیروی شناوری باشد، جسم درون مایع غوطه‌ور یا ممکن است شناور شود.



(پ) (ب) (الف)

۲۴۴. (گزینه ۴) اگر چگالی جسمی کمتر از چگالی شاره باشد، جسم روی شاره شناور می‌ماند:

$\rho_{جسم} < \rho_{شاره} \Rightarrow$ جسم شناور است.

و اگر چگالی جسم بیشتر از چگالی شاره باشد، جسم درون شاره فرو می‌رود:

$\rho_{جسم} > \rho_{شاره} \Rightarrow$ جسم فرو می‌رود.

بنابراین می‌توان نوشت:

$\rho_{روغن} < \rho_{جسم} < \rho_{آب} \Rightarrow$ جسم در روغن فرو می‌رود و در آب شناور می‌ماند.

۲۴۵. (گزینه ۲) در این نوع سؤالات باید چگالی را مرحله به مرحله برای مخلوط‌ها چک کنیم و رابطهٔ نهایی را به دست بیاوریم.

۱) مایع A: جسم بر روی این مایع شناور است: یعنی $\rho < \rho_A$: بنابراین تا این‌جا گزینهٔ «۳» اشتباه است.

۲) مایع B: جسم درون مایع B غوطه‌ور مانده است: یعنی $\rho = \rho_B$: بنابراین گزینهٔ «۴» نیز اشتباه است.

۳) مخلوط A و B: جسم درون این مخلوط ته‌نشین شده است: یعنی $\rho > \rho_{مخلوط}$: پس کافیست ρ مخلوط را به دست بیاوریم و از گزینه‌های «۱» و «۲» یکی را انتخاب کنیم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_{کل}}{V_{کل}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_A V + \rho_B \times 2V}{V + 2V} = \frac{\rho_A + 2\rho_B}{3}$$

۲۴۶. (گزینه ۱) بنابر معادلهٔ پیوستگی شاره، چون مساحت مقطع B از مساحت مقطع A کمتر است، تندی شاره در B بیشتر از تندی شاره در A است:

$$A_A v_A = A_B v_B \xrightarrow{A_B < A_A} v_B > v_A$$

۲۴۷. (گزینه ۴)

$$\text{آهنگ شارش حجم شاره} = \frac{\text{حجم شاره}}{\text{زمان}} = Av$$

با توجه به معادلهٔ پیوستگی $(A_A v_A = A_B v_B)$ آهنگ شارش حجمی از مقطع A با آهنگ شارش حجمی از مقطع B برابر است: $\frac{A_A v_A}{A_B v_B} = 1$

۲۴۸. (گزینه ۴) دقت کنید که آهنگ شارش حجمی شاره برابر نسبت حجم شارهٔ شارش یافته بر مدت زمان معین است $(\frac{\Delta V}{\Delta t})$: از این‌رو برای شارهٔ تراکم‌ناپذیر و آرمانی مقدار ΔV از شاره در مدت زمان‌های معین در همهٔ طول مسیر حرکت یکسان است.

۲۴۹. (گزینه ۱)

گام اول با استفاده از معادلهٔ پیوستگی $A_A v_A = A_B v_B$ داریم:

$$A_A > A_B \Rightarrow v_A < v_B$$

گام دوم با استفاده از اصل برنولی مبتنی بر این‌که «در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.» نتیجه می‌گیریم که در نقطهٔ B که تندی حرکت شاره بیشتر است، فشار شاره کمتر از نقطهٔ A است.

$$P_B < P_A$$

۲۵۰. (گزینه ۲) چون نیمی از سطح مقطع شلنگ را بسته‌ایم: پس مساحت مقطع شلنگ نصف می‌شود و از معادلهٔ پیوستگی می‌توان نوشت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{A_2 = \frac{1}{2}A_1} A_1 v_1 = \frac{1}{2} A_1 v_2 \Rightarrow v_2 = 2v_1$$

۲۵۱. (گزینه ۱) با توجه به معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$D_A = 2D_B \Rightarrow A_A = 4A_B$$

$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow 4A_B v_A = A_B v_B \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{4}$$

۲۵۲. (گزینه ۲) چون آهنگ شارش حجمی آب در هر دو حالت برابر است، در حالتی که تندی آب بیشتر است، سطح مقطع شیلنگ کوچک‌تر است: پس:

$$A_2 v_2 = A_1 v_1 \xrightarrow{A = \pi r^2} \pi r_2^2 \times v_2 = \pi r_1^2 \times v_1$$

$$\Rightarrow \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{v_1}{v_2} \xrightarrow[v_2 = 160\ cm/s]{v_1 = 10\ cm/s} (\frac{r_2}{r_1})^2 = \frac{10}{160} \Rightarrow (\frac{r_2}{r_1})^2 = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow r_2 = \frac{1}{4} r_1 \Rightarrow d_2 = \frac{1}{4} d_1$$

$$\Delta d = d_2 - d_1 = \frac{1}{4} d_1 - d_1 \Rightarrow \Delta d = -\frac{3}{4} d_1$$

$$\text{درصد تغییر قطر}: \frac{\Delta d}{d_1} \times 100 = (-\frac{3}{4}) \times 100 = -75\%$$

بنابراین باید قطر شیلنگ ۷۵ درصد کاهش یابد.

۲۵۳. (گزینه ۳) بنابر تعریف آهنگ جریان شاره می‌توان نوشت:

آهنگ شارش حجمی شاره $= Av$

آهنگ شارش حجمی شاره $= 3/14 \times (0/1)^2 \times 5 = 0/157 m^3/s$

در این پرسش آهنگ جریان شاره برحسب cm^3/s مورد نظر است و کافیست تبدیل یکای m^3 به cm^3 را انجام دهیم:

آهنگ شارش حجمی شاره $= 0/157 m^3/s \times 10^6 = 1/57 \times 10^5 cm^3/s$

۲۵۴. (گزینه ۲) با مقایسهٔ آهنگ جریان شاره و به کار بردن معادلهٔ پیوستگی در پیستون (بدنه) سرنگ و سوزن، می‌توان نوشت:

$$A_1v_1 = A_2v_2 \xrightarrow[v_1=2cm/s]{A_1=20A_2} 20A_2 \times 2cm/s = A_2v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = 40 cm/s$$

$$\Rightarrow v_2 = 40\times10^{-2} m/s \Rightarrow v_2 = 0/4 m/s$$

۲۵۵. (گزینه ۳)

تذکر: در این‌گونه موارد که شاره در مسیر حرکت به دو بخش تقسیم می‌شود و به عبارتی انشعاب وجود دارد، آهنگ شارش حجمی شاره برای همهٔ شاخه‌ها یکسان نیست و بنابر پایستگی جرم، با توجه به جهت حرکت شاره در این سؤال می‌توان نوشت:

آهنگ شارش حجمی شارهٔ A = آهنگ شارش حجمی شارهٔ C + آهنگ شارش حجمی شارهٔ B

با استفاده از معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$A_A v_A = A_B v_B + A_C v_C$$

$$\Rightarrow 20\times4 = 5\times3 + 10\times v_C \Rightarrow v_C = 6/5 m/s$$

۲۵۶. (گزینه ۴) فشار در نقاط هم‌تراز افقی یک مایع ساکن یکسان است. اما هنگامی که مایع جریان یابد و شارش کند، فشار مایع هم در A و هم در B کم می‌شود. اما چون سطح مقطع B و A یکسان نیست، کاهش فشار در این قسمت‌ها نیز یکسان نیست و در B که سطح مقطع بیشتری دارد، تندی شاره کمتر و در نتیجه بنابر اصل برنولی فشار آن بیشتر از A است.

۲۵۷. (گزینه ۴) با توجه به اصل برنولی هنگامی‌که سرعت شاره زیاد شود، فشار شاره کاهش می‌یابد. با دمیدن درون نی افقی فشار هوای بالای نی قائم کاهش می‌یابد و آب درون آن بالا می‌رود.

۲۵۸. (گزینه ۳) با عبور جریان سریع هوا از روی کاغذ، بنابر اصل برنولی فشار روی کاغذ کم می‌شود و فشار هوای زیر کاغذ بیشتر از فشار هوای روی کاغذ می‌شود و کاغذ از سطح میز جدا می‌گردد.

۲۵۹. (گزینه ۳) برای مقایسهٔ فشار نقاط مختلف شاره از اصل برنولی استفاده می‌کنیم. یعنی «در نقاطی که تندی شاره افزایش می‌یابد، فشار شاره کاهش می‌یابد.» اما در کدام نقطه، تندی شاره افزایش (یا کاهش) یافته است؟

بنابر معادلهٔ پیوستگی ($A_1v_1 = A_2v_2$)، در نقاطی که سطح مقطع مسیر عبوری شاره کم می‌شود، تندی شاره افزایش می‌یابد؛ از این‌رو می‌توان نوشت:

$$v_B > v_A > v_C$$

و با استفاده از اصل برنولی می‌توان نوشت:

$$P_C > P_A > P_B$$

۲۶۰. (گزینه ۱) طبق معادلهٔ پیوستگی، چون سطح مقطع C کمتر از A و A کمتر از E است، تندی شاره در C بیشتر از A و در A بیشتر از E است (نادرستی عبارت (ت)) و بنابر اصل برنولی در نقاطی که تندی شاره بیشتر است، فشار کمتر است؛ پس فشار نقطهٔ C کمتر از نقطهٔ A و فشار نقطهٔ A کمتر از E است. (درستی عبارت (الف))

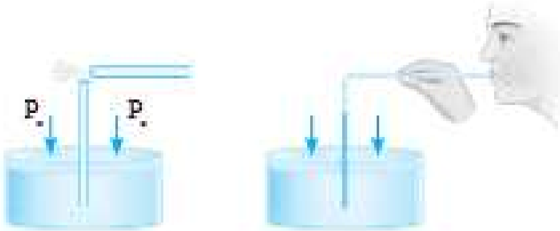
چون $v_C > v_B$ است پس حرکت شاره از B تا C به‌صورت تندشونده است؛ پس عبارت (ب) نادرست است؛ همچنین آهنگ شارش حجمی شاره (چون تراکم‌ناپذیر است) مقداری ثابت است؛ در نتیجه عبارت (پ) درست است.

۲۶۱. (گزینه ۱) هنگام وزش باد شدید، چون تندی جریان هوا نسبتاً زیاد است، فشار هوا در مجاورت پنجره و بیرون ساختمان کاهش می‌یابد، به گونه‌ای که فشار هوای داخل ساختمان بیشتر از فشار هوای بیرون آن می‌شود و بنابر اصل برنولی، پرده به سمت بیرون رانده می‌شود.

۲۶۲. (گزینه ۲) هنگام عبور دو کشتی از کنار یکدیگر، جریان آب بین دو کشتی سبب کاهش فشار آب بین آن‌ها نسبت به سمت دیگر کشتی‌ها می‌شود و به سوی یکدیگر کشیده می‌شوند.

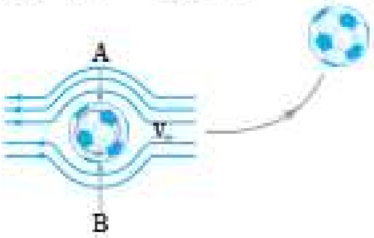
این حالت برای دو قطار که با سرعت زیاد از کنار یکدیگر عبور می‌کنند نیز به دلیل کاهش فشار هوای بین دو قطار پدید می‌آید.

۲۶۳. (گزینه ۱) جریان سریع ناشی از دمیدن ما در هوای بالای لوله سبب کاهش فشار هوای روی مایع درون لوله می‌شود و فشار هوای بیرون لوله روی سطح مایع ظرف، سبب بالا رفتن مایع در لوله می‌شود.



این پدیده در افشانه‌ها رخ می‌دهد و اساس کار افشانه‌ها بر اصل برنولی استوار است.

۲۶۴. (گزینه ۳) مطابق شکل، توپ به طرف راست شوت می‌شود و در جهت پادساعتگرد دوران می‌کند. در این حالت، تندی حرکت هوا در طرف A بیشتر از تندی حرکت هوا در طرف B توپ می‌شود؛ از این‌رو بنابر اصل برنولی، فشار هوا در طرف A کمتر از فشار هوا در طرف B شده و نیروی حاصل از این اختلاف فشار سبب می‌شود توپ به طرف A منحرف شود.



۲۶۵. (گزینه ۳) اگر جریان هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف ایجاد شود، بنابر اصل برنولی، فشار هوا روی سطح جیوه کاهش می‌یابد و در نتیجه فشار ستون جیوهٔ درون لوله بیشتر از فشار در سطح جیوهٔ درون ظرف می‌شود و سطح جیوه در لوله پایین می‌آید تا فشار آن برابر فشار هوا در سطح جیوهٔ ظرف شود.

