فهرست

فصل ۱
فیزیک و اندازه‌گیری

بخش ۱: اندازه‌گیری ۸
بخش ۲: چگالی ۲۴

فصل ۲
ویژگی‌های فیزیکی مواد و فشار

بخش ۱: ماده و ویژگی‌هایش ۴۵
بخش ۲: فشار ۵۱
بخش ۳: اصل پاسکال در مایع ساکن ۶۶
بخش ۴: اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز ۷۴
بخش ۵: نیروی شناوری و اصل برنولی ۸۸

فصل ۳
کار، انرژی و توان

بخش ۱: مفهوم کار و مفهوم انرژی مکانیکی ۱۰۶
بخش ۲: ارتباط بین کار و انرژی ۱۲۱
بخش ۳: توان و بازده ۱۴۴

فصل ۴
دما و گرما

بخش ۱: دما و دماسنجی ۱۶۲
بخش ۲: انبساط گرمایی ۱۶۷
بخش ۳: گرما و آثار آن بر اجسام ۱۸۱
بخش ۴: تعادل گرمایی ۱۹۹
بخش ۵: انتقال گرما ۲۰۶
بخش ۶: رابطهٔ بین گازها و نمودارهای آن ۲۰۹

فصل ۵
ترمودینامیک

بخش ۱: قانون اول ترمودینامیک ۲۳۸
بخش ۲: قانون دوم ترمودینامیک ۲۶۵

فصل ۶
الکتریسیتهٔ ساکن

بخش ۱: مفاهیم اولیهٔ الکتریسیتهٔ ساکن ۲۷۷
بخش ۲: قانون کولن و میدان‌های الکتریکی ۲۸۸
بخش ۳: الکتریسیتهٔ ساکن با طعم کار و انرژی! ۳۲۳
بخش ۴: خازن ۳۴۲

فصل ۷
جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

بخش ۱: جریان الکتریکی و مقاومت الکتریکی ۳۶۶
بخش ۲: مدارهای تک‌حلقهٔ جریان الکتریکی ۳۸۵
بخش ۳: انرژی و توان وسیلهٔ رسانشی الکتریکی ۴۰۵
بخش ۴: مدارهای تک‌حلقهٔ چندمقاومتی ۴۲۰

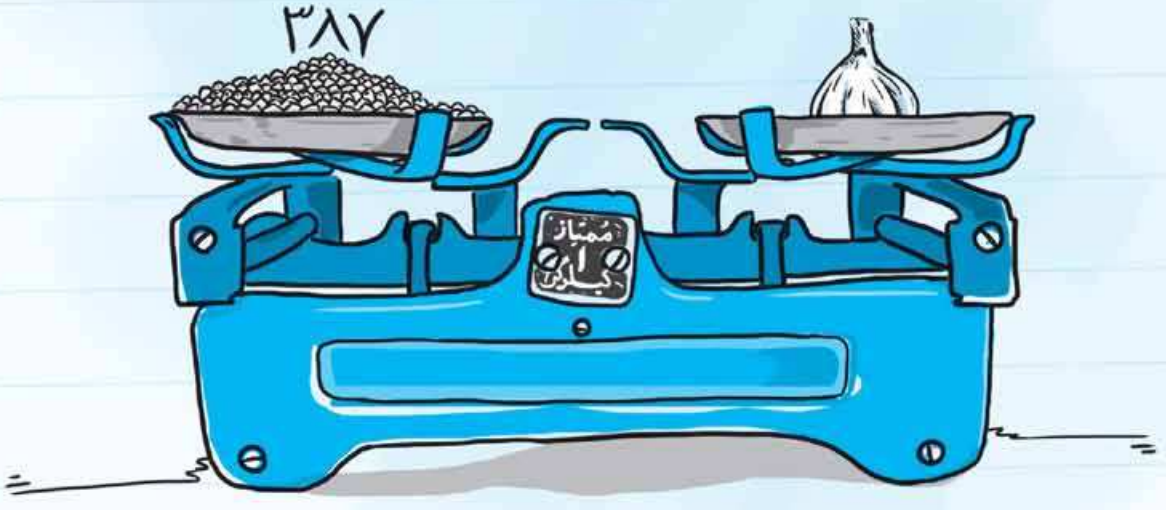
فصل ۸
مغناطیس

بخش ۱: مفاهیم اولیهٔ مغناطیس ۵۰۳
بخش ۲: اثر میدان مغناطیسی بر بارهای الکتریکی متحرک ۵۱۴
بخش ۳: جریان الکتریکی میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند ۵۳۲

فصل ۹
القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب

بخش ۱: القای الکترومغناطیسی (قانون لنز ـ فاراده) ۵۶۳
بخش ۲: پدیدهٔ خود ـ القاوری ۵۹۵
بخش ۳: کاربردهایی از القای الکترومغناطیسی (جریان متناوب ـ مبدل) ۶۰۷

فیزیک و اندازه‌گیری
(فصل ۱)



بخش ۱: اندازه‌گیری

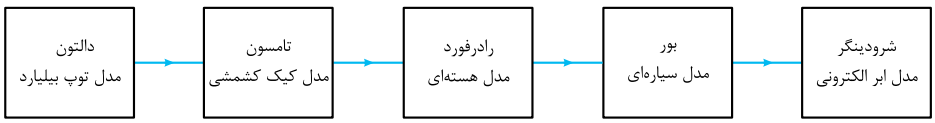
فیزیک، علمی تجربی و آزمون‌پذیر

درس ۱

هر اتفاقی که در طبیعت می‌افتد (مثل افتادن یک برگ) یک پدیدهٔ فیزیکی است، کار دانشمندان فیزیک این است که پدیده‌ها را مشاهده کنند و الگوها و نظم‌های خاصی را در آن‌ها کشف کنند. آن‌ها این الگوها را به صورت **نظریه‌ها، مدل‌ها و قانون‌های فیزیکی** بیان می‌کنند.

اما این پایان کار نیست. از آن‌جایی که فیزیک علمی تجربی است، قانون‌ها، مدل‌ها و نظریه‌ها باید با آزمایش‌های مختلف و متعدد تأیید شوند. چه بسا نتیجهٔ آزمایش‌ها اعتبار یک مدل یا نظریهٔ فیزیکی را زیر سؤال ببرد و دانشمندان آن را اصلاح و یا مدل یا نظریهٔ جدیدی را جایگزین کنند.

تغییر مدل اتمی در طول زمان مثال خوبی از تغییر مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی است (شکل زیر).



عوامل مؤثر در پیشرفت دانش و تکامل علم فیزیک

الف) آزمایش و مشاهده: *شکل‌گیری علم فیزیک مدیون آزمایش و مشاهدهٔ دانشمندانه.*

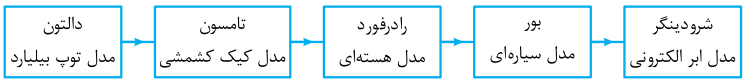
ب) تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌هایی که با آن روبه‌رو می‌شوند: *یعنی فیزیک‌دانان پدیده‌ها رو خیلی دقیق می‌بینن و در موردشون فکر می‌کنن و همین‌جوری راحت از کنارشون نمی‌گذرن.*

پ) آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی: *یعنی باید نظریه‌ها و قانون‌های فیزیک رو آزمایش کرد و اگه یه‌وقت تو یه آزمایشی خلاف اون مشاهده شد، باید اصلاح بشن؛ این باعث می‌شه که نظریه‌ها بهتر و دقیق‌تر بشن. به قول کتاب درسی «ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح و تغییر نظریه‌های فیزیکی، نه تنها ضعف نیست، بلکه نقطهٔ قوت دانش فیزیک است.»*

مؤثرترین عامل در پیشبرد و تکامل علم فیزیک، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان است *(مثلاً نظریهٔ نسبیت، نتیجهٔ اندیشه‌ورزی فعال آلبرت اینشتین است).*

۱- **گزینهٔ ۴** عیناً جملهٔ کتاب درسی است که با توجه به نقش آزمایش در تأیید مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی، فیزیک را علمی تجربی معرفی کرده است.

۲- **گزینهٔ ۱** تغییر مدل اتمی در طول زمان مطابق طرحوارهٔ زیر است:



۳- **گزینهٔ ۱** برای پاسخ به این سؤال به اصلاح تک‌تک عبارت‌ها می‌پردازیم: الف) مرحلهٔ دوم بررسی یک پدیده، توضیح پدیده با استفاده از قانون، مدل‌سازی و طرح نظریهٔ فیزیکی است و احتمال جایگزینی مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی اعتبار این مرحله را از بین نمی‌برد. / ب) درست است. / پ) آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی نقطهٔ قوت علم فیزیک است؛ چون باعث تکامل شناخت ما از جهان می‌شود.

درس ۲

مدل‌سازی در فیزیک

پدیده‌های فیزیکی (مثل پرتاب توپ، بالارفتن بالون، روشن‌شدن یک لامپ، بارش برف و ...) حتی اگر ساده و ابتدایی هم به نظر بیایند، پیچیدگی‌هایی دارند؛ به این دلیل تحلیل و بررسی این پدیده‌ها سخت و گاهی هم غیرممکن است. مثلاً حرکت پرتابی یک توپ بسکتبال به عامل‌های زیر بستگی دارد:

● شکل توپ یک کرهٔ کامل نیست (سطح توپ برجستگی‌ها و درزهایی دارد.) / ● توپ در حال حرکت به دور خود می‌چرخد. / ● مقاومت هوا و باد روی حرکت توپ اثر می‌گذارند. / ● وزن توپ با تغییر ارتفاع توپ تغییر می‌کند. / ● چگالی و فشار هوای محیط در حرکت توپ اثر می‌گذارند. / ● سرعت اولیه و جهت پرتاب در مسیر حرکت توپ مؤثر است.

حالا اگر بخواهیم همین حرکت ساده را با در نظر گرفتن همهٔ عوامل، تحلیل و بررسی کنیم، کار خیلی سختی در پیش داریم. برای همین این پدیده را آن‌قدر ساده و آرمانی می‌کنیم تا بتوانیم آن را تحلیل و بررسی کنیم. به این عمل در فیزیک، مدل‌سازی می‌گوییم.

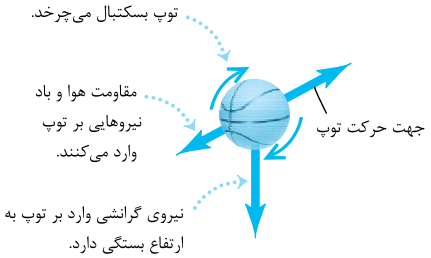
تعریف مدل‌سازی: به فرایندی که طی آن یک پدیدهٔ فیزیکی را تا حد ممکن ساده و آرمانی می‌کنیم تا بررسی و تحلیل آن امکان‌پذیر شود، مدل‌سازی می‌گوییم.

حواستون باشه! در مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی از عوامل جزئی‌تر چشم‌پوشی می‌کنیم. منظورمان از عوامل جزئی‌تر عواملی است که تأثیر کم‌تری بر آن پدیدهٔ فیزیکی دارند؛ ولی باید **مواظب باشیم که** عوامل اصلی را نادیده نگیریم.

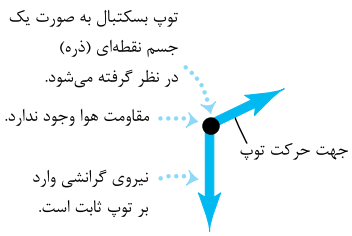
مثلاً در جدول زیر حرکت پرتاب توپ بسکتبال را با مدل‌سازی به یک حرکت آرمانی تبدیل کرده‌ایم.

عواملی که کم یا زیاد در حرکت توپ بسکتبال مؤثرند.	آیا از این عامل چشم‌پوشی می‌کنیم؟	توضیح
توپ یک کرهٔ کامل نیست و برجستگی‌ها و درزهایی دارد.	بله	توپ را به صورت یک جسم نقطه‌ای فرض می‌کنیم.
توپ در طول مسیر به دور خود می‌چرخد.	بله	اثر چرخش توپ در حرکت توپ چندان زیاد نیست.
هوا در برابر حرکت توپ مقاومت می‌کند (نیروی مقاومت هوا).	بله	فرض می‌کنیم توپ در شرایط خلأ پرتاب شده است.
وزن توپ، نیرویی است که کرهٔ زمین در تمام مسیر بر توپ وارد می‌کند.	خیر	وزن عامل مهمی در مسیر حرکت توپ است. اگر وزن را نادیده بگیریم، توپ به جای مسیر منحنی باید بر مسیر مستقیم حرکت کند.

عواملی که کم یا زیاد در حرکت توپ بسکتبال مؤثرند.	آیا از این عامل چشم‌پوشی می‌کنیم؟	توضیح
وزن توپ در طول مسیر تغییر می‌کند.	بله	این تغییرات خیلی کم و نامحسوس است.
اندازهٔ تندی اولیه و جهت پرتاب اولیه	خیر	این عامل مستقیماً در مسیر حرکت تأثیرگذار است. مهم‌ترین عاملی که باعث می‌شود توپ وارد سبد شود یا نشود همین است.

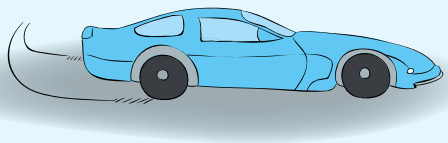


(الف) توپ بسکتبال در هوا



(ب) مدل آرمانی توپ بسکتبال

تست **فرض کنید خودرویی در حال حرکت است. خودرو با دیدن یک مانع ترمز می‌کند و پس از طی مسافتی می‌ایستد. برای مدل‌سازی فیزیکی این پدیده، برخی از عوامل را نادیده می‌گیریم. نادیده‌گرفتن کدام موارد زیر باعث می‌شود نتیجهٔ بررسی مدل با واقعیت تفاوت آشکاری داشته باشد؟**



الف) ابعاد خودرو

ب) اصطکاک خودرو با زمین و مقاومت هوا

پ) چرخش چرخ‌ها

ت) جرم خودرو و سرنشینان آن

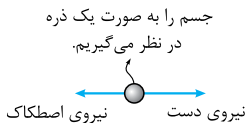
۱) (پ) و (ت) ۲) (الف) و (پ) ۳) (الف) و (ب) ۴) (ب) و (ت)

پاسخ **گزینهٔ ۴** اگر از اصطکاک خودرو با زمین صرف‌نظر کنیم، خودرو هرگز متوقف نمی‌شود! نادیده‌گرفتن جرم هم باعث می‌شود همهٔ نیروهای وارد بر خودرو از جمله اصطکاک حذف شود، *پس نباید پی‌فیالِ موارد (ب) و (ت) شویم*. دو مورد دیگر قابل چشم‌پوشی هستند.

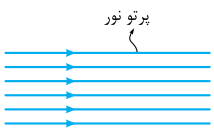
۴- **گزینهٔ ۲** عبارت (الف) درست و عیناً جملهٔ کتاب درسی است، ولی عبارت (ب) نادرست است. زیرا اتفاقاً در مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی فقط و فقط اثرهای مهم و تعیین‌کننده را در نظر می‌گیریم و از اثرهای جزئی‌تر چشم‌پوشی می‌کنیم.

۵- **گزینهٔ ۳** در مدل‌سازی پرتاب توپ برای ساده‌سازی از ابعاد و ناهمواری‌های سطح توپ چشم‌پوشی می‌کنیم. حرکت توپ را در خلأ در نظر می‌گیریم؛ یعنی از مقاومت هوا و اثر وزش باد چشم‌پوشی می‌کنیم. فرض می‌کنیم با تغییر فاصلهٔ توپ از زمین، وزن آن ثابت می‌ماند. هم‌چنین از **چرخش توپ به دور خودش صرف‌نظر می‌کنیم** تا امکان تحلیل پدیده فراهم شود.

۶- **گزینهٔ ۴** در این مدل‌سازی، جسم را به صورت یک ذره در نظر می‌گیریم و از ابعاد جسم صرف‌نظر می‌کنیم. هم‌چنین مقدار نیرویی که صرف حرکت رو به جلوی جسم می‌شود و نیروی اصطکاک برای ما مهم هستند؛ چون نیروی اصطکاک که برخلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود، آن‌قدر بزرگ است که حرکت رو به جلو را با مشکل مواجه می‌کند. اما در این مدل‌سازی مقاومت هوا را در نظر نمی‌گیریم؛ چون تأثیر چندانی بر حرکت جسم ندارد.



۷- **گزینهٔ ۴** در مدل‌سازی پرتو نور لیزر مانند شکل مقابل، باریکهٔ نور را به صورت پرتوهای موازی نور مدل‌سازی می‌کنیم و منبع نور را هم به صورت نقطه‌ای در نظر می‌گیریم.



۸- **گزینهٔ ۲** ۱) هنگامی که گلوله را رها می‌کنیم، نیروی وزن وارد بر گلوله سبب حرکت آن می‌شود، پس نمی‌توان از نیروی وزن چشم‌پوشی کرد. ۲) گلوله پس از چند رفت‌وبرگشت متوقف می‌شود. عامل این توقف نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله است. بنابراین از نیروی مقاومت هوا هم نمی‌توان چشم‌پوشی کرد. در حرکت این گلوله، ابعاد (اندازه و شکل) آن (مورد پ) و جرم نخ (مورد ب) جزء اثرات مهم و تعیین‌کننده نیستند، بنابراین می‌توان از آن‌ها چشم‌پوشی کرد.

۹- **گزینهٔ ۳** در چرخش زمین به دور خورشید باید به دنبال نیرویی بگردیم که باعث حرکت دایره‌ای زمین می‌شود. این نیرو، نیروی گرانشی است که خورشید به زمین وارد می‌کند. بقیهٔ عوامل، فرعی و جزئی به حساب می‌آیند. (البته اثر سیاره‌های دیگر بر روی زمین باعث می‌شود مدار چرخش زمین به دور خورشید دایره نباشد؛ ولی در مدل‌سازی می‌توانیم این اثرها را نادیده بگیریم.)

۱۰- **گزینهٔ ۳** در حرکت سقوط برگ، مقاومت هوا به نسبت زیاد است و نمی‌توانیم از آن چشم‌پوشی کنیم. اما با توجه به نوع حرکت که تندشونده به طرف پایین است، نتیجه می‌گیریم نیروی وزن (W) باید بزرگ‌تر از نیروی مقاومت هوا (F_d) باشد.

(درس ۳)

کمیت و یکا

فیزیک، علمی تجربی است؛ یعنی علمی است که پدیده‌های طبیعت را با تجربه و آزمایش، تحلیل و بررسی می‌کند. تجربه و آزمایش هم بدون اندازه‌گیری غیرممکن است. برای همین است که حتی بعضی‌ها معتقدند فیزیک علم اندازه‌گیری است.

برای این‌که بفهمیم اندازه‌گیری دقیقاً یعنی چه، باید مفهوم «کمیت» و «یکا» را بدانیم.

الف) کمیت: هر چیزی را که بتوانیم اندازه بگیریم و مقدار آن را با یک عدد بیان کنیم، کمیت است. مثلاً طول، جرم و زمان کمیت هستند؛ اما بعضی چیزها قابل اندازه‌گیری نیستند و نمی‌توانیم مقدار آن‌ها را با عدد بیان کنیم؛ مثل زیبایی، دوست‌داشتن و احساس گرمی و سردی.

(کلاً احساس‌ها رو نمی‌شه اندازه گرفت و با عدد بیان کرد.)

ب) یکا: برای آن‌که بتوانیم اندازهٔ یک کمیت را با عدد بیان کنیم، نیاز به یک مقدار معین و قراردادی از همان کمیت داریم. به این مقدار «**یکا**» یا «**واحد**» آن کمیت می‌گوییم. مثلاً طول مشخصی را قرارداد می‌کنیم و اسمش را «متر» می‌گذاریم و وقتی می‌گوییم طول جسمی $5\ m$ است؛ منظورمان این است که طول این جسم ۵ برابر یکای متری است که ما قرارداد کرده‌ایم.

عدد به تنهایی ماهیت ریاضی دارد. **مقدار فیزیکی** عددی است که با یک یکای مناسب بیان می‌شود.

ویژگی‌های یکای استاندارد: یکایی قابل‌قبول همگان است که دو ویژگی داشته باشد: ۱) **تغییرناپذیر باشد.** ۲) **در مکان‌های مختلف قابلیت بازتولید داشته باشد.**

تست **کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند یکای دقیق‌تر و مناسب‌تری برای اندازه‌گیری طول باشد؟**

۱) فاصلهٔ نوک انگشت کوچک تا نوک انگشت شست هنگامی که انگشتان دست کاملاً باز هستند (وجب).

۲) یک دهمیلیونیم فاصلهٔ استوا تا قطب شمال بر روی نصف‌النهار مبدأ

۳) $\frac{1}{384000000}$ شعاع مدار چرخش ماه به دور زمین

۴) مسافتی که نور در مدت‌زمان $\frac{1}{299792458}\ s$ در یک محیط شفاف می‌پیماید.

پاسخ گزینهٔ ۲ گفتیم یک یکای مناسب باید تغییرناپذیر باشد و در مکان‌های مختلف قابلیت بازتولید داشته باشد. حالا گزینه‌ها را یکی‌یکی بررسی می‌کنیم:

۱) وجب دست آدم‌ها با هم فرق می‌کند، پس قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف وجود ندارد؛ یعنی اگر به یک کودک بگویید ۵ وجب سیم بخرد، او نمی‌تواند ۵ وجب شما را با وجب خودش بازآفرینی کند، هم‌چنین شرط اول (تغییرناپذیری) هم وجود ندارد. وجب یک نفر در طول زمان از کودکی تا کهنسالی تغییر می‌کند.

۲) فاصلهٔ استوا تا قطب شمال بر روی یک نصف‌النهار در بازه‌های زمانی خیلی طولانی ممکن است تغییر کند، اما برای بازه‌های زمانی موردنظر ما با تقریب خوبی تغییرناپذیر است و برای همهٔ آدم‌های روی کرهٔ زمین یک مقدار را تداعی می‌کند (یعنی قابلیت بازآفرینی هم دارد)؛ پس این گزینه می‌تواند درست باشد.

۳) مدار چرخش ماه به دور کرهٔ زمین بیضی است؛ پس شعاع چرخش ماه ثابت نیست و تغییر می‌کند.

۴) این تعریف برای آن‌که دقیق‌ترین یکا برای طول باشد، یک اشتباه دارد. سرعت نور در محیط‌های مختلف متفاوت است؛ بنابراین باید گفته شود مسافتی که نور در مدت‌زمان $\frac{1}{299792458}\ s$ در **خلأ** می‌پیماید تا ما برای انتخاب این گزینه قانع شویم.

دسته‌بندی کمیت‌ها (از نظر ماهیت)

کمیت‌ها یا نرده‌ای (اسکالر)[1] یا برداری هستند. می‌دانید که همهٔ کمیت‌ها اندازه دارند، ولی تفاوت این دو نوع کمیت، در داشتن یا نداشتن جهت است. حالا هر کدامشان را کمی دقیق‌تر بررسی می‌کنیم:

الف) کمیت‌های نرده‌ای (اسکالر)

این کمیت‌ها اندازه دارند ولی جهت ندارند. کمیت‌هایی مثل زمان، جرم، طول، حجم، چگالی و انرژی نرده‌ای‌اند. همهٔ این کمیت‌ها با یک عدد و یکای مخصوص به خودشان بیان می‌شوند و مشخص‌کردن جهت برای آن‌ها بی‌معنی است. مثلاً وقتی می‌گوییم جسمی به جرم $74\ kg$ و حجم $24000\ cm^3$، کسی نمی‌پرسد که *خُب پس جهتش چی؟* در جدول روبه‌رو چند کمیت نرده‌ای را به عنوان نمونه آورده‌ایم.

	یکا	عدد
جرم	kg	۷۴
حجم	cm^3	۲۴۰۰۰
زمان	s	۱۶۸

حواستون باشه! *عدد بدون یکا بی‌معنیه!*

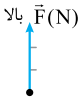
ب) کمیت‌های برداری

این کمیت‌ها علاوه بر اندازه، جهت هم دارند.

در واقع برای بیان یک کمیت برداری باید **عدد**، **یکا** و **جهت** آن را بگوییم. مثلاً برای بیان یک جابه‌جایی (که کمیتی برداری است) باید بگوییم $1349\ m$ به طرف شمال. در جدول روبه‌رو چند نمونه از کمیت‌های برداری را بیان کرده‌ایم:

	جهت	یکا	عدد
جابه‌جایی	(به طرف شمال)	m	۱۳۴۹
سرعت	(به طرف غرب)	km / h	۱۳۷
نیرو	(به طرف پایین)	N	۴۲۰

چندنکته ۱) کمیت‌های برداری را با یک بردار نشان می‌دهند. همین‌طور که می‌دانید بردار یک پاره‌خط جهت‌دار است که طول این پاره‌خط بیانگر مقدار کمیت و راستا و سوی آن نشانهٔ جهتش است. مثلاً شکل روبه‌رو بردار نیرویی را نشان می‌دهد که اندازه‌اش $3\ N$ و جهتش در امتداد قائم و رو به بالاست.



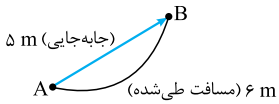
۲) برای این‌که مشخص کنیم یک کمیت برداری است، بر روی نماد آن کمیت، یک پیکان کوچک قرار می‌دهیم؛ مثلاً کمیت نیرو را به صورت $\vec{F}$ و کمیت سرعت را به صورت $\vec{v}$ نشان می‌دهیم. حالا اگر پیکان را از بالای نماد برداریم یعنی اندازهٔ آن کمیت مثلاً $F = 5\ N$ یا $v = 20\ m/s$.

حواستون باشه! $\vec{v} = 20\ m/s$ یا $\vec{F} = 5\ N$ *غلطه! چون بردار* $\vec{v}$ *فقط مقدار نیست که اون رو مساوی* $20\ m/s$ *قرار بدیم.*

۱- اسکالر (Scaler) از واژهٔ Scale به معنای اندازه و مقدار گرفته شده است.

۳ کمیت‌های برداری که شما برای کنکور باید بلد باشید این‌ها هستند: جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، گشتاور، تکانه، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی. بنابراین در حد کنکور هر کمیتی به‌جز مواردی که در بالا گفتیم نرده‌ای هستند!

حواستون باشه! جابه‌جایی یک کمیت برداری است که به مسیر حرکت وابسته نیست و در واقع برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند. اما مسافت طی شده کمیتی نرده‌ای است که بیان می‌کند متحرک کلاً چند متر پیموده است. مثلاً در شکل روبه‌رو جسم از مسیر منحنی از A تا B، ۶ m راه رفته، ولی مقدار جابه‌جایی آن ۵ m است.



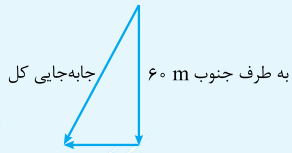
حواستون باشه! سرعت، یک کمیت برداری است و باید آن را با جهتش معرفی کنیم، ولی تندی که اندازهٔ سرعت است یک کمیت نرده‌ای است. مثلاً وقتی می‌گوییم «۱۳۷ km / h به سمت غرب»، سرعت جسم را گفته‌ایم و وقتی فقط می‌گوییم «۱۳۷ km / h» تندی آن را بیان کرده‌ایم.

۴ جمع و تفریق کمیت‌های برداری معمولی (جبری) نیست؛ بلکه جمع و تفاضل آن‌ها برداری است که در ریاضیات خوانده‌اید. *(یادتون که هست به جمع برداری می‌گفتین برایندگیری)* با تست زیر منظورمان را بهتر متوجه می‌شوید.

تست متحرکی ابتدا ۶۰ m به طرف جنوب، سپس ۱۱ m به طرف غرب جابه‌جا می‌شود. اندازهٔ جابه‌جایی متحرک چند متر است؟

۱) ۷۱ ۲) ۶۳ ۳) ۶۱ ۴) ۴۹

پاسخ گزینهٔ ۳ در این‌جا مثل شکل روبه‌رو دو جابه‌جایی عمود بر هم داریم که جابه‌جایی کل از جمع (یا برایند) این دو حساب می‌شود؛ یعنی باید از رابطهٔ فیثاغورس اندازهٔ جابه‌جایی کل را حساب کنیم.



اندازهٔ جابه‌جایی کل $= \sqrt{۶۰^۲ + ۱۱^۲} = \sqrt{۳۷۲۱} = ۶۱\,m$

یعنی حاصل‌جمع (برایند) دو جابه‌جایی ۶۰ متری و ۱۱ متری در این‌جا برابر با ۶۱ متر شد. البته اگر می‌پرسید مسافت طی‌شده چند متر است باید جواب می‌دادیم: $۶۰ + ۱۱ = ۷۱\,m$

تو همین تست تفاوت یک کمیت برداری (جابه‌جایی) و یک کمیت نرده‌ای (مسافت طی‌شده) رو دارید می‌بینید.

۵ کمیت‌های کار، فشار و جریان الکتریکی از قواعد جمع و تفریق معمولی (جبری) پیروی می‌کنند. برای همین این سه کمیت نرده‌ای هستند.

دسته‌بندی قراردادی کمیت‌ها (کمیت‌های اصلی و فرعی)

یکاهای اصلی

مجمع بین‌المللی اوزان و مقیاس‌ها هفت کمیت را به عنوان **کمیت‌های اصلی** و یکای این کمیت‌ها را به عنوان **یکای اصلی** انتخاب کرد. در جدول زیر این هفت کمیت را با یکاهای استانداردشان آورده‌ایم.

یکاهای فرعی

هر کمیتی به‌جز این هفت کمیت اصلی، **کمیت فرعی** هستند و به یکاهای آن‌ها هم **یکاهای فرعی** می‌گوییم.