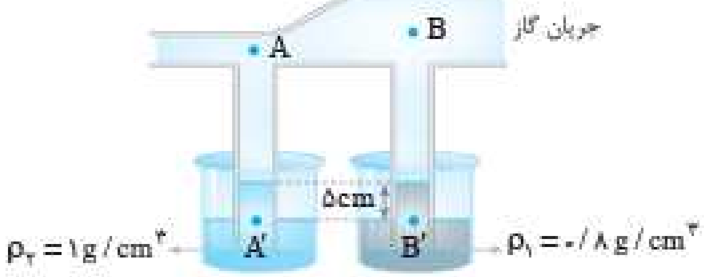
۲۶۶. (گزینه ۴) چون سطح مقطع B بیشتر از سطح مقطع A است، بنابر معادلهٔ پیوستگی ($A_A v_A = A_B v_B$) تندی شاره در B کمتر از A و بنابر اصل برنولی، فشار شاره در B بیشتر از A است؛ از این‌رو مطابق شکل برای دو نقطهٔ B' و A' در دو مایع ρ_1 و ρ_2 می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} P_{B'} = \rho_1 g h_1 + P_B \\ P_{A'} = \rho_2 g h_2 + P_A \end{cases} \xrightarrow[h_1=h_2=h=5cm]{P_{A'}=P_{B'}}$$

$$P_B + \rho_1 gh = P_A + \rho_2 gh \Rightarrow P_B - P_A = \rho_2 gh - \rho_1 gh$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = 1\times10^3\times10\times0/05 - 0/8\times10^3\times10\times0/05$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = 100 Pa$$



۹۳۸. (گزینه ۲) از آن‌جایی که حجم اولیه را بر حسب L داده است، بنابراین داریم:

$V_۱ = ۲L = ۲\times ۱۰^۳ cm^۳$

چون فشار ثابت است با استفاده از رابطهٔ $\frac{V_۱}{T_۱}=\frac{V_۲}{T_۲}$، داریم:

$$\frac{V_۱}{T_۱}=\frac{V_۲}{T_۲}\Rightarrow \frac{۲\times ۱۰^۳}{۲۷۳+۷}=\frac{۲\times ۱۰^۳+۴۰۰}{T_۲}\Rightarrow T_۲=۳۳۶K$$

$$\Delta T = T_۲-T_۱=۳۳۶-۲۸۰=۵۶K$$

۹۳۹. (گزینه ۲)

• **روش اول** **گام اول** ابتدا $T_۲$ را برحسب $T_۱$ به دست می‌آوریم: (دقت کنید $\Delta T(K)=\Delta\theta(^\circ C)$ است.)

$$T_۲=T_۱+\Delta T \xrightarrow{\Delta T=۲۰K} T_۲=T_۱+۲۰$$

گام دوم چون فشار ثابت است، به‌صورت زیر $T_۱$ را حساب می‌کنیم. دقت کنید باید یکای حجم در طرفین رابطه یکسان و یکای دما برحسب کلوین باشد.

$$P=\text{ثابت} \Rightarrow \frac{V_۲}{T_۲}=\frac{V_۱}{T_۱}\xrightarrow[V_۱=۳۲L]{V_۲=۳۳/۶L}\frac{۳۳/۶}{T_۱+۲۰}=\frac{۳۲}{T_۱}$$

$$\Rightarrow ۳۳/۶T_۱=۳۲T_۱+۳۲\times ۲۰\Rightarrow ۱/۶T_۱=۳۲\times ۲۰\Rightarrow T_۱=۴۰۰K$$

گام سوم دما را به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$T_۱=\theta_۱+۲۷۳\Rightarrow ۴۰۰=\theta_۱+۲۷۳\Rightarrow \theta_۱=۱۲۷^\circ C$$

: **روش دوم** چون $\Delta T=\Delta\theta=۲۰^\circ C$، $\Delta V=۳۳/۶-۳۲=۱/۶L$ است، به‌صورت زیر، $T_۱$ را حساب می‌کنیم:

$$P=\text{ثابت}\Rightarrow \frac{\Delta V}{V_۱}=\frac{\Delta T}{T_۱}\xrightarrow{V_۱=۳۲L}\frac{۱/۶}{۳۲}=\frac{۲۰}{T_۱}\Rightarrow T_۱=۴۰۰K$$

$$T_۱=\theta_۱+۲۷۳\Rightarrow ۴۰۰=\theta_۱+۲۷۳\Rightarrow \theta_۱=۱۲۷^\circ C$$

دقت کنید: اگر گزینهٔ «۱» را به اشـتباه انتخاب نموده‌اید، دما را به کلوین تبدیل نکرده‌اید.

۹۴۰. (گزینه ۲)

• **روش اول** **گام اول** دماها را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T=\theta+۲۷۳\Rightarrow \begin{cases}\theta_۱=۲۷^\circ C\Rightarrow T_۱=۲۷+۲۷۳=۳۰۰K\\ \theta_۲=۸۷^\circ C\Rightarrow T_۲=۸۷+۲۷۳=۳۶۰K\end{cases}$$

گام دوم چون فشار ثابت است، با استفاده از رابطهٔ $\frac{V_۱}{T_۱}=\frac{V_۲}{T_۲}$، حجم $V_۲$ را برحسب $V_۱$ به دست می‌آوریم. دقت کنید، چون جرم هیدروژن ثابت است، تأثیری در حل سؤال ندارد.

$$P=\text{ثابت}\Rightarrow \frac{V_۲}{T_۲}=\frac{V_۱}{T_۱}\Rightarrow \frac{V_۲}{۳۶۰}=\frac{V_۱}{۳۰۰}\Rightarrow V_۲=۱/۲V_۱$$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ $x=\frac{V_۲-V_۱}{V_۱}\times ۱۰۰$، درصد تغییر حجم را به دست می‌آوریم:

$$x=\frac{V_۲-V_۱}{V_۱}\times ۱۰۰=\frac{۱/۲V_۱-V_۱}{V_۱}\times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow x=\frac{۰/۲V_۱}{V_۱}\times ۱۰۰\Rightarrow x=۲۰\%$$

: **روش دوم** **گام اول** دمای اولیه را به کلوین تبدیل می‌کنیم و $\Delta\theta(^\circ C)$ را که برابر $\Delta T(K)$ است، به دست آوریم:

$$\theta_۱=۲۷^\circ C\Rightarrow T_۱=۲۷+۲۷۳=۳۰۰K$$

$$\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱=۸۷-۲۷=۶۰^\circ C\Rightarrow \Delta T=۶۰K$$

گام دوم با اسـتفاده از رابطهٔ $\frac{\Delta V}{V_۱}=\frac{\Delta T}{T_۱}$، نسـبت $\frac{\Delta V}{V_۱}$ را به دسـت می‌آوریم و در عدد ۱۰۰ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta V}{V_۱}=\frac{\Delta T}{T_۱}=\frac{۶۰}{۳۰۰}=۰/۲$$

$$\text{درصد تغییر حجم}=\frac{\Delta V}{V_۱}\times ۱۰۰=۰/۲\times ۱۰۰=۲۰\%$$

۹۴۱. (گزینه ۴)

گام اول دماها را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T=\theta+۲۷۳\Rightarrow \begin{cases}\theta_۱=۲۷^\circ C\Rightarrow T_۱=۲۷+۲۷۳=۳۰۰K\\ \theta_۲=۲۷۳^\circ C\Rightarrow T_۲=۲۷۳+۲۷۳=۵۴۶K\end{cases}$$

گام دوم چون فشار گاز ثابت است، به‌صورت زیر نسبت $\frac{V_۲}{V_۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$P=\text{ثابت}\Rightarrow \frac{V_۲}{T_۲}=\frac{V_۱}{T_۱}\Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۵۴۶}{۳۰۰}$$

$$\xrightarrow{۱<\frac{۵۴۶}{۳۰۰}<۲} ۱<\frac{V_۲}{V_۱}<۲\Rightarrow V_۱<V_۲<۲V_۱$$

۹۴۲. (گزینه ۴)

گام اول دماها را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T=\theta+۲۷۳\Rightarrow \begin{cases}\theta_۱=۱۰۰^\circ C\Rightarrow T_۱=۱۰۰+۲۷۳=۳۷۳K\\ \theta_۲=۳۰۰^\circ C\Rightarrow T_۲=۳۰۰+۲۷۳=۵۷۳K\end{cases}$$

گام دوم چون فشار گاز ثابت است، با استفاده از رابطهٔ $\frac{V_۲}{T_۲}=\frac{V_۱}{T_۱}$، نسبت $\frac{V_۲}{V_۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$P=\text{ثابت}\Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}\Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۵۷۳}{۳۷۳}$$

$$\xrightarrow{۱<\frac{۵۷۳}{۳۷۳}<۲} ۱<\frac{V_۲}{V_۱}<۲\Rightarrow V_۱<V_۲<۲V_۱$$

می‌بینیم حجم گاز، کمتر از دو برابر افزایش می‌یابد.

۹۴۳. (گزینه ۳) می‌دانیم در فشـار ثابت، حجم گاز متناسب با دمای مطلق آن اسـت. از طرف دیگر، دما متناسـب با انرژی جنبشی متوسط مولکول‌های گاز می‌باشـد. بنابراین وقتی حجم گاز به $\frac{۱}{۳}$ مقدار اولیه‌اش برسد، دمای مطلق آن نیز به $\frac{۱}{۳}$ مقدار اولیه‌اش خواهد رسـید و به دنبال آن انرژی جنبشی متوسط مولکول‌های گاز نیز به $\frac{۱}{۳}$ مقدار اولیهٔ خود می‌رسـد. با توجه به این‌که انرژی جنبشی هر ذره از رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ به دست می‌آید، می‌توان نوشت:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\xrightarrow{m=\text{ثابت}}\frac{K_۲}{K_۱}=(\frac{v_۲}{v_۱})^۲\xrightarrow{K_۲=\frac{۱}{۳}K_۱}$$

$$\frac{۱}{۳}=(\frac{v_۲}{v_۱})^۲\Rightarrow \frac{۱}{\sqrt{۳}}=\frac{v_۲}{v_۱}\Rightarrow v_۲=\frac{۱}{\sqrt{۳}}v_۱\Rightarrow v_۲=\frac{\sqrt{۳}}{۳}v_۱$$

بنابرایـن می‌توان گفت اگر حجم گاز به $\frac{۱}{۳}$ مقدار اولیه‌اش برسـد، سـرعت مولکول‌های آن کاهش می‌یابد اما $\frac{۱}{۳}$ برابر نمی‌شود.

۹۴۴. (گزینه ۴)

گام اول ارتفاع ستون گاز را در حالت اول محاسبه می‌کنیم:

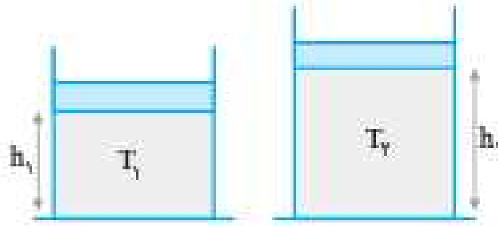
$$V_۱=Ah_۱\Rightarrow h_۱=\frac{۲۰۰۰}{۵۰}=۴۰cm$$

گام دوم چون $P_۱$ و جرم پیستون تغییر نکرده است، در هر دو حالت فشار وارد بر گاز یکسان است. $P_۱=P_۲$

بنابراین با توجه به قانون عمومی گازها حجم متناسب با دما تغییر می‌کند.

$V_1 = Ah_1 , V_2 = Ah_2 , T_1 = 273 + \theta_1 = 300K$

$PV = nRT \xrightarrow[n , R\ \text{ثابت}]{P\ \text{ثابت}} V \propto T \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$



$\Rightarrow \frac{Ah_2}{Ah_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{T_2}{T_1}$

$\frac{h_2 - h_1}{h_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \Rightarrow \frac{2}{40} = \frac{\Delta T}{300} \Rightarrow \Delta T = 15K$

۹۴۵. (گزینه ۲)

یادآوری:
فشار گاز داخل استوانه و زیر پیستون: $P = P_0 + \frac{W}{A}$
بدیهی است اگر وزن پیستون ناچیز و یا استوانه افقی باشد، فشار گاز برابر $P = P_0$ است.

• **روش اول** در حالت اول که پیستون در حالت تعادل است فشار گاز برابر مجموع فشار هوا و فشار ناشی از وزن پیستون ($P_1 = P_0 + \frac{W}{A}$) و حجم گاز برابر $V_1 = Ah = A \times 22$ و دمای گاز برابر $T_1 = 57 + 273 = 330K$ می‌باشد. در حالت دوم که دمای گاز را کاهش می‌دهیم، مجدداً فشار گاز برابر $P_2 = P_0 + \frac{W}{A}$، دمای گاز برابر $T_2 = 27 + 273 = 300K$ و حجم آن برابر $V_2 = Ah_2$ است. بنابراین چون فشار گاز ثابت است، به‌صورت زیر جابه‌جایی پیستون را به دست می‌آوریم. (دقت کنید، چون پیستون بدون اصطکاک است، در طول فرایند همواره برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. پس با توجه به رابطهٔ $F = PA$، فشار گاز وارد پیستون همواره برابر فشار هوا می‌باشد.)

$P = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{Ah_2}{300} = \frac{A \times 22}{330} \Rightarrow h_2 = 20cm$

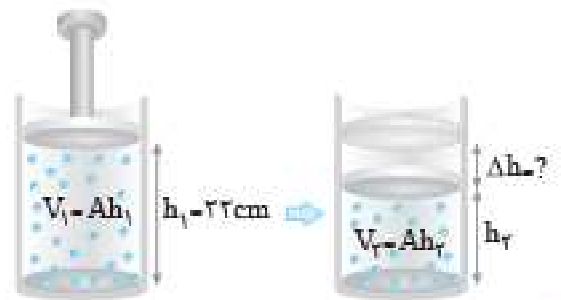
$\Delta T = h_2 - h_1 = 20 - 22 \Rightarrow \Delta h = -2cm$

: **روش دوم** چون فشار گاز ثابت است با استفاده از رابطهٔ $\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta T}{T_1}$، جابه‌جایی پیستون را حساب می‌کنیم:

$\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \xrightarrow[T_1 = 57+273=330K ,\ \Delta V = A.\Delta h]{\Delta T = 27-57 = -30^\circ C ,\ V_1 = A \times 22}$

$\frac{A\Delta h}{A \times 22} = \frac{-30}{330} \Rightarrow \Delta h = -2\,cm$

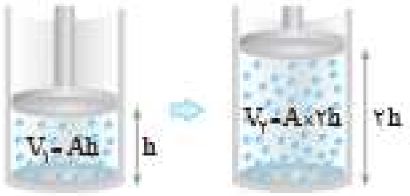
علامت منفی نشان می‌دهد حجم گاز کاهش یافته است.



۹۴۶. (گزینه ۲)

گام اول می‌دانیم فشار گاز زیر پیستون برابر مجموع فشار هوا و فشار ناشی از وزن پیستون است. از طرف دیگر چون پیستون اصطکاک ندارد در طول فرایند، فشار گاز ثابت و برابر $P = P_0 + \frac{W}{A}$ می‌باشد. بنابراین با محاسبهٔ V_1 و V_2 بر حسب ارتفاع و دما بر حسب کلوین به‌صورت زیر T_2 را به دست می‌آوریم:

$T_1 = \theta_1 + 273 = 17 + 273 \Rightarrow T_1 = 290K$



حالت اول حالت دوم

$P = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$

$\Rightarrow \frac{A \times 2h}{T_2} = \frac{Ah}{290} \Rightarrow T_2 = 580K$

گام دوم تغییر دمای گاز را به دست می‌آوریم. دقت کنید، تغییر دمای کلوین و درجهٔ سلسیوس با هم برابر است.

$\Delta T = T_2 - T_1 = 580 - 290 = 290K \xrightarrow{\Delta\theta = \Delta T} \Delta\theta = 290^\circ C$

۹۴۷. (گزینه ۱)

گام اول دماها را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$T = \theta + 273 \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = 27^\circ C \Rightarrow T_1 = 27 + 273 = 300K \\ \theta_2 = 127^\circ C \Rightarrow T_2 = 127 + 273 = 400K \end{cases}$

گام دوم چون حجم گاز ثابت است، با استفاده از رابطهٔ $\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1}$، فشار گاز را به دست می‌آوریم:

$V = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1} \xrightarrow{P_1 = 3atm} \frac{P_2}{400} = \frac{3}{300} \Rightarrow P_2 = 4atm$

۹۴۸. (گزینه ۴)

گام اول دماها را به کلوین تبدیل می‌کنیم (دقت کنید، برای سهولت در محاسبه، دماها را به مضربی از ۹۱ تبدیل کرده‌ایم):

$T = \theta + 273 \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = 45/5^\circ C \Rightarrow T_1 = \frac{1}{2} \times 91 + 3 \times 91 = \frac{7}{2} \times 91K \\ \theta_2 = 91^\circ C \Rightarrow T_2 = 91 + 3 \times 91 = 4 \times 91K \end{cases}$

گام دوم چون حجم گاز ثابت است، با استفاده از رابطهٔ $\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1}$ نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ را به دست می‌آوریم:

$V = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{4 \times \cancel{91}}{\frac{7}{2} \times \cancel{91}} = \frac{8}{7}$

۹۴۹. (گزینه ۱)

یادآوری: در سوال‌هایی که در حجم ثابت، تغییر فشار، تغییر دما و یا درصد تغییر آن‌ها و همچنین فشار اولیه و یا دمای اولیهٔ گاز خواسته شود، از رابطه‌های روبه‌رو استفاده می‌کنیم:

$V = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P_1} = \frac{\Delta T}{T_1}$

$\text{درصد تغییر فشار} = \frac{\Delta P}{P_1} \times 100$ ، $\text{درصد تغییر دما} = \frac{\Delta T}{T_1} \times 100$

تذکر: ΔT را می‌توانیم از تغییر دما بر حسب درجهٔ سلسیوس به دست آوریم، اما T_1 باید برحسب کلوین باشد.

گام اول دمای اولیه (T_1) را به کلوین تبدیل می‌کنیم و $\Delta\theta$ را بر حسب درجهٔ سلسیوس به دست می‌آوریم. (دقت کنید $\Delta T(K) = \Delta\theta(^\circ C)$ است.)

$T_1 = \theta_1 + 273 \xrightarrow{\theta_1 = 27^\circ C} T_1 = 27 + 273 = 300K$

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \xrightarrow[\theta_1 = 27^\circ C]{\theta_2 = 127^\circ C} \Delta\theta = 127 - 27 = 100^\circ C \Rightarrow \Delta T = 100K$

گام دوم چون حجم گاز ثابت است، به‌صورت زیر ΔP را بر حسب P حساب می‌کنیم:

$V = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3} \Rightarrow \Delta P = \frac{1}{3}P$

۹۵۰. گزینه ۳

گام اول دمای اولیه را به کلوین تبدیل می‌کنیم و داده‌های سؤال را می‌نویسیم:

$$T_1 = \theta_1 + 273 \xrightarrow{\theta_1=-3^\circ C} T_1 = -3+273 = 270\,K$$

$$P_1 = 2/7\,atm\ ,\ P_2 = 3\,atm$$

گام دوم چون حجم تایر (همان حجم هوا) ثابت است به‌صورت زیر دمای T_2 را به دست می‌آوریم. (دقت کنید، باید یکای P در طرفین رابطه یکسان باشد. در ضمن فشار داده شده، فشار مطلق گاز است و نیازی نیست با فشار هوا جمع شود.)

$$V=\text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_2}{T_2}=\frac{P_1}{T_1} \Rightarrow \frac{3}{T_2}=\frac{2/7}{270} \Rightarrow T_2=300\,K$$

گام سوم دمای T_2 را به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$T_2=\theta_2+273 \Rightarrow 300=\theta_2+273\Rightarrow \theta_2=27^\circ C$$

۹۵۱. گزینه ۱

• **روش اول** **گام اول** داده‌های سؤال را می‌نویسیم:

$$P_2=P_1+50\ ,\ T_2=T_1+\frac{25}{100}T_1=T_1+\frac{T_1}{4}\Rightarrow T_2=\frac{5}{4}T_1$$

گام دوم چون حجم گاز ثابت است، به‌صورت زیر فشار اولیهٔ گاز را به دست می‌آوریم. (دقت کنید، چون افزایش فشار را برحسب cmHg جایگزین کردیم، فشار P_1 نیز برحسب cmHg به دست می‌آید.)

$$V=\text{ثابت}\Rightarrow \frac{P_2}{T_2}=\frac{P_1}{T_1}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{T_2}{T_1}\Rightarrow\frac{P_1+50}{P_1}=\frac{\frac{5}{4} T_1}{T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1+50}{P_1}=\frac{5}{4}\Rightarrow 5P_1=4P_1+200\Rightarrow P_1=200\,cmHg$$

• **روش دوم** داده‌های سؤال را نوشته و از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta P=50\,cmHg\ ,\ \Delta T=\frac{25}{100}T_1=\frac{1}{4}T_1\Rightarrow\frac{\Delta T}{T_1}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{\Delta P}{P_1}=\frac{\Delta T}{T_1}\Rightarrow\frac{50}{P_1}=\frac{1}{4}\Rightarrow P_1=200\,cmHg$$

۹۵۲. گزینه ۲ با استفاده از قانون گازهای آرمانی به‌صورت زیر θ_2 را می‌یابیم و با توجه به این‌که حجم ثابت است، می‌توان نوشت:

$$P_2=P_1+0/03P_1=1/03P_1$$

$$T_1=\theta_1+273\xrightarrow{\theta_1=27^\circ C}T_1=27+273=300\,K$$

$$PV=nRT\Rightarrow\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$$

$$\xrightarrow{V_1=V_2}\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}\Rightarrow\frac{P_1}{300}=\frac{1/03P_1}{T_2}\Rightarrow T_2=309\,K$$

$$T_2=\theta_2+273\Rightarrow 309=\theta_2+273\Rightarrow\theta_2=36^\circ C$$

۹۵۳. گزینه ۲

گام اول با توجه به این‌که $\Delta\theta(^\circ C)=\Delta T(K)$ است، داده‌های سؤال را می‌نویسیم:

$$T_2=T_1+\Delta T\xrightarrow{\Delta\theta=\Delta T=546K}T_2=T_1+546\ ,\ P_2=3P_1$$

گام دوم چون حجم گاز ثابت است، به‌صورت زیر T_1 را به دست می‌آوریم:

$$V=\text{ثابت}\Rightarrow\frac{P_2}{T_2}=\frac{P_1}{T_1}\Rightarrow\frac{3P_1}{T_1+546}=\frac{P_1}{T_1}\Rightarrow\frac{3}{T_1+546}=\frac{1}{T_1}$$

$$\Rightarrow 3T_1=T_1+546\Rightarrow 2T_1=546\Rightarrow T_1=273\,K$$

گام سوم دمای T_1 را به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$T_1=\theta_1+273\Rightarrow 273=\theta_1+273\Rightarrow\theta_1=0^\circ C$$

دقت کنید: اگر گزینهٔ «۴» را اشتباه انتخاب نموده‌اید، دما را به درجهٔ سلسیوس تبدیل نکرده‌اید.

۹۵۴. گزینه ۳ چون حجم استوانه از رابطهٔ $V=Ah$ به دست می‌آید در حالت اول حجم گاز درون استوانه برابر $V_1=Ah_1$ و در حالت دوم که پیستون را به اندازهٔ $\frac{1}{3}$ ارتفاع مخزن پایین می‌آوریم، ارتفاع مخزن گاز برابر $h_2=h_1-\frac{1}{3}h_1=\frac{2}{3}h_1$ و حجم گاز برابر $V_2=A\times\frac{2}{3}h_1$ است.