کمیت‌های اصلی و یکاهای آن

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

چندنکته

۱ مجمع بین‌المللی اوزان و مقیاس‌ها، بعضی یکاها را به عنوان یکاهای استاندارد به طور مستقل تعریف کرد (مثلاً متر را به عنوان یکای طول و ثانیه را به عنوان یکای زمان به طور مستقل تعریف کرد). یکای کمیت‌های دیگر از طریق فرمول‌های فیزیکی به دست می‌آید، به عنوان مثال با توجه به فرمول تندی متوسط $(s_{av} = \frac{l}{\Delta t})$ یکای تندی، متر بر ثانیه (m/s) به دست می‌آید که یک یکای فرعی است. به مجموعهٔ یکاهایی که مورد توافق مجمع بین‌المللی اوزان و مقیاس است، دستگاه بین‌المللی یا SI (System International) می‌گوییم.

۲ تکلیف یکاهای اصلی SI که هم تعریف مستقل دارند و هم نام مستقل، معلوم است. اما یکاهای فرعی تعریف مستقل ندارند و با توجه به فرمول‌های فیزیکی به کمک یکاهای دیگر تعریف می‌شوند. یکاهای فرعی خودشان در SI دو دسته‌اند:

الف) یک دسته آن‌هایی که نام مستقل و مخصوص ندارند: مثل $\frac{m}{s}$ که از فرمول $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آید.

ب) دستهٔ دوم یکاهای فرعی پرکاربردی هستند که نام مستقل و مخصوص دارند. مثلاً یکای نیرو که نیوتون (N) و یکای کار و انرژی که ژول (J) است. در واقع این یکاها تعریف مستقل ندارند ولی نام مستقل دارند.

این نکته را به صورت خلاصه می‌توانیم این‌طوری بنویسیم:

انواع یکا
- **یکاهای اصلی**: تعریف و نام مستقل دارند: مثل متر، کیلوگرم و ثانیه.
- **یکاهای فرعی**: تعریف مستقل ندارند
  - الف) یکاهای فرعی که نام مستقل و مخصوص دارند: مثل نیوتون، ژول و پاسکال
  - ب) یکاهای فرعی که نام مستقل و مخصوص ندارند: مثل متر بر ثانیه

کتاب درسی از بین کمیت‌های اصلی سه کمیت طول و جرم و زمان را زیر ذره‌بین قرار داده و برخی یکاهای غیر SI آن‌ها را معرفی کرده است. البته لازم نیست رابطهٔ بین این یکاها را حفظ کنید.

الف) برخی یکاهای طول

می‌دانید که یکای استاندارد طول در SI، متر (m) است. سه تعریف برای متر در کتاب درسی آمده است:

۱- **تعریف قدیمی‌تر:** یک ده‌میلیونیم فاصلهٔ استوا تا قطب شمال، معادل یک متر است. این تعریف دیگر اعتبار ندارد، چون در طول زمان این فاصله تغییر می‌کند.

۲- **تعریف عام:** دانشمندان در نزدیکی دو سر میله‌ای از جنس آلیاژ پلاتین ـ ایریدیم در دمای $۰\,^{\circ}C$ دو خط نازک حک کردند و فاصلهٔ میان این دو خط را برابر یک متر تعریف کردند. این میله شاخص استاندارد همهٔ خط‌کش‌های امروزی است.

۳- **تعریف تخصصی و دقیق:** یک متر برابر مسافتی است که نور در مدت $\frac{۱}{۲۹۹۷۹۲۴۵۸}\,s$ در خلأ می‌پیماید. این تعریف برای اندازه‌گیری‌های بسیار دقیق به کار می‌رود.

برخی یکاهای غیر SI طول: به‌جز متر یکاهای دیگری هم برای طول وجود دارد که خوب است آن‌ها را هم بدانید:

سال نوری (ly): یک سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال در خلأ می‌پیماید *(این تعریف مهم است و باید بلد باشید).*

هر سال نوری برابر است با: زمان یک‌سال (برحسب ثانیه) × تندی نور در خلأ (برحسب $\frac{m}{s}$) $= 1\,ly$

یکای نجومی (AU): میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید برابر یک یکای نجومی است. $(1\,AU \simeq 1/5\times10^{11}\,m)$ *(این تعریف رو هم باید حفظ باشید.)*

ذرع، فرسنگ، فوت یا پا (ft)، اینچ (in)، یارد (yd) و مایل (mi) از یکاهای دیگر طول هستند که اگر در سؤال مطرح شود، ضریب تبدیل آن را به یکاهایی که شما بلد هستید می‌دهند.

ذرع و فرسنگ: از یکاهای قدیمی ایرانی هستند. هر ذرع ۱۰۴ cm و هر فرسنگ ۶۰۰۰ ذرع است.

فوت (پا) (ft) و اینچ (in): از یکاهای بریتانیایی هستند، هر فوت ۱۲ اینچ و هر اینچ ۲/۵۴ cm است.

مایل (mi): مایل هم یک یکای بریتانیایی برای طول است. اندازهٔ یک مایل در خشکی و دریا تفاوت دارد. مایل در خشکی ۱۶۰۹ m و در دریا برابر ۱۸۵۲ m است.

ب) برخی یکاهای جرم

یکای جرم در SI، کیلوگرم (kg) است. دانشمندان جرم یک استوانه از جنس آلیاژ پلاتین ـ ایریدیم را به عنوان یکای استاندارد جرم انتخاب کردند و آن را معادل ۱ kg نامیدند.

خروار، من تبریز، سیر، مثقال، نخود، گندم و قیراط از یکاهای قدیمی و ایرانی جرم است. نگران نباشید اگر در مسئله‌ای این یکاها را بدهند، ضریب تبدیل آن‌ها به یکاهای استاندارد را هم می‌دهند.

برخی یکاهای غیر SI جرم: **۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز** **۱ من تبریز = ۴۰ سیر = ۶۴۰ مثقال** **۱ مثقال = ۲۴ نخود = ۹۶ گندم**

قیراط: یکای جرم که در مورد الماس و جواهرات کاربرد دارد. هر قیراط ۲۰۰ mg است.

پ) برخی یکاهای زمان

می‌دانید که **ثانیه** یکای استاندارد زمان است. دو تعریف برای ثانیه در کتاب درسی آمده است.

۱- تعریف عام و قدیمی: ۱ s برابر با $\frac{1}{86400}$ میانگین روز خورشیدی است. (روز خورشیدی مدت‌زمان بین دو بار متوالی است که خورشید در بالاترین نقطهٔ آسمان قرار می‌گیرد.)

۲- تعریف تخصصی و دقیق: براساس تعداد معینی از نوسان‌های اتم سزیم در ساعت‌های اتمی تعریف می‌شود (ساعت‌های اتمی بسیار دقیق‌اند و پس از چندین میلیون سال فقط ۱ s جلو یا عقب می‌افتند).

دقیقه، ساعت، شبانه‌روز، هفته، ماه، سال و قرن هم یکاهای زمان هستند.

بازهٔ زمانی (Δt): به مدت‌زمان بین آغاز و پایان یک رویداد بازهٔ زمانی می‌گویند. اگر آغاز رویداد در لحظهٔ t_1 و پایان آن در لحظهٔ t_2 اتفاق بیفتد، بازهٔ زمانی این رویداد برابر است با: $\Delta t = t_2 - t_1$

چهار عمل اصلی ریاضی و کمیت‌ها

الف) جمع و تفریق: شما فقط حق دارید کمیت‌های هم‌جنس با یکاهای یکسان را با هم جمع یا تفریق کنید. مثلاً سرعت را نمی‌شود با نیرو جمع کرد یا دو طول با واحدهای متفاوت (مثل فرسنگ و مایل دریایی) را هم همین‌طور!

در فرمول‌های فیزیک، کمیت‌های هم‌جنس را با هم جمع یا منها می‌کنند؛ پس وقتی فرمولی مثل $E = K + U$ می‌بینیم، می‌فهمیم که E، K و U هر سه یک نوع کمیت‌اند و یکای آن‌ها هم یکسان است.

ب) ضرب و تقسیم: شما می‌توانید دو یا چند کمیت هم‌جنس یا غیر هم‌جنس را در هم ضرب یا تقسیم کنید، ولی باید بدانید که هر وقت دو یا چند کمیت را در هم ضرب و تقسیم می‌کنید، یک کمیت جدید به دست می‌آید. مثلاً اگر جرم (m) را در شتاب (a) ضرب کنید، حاصل‌ضرب نه از جنس جرم است و نه از جنس شتاب؛ بلکه از جنس کمیت دیگری به نام نیرو (F) است.

تست در فرمول $P = \rho gh + P_0$، یکای P پاسکال و یکای h متر است. یکای ρg کدام است؟

۱) $\frac{\text{پاسکال}}{\text{متر}}$ ۲) $\frac{\text{متر}}{\text{پاسکال}}$ ۳) پاسکال ۴) متر × پاسکال

پاسخ گزینهٔ ۱ با توجه به نکتهٔ بالا P، ρgh و P_0 هم‌جنس‌اند و یکای هر سه پاسکال است؛ پس داریم:

$$\text{یکای } \rho g = \frac{\text{یکای } \rho gh}{\text{یکای } h} = \frac{\text{پاسکال}}{\text{متر}}$$

یکای کمیت‌های مجهول را چه‌طور به‌دست آوریم؟

۱) فرمول فیزیکی مناسب را که کمیت موردنظر در آن هست می‌نویسیم.

۲) فرمول را طوری تغییر می‌دهیم که نماد کمیت مجهول در یک طرف و بقیهٔ نمادها در طرف دیگر تساوی باشند.

۳) به جای کمیت‌های معلوم، واحد آن‌ها را جای‌گذاری و تا حد ممکن ساده می‌کنیم. در این صورت واحد کمیت موردنظر برحسب یکای سایر کمیت‌ها به دست می‌آید. به تست زیر توجه کنید:

تست نیوتون (یکای نیرو) برحسب یکای کمیت‌های اصلی در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

۱) $\frac{kg.m}{s^2}$ ۲) $\frac{kg.m}{s}$ ۳) $\frac{kg.s}{m}$ ۴) $\frac{kg.s^2}{m}$

پاسخ گزینهٔ ۱ **گام اول:** ابتدا فرمول مناسبی برای نیرو می‌نویسیم، سال نهم یاد گرفتید که: $F = ma$. در این فرمول می‌خواهیم یکای F را پیدا کنیم و خوشبختانه نماد آن در یک طرف قرار دارد.

گام دوم: به جای هر کمیت یکای آن را قرار می‌دهیم، یکای جرم kg و یکای شتاب m/s^2 است، پس:

$$\text{یکای نیرو} = kg \times \frac{m}{s^2} = \frac{kg.m}{s^2}$$

حواستون باشه! حرف لاتینی که در فرمول‌های فیزیک می‌نویسیم، «نماد» آن کمیت است؛ نه «یکای» آن! مثلاً در فرمول $F = ma$، حرف m نماد جرم است *(نه یکای طول که متره!)*.

تست در رابطهٔ $\Delta x = \frac{1}{3}At^3 + \frac{1}{2}Bt^2 + Ct$ اگر یکای C، متر بر ثانیه و یکای t ثانیه باشد، یکای A و یکای B به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (مضارب $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ در رابطه یکا ندارند.)

۱) $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$ و $\frac{\text{متر}}{(\text{ثانیه})^2}$ ۲) $\frac{\text{متر}}{(\text{ثانیه})^3}$ و $\frac{\text{متر}}{(\text{ثانیه})^2}$ ۳) $\frac{(\text{متر})^3}{\text{ثانیه}}$ و $\frac{(\text{متر})^2}{\text{ثانیه}}$ ۴) $(\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}})^3$ و $(\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}})^2$

پاسخ گزینهٔ ۲ **گام اول:** ضریب‌های $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ تأثیری در کشف یکای کمیت‌ها ندارند. پس آن‌ها را نادیده می‌گیریم.

گام دوم: از آن‌جایی که ما فقط اجازه داریم کمیت‌های هم‌جنس را جمع یا تفریق کنیم، می‌توانیم ادعا کنیم که یکای Ct، Bt^2 و At^3 یکسان است:

یکای At^3 = یکای Bt^2 = یکای Ct

گام سوم: یکای C و t را داریم؛ پس یکای Bt^2 و At^3 را هم می‌توانیم پیدا کنیم:

$$C \text{ یکای} \times t \text{ یکای} = A \text{ یکای} \times (t \text{ یکای})^3 \Rightarrow \frac{m}{s} \times s = A \text{ یکای} \times (s)^3 \Rightarrow A \text{ یکای} = \frac{m}{s^3}$$

$$C \text{ یکای} \times t \text{ یکای} = B \text{ یکای} \times (t \text{ یکای})^2 \Rightarrow \frac{m}{s} \times s = B \text{ یکای} \times (s)^2 \Rightarrow B \text{ یکای} = \frac{m}{s^2}$$

در جدول زیر چند کمیت و یکای فرعی را که در SI نام مخصوص دارند، آورده‌ایم. برای هر کدام فرمولی را هم که یکای فرعی از آن به دست می‌آید آورده‌ایم.

کمیت فرعی	فرمول مناسب	یکای فرعی	نام مخصوص در SI
نیرو	$F = ma$	$\frac{kg.m}{s^2}$	نیوتون (N)
فشار	$P = \frac{F}{A}$	$\frac{kg}{m.s^2}$	پاسکال (Pa)
کار و انرژی	$W = Fd$	$\frac{kg.m^2}{s^2}$	ژول (J)
توان	$P = \frac{W}{t}$	$\frac{kg.m^2}{s^3}$	وات (W)
گرمای ویژه	$c = \frac{Q}{m\Delta T}$	$\frac{m^2}{s^2.K}$	$\frac{J}{kg.K}$
گرمای نهان ذوب	$L_F = \frac{Q}{m}$	m^2/s^2	J/kg
بار الکتریکی	$q = It$	A.s	کولن (C)
اختلاف پتانسیل الکتریکی	$\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$	$\frac{kg.m^2}{A.s^3}$	ولت (V)
مقاومت الکتریکی	$R = \frac{V}{I}$	$\frac{kg.m^2}{A^2.s^3}$	اُهم (Ω)
ظرفیت خازن	$C = \frac{q}{V}$	$\frac{A^2.s^4}{kg.m^2}$	فاراد (F)
میدان الکتریکی	$E = \frac{F}{q}$	$\frac{kg.m}{A.s^3}$	N/C یا V/m
میدان مغناطیسی	$B = \frac{F}{I\ell}$	$\frac{kg}{A.s^2}$	تسلا (T)

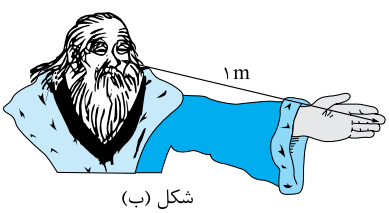
۱۱- گزینهٔ ۳ دلیل نادرستی گزینه‌های دیگر: ۱) به یکاهایی که برحسب یکاهای اصلی بیان می‌شوند، یکاهای فرعی می‌گویند. / ۲) دما یک کمیت است؛ اما احساس گرمی یک کمیت نیست؛ چون قابل اندازه‌گیری نیست و فقط می‌توان آن را به صورت توصیفی بیان کرد. / ۴) درست برعکس. یکایی مورد پذیرش همگان است که تغییرناپذیر باشد.

۱۲- گزینهٔ ۱ با توجه به آن‌چه که در درس‌نامه گفتیم، هر کمیت یکاهای مخصوص به خود را دارد؛ مثلاً طول یکاهای مختلفی مثل متر، سانتی‌متر، اینچ، یارد و ... دارد.

۱۳- گزینهٔ ۴ دلیل نادرستی گزینه‌های دیگر: ۱) در بیان کمیت‌های اسکالر به ذکر جهت نیاز نداریم. / ۲) یکای هر کمیت علاوه بر **قابلیت بازتولید** باید **تغییرناپذیر** باشد. / ۳) یکای نیرو (نیوتون) تعریف مستقل ندارد و برحسب یکاهای اصلی بیان می‌شود؛ نیوتون معادل $\frac{kg.m}{s^2}$ است.

۱۴- گزینهٔ ۱ یکایی خوب است که قابلیت بازتولید داشته، در دسترس همگان باشد ولی تغییر نکند. یکاهایی مثل وجب و فاصلهٔ نوک بینی تا نوک انگشتان دست کشیده‌شده (شکل‌های الف و ب) خیلی در دسترس همگان هستند! و به راحتی می‌شود آن‌ها را بازتولید کرد *(از کرامات شیخ ما چه عجب ـ پنجه را وانمود و گفت وجب!)*

اما این ایراد را دارد که از دستی به دست دیگر تغییر می‌کند.



شکل (ب)

شکل (الف)

۱۵- گزینهٔ ۳ همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، جرم و زمان دو کمیت اصلی هستند و یکاهای آن‌ها هم مستقل و اصلی هستند. (کیلوگرم یکای جرم و ثانیه یکای زمان است.)

۱۶- گزینهٔ ۴ هفت کمیت اصلی عبارت‌اند از: طول، جرم، زمان، دما، جریان الکتریکی، مقدار ماده و شدت روشنایی. همهٔ کمیت‌ها به غیر از این ۷ کمیت، جزء کمیت‌های فرعی‌اند. مانند: نیرو، فشار، سرعت و ...

۱۷- گزینهٔ ۴ طبق جدولی که در درس‌نامه داشتیم، کمیت‌های جریان الکتریکی، دما، زمان و مقدار ماده همگی از کمیت‌های اصلی هستند.

۱۸- گزینهٔ ۳ از میان کمیت‌هایی که در گزینه‌ها آمده، شدت روشنایی، مقدار ماده و دما کمیت‌های اصلی و بقیه فرعی هستند؛ پس در ۳ همهٔ کمیت‌ها فرعی‌اند.

۱۹- گزینهٔ ۴ برای گزارش ابعاد یک اتومبیل به کمیتی نیاز داریم که فقط مقدار را گزارش کند و جهت لازم نیست؛ پس از کمیت نرده‌ای استفاده می‌کنیم؛ ولی برای گزارش سرعت علاوه بر مقدار، به جهت هم احتیاج داریم؛ پس از کمیت برداری استفاده می‌کنیم.

۲۰- گزینهٔ ۳ کمیت‌های فشار، جریان الکتریکی و تندی همگی نرده‌ای (اسکالر) و بدون جهت بیان می‌شوند؛ ولی وزن (که نیرو است) برداری است.

حواستون باشه! تندی را با سرعت، اشتباه نگیرید.

سرعت یک کمیت برداری است و جهت دارد؛ ولی تندی فقط اندازهٔ سرعت است و جهت ندارد. هم‌چنین جریان الکتریکی یک کمیت اسکالر است، چون از جمع جبری پیروی می‌کند.

فشار	وزن	جریان الکتریکی	تندی
فرعی	فرعی	اصلی	فرعی
نرده‌ای (اسکالر)	برداری	نرده‌ای (اسکالر)	نرده‌ای (اسکالر)

از بین کمیت‌های صورت سؤال، فشار، وزن و تندی کمیت‌های فرعی هستند (وزن را با جرم اشتباه نگیرید، وزن یک نیرو است ولی جرم، جرم است! $F = mg$) و کمیت جریان الکتریکی اصلی است. جدول مقابل خلاصهٔ آن‌چه گفتیم است:

۲۱- گزینهٔ ۲ کمیت‌های سرعت و شتاب جهت دارند و برداری‌اند. کمیت‌های جرم، زمان و مسافت طی‌شده، فقط مقدار دارند و نرده‌ای‌اند.

حواستون باشه! سرعت کمیت برداری ولی تندی کمیت نرده‌ای است. هم‌چنین مسافت طی‌شده کمیت نرده‌ای ولی جابه‌جایی کمیت برداری است.

۲۲- گزینهٔ ۴ کمیت‌های طول و دما اصلی‌اند و کمیت‌های وزن، فشار و گرما فرعی‌اند.

حواستون باشه! *وزن، نوعی نیروئه و کمیت فرعی محسوب می‌شه و اونو با جرم که کمیت اصلیه اشتباه نگیرید.*

۲۳- گزینهٔ ۳ کمیت‌های متفاوت (غیرهم‌جنس) را نمی‌توان با هم جمع یا تفریق کرد؛ اما ضرب و تقسیم کمیت‌های متفاوت امکان‌پذیر و تعریف‌شده است؛ پس ۱ و ۴ حتماً غلط و ۳ حتماً درست است. در مورد ۲ هم بدانید که امکان دارد کمیت A^2 و C هم‌جنس باشند (مثلاً اگر کمیت C مساحت باشد و کمیت A طول باشد، در این صورت A^2 از جنس کمیت مساحت می‌شود)؛ اما امکان تفریق دو کمیت متفاوت C و B وجود ندارد.

۲۴- گزینهٔ ۲ می‌دانیم که کمیت‌های متفاوت (غیرهم‌جنس) را نمی‌توانیم با هم جمع یا از هم کم کنیم؛ اما در ۲ کمیت A به توان ۳ رسیده است؛ پس ممکن است با کمیت C هم‌جنس شده باشد. برای مثال اگر C کمیت حجم و A کمیت طول باشد، A^3 هم از جنس کمیت حجم می‌شود.

۲۵- گزینهٔ ۲ در فیزیک تمامی کمیت‌ها قابل ضرب و تقسیم هستند؛ اما فقط کمیت‌هایی قابلیت جمع و تفریق دارند که هم‌جنس باشند. در ۲ لیتر (L) کمیت حجم و متر مربع (m^2) کمیت سطح است؛ پس قابل تفریق نیستند.

۲۶- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا می‌رویم سراغ یکای شتاب. کمیت شتاب از رابطهٔ $a = \frac{\Delta v}{t}$ به دست می‌آید که در این رابطه Δv تغییرات سرعت و t زمان است. هم‌چنین یکای کمیت سرعت، متر بر ثانیه (m/s) است $(\text{سرعت} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}})$ پس داریم:

$$\text{یکای شتاب} = \frac{\text{یکای سرعت}}{\text{یکای زمان}} = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: همان‌طور که می‌دانیم فشار از رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$ به دست می‌آید که در این رابطه F نیرو و A سطح مقطع است؛ پس:

$$\text{یکای فشار} = \frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای سطح مقطع}} \xrightarrow{F=ma \Rightarrow 1N=1kg.\frac{m}{s^2}} \text{یکای فشار} = \frac{N}{m^2} = \frac{\frac{kg.m}{s^2}}{m^2} \Rightarrow \text{یکای فشار} = \frac{kg}{m.s^2}$$

۲۷- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا یکای نیرو را برحسب یکاهای اصلی می‌نویسیم. همان‌طور که می‌دانید نیرو از رابطهٔ $F = ma$ به دست می‌آید؛ پس داریم:

$$F = ma \Rightarrow 1N = 1kg \times 1\frac{m}{s^2} = 1\frac{kg.m}{s^2}$$

هم‌چنین می‌دانیم که یکای جابه‌جایی، متر (m) است.

گام دوم: حالا یکای کار را برحسب یکای اصلی می‌نویسیم:

$$W = F.d = 1\frac{kg.m}{s^2} \times 1m = 1\frac{kg.m^2}{s^2}$$

یکای کار همان یکای انرژی و برابر ژول است.

۲۸- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا کمیت k را از رابطهٔ $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$ استخراج می‌کنیم:

$$k = \frac{F \times r^2}{q_1 q_2} \Rightarrow \text{یکای } k = \frac{(\text{یکای } F) \times (\text{یکای } r)^2}{(\text{یکای بار الکتریکی})^2} \quad (1)$$

گام دوم: می‌دانیم که نیرو از رابطهٔ $F = ma$ به دست می‌آید که در این رابطه a شتاب است.

$$\text{یکای } F = (\text{یکای } m) \times (\text{یکای } a) = kg \times \frac{m}{s^2} \quad (2)$$

گام سوم: حالا رابطهٔ (۲) را در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\text{یکای } k = \frac{1\frac{kg.m}{s^2} \times 1m^2}{1C^2} = 1\frac{kg.m^3}{s^2.C^2}$$

۲۹- گزینهٔ ۳ یکای کمیت‌های موجود در گزینه‌ها را می‌نویسیم:

✓ اولین یکا $\text{یکای شتاب} \times \text{یکای جرم} = \text{یکای نیرو} \Rightarrow kg.\frac{m}{s^2} = \frac{kg.m}{s^2}$

✗ $\text{یکای گرمای ویژه} = \frac{\text{یکای انرژی}}{\text{یکای دما} \times \text{یکای جرم}} = \frac{\text{یکای جابه‌جایی} \times \text{یکای نیرو}}{\text{یکای دما} \times \text{یکای جرم}} = \frac{\frac{kg.m^2}{s^2}}{kg.K} = \frac{m^2}{s^2.K}$

✓ سومین یکا $\text{یکای فشار} = \frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای سطح}} = \frac{\frac{kg.m}{s^2}}{m^2} = \frac{kg}{m.s^2} \Rightarrow$

✓ دومین یکا $\text{یکای توان} = \frac{\text{یکای انرژی}}{\text{یکای زمان}} = \frac{kg.m^2}{s^2} \times \frac{1}{s} = \frac{kg.m^2}{s^3} \Rightarrow$

۳۰- گزینهٔ ۴ گزینه‌ها را یک‌به‌یک بررسی می‌کنیم:

۱) فشار از فرمول $P=\frac{F}{A}$ به دست می‌آید؛ پس یکای فشار معادل $\frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای مساحت}}$ است؛ یعنی می‌توانیم یک فشار برحسب Pa را با فشار دیگری برحسب N/m^2 جمع کنیم.

۲) فرمول توان $P=\frac{W}{t}$ است؛ پس هر وات (یکای توان) معادل $1\,J/s$ است و این گزینه هم درست است.

۳) نیرو از رابطهٔ $F=ma$ به دست می‌آید. یعنی یک نیوتون (یکای نیرو) معادل «یکای شتاب × یکای جرم» است: $1\,N=1\,kg\times 1\,m/s^2$

۴) ژول یکای کار و انرژی است. می‌دانید که کار از ضرب نیرو در جابه‌جایی به دست می‌آید؛ پس می‌توانیم بنویسیم: $1\,J=1\,N\times 1\,m \Rightarrow 1\,J=1\,N.m$

پس نمی‌توانیم یک کمیت برحسب J را با یک کمیت برحسب N/m جمع کنیم.

۳۱- گزینهٔ ۱ با توجه به لزوم سازگاری یکاها در دو طرف معادله یکای A^2t^2 و AB، $(\frac{m}{s})^2$ است. بنابراین:

$$A^2t^2\text{ یکای}=(m/s)^2 \xrightarrow{t\text{ یکای}=s} (A^2\text{ یکای})\times s^2=(\frac{m}{s})^2 \Rightarrow A^2\text{ یکای}=(\frac{m}{s^2})^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} A\text{ یکای}=\frac{m}{s^2}$$

یکای A، متر بر مربع ثانیه است، بنابراین A بیانگر کمیت شتاب است.

$$AB\text{ یکای}=(\frac{m}{s})^2 \xrightarrow{A\text{ یکای}=\frac{m}{s^2}} \frac{m}{s^2}\times(B\text{ یکای})=(\frac{m}{s})^2 \Rightarrow B\text{ یکای}=m$$

یکای B، متر است بنابراین B بیانگر کمیت جابه‌جایی است.

۳۲- گزینهٔ ۴ **گام اول**: برای این‌که بتوانیم یکای کمیت A را محاسبه کنیم، باید به این نکته توجه کنیم که در صورتی کمیت $\frac{1}{2}A$ با کمیت mgx قابل جمع است که هر دو کمیت هم‌جنس باشند و یکای معادل داشته باشند؛ پس برای پیداکردن یکای کمیت A کافی است یکای mgx را به دست آوریم. داریم:

$$\left.\begin{array}{l} m\text{ یکای}=kg \\ x\text{ یکای}=m \\ g\text{ یکای}=m/s^2 \end{array}\right\} \Rightarrow mgx\text{ یکای}=kg.m.\frac{m}{s^2}=\frac{kg.m^2}{s^2}$$

گام دوم: در گزینه‌ها فقط دو کمیت انرژی و توان داریم؛ پس یکای آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\text{یکای جابه‌جایی}\times\text{یکای نیرو}=\text{یکای انرژی} \xrightarrow{F=ma \Rightarrow \overbrace{(N)}^{\text{یکای نیرو}}=\overbrace{(kg)}^{\text{یکای جرم}}\times\overbrace{(m/s^2)}^{\text{یکای شتاب}}} \text{یکای انرژی}=\frac{kg.m}{s^2}\times m=\frac{kg.m^2}{s^2} \quad ✓$$

$$\text{یکای توان}=\frac{\text{یکای انرژی}}{\text{یکای زمان}}=\frac{kg.m^2}{s^2}\times\frac{1}{s}=\frac{kg.m^2}{s^3}$$

تکنیک می‌دانید که mgx یا mgh فرمول انرژی پتانسیل است، پس کمیت A از جنس انرژی است.

درس ۴ تبدیل واحد و نمادگذاری علمی

در این درس‌نامه سه موضوع مهم **تبدیل یکای زنجیره‌ای**، **کاربرد پیشوندهای SI** و **نمادگذاری علمی** را می‌خوانید:

الف) تبدیل یکای زنجیره‌ای

اساس تبدیل یکای زنجیره‌ای معادل قراردادن یکاهای یک نوع کمیت است (مثلاً $1\,in=2/54\,cm$).

مراحل این روش تبدیل یکا را با یک مثال و گام‌به‌گام برایتان می‌گوییم:

فرض کنید می‌خواهیم ببینیم $22\,in$ معادل چند سانتی‌متر است.