بنابراین چون دمای گاز ثابت است، با استفاده از رابطهٔ $P_2V_2=P_1V_1$، می‌توان نوشت:

$$T=\text{ثابت}\Rightarrow P_2V_2=P_1V_1\xrightarrow[V_2=\frac{2}{3}Ah_1]{V_1=Ah_1}P_2\times\frac{2}{3}Ah_1=P_1Ah_1$$

$$\Rightarrow P_2\times\frac{2}{3}=P_1$$

$$\Rightarrow P_2=\frac{3}{2}P_1$$

۹۵۵. گزینه ۴

یادآوری: تبدیل پاسکال به سانتی‌متر جیوه:

$$P_{cmHg}=\frac{P(Pa)}{1360}\qquad \rho_{\text{جیوه}}=13600\,kg/m^3$$

گام اول از رابطهٔ قانون گازها در دمای ثابت استفاده می‌کنیم و فشار گاز را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_2}{10^5}=\frac{A\times34}{A\times40}\Rightarrow P_2=\frac{17}{20}\times10^5\,Pa$$

گام دوم فشار P_2 را بر حسب سانتی‌متر جیوه حساب می‌کنیم:

$$P_{cmHg}=\frac{\frac{17}{20}\times10^5}{1360}=62/5\,cmHg$$

۹۵۶. گزینه ۱

گام اول داده‌های سؤال را می‌نویسیم. حواسمان باشد که در دمای ثابت، فشار گاز با حجم آن نسبت وارون دارد؛ بنابراین با افزایش فشار گاز، حجم آن کاهش می‌یابد.

$$P_2=P_1+15\times10^4\ ,\ V_2=V_1-\frac{60}{100}V_1\Rightarrow V_2=0/4V_1$$

گام دوم چون دما ثابت است، به‌صورت زیر فشار اولیه گاز را حساب می‌کنیم:

$$T=\text{ثابت}\Rightarrow P_2V_2=P_1V_1\Rightarrow(P_1+15\times10^4)\times0/4V_1=P_1V_1$$

$$\Rightarrow 0/4P_1+6\times10^4=P_1\Rightarrow 6\times10^4=0/6P_1\Rightarrow P_1=10^5\,Pa$$

۹۵۷. گزینه ۱

گام اول فشار گاز را بعد از تغییر حجم به دست می‌آوریم:

$$P_2=P_1+\frac{25}{100}P_1=P_1+\frac{1}{4}P_1\Rightarrow P_2=\frac{5}{4}P_1$$

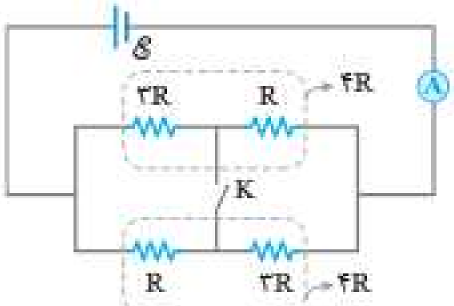
گام دوم چون دمای گاز ثابت است، ابتدا با استفاده از رابطهٔ $P_1V_1=P_2V_2$، حجم V_2 را برحسب V_1 به دست می‌آوریم:

$$T=\text{ثابت}\Rightarrow P_1V_1=P_2V_2\Rightarrow P_1V_1=\frac{5}{4}P_1\times V_2$$

$$\Rightarrow V_2=\frac{4}{5}V_1=0/8V_1$$

۲.۷۳. گزینه ۴

گام اول وقتی کلید K باز است، مطابق شکل مقاومت‌های R و $۳R$ شاخهٔ بالا و شاخهٔ پایین دوبه‌دو متوالی و مجموع آن‌ها با یکدیگر موازی است. بر این اساس مقاومت معادل مدار و سپس نسبت $\frac{\mathscr{E}}{R}$ را می‌یابیم:



$$R_{eq_۱} = \frac{۴R \times ۴R}{۸R} = ۲R$$

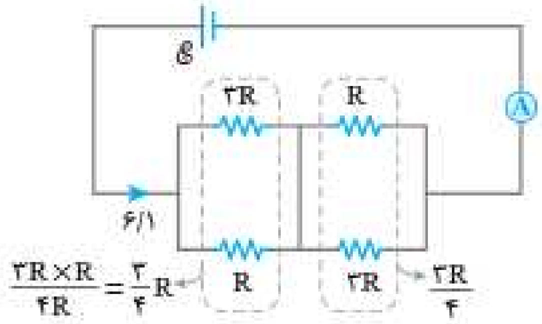
$$I_۱ = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq_۱}} \Rightarrow ۱/۲ = \frac{\mathscr{E}}{۲R}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathscr{E}}{R} = ۲ \;(*)$$

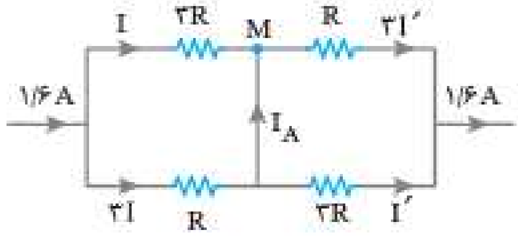
گام دوم با بستن کلید K مطابق شکل مقاومت R شاخهٔ بالا با $۳R$ شاخهٔ پایین و مقاومت $۳R$ شاخهٔ بالا با R شاخهٔ پایین، موازی می‌شود. مقاومت معادل و جریان اصلی مدار را در این حالت به‌دست می‌آوریم:

$$R_{eq_۲} = \frac{۳}{۴}R + \frac{۳}{۴}R = \frac{۳}{۲}R$$

$$I_۲ = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq_۲}} = \frac{۲}{۳}\frac{\mathscr{E}}{R} \xrightarrow{(*)} I_۲ = \frac{۲}{۳} \times ۲/۴ = ۱/۶A$$



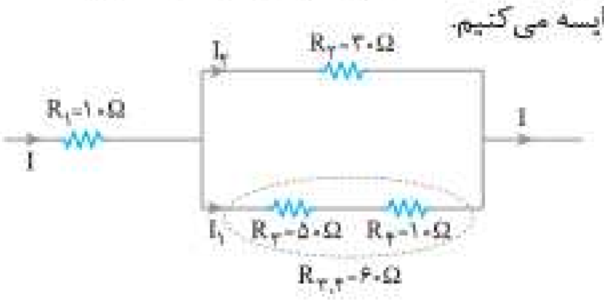
گام سوم با استفاده از قاعدهٔ تقسیم جریان، مقادیر جریان در هر شاخه را محاسبه می‌کنیم:

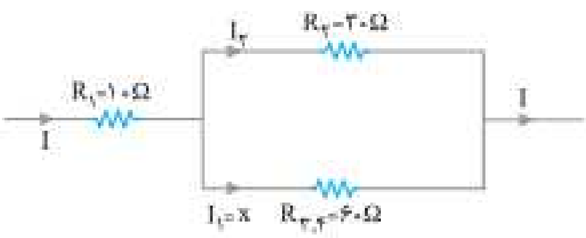


$$۱/۶ = I + ۳I = ۴I \Rightarrow I = ۰/۴A$$
$$۱/۶ = ۳I' + I' = ۴I' \Rightarrow I' = ۰/۴A$$
قانون انشعاب گرهٔ M: $I_A + I = ۳I' \Rightarrow I_A = ۱/۲ - ۰/۴ = ۰/۸A$

۲.۷۴. گزینه ۲

گام اول جریان الکتریکی هر مقاومت را بر حسب x تعیین می‌کنیم و سپس با استفاده از رابطهٔ $P = RI^۲$، توان مصرفی هر مقاومت را به دست آورده و آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم.





جریان گذرنده از مقاومت معادل ۶۰Ω در شاخهٔ پایین را x می‌گیریم. بنابراین داریم:

$$\frac{I_۱}{I_۲} = \frac{R_۲}{R_{۳,۴}} \Rightarrow \frac{x}{I_۲} = \frac{۳۰}{۶۰} \Rightarrow I_۲ = ۲x$$

حال با استفاده از قاعدهٔ انشعاب، جریان مقاومت $R_۱ = ۱۰\Omega$ به دست می‌آید:

$$I = I_۱ + I_۲ = x + ۲x \Rightarrow I = ۳x$$

گام دوم توان هر یک از مقاومت‌ها برابر است با:

$$\begin{cases} P_۱ = R_۱I^۲ \xrightarrow[I=۳x]{R_۱=۱۰\Omega} P_۱ = ۱۰ \times ۹x^۲ \Rightarrow P_۱ = ۹۰x^۲ \\ P_۲ = R_۲I_۲^۲ \xrightarrow[I_۲=۲x]{R_۲=۳۰\Omega} P_۲ = ۳۰ \times ۴x^۲ \Rightarrow P_۲ = ۱۲۰x^۲ \\ P_۳ = R_۳I_۱^۲ \xrightarrow[I_۱=x]{R_۳=۵۰\Omega} P_۳ = ۵۰x^۲ \\ P_۴ = R_۴I_۱^۲ \xrightarrow[I_۱=x]{R_۴=۱۰\Omega} P_۴ = ۱۰x^۲ \end{cases}$$

بنابراین توان مصرفی مقاومت $R_۲$ بیشتر از سایر مقاومت‌ها است.

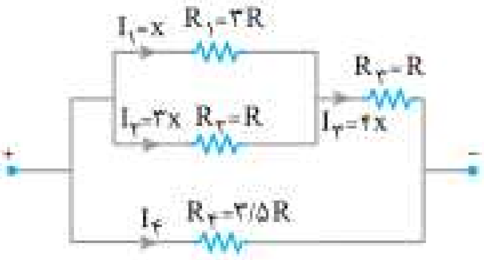
۲.۷۵. گزینه ۳

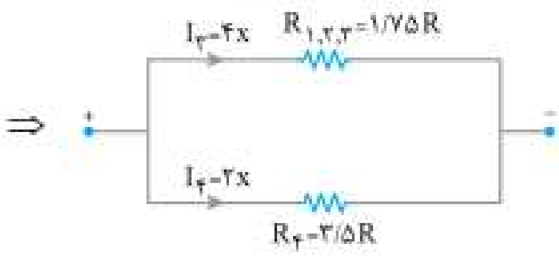
گام اول جریان الکتریکی هر مقاومت را بر حسب x به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از رابطهٔ $P = RI^۲$ توان آن‌ها را تعیین نموده و با هم مقایسه می‌کنیم.

اگر جریان $I_۱ = x$ فرض شود، جریان $I_۲ = ۳x$ به دست می‌آید $(R_۲ = \frac{۱}{۳}R_۱)$ و جریان $I_۳ = x + ۳x = ۴x$ خواهد شد.

با توجه به شکل، برای محاسبهٔ جریان $I_۴$، مقاومت معادل شاخهٔ بالا را به دست آورده و سپس جریان $I_۴$ را حساب می‌کنیم:

$$R_{۱,۲,۳} = \frac{۳R \times R}{۳R + R} + R = \frac{۳R}{۴} + R = \frac{۷}{۴}R$$
$$\Rightarrow R_{۱,۲,۳} = ۱/۷۵R$$





چون $R_{۱,۲,۳}$ با $R_۴$ موازی‌اند، داریم:

$$\frac{I_۳}{I_۴} = \frac{R_۴}{R_{۱,۲,۳}} \Rightarrow \frac{۴x}{I_۴} = \frac{۳/۵R}{۱/۷۵R} \Rightarrow I_۴ = ۲x$$

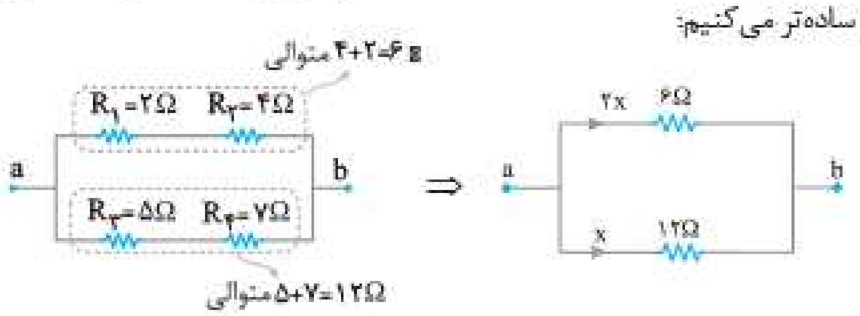
گام دوم توان مصرفی مقاومت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} P_۱ = R_۱I_۱^۲ = ۳R \times x^۲ = ۳Rx^۲ \\ P_۲ = R_۲I_۲^۲ = R(۳x)^۲ = ۹Rx^۲ \\ P_۳ = R_۳I_۳^۲ = R(۴x)^۲ = ۱۶Rx^۲ \\ P_۴ = R_۴I_۴^۲ = ۳/۵R(۲x)^۲ = ۱۴Rx^۲ \end{cases}$$

مقاومت $R_۳$ توان بیشتری مصرف می‌کند؛ در نتیجه از بقیهٔ مقاومت‌ها بیشتر گرم می‌شود.