گام اول: تساوی‌ای را که بین دو یکا برقرار است، می‌نویسیم. هر اینچ برابر $2/54\,cm$ است، یعنی: $1\,in=2/54\,cm$

گام دوم: تساوی‌ای را که در گام اول نوشتیم، به صورت یک کسر که برابر ۱ است درمی‌آوریم (اسم این کسر را می‌گذاریم کسر تبدیل).

$$\frac{1\,in}{2/54\,cm}=1 \quad \text{یا} \quad \frac{2/54\,cm}{1\,in}=1$$

یکایی را که قرار است، کمیت به آن تبدیل شود در صورت می‌نویسیم. مثلاً در این‌جا می‌خواهیم اینچ را به سانتی‌متر تبدیل کنیم، پس باید سانتی‌متر در صورت و اینچ در مخرج باشد (یعنی $\frac{2/54\,cm}{1\,in}=1$).

گام سوم: مقدار داده‌شده را در کسر تبدیل مناسب (که در گام دوم نوشتیم) ضرب می‌کنیم و به این ترتیب کمیت از یک یکا به یکای دیگر تبدیل می‌شود:

$$22\,in=22\,\cancel{in}\times\frac{2/54\,cm}{1\,\cancel{in}}=22\times 2/54\,cm=55/88\,cm$$

بیشتر وقت‌ها کار تبدیل واحد کمی سفت‌تره.

مثلاً برای این‌که بتوانیم یکای A را به D تبدیل کنیم، اول باید A را به B و بعد به C و در نهایت به D تبدیل کنیم. برای این کار باید چند کسر تبدیل را در هم ضرب کنیم. به تست زیر توجه کنید.

تست **۵ سیر معادل چند گرم است؟ (یک سیر ۱۶ مثقال و هر مثقال ۴/۸۶ g است.)**

۱) ۱۹/۴۴ ۲) ۱۹۴/۴ ۳) ۳۸/۸۸ ۴) ۳۸۸/۸

پاسخ گزینهٔ ۴ براساس داده‌های سؤال باید سیر را به مثقال و مثقال را به گرم تبدیل کنیم، پس طبق دستورالعملی که گفتیم، کسرهایی را که لازم داریم، می‌نویسیم:

$$\frac{4/86\,g}{1\text{ مثقال}}=1 \Rightarrow 1\text{ مثقال}=4/86\,g \quad , \quad \frac{16\text{ مثقال}}{1\text{ سیر}}=1 \Rightarrow 16\text{ مثقال}=1\text{ سیر}$$

حالا به صورت زنجیره‌ای ۵ سیر را به گرم تبدیل می‌کنیم:

$$5\,\cancel{\text{سیر}}\times\frac{16\,\cancel{\text{مثقال}}}{1\,\cancel{\text{سیر}}}\times\frac{4/86\,g}{1\,\cancel{\text{مثقال}}}=5\times 16\times 4/86\,g=388/8\,g$$

حواستون باشه! یک وقت کسرها را وارونه ننویسید. مثلاً اگر به جای $\frac{\text{۱۶ مثقال}}{\text{۱ سیر}}$ می‌نوشتید $\frac{\text{۱ سیر}}{\text{۱۶ مثقال}}$، سیر با سیر ساده نمی‌شد!

حالا سعی کنید تست بعدی را اول خودتان حل کنید و بعد پاسخ آن را بخوانید. *حواستون به صورت و مخرج کسر تبدیل‌ها باشه!*

تست **یک اینچ برابر ۲/۵۴ cm، یک فوت برابر ۱۲ اینچ و یک یارد برابر ۳ فوت است. ۱۱۴۳ mm برابر چند یارد است؟**

۱) ۳/۷۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۳۷/۵ ۴) ۱۲/۵

پاسخ گزینهٔ ۲ از کسر تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. به انتخاب کسرها دقت کنید.

$$۱۱۴۳\ \text{mm} = ۱۱۴۳\ \text{mm} \times \frac{۱\ \text{cm}}{۱۰\ \text{mm}} \times \frac{۱\ \text{in}}{۲/۵۴\ \text{cm}} \times \frac{۱\ \text{ft}}{۱۲\ \text{in}} \times \frac{۱\ \text{y}}{۳\ \text{ft}} = ۱۱۴۳ \times \frac{۱}{۱۰} \times \frac{۱}{۲/۵۴} \times \frac{۱}{۱۲} \times \frac{۱}{۳} = ۱/۲۵\ \text{y}$$

$۱۰\ \text{mm} = ۱\ \text{cm}$
$۱\ \text{in} = ۲/۵۴\ \text{cm}$
$۱\ \text{ft} = ۱۲\ \text{in}$
$۱\ \text{y} = ۳\ \text{ft}$ (y: یارد)

ب) استفاده از پیشوندهای SI

جدول زیر را ببینید. در این جدول پیشوندهای کوچک‌کننده و بزرگ‌کنندهٔ استاندارد را با ضریب تبدیلشان آورده‌ایم.

هر کدام از این پیشوندها، نماد یک عدد از مرتبهٔ ۱۰ (یا همان ۱۰^n) است که به آن ضریب تبدیل می‌گوییم. هر وقت ضریب تبدیل، ابتدای یک یکا قرار بگیرد، اندازهٔ یکا را به همان میزان بزرگ یا کوچک می‌کند؛ مثلاً کیلو یعنی $۱۰^۳$ و وقتی ابتدای یکایی مثل متر قرار می‌گیرد، می‌شود km که هر ۱ km معادل $۱۰^۳$ m است.

پیشوندهای کوچک‌کننده			پیشوندهای بزرگ‌کننده		
پیشوند	نماد	ضریب تبدیل	پیشوند	نماد	ضریب تبدیل
دسی	d	$۱۰^{-۱}$	دکا	da	۱۰
سانتی	c	$۱۰^{-۲}$	هکتو	h	$۱۰^۲$
میلی	m	$۱۰^{-۳}$	کیلو	k	$۱۰^۳$
میکرو	μ	$۱۰^{-۶}$	مگا	M	$۱۰^۶$
نانو	n	$۱۰^{-۹}$	گیگا	G	$۱۰^۹$
پیکو	p	$۱۰^{-۱۲}$	ترا	T	$۱۰^{۱۲}$
فمتو	f	$۱۰^{-۱۵}$	پتا	P	$۱۰^{۱۵}$
آتو	a	$۱۰^{-۱۸}$	اِگزا	E	$۱۰^{۱۸}$
زپتو	z	$۱۰^{-۲۱}$	زِتا	Z	$۱۰^{۲۱}$
یوکتو	y	$۱۰^{-۲۴}$	یوتا	Y	$۱۰^{۲۴}$

یکاهای پیشوندار را می‌توانید در دو مرحله تبدیل کنید. **گام اول**: برداشتن پیشوند اولیه و جایگزین‌کردن ضریب تبدیلش به جای آن

گام دوم: گذاشتن پیشوند جدید با ضرب کسر $\frac{\text{نماد پیشوند جدید}}{\text{ضریب تبدیل پیشوند جدید}}$ در یکا. در پاسخ تست زیر، این روش را توضیح داده‌ایم.

تست **۴/۹ hm چند μm است؟**

۱) $۴/۹ \times ۱۰^{-۶}$ ۲) $۴/۹ \times ۱۰^۶$ ۳) $۴/۹ \times ۱۰^{-۸}$ ۴) $۴/۹ \times ۱۰^۸$

پاسخ گزینهٔ ۴ h را برمی‌داریم و به جایش $۱۰^۲$ را قرار می‌دهیم و حاصل را در $\frac{\mu}{۱۰^{-۶}}$ ضرب می‌کنیم:

$$۴/۹ \times (۱۰^۲)\ \text{m} \times \frac{\mu}{۱۰^{-۶}} = ۴/۹ \times ۱۰^۸\ \mu\text{m}$$

اگر واحد یک کمیت، توان‌دار باشد، توان آن را در تبدیل یکا هم در نظر می‌گیریم:

مثلاً مساحت $۵/۴\ \text{m}^۲$ برحسب سانتی‌متر مربع برابر است با:

$$۵/۴\ \text{m}^۲ \times (\frac{\text{c}}{۱۰^{-۲}})^۲ = ۵/۴ \times ۱۰^۴\ \text{cm}^۲$$

تست **$۴۰۰۰\ \text{mm}^۳$ معادل چند سانتی‌متر مکعب است؟**

۱) ۴۰۰۰×۱۰^{-۱} ۲) ۴۰۰۰×۱۰^{-۲} ۳) ۴۰۰۰×۱۰^{-۳} ۴) ۴۰۰۰×۱۰^{-۴}

پاسخ گزینهٔ ۳ در $\text{mm}^۳$، «میلی» را برمی‌داریم و به جای آن $۱۰^{-۳}$ می‌گذاریم؛ یعنی $(۱۰^{-۳}\ \text{m})^۳$ و حاصل را در $(\frac{\text{c}}{۱۰^{-۲}})^۳$ ضرب می‌کنیم:

$$۴۰۰۰ \times (۱۰^{-۳}\ \text{m})^۳ \times (\frac{\text{c}}{۱۰^{-۲}})^۳ = ۴۰۰۰ \times \frac{۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۶}}\ \text{cm}^۳ = ۴۰۰۰ \times ۱۰^{-۳}\ \text{cm}^۳$$

حواستون باشه! تنها زمانی اجازه داریم دو یکا را به هم تبدیل کنیم که هر دو از جنس یک نوع کمیت باشند؛ مثلاً نمی‌توانیم $۲۰\ \text{m}^۲$ را که از جنس مساحت است به متر مکعب (یکای حجم) تبدیل کنیم و یا $۳\ \text{km/h}$ را که از جنس سرعت است به متر بر مربع ثانیه (یکای شتاب) تبدیل کنیم.

یکاهای غیر SI (اما معروف) دیگری هستند که باید معادلشان را با یکاهای SI بدانیم. در جدول زیر، این یکاها را معرفی کرده‌ایم و در فصل خودشان از آن‌ها استفاده خواهیم کرد.

نام کمیت	یکای غیر SI	معادل یکا در SI
حجم	L (لیتر)	$10^{-3}\ m^3$
فشار	atm (اتمسفر)	$10^5\ Pa$
فشار	cmHg (سانتی‌متر جیوه)	$^*1360\ Pa$
بزرگی میدان مغناطیسی	G (گاوس)	$10^{-4}\ T$
انرژی	cal (کالری)	$4/2\ J$
زمان	ساعت	$3600\ s$
زمان	دقیقه	$60\ s$
چگالی	g/cm^3 (گرم بر سانتی‌متر مکعب)	$10^3\ kg/m^3$
چگالی	g/L (گرم بر لیتر)	$1\ kg/m^3$
سرعت	km/h (کیلومتر بر ساعت)	$\frac{1}{3/6}\ m/s$

* واحد سانتی‌متر جیوه در صورتی که چگالی جیوه $13/6\ g/cm^3$ و $g = 10\ N/kg$ معرفی شود، معادل $1360\ Pa$ است.

تست $360\ km/h$، چند متر بر ثانیه است؟

۱) $0/36$ ۲) $0/1$ ۳) $129/6$ ۴) 100

پاسخ گزینهٔ ۴ داریم:

$$v = 360\ km/h = 360 \times \frac{10^3\ m}{3600\ s} = 100\ m/s$$

برای تبدیل یکاهای متر بر ثانیه و کیلومتر بر ساعت می‌توانید از الگوی روبه‌رو استفاده کنید:

$$(km/h) \xrightleftharpoons[\times 3/6]{\times \frac{1}{3/6}} (m/s)$$

مثلاً اگر در تست قبل بخواهیم km/h را به m/s تبدیل کنیم، باید $360\ km/h$ را در $\frac{1}{3/6}$ ضرب کنیم:

$$v = 360 \times \frac{1}{3/6} = 100\ m/s$$

پ) استفاده از نمادگذاری علمی

تندی نور در خلأ $300000000\ m/s$ است. حالا اگر بخواهیم این عدد بزرگ را به توان ۲ برسانیم (مثلاً در فرمول $E = mc^2$) باید یک ۹ بنویسیم و ۱۶ تا صفر جلویش بگذاریم. ما در فیزیک با این عددهای خیلی بزرگ و یا خیلی کوچک زیاد سروکار داریم. تکنیک نمادگذاری علمی ما را از شر این صفرهای مزاحم خلاص می‌کند. طبق این روش باید عدد A را به صورت $a \times 10^n$ بنویسیم، به طوری که $1 \le a < 10$ و n یک عدد صحیح است؛ مثلاً برای تندی نور می‌نویسیم $3 \times 10^8\ m/s$.

نمونه‌های روبه‌رو را هم ببینید:

$3/92 \times 10^7\ m \xleftarrow{\text{۷ رقم ممیز را عقب می‌بریم.}} 39200000\ m$

$5/2 \times 10^{-4}\ kg \xleftarrow{\text{۴ رقم ممیز را به جلو می‌کشیم.}} 0/00052\ kg$

همین‌طور که می‌بینید n برابر تعداد ارقامی است که ممیز را جابه‌جا می‌کنیم. البته هر وقت ممیز را به سمت چپ جابه‌جا کنیم، n مثبت و هر وقت ممیز را به سمت راست جابه‌جا کنیم، n منفی است.

تست کدام گزینه $4650\ \mu m$ را برحسب کیلومتر به صورت نمادگذاری علمی نشان می‌دهد؟

۱) $4/650 \times 10^{-6}$ ۲) 465×10^{-8} ۳) 4650×10^{-9} ۴) $4/65 \times 10^{-12}$

پاسخ گزینهٔ ۱ **گام اول:** اول نسبت‌های مناسب برای تبدیل یکا را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} 1\ \mu m = 10^{-6}\ m \Rightarrow \frac{10^{-6}\ m}{1\ \mu m} = 1 \\ 1\ km = 10^3\ m \Rightarrow \frac{1\ km}{10^3\ m} = 1 \end{cases}$$

گام دوم: حالا با روش زنجیره‌ای تبدیل یکا را انجام می‌دهیم:

$$4650\ \mu m \times \frac{10^{-6}\ m}{1\ \mu m} \times \frac{1\ km}{10^3\ m} = 4650 \times 10^{-9}\ km$$

گام سوم: حالا مقدار به دست آمده را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$4650 \times 10^{-9}\ km = 4/650 \times 10^{-6}\ km$$

حواستون باشه! ۲ و ۳ به صورت نمادگذاری علمی نوشته نشده‌اند.

۳۳- گزینهٔ ۳ با توجه به جدولی که در درس‌نامه گفتیم، داریم:

دسی $= 10^{-1}$ ، ترا $= 10^{12}$ ، نانو $= 10^{-9}$ ، هکتو $= 10^2$

۳۴- گزینهٔ ۲ **گام اول:** می‌رویم سراغ تبدیل cm^3 به mm^3.

ضریب‌های تبدیل لازم را می‌نویسیم:

$$1\ m^3 = 1 \times (10^3\ mm)^3 = 10^9\ mm^3 \Rightarrow \frac{10^9\ mm^3}{1\ m^3} = 1$$

$$1\ cm^3 = 1 \times (10^{-2}\ m)^3 = 10^{-6}\ m^3 \Rightarrow \frac{10^{-6}\ m^3}{1\ cm^3} = 1$$

پس در تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$746\ cm^3 = 746\ cm^3 \times \frac{10^{-6}\ m^3}{1\ cm^3} \times \frac{10^9\ mm^3}{1\ m^3} = 746 \times 10^3\ mm^3 = 7/46 \times 10^5\ mm^3$$

گام دوم: حالا نوبت تبدیل cm^3 به l است. ضریب‌های تبدیل لازم:

$$1\,L = 10^3\,cm^3 \Rightarrow \frac{1\,L}{10^3\,cm^3} = 1$$

پس داریم:

$$746\,cm^3 = 746\,cm^3 \times \frac{1\,L}{10^3\,cm^3} = 746\times10^{-3}\,L = 7/46\times10^{-1}\,L$$

۳۵- گزینهٔ ۱ از تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. ضریب تبدیل‌هایی که لازم داریم به شرح ذیل هستند:

$$\begin{cases} 1\,fm = 1\times10^{-15}\,m = 10^{-15}\,m \Rightarrow \frac{10^{-15}\,m}{1\,fm} = 1 \\ 1\,\mu m = 1\times10^{-6}\,m = 10^{-6}\,m \Rightarrow \frac{10^{6}\,\mu m}{1\,m} = 1 \end{cases} \Rightarrow 2/7\,fm \times \frac{10^{-15}\,m}{1\,fm} \times \frac{10^{6}\,\mu m}{1\,m} = 2/7\times10^{-9}\,\mu m$$

برای محاسبهٔ فمتومتر برحسب پیکومتر، ضریب تبدیل‌های زیر را لازم داریم:

$$\begin{cases} \frac{10^{-15}\,m}{1\,fm} = 1 \\ 1\,pm = 10^{-12}\,m \Rightarrow \frac{10^{12}\,pm}{1\,m} = 1 \end{cases}$$

$$2/7\,fm \times \frac{10^{-15}\,m}{1\,fm} \times \frac{10^{12}\,pm}{1\,m} = 2/7\times10^{-3}\,pm$$

۳۶- گزینهٔ ۳ با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\text{جرم سنگ برحسب گرم} = 200\ \cancel{\text{قیراط}} \times \frac{200\ \cancel{mg}}{1\ \cancel{\text{قیراط}}} \times \frac{10^{-3}\,g}{1\ \cancel{mg}} = 40\,g$$

۳۷- گزینهٔ ۲ حل این سؤال از روش زنجیره‌ای بسیار راحت است:

$$P = 20\,kPa \times \frac{10^3\,Pa}{1\,kPa} \times \frac{1\,cmHg}{1360\,Pa} \simeq 14/7\,cmHg$$

۳۸- گزینهٔ ۳ از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$274/32\,km = 274/32\,km \times \frac{10^3\,m}{1\,km} \times \frac{10^2\,cm}{1\,m} \times \frac{1\,in}{2/54\,cm} \times \frac{1\,ft}{12\,in} \times \frac{1\,\text{یارد}}{3\,ft} = 3\times10^5\ \text{یارد}$$

۳۹- گزینهٔ ۱ یکای نجومی همان متوسط فاصلهٔ زمین تا خورشید است؛ پس $1\,AU = 2\times10^{11}\,m$ است. حالا از روش زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$1/2\,Tm = 1/2\,Tm \times \frac{10^{12}\,m}{1\,Tm} \times \frac{1\,AU}{2\times10^{11}\,m} = 6\,AU$$

۴۰- گزینهٔ ۴ از روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توانیم به این تست پاسخ دهیم:

$$\text{سوت} = 9\times10^8\ \text{سوت} \times \frac{200\ \text{سوت}}{1\ \text{قیراط}} \times \frac{375\ \text{قیراط}}{1\ \text{سیر}} \times \frac{10\ \text{سیر}}{1\ \text{چارک}} \times \frac{4\ \text{چارک}}{1\ \text{من تبریز}} \times \text{من تبریز} = 300\ \text{من تبریز}$$

۴۱- گزینهٔ ۳ **گام اول:** *دیگه خوب یادگرفتین که توی این تستا باید از چه روشی استفاده کنین!*

$$\text{عشیر} = 180\ \text{عشیر} \times \frac{0/1\ \text{قفیز}}{1\ \text{عشیر}} \times \frac{0/1\ \text{جریب}}{1\ \text{قفیز}} \times \frac{2400\,m^2}{1\ \text{جریب}} = 4320\,m^2$$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که قیمت هر متر مربع، ۲ میلیون تومان است؛ پس داریم: تومان $= 8/64\times10^9 = 8640\times10^6 = 4320\times2\times10^6 =$ قیمت زمین

۴۲- گزینهٔ ۲ *بازم می‌ریم سراغ روش تبدیل زنجیره‌ای:*

$$\text{خروار} = 3/5\ \text{خروار} \times \frac{100\ \text{من تبریز}}{1\ \text{خروار}} \times \frac{4\ \text{چارک}}{1\ \text{من تبریز}} \times \frac{10\ \text{سیر}}{1\ \text{چارک}} \times \frac{16\ \text{مثقال}}{1\ \text{سیر}} = 2/24\times10^5\ \text{مثقال}$$

۴۳- گزینهٔ ۴ **گام اول:** برای حل این تست لازم است اول ضریب تبدیل‌های لازم را بنویسیم:

$$1\,cm^2 = 1\times(10^{-2}\,m)^2 = 1\times10^{-4}\,m^2 \Rightarrow \frac{1\,cm^2}{10^{-4}\,m^2} = 1 \qquad 1\,(\mu C)^2 = 1\times(10^{-6}\,C)^2 = 10^{-12}\,C^2 \Rightarrow \frac{10^{-12}\,C^2}{1\,(\mu C)^2} = 1$$

گام دوم: حالا ضریب تبدیل‌های بالا را در تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2} = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2} \times \frac{1\,cm^2}{10^{-4}\,m^2} \times \frac{10^{-12}\,C^2}{1\,(\mu C)^2} = 9\times10^9\times10^{-8} = 90\ \frac{N(cm)^2}{(\mu C)^2}$$

این جزء تبدیل واحدهای باهالیه که در فصل الکتریسیتهٔ ساکن زیاد استفاده می‌کنیم.

۴۴- گزینهٔ ۳ **روش اول:** همان‌طور که از واحد kW.h برداشت می‌شود و با توجه به رابطهٔ $U = P.t$ (انرژی = توان × زمان) یک کیلووات‌ساعت برابر است با مقدار انرژی مصرف‌شده توسط یک دستگاه با توان ۱۰۰۰ W که در مدت یک ساعت کار می‌کند؛ پس داریم:

$$U = P.t = \overbrace{10^3}^{1\,kW}\,W \times \overbrace{3600}^{1\,h}\,s = 36\times10^5\,\underbrace{W.s}_{J/s} = 3/6\times10^6\,J$$

روش دوم: با استفاده از ضریب تبدیل‌ها هم می‌توانیم مسئله را حل کنیم:

$$1\,kW.h = 1\,kW.h \times \frac{1000\,W}{1\,kW} \times \frac{3600\,s}{1\,h} = 1000\times3600\,W.s = 3/6\times10^6\,J$$

۴۵- گزینهٔ ۳ **گام اول:** ابتدا باید تمامی ابعاد را برحسب سانتی‌متر بنویسیم:

$$4/00\times10^{+5}\,\mu m = 4/00\times10^{+5}\,\mu m \times \frac{10^{-6}\,m}{1\,\mu m} \times \frac{10^2\,cm}{1\,m} = 40/0\,cm$$

$$3/00\times10^{-4}\,km = 3/00\times10^{-4}\,km \times \frac{10^3\,m}{1\,km} \times \frac{10^2\,cm}{1\,m} = 30/0\,cm$$

$$1/00\times10^{-13}\,Tm = 1/00\times10^{-13}\,Tm \times \frac{10^{12}\,m}{1\,Tm} \times \frac{10^2\,cm}{1\,m} = 10/0\,cm$$

گام دوم: مساحت ذوزنقه از فرمول $\frac{\text{ارتفاع}\times(\text{قاعدهٔ کوچک}+\text{قاعدهٔ بزرگ})}{۲}$ به دست می‌آید:

$$\text{مساحت}=\frac{(۴۰+۱۰)\times۳۰}{۲}=\frac{۵۰\times۳۰}{۲}=۷۵۰\ \text{cm}^۲$$

۴۶- گزینهٔ ۱ **گام اول:** گفتیم که یکای نجومی برابر متوسط فاصلهٔ زمین تا خورشید است. حالا ضریب تبدیل‌های *دردبفور* را می‌نویسیم:

$$۱\ \text{AU}=۲\times۱۰^{۱۱}\ \text{m}\ \Rightarrow\ \frac{۱\ \text{AU}}{۲\times۱۰^{۱۱}\ \text{m}}=۱ \qquad ۱\ \text{min}=۶۰\ \text{s}\ \Rightarrow\ \frac{۶۰\ \text{s}}{۱\ \text{min}}=۱$$

گام دوم: از ضریب تبدیل‌های بالا در تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$v=۳۰\ \frac{\text{km}}{\text{s}}\times\frac{۱۰^۳\ \text{m}}{۱\ \text{km}}\times\frac{۱\ \text{AU}}{۲\times۱۰^{۱۱}\ \text{m}}\times\frac{۶۰\ \text{s}}{۱\ \text{min}}=۹\times۱۰^{-۶}\ \text{AU/min}$$

۴۷- گزینهٔ ۴ **گام اول:** ابتدا یکای تندی (s) را به متر بر ثانیه و یکای مسافت (l) را به متر تبدیل می‌کنیم:

$$s=۱۲۰\ \text{گره}\times\frac{۰/۵\ \text{m/s}}{۱\ \text{گره}}=۶۰\ \text{m/s}$$

$$l=۴۰۰۰\ \text{mi}\times\frac{۱۸۰۰\ \text{m}}{۱\ \text{mi}}=۷۲\times۱۰^۵\ \text{m}$$

گام دوم: حالا از رابطهٔ $s=\frac{l}{\Delta t}$ زمان پیمودن این مسافت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t=\frac{l}{s}=\frac{۷۲\times۱۰^۵}{۶۰}=۱/۲\times۱۰^۵\ \text{s}$$

۴۸- گزینهٔ ۲ **گام اول:** در صورت سؤال تندی در قسمت دوم سفر (سفر با کشتی) برحسب متر بر ثانیه خواسته شده؛ پس اول مسافت طی‌شده را برحسب متر به دست می‌آوریم:

$$l=۶۰\ \text{mi}=۶۰\ \text{mi}\times\frac{۱۸۰۰\ \text{m}}{۱\ \text{mi}}=۶۰\times۱۸۰۰\ \text{m}$$

حالا تندی کشتی را با دانستن زمان سفر به دست می‌آوریم:

$$\Delta t=۴\ \text{h}=۴\times۳۶۰۰\ \text{s}$$

$$s=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۶۰\times۱۸۰۰}{۴\times۳۶۰۰}=۷/۵\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم: حالا می‌خواهیم مسافت طی‌شده توسط اتومبیل را برحسب کیلومتر محاسبه کنیم. از روش زنجیره‌ای داریم:

$$l=۴۰\ \text{mi}=۴۰\ \text{mi}\times\frac{۱۶۰۰\ \text{m}}{۱\ \text{mi}}\times\frac{۱\ \text{km}}{۱۰^۳\ \text{m}}=۶۴\ \text{km}$$

۴۹- گزینهٔ ۳ **گام اول:** ابتدا باید حساب کنیم که یک سال نوری چند متر است. تندی نور را داریم؛ باید مسافتی که نور در مدت یک سال طی می‌کند را محاسبه کنیم:

$$l=s\Delta t=۳\times۱۰^۸\times(۳\times۱۰^۷)=۹\times۱۰^{۱۵}\ \text{m}$$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که فاصلهٔ زمین از تیتان $۱/۳۵\times۱۰^۹\ \text{km}$ است. می‌خواهیم مسافتی را که این فضاپیما طی می‌کند تا به تیتان برسد و به زمین برگردد، برحسب سال نوری حساب کنیم؛ پس مسافت برحسب متر برابر است با:

$$l=\underbrace{۲}_{\substack{\downarrow\\ \text{به‌دلیل رفت و برگشت}\\ \text{دوبار مسیر طی‌شده}}}\times۱/۳۵\times۱۰^۹\times۱۰^۳\ \text{m}\ \Rightarrow\ \text{مسافت برحسب سال نوری}=۲/۷\times۱۰^{۱۲}\ \text{m}\times\frac{۱\ \text{ly}}{۹\times۱۰^{۱۵}\ \text{m}}=۰/۳\times۱۰^{-۳}=۳\times۱۰^{-۴}\ \text{ly}$$

۵۰- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا ۴۶۵ μm را به متر تبدیل می‌کنیم. کافی است به جای نماد μ ضریب $۱۰^{-۶}$ را بگذاریم:

$$۴۶۵\ \mu\text{m}=۴۶۵\times۱۰^{-۶}\ \text{m}$$

گام دوم: حالا $۴۶۵\times۱۰^{-۶}\ \text{m}$ را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم:

$$۴۶۵\times۱۰^{-۶}\ \text{m}=۴۶۵\times۱۰^{-۶}\ \cancel{\text{m}}\times\frac{۱\ \text{km}}{۱۰۰۰\ \cancel{\text{m}}}=۴۶۵\times۱۰^{-۹}\ \text{km}$$

گام سوم: حالا عدد را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم: *(یادتون باشه که عدد ۴۶۵ باید به عددی بین ۱ و ۱۰ تبدیل بشه)*

$$۴۶۵\times۱۰^{-۹}\ \text{km}=۴/۶۵\times۱۰^۲\times۱۰^{-۹}=۴/۶۵\times۱۰^{-۷}\ \text{km}$$

۵۱- گزینهٔ ۴ **گام اول:** برای محاسبهٔ حجم مکعب‌مستطیل برحسب لیتر، ابتدا تمامی ابعاد را برحسب سانتی‌متر می‌نویسیم تا حجم را برحسب سانتی‌متر مکعب به دست آوریم و سپس آن را به لیتر تبدیل کنیم:

$$۰/۰۳\ \text{dam}=۳\times۱۰^{-۲}\ \text{dam}\times\frac{۱۰\ \text{m}}{۱\ \text{dam}}\times\frac{۱۰^۲\ \text{cm}}{۱\ \text{m}}=۳۰\ \text{cm}$$

$$۱\times۱۰^{۱۰}\ \text{nm}=۱\times۱۰^{۱۰}\times۱۰^{-۹}\ \text{m}=۱\times۱۰\ \text{m}=۱\times۱۰^۳\ \text{cm}$$

$$V_{\text{مکعب}}=۲۵\times۳۰\times۱\times۱۰^۳=۷۵۰\times۱۰^۳=۷/۵\times۱۰^۵\ \text{cm}^۳\times\frac{۱\ \text{L}}{۱۰^۳\ \text{cm}^۳}=۷/۵\times۱۰^۲\ \text{L}$$

گام دوم: برای محاسبهٔ حجم مکعب‌مستطیل برحسب دسی‌متر مکعب، تمامی ابعاد را برحسب دسی‌متر می‌نویسیم:

$$۰/۰۳\ \text{dam}=۳\times۱۰^{-۲}\ \text{dam}\times\frac{۱۰\ \text{m}}{۱\ \text{dam}}\times\frac{۱\ \text{dm}}{۱۰^{-۱}\ \text{m}}=۳\ \text{dm}$$

$$۲۵\ \text{cm}=۲۵\ \text{cm}\times\frac{۱\ \text{m}}{۱۰^۲\ \text{cm}}\times\frac{۱\ \text{dm}}{۱۰^{-۱}\ \text{m}}=۲/۵\ \text{dm}$$

$$V_{\text{مکعب}}=۲/۵\times۳\times۱\times۱۰^۲=۷/۵\times۱۰^۲\ \text{dm}^۳$$

$$۱\times۱۰^{۱۰}\ \text{nm}=۱\times۱۰^{۱۰}\ \text{nm}\times\frac{۱۰^{-۹}\ \text{m}}{۱\ \text{nm}}\times\frac{۱\ \text{dm}}{۱۰^{-۱}\ \text{m}}=۱\times۱۰^۲\ \text{dm}$$

۵۲- گزینهٔ ۴ **گام اول:** می‌دانیم که حجم آب برابر حجم استوانه است. حجم استوانه از رابطهٔ «ارتفاع × مساحت قاعده» به دست می‌آید. مساحت قاعده و ارتفاع برابر است با:

$$\text{ارتفاع}=۴۰۰\ \text{mm}\times\frac{۱\ \text{cm}}{۱۰\ \text{mm}}=۴۰\ \text{cm}$$

$$\text{مساحت قاعده}=(\text{شعاع})^۲\times۳/۱۴=(۱۰)^۲\times۳/۱۴=۳۱۴\ \text{cm}^۲$$

گام دوم: حالا حجم استوانه را به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم استوانه}=\text{مساحت قاعده}\times\text{ارتفاع}=۳۱۴\times۴۰=۱۲۵۶\times۱۰\ \text{cm}^۳$$

گام سوم: عجله نکنید هنوز به جواب نرسیدیم. مهم *آب رو برحسب لیتر و به صورت نمادگذاری علمی خواسته:*

$$\text{حجم آب}=۱۲۵۶\times۱۰\ \text{cm}^۳\times\frac{۱\ \text{L}}{۱۰^۳\ \text{cm}^۳}=۱۲۵۶\times۱۰^{-۲}\ \text{L}=۱/۲۵۶\times۱۰\ \text{L}$$

تکنیک می‌تونید π رو ۳ در نظر بگیرید و نزدیک‌ترین جواب رو انتخاب کنید.