۲.۷۶. گزینه ۳

گام اول ابتدا مقاومت معادل شاخهٔ بالا و پایین را به دست آورده و مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



گام دوم اگر جریان گذرنده از مقاومت 12Ω در شاخهٔ پایین را x بگیریم، چون دو مقاومت 6Ω و 12Ω با هم موازی‌اند، داریم:

$$\frac{I_{6\Omega}}{I_{12\Omega}}=\frac{12}{6}\Rightarrow\frac{I_{6\Omega}}{x}=2\Rightarrow I_{6\Omega}=2x$$

گام سوم حالا توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها را با استفاده از $P=RI^2$ حساب می‌کنیم:

$$P_{R_1}=R_1I_1^2=2\times(2x)^2=8x^2$$
$$P_{R_2}=R_2I_2^2=4\times(2x)^2=16x^2$$
$$P_{R_3}=R_3I_3^2=5\times(x)^2=5x^2$$
$$P_{R_4}=R_4I_4^2=7\times(x)^2=7x^2$$

با توجه به این‌که مقاومت R_2 بیشترین توان را مصرف می‌کند، حداکثر توان را به آن اختصاص می‌دهیم و x^2 را حساب می‌کنیم:

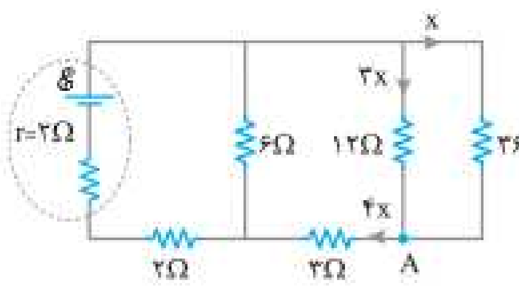
$$16x^2=16\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=1$$

گام چهارم در نهایت $P_{\text{کل}}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\Rightarrow P_{\text{کل}}=8x^2+16x^2+5x^2+7x^2=36x^2$$
$$\xrightarrow{x=1}P_{\text{کل}}=36W$$

۲.۷۷. گزینه ۴

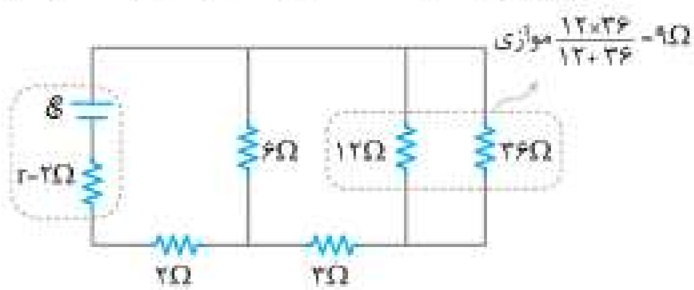
برای این‌که بفهمیم کدام مقاومت بیشترین توان را مصرف می‌کند، باید جریان گذرنده از تک‌تک مقاومت‌های مدار را به دست بیاوریم. برای این‌کار جریان مقاومت 36Ω را برابر x در نظر گرفته و جریان بقیهٔ مقاومت‌ها را براساس آن تعیین می‌کنیم.

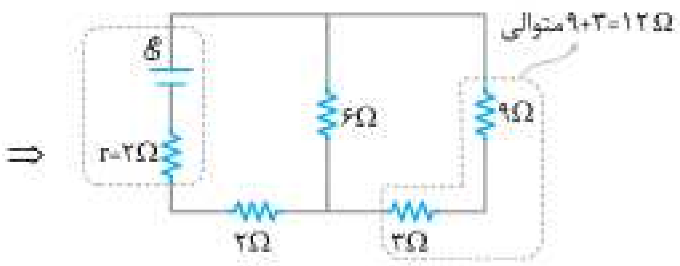


$$\frac{I_{36\Omega}}{I_{12\Omega}}=\frac{12}{36}\xrightarrow{I_{36\Omega}=x}\frac{x}{I_{12\Omega}}=\frac{1}{3}\Rightarrow I_{12\Omega}=3x$$

قاعدهٔ انشعاب در گرهٔ A: $I_{3\Omega}=I_{36\Omega}+I_{12\Omega}=x+3x=4x$

برای به دست آوردن جریان مقاومت 6Ω باید مدار را کمی ساده‌تر کنیم:

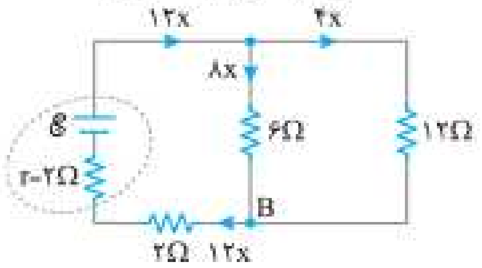




دقت کنید که جریان $4x$ گذرنده از مقاومت 3Ω در مدار اولیه، همان جریان گذرنده از مقاومت معادل مقاومت‌های 36Ω و 12Ω است. حالا با توجه به موازی بودن مقاومت‌های 12Ω و 6Ω می‌توان نوشت:

$$\frac{I_{6\Omega}}{I_{12\Omega}}=\frac{12}{6}\xrightarrow{I_{3\Omega}=4x}\frac{I_{6\Omega}}{4x}=2\Rightarrow I_{6\Omega}=8x$$

قاعدهٔ انشعاب در گرهٔ B: $I_{2\Omega}=I_{12\Omega}+I_{6\Omega}=4x+8x=12x$



حالا می‌توان توان مصرفی مقاومت‌ها را محاسبه و با یکدیگر مقایسه کرد:

$$\begin{cases}P_{2\Omega}=RI_{2\Omega}^2=2\times(12x)^2=288x^2\\P_{6\Omega}=RI_{6\Omega}^2=6\times(8x)^2=384x^2\\P_{3\Omega}=RI_{3\Omega}^2=3\times(4x)^2=48x^2\\P_{12\Omega}=RI_{12\Omega}^2=12\times(3x)^2=108x^2\\P_{36\Omega}=RI_{36\Omega}^2=36\times(x)^2=36x^2\end{cases}$$

با توجه به این‌که مقاومت 6Ω بیشترین توان را مصرف کرده است، طبق صورت سؤال، ولتاژ دو سر آن برابر با $12V$ است:

$$I_{6\Omega}=\frac{V}{R}=\frac{12}{6}=2A\xrightarrow{I_{6\Omega}=8x}8x=2\Rightarrow x=0/25$$

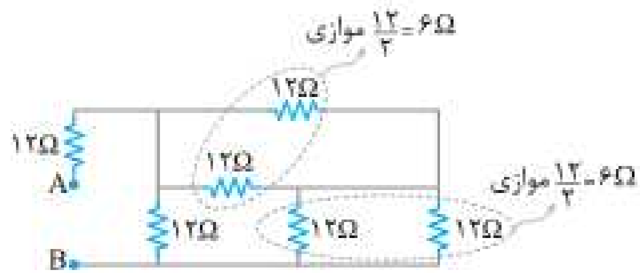
بنابراین جریان شاخهٔ اصلی مدار (جریان گذرنده از مقاومت 2Ω) برابر $I=12x=3A$ است. حالا کافی است مقاومت معادل مدار را براساس آخرین مدار ساده شده به دست آورده و از رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$ استفاده کنیم:

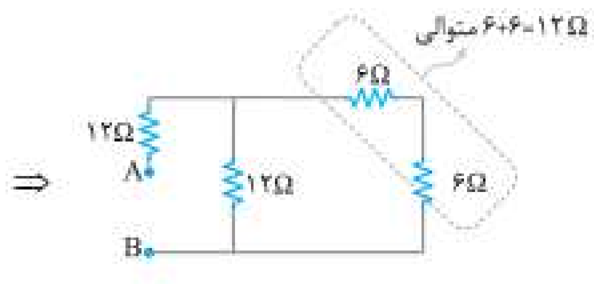
$$R_{eq}=\frac{12\times6}{12+6}+2=6\Omega$$

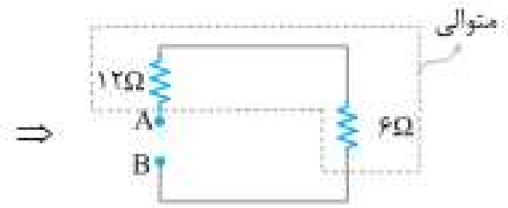
$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}\Rightarrow3=\frac{\mathcal{E}}{6+2}\Rightarrow\mathcal{E}=24V$$

۲.۷۸. گزینه ۳

با شناسایی مقاومت‌های موازی و متوالی، مرحله به مرحله مدار را ساده می‌کنیم:







در نتیجه $R_{eq}=۱۲+۶=۱۸\Omega$ است.

۲.۰۷۹. گزینه ۲

بررسی همهٔ گزینه‌ها گزینهٔ «۲» درست: زیرا با حذف آمپرسنج، یک مقاومت که به‌صورت متوالی در مدار بسته شده، حذف می‌شود. در نتیجه مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و طبق رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان الکتریکی مدار افزایش خواهد یافت. بنابراین طبق رابطهٔ $V=RI$ و با توجه به ثابت بودن مقدار R، ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.

گزینهٔ «۱»: نادرست: زیرا با حذف ولت‌سنج یک مقاومت موازی از مدار حذف می‌شود؛ بنابراین مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد و طبق رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان الکتریکی اصلی مدار که آمپرسنج نشان می‌دهد، کاهش خواهد یافت.

گزینهٔ «۳»: نادرست: مطابق با توضیح گزینهٔ «۲» ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد. گزینهٔ «۴»: نادرست: چون مقاومت ولت‌سنج خیلی زیاد است. وقتی به جای آمپرسنج در مدار قرار گیرد، مقاومت معادل مدار خیلی زیاد می‌شود. در نتیجه طبق رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان مدار بسیار کم می‌شود. بنابراین جریان کمتری از آمپرسنج عبور می‌کند و آمپرسنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد.

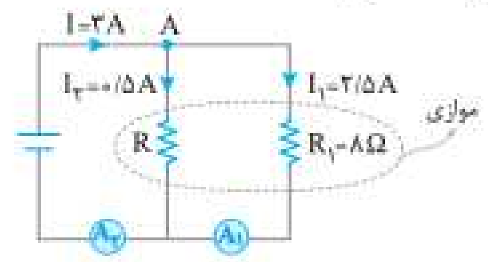
۲.۰۸۰. گزینه ۳

گام اول برای محاسبهٔ مقاومت معادل مدار ابتدا باید مقاومت R را به دست آوریم و سپس شکل ساده‌تری از مدار را رسم کنیم. چون مقاومت‌های ۱۰Ω و ۴۰Ω با هم موازی‌اند، مقاومت معادل آن‌ها برابر $R_1=\frac{۴۰\times۱۰}{۴۰+۱۰}=۸\Omega$ است.

گام دوم با توجه به شکل، آمپرسنج A_2 جریان شاخهٔ اصلی مدار $(I=۳A)$ و آمپرسنج A_1 جریان گذرنده از مقاومت R_1 را نشان می‌دهد. با نوشتن قاعدهٔ انشعاب در گرهٔ A، جریان گذرنده از مقاومت R به دست می‌آید:

$$I=I_1+I_2\Rightarrow I_2=۳-۲/۵=۰/۵A$$

حالا چون مقاومت‌های R و R_1 با هم موازی‌اند، اختلاف پتانسیل آن‌ها با هم برابر است و در این حالت داریم:



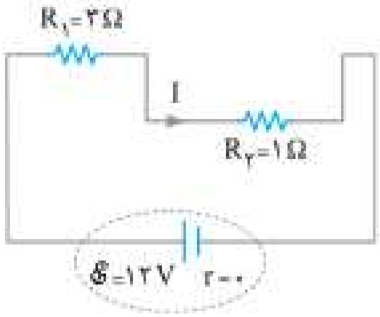
$$V_R=V_{R_1}\Rightarrow RI_2=R_1I_1\Rightarrow R\times۰/۵=۸\times۲/۵$$
$$\Rightarrow R=۴۰\Omega$$

گام سوم مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:

$$R_{eq}=\frac{R\times R_1}{R+R_1}=\frac{۴۰\times۸}{۴۰+۸}=\frac{۴۰}{۶}\Rightarrow R_{eq}=\frac{۲۰}{۳}\Omega$$

۲.۰۸۱. گزینه ۳ اگر $R_3=۰$ باشد، این مقاومت مانند یک سیم بدون مقاومت در دو سر مقاومت R_2 قرار می‌گیرد و دو سر مقاومت R_2 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. بنابراین جریان عبوری از آن صفر است.

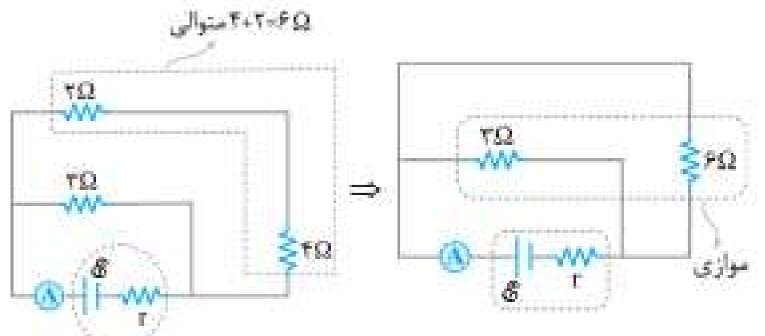
در حالتی که $R_3=\infty$ باشد، این مقاومت مانند یک کلید باز عمل کرده و اجازهٔ عبور جریان از شاخهٔ خودش را نمی‌دهد. بنابراین مدار به شکل مقابل درمی‌آید:



$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}=\frac{۱۲}{۳+۱+۰}=۳A$$

۲.۰۸۲. گزینه ۱

گام اول وقتی کلید به نقطهٔ A وصل باشد، مقاومت‌های ۲Ω و ۴Ω با هم متوالی و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۳Ω موازی است. در این حالت مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم: $R_{eq}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$



گام دوم در حالتی که کلید به B وصل می‌شود، دو سر مقاومت ۴Ω هم‌پتانسیل شده (اتصال کوتاه رخ می‌دهد) و در نتیجه جریان از آن عبور نمی‌کند و از مدار حذف می‌شود. همچنین مقاومت ۳Ω هم از مدار خارج می‌شود، زیرا از آن جریان عبور نمی‌کند؛ بنابراین در این حالت مقاومت معادل مدار برابر $R'_{eq}=۲\Omega$ است.

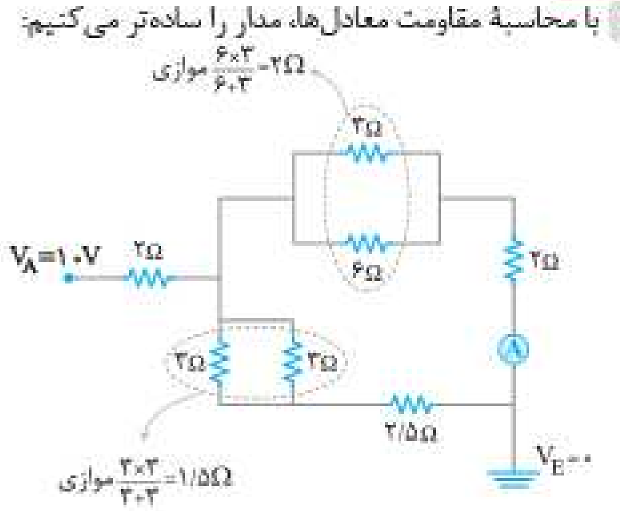
گام سوم با توجه به این‌که آمپرسنج جریان شاخهٔ اصلی مدار را نشان می‌دهد، با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$ نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ را به دست می‌آوریم:

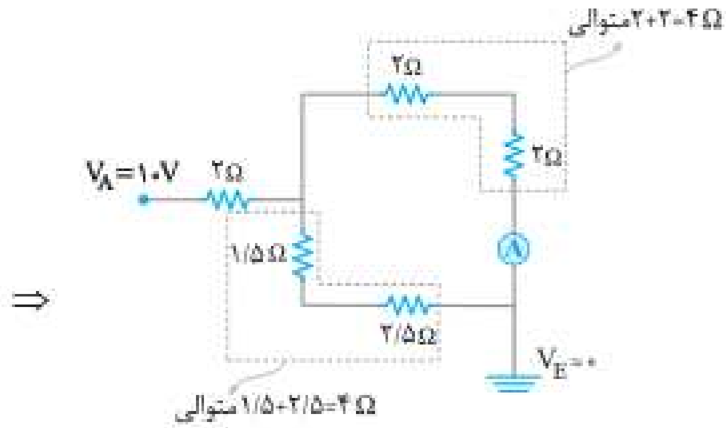
$$\frac{I_A}{I_B}=\frac{\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}}{\frac{\mathcal{E}}{R'_{eq}+r}}=\frac{R'_{eq}+r}{R_{eq}+r}\xrightarrow{R'_{eq}=R_{eq}=۲\Omega}\frac{I_A}{I_B}=\frac{۲+r}{۲+r}=۱$$

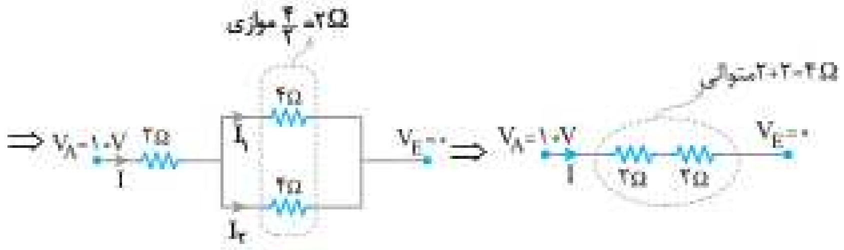
تذکر: مقاومت معادل مدار در دو حالت یکسان است. بنابراین در انتهای گام دوم؛ با توجه به این‌که آمپرسنج جریان شاخهٔ اصلی مدار را نشان می‌دهد، می‌توانستیم نتیجه بگیریم که عددی که آمپرسنج در دو حالت نشان می‌دهد یکسان است و $\frac{I_A}{I_B}=۱$ است.

۲.۰۸۳. گزینه ۳

گام اول با محاسبهٔ مقاومت معادل‌ها، مدار را ساده‌تر می‌کنیم:







گام دوم برای به دست آوردن جریان I، از نقطه‌ای با پتانسیل بیشتر (A) به نقطه‌ای با پتانسیل کمتر حرکت می‌کنیم (جهت جریان از پتانسیل بیشتر به کمتر است):

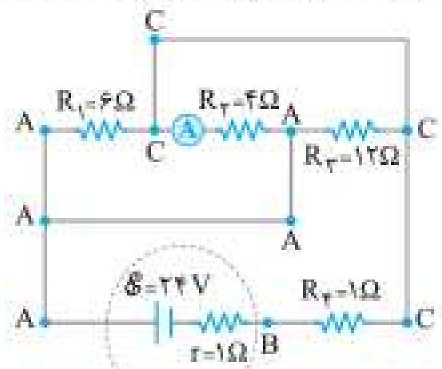
$$V_A - ۴I = V_E \xrightarrow[V_E=۰]{V_A=۱۰V} I = \frac{۱۰}{۴} = ۲/۵A$$

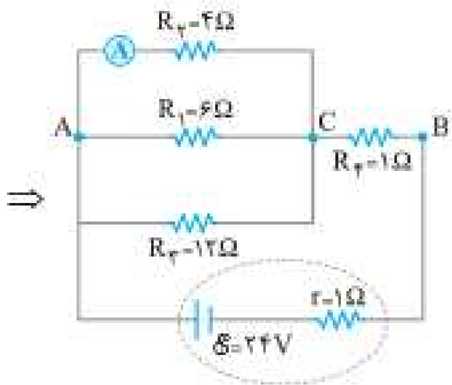
گام سوم دو شاخهٔ موازی دارای مقاومت‌های یکسان هستند. بنابراین از شاخه‌ها، جریان‌های یکسانی عبور می‌کند و جریان به‌صورت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود:

$$I_1 = I_2 = \frac{۱}{۲}I = ۱/۲۵A$$

۲.۸۴ گزینه ۴

گام اول با شناسایی و نام‌گذاری گره‌ها مدار را به‌صورت ساده‌تر رسم می‌کنیم:





گام دوم مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم. مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 با هم موازی و مقاومت معادلشان با R_4 متوالی است. بنابراین داریم:

$$\frac{۱}{R_{1,2,3}} = \frac{۱}{R_1}+\frac{۱}{R_2}+\frac{۱}{R_3} = \frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۱۲} \Rightarrow R_{1,2,3} = ۲\Omega$$

$$R_{eq} = R_{1,2,3} + R_4 = ۲+۱ = ۳\Omega$$

با محاسبهٔ جریان اصلی مدار، اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و C را حساب می‌کنیم و در آخر جریان I_2 که آمپرسنج نشان می‌دهد را به دست می‌آوریم.

گام سوم جریان شاخهٔ اصلی را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r} \xrightarrow[R_{eq}=۳\Omega]{\mathcal{E}=۲۴V,\ r=۱\Omega} I = \frac{۲۴}{۳+۱} = ۶A$$

گام چهارم اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت $R_{1,2,3}$ یعنی V_{AC} را حساب می‌کنیم:

$$V_{AC} = R_{1,2,3}I = ۲\times۶ = ۱۲V$$

گام پنجم جریان مقاومت R_2 را به دست می‌آوریم:

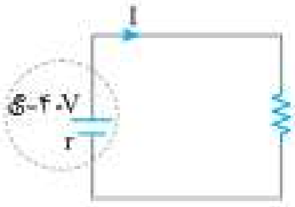
$$I_2 = \frac{V_{AC}}{R_2} = \frac{۱۲}{۴} \Rightarrow I_2 = ۳A$$

۲.۸۵ گزینه ۱

گام اول ابتدا مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم. برای مقاومت‌های موازی ۳۰Ω و ۶۰Ω می‌توان نوشت:

$$R_{eq} = \frac{۶۰\times۳۰}{۶۰+۳۰} = ۲۰\Omega$$

گام دوم چون توان تلف شده در مقاومت معادل، سه برابر توان تلف شده در مقاومت درونی باتری و جریان آن‌ها با هم برابر است، داریم:



$$P_{R_{eq}} = ۳P_r \xrightarrow{P=RI^2} R_{eq}I^2 = ۳rI^2$$

$$\xrightarrow{R_{eq}=۲۰\Omega} ۲۰ = ۳r \Rightarrow r = \frac{۲۰}{۳}\Omega$$

گام سوم جریان شاخهٔ اصلی مدار را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r} \xrightarrow[R_{eq}=۲۰\Omega]{\mathcal{E}=۴۰V,\ r=\frac{۲۰}{۳}\Omega} I = \frac{۴۰}{۲۰+\frac{۲۰}{۳}} = \frac{۴۰}{\frac{۸۰}{۳}} = \frac{۱۲۰}{۸۰}$$

$$\Rightarrow I = \frac{۳}{۲}A$$

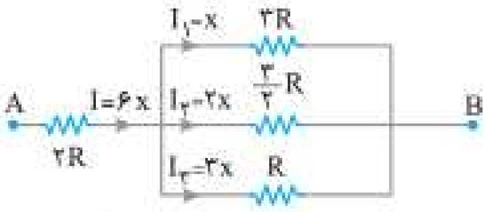
گام چهارم اختلاف پتانسیل دو سر مولد که همان اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۳۰Ω نیز هست را به دست می‌آوریم:

$$V = \mathcal{E} - rI = ۴۰ - \frac{۲۰}{۳}\times\frac{۳}{۲} \Rightarrow V = ۳۰V$$

گام پنجم با استفاده از رابطهٔ $P = \frac{V^2}{R}$، توان مقاومت ۳۰Ω را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow[V=۳۰V]{R=۳۰\Omega} P = \frac{۳۰\times۳۰}{۳۰} \Rightarrow P = ۳۰W$$

۲.۸۶ گزینه ۲



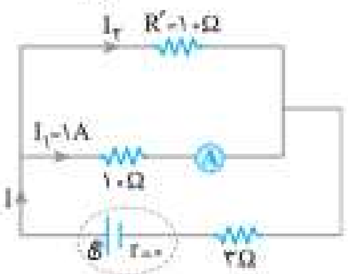
گام اول جریان الکتریکی هر مقاومت را برحسب x تعیین می‌کنیم و سپس با استفاده از رابطهٔ $P = RI^2$، نسبت توان مصرفی دو مقاومت را به دست می‌آوریم. چون مقاومت‌های R، $\frac{۳}{۲}R$ و ۳R موازی‌اند، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن‌ها با هم برابر است: بنابراین اگر جریان مقاومت ۳R را $I_1 = x$ فرض کنیم، جریان مقاومت $\frac{۳}{۲}R$ برابر $I_2 = ۲x$ و جریان مقاومت R برابر $I_3 = ۳x$ و جریان مقاومت ۲R که برابر مجموع جریان‌های I_1، I_2 و I_3 است، $I = ۶x$ به دست می‌آید.