۵۳- گزینهٔ ۴ **گام اول:** ابتدا از رابطهٔ $s=\frac{l}{\Delta t}$، فاصلهٔ دو شهر را به دست می‌آوریم:

$$l = s\Delta t = ۲۰\times ۲۴/۴\ km$$

گام دوم: حالا از روش زنجیره‌ای این فاصله را به مایل تبدیل می‌کنیم:

$$l = ۲۰\times ۲۴/۴\ km\times\frac{۱۰۰۰\ m}{۱\ km}\times\frac{۱\ mi}{۱۶۰۰\ m} = ۳۰۵\ mi$$

گام سوم: جواب به صورت نمادگذاری علمی خواسته شده!

$$l = ۳۰۵\ mi = ۳/۰۵\times ۱۰^{۲}\ mi$$

۵۴- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا باید ببینیم که این اتومبیل پس از طی این مسافت، چند گالن بنزین مصرف کرده است:

$$۵/۰\times ۱۰^{-۲}\ m^{۳} = ۵/۰\times ۱۰^{-۲}\ m^{۳}\times\frac{۱۰۰۰\ L}{۱\ m^{۳}}\times\frac{۱\ \text{گالن}}{۵\ L} = ۱۰\ \text{گالن}$$

گام دوم: می‌دانیم که این اتومبیل به ازای هر ۴۰ mi، ۲ گالن بنزین مصرف می‌کند؛ پس داریم:

مایل	گالن
۴۰	۲
x	۱۰

$$\Rightarrow x=\frac{۴۰\times ۱۰}{۲} = ۲۰\times ۱۰\ mi$$

پس اتومبیل ۲۰۰ mi طی کرده است.

گام سوم: حالا باید مایل را به کیلومتر تبدیل کنیم. باز هم از روش زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم.

$$۲۰\times ۱۰\ mi = ۲۰\times ۱۰\ mi\times\frac{۱۶۰۰\ m}{۱\ mi}\times\frac{۱\ km}{۱۰۰۰\ m} = ۳۲۰\ km = ۳/۲\times ۱۰^{۲}\ km$$

۵۵- گزینهٔ ۱ آهنگ رشد برابر با $\frac{۳/۷\ m}{۱۴\ day}$ است. با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای، این آهنگ را برحسب میکرومتر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\frac{۳/۷\ \cancel{m}}{۱۴\ \cancel{day}}\times\frac{۱۰^{۶}\ \mu m}{۱\ \cancel{m}}\times\frac{۱\ \cancel{day}}{۸۶۴۰۰\ s}\simeq ۳/۰۶\ \frac{\mu m}{s}$$

۵۶- گزینهٔ ۲ **گام اول:** حجم کل آبی که در مدت ۱۶ دقیقه از شیر خارج می‌شود برابر است با:

$$V = ۶\times ۴۰\ L = ۲۴۰\ L \xrightarrow{۱\ L = ۱۰^{-۳}\ m^{۳}} V = ۰/۲۴\ m^{۳}$$

گام دوم: آهنگ خروج آب از شیر به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$\text{آهنگ خروج آب از شیر} = \frac{V}{t} = \frac{۰/۲۴}{۱۶\times ۶۰} = ۲/۵\times ۱۰^{-۴}\ \frac{m^{۳}}{s}$$

به کمک تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$۲/۵\times ۱۰^{-۴}\ \frac{\cancel{m^{۳}}}{\cancel{s}}\times\frac{۱۰^{۶}\ cm^{۳}}{۱\ \cancel{m^{۳}}}\times\frac{۱\ \cancel{s}}{۱۰^{۳}\ ms} = ۲/۵\times ۱۰^{-۱}\ \frac{cm^{۳}}{ms}$$

۵۷- گزینهٔ ۱ **گام اول:** ابتدا حجم مخزن و سپس طول هر ضلع مخزن مکعبی‌شکل را به دست می‌آوریم:

$$V = \text{آهنگ خروج آب}\times\text{زمان} = ۱۸۰\ \frac{cm^{۳}}{s}\times ۲/۵\times ۶۰\ s = ۲۷۰۰۰\ cm^{۳} \quad , \quad V = a^{۳} \Rightarrow ۲۷۰۰۰ = a^{۳} \Rightarrow a = ۳۰\ cm$$

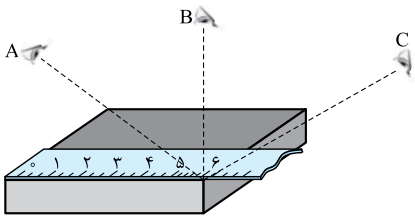
گام دوم: آهنگ افزایش ارتفاع آب درون مخزن برابر است با:

$$\text{آهنگ افزایش ارتفاع} = \frac{\text{آهنگ افزایش حجم}}{\text{سطح مقطع مخزن}} = \frac{\text{آهنگ خروج آب}}{a^{۲}} = \frac{۱۸۰\ \frac{cm^{۳}}{s}}{(۳۰)^{۲}\ cm^{۲}} = ۰/۲\ cm/s$$

درس ۵ دقت وسیله‌های اندازه‌گیری

یک اندازه‌گیری هر قدر هم دقیق باشد، قطعی و بدون خطا نیست (*اینو بهش می‌گن عدم قطعیت در اندازه‌گیری*). سه عامل در میزان دقیق‌بودن یک اندازه‌گیری مؤثر است:
۱) مهارت کسی که اندازه می‌گیرد. / ۲) تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود. / ۳) میزان دقت وسیله‌ای که با آن اندازه‌گیری می‌کنیم.

حالا این عوامل را یکی‌یکی بررسی می‌کنیم:



۱) **مهارت کسی که اندازه می‌گیرد:** هر قدر شخص آزمایشگر ماهرتر و با تکنیک‌تر باشد، دقیق‌تر اندازه‌گیری می‌کند. مثلاً یکی از تکنیک‌های اندازه‌گیری با ابزار مدرج این است که خط دید عمود بر محل خواندن اندازه باشد. در شکل روبه‌رو خط دید شخص B عمود است و دقیق‌ترین مقدار طول را او اندازه‌گیری می‌کند. شخص A به طرف مقدار کم‌تر و شخص C به طرف مقدار بیشتر، خطا دارد.

۲) **تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود:** برای آن‌که خطای یک اندازه‌گیری را کم کنیم، چند بار اندازه‌گیری می‌کنیم و در نهایت میانگین اندازه‌های به دست آمده را به عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری می‌پذیریم. فقط در اعلام نتیجهٔ اندازه‌گیری باید دو چیز را در نظر داشته باشیم:

اول این‌که اگر یک یا دو عدد با بقیهٔ عددها اختلاف زیادی داشتند (*یعنی پرت بودن*) در محاسبهٔ میانگین وارد نمی‌کنیم. (در شکل روبه‌رو، نتایج اندازه‌گیری یک کمیت را با خط‌های نازک بر روی محور مشخص کرده‌ایم.)

دوم این‌که اگر تعداد رقم‌های عدد میانگین از رقم‌های هر یک از عددهای گزارش بیشتر باشد، آن را طوری گرد می‌کنیم که تعداد رقم‌هایشان برابر شود.

تست **طول یک جسم را شش بار اندازه گرفته‌ایم و مقدارهای ۱۲/۷، ۱۲/۳، ۱۲/۵، ۱۲/۸، ۱۳/۹ و ۱۲/۶ (همگی برحسب سانتی‌متر) به دست آمده است. مقداری را که باید گزارش کنیم، برحسب سانتی‌متر کدام است؟**

۱) ۱۲/۵۸ ۲) ۱۲/۴۸ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۲/۶

پاسخ **گزینهٔ ۴** همهٔ مقدارها به‌جز ۱۳/۹ cm به هم نزدیک‌اند؛ بنابراین ۱۳/۹ cm را به عنوان گزارش پرت حذف می‌کنیم و میانگین بقیه را می‌گیریم:

$$\text{طولی که باید گزارش کنیم} = \frac{۱۲/۷+۱۲/۳+۱۲/۵+۱۲/۸+۱۲/۶}{۵} = ۱۲/۵۸ \text{ cm}$$

همین‌طور که می‌بینید حاصل میانگین چهار رقم دارد، در حالی که همهٔ گزارش‌های اولیه سه‌رقمی‌اند؛ پس باید ۱۲/۵۸ را به سمت بالا گرد کنیم:

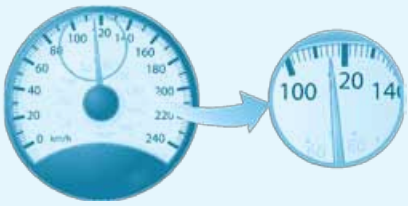
$$\text{طولی که باید گزارش کنیم} = ۱۲/۶ \text{ cm}$$

۳) میزان دقت وسیله‌ای که با آن اندازه‌گیری می‌کنیم: ابزارهای اندازه‌گیری اغلب یا مدرج‌اند یا دیجیتال (رقمی).

الف) دقت وسایل اندازه‌گیری مدرج: خط‌کش معمولی، دماسنج جیوه‌ای، کولیس، ریزسنج و ... ابزارهای اندازه‌گیری مدرج هستند. در این وسایل دقت اندازه‌گیری برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن وسیله است. به عنوان نمونه دقت اندازه‌گیری خط‌کشی که برحسب میلی‌متر درجه‌بندی شده برابر ۱ mm است.

ب) دقت وسایل اندازه‌گیری دیجیتال: میزان دقت اندازه‌گیری ابزارهای دیجیتال برابر با کم‌ترین ارزش مکانی[۱] عددی است که نشان می‌دهند. مثلاً اگر مقداری که نمایشگر یک دماسنج دیجیتال نشان می‌دهد ۳۷/۴ °C باشد، کم‌ترین ارزش مکانی این گزارش ۰/۱ است؛ پس دقت این ابزار برابر ۰/۱ °C است

تست **شکل مقابل، صفحهٔ تندی‌سنج یک خودرو را نشان می‌دهد. دقت این تندی‌سنج چند کیلومتر بر ساعت است؟** *(برگرفته از کتاب درسی)*



۱) ۰/۱
۲) ۰/۲
۳) ۱
۴) ۲

پاسخ **گزینهٔ ۴** همین‌طور که در شکل می‌بینید بین ۱۰۰ km/h تا ۱۲۰ km/h به ۱۰ قسمت یکسان تقسیم شده است، پس کمینهٔ تقسیم‌بندی تندی‌سنج یا همان دقت وسیله برابر می‌شود با:

$$\text{دقت تندی‌سنج} = \frac{۱۲۰-۱۰۰}{۱۰} = ۲ \text{ km/h}$$

۵۸- گزینهٔ ۱ در حل این سؤال باید به این نکته توجه کنیم که حجم گزارش‌شده باید مضرب صحیحی از V باشد؛ ولی $n_۱$ مضرب صحیح نیست!

$$۲۴ = nV \begin{cases} ۱)\ n_۱ = \frac{۲۴}{۴۸} = \frac{۱}{۲} \\ ۳)\ n_۳ = \frac{۲۴}{۸} = ۳ \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} ۲)\ n_۲ = \frac{۲۴}{۱۲} = ۲ \\ ۴)\ n_۴ = \frac{۲۴}{۶} = ۴ \end{cases}$$

۵۹- گزینهٔ ۲ برای پاسخ به این تست باید حواسمان به دو چیز باشد:

۱) یکاها یکسان باشند، *اگر نیست فودتان زهمت تبدیل واهد را بکشید.*

۲) مقدار گزارش یک اندازه‌گیری باید **مضرب صحیحی** از کمینهٔ مقدار اندازه‌گیری باشد:

$$\text{مضرب صحیح} = \frac{\text{مقدار گزارش‌شده}}{\text{کمینهٔ مقدار اندازه‌گیری}}$$

در این سؤال گزارش برحسب آمپر است، ولی گزینه‌ها برحسب میلی‌آمپر هستند؛ پس اول مقدار گزارش را به میلی‌آمپر تبدیل می‌کنیم:

$$۳/۰۷۲۰ \text{ A} \times \frac{۱۰^{۳} \text{ mA}}{۱ \text{ A}} = ۳۰۷۲/۰ \text{ mA} = ۳۰۷۲۰ \times ۱۰^{-۱} \text{ mA}$$

مقدار گزارش را بر گزینه‌ها تقسیم می‌کنیم و دنبال موردی می‌گردیم که حاصلش عدد صحیح نباشد:

۱) $\frac{۳۰۷۲۰ \times ۱۰^{-۱}}{۲ \times ۱۰^{-۱}} = ۱۵۳۶۰$ (عدد صحیح)

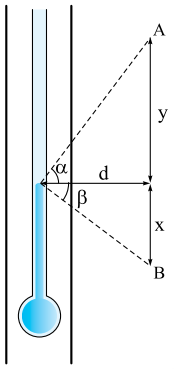
۲) $\frac{۳۰۷۲۰ \times ۱۰^{-۱}}{۹ \times ۱۰^{-۱}} = ۳۴۱۳/\bar{۳}$ (عدد صحیح نیست)

۳) $\frac{۳۰۷۲۰ \times ۱۰^{-۱}}{۳ \times ۱۰^{-۱}} = ۱۰۲۴۰$ (عدد صحیح)

۴) $\frac{۳۰۷۲۰ \times ۱۰^{-۱}}{۱۵ \times ۱۰^{-۱}} = ۲۰۴۸$ (عدد صحیح)

پس ۲ نمی‌تواند کم‌ترین مقدار اندازه‌گیری‌شده باشد.

۶۰- گزینهٔ ۳ **گام اول:** مطابق شکل، ناظر A از بالا به مایع درون دماسنج نگاه می‌کند و ناظر B از پایین درجهٔ روی دماسنج را می‌خواند؛ پس ناظر A چون از بالا عدد را می‌خواند، مقدار بیشتر (۳۰/۶ °C) را گزارش می‌کند.



گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که $y > x$ است، بنابراین:

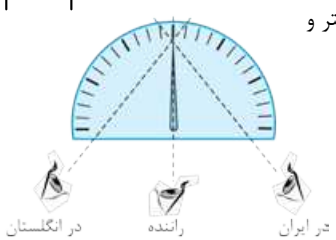
$$y > x \Rightarrow \alpha > \beta$$

زاویهٔ β کوچک‌تر از زاویهٔ α است و ناظر β به خط دید عمود (d) نزدیک‌تر است؛ پس مقدار دقیق‌تری را گزارش می‌کند. (اگر بخواهیم مقدار دقیق را گزارش کنیم، باید خط نگاهمان عمود بر راستای دماسنج باشد.)

پرسش **می‌دانید چگونه می‌توانیم مقدار گزارش دقیق را در این سؤال محاسبه کنیم؟**

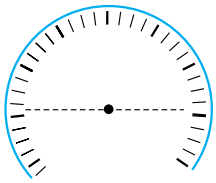
پاسخ پاسخ این سؤال را در قسمت سری Z می‌بینید.

۶۱- گزینهٔ ۲ همین‌طور که در شکل روبه‌رو نشان داده‌ایم، سرنشین کنار راننده تندی خودرو را در انگلستان بیشتر و در ایران کم‌تر از مقدار واقعی می‌بیند.

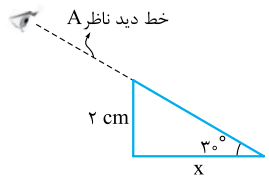


۱- ارزش‌های مکانی یکان، دهگان و صدگان است که در ریاضی دبستان یاد گرفتیم.

حواستون باشه! اگر صفحهٔ درجه‌بندی تندی‌سنج بزرگ‌تر از نیم‌دایره باشد، ممکن است حالت‌های دیگری هم ایجاد شود.



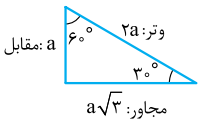
۶۲- گزینهٔ ۴ اول این را بگوییم که اگر شخص بخواهد طول جسم را درست و تا حد ممکن دقیق گزارش کند، باید خط نگاهش عمود بر راستای خط‌کش باشد. حالا برای حل این سؤال نظر شما را مطابق شکل روبه‌رو به مثلثی جلب می‌کنیم که وتر آن در امتداد خط دید ناظر A و ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° آن برابر با ۲ cm است و ما x را می‌خواهیم.



پس کافی است $\tan ۳۰^\circ$ را بنویسیم:

$$\tan ۳۰^\circ = \frac{۲}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۲}{x} \Rightarrow x = ۲\sqrt{۳}\ \text{cm} = ۲\times ۱/۷ = ۳/۴\ \text{cm}$$

تکنیک نسبت اضلاع مثلث قائم‌الزاویهٔ ۶۰° ـ ۳۰° مطابق شکل روبه‌رو است؛ پس اگر $a = ۲\ \text{cm}$ باشد، ضلع مجاور زاویهٔ ۳۰° برابر $۲\sqrt{۳}\ \text{cm}$ خواهد شد؛ یعنی: $x = ۲\sqrt{۳}\ \text{cm} = ۳/۴\ \text{cm}$



۶۳- گزینهٔ ۲ برای این‌که نتیجهٔ این اندازه‌گیری را محاسبه کنیم، باید میانگین عددهای گزارش‌شده را به دست آوریم. ولی با نگاه به جدول صورت سؤال متوجه می‌شویم که گزارش‌های شمارهٔ ۲ و ۵ با بقیه خیلی اختلاف دارند و خیلی پرت‌اند؛ پس آن‌ها را از میانگین‌گیری حذف می‌کنیم و میانگین بقیه را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{۱۳۲+۱۳۰+۱۲۹+۱۳۱+۱۳۰+۱۳۲+۱۳۱+۱۳۳}{۸} = ۱۳۱\ \text{km/h}$$

۶۴- گزینهٔ ۲ درستی یا نادرستی تک‌تک عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست؛ با انتخاب وسایل بسیار دقیق و روش‌های صحیح اندازه‌گیری، تنها می‌توان خطای اندازه‌گیری را کاهش داد ولی هیچ‌گاه نمی‌توان آن را به صفر رساند.

ب) نادرست؛ دقت اندازه‌گیری یک ابزار رقمی برابر یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار می‌خواند.

پ) درست؛ دقت اندازه‌گیری یک ابزار مدرج برابر با کمینهٔ درجه‌بندی آن ابزار است.

ت) درست؛ مقدار عددی دقت اندازه‌گیری خط‌کش میلی‌متری کم‌تر از مقدار عددی دقت اندازه‌گیری خط‌کش سانتی‌متری است؛ بنابراین خط‌کش میلی‌متری نسبت به خط‌کش سانتی‌متری دقیق‌تر است. (دقت بیشتری دارد)

۶۵- گزینهٔ ۲ در صورت سؤال گفته شده که دقت اندازه‌گیری این ترازو $۰/۱\ \text{g}$ است؛ پس کم‌ترین ارزش مکانی که می‌تواند گزارش کند، تا یک‌دهم اعشار است. در صورتی که در ۲ تا یک‌صدم اعشار گزارش شده است.

حواستون باشه! *صفر بعد از ممیز در فیزیک معنی داره (مثل ۱ و ۲ در همین تست.)*

۶۶- گزینهٔ ۲ آمپرسنج دیجیتال است؛ پس کم‌ترین ارزش مکانی در عدد گزارش شده برابر با دقت اندازه‌گیری است. در این گزارش کم‌ترین ارزش مکانی برابر با $۰/۰۰۱\ \text{mA}$ است؛ پس داریم:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = ۱۰^{-۳}\ \text{mA} \times \frac{۱۰^{-۳}\ \text{A}}{۱\ \text{mA}} \times \frac{۱\ \mu\text{A}}{۱۰^{-۶}\ \text{A}} = ۱\ \mu\text{A}$$

۶۷- گزینهٔ ۳ دقت اندازه‌گیری ابزارهای مدرج مانند خط‌کش شکل (الف) برابر با کمینهٔ درجه‌بندی آن ابزار و دقت اندازه‌گیری ابزارهای دیجیتال مانند دماسنج شکل (ب) برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که هر کدام از ابزارها می‌خوانند؛ بنابراین:

$$\text{دقت اندازه‌گیری خط‌کش (الف)} = ۰/۵\ \text{cm} \qquad \text{دقت اندازه‌گیری دماسنج (ب)} = ۰/۱\ ^\circ\text{C}$$

۶۸- گزینهٔ ۳ هر چه مقدار عددی دقت اندازه‌گیری ولت‌سنج کوچک‌تر باشد، آن ولت‌سنج دقیق‌تر است. دقت اندازه‌گیری هر یک از ولت‌سنج‌ها را برحسب میلی‌ولت به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

$$\text{دقت اندازه‌گیری ولت‌سنج (۱)} = ۰/۰۰۱\ \text{V} = ۱\ \text{mV} \qquad \text{دقت اندازه‌گیری ولت‌سنج (۲)} = ۱\ \text{mV} \qquad \text{دقت اندازه‌گیری ولت‌سنج (۳)} = ۰/۲\ \text{mV}$$

مقدار عددی دقت اندازه‌گیری ولت‌سنج (۳) از دو ولت‌سنج دیگر کم‌تر است بنابراین ولت‌سنج (۳) از ولت‌سنج‌های (۱) و (۲) دقیق‌تر است.

حواستون باشه! این‌جا کوچک‌تر، کم‌تر نیست! هر چه مقدار دقت کوچک‌تر باشد، دقت اندازه‌گیری وسیله بیشتر (یعنی وسیله دقیق‌تر) است و برعکس، هر چه مقدار دقت بزرگ‌تر باشد، دقت وسیله کم‌تر است.

هر چه مقدار دقت کوچک‌تر ← دقت بیشتر هر چه مقدار دقت بزرگ‌تر ← دقت کم‌تر

۶۹- گزینهٔ ۱ هر دو وسیلهٔ اندازه‌گیری در این تست، دیجیتال هستند؛ پس با توجه به آن‌چه که در درس‌نامه یاد گرفتید، دقت اندازه‌گیری خط‌کش A و B برابر است با:

$$\text{دقت اندازه‌گیری خط‌کش A} = ۰/۰۰۱\ \text{cm} \qquad \text{دقت اندازه‌گیری خط‌کش B} = ۰/۰۱\ \text{cm}$$

فقط **حواستان باشد که** دقت خط‌کش B برحسب میلی‌متر خواسته شده است:

$$\text{دقت اندازه‌گیری خط‌کش B} = ۰/۰۱\ \text{cm} = ۰/۰۱\ \cancel{\text{cm}} \times \frac{۱۰\ \text{mm}}{۱\ \cancel{\text{cm}}} = ۰/۱\ \text{mm}$$

۷۰- گزینهٔ ۴ هر دو خط‌کش مدرج‌اند بنابراین دقت اندازه‌گیری آن‌ها به صورت زیر است:

$$\text{دقت اندازه‌گیری خط‌کش (الف)} = ۱\ \text{cm} = ۱۰\ \text{mm} \qquad \text{دقت اندازه‌گیری خط‌کش (ب)} = ۰/۲\ \text{cm} = ۲\ \text{mm}$$

مقدار عددی دقت اندازه‌گیری خط‌کش (ب) کم‌تر از خط‌کش (الف) است بنابراین خط‌کش (ب) دقیق‌تر است.

۷۱- گزینهٔ ۴ در صورت سؤال گفته شده که وسیلهٔ اندازه‌گیری دیجیتال است؛ پس کم‌ترین ارزش مکانی در عدد گزارش‌شده برابر با ارزش مکانی دقت اندازه‌گیری است. حالا دقت اندازه‌گیری گزینه‌ها را با یکای یکسان به دست می‌آوریم:

(۱) $۳/۷۳\ \text{kg} \Rightarrow$ دقت‌اندازه‌گیری $= ۰/۰۱\ \text{kg} = ۰/۰۱\times ۱۰^{۳} = ۱۰\ \text{g}$

(۲) $۳۷۳۰\ \text{g} \Rightarrow$ دقت‌اندازه‌گیری $= ۱\ \text{g}$

(۳) $۳/۷۳۰\times ۱۰^{۹}\ \mu\text{g} \Rightarrow$ دقت‌اندازه‌گیری $= ۰/۰۰۱\times ۱۰^{۹}\ \mu\text{g} = ۰/۰۰۱\times ۱۰^{۹}\times ۱۰^{-۶} = ۱\ \text{g}$

(۴) $۳/۷۳۰\times ۱۰^{۵}\ \text{mg} \Rightarrow$ دقت‌اندازه‌گیری $= ۰/۰۰۱\times ۱۰^{۵}\ \text{mg} = ۰/۰۰۱\times ۱۰^{۵}\times ۱۰^{-۳} = ۰/۱\ \text{g}$

دقت (۴) از همه کوچک‌تر است؛ پس دقت این وسیله بیشتر است (یعنی این وسیله دقیق‌تر است).

۷۲- گزینهٔ ۲ اصلی یا فرعی بودن کمیت‌های بیان‌شده در گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) جرم و زمان اصلی و فشار فرعی است. / ۲) همهٔ کمیت‌ها فرعی‌اند. / ۳) چگالی و حجم فرعی و جریان الکتریکی اصلی است. / ۴) همهٔ کمیت‌ها اصلی‌اند.

۷۳- گزینهٔ ۲ در مدل‌سازی پرتاب توپ بدمینتون از تغییر وزن توپ و چرخش توپ به دور خودش صرف‌نظر می‌کنیم. واضح است که نیروی وارد به توپ عامل تعیین‌کننده‌ای در ایجاد تندی اولیهٔ توپ است. هم‌چنین به دلیل حالت پَرگونهٔ توپ، نیروی مقاومت هوا عامل مهمی در حرکت این توپ است. پس نمی‌توانیم از نیروی اولیهٔ وارد بر توپ و مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم.

۷۴- گزینهٔ ۲ برای این‌که عبارتی که در صورت سؤال آمده، معنا داشته باشد، باید دو قسمتی که با هم جمع می‌شوند $(\frac{1}{2}Ax^2, \frac{1}{2}mv^2)$ هم‌جنس باشند و یکای یکسانی داشته باشند. (ضریب در یکا بدون تأثیر است.)

$$\frac{1}{2}mv^2 \text{ یکای } = m \text{ یکای} \times (v \text{ یکای})^2 = kg.\frac{m^2}{s^2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}Ax^2 \text{ یکای } = A \text{ یکای} \times (x \text{ یکای})^2 = A \text{ یکای} \times m^2 \quad (2)$$

با برابر قرار دادن (۱) و (۲) داریم:

$$A \text{ یکای} \times m^2 = kg.\frac{m^2}{s^2} \Rightarrow A \text{ یکای} = \frac{kg}{s^2}$$

۷۵- گزینهٔ ۳ بررسی تک‌تک موارد:

الف) (N) یکای نیرو = یکای جرم × یکای شتاب $= kg.\frac{m}{s^2} = \frac{kg.m}{s^2}$ ✗

ب) (J) یکای انرژی = یکای نیرو × یکای جابه‌جایی $= \frac{kg.m}{s^2} \times m = \frac{kg.m^2}{s^2}$ ✓

پ) (W) یکای توان = $\frac{\text{یکای انرژی}}{\text{یکای زمان}} = \frac{kg.m^2}{s^2} \times \frac{1}{s} = \frac{kg.m^2}{s^3} \Rightarrow W.m = \frac{kg.m^2}{s^3} \times m = \frac{kg.m^3}{s^3}$ ✗

ت) $W.s = \frac{kg.m^2}{s^3}.s = \frac{kg.m^2}{s^2}$ ✓

ث) $N.m = \frac{kg.m}{s^2}.m = \frac{kg.m^2}{s^2}$ ✓

پس سه مورد (موارد ب، ت و ث) از یکاها معادل $\frac{kg.m^2}{s^2}$ هستند.

۷۶- گزینهٔ ۴ **گام اول:** ابتدا مقدار یک خروار طلا را برحسب گرم به دست می‌آوریم (از تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم):

گام دوم: قیمت هر گرم طلا، ۱۲۵ هزار تومان است:

$$1 \text{ خروار طلا} = 1 \times \frac{100 \text{ من تبریز}}{1 \text{ خروار}} \times \frac{640 \text{ مثقال}}{1 \text{ من تبریز}} \times \frac{4/7\ g}{1 \text{ مثقال}} = 6400 \times 47\ g$$

$$\text{قیمت یک خروار طلا} = \text{قیمت هر گرم طلا} \times \text{جرم یک خروار طلا برحسب گرم} = 125000 \times 6400 \times 47 = 3/76 \times 10^{10} \text{ تومان}$$

۷۷- گزینهٔ ۳ **گام اول:** ابتدا سال نوری را برحسب متر به دست می‌آوریم. یک سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال می‌پیماید.

$$s = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 3 \times 10^8 = \frac{x}{3 \times 10^7} \Rightarrow x = 1\,ly = 9 \times 10^{15}\ m$$

گام دوم: یکای نجومی (AU) فاصلهٔ متوسط زمین تا خورشید است:

$$1\,AU = 2 \times 10^{11}\ m$$

$$\frac{1\,ly}{1\,AU} = \frac{9 \times 10^{15}}{2 \times 10^{11}\ m} = 4/5 \times 10^4$$

۷۸- گزینهٔ ۲ و باز هم تبدیل زنجیره‌ای:

$$48 \text{ فرسنگ} = 48 \text{ فرسنگ} \times \frac{6000 \text{ ذرع}}{1 \text{ فرسنگ}} \times \frac{10^4\ cm}{1 \text{ ذرع}} \simeq 30 \times 10^6\ cm$$

۷۹- گزینهٔ ۴ **گام اول:** حجم آبی که پس از ۲ ساعت درون استخر ریخته می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$V = \text{مدت زمان} \times \text{آهنگ ورود آب به استخر} = 0/5\ \frac{L}{s} \times (2 \times 3600\ s) = 3600\ L \xrightarrow{1\,L = 10^{-3}\,m^3} V = 3/6\ m^3$$

بنابراین حجم بخش خالی استخر برابر است با:

$$V' = 6 - V = 6 - 3/6 = 2/4\ m^3$$

گام دوم: خواستهٔ مسئله را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V}{V'} = \frac{3/6}{2/4} = \frac{3}{2}$$

۸۰- گزینهٔ ۴ **گام اول:** هر چه مقدار عددی دقت اندازه‌گیری یک ابزار کم‌تر باشد، دقت آن ابزار بیش‌تر یا به عبارت دیگر آن ابزار دقیق‌تر است. بنابراین:

دقت اندازه‌گیری کولیس (۱) $= 0/01\ cm = 0/1\ mm$ دقت اندازه‌گیری کولیس (۲) $= 1\ mm$

دقت اندازه‌گیری کولیس (۱) بیشتر از دقت اندازه‌گیری کولیس (۲) است. (رد ۱ و ۲)

گام دوم: با کولیس (۱) طول اجسام تا $0/1\ mm$ و با کولیس (۲) طول اجسام تا $1\ mm$ را می‌توان اندازه‌گیری کرد. بنابراین با استفاده از کولیس (۱) می‌توان طول $0/5\ mm$ را اندازه‌گیری کرد.

۸۱- گزینهٔ ۴ عددهای ۱۰/۷ و ۲۸/۸ اختلاف زیادی با سایر اعداد دارند، بنابراین آن‌ها را از میانگین‌گیری کنار می‌گذاریم و داریم:

$$\frac{19/8 + 21/1 + 22 + 20/3}{4} = 20/8\ g$$

مقدار به دست آمده برحسب یکای کیلوگرم و به صورت نمادگذاری علمی به صورت زیر خواهد بود:

$$20/8\ g \xrightarrow{1\,g = 10^{-3}\,kg} 20/8 \times 10^{-3}\ kg = 2/08 \times 10^{-2}\ kg$$

چگالی

درس ۶

چگالی نه جرم است و نه حجم! بلکه **چگالی، نسبت جرم به حجم** است. اگر چوب (با هر جرمی) بر روی آب شناور می‌ماند، دلیلش این است «نسبت جرم به حجم» چوب از «نسبت جرم به حجم» آب کم‌تر است و اگر سکهٔ مسی در آب فرو می‌رود و ته‌نشین می‌شود، دلیلش این است که «نسبت جرم به حجم» مس از «نسبت جرم به حجم» آب بیشتر است.

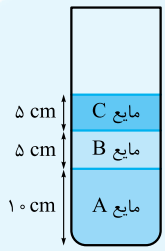
تست **در شکل روبه‌رو نسبت حجم به جرم کدام مایع بیشتر است؟**

۱) A

۲) B

۳) C

۴) بستگی به جرم مایع‌ها دارد.



پاسخ گزینهٔ ۳ **گام اول:** مایعی که نسبت جرم به حجم آن بیشتر است، پایین‌تر قرار می‌گیرد؛ پس داریم:

$$\frac{m_A}{V_A} > \frac{m_B}{V_B} > \frac{m_C}{V_C}$$

گام دوم: صورت سؤال بیشترین نسبت حجم به جرم یعنی $(\frac{V}{m})$ را خواسته است، پس داریم:

$$\frac{V_A}{m_A} < \frac{V_B}{m_B} < \frac{V_C}{m_C}$$

تعریف و فرمول چگالی

همین‌طور که گفتیم «نسبت جرم به حجم» همان **چگالی** و یکای آن در SI، کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) است.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

جرم (برحسب kg)

چگالی (برحسب kg/m^3) — حجم (برحسب m^3)

یکاهای دیگر چگالی

گرم بر سانتی‌متر مکعب (g/cm^3) و گرم بر لیتر (g/L) یکاهای دیگری از چگالی هستند که ما با روش زنجیره‌ای تبدیل این واحدها به هم را آورده‌ایم، ولی بهتر است شما این تبدیل واحدها را حفظ باشید: $(1\,kg = 1000\,g \quad , \quad 1\,m^3 = 10^6\,cm^3 \quad , \quad 1\,m^3 = 1000\,L)$

$$1\frac{g}{cm^3} = 1\frac{g}{cm^3} \times \frac{1\,kg}{1000\,g} \times \frac{10^6\,cm^3}{1\,m^3} = 10^3\,kg/m^3$$

(یعنی هر وقت خواستید چگالی را از g/cm^3 به kg/m^3 تبدیل کنید، مقدار داده‌شده برحسب g/cm^3 را در ۱۰۰۰ ضرب کنید. مثلاً $13/6\,g/cm^3$ معادل $13600\,kg/m^3$ است و هر وقت خواستید kg/m^3 را به g/cm^3 تبدیل کنید، چگالی داده‌شده را بر ۱۰۰۰ تقسیم کنید.)

$$1\frac{g}{L} = 1\frac{g}{L} \times \frac{10^3\,L}{1\,m^3} \times \frac{1\,kg}{1000\,g} = 1\,kg/m^3$$

(یعنی g/L معادل kg/m^3 است مثلاً $13600\,g/L$ معادل $13600\,kg/m^3$ است.)

تست **چگالی آهن $7800\,kg/m^3$ است. حجم ۲۷۳ g آهن چند سانتی‌متر مکعب است؟**

۱) ۱۷/۵ ۲) ۳۵ ۳) ۱۷۵ ۴) ۳۵۰

پاسخ گزینهٔ ۲ **گام اول:** جرم را برحسب گرم داده و حجم را برحسب سانتی‌متر مکعب می‌خواهد. پس بهتر است اول چگالی را به گرم بر سانتی‌متر مکعب تبدیل کنیم:

$$\rho = 7800\,kg/m^3 = \frac{7800}{1000}\,g/cm^3 = 7/8\,g/cm^3$$

گام دوم: با رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$، حجم آهن را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 7/8 = \frac{273}{V} \Rightarrow V = \frac{273}{7/8} = 35\,cm^3$$

تست **چگالی جیوه در SI، ۱۳۶۰۰ واحد است. چگالی جیوه برحسب میلی‌گرم بر میلی‌لیتر کدام است؟**

۱) ۱۳۶۰۰ ۲) ۱۳/۶ ۳) $13/6\times10^6$ ۴) ۰/۱۳۶

پاسخ گزینهٔ ۱ **گام اول:** ابتدا کسرهای تبدیل مورد نیاز را می‌نویسیم:

$$1\,kg = 10^6\,mg \Rightarrow \frac{10^6\,mg}{1\,kg} = 1 \qquad 1\,m^3 = 10^3\,L = 10^3 \times 10^3\,mL \Rightarrow \frac{1\,m^3}{10^6\,mL} = 1$$

گام دوم: حالا به روش زنجیره‌ای تبدیل واحد می‌کنیم:

$$13600\frac{kg}{m^3} \times \frac{10^6\,mg}{1\,kg} \times \frac{1\,m^3}{10^6\,mL} = 13600\,mg/mL$$

تکنیک اگر میلی را از صورت و مخرج mg/mL ساده کنیم، g/L می‌ماند که معادل kg/m^3 است؛ پس بدون محاسبه هم می‌توانستیم بگوییم (۱) درست است.

خواستون باشه! چگالی یک ماده در دمای معین نه به جرم آن بستگی دارد و نه حجم آن. مثلاً چگالی ۱ mg آهن ۲۰°C برابر چگالی ۴۰۰۰۰۰۰ kg آهن ۲۰°C است. در واقع چگالی آهن ۲۰°C، چگالی آهن ۲۰°C است؛ چه جرمش m باشد چه m′ و چه حجمش V باشد چه V′.

اگر دمای جسم تغییر کند، حجم آن تغییر می‌کند؛ ولی جرمش ثابت می‌ماند و در نتیجه چگالی به نسبت عکس حجم تغییر می‌کند.

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[\text{جرم ثابت می‌ماند.}]{\text{اگر دما تغییر کند}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

تست در اثر افزایش دمای یک قطعه فلز اُسمیُم، حجم آن $\frac{45}{44}$ برابر می‌شود. اگر چگالی اولیهٔ آن $22/5\times10^3\ kg/m^3$ باشد، چگالی نهایی آن چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

۱) 22×10^3 ۲) ۲۲ ۳) 23×10^3 ۴) ۲۳

پاسخ گزینهٔ ۲ در این جا جرم ثابت است و حجم $\frac{45}{44}$ برابر شده است، یعنی:

$$V_2 = \frac{45}{44}V_1 \quad , \quad m_2 = m_1$$

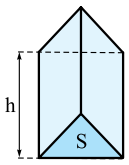
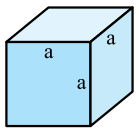
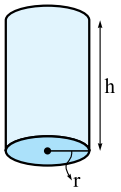
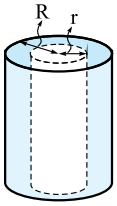
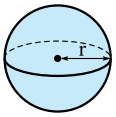
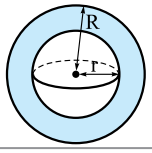
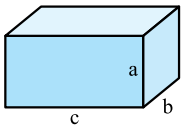
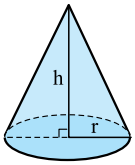
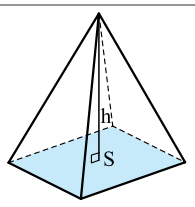
پس داریم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{m_2}{V_2}}{\frac{m_1}{V_1}} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{22/5\times10^3} = \frac{V_1}{\frac{45}{44}V_1} \Rightarrow \rho_2 = \frac{44}{45}\times22/5\times10^3 = 22\times10^3\ kg/m^3 = \frac{22\times10^3}{10^3}\ g/cm^3 = 22\ g/cm^3$$

تکنیک چون حجم افزایش یافته، پس چگالی کم می‌شود. از طرفی چگالی را برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب خواسته؛ پس در گزینه‌ها باید به دنبال یک عدد کوچک‌تر از ۲۲/۵ باشیم.

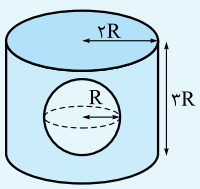
حجم‌هایی که باید بلد باشیم:

خیلی وقت‌ها برای محاسبهٔ چگالی نیاز به محاسبهٔ حجم یک جسم داریم، برای همین باید فرمول‌های محاسبهٔ حجم‌های معروف را بدانیم:

نام حجم	شکل	فرمول محاسبهٔ حجم	نام حجم	شکل	فرمول محاسبهٔ حجم
منشور		$V = Sh$ (S: مساحت قاعده)	مکعب		$V = a^3$
استوانه		$V = \pi r^2 h$	استوانهٔ توخالی		$V = \pi(R^2 - r^2)h$
کره		$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	کرهٔ توخالی		$V = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$
مکعب‌مستطیل		$V = abc$	مخروط		$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
هرم		$V = \frac{1}{3}Sh$ (S: مساحت قاعده)			

در تست زیر باید هم حجم استوانه و هم حجم کره را بدانید:

تست مطابق شکل درون یک استوانهٔ فلزی یک حفرهٔ کروی وجود دارد. اگر چگالی فلز $8\ g/cm^3$ و جرم فلز به کار رفته در این استوانه ۲۵۶ kg باشد، R چند سانتی‌متر است؟ ($\pi = 3$)



۱) ۰/۱ ۲) ۱۰ ۳) ۰/۲ ۴) ۲۰

پاسخ گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا حجم فلز به کار رفته در استوانه را برحسب R می‌نویسیم:

$V = $ حجم فلز به‌کار رفته در استوانه $= $ حجم استوانه $- $ حجم کره $= \pi(2R)^2 \times 3R - \frac{4}{3}\pi R^3$

$= 12\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 \overset{\pi=3}{=\!=} 36R^3 - 4R^3 = 32R^3$

گام دوم: حالا مقدارهایی که داریم را در رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ می‌گذاریم (چون R برحسب سانتی‌متر خواسته شده، چگالی را برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب و جرم را برحسب گرم در فرمول می‌گذاریم).

$$8 = \frac{256 \times 10^3}{32 R^3} \Rightarrow R^3 = 10^3 \Rightarrow R = 10 \text{ cm}$$

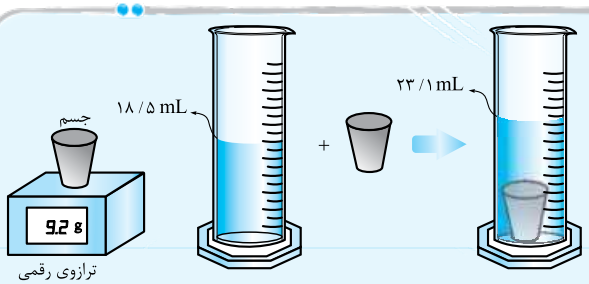
برای محاسبهٔ چگالی اجسامی که شکل مشخصی ندارند از روش زیر استفاده می‌کنیم:

۱) درون یک استوانهٔ مدرج مقدار معینی مایع (آب) می‌ریزیم.

۲) جسم موردنظر را درون مایع فرو می‌بریم.

۳) تغییر حجم مایع (آب) درون استوانه را اندازه می‌گیریم. حجم جسم موردنظر برابر این تغییر حجم است.

تست **با توجه به شکل روبه‌رو، چگالی جسم چند گرم بر میلی‌متر مکعب است؟** *(برگرفته از کتاب درسی)*



۱) 5×10^{-3}

۲) 5×10^{3}

۳) 2×10^{-3}

۴) 2×10^{3}

پاسخ گزینهٔ ۳ **گام اول:** با ورود جسم، حجم مایع درون استوانه به اندازهٔ حجم جسم تغییر می‌کند.

$$V_{\text{جسم}} = 23/1 - 18/5 = 4/6 \text{ mL}$$

گام دوم: حالا باید یک تبدیل واحد زنجیره‌ای انجام دهیم، قبل از این تبدیل باید بدانیم که $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3 = 10^3 \text{ mm}^3$ است.

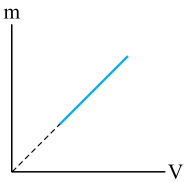
$$V_{\text{جسم}} = 4/6 \text{ mL} \times \frac{10^3 \text{ mm}^3}{1 \text{ mL}} = 4/6 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

گام سوم: حالا چگالی را برحسب گرم بر میلی‌متر مکعب حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{9/2}{4/6 \times 10^3} = 2 \times 10^{-3} \text{ g/mm}^3$$

بررسی نمودار جرم برحسب حجم یک ماده در دمای معین

می‌دانید که چگالی یک ماده در دمای معین ثابت است. حالا اگر رابطهٔ چگالی را به صورت $m = \rho V$ بنویسیم، می‌بینیم که با یک معادلهٔ درجه یک (مثل $y = ax + b$) طرف هستیم؛ پس مطابق شکل، نمودار این معادله یک خط راست با ویژگی‌های زیر است:



$m = \rho V + 0$

شیب $= a = \rho$

$y = a x + b$

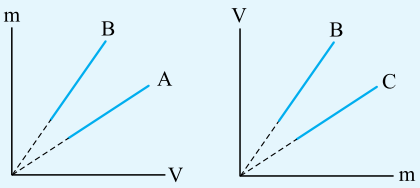
$m = \rho V + 0$

۱) امتداد نمودار از مبدأ می‌گذرد، چون در این رابطه $b = 0$ است:

۲) شیب این نمودار برابر چگالی است:

پس هر چه شیب بیشتر باشد، چگالی بیشتر است.

تست **با توجه به نمودارهای داده‌شده برای سه مادهٔ A، B و C کدام مقایسه در مورد چگالی سه ماده درست است؟**



۱) $\rho_C > \rho_B > \rho_A$

۲) $\rho_A > \rho_B > \rho_C$

۳) $\rho_B > \rho_C \, , \rho_B > \rho_A$

۴) $\rho_B < \rho_C \, , \rho_B < \rho_A$

پاسخ گزینهٔ ۱ **گام اول:** نمودار سمت چپ m برحسب V است، یعنی معادلهٔ آن $m = \rho V$ بوده و شیب این نمودارها برابر ρ است؛ پس می‌بینید که شیب B از شیب A بیشتر است. داریم: $\rho_B > \rho_A$

گام دوم: نمودار سمت راست V برحسب m است و معادلهٔ آن را به صورت $V = \frac{1}{\rho} m$ می‌نویسیم؛ یعنی شیب این نمودار برابر عکس چگالی $(\frac{1}{\rho})$ است، پس هر چه شیب کم‌تر باشد، چگالی بیشتر است. یعنی: $\rho_C > \rho_B$

پس با توجه به گام اول و گام دوم داریم: $\rho_C > \rho_B > \rho_A$

نسبت در مسائل چگالی

هر جا که فرمول فیزیکی هست، مسائل نسبتی هم هست. با توجه به نسبت‌های بین ρ، m و V در فرمول $\rho = \frac{m}{V}$ می‌توانیم این نسبت را بنویسیم: (ρ با m رابطهٔ مستقیم و با V رابطهٔ عکس دارد.)

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

تست چگالی جسم A، ۱/۸ برابر چگالی جسم B است. اگر حجم ۴۰۰ g از جسم B، ۹۰۰ cm^3 باشد، حجم ۱۰۰ g از جسم A چند سانتی‌متر مکعب است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۲۵ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۵۰

پاسخ گزینهٔ ۲ کافی است رابطهٔ نسبت چگالی دو جسم را بنویسیم و مسئله را حل کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow 1/8=\frac{100}{400}\times\frac{900}{V_A}\Rightarrow V_A=\frac{900}{4\times 1/8}=125\ cm^3$$

چگالی اجسام حفره‌دار

اگر جسمی حفره داشته باشد، حجم مادهٔ به کار رفته در آن از حجم خود جسم کوچک‌تر می‌شود. در این حالت می‌توانیم دوتا چگالی حساب کنیم.

الف) چگالی مادهٔ سازندهٔ جسم

برای محاسبهٔ چگالی مادهٔ سازندهٔ جسم، باید حجم مادهٔ سازنده را داشته باشیم:
(البته خیلی وقت‌ها جرم جسم و چگالی مادهٔ سازندهٔ جسم را می‌دهند و ما باید حجم ماده را حساب کنیم.)

$$\rho_{\text{مادهٔ سازنده}}=\frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{مادهٔ سازنده}}}$$

ب) چگالی جسم

وقتی می‌گوییم چگالی جسم، منظورمان این است که برای محاسبهٔ چگالی باید حجم کل جسم (یعنی حجم مادهٔ سازنده + حجم حفره‌ها) را در نظر بگیریم:

$$\rho_{\text{جسم}}=\frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{کل}}}$$

تست یک کرهٔ توخالی از فلزی با چگالی ۵۰۰۰ kg/m^3 ساخته شده است. اگر چگالی کره ۱۰۰۰ kg/m^3 باشد، حجم فضای خالی چند برابر حجم فلز به کار رفته در آن است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۲

پاسخ گزینهٔ ۲ **گام اول:** نکتهٔ مهم این است که جرم کره برابر جرم فلز سازندهٔ کره است؛ پس داریم:

$$\begin{cases}\rho_{\text{کره}}=\dfrac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{کره}}}\\ \rho_{\text{فلز}}=\dfrac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho_{\text{کره}}}{\rho_{\text{فلز}}}=\frac{\frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{کره}}}}{\frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}}}\Rightarrow\frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{فلز}}}=\frac{\rho_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{کره}}}=\frac{5000}{1000}=5$$

گام دوم: نسبت حجم فضای خالی به حجم فلز را می‌خواهیم:

$$\frac{V_{\text{فضای خالی}}}{V_{\text{فلز}}}=\frac{V_{\text{کره}}-V_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}}=\frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{فلز}}}-1=5-1=4$$

بد نیست یک تست کمی سخت‌تر هم از این موضوع ببینیم:

تست چگالی یک اسفنج خشک ۰/۲ g/cm^3 و چگالی همان اسفنج وقتی آن را کاملاً با آب خیس می‌کنیم، ۰/۹ g/cm^3 است. چند درصد از حجم این اسفنج در حالت خشک فضای خالی است؟ ($\rho_{\text{آب}}=1\ g/cm^3$)

۱) ۶۰ ۲) ۷۰ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

پاسخ گزینهٔ ۲ **گام اول:** کلید حل این مسئله در این است که بدانیم وقتی اسفنج خیس است، آب فضای خالی درون اسفنج را پُر می‌کند؛ پس حجم آب درون اسفنج خیس برابر حجم فضای خالی اسفنج خشک است:

$$V_{\text{آب}}=V_{\text{فضای خالی}}=V'$$

حجم کل اسفنج را برابر V در نظر می‌گیریم:

$$V_{\text{اسفنج}}=V$$

گام دوم: موضوع دیگری که باید به آن توجه کنیم، این است که منظور از چگالی اسفنج خشک، چگالی جسم با در نظر گرفتن فضاهای خالی آن است (و نه چگالی مادهٔ سازندهٔ آن)؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases}m_{\text{اسفنج خشک}}=\rho_{\text{اسفنج خشک}}\times V\\ m_{\text{آب}}=\rho_{\text{آب}}\times V'\end{cases}\Rightarrow m_{\text{اسفنج خیس}}=\rho_{\text{اسفنج خشک}}V+\rho_{\text{آب}}V'$$

گام سوم: حالا اگر فرمول چگالی را برای اسفنج خیس بنویسیم، به جواب می‌رسیم:

$$\rho_{\text{اسفنج خیس}}=\frac{m_{\text{اسفنج خیس}}}{V}=\frac{\rho_{\text{اسفنج خشک}}V+\rho_{\text{آب}}V'}{V}$$

$$\Rightarrow 0/9=\frac{0/2\,V+1\,V'}{V}\Rightarrow 0/9\,V=0/2\,V+V'\Rightarrow V'=0/7\,V\Rightarrow\frac{V'}{V}=0/7$$

یعنی ۷۰ درصد حجم اسفنج فضای خالی است.

چگالی مخلوط (آلیاژ)

هر وقت چند مایع را به نسبت‌های مختلف با هم مخلوط کنیم، باید بتوانیم چگالی مخلوط حاصل را حساب کنیم. این‌جا هم از همان فرمول اصلی چگالی (یعنی $\rho=\frac{m}{V}$) استفاده می‌کنیم.

فقط شما باید بدانید که برای محاسبهٔ چگالی مخلوط در این فرمول m و V دقیقاً چیست:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{\text{مجموع جرم‌های مواد درون مخلوط}}{\text{حجم نهایی مخلوط}}$$

در بیشتر مسائل گفته می‌شود که در اثر مخلوط‌شدن حجم مواد تغییر نمی‌کند؛ یعنی حجم نهایی مخلوط برابر مجموع حجم مواد به کار رفته در مخلوط است، پس در این شرایط می‌توانیم بنویسیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\text{مجموع جرم‌های مواد درون مخلوط}}{\text{مجموع حجم‌های مواد درون مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}{V_1 + V_2 + V_3 + \cdots}$$

چندنکته ۱) آلیاژهای فلزی هم یک‌جور مخلوط‌اند، پس از فرمول بالا برای محاسبهٔ چگالی آلیاژ هم می‌توانید استفاده کنید.

۲) فرمول چگالی مخلوط را براساس داده‌های مسئله مرتب می‌کنیم. در این صورت دو حالت ممکن است پیش بیاید:

الف) جرم مواد داده نشود، اما چگالی و حجم آن‌ها داده شود؛ در این صورت در فرمول به جای m معادلش (یعنی ρV) را قرار می‌دهیم؛ *یعنی این‌طوری:*

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3 + \cdots}{V_1 + V_2 + V_3 + \cdots}$$

ب) حجم مواد داده نشود، اما چگالی و جرم آن‌ها را بدهند؛ در این صورت در فرمول به جای V معادلش (یعنی $\frac{m}{\rho}$) را جایگزین می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_3}{\rho_3} + \cdots}$$

باز هم تأکید و تکرار می‌کنیم که این فرمول‌ها چیز خاصی نیستند، *همون فرمول* $\rho = \frac{m}{V}$ *خودمونه که به جای* m، *جرم کل و به جای* V، *حجم کل روگذاشتیم.*

تست $500\ cm^3$ آب را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $1/2\ g/cm^3$ مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط $1/1\ g/cm^3$ شود؟ (چگالی آب $1\ g/cm^3$ است.)

۱) ۲۵۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۷۵۰

پاسخ گزینهٔ ۳ با توجه به نکته‌های بیان‌شده، چگالی مخلوط برابر با $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$ است، بنابراین:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 1/1 = \frac{(1\times 500) + 1/2 \times V_2}{500 + V_2} \Rightarrow 550 + 1/1V_2 = 500 + 1/2V_2 \Rightarrow 550 - 500 = 1/2V_2 - 1/1V_2$$

$$\Rightarrow 0/1V_2 = 50 \Rightarrow V_2 = 500\ cm^3$$

تست $3\ L$ آب به جرم حجمی $1\ kg/L$ با $2\ L$ مایع به جرم حجمی $1/5\ kg/L$ مخلوط می‌شود. هرگاه تغییر حجم صورت نگیرد، جرم حجمی مخلوط برحسب کیلوگرم بر لیتر برابر است با: (ق.م)

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۲۵۰ ۳) ۱/۳ ۴) ۱/۴

پاسخ گزینهٔ ۱ چگالی مخلوطی که تغییر حجم ندارد، از رابطهٔ $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$ به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{1\times 3 + 1/5 \times 2}{3 + 2} = \frac{3 + 3}{5} = \frac{6}{5} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 1/2\ kg/L$$

تغییر حجم آب و یخ

در اثر تغییر حالت، چگالی آب خالص در دمای $0\ ^\circ C$ برابر $1000\ kg/m^3$ و چگالی یخ در همین دما برابر $917\ kg/m^3$ است *(که البته در تستای کنکور برای راحتی در محاسبه، چگالی یخ رو* $900\ kg/m^3$ *می‌دن!)*

از این‌که ما همزمان می‌توانیم آب و یخ $0\ ^\circ C$ داشته باشیم، می‌شود مسائل خوبی طرح کرد، مثلاً این‌که در اثر ذوب یخ، حجم آن چه تغییری می‌کند. برای حل این مسائل:

۱) فرمول چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ را برحسب V مرتب کنید:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

۲) جرم یخ یا آب در اثر تغییر حالت تغییر نمی‌کند، پس تغییر حجم در اثر ذوب‌شدن برابر است با:

$$V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} = m\left(\frac{1}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{1}{\rho_{\text{یخ}}}\right)$$

تست در مخلوطی از آب و یخ، $27\ g$ یخ ذوب می‌شود. حجم مخلوط چگونه تغییر می‌کند؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1\ g/cm^3, \rho_{\text{یخ}} = 0/9\ g/cm^3$)

۱) $3\ cm^3$ افزایش می‌یابد. ۲) $3\ cm^3$ کاهش می‌یابد. ۳) $1\ cm^3$ افزایش می‌یابد. ۴) $1\ cm^3$ کاهش می‌یابد.

پاسخ گزینهٔ ۲ فرمول چگالی را به صورت $V = \frac{m}{\rho}$ می‌نویسیم تا بتوانیم تغییر حجم را محاسبه کنیم.

$$V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{27}{1} - \frac{27}{0/9} = 27 - 30 = -3\ cm^3$$

پس $3\ cm^3$ حجم مخلوط تغییر کرده و منفی‌شدن پاسخ، نشان می‌دهد که حجم مخلوط در اثر ذوب یخ کم شده است.