گام دوم نسبت توان مصرفی دو مقاومت برابر است با:

$$\frac{P_{2R}}{P_{3R}} = \frac{۲R}{۳R}\times\left(\frac{I}{I_1}\right)^2 \xrightarrow[I_1=x]{I=۶x} \frac{P_{2R}}{P_{3R}} = \frac{۲}{۳}\times\left(\frac{۶x}{x}\right)^2 = \frac{۲}{۳}\times۳۶$$

$$\Rightarrow \frac{P_{2R}}{P_{3R}} = ۲۴$$

۲.۸۷ گزینه ۳



گام اول ابتدا مقاومت معادل شاخهٔ بالا را به دست می‌آوریم و شکل جدید مدار را رسم می‌کنیم. چون مقاومت‌های ۶Ω و ۱۲Ω با هم موازی و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۶Ω متوالی است، داریم:

$$R' = ۶ + \frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲} = ۱۰\Omega$$

گام دوم جریان شاخهٔ اصلی را حساب می‌کنیم. چون مقاومت‌های ۱۰ اهمی با هم موازی‌اند، با استفاده از قاعدهٔ تقسیم جریان، جریان شاخهٔ اصلی را حساب می‌کنیم:

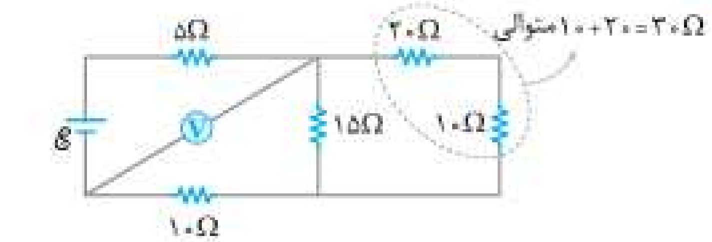
$$I_1 = \frac{۱۰}{۱۰+۱۰}\times I \Rightarrow ۱ = \frac{۱}{۲}I \Rightarrow I = ۲A$$

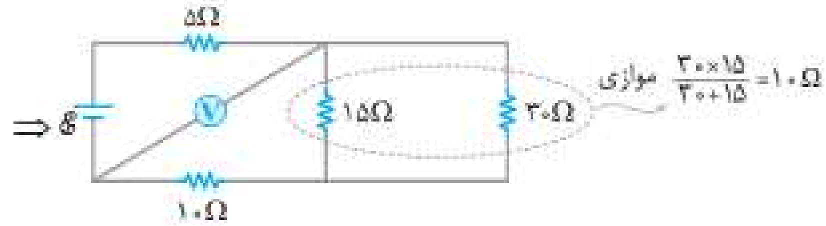
گام سوم با محاسبهٔ مقاومت معادل مدار، به‌صورت زیر نیروی محرکهٔ مولد را حساب می‌کنیم. چون مقاومت‌های ۱۰ اهمی با هم موازی و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۳Ω متوالی است، می‌توان نوشت:

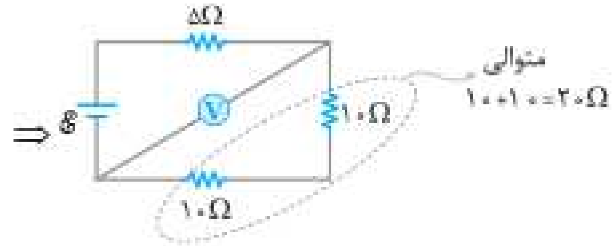
$$R_{eq} = ۳ + \frac{۱۰\times ۱۰}{۱۰+۱۰} = ۸\,\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r} \xrightarrow{r=۰,\ I=۲A} ۲ = \frac{\mathcal{E}}{۸+۰} \Rightarrow \mathcal{E} = ۱۶V$$

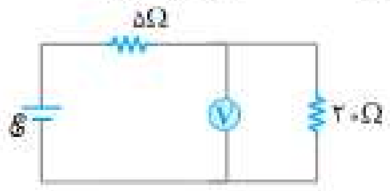
۲.۰۸۸ (گزینه ۴) ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:





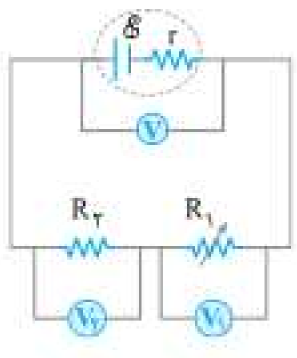


با توجه به اینکه مقاومت‌های ۵Ω, ۲۰Ω با هم متوالی‌اند و $V_{\text{مولد}} = V_{۵\Omega} + V_{۲۰\Omega}$ است، با استفاده از قاعدهٔ تقسیم ولتاژ داریم:



$$V_{۲۰\Omega} = \frac{۲۰}{۲۰+۵}\times V_{\text{مولد}} \Rightarrow ۶ = \frac{۲۰}{۲۵}\times V_{\text{مولد}} \Rightarrow V_{\text{مولد}} = ۷/۵V$$

۲.۰۸۹ (گزینه ۱) با کاهش مقاومت R_1، مقاومت معادل مدار نیز کاهش می‌یابد، در نتیجه بنا به رابطهٔ $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان الکتریکی اصلی مدار افزایش یافته و طبق رابطهٔ $V = \mathcal{E} - rI$، ولتاژ دو سر مولد کاهش می‌یابد و مقدار V کم می‌شود.



با افزایش I و ثابت بودن R_2، بنا به رابطهٔ $V_2 = R_2I$، V_2 افزایش خواهد یافت. از طرف دیگر، چون $V = V_1 + V_2$ است، با کاهش V و افزایش V_2، مقدار V_1 کاهش می‌یابد.

۲.۰۹۰ (گزینه ۴)

گام اول وقتی کلید K باز است، مقاومت‌های R_2 و R_3 با یکدیگر موازی هستند و معادل آن‌ها با مقاومت R_1 متوالی است. داریم:

$$R_{eq} = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} = R + \frac{R\times R}{R+R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{۳}{۲}R$$

در این حالت جریان عبوری از شاخهٔ اصلی مدار و مقاومت R_1 برابر است با:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{۳}{۲}R+۰} \Rightarrow I_1 = \frac{۲}{۳}\frac{\mathcal{E}}{R}$$

گام دوم با بستن کلید K، مقاومت‌های R_2 و R_3 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردند؛ در این حالت مقاومت معادل مدار برابر است با: $R'_{eq} = R_1 = R$

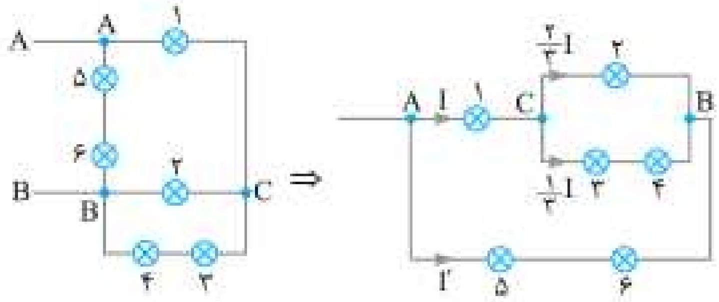
و جریان عبوری از آن برابر است با:

$$I'_1 = \frac{\mathcal{E}}{R'_{eq}+r} = \frac{\mathcal{E}}{R+۰} \Rightarrow I'_1 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ توان مصرفی در یک مقاومت، داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P'_1}{P_1} = \left(\frac{I'_1}{I_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P'_1}{P_1} = \left(\frac{\frac{\mathcal{E}}{R}}{\frac{۲}{۳}\frac{\mathcal{E}}{R}}\right)^2 = \frac{۹}{۴}$$

۲.۰۹۱ (گزینه ۱) ابتدا گره‌ها را نام‌گذاری کرده و مدار را کمی ساده‌تر رسم می‌کنیم:



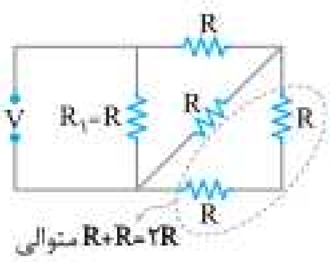
گام اول باید لامپی را پیدا کنیم که بیشترین جریان از آن عبور می‌کند. اگر جریان عبوری از لامپ (۱) را برابر I در نظر بگیریم، طبق قانون تقسیم جریان، جریان به نسبت عکس بین شاخه‌های لامپ (۲) و لامپ‌های (۳) و (۴) تقسیم می‌شود. (دقت کنید چون دو لامپ (۳) و (۴) به‌طور متوالی به‌هم بسته شده‌اند، مقاومت آن‌ها با هم جمع شده و دو برابر مقاومت لامپ (۲) خواهد شد.)

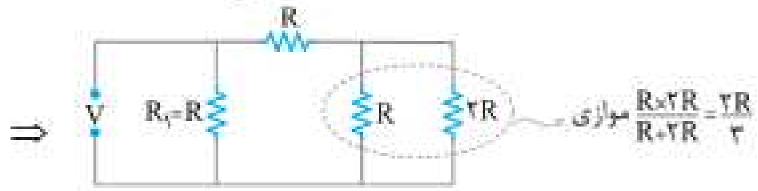
$$I_2 = \frac{۲R}{R+۲R}\times I = \frac{۲}{۳}I$$

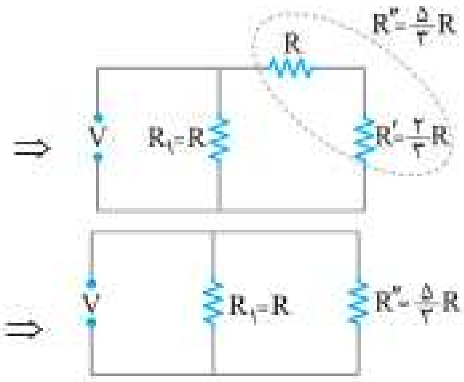
$$I_{۳,۴} = \frac{R}{۲R+R}\times I = \frac{۱}{۳}I$$

گام دوم جریان گذرنده از لامپ‌های (۵) و (۶) را I' می‌نامیم. همان‌طور که می‌دانیم، مقاومت معادل ترکیب موازی چند مقاومت از هر کدام از آن‌ها کوچک‌تر است؛ بنابراین مقاومت معادل لامپ‌های (۳) و (۴) و (۲) از مقاومت هر یک از لامپ‌ها کوچک‌تر بوده و ترکیب متوالی آن با لامپ (۱) از ترکیب متوالی لامپ‌های (۵) و (۶) کوچک‌تر خواهد بود؛ پس جریان $I > I'$ خواهد شد و مقاومت (۱) زودتر آسیب خواهد دید.

۲.۰۹۲ (گزینه ۴) باید مقاومتی که بیشترین توان را مصرف می‌کند، مشخص کنیم. چون مقاومت‌ها مشابه‌اند، با توجه به نوع اتصال آن‌ها، طبق رابطهٔ $P = \frac{V^2}{R}$، مقاومت R_1 که بیشترین اختلاف پتانسیل را دارد، بیشترین توان را مصرف می‌کند. (دو سر این مقاومت مستقیماً به باتری متصل است.) بنابراین با محاسبهٔ مقاومت معادل و مقایسهٔ توان مقاومت معادل با توان مقاومت R_1، حداکثر توان مصرفی را به دست می‌آوریم:







$R_1 = R$ بیشترین توان را مصرف می‌کند، یعنی $P_{R_1} = 20W$ است. در نتیجه با استفاده از رابطهٔ $P = \frac{V^2}{R}$ برای مقاومت‌های R_1 و $\frac{5}{3}R$ می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{R_1}}{P_{R''}} = \frac{R''}{R_1} \Rightarrow \frac{20}{P_{R''}} = \frac{\frac{5}{3}R}{R} \Rightarrow P_{R''} = 12W$$

بنابراین توان مصرفی کل برابر $P_{کل} = P_{R_1} + P_{R''} = 20+12 = 32W$ است.

۲.۹۳. (گزینه ۱)

گام اول در معادلهٔ بار الکتریکی به ازای $t=2h$ و $q=43Ah$، رابطهٔ بین a و b را به دست می‌آوریم:

$$q = -at^2 + bt + 5 \xrightarrow[q=43Ah]{t=2h} 43 = -4a + 2b + 5$$

$$\Rightarrow -2a + b = 19 \quad (1)$$

گام دوم به‌ازای $t_1=0$، $t_2=5h$ و $I=16A$، رابطهٔ دیگری بین a و b به دست می‌آوریم:

$$q=-at^2+bt+5 \Rightarrow \begin{cases} t_1=0 \Rightarrow q_1=5 \\ t_2=5h \Rightarrow q_2 = -25a+5b+5\end{cases}$$

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{q_2-q_1}{t_2-t_1} \xrightarrow{I=16A} 16 = \frac{-25a+5b+5-5}{5-0}$$

$$\Rightarrow -25a+5b = 5\times 16 \Rightarrow -5a+b=16 \quad (2)$$

گام سوم با استفاده از رابطه‌های (1) و (2)، مقدارهای a و b را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}-2a+b=19\\-5a+b=16\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-2a+b=19\\5a-b=-16\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=21\end{cases}\Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{1}{21}$$

۲.۹۴. (گزینه ۳)

گام اول بنا به رابطهٔ $I=\frac{V}{R}$، چون جریان با مقاومت نسبت عکس دارد، برای بیشترین جریان الکتریکی باید مقاومت الکتریکی کمترین مقدار را داشته باشد. از طرف دیگر، طبق رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، در صورتی رسانا کمترین مقاومت را دارد که طول آن کمترین مقدار و سطح مقطع آن بزرگ‌ترین مقدار را داشته باشد؛ بنابراین با توجه به ابعاد مکعب مستطیل، اگر $L_{min}=3cm$ و $A_{max}=5cm\times4cm$ باشد، مقاومت آن کمترین مقدار را دارد.

$$R_{min}=\rho\frac{L_{min}}{A_{max}} \xrightarrow[L_{min}=3\times10^{-2}m,\ \rho=2.2\times10^{-7}\Omega m]{A_{max}=5\times10^{-2}\times4\times10^{-2}=20\times10^{-4}m^2}$$

$$R_{min}=2.2\times10^{-7}\times\frac{3\times10^{-2}}{20\times10^{-4}} \Rightarrow R_{min}=3.3\times10^{-6}\Omega$$

گام دوم با استفاده از رابطهٔ $V=RI$، جریان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

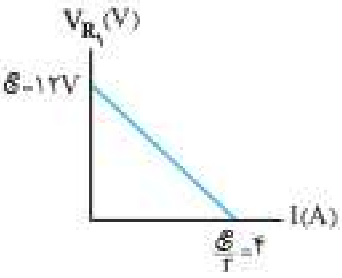
$$I_{max}=\frac{V}{R_{min}} \xrightarrow[R_{min}=3.3\times10^{-6}\Omega]{V=3.3\times10^{-4}V} I_{max}=\frac{3.3\times10^{-4}}{3.3\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow I_{max}=100A$$

۲.۹۵. (گزینه ۳) مقاومت نوری (LDR) نوعی مقاومت الکتریکی است که مقاومت آن به نور تابیده شده بر آن بستگی دارد، به‌طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود.