۸۲- گزینهٔ ۲ به بررسی درستی یا نادرستی تک‌تک موارد می‌پردازیم:

الف) درست؛ جرم یکای حجم یک ماده همان چگالی است که میزان تراکم ذرات آن ماده را نشان می‌دهد.

ب) نادرست؛ یک جسم می‌تواند سنگین‌تر از جسم دیگر باشد اما چگالی کم‌تری داشته باشد. چگالی به میزان حجم جسم هم بستگی دارد.

پ) درست
$$1\frac{g}{cm^3}\times\frac{1\,kg}{10^3\,g}\times\frac{10^6\,cm^3}{1\,m^3}=10^3\ kg/m^3$$

ت) نادرست؛ لزوماً این‌طور نیست! برای اجسام همگن جامد در شرایط ثابت هر چه حجم یک جسم کم‌تر شود، به همان نسبت جرم آن هم کاهش می‌یابد، پس چگالی در این حالت ثابت می‌ماند. در گازها بسته به شرایط ممکن است با کاهش حجم هر حالتی رخ دهد.

۸۳- گزینهٔ ۲ بخش عمدهٔ پرتقال بدون پوست را آب تشکیل می‌دهد. پس چگالی (نسبت جرم به حجم) آن تقریباً **برابر** چگالی آب است. به همین دلیل پرتقال بدون پوست تقریباً در آب **غوطه‌ور** می‌شود.

اما در داخل پرتقالِ با پوست مقداری هوا حبس شده است و در نتیجه چگالی (نسبت جرم به حجم) آن از چگالی آب **کم‌تر** است؛ بنابراین پرتقالِ با پوست روی سطح آب **شناور** می‌ماند.

۸۴- گزینهٔ ۱ وقتی نوشابهٔ گازدار را در لیوان می‌ریزیم، گاز آن خارج می‌شود. می‌دانیم که گاز حجم نسبتاً زیاد و جرم کم دارد؛ پس با خروج گاز، جرم و حجم نوشابه هر دو کم می‌شوند ولی کاهش حجمش چشم‌گیرتر است. پس طبق رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ با ثابت‌ماندن تقریبی m و کاهش V، چگالی افزایش می‌یابد.

۸۵- گزینهٔ ۳ *یه تست خیلی راحت! کافیه از تبدیل زنجیره‌ای استفاده کنیم:*
$$0/01\frac{g}{mm^3}\times\frac{10^{-3}\,kg}{1\,g}\times\frac{1\,mm^3}{10^{-3}\,cm^3}=0/01\ kg/cm^3$$

۸۶- گزینهٔ ۳ در ابتدا باید این نکته را یادآوری کنیم که هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰ لیتر و هر لیتر برابر ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱)
$$2\frac{g}{cm^3}\times\frac{10^3\,cm^3}{1\,L}=2\times10^3\ \frac{g}{L}\times\frac{1\,kg}{10^3\,g}\times\frac{10^3\,L}{1\,m^3}=2\times10^3\ kg/m^3$$

(۲)
$$3\frac{kg}{m^3}\times\frac{10^3\,g}{1\,kg}\times\frac{1\,m^3}{10^6\,cm^3}=3\times10^{-3}\ \frac{g}{cm^3}\times\frac{1\,kg}{10^3\,g}\times\frac{10^3\,cm^3}{1\,L}=3\times10^{-3}\ kg/L$$

(۳)
$$2\frac{kg}{L}\times\frac{10^3\,g}{1\,kg}\times\frac{1\,L}{10^3\,cm^3}=2\ \frac{g}{cm^3}\times\frac{1\,kg}{10^3\,g}\times\frac{10^6\,cm^3}{1\,m^3}=2\times10^3\ kg/m^3$$

(۴)
$$3\frac{kg}{m^3}\times\frac{10^3\,g}{1\,kg}\times\frac{1\,m^3}{10^6\,cm^3}=3\times10^{-3}\ \frac{g}{cm^3}\times\frac{1\,kg}{10^3\,g}\times\frac{10^3\,cm^3}{1\,L}=3\times10^{-3}\ kg/L$$

۸۷- گزینهٔ ۴ **گام اول:** برای محاسبهٔ چگالی این محلول برحسب g/L باید جرم را برحسب گرم و حجم را برحسب لیتر داشته باشیم. پس حجم محلول را به لیتر تبدیل می‌کنیم:
$$V=50\ cm^3=50\times10^{-3}\ L=5\times10^{-2}\ L$$
$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{60}{5\times10^{-2}}=12\times10^2=1200\ g/L$$

گام دوم: برای محاسبهٔ چگالی برحسب kg/m^3 باید جرم برحسب کیلوگرم و حجم برحسب مترمکعب باشد:
$$\left.\begin{aligned}m&=60\,g=60\times10^{-3}\ kg=6\times10^{-2}\ kg\\V&=50\ cm^3\times\frac{1\,m^3}{10^6\,cm^3}=5\times10^{-5}\ m^3\end{aligned}\right\}\Rightarrow\rho=\frac{m}{V}=\frac{6\times10^{-2}}{5\times10^{-5}}=1200\ kg/m^3$$

۸۸- گزینهٔ ۱ با توجه به شکل جرم جسم 11/5 g و حجم جسم برابر است با:
$$V=23/1-18/5=4/6\ mL$$

حالا چگالی جسم را به صورت زیر به دست می‌آوریم:
$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{11/5}{4/6}=2/5\ \frac{g}{mL}\xrightarrow{1\frac{g}{mL}=10^3\frac{kg}{m^3}}\rho=2/5\times10^3=2500\ \frac{kg}{m^3}$$

۸۹- گزینهٔ ۴ **گام اول:** ابتدا چگالی مایع را برحسب kg/m^3 می‌نویسیم:
$$\rho=1/2\times10^{-3}\ \frac{g}{mm^3}\times\frac{1\,kg}{10^3\,g}\times\frac{1\,mm^3}{10^{-9}m^3}=1200\ kg/m^3$$

گام دوم: حجم مایع را به متر مکعب تبدیل می‌کنیم: (هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰ لیتر است.)
$$V=20\ L=20\times10^{-3}\ m^3=2\times10^{-2}\ m^3$$

گام سوم: حالا از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ جرم مایع را حساب می‌کنیم:
$$m=\rho V=1200\times2\times10^{-2}=24\ kg$$

۹۰- گزینهٔ ۱ **گام اول:** ابتدا تبدیل یکاهای لازم را انجام می‌دهیم و سپس از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ استفاده می‌کنیم:
$$m=5/25\times10^6\ mg=5/25\times10^6\times10^{-3}\ g=5250\ g$$
$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}=\frac{5250}{1/05}=5000\ cm^3$$

گام دوم: حجم این مقدار خون برحسب dm^3 خواسته شده، پس دوباره باید تبدیل یکا کنیم:
$$V=5\times10^3\ cm^3\times\frac{10^{-6}\,m^3}{1\,cm^3}\times\frac{10^3\,dm^3}{1\,m^3}=5\ dm^3$$

۹۱- گزینهٔ ۴ جرم ویتامین برابر اختلاف جرم سرنگ در حالت پُر و خالی است؛ پس داریم:

$$m_{vit} = ۲۴ - ۲۰ = ۴\ g$$

$$\rho_{vit} = \frac{m_{vit}}{V_{vit}} = \frac{۴\ g}{۵\times۱۰^{-۳}\ L} = ۸۰۰\ g/L$$

۹۲- گزینهٔ ۴ **گام اول:** ابتدا حجم این مقدار باران را به دست می‌آوریم. ارتفاع آن ۴۰ mm و مساحت آن ۲۵۰۰ $km^۲$ است:

$$d = ۴۰\ mm = ۴۰\times۱۰^{-۳}\ m \qquad A = ۲۵۰۰\ km^۲ = ۲۵۰۰\times۱۰^۶\ m^۲ \qquad V = A.d = ۲۵\times۱۰^۸\times۴\times۱۰^{-۲} = ۱۰۰\times۱۰^۶ = ۱۰^۸\ m^۳$$

گام دوم: حالا از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ جرم آن را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V = ۱۰^۳\times۱۰^۸ = ۱۰^{۱۱}\ kg$$

۹۳- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ جرم کل خون داخل لوله را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{خون} = ۵\ mL = ۵\times۱۰^{-۳}\ L = ۵\ cm^۳$$

$$m_{خون} = \rho V = ۱/۰۵\times۵ = ۵/۲۵\ g$$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که ۵۳ درصد جرم خون را پلاسما تشکیل می‌دهد؛ پس داریم:

$$m_{پلاسما} = \frac{۵۳}{۱۰۰}\times m_{خون} = \frac{۵۳}{۱۰۰}\times۵/۲۵ = ۲/۷۸۲۵\ g$$

هم‌چنین داریم که ۵۵ درصد حجم خون را هم پلاسما تشکیل می‌دهد:

$$V_{پلاسما} = \frac{۵۵}{۱۰۰}\times V_{خون} = \frac{۵۵}{۱۰۰}\times۵ = ۲/۷۵\ cm^۳$$

گام سوم: حالا به راحتی می‌توانیم چگالی پلاسما را حساب کنیم:

$$\rho_{پلاسما} = \frac{m_{پلاسما}}{V_{پلاسما}} = \frac{۲/۷۸۲۵}{۲/۷۵} \simeq ۱/۰۱\ g/cm^۳$$

چگالی دقیق پلاسمای خون برابر با $۱/۰۲۵\ g/cm^۳$ است.

۹۴- گزینهٔ ۲ **گام اول:** حجم مایع درون استوانه همان حجم استوانه است. پس حجم استوانه را به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم استوانه} = \text{مساحت قاعده}\times\text{ارتفاع} = ۴۰\ cm^۲\times۱۲۵\ cm = ۵۰۰۰\ cm^۳ = ۵۰۰۰\times۱۰^{-۳}\ L = ۵\ L$$

گام دوم: از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ می‌توانیم جرم مایع را حساب کنیم:

$$m = \rho V = ۰/۹\times۵ = ۴/۵\ kg$$

گام سوم: ترازو مجموع جرم استوانه و مایع درون آن را نشان می‌دهد:

$$m_{مایع} + m_{استوانه} = ۴/۵ + ۲/۲ = ۶/۷\ kg$$

۹۵- گزینهٔ ۳ **گام اول:** در صورت سؤال گفته شده که $\frac{\rho_{آهن}}{\rho_{جسم}} = ۱/۳$ است؛ پس داریم:

$$\rho_{آهن} = ۱/۳\times\rho_{جسم} \Rightarrow ۷۸۰۰ = ۱/۳\times\rho_{جسم} \Rightarrow \rho_{جسم} = ۶۰۰۰\ kg/m^۳ = ۶\ g/cm^۳$$

گام دوم: حالا چگالی و جرم جسم را در رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ قرار می‌دهیم تا حجم آن را محاسبه کنیم:

$$V_{جسم} = \frac{m}{\rho} = \frac{۵۴۰}{۶} = ۹۰\ cm^۳$$

۹۶- گزینهٔ ۴ **حواستون باشه!** در صورت سؤال گفته شده که اگر حجم جسم A برابر ۵۰ $cm^۳$ باشد، جرم آن برابر ۷۵۰ g است. این همان چگالی است.

هم‌چنین گفته شده که $\rho_A = \frac{۲}{۳}\rho_B$؛ پس:

$$\rho_A = \frac{۲}{۳}\rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A} = \frac{۲}{۳}\frac{m_B}{V_B} \Rightarrow \frac{۷۵۰}{۵۰} = \frac{۲}{۳}\times\frac{m_B}{۶۰} \Rightarrow m_B = ۱۳۵۰\ g$$

۹۷- گزینهٔ ۴ در این سؤال هم مقایسهٔ چگالی دو مایع مختلف را داریم، پس از رابطهٔ $\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}$ برای حل استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{۴}{۵} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A} = \frac{۸}{۵}\times\frac{V_B}{۱۰} \Rightarrow V_B = \frac{۵۰\times۴}{۴۰} = ۵\ L$$

۹۸- گزینهٔ ۳ *باز هم مقایسهٔ چگالی! فقط کافیه مقادیر داده‌شده تو صورت سؤال رو با تبدیل‌های درست جای‌گذاری کنیم.*

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = ۱/۵ \Rightarrow \frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A} = ۱/۵ \Rightarrow \frac{m_A}{۰/۲}\times\frac{۵۰۰}{۲۰۰} = ۱/۵ \Rightarrow m_A = \frac{۱/۵\times۲۰۰\times۰/۲}{۵۰۰} = ۰/۱۲\ kg$$

۹۹- گزینهٔ ۲ داده‌های صورت سؤال را می‌نویسیم:

$$V_A = ۲V_B \ ,\ m_A = ۳m_B$$

حالا با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ نسبت چگالی جسم A را به چگالی جسم B حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{V_A}\times\frac{V_B}{m_B} = \frac{۳m_B}{۲V_B}\times\frac{V_B}{m_B} = \frac{۳}{۲}$$

۱۰۰- گزینهٔ ۱ به کمک رابطهٔ نسبتی چگالی داریم:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A}\times\frac{V_A}{V_B} = \frac{m_B}{m_A}\times\frac{\frac{۴}{۳}\pi r_A^۳}{a_B^۳} \xrightarrow[m_A = m_B - \frac{۶۴}{۱۰۰}m_B = \frac{۳۶}{۱۰۰}m_B]{\rho_B = \frac{۳}{۱۰}\rho_A} \frac{\frac{۳}{۱۰}\rho_A}{\rho_A} = \frac{m_B}{\frac{۳۶}{۱۰۰}m_B}\times\frac{\frac{۴}{۳}\times۳\times r_A^۳}{a_B^۳} \Rightarrow \frac{۳}{۱۰} = \frac{۱۰۰}{۳۶}\times۴\times\left(\frac{r_A}{a_B}\right)^۳$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۱۰}\times\frac{۹}{۱۰۰} = \left(\frac{r_A}{a_B}\right)^۳ \Rightarrow \frac{۳^۳}{۱۰^۳} = \left(\frac{r_A}{a_B}\right)^۳ \Rightarrow \frac{r_A}{a_B} = ۰/۳$$

۱۰۱- گزینهٔ ۴ **گام اول:** حل این سؤال به دقت بیشتری احتیاج دارد. در صورت سؤال گفته شده که مجموع جرم ظرف و مایع با چگالی $۱/۲\ g/cm^۳$ برابر ۵۴۰ g است. این جمله به بیان فیزیکی به صورت زیر است:

$$m_{مایع} + m_{ظرف} = ۵۴۰\ g \Rightarrow \rho_{مایع}\times V_{ظرف} + ۳۰۰g = ۵۴۰\ g \Rightarrow ۱/۲V_{ظرف} = ۲۴۰ \Rightarrow V_{ظرف} = ۲۰۰\ cm^۳$$

گام دوم: در قسمت **دوم** سؤال گفته شده که مجموع جرم ظرف و روغن داخل ظرف برابر ۴۶۰ g می‌شود؛ یعنی:

$$m_{روغن} + m_{ظرف} = ۴۶۰\ g \Rightarrow \rho_{روغن}\times V_{ظرف} + ۳۰۰ = ۴۶۰ \Rightarrow \rho_{روغن}\times۲۰۰ = ۱۶۰ \Rightarrow \rho_{روغن} = ۰/۸\ \frac{g}{cm^۳}\times\frac{۱\ cm^۳}{۱۰^{-۳}\ L} = ۸۰۰\ g/L$$

۱۰۲- گزینهٔ ۳ با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}=1\times\frac{45}{20}=\frac{9}{4}$$

۱۰۳- گزینهٔ ۴ **گام اول:** ابتدا نسبت چگالی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{8/1}{2/7}=3$$

گام دوم: حالا از نسبت به دست آمده در گام اول استفاده می‌کنیم:

$$\rho_B=3\rho_A \Rightarrow \frac{m}{V_B}=3\frac{m}{V_A} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B}=3 \Rightarrow \frac{67/5}{V_B}=3$$

$$\Rightarrow V_B=\frac{67/5}{3}=22/5\ cm^3=22/5\ cm^3\times\frac{10^{-3}\ dm^3}{1\ cm^3}=22/5\times10^{-3}\ dm^3=2/25\times10^{-2}\ dm^3$$

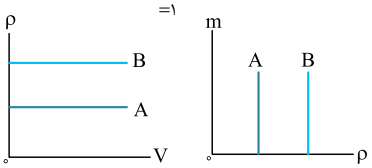
۱۰۴- گزینهٔ ۱ **گام اول:** همان‌طور که از رابطهٔ $m=\rho V$ می‌فهمیم، شیب نمودار m (جرم) برحسب V (حجم) برابر با چگالی است. پس هر چه شیب نمودار (ب) بیشتر باشد، چگالی بیشتر است. شیب نمودار C از شیب نمودار D بیشتر است، پس $\rho_C>\rho_D$ است. تا این‌جا ۲ و ۴ کنار می‌روند.

گام دوم: شیب نمودار (الف) برابر با عکس چگالی است. در این نمودار به ازای حجم برابر داریم:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\underbrace{\frac{V_A}{V_B}}_{=1}=\frac{m_B}{m_A}=\frac{0/06}{0/02}=3 \Rightarrow \rho_B=3\rho_A$$

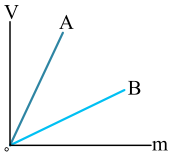
۱۰۵- گزینهٔ ۱ با توجه به این‌که مایعی که چگالی بیشتری دارد در قسمت پایین‌تر ظرف قرار می‌گیرد داریم: $\rho_B>\rho_A$

چگالی دو مایع A و B دارای مقدار ثابتی است بنابراین نمودار $m-\rho$ و $\rho-V$ آن‌ها به صورت روبه‌رو است. (نادرستی ۳ و ۴)



هم‌چنین شیب نمودار $m-V$ بیانگر چگالی مایع است، بنابراین با توجه به بیشتربودن چگالی مایع B، شیب نمودار $m-V$ این مایع باید از مایع A بیشتر باشد، یعنی: (درستی ۱)

شیب نمودار $V-m$ بیانگر وارون چگالی مایع است بنابراین شیب نمودار $V-m$ برای مایع A بیشتر از مایع B است. (نادرستی ۲)



۱۰۶- گزینهٔ ۳ **گام اول:** ابتدا حجم مکعب را حساب می‌کنیم:

$$V=(5\times10^{-2})^3=125\times10^{-6}\ m^3$$

گام دوم: حالا از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$، جرم این مکعب را حساب می‌کنیم:

$$m=\rho V=8\times10^3\times125\times10^{-6}=10^3\times10^{-3}=1\ kg$$

۱۰۷- گزینهٔ ۳ سؤال، جرم جسم را برحسب کیلوگرم می‌خواهد، پس در رابطه باید چگالی برحسب kg/m^3 و حجم برحسب m^3 باشد:

$$\rho=\frac{m}{V} \Rightarrow m=\rho\times V=1200\times(20\times30\times5\times10^{-6})=3/6\ kg$$

۱۰۸- گزینهٔ ۴ **گام اول:** می‌دانید حجم کره از رابطهٔ $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ محاسبه می‌شود و حجم نیم‌کره نصف این مقدار است؛ پس داریم:

$$V=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times3\times(10\times10^{-2})^3=2\times10^{-3}\ m^3$$

گام دوم: حالا از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$، چگالی کره را به دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{8}{2\times10^{-3}}=4\times10^3\ kg/m^3$$

۱۰۹- گزینهٔ ۲ **گام اول:** در صورت سؤال وزن جسم داده شده، همان‌طور که می‌دانید وزن جسم از رابطهٔ $W=mg$ به دست می‌آید. پس ما می‌توانیم جرم جسم را حساب کنیم:

$$W=mg \Rightarrow 60=m\times10 \Rightarrow m=6\ kg=6\times10^3\ g$$

گام دوم: حالا حجم جسم را حساب می‌کنیم:

$$r=4\ cm \Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\times3\times(4\times10^{-2})^3=256\times10^{-6}\ m^3=256\times10^{-3}\ L$$

گام سوم: از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ چگالی جسم را به دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{6\times10^3}{256\times10^{-3}}\simeq23/4\times10^3\ g/L=2/34\times10^4\ g/L$$

۱۱۰- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا حجم کرهٔ زمین را برحسب متر مکعب به شکل زیر حساب می‌کنیم:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\times3(6/3\times10^6)^3\simeq10^{21}\ m^3$$

گام دوم: حالا از فرمول $\rho=\frac{m}{V}$ استفاده می‌کنیم:

$$\rho=5/5\ g/cm^3=5/5\times10^3\ kg/m^3 \Rightarrow \rho=\frac{m}{V} \Rightarrow m=\rho V\simeq5/5\times10^3\times10^{21}=5/5\times10^{24}\ kg=5/5\times10^{21}\ Mg$$

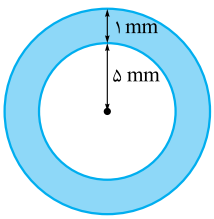
۱۱۱- گزینهٔ ۳ **گام اول:** ابتدا حجم فلز به کار رفته در این کرهٔ توخالی (یا همان پوستهٔ فلزی) را محاسبه می‌کنیم: (در صورت سؤال گفته شده که ضخامت پوسته ۸ cm است، پس شعاع داخلی پوستهٔ کروی برابر با $10-8=2\ cm$ می‌شود.)

$$V=\frac{4}{3}\pi(R^3-r^3)=\frac{4}{3}\times3\times(10^3-2^3)=4\times992\ cm^3=4\times992\times10^{-3}\ L$$

گام دوم: چگالی فلز را برحسب کیلوگرم بر لیتر می‌خواهد؛ پس داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{19/84\ kg}{4\times992\times10^{-3}}=5\ kg/L$$

۱۱۲- گزینهٔ ۳ **گام اول:** حجم پوستهٔ طلا را به دست می‌آوریم:



$$V_{طلا}=\frac{4}{3}\pi(r'^3-r^3) \xrightarrow[r=5\ mm]{r'=5+1=6\ mm} V_{طلا}=\frac{4}{3}\times3(6^3-5^3)=4\times91 \Rightarrow V_{طلا}=364\ mm^3$$

$$\xrightarrow{1\ mm^3=10^{-3}\ cm^3} V_{طلا}=0/364\ cm^3$$

گام دوم: جرم پوستهٔ طلا برابر است با:

$$m_{طلا}=\rho_{طلا}V_{طلا}=20\frac{g}{cm^3}\times0/364\ cm^3=7/28\ g \xrightarrow{1\ g=10^3\ mg} m_{طلا}=7280\ mg$$

۱۱۳- گزینهٔ ۳ در صورت سؤال گفته شده که $m_A = m_B$ است. می‌خواهیم نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ را حساب کنیم. پس از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}} \xrightarrow{m_A=m_B} \frac{V_B}{V_A} = \frac{\frac{۴}{۳}\pi r_B^۳}{\frac{۴}{۳}\pi r_A^۳} = (\frac{r_B}{r_A})^۳ = (\frac{۶}{۳})^۳ = ۸$$

۱۱۴- گزینهٔ ۳ می‌خواهیم نسبت چگالی آلومینیم به چگالی مس را حساب کنیم. پس طبق معمول از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ استفاده می‌کنیم. آلومینیم را با زیروند ۱ و مس را با زیروند ۲ نشان می‌دهیم:

$$\frac{\rho_۱}{\rho_۲} = \frac{\frac{m_۱}{V_۱}}{\frac{m_۲}{V_۲}} = \frac{m_۱}{m_۲} \times \frac{V_۲}{V_۱} = ۲/۴ \times \frac{\frac{۴}{۳}\pi r_۲^۳}{\frac{۴}{۳}\pi r_۱^۳} = ۲/۴ \times (\frac{r_۲}{r_۱})^۳ \xrightarrow{r_۱=۲r_۲} \frac{\rho_۱}{\rho_۲} = ۲/۴ \times (\frac{۱}{۲})^۳ = \frac{۲/۴}{۸} = ۰/۳$$

۱۱۵- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا باید به این نکته توجه کنیم که چون با مواد کرهٔ ذوب‌شده، استوانه را ساخته‌ایم، جرم و چگالی کره و استوانه با هم و در نتیجه حجم دو جسم برابر است. حالا حجم استوانهٔ ساخته‌شده را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{استوانه}} = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \pi(R^۲ - R'^۲)۲R = ۲\pi R(R^۲ - R'^۲)$$

گام دوم: حالا حجم استوانه را برابر با حجم کره قرار می‌دهیم:

$$V_{\text{استوانه}} = V_{\text{کره}}$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = ۲\pi R(R^۲ - R'^۲) \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{R^۲ - R'^۲}{R^۲} = ۲R^۲ = ۳R^۲ - ۳R'^۲ \Rightarrow R^۲ = ۳R'^۲ \Rightarrow \frac{R'^۲}{R^۲} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۱۱۶- گزینهٔ ۴ **گام اول:** چون هر دو استوانه از یک نوع ماده ساخته شده‌اند، چگالی آن‌ها با هم برابر است. حالا حجم استوانهٔ اول و استوانه دوم را به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم استوانهٔ اول} = V = \pi(R_۲^۲ - R_۱^۲)L$$

$$\text{حجم استوانهٔ دوم} = V' = \pi(۴R_۲^۲ - ۴R_۱^۲)۳L = ۱۲\pi(R_۲^۲ - R_۱^۲)L$$

گام دوم: حالا چگالی دو استوانه را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{M}{V} = \frac{M'}{V'} \Rightarrow \frac{M}{\pi L(R_۲^۲ - R_۱^۲)} = \frac{M'}{۱۲\pi L(R_۲^۲ - R_۱^۲)} \Rightarrow M = \frac{M'}{۱۲} \Rightarrow M' = ۱۲M$$

۱۱۷- گزینهٔ ۱ با داده‌های صورت سؤال حل این تست را شروع می‌کنیم:

$$\rho_۱ = ۳\rho_۲ \Rightarrow \frac{M_۱}{V_۱} = ۳\frac{M_۲}{V_۲} \Rightarrow \frac{M_۱}{\pi r_۱^۲ h_۱} = ۳ \times \frac{۲/۵M_۱}{\pi(r_۲'^۲ - r_۱'^۲)h_۲}$$

در صورت سؤال گفته شده که شعاع خارجی دو استوانه برابر است، پس: $r_۱ = r_۲'$

$$\frac{M_۱}{\pi r_۱^۲ h_۱} = ۳ \times \frac{۲/۵M_۱}{\pi(r_۱^۲ - r_۱'^۲) \times ۱۰h_۱} \Rightarrow \frac{۱}{r_۱^۲} = \frac{۳}{۴(r_۱^۲ - r_۱'^۲)} \Rightarrow ۳r_۱^۲ = ۴r_۱^۲ - ۴r_۱'^۲ \Rightarrow r_۱^۲ = ۴r_۱'^۲ \Rightarrow \frac{r_۱}{r_۱'} = ۲ \Rightarrow \frac{r_۱'}{r_۱} = \frac{۱}{۲}$$

۱۱۸- گزینهٔ ۳ **گام اول:** ابتدا حجم استوانه و کره را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi r^۲ h \xrightarrow{h=۲۰\,cm} ۲۰\pi r^۲$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \frac{۴}{۳}\pi(\frac{r}{۲})^۳ = \frac{۴}{۳}\pi\frac{r^۳}{۸} = \frac{۱}{۶}\pi r^۳$$

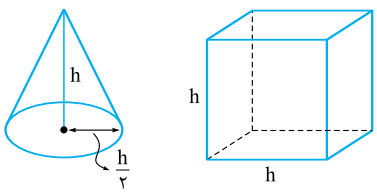
گام دوم: با توجه به برابربودن جرم کره و استوانه داریم:

$$\underbrace{\frac{\rho_{\text{کره}}}{\rho_{\text{استوانه}}}}_{=۳} = \frac{V_{\text{استوانه}}}{V_{\text{کره}}} = \frac{۲۰\pi r^۲}{\frac{۱}{۶}\pi r^۳} = \frac{۱۲۰}{r} = ۳ \Rightarrow r = ۴۰\,cm$$

گام سوم: حواستون باشه! شعاع کره را می‌خواهیم:

$$R = \frac{r}{۲} = \frac{۴۰}{۲} = ۲۰\,cm$$

۱۱۹- گزینهٔ ۳ **گام اول:** حجم مخروط و مکعب را برحسب ارتفاع مخروط (h) حساب می‌کنیم:



$$(\text{حجم مخروط})V_۱ = \frac{۱}{۳}(\pi r^۲)h = \frac{۱}{۳} \times ۳ \times (\frac{h}{۲})^۲ \times h = \frac{h^۳}{۴}$$

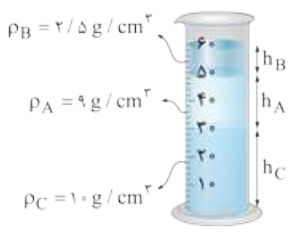
(شعاع قاعدهٔ مخروط) (ارتفاع مخروط)

$$(\text{حجم مکعب})\ V_۲ = h^۳$$

گام دوم: نسبت $\frac{\rho_۱}{\rho_۲}$ را می‌خواهیم، پس داریم:

$$\frac{\rho_۱}{\rho_۲} = \frac{\frac{m_۱}{V_۱}}{\frac{m_۲}{V_۲}} = \frac{m_۱}{m_۲} \times \frac{V_۲}{V_۱} \xrightarrow{m_۱=m_۲} \frac{\rho_۱}{\rho_۲} = ۱ \times \frac{h^۳}{\frac{h^۳}{۴}} = ۴$$

۱۲۰- گزینهٔ ۱ **گام اول:** چگالی مادهٔ B برابر $۲/۵\,kg/L = ۲/۵\,g/cm^۳$ است. بنابراین بین سه مایع A، B و C، مایع B کم‌ترین چگالی و مایع C بیشترین چگالی را داشته و نحوهٔ قرارگیری مایع‌ها درون ظرف مطابق شکل مقابل است:

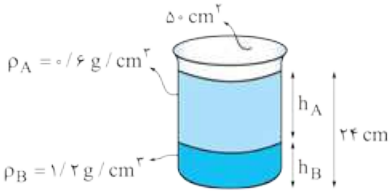


گام دوم: با توجه به شکل $h_A = ۲h_B$ و $h_C = ۳h_B$ است. سطح مقطع ظرف را برابر A در نظر گرفته و با استفاده از رابطهٔ نسبتی داریم:

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{V=Ah} \frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{h_B}{h_A} \Rightarrow \frac{۲۰}{m_A} = \frac{۲/۵}{۹} \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow m_A = ۱۴۴\ g$$

$$\frac{m_B}{m_C} = \frac{\rho_B}{\rho_C} \times \frac{V_B}{V_C} \Rightarrow \frac{m_B}{m_C} = \frac{\rho_B}{\rho_C} \times \frac{h_B}{h_C} \Rightarrow \frac{۲۰}{m_C} = \frac{۲/۵}{۱۰} \times \frac{۱}{۳} \Rightarrow m_C = ۲۴۰\ g$$

۱۲۱- گزینهٔ ۲ گام اول: دو مایع A و B مطابق شکل روبه‌رو درون ظرف ریخته می‌شوند. نسبت ارتفاع دو مایع را به صورت زیر به دست می‌آوریم:



$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \xrightarrow{V=۵۰\times h} \rho_A h_A = \rho_B h_B$$
$$\Rightarrow ۰/۶ h_A = ۱/۲ h_B \Rightarrow h_A = ۲h_B$$

گام دوم: مجموع ارتفاع دو مایع ۲۴ cm است، بنابراین با توجه به نتیجهٔ به دست آمده در گام اول داریم:

$$h_A + h_B = ۲۴\ cm \xrightarrow{h_A = ۲h_B} ۲h_B + h_B = ۲۴\ cm \Rightarrow ۳h_B = ۲۴\ cm \Rightarrow h_B = ۸\ cm$$
$$h_A = ۲h_B = ۲\times ۸ = ۱۶\ cm$$

گام سوم: مجموع جرم دو مایع برابر است با:

$$m = m_A + m_B = \rho_A V_A + \rho_B V_B = \rho_A \times ۵۰ \times h_A + \rho_B \times ۵۰ \times h_B \Rightarrow m = ۰/۶\times ۵۰\times ۱۶ + ۱/۲\times ۵۰\times ۸ \Rightarrow m = ۴۸۰ + ۴۸۰ = ۹۶۰\ g$$

۱۲۲- گزینهٔ ۴ گام اول: در این تست باید به این نکته توجه کنیم که چگالی کره را می‌خواهیم حساب کنیم، نه چگالی مادهٔ سازندهٔ آن را! چون حجم کره تغییر نکرده و داخلش یک حفره ایجاد شده (جرم کره کاهش یافته) پس انتظار داریم، چگالی کره کم‌تر از حالت قبل شود. حالا باید حساب کنیم که نسبت جرم کرهٔ دارای حفره به جرم کرهٔ اولیه چه‌قدر است. چون چگالی فلز در هر دو حالت ثابت است داریم:

$$m = \rho V \xrightarrow{\rho_{\text{فلز}}=\text{ثابت}} \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{\frac{۴}{۳}\times\pi\times[R^۳ - (\frac{R}{۲})^۳]}{\frac{۴}{۳}\times\pi\times R^۳} = \frac{۷}{۸}$$

گام دوم: حالا می‌خواهیم چگالی کره را حساب کنیم. حجم کره در هر دو حالت یکسان است، پس داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V_۱ = V_۲} \frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{۷}{۸}$$

۱۲۳- گزینهٔ ۳ ابتدا با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ حجم مکعبی به چگالی $۸\ g/cm^۳$ و جرم $۶\ kg$ را حساب می‌کنیم:

$$m = ۶\ kg = ۶\times ۱۰^۳\ g \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{۶\times ۱۰^۳}{۸} = ۷۵۰\ cm^۳$$

حجم مکعبی که در سؤال ذکر شده برابر $V = (۱۰^۳) = ۱۰۰۰\ cm^۳$ است. پس این مکعب توخالی است و حجم حفره $۲۵۰\ cm^۳$ است.

۱۲۴- گزینهٔ ۲ گام اول: در این سؤال با داشتن جرم و چگالی قطعهٔ طلا می‌توانیم حجم واقعی این قطعه را حساب کنیم:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{۱۹۹/۵\ g}{۱۹\times ۱۰^۳ \times ۱۰^{-۳}\ \frac{g}{cm^۳}} = \frac{۱۹۹/۵}{۱۹} = ۱۰/۵\ cm^۳$$

گام دوم: حالا با کم‌کردن این حجم از حجم ظاهری می‌توانیم حجم حفره را حساب کنیم:

$$V_{\text{حفره}} = ۱۲ - ۱۰/۵ = ۱/۵\ cm^۳$$

۱۲۵- گزینهٔ ۲ گام اول: ابتدا حجم مس به کار رفته در کره را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مس}} = \frac{m}{V_{\text{مس}}} \Rightarrow ۹۰۰۰ = \frac{۱۸}{V_{\text{مس}}} \Rightarrow V_{\text{مس}} = ۲\times ۱۰^{-۳}\ m^۳ \xrightarrow{۱\ m^۳ = ۱۰^۶\ cm^۳} V_{\text{مس}} = ۲\times ۱۰^۳\ cm^۳$$

حالا حجم حفرهٔ درون کره را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{حفره}} = V - V_{\text{مس}} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ - V_{\text{مس}} = \frac{۴}{۳}\times ۳\times (۱۰)^۳ - ۲\times ۱۰^۳ = ۲۰۰۰\ cm^۳$$

گام دوم: جرم گلیسیرین که این حفره را به طور کامل پر می‌کند به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{گلیسیرین}} = \frac{m}{V_{\text{گلیسیرین}}} \xrightarrow[V_{\text{گلیسیرین}} = V_{\text{حفره}} = ۲۰۰۰\ cm^۳ = ۲\times ۱۰^{-۳}\ m^۳]{\rho_{\text{گلیسیرین}} = ۱۲۵۰\ \frac{kg}{m^۳}} ۱۲۵۰ = \frac{m_{\text{گلیسیرین}}}{۲\times ۱۰^{-۳}} \Rightarrow m_{\text{گلیسیرین}} = ۲/۵\ kg$$

گام سوم: درصد افزایش جرم کره برابر است با:

$$\text{درصد افزایش جرم کره} = \frac{m_{\text{گلیسیرین}}}{m} \times ٪۱۰۰ = \frac{۲/۵}{۱۸} \times ٪۱۰۰ \simeq ٪۱۴$$

۱۲۶- گزینهٔ ۳ گام اول: ابتدا جرم کرهٔ توپر را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۴}{۳}\times ۳\times ۲۱۶ = ۸۶۴\ cm^۳ = ۸۶۴\times ۱۰^{-۳}\ L$$
$$m = \rho V_{\text{کره}} = ۹۳۷۵\times ۸۶۴\times ۱۰^{-۳} = ۸۱۰۰\ g = ۸/۱\ kg$$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که با ایجاد حفره، $۲/۴\ kg$ از جرم آن کم می‌شود، پس:

$$m' = ۸/۱ - ۲/۴ = ۵/۷\ kg = ۵۷۰۰\ g$$

حالا با داشتن چگالی و جرم، حجم کرهٔ دارای حفره را محاسبه می‌کنیم:

$$V' = \frac{m'}{\rho} = \frac{۵۷۰۰}{۹۳۷۵} = ۰/۶۰۸\ L = ۶۰۸\ cm^۳$$

گام سوم: حجم کرهٔ دارای حفره از رابطهٔ $V = \frac{۴}{۳}\pi(R^۳ - R'^۳)$ به دست می‌آید؛ پس به راحتی می‌توانیم شعاع حفره (R') را حساب کنیم:

$$V' = ۶۰۸ = \frac{۴}{۳}\times ۳(۶^۳ - R'^۳) \Rightarrow \frac{۶۰۸}{۴} = ۲۱۶ - R'^۳ \Rightarrow R'^۳ = ۶۴ \Rightarrow R' = ۴\ cm$$

۱۲۷- گزینهٔ ۱ **گام اول:** جرم مایع داخل سرنگ برابر اختلاف جرم سرنگ پُر و خالی است:

$$m_{\text{مایع}} = ۲۳/۶ - ۲۰ = ۳/۶\ g$$

گام دوم: چگالی و جرم مایع را داریم، پس حجم آن را می‌توانیم حساب کنیم: (**حواستون باشه!** *چگالی رو از گرم بر سانتی‌متر مکعب به گرم بر لیتر تبدیل کنید.*)

$$V_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{۳/۶}{(۰/۸\times ۱۰^{۳})} = ۴/۵\times ۱۰^{-۳}\ L = ۴/۵\ mL$$

گام سوم: حجم سرنگ $۵۰۰\ L$ و حجم مایع $۴/۵\ mL$ است؛ پس حجم حباب درون سرنگ برابر می‌شود با:

$$V_{\text{حباب}} = V_{\text{سرنگ}} - V_{\text{مایع}} = ۵ - ۴/۵ = ۰/۵\ mL$$

۱۲۸- گزینهٔ ۳ **گام اول:** حجم کل کره برابر می‌شود با:

$$V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi r^{۳} = \frac{۴}{۳}\times ۳\times ۱۲۵ = ۵۰۰\ cm^{۳}$$

گام دوم: از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ حجم فلز به کار رفته را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m}{\rho} = \frac{۱۰۸۰}{۲/۷} = ۴۰۰\ cm^{۳}$$

پس حجم حفره برابر $V_{\text{کره}} - V_{\text{فلز}} = ۵۰۰ - ۴۰۰ = ۱۰۰\ cm^{۳}$ است.

گام سوم: حالا درصد حجم حفره را باید حساب کنیم:

$$\frac{\text{حجم حفره}}{\text{حجم کره}}\times ۱۰۰ = \frac{۱۰۰}{۵۰۰}\times ۱۰۰ = ٪۲۰$$

۱۲۹- گزینهٔ ۱ حجم الکل جابه‌جاشده با حجم قطعه فلز برابر است با:

$$V_{\text{الکل سرریز}} = V_{\text{فلز}} \Rightarrow \frac{m_{\text{الکل سرریز}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} \Rightarrow \frac{۱۶۰}{۰/۸} = \frac{m_{\text{فلز}}}{۲/۷} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = ۵۴۰\ g$$

۱۳۰- گزینهٔ ۲ چون با انداختن گلوله داخل آب سطح آب از $۵۰\ cm^{۳}$ به $۵۴\ cm^{۳}$ رسیده است، یعنی گلوله $۵۴ - ۵۰ = ۴\ cm^{۳}$ آب را جابه‌جا کرده است. پس حجم گلوله $۴\ cm^{۳}$ است.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۴۲}{۴} = ۱۰/۵\ g/cm^{۳}$$

۱۳۱- گزینهٔ ۱ نکته‌ای که باید در این نوع سؤال به آن توجه کنید، این است که وقتی گلوله را در ظرف پر از الکل فرو می‌بریم، به اندازهٔ حجم گلوله، الکل از ظرف سرریز می‌شود؛ پس $V_{\text{گلوله}} = V_{\text{الکل سرریز شده}}$ $(۱\ g/L = ۱\ kg/m^{۳})$.

$$V_{\text{گلوله}} = V_{\text{الکل سرریز}} \Rightarrow \frac{m_{\text{گلوله}}}{\rho_{\text{گلوله}}} = \frac{m_{\text{الکل سرریز}}}{\rho_{\text{الکل}}} \Rightarrow \frac{۳۹۰۰}{۷۸۰۰} = \frac{m_{\text{الکل سرریز}}}{۸۰۰} \Rightarrow m_{\text{الکل سرریز}} = \frac{۳۹۰۰\times ۸۰۰}{۷۸۰۰} = ۴۰۰\ g$$

۱۳۲- گزینهٔ ۳ **گام اول:** ابتدا حجم مایع جابه‌جاشده در اثر انداختن فلز را حساب می‌کنیم. این حجم دقیقاً برابر حجم فلز است.

$$V = \underset{\text{سطح مقطع استوانه}}{A} . \underset{\text{تغییر ارتفاع آب}}{d} = ۱۰\times ۱/۲ = ۱۲\ cm^{۳}$$

گام دوم: به راحتی با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$، چگالی فلز قابل محاسبه است:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۹۰}{۱۲} = ۷/۵\ g/cm^{۳}$$

۱۳۳- گزینهٔ ۳ برای حل این تست ابتدا باید به جای پارامترهای حجم (V) در رابطهٔ $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$، پارامتر $\frac{m}{\rho}$ را جایگزین کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{۵m_B + m_B}{\frac{۵m_B}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{۶m_B}{m_B(\frac{۵}{۴۵} + \frac{۱}{۶})} = \frac{۶}{\frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۶}} = \frac{۶}{\frac{۱۵}{۵۴}} = \frac{۶\times ۵۴}{۱۵} = ۲۱/۶\ g/cm^{۳}$$

حواستون باشه! چگالی مخلوط برحسب دسی‌گرم بر لیتر خواسته شده:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = ۲۱/۶\frac{g}{cm^{۳}}\times \frac{۱\ dg}{۱۰^{-۱}g}\times \frac{۱\ cm^{۳}}{۱۰^{-۳}L} = ۲۱/۶\times ۱۰^{۴}\ dg/L$$

۱۳۴- گزینهٔ ۳ چگالی مخلوط از رابطهٔ $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲}$ به دست می‌آید. چون در صورت سؤال حرفی از جرم زده نشده است، پارامترهای m را برحسب پارامتر V (حجم) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} = ۱۴۰۰\ kg/m^{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۳۰۰\times ۳۰۰\times ۱۰^{-۶} + ۱۵۰۰\times V_۲}{۳۰۰\times ۱۰^{-۶} + V_۲} = ۱۴۰۰ \Rightarrow ۳۹\times ۱۰^{-۲} + ۱۵۰۰V_۲ = ۴۲\times ۱۰^{-۲} + ۱۴۰۰V_۲ \Rightarrow ۳\times ۱۰^{-۲} = ۱۰۰V_۲$$

$$\Rightarrow V_۲ = \frac{۳\times ۱۰^{-۲}}{۱۰۰} = ۳\times ۱۰^{-۴}\ m^{۳} = ۳\times ۱۰^{-۴}\times ۱۰^{۶} = ۳۰۰\ cm^{۳}$$

۱۳۵- گزینهٔ ۳ چگالی مخلوط از رابطهٔ $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$ محاسبه می‌شود:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = ۰/۷۵\frac{g}{cm^{۳}}\times \frac{۱\ cm^{۳}}{۱۰^{-۳}L} = ۷۵۰\ g/L$$

$$\Rightarrow ۷۵۰ = \frac{۶۰۰V_A + ۸۰۰V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow ۷۵۰V_A + ۷۵۰V_B = ۶۰۰V_A + ۸۰۰V_B \Rightarrow ۱۵۰V_A = ۵۰V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{۵۰}{۱۵۰} = \frac{۱}{۳}$$

۱۳۶- گزینهٔ ۲ **گام اول:** با توجه به نمودار جرم $۲۰\ g$ از مادهٔ A و B به ترتیب، برابر $۳\ cm^{۳}$ و $۶\ cm^{۳}$ است، بنابراین جرم $۴۰\ g$ از مادهٔ B برابر است با:

$$\frac{m_B}{V_B} = \frac{m'_B}{V'_B} \Rightarrow \frac{۲۰}{۶} = \frac{۴۰}{V'_B} \Rightarrow V'_B = ۱۲\ cm^{۳}$$

گام دوم: حالا چگالی مخلوط را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m'_B}{V_A + V'_B} = \frac{۲۰ + ۴۰}{۳ + ۱۲} = ۴\ g/cm^{۳}$$

۱۳۷- گزینهٔ ۲ گام اول: در این سؤال ما چگالی مخلوط و حجم آن را داریم. هم‌چنین چگالی مواد تشکیل‌دهندهٔ مخلوط را هم داریم. در ابتدای کار با استفاده از رابطهٔ $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}$، جرم مخلوط را به دست می‌آوریم: (m_1 جرم طلا، V_1 حجم طلا، m_2 جرم نقره و V_2 حجم نقره است.)

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1+m_2}{V_1+V_2} \Rightarrow ۱۳/۶ = \frac{m_1+m_2}{۵} \Rightarrow m_1+m_2 = ۶۸\ g \quad (۱)$$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که $V_1+V_2 = ۵\ cm^3$ است. حالا از همین داده استفاده می‌کنیم:

$$V_1 = ۵ - V_2 \quad (۲)$$

رابطهٔ (۱): $m_1+m_2 = ۶۸ \Rightarrow \rho_1V_1+\rho_2V_2 = ۶۸ \Rightarrow ۱۹V_1+۱۰V_2 = ۶۸ \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۲)}} ۱۹(۵-V_2)+۱۰V_2 = ۶۸ \Rightarrow V_2 = ۳\ cm^3$

گام سوم: حالا حجم و چگالی نقره را داریم، پس می‌توانیم از رابطهٔ $m = \rho V$ جرم نقره را حساب کنیم:

$$m_{\text{نقره}} = \rho V = ۱۰ \times ۳ = ۳۰\ g$$

۱۳۸- گزینهٔ ۱ در این تست حرفی از جرم دو مایع نزده است، پس کافی است در رابطهٔ $\rho = \frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}$ پارامترهای جرم را برحسب حجم جایگزین کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}$$

حالا اگر حجم کل مخلوط را V در نظر بگیریم، داریم:

$$V_1 = \frac{۱}{۳}V \ , \ V_2 = \frac{۲}{۳}V$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1(\frac{۱}{۳}V)+\rho_2(\frac{۲}{۳}V)}{V} = \frac{(\rho_1+۲\rho_2)\frac{V}{۳}}{V} = \frac{\rho_1+۲\rho_2}{۳}$$

۱۳۹- گزینهٔ ۳ در این تست باید به این نکته توجه کنید که چون چگالی یخ از چگالی آب کم‌تر است، در جرم مساوی از آب و یخ، حجم یخ بیشتر از حجم آب است. پس وقتی یخ ذوب می‌شود حجم مخلوط کاهش پیدا می‌کند.

$$V_{\text{یخ}} - \overbrace{V_{\text{آب}}}^{\substack{\text{حجم یخ}\\ \text{پس از}\\ \text{ذوب‌شدن}}} = ۵\ cm^3 \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} - \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = ۵\ cm^3 \Rightarrow \frac{m}{۰/۹} - \frac{m}{۱} = ۵ \Rightarrow \frac{m-۰/۹m}{۰/۹} = ۵ \Rightarrow ۰/۱m = ۴/۵ \Rightarrow m = ۴۵\ g$$

۱۴۰- گزینهٔ ۲ گام اول: تمام آب یخ می‌زند پس جرم آب و یخ برابر است. می‌توانیم از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ حجم یخ را حساب کنیم:

$$m_{\text{آب}} = m_{\text{یخ}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}} = \rho_{\text{یخ}}V_{\text{یخ}} \Rightarrow ۱ \times V_{\text{آب}} = ۰/۹ \times V_{\text{یخ}} \Rightarrow \frac{V_{\text{یخ}}}{V_{\text{آب}}} = \frac{۱}{۰/۹} = \frac{۱۰}{۹}$$

گام دوم: در صورت سؤال درصد تغییرات حجم خواسته شده؛ پس داریم:

$$\text{درصد تغییرات حجم} = \frac{V_{\text{یخ}}-V_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۰-۹}{۹} \times ۱۰۰ \simeq ٪۱۱/۲$$

گام سوم: به دلیل این که چگالی یخ از آب کم‌تر است، در جرم مساوی از آب و یخ، حجم یخ بیشتر از آب است. پس وقتی آب یخ می‌زند، حجم آن افزایش می‌یابد.

۱۴۱- گزینهٔ ۳ گام اول: چون چگالی یخ از چگالی آب کم‌تر است، در جرم برابر از آب و یخ، حجم یخ بیشتر از حجم آب است. پس وقتی یخ ذوب می‌شود، حجم آن کاهش می‌یابد پس حجم مخلوط کم می‌شود.

تا این‌جا ① و ② کنار می‌روند.

$$\text{چگالی کم‌تر} \leftarrow \rho = \frac{m \rightarrow \text{جرم ثابت}}{V \rightarrow \text{حجم بیشتر}}$$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که ۲۰ درصد از جرم یخ ذوب می‌شود.

$$m_{\text{آب}} = \frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۲/۷\ kg = ۰/۵۴\ kg = ۵۴۰\ g$$

(جرم یخ پس از ذوب‌شدن)

حالا با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ حجم یخ پس از ذوب‌شدن را حساب می‌کنیم:

$$\text{حجم یخ پس از ذوب‌شدن } V_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{۵۴۰}{۱} = ۵۴۰\ cm^3$$

گام سوم: حجم اولیهٔ یخ قبل از ذوب‌شدن برابر است با:

$$V_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{۵۴۰}{۰/۹} = ۶۰۰\ cm^3$$

گام آخر: پس مقدار کاهش حجم مخلوط برابر است با:

$$V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}} = ۶۰۰ - ۵۴۰ = ۶۰\ cm^3$$

از طرفی حجم اولیه کل قطعه یخ برابر است با:

$$V_{\text{اولیه}} = \frac{m_{\text{اولیه}}}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{۲۷۰۰}{۰/۹} = ۳۰۰۰\ cm^3$$

حالا درصد این تغییرات را حساب می‌کنیم:

$$\frac{V_{\text{یخ}}-V_{\text{آب}}}{V_{\text{اولیه}}} \times ۱۰۰ = \frac{۶۰}{۳۰۰۰} \times ۱۰۰ = ٪۲ \text{ کاهش}$$

۱۴۲- گزینهٔ ۴ گام اول: ابتدا مقدار آب یخ‌زده را حساب می‌کنیم:

$$m_{\text{کل}} = ۳/۶ \times ۱۰^۶\ mg = ۳/۶ \times ۱۰^۶ \times ۱۰^{-۳} = ۳۶۰۰\ g$$

$$m_{\text{یخ}} = \frac{۴۰}{۱۰۰} \times ۳۶۰۰ = ۱۴۴۰\ g$$

(جرم آب یخ‌زده)

۱۴۴۰ g از آب یخ می‌زند.

گام دوم: حالا با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$، حجم این مقدار یخ را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{۱۴۴۰}{۰/۹} = ۱۶۰۰\ cm^3 = ۱۶۰۰ \times ۱۰^{-۳} = ۱/۶\ L$$

گام سوم: اگر این مقدار آب (۱۴۴۰ g) یخ نمی‌زد، حجم آن برابر بود با:

$$V_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{۱۴۴۰}{۱} = ۱۴۴۰\ cm^3 = ۱/۴۴\ L \text{ قبل از یخ‌زدن}$$

پس حجم آب به دلیل یخ‌زدن $۱/۶ - ۱/۴۴ = ۰/۱۶\ L$ افزایش پیدا کرده است.

گام چهارم: حجم کل آب اولیه برابر است با:

$$V_{\text{آب اولیه}}=\frac{m_{\text{آب اولیه}}}{\rho_{\text{آب}}}=\frac{۳۶۰۰\,g}{۱\,\frac{g}{cm^۳}}=۳۶۰۰\,cm^۳=۳/۶\,L$$

پس حجم مخلوط نهایی برابر می‌شود با: $V_{\text{آب اولیه}}+\text{مقدار افزایش حجم}=۳/۶+۰/۱۶=۳/۷۶\,L$

۱۴۳- گزینهٔ ۳ **گام اول:** همان‌طور که از شکل صورت سؤال مشخص است، این جسم، سه‌چهارم یک کرهٔ کامل است. اول حجم این جسم را به صورت توپر محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{توپر}}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۴}{۳}\pi r^۳=\pi r^۳=۳\times(۴)^۳=۱۹۲\,cm^۳$$

گام دوم: حالا حجم حفرهٔ داخل را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{حفره}}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۴}{۳}\times\pi r'^۳=\pi r'^۳=۳\times(۲)^۳=۲۴\,cm^۳$$

با کم‌کردن حجم حفره از حجم کرهٔ توپر، حجم جسم به دست می‌آید:

$$V=V_{\text{توپر}}-V_{\text{حفره}}=۱۹۲-۲۴=۱۶۸\,cm^۳$$

گام سوم: حالا وقت این است که با استفاده از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ جرم جسم را محاسبه کنیم:

$$m=\rho V=۸\times۱۶۸=۱۳۴۴\,g$$

۱۴۴- گزینهٔ ۲ **گام اول:** در حل این تست باید به این نکته توجه کنیم که حجم مایعی که از استوانه بیرون می‌ریزد، برابر با حجم کرهٔ فلزی است. پس اول باید حجم کرهٔ فلزی را محاسبه کنیم:

$$V_{\text{کره}}=\frac{m}{\rho}\overset{W=mg}{=\!=}\frac{\frac{W}{g}}{\rho}=\frac{۱/۲\,kg}{۶\,\frac{g}{cm^۳}}=\frac{۱۲۰۰}{۶}=۲۰۰\,cm^۳$$

گام دوم: حالا که حجم مایع سرریزشده را داریم، می‌توانیم جرم این مقدار مایع را حساب کنیم:

$$m=\rho V=۰/۸\times۲۰۰=۱۶۰\,g=۰/۱۶\,kg$$

۱۴۵- گزینهٔ ۱ **گام اول:** باید حجم این استوانه را حساب کنیم:

$$V=\pi r^۲h=۳\times(۲)^۲\times۶=۷۲\,cm^۳$$

گام دوم: حالا از رابطهٔ $m=\rho V$ می‌توانیم جرم استوانه را به دست آوریم:

$$m=\rho V=۶\times۷۲=۴۳۲\,g=\frac{۴۳۲}{۱۰۰}=۴/۳۲\,hg$$

۱۴۶- گزینهٔ ۳ **گام اول:** داده‌های صورت سؤال را می‌نویسیم: (a طول، b عرض و c ارتفاع است.)

$$a_۱=۲a_۲\ ,\ b_۱=۳b_۲\ ,\ c_۱=\frac{۱}{۲}c_۲$$

با این داده‌ها نسبت حجم دو مکعب‌مستطیل را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{a_۱b_۱c_۱}{a_۲b_۲c_۲}=\frac{۲a_۲\times۳b_۲\times\frac{۱}{۲}c_۲}{a_۲b_۲c_۲}=۳$$

گام دوم: حالا با استفاده از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ نسبت چگالی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{m_۲}{m_۱}\times\underbrace{\frac{V_۱}{V_۲}}_{=۳}=۳\frac{m_۲}{m_۱}$$

۱۴۷- گزینهٔ ۴ **گام اول:** ابتدا با داشتن جرم و چگالی این سیم می‌توانیم حجم سیم را حساب کنیم:

$$V=\frac{m}{\rho}=\frac{۲۷\times۱۰^{-۳}}{۹}=۳\times۱۰^{-۳}\,cm^۳$$

گام دوم: حجم سیم برابر است با مساحت سطح مقطع ضرب در طول سیم:

$$V=A.d\ \Rightarrow\ ۳\times۱۰^{-۳}=A\times۲۵۰۰\ \Rightarrow\ A=\frac{۳۰۰۰}{۲۵۰۰}=۱/۲\,cm^۲$$

گام سوم: حواستون باشه! مساحت برحسب میکرومتر مربع ($\mu m^۲$) خواسته شده؛ پس:

$$A=۱/۲cm^۲\times\frac{۱۰^۸\mu m^۲}{۱\,cm^۲}=۱/۲\times۱۰^۸\,\mu m^۲$$

۱۴۸- گزینهٔ ۲ **گام اول:** با انداختن قطعه فلز درون آب، ارتفاع آب ۵ cm بالا می‌آید. اگر حجم آب جابه‌جا شده را حساب کنیم؛ یعنی در حقیقت حجم قطعه فلز را حساب کرده‌ایم:

$$V=\text{سطح مقطع}\times\text{ارتفاع}=۲\times۲\times۵=۲۰\,cm^۳$$

گام دوم: چگالی فلز برابر است با:

$$\rho=۱۰\frac{kg}{L}\times\frac{۱۰^۳\,g}{۱\,kg}\times\frac{۱\,L}{۱۰^۳\,cm^۳}=۱۰\,g/cm^۳$$

پس از رابطهٔ $m=\rho V$ می‌توانیم جرم قطعه فلز را حساب کنیم:

$$m=\rho V=۱۰\times۲۰=۲۰۰\,g=۰/۲\,kg$$

گام سوم: حواستون باشه! در صورت سؤال وزن قطعه فلز خواسته شده:

$$W=mg=۰/۲\times۱۰=۲\,N$$

۱۴۹- گزینهٔ ۳ **گام اول:** استوانهٔ مدرج را با محلول پر می‌کنیم؛ پس حجم محلول برابر با حجم استوانه است:

$$V=\pi r^۲h=۳\times(۲)^۲\times۴=۴۸\,cm^۳$$

گام دوم: حالا می‌خواهیم چگالی محلول را از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ برحسب kg/L حساب کنیم:

$$m=۰/۳۸۴\,kg\ ,\ V=۴۸\,cm^۳\times\frac{۱۰^{-۳}\,L}{۱\,cm^۳}=۴/۸\times۱۰^{-۲}\,L\ \Rightarrow\ \rho=\frac{m}{V}=\frac{۰/۳۸۴}{۴/۸\times۱۰^{-۲}}=۸\,kg/L$$

گام سوم: چگالی محلول برحسب $g/cm^۳$ برابر است با:

$$m=۳۸۴\,g\ ,\ V=۴۸\,cm^۳$$

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{۳۸۴}{۴۸}=۸\,g/cm^۳$$

$۱\,kg/L=۱\,g/cm^۳$ است.