در این مدار که در یک محیط معمولی قرار دارد، در ابتدا مقاومت LDR مقدار زیادی دارد. با بستن کلید K، جریان کمی در مدار برقرار شده و باعث روشن شدن دیود نوری (LED) می‌شود. همین امر باعث روشن شدن محیط و کاهش مقاومت LDR می‌شود که سبب افزایش جریان و روشن شدن بیشتر LED می‌شود. این اتفاق تا یک جریان حدی که مقاومت LDR دارای کمترین میزان مقاومت خود است، ادامه خواهد داشت.

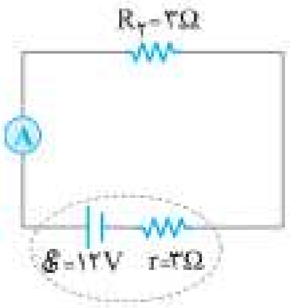
۲.۹۶. (گزینه ۲)



گام اول با توجه به نمودار $V_{R_1}-I$ نیروی محرکه و مقاومت درونی باتری را حساب می‌کنیم:

$$\Rightarrow\begin{cases}\mathcal{E}=12V\\ \frac{\mathcal{E}}{r}=4 \xrightarrow{\mathcal{E}=12V}\frac{12}{r}=4\Rightarrow r=3\Omega\end{cases}$$

گام دوم نمودار $V_{R_2}-I$ مربوط به یک مقاومت اهمی است و داریم:



$$R_2=\frac{V}{I}=\frac{12}{4}=3\Omega$$

در مدار (۳) مقاومت R_2 را به باتری مدار شکل (۱) وصل کرده‌ایم. بنابراین داریم:

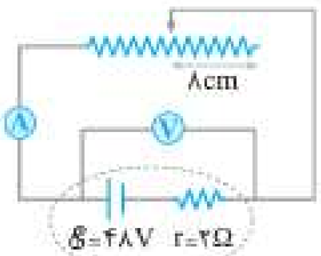
$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_2+r}=\frac{12}{3+3}=2A$$

۲.۹۷. (گزینه ۴)

گام اول در حالت اول که حداکثر طول رئوستا در مدار قرار دارد، رئوستا حداکثر مقاومت را خواهد داشت. در این حالت مقاومت رئوستا را R_1 می‌نامیم و با استفاده از رابطهٔ $I_1=\frac{\mathcal{E}}{R_1+r}$ اندازهٔ مقاومت R_1 را به دست می‌آوریم:

$$I_1=\frac{\mathcal{E}_1}{R_1+r}\xrightarrow[\mathcal{E}=48V]{I_1=4A,\ r=2\Omega}4=\frac{48}{R_1+2}\Rightarrow R_1=10\Omega$$

گام دوم همان‌طور که در شکل می‌بینیم در حالت دوم 8cm از طول رئوستا در مدار قرار ندارد؛ بنابراین در این حالت طولی از سیم رئوستا که در مدار قرار دارد برابر $L_2=20-8=12cm$ است و از آنجایی که مقاومت با طول متناسب است داریم:



$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{A\text{ و }\rho\text{ ثابت‌اند}}\frac{R_2}{R_1}=\frac{L_2}{L_1}$$

$$\xrightarrow[R_1=10\Omega]{L_1=20cm,\ L_2=12cm}\frac{R_2}{10}=\frac{12}{20}\Rightarrow R_2=6\Omega$$

گام سوم حالا با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}$ جریان الکتریکی مدار را حساب کرده و در نهایت عدد ولت‌سنج که اختلاف پتانسیل دو سر باتری است را محاسبه می‌کنیم:

$$I_2=\frac{\mathcal{E}}{R_2+r}=\frac{48}{6+2}=6A$$

عدد ولت سنج: $V=\mathcal{E}-rI_2=48-2(6)=36V$

۲.۹۸. (گزینه ۴)

گام اول توان مصرفی مقاومت 5Ω را در هر دو حالت محاسبه می‌کنیم:

$$P_1=P=RI_1^2=5\times\left(\frac{\mathcal{E}}{5+1+R}\right)^2=5\times\left(\frac{4}{6+R}\right)^2 \quad (1)$$

$$P_2=P=RI_2^2=5\times\left(\frac{\mathcal{E}-2}{5+1+R-6}\right)^2=5\times\left(\frac{2}{R}\right)^2 \quad (2)$$

گام دوم با برابر قرار دادن رابطهٔ ۱ و ۲ مقدار اولیهٔ رئوستا را به دست می‌آوریم:

$$5(\frac{16}{(6+R)^2})=5(\frac{4}{(R)^2})\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}4(R)^2=(R+6)^2$$

$$\Rightarrow 4R^2=R^2+12R+36\Rightarrow 3R^2-12R-36=0$$

$$\Rightarrow 3(R-6)(R+2)=0\Rightarrow\begin{cases}R=-2\Omega & \text{غ ق ق}\\ R=6\Omega & \text{ق ق}\end{cases}$$

۲۰۹۹. (گزینه ۲) با توجه به رابطهٔ داده شده در صورت سؤال (نسبت توان‌های مصرفی)، داریم:

$$\frac{P'}{P}=\frac{4}{3}\Rightarrow\frac{P_{max}}{\underbrace{R(\frac{\mathcal{E}}{R+r})^2}_{RI^2}}=\frac{4}{3}$$

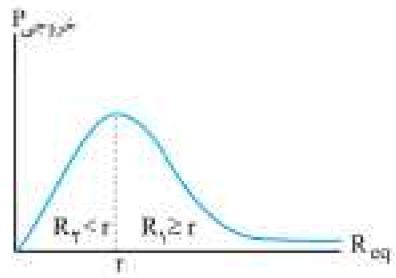
باید توجه داشت که توان مصرفی مقاومت متغیر زمانی بیشینه می‌شود که $R=r$ باشد؛ بنابراین:

$$\frac{R'(\frac{\mathcal{E}}{R'+r})^2}{R(\frac{\mathcal{E}}{R+r})^2}=\frac{4}{3}\xrightarrow[R-6=r\Rightarrow R=r+6]{R'=r}\frac{r(\frac{\mathcal{E}}{2r})^2}{(r+6)(\frac{\mathcal{E}}{2r+6})^2}=\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow\frac{\frac{1}{4r}}{\frac{(r+6)}{(2r+6)^2}}=\frac{4}{3}\Rightarrow 4r^2+24r-108=0\Rightarrow 4(r-3)(r+9)=0$$

$$\begin{cases}r=3\,\Omega & \text{ق ق}\\ r=-9\,\Omega & \text{غ ق ق}\end{cases}$$

۲۱۰۰. (گزینه ۱) برای حل این سؤال از نمودار $P_{\text{خروجی}}-R_{eq}$ مطابق شکل استفاده می‌کنیم:



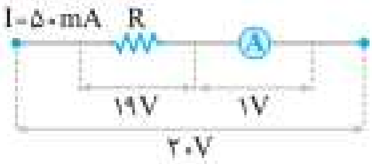
۱ با افزایش مقاومت R_1، توان مصرفی آن کاهش می‌یابد: بنابراین در این حالت باید در محدودهٔ سمت راست نمودار باشیم تا با افزایش مقاومت R_1، توان مصرفی آن (توان خروجی باتری) کاهش یابد. دقت کنید در این حالت $R_1\geq r$ است (یعنی $R_1=r$ نیز می‌تواند باشد؛ چون گفته شده با افزایش آن، توان مصرفی کاهش می‌یابد، پس به ازای $R_1=r$ نیز این شرط رعایت می‌شود).

۲ با افزایش R_2، توان مصرفی افزایش می‌یابد: در این حالت در محدودهٔ سمت چپ نمودار هستیم که با افزایش R_2، توان مصرفی آن (توان خروجی باتری) افزایش می‌یابد $(R_2<r)$.

۲۱۰۱. (گزینه ۲)

گام اول بیشترین اختلاف پتانسیلی که آمپرسنج می‌تواند تحمل کند را به دست می‌آوریم.

گام دوم برای آن که آمپرسنج به ولت‌سنج تبدیل شود، باید مقاومتی را به‌طور متوالی با آن ببندیم. از طرف دیگر، اندازهٔ این مقاومت باید طوری باشد که وقتی جریان $I=50mA$ از آن عبور می‌کند، از $20V$ اختلاف پتانسیلی که می‌خواهیم اندازه بگیریم، اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج $1V$ و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $20-1=19V$ شود؛ بنابراین داریم:



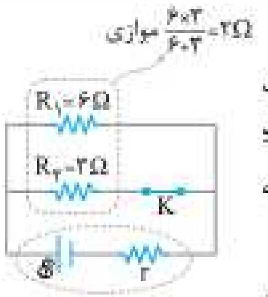
$$V=RI\Rightarrow 19=R\times 50\times 10^{-3}\Rightarrow R=380\Omega$$

تذکر: با توجه به این‌که حداکثر ولتاژ قابل تحمل آمپرسنج $1V$ به دست آمد، می‌توانستیم مستقیماً از رابطهٔ تقسیم ولتاژ نیز به شکل زیر استفاده کنیم:

$$V_{\text{آمپرسنج}}=\frac{R_{\text{آمپرسنج}}}{R_{\text{آمپرسنج}}+R}V_{\text{کل}}\Rightarrow 1=\frac{20}{20+R}\times 20$$

$$\Rightarrow 20+R=400\Rightarrow R=380\Omega$$

۲۱۰۲. (گزینه ۳)



گام اول چون با بستن کلید K، توان خروجی مولد بیشینه می‌گردد، در این حالت $R_{eq}=r$ است؛ بنابراین با محاسبهٔ مقاومت معادل، مقاومت درونی را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq}=2\Omega\xrightarrow{r=R_{eq}}r=2\Omega$$

گام دوم وقتی کلید K باز باشد، فقط مقاومت $R_1=6\Omega$ در مدار است. در این حالت با استفاده از رابطهٔ $P=RI^2$، جریان مدار را حساب می‌کنیم:

$$P=R_1I^2\xrightarrow[R_1=6\Omega]{P_1=54W}54=6I^2\Rightarrow I^2=9\Rightarrow I=3A$$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_1+r}$، نیروی محرکهٔ مولد را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_1+r}\xrightarrow[r=2\Omega]{I=3A,\,R_1=6\Omega}3=\frac{\mathcal{E}}{6+2}\Rightarrow\mathcal{E}=24V$$

۲۱۰۳. (گزینه ۲)

گام اول می‌دانیم با بستن هر کلید، یک مقاومت الکتریکی به‌صورت موازی به مدار اضافه می‌شود و باعث می‌شود مقاومت معادل مدار کاهش یابد. با کاهش مقاومت معادل مدار، بنا به رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان الکتریکی کل مدار افزایش می‌یابد و بنا به رابطهٔ $V=\mathcal{E}-rI$، با افزایش جریان کل مدار، چون $\mathcal{E}$ و r ثابت‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد.

گام دوم با افزایش I، بنا به رابطهٔ $P=\mathcal{E}I$، **توان تولیدی** مولد **افزایش** می‌یابد و با کاهش V، بنا به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$، چون R هر مقاومت ثابت است، **توان مصرفی** آن مقاومت **کاهش** خواهد یافت.

۲۱۰۴. (گزینه ۲)

گام اول چون مقاومت‌ها با هم موازی‌اند، مقاومت معادل آن‌ها را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{1}+\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{R_{eq}}=\frac{6+3+12+4}{12}\Rightarrow R_{eq}=\frac{12}{6+3+12+4}$$

گام دوم برای این که مقاومت معادل کمترین تغییر را داشته باشد، باید پس از حذف یکی از مقاومت‌ها، مقاومت معادل مقاومت‌های باقی‌مانده کمترین مقدار تغییر را داشته باشد و این در صورتی است که در مخرج کسر $\frac{12}{6+3+12+4}$ کوچک‌ترین عدد (یعنی ۳) را حذف کنیم. اگر دقت کنید، وقتی مخرج مشترک گرفتیم، عدد ۳ مربوط به مقاومت ۴ اهمی بود؛ بنابراین با حذف مقاومت $R_3=4\Omega$ مقاومت معادل مقاومت‌های باقی‌مانده کمترین مقدار تغییر را دارد.