۱۵۰- گزینهٔ ۲ چگالی مایع B بیشتر از چگالی مایع A است، بنابراین در قسمت پایین‌تر ظرف قرار می‌گیرد. هم‌چنین جرم دو مایع برابر است بنابراین نسبت ارتفاع دو مایع به صورت زیر به دست می‌آید: (A سطح مقطع ظرف است.)

$$m_A=m_B\ \Rightarrow\ \rho_AV_A=\rho_BV_B\ \Rightarrow\ \rho_AAh_A=\rho_BAh_B\ \Rightarrow\ ۱\times h_A=۲\times h_B\ \Rightarrow\ h_A=۲h_B$$

تکنیک می‌توانستیم نسبت ارتفاع‌های دو مایع را محاسبه نکنیم. با توجه به این‌که جرم دو مایع برابر است، حجم و در نتیجه ارتفاع مایع A که چگالی کم‌تری دارد، بیشتر از حجم و ارتفاع مایع B خواهد بود.

۱۵۱- گزینهٔ ۳ **گام اول:** در صورت سؤال گفته شده که شیب نمودار A، ۲ برابر شیب نمودار B است.

$$\frac{V_A}{m_A}=۲\frac{V_B}{m_B}\xrightarrow{m_A=m_B=m} V_A=۲V_B \Rightarrow V_B=\frac{۸}{۲}=۴\ cm^۳$$

گام دوم: حالا از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$، چگالی مادهٔ B را به دست می‌آوریم:

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{۲۰}{۴}=۵\ g/cm^۳$$

گام سوم: چگالی برحسب واحد SI خواسته شده، یعنی کیلوگرم بر متر مکعب:

$$\rho_B=۵\frac{g}{cm^۳}\times\frac{۱\ kg}{۱۰^۳\ g}\times\frac{۱۰^۶\ cm^۳}{۱\ m^۳}=۵\times۱۰^۳\ kg/m^۳$$

۱۵۲- گزینهٔ ۲ **گام اول:** در حل این سؤال باید به این نکته توجه کنید که چون در صورت سؤال گفته شده «مقدار معینی گاز»، جرم گاز در نقاط A و B با هم برابر است. حالا با نوشتن رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ در نقطهٔ A جرم گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$m=\rho_A V_A=۰/۸\times۴/۸\ kg$$

گام دوم: حالا که جرم گاز را داریم می‌توانیم چگالی آن را در نقطهٔ B حساب کنیم:

$$\rho_B=\frac{m}{V_B}=\frac{۰/۸\times۴/۸}{۱/۲}=۳/۲\ kg/m^۳$$

گام سوم: چگالی را برحسب گرم بر لیتر باید حساب کنیم:

$$\rho_B=۳/۲\frac{kg}{m^۳}\times\frac{۱۰^۳\ g}{۱\ kg}\times\frac{۱\ m^۳}{۱۰^۳\ L}=۳/۲\ g/L$$

۱۵۳- گزینهٔ ۳ **گام اول:** تکلیف افزایش یا کاهش حجم را مشخص می‌کنیم. چون چگالی یخ از چگالی آب کم‌تر است، در جرم برابر از آب و یخ، حجم یخ بیشتر از حجم آب است؛ پس با یخ‌زدن آب، حجم مخلوط افزایش می‌یابد. تا این‌جا ۲ و ۴ کنار می‌روند.

گام دوم:

$$V_{یخ}-V_{آب}=۶\times۱۰^{-۳}\ L=۶\ cm^۳$$

$$\Rightarrow \frac{m}{\rho_{یخ}}-\frac{m}{\rho_{آب}}=۶ \Rightarrow \frac{m}{۰/۹}-\frac{m}{۱}=۶ \Rightarrow \frac{m-۰/۹m}{۰/۹}=۶ \Rightarrow ۰/۱m=۵/۴ \Rightarrow m=۵۴\ g$$

۱۵۴- گزینهٔ ۱ ۱ و ۳ کمد را به صورت ذرهٔ m ساده‌سازی و نیروهای وارد بر کمد را از این ذره رسم کرده است. پس این دو گزینه از این نظر مدل‌سازی بهتری هستند.
مشکل ۳ در مدل‌سازی نیست! مشکل این گزینه این است که جهت نیروها را برعکس کشیده است.
۲ علاوه بر استفاده‌نکردن از مدل ذره‌ای، یک مشکل دیگر هم دارد. این‌که از نیروی اصطکاک چشم‌پوشی کرده ولی از قیافهٔ شخص معلوم است که نمی‌شود اصطکاک را نادیده گرفت!
۴ هم به‌جز ذره‌ای‌نبودن، به جزئیات پرداخته و به جای یک نیروی هُل‌دادن، چند نیرو کشیده است.
(در این‌جا نیروی وزن و عمودی سطح با هم خنثی می‌شوند و اگر آن‌ها را نکشیم، اتفاقی نمی‌افتد. اما در فصل دینامیک متوجه می‌شوید که برای محاسبهٔ نیروی اصطکاک به آن‌ها نیاز داریم.)

۱۵۵- گزینهٔ ۴ **اول این‌که** می‌دانید کمیت‌های اصلی این‌ها هستند: جرم، طول، زمان، جریان الکتریکی، دما، مقدار مول، شدت روشنایی
دوم این‌که کمیت‌های برداری که شما باید بلد باشید هم عبارت‌اند از:
جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، تکانه، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و گشتاور. حالا شما باید گزینه‌ای را انتخاب کنید که کمیت‌هایش نه اصلی باشد و نه برداری؛ یعنی ۴. (در ۱ و ۳ جرم اصلی و در ۲، شتاب برداری است.)

۱۵۶- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا یکای نیرو (F) را برحسب یکاهای اصلی می‌نویسیم:

$$F=ma \Rightarrow \text{یکای نیرو}=\text{یکای جرم}\times\text{یکای شتاب}=kg.m/s^۲$$

گام دوم: حالا از رابطهٔ $F=G\frac{m_۱m_۲}{r^۲}$، G را استخراج می‌کنیم:

$$G=\frac{F.r^۲}{m_۱m_۲} \Rightarrow G_{\text{یکای}}=\frac{(F_{\text{یکای}})\times(r_{\text{یکای}})^۲}{(m_{\text{یکای}})^۲}=\frac{\frac{kg.m}{s^۲}\times m^۲}{kg^۲}=\frac{m^۳}{kg.s^۲}$$

۱۵۷- گزینهٔ ۳ ابتدا حجم $۱\ mm^۳$ را به $m^۳$ و $cm^۳$ تبدیل می‌کنیم:

$$۱\ mm^۳=۱\times(۱۰^{-۳})^۳=۱۰^{-۹}\ m^۳$$

$$۱\ mm^۳=۱\times\frac{(۱۰^{-۳})^۳}{(۱۰^{-۲})^۳}=۱۰^{-۳}\ cm^۳$$

پس حجم این مکعب $۱۰^{-۹}$ برابر مکعبی به حجم $۱\ m^۳$ است (نادرستی ۴ و ۱). اگر طول هر یال این مکعب $۰/۱\ m$ باشد، حجم آن $m^۳$ $۱۰^{-۱}\times۱۰^{-۱}\times۱۰^{-۱}=۱۰^{-۳}$ می‌شود که درست نیست (نادرستی ۲).

۱۵۸- گزینهٔ ۳ باز هم روش زنجیره‌ای:

$$m=۴۸\ Mg=۴۸\ Mg\times\frac{۱۰^۶\ g}{۱\ Mg}\times\frac{۱\ \text{مثقال}}{۵\ g}\times\frac{۱\ \text{من تبریز}}{۶۴۰\ \text{مثقال}}\times\frac{۱\ \text{خروار}}{۱۰۰\ \text{من تبریز}}=۱۵۰\ \text{خروار}$$

حالا پاسخ را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$m=۱۵۰\ \text{خروار}=۱/۵\times۱۰^۲\ \text{خروار}$$

۱۵۹- گزینهٔ ۳ **گام اول:** باید مقدار الماس خریداری‌شده را به دسی‌گرم تبدیل کنیم. از روش زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$۲۵\ \text{قیراط}=۲۵\ \text{قیراط}\times\frac{۲۰۰\ mg}{۱\ \text{قیراط}}\times\frac{۱\ g}{۱۰^۳\ mg}\times\frac{۱۰\ dg}{۱\ g}=۵۰\ dg$$

گام دوم: قیمت هر دسی‌گرم الماس را داریم، پس کارمان راحت است:

$$\text{قیمت ۵۰ dg الماس به تومان}=۵۰\times۱۵\times۱۰^۶=۷۵۰\times۱۰^۶\ \text{تومان}$$

گام سوم: حواستون باشه! قیمت را به صورت نمادگذاری علمی خواسته:

$$\text{قیمت ۵۰ dg الماس به تومان}=۷/۵\times۱۰^۲\times۱۰^۶=۷/۵\times۱۰^۸$$

۱۶۰- گزینهٔ ۲ دقت اندازه‌گیری در خط‌کشی که برحسب میلی‌متر درجه‌بندی شده است، برابر با ۱ mm است. حالا دقت اندازه‌گیری در گزینه‌ها را به دست می‌آوریم تا ببینیم کدام گزینه نتیجهٔ این اندازه‌گیری است. (دقت در وسایل اندازه‌گیری مدرج برابر با ارزش مکانی رقم قبل از رقم حدسی (غیرقطعی) است.)

(۱) دقت اندازه‌گیری $= ۰/۱\ mm$ ✗

(۲) دقت اندازه‌گیری $= ۰/۱\ cm \times \frac{۱۰\ mm}{۱\ cm} = ۱\ mm$ ✓

(۳) دقت اندازه‌گیری $= ۱\ cm \times \frac{۱۰\ mm}{۱\ cm} = ۱۰\ mm$ ✗

(۴) دقت اندازه‌گیری $= ۰/۰۰۰۱\ m \times \frac{۱۰^{۳}\ mm}{۱\ m} = ۰/۱\ mm$ ✗

پس دقت اندازه‌گیری در (۲) برابر با دقت اندازه‌گیری خط‌کش میلی‌متری است.

۱۶۱- گزینهٔ ۱ همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، دقت در وسایل اندازه‌گیری مدرج برابر با ارزش مکانی رقم قبل از رقم حدسی است؛ یعنی دقت در این اندازه‌گیری برابر با $۰/۰۱\ L$ است. حالا این دقت را برحسب سانتی‌متر مکعب حساب می‌کنیم: $۰/۰۱\ L = ۰/۰۱ \times ۱۰^{۳}\ cm^{۳} = ۱۰\ cm^{۳}$ = دقت اندازه‌گیری

۱۶۲- گزینهٔ ۳ دقت اندازه‌گیری هر یک از ترازوها را تعیین می‌کنیم:

دقت ترازوی عقربه‌ای $= ۲\ g$ دقت ترازوی دیجیتال $= ۰/۰۱\ kg$

چون مقدار عددی دقت ترازوی عقربه‌ای کم‌تر است این ترازو جرم اجسام را با دقت بیشتری اندازه‌گیری می‌کند.

۱۶۳- گزینهٔ ۲ **گام اول:** **حواستان باشد که** جرم گاز ثابت می‌ماند. پس:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \underbrace{\frac{m_۲}{m_۱}}_{=۱} \times \frac{V_۱}{V_۲} = \frac{V_۱}{V_۲} \quad (۱)$$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که حجم ۶۰ درصد افزایش می‌یابد، یعنی:

$$V_۲ = V_۱ + \frac{۶۰}{۱۰۰}V_۱ = V_۱ + ۰/۶V_۱ = ۱/۶V_۱ \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در رابطهٔ (۱)}} \frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{V_۱}{۱/۶V_۱} = \frac{۱}{۱/۶} \Rightarrow \rho_۱ = ۱/۶\rho_۲$$

گام سوم: برای محاسبهٔ درصد تغییرات چگالی داریم:

$$\text{درصد تغییرات چگالی} = \frac{\Delta\rho}{\rho_۱} \times ۱۰۰ = \frac{\rho_۲ - \rho_۱}{\rho_۱} \times ۱۰۰ = \frac{\rho_۲ - ۱/۶\rho_۲}{۱/۶\rho_۲} \times ۱۰۰ = -٪۳۷/۵$$

۱۶۴- گزینهٔ ۴ **گام اول:** ابتدا نسبت حجم دو استوانه را حساب می‌کنیم:

حجم استوانه = مساحت قاعده × ارتفاع

$$\left.\begin{array}{l} V_A = \pi r^{۲}h \\ V_B = \text{حجم ظاهری} - \text{حجم حفره} = \pi r^{۲}h - \pi(\frac{r}{۲})^{۲}h = \pi r^{۲}h(۱ - \frac{۱}{۴}) = \frac{۳}{۴}\pi r^{۲}h \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{\frac{۳}{۴}\pi r^{۲}h}{\pi r^{۲}h} = \frac{۳}{۴}$$

گام دوم: حالا با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ نسبت چگالی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{m_A = m_B} \frac{V_B}{V_A} = \frac{۳}{۴}$$

۱۶۵- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا تبدیل یکاهای لازم را انجام می‌دهیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = ۰/۸۸ \frac{g}{cm^{۳}} \times \frac{۱\ kg}{۱۰^{۳}\ g} \times \frac{۱۰^{۶}\ cm^{۳}}{۱\ m^{۳}} = ۸۸۰\ kg/m^{۳}$$

$$V_{\text{آب}} = ۲\ L = ۲ \times ۱۰^{-۳}\ m^{۳}$$

گام دوم: چگالی مخلوط را از رابطهٔ $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲}$ حساب می‌کنیم: (چون از جرم صحبتی نشده، پارامترهای جرم را برحسب پارامتر حجم جای‌گذاری می‌کنیم.)

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow ۸۸۰ = \frac{۱۰^{۳} \times ۲ \times ۱۰^{-۳} + ۸ \times ۱۰^{۲} \times V_۲}{۲ \times ۱۰^{-۳} + V_۲} \Rightarrow ۱/۷۶ + ۸۸۰V_۲ = ۲ + ۸۰۰V_۲$$

$$\Rightarrow ۸۰V_۲ = ۰/۲۴ \Rightarrow V_۲ = ۰/۰۰۳\ m^{۳} \Rightarrow V_۲ = ۳ \times ۱۰^{-۳}\ m^{۳} = ۳ \times ۱۰^{۳}\ cm^{۳}$$

۱۶۶- گزینهٔ ۱ در این سؤال هم باید از رابطهٔ $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$ استفاده کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{m + ۲/۵m}{\frac{m}{\rho_A} + \frac{۲/۵m}{\rho_B}} = \frac{m(۱ + ۲/۵)}{m(\frac{۱}{\rho_A} + \frac{۲/۵}{\rho_B})} \quad (۱) \qquad , \qquad \rho_{\text{مخلوط}} = ۲\rho_A \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow ۲\rho_A = \frac{۳/۵}{\frac{۱}{\rho_A} + \frac{۲/۵}{\rho_B}} \Rightarrow ۲ + ۵\frac{\rho_A}{\rho_B} = ۳/۵ \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{۳}{۱۰} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{۱۰}{۳}$$

۱۶۷- گزینهٔ ۳ **گام اول:** ابتدا حجم کرهٔ زمین را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{زمین}} = \frac{۴}{۳}\pi r^{۳} = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times (۶ \times ۱۰^{۶})^{۳} = ۸۶۴ \times ۱۰^{۱۸}\ m^{۳}$$

گام دوم: حالا از رابطهٔ $m = \rho V$ جرم زمین را به دست می‌آوریم:

$$m = \rho V = ۵ \times ۱۰^{۳} \times ۸۶۴ \times ۱۰^{۱۸} = ۴۳۲۰ \times ۱۰^{۲۱} \simeq ۴/۳۲ \times ۱۰^{۲۴}\ kg$$

۱۶۸- گزینهٔ ۳ **گام اول:** با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، ۱ تاس را برحسب سانتی‌متر مکعب به دست می‌آوریم:

$$۱\ \text{تاس} = ۱\ \text{تاس} \times \frac{۲\ \text{کفلیز}}{۱\ \text{تاس}} \times \frac{۱۵۰\ mL}{۱\ \text{کفلیز}} \times \frac{۱۰^{-۳}\ L}{۱\ mL} \times \frac{۱۰^{۳}\ cm^{۳}}{۱\ L} = ۳۰۰\ cm^{۳}$$

گام دوم: حالا باید حجمی از روغن را به قیمت ۲۰۰۰۰ تومان محاسبه کنیم:

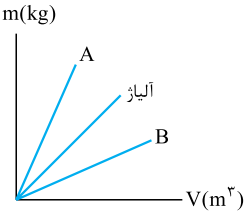
حجم ($cm^{۳}$)	قیمت
۳۰۰	۵۰۰۰
x	۲۰۰۰۰

$$\Rightarrow x = \frac{۳۰۰ \times ۲۰۰۰۰}{۵۰۰۰} = ۱۲۰۰\ cm^{۳}$$

گام سوم: حالا با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ و با داشتن حجم و چگالی روغن، جرم آن را حساب می‌کنیم:

$$\rho = ۹۰۰ \frac{kg}{m^۳} \times \frac{۱۰^۳ g}{۱ kg} \times \frac{۱ m^۳}{۱۰^۶ cm^۳} = ۰/۹ g/cm^۳ \qquad m = \rho V = ۰/۹ \times ۱۲۰۰ = ۱۰۸۰ g$$

۱۶۹- گزینهٔ ۲ چگالی آلیاژ حاصل از ترکیب دو فلز A و B مقداری است بین چگالی دو فلز A و B *(درست مثل معدل شما که عددیه بین کم‌ترین و بیشترین نمره‌توون)*. از طرفی می‌دانیم شیب نمودار جرم برحسب حجم نشان‌دهندهٔ چگالی است؛ بنابراین شیب نمودار جرم برحسب حجم مربوط به آلیاژ باید بین شیب دو نمودار فلزهای A و B باشد، یعنی این نمودار در ناحیهٔ (۲) قرار می‌گیرد.



۱۷۰- گزینهٔ ۴ **گام اول:** پس از انداختن جسم A، ارتفاع آب $۳۱ - ۲۵ = ۶ cm$ و پس از انداختن جسم B ارتفاع آب $۳۳ - ۲۵ = ۸ cm$ بالا آمده است. بنابراین حجم هر یک از اجسام برابر است با: (A سطح مقطع ظرف است.)

$$V_A = A \times ۶ (cm^۳) \quad , \quad V_B = A \times ۸ (cm^۳)$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ نسبتی چگالی داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{m_A = m_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\cancel{A} \times ۸}{\cancel{A} \times ۶} = \frac{۴}{۳}$$

۱۷۱- گزینهٔ ۴ **گام اول:** حجم مکعب و استوانه را به دست می‌آوریم:

$$V_{مکعب} = a^۳$$

$$V_{استوانه} = (A_{خارجی} - A_{داخلی}) h = (\pi \frac{۹}{۴} a^۲ - \frac{\pi}{۴} a)^۲ \times ۲a = ۱۲a^۳$$

گام دوم: رابطهٔ چگالی و یک تناسب ساده:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\frac{\rho_{استوانه}}{\rho_{مکعب}} = \frac{m_{استوانه}}{m_{مکعب}} \times \frac{V_{مکعب}}{V_{استوانه}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۴}} \times \frac{a^۲}{۱۲a^۳} = \frac{۱}{۳}$$

۱۷۲- گزینهٔ ۱ **گام اول:** حجم حفره را به دست می‌آوریم:

$$V_{حفره} = \frac{۴}{۳} \pi r_{حفره}^۳ = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times (۵)^۳ \Rightarrow V_{حفره} = ۵۰۰ cm^۳$$

گام دوم: حجم مایع برابر حجم حفره است. بنابراین جرم مایع برابر است با:

$$m_{مایع} = \rho_{مایع} V_{حفره} = ۷/۵ \times ۵۰۰ = ۳۷۵۰ g$$

گام سوم: جرم اولیهٔ مکعب برابر m و جرم ثانویهٔ آن برابر $m + m_{مایع}$ است. با توجه به این‌که جرم ثانویهٔ مکعب ۲۵ درصد بیشتر از جرم اولیهٔ آن است، داریم:

$$m + ۳۷۵۰ = m + \frac{۲۵}{۱۰۰} m \Rightarrow m + ۳۷۵۰ = \frac{۵}{۴} m \Rightarrow ۳۷۵۰ = \frac{۱}{۴} m \Rightarrow m = ۴ \times ۳۷۵۰ = ۱۵۰۰۰ g$$

گام چهارم: حجم مادهٔ به کار رفته در مکعب را به دست می‌آوریم: (طول ضلع مکعب را a در نظر می‌گیریم.)

$$V_{ماده} = V - V_{حفره} = a^۳ - V_{حفره} \Rightarrow V_{ماده} = ۲۰^۳ - ۵۰۰ = ۷۵۰۰ cm^۳$$

گام آخر: چگالی مادهٔ سازندهٔ مکعب برابر است با:

$$\rho_{ماده} = \frac{m}{V_{ماده}} = \frac{۱۵۰۰۰}{۷۵۰۰} = ۲ g/cm^۳$$

۱۷۳- گزینهٔ ۳ **گام اول:** شرط لازم برای شناورماندن کره روی آب این است که چگالی کره کوچک‌تر یا مساوی چگالی آب باشد. هر چه حفره بزرگ‌تر باشد، چگالی کره کم‌تر می‌شود. پس برای پیداکردن حداقل حجم حفره کافی است چگالی کره را برابر چگالی آب قرار دهیم: $\rho_{کره} = \rho_{آب}$

گام دوم: برای حل این تست باید چگالی کره را به صورت چگالی مخلوط آهن و خلأ در نظر بگیریم (فرض کنیم داخل حفره خلأ باشد). آهن را با اندیس ۱ و خلأ را با اندیس ۲ نشان می‌دهیم:

$$\rho_{آب} = \rho_{کره} = \frac{\rho_۱ V_۱ + \rho_۲ V_۲}{V_۱ + V_۲} \xrightarrow{\rho_۲ = ۰} ۱۰۰۰ = \frac{۵۰۰۰ V_۱}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow ۱۰۰۰ V_۱ + ۱۰۰۰ V_۲ = ۵۰۰۰ V_۱$$

$$\Rightarrow ۴۰۰۰ V_۱ = ۱۰۰۰ V_۲ \Rightarrow V_۲ = ۴ V_۱$$

حالا به راحتی حداقل درصد حجم حفره را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{V_۲}{V_۱ + V_۲} \times ۱۰۰ = \frac{۴V_۱}{۵V_۱} \times ۱۰۰ \simeq ٪۸۰$$

۱۷۴- گزینهٔ ۲ در مدل‌سازی حرکت اتومبیل روی سطح شیب‌دار، اگر ابعاد اتومبیل را در نظر نگیریم نتیجهٔ مدل‌سازی با واقعیت تفاوت آشکاری نمی‌کند. اما اگر از اصطکاک اتومبیل با سطح چشم‌پوشی کنیم یعنی حرکت اتومبیل نمی‌تواند کندشونده باشد. پس فرض (ب) را باید در نظر گرفت. در مورد فرض (پ) اگر زاویهٔ سطح شیب‌دار را در نظر نگیریم یعنی حرکت خودرو را روی سطح افقی بررسی می‌کنیم. پس از این فرض هم نمی‌توانیم چشم بپوشیم. اثر مورد (ت) بسیار ناچیز است و از آن صرف‌نظر می‌کنیم. هم‌چنین چرخ‌های اتومبیل مدل‌سازی را پیچیده می‌کند. پس نباید در نظر گرفته شوند.

۱۷۵- گزینهٔ ۴ دو کمیت فیزیکی در صورتی با یکدیگر جمع می‌شوند که از یک نوع و دارای یکای یکسان باشند، پس با توجه به رابطهٔ فیزیکی داده‌شده، داریم: (منظور از نماد [x] یکای کمیت x است.)

$$[A^۲B] = [\frac{C^m D^۲}{B^۳}] = [CD] \Rightarrow [A^۲B] = [CD] \Rightarrow [A]^۲[B] = [C][D] \Rightarrow [D] = \frac{[A]^۲[B]}{[C]} = \frac{m^۲.J}{N}$$

$$[D] = \frac{m^۲.(N.m)}{N} = m^۳ \quad (I)$$

$$[\frac{C^m D^۲}{B^۳}] = [CD] \Rightarrow \frac{[C]^m [D]^۲}{[B]^۳} = [C][D] \Rightarrow [C]^{m-۱} = \frac{[B]^۳}{[D]}$$

$$\xrightarrow{(I)} N^{m-۱} = \frac{J^۳}{m^۳} = \frac{(N.m)^۳}{m^۳} = \frac{N^۳.m^۳}{m^۳} = N^۳ \Rightarrow m - ۱ = ۳ \Rightarrow m = ۴$$

۱۷۶- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا جرم هستهٔ اورانیم را برحسب گرم به دست می‌آوریم:

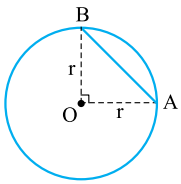
$$m = ۰/۳۹۶\ yg = ۰/۳۹۶\times۱۰^{-۲۴}\ g = ۳/۹۶\times۱۰^{-۲۵}\ g$$

گام دوم: حالا گرم را به فمتواتوگرم تبدیل می‌کنیم:

$$m = \frac{۳/۹۶\times۱۰^{-۲۵}}{۱۰^{-۱۵}\times۱۰^{-۱۸}}\ fag = ۳/۹۶\times۱۰^{+۸}\ fag$$

۱۷۷- گزینهٔ ۳ محیط میدان دایره‌ای شکل (P) و مسافت طی‌شده توسط دونده (L) را در SI به دست می‌آوریم:

$$L = ۶mi = ۶\times۱۶۰۰ = ۹۶۰۰\ m \qquad P = ۲\pi r = ۲\times۳\times(۱۰۲۴۰\times۲/۵\times۱۰^{-۲}) = ۱۵۳۶\ m$$



در نتیجه تعداد دوری (n) که دونده به دور میدان مسابقه می‌دود، برابر است با:

$$n = \frac{L}{P} = \frac{۹۶۰۰}{۱۵۳۶} = ۶/۲۵ = ۶\frac{۱}{۴}$$ دور

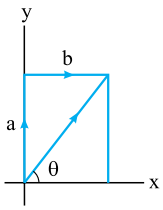
به عبارت دیگر اگر مطابق شکل روبه‌رو، نقطهٔ شروع مسابقه A باشد، دونده ۶ بار از نقطهٔ A می‌گذرد و سرانجام در نقطهٔ B متوقف می‌شود؛ بنابراین جابه‌جایی دونده برابر AB است:

$$AB^۲ = r^۲ + r^۲ \Rightarrow AB^۲ = ۲r^۲ \Rightarrow AB = \sqrt{۲}r$$

$$AB = \sqrt{۲}\times۱۰۲۴۰ \approx ۱/۴\times۱۰۲۴۰ = ۱۴۳۳۶\ in = \frac{۱۴۳۳۶}{۳۶} \cong ۳۹۸$$ یارد

که به ۳ نزدیک‌تر است.

۱۷۸- گزینهٔ ۲ اگر طول کاشی را با a و عرض آن را با b نشان دهیم، داریم:



$$S = ab = ۷/۶۸\ in^۲ = ۶۸\times(۲/۵)^۲ = ۴۸\ cm^۲ \quad (I)$$

از طرفی مجموع مسافت طی‌شده توسط مورچه است، بنابراین:

$$d = a + b = ۱۴۰\ mm = ۱۴\ cm \Rightarrow b = ۱۴ - a$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ (I) داریم:

$$ab = ۴۸ \Rightarrow a(۱۴-a) = ۴۸ \Rightarrow a^۲ - ۱۴a + ۴۸ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۸ \Rightarrow b = ۶ \ \checkmark \\ a = ۶ \Rightarrow b = ۸ \ \times \ (\text{چرا؟}) \end{cases}$$

در نتیجه زاویه‌ای که جابه‌جایی مورچه با راستای افق می‌سازد، برابر است با:

$$\tan\theta = \frac{a}{b} = \frac{۸}{۶} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \theta = ۵۳^\circ$$

۱۷۹- گزینهٔ ۴ با روش تبدیل زنجیره‌ای درستی یا نادرستی تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱ درست؛
$$۲۰\frac{kg.m^۲}{s^۲}\times\frac{۱۰^{۱۲}\ ng}{۱\ kg}\times\frac{۱\ s^۲}{۱۰^{۲۴}\ ps^۲} = ۲۰\times۱۰^{-۱۲}\frac{ng.m^۲}{ps^۲} = ۲\times۱۰^{-۱۱}\frac{ng.m^۲}{ps^۲}$$

۲ درست؛
$$۱۵۰۰۰۰۰\frac{ns}{mm^۳}\times\frac{۱۰^{-۲۱}\ Ts}{۱\ ns}\times\frac{۱\ mm^۳}{۱۰^{-۱۸}\ km^۳} = ۱۵\times۱۰^۲\frac{Ts}{km^۳} = ۱/۵\times۱۰^۳\frac{Ts}{km^۳}$$

۳ درست؛
$$۰/۰۰۰۴\times۱۰^{-۳}\ cm^۲\times\frac{۱۰^۸\ \mu m^۲}{۱\ cm^۲} = ۴۰\ \mu m^۲$$

۴ نادرست؛
$$۶/۶\times۱۰^{-۱۱}\frac{N.m^۲}{kg^۲}\times\frac{۱۰^۴\ cm^۲}{۱\ m^۲}\times\frac{۱\ kg^۲}{۱۰^۶\ g^۲} = ۶/۶\times۱۰^{-۱۳}\frac{N.cm^۲}{g^۲}$$

۱۸۰- گزینهٔ ۳ درستی یا نادرستی تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱ نادرست؛
$$۱\frac{kg}{L}\times\frac{۱۰^۳\ g}{۱\ kg}\times\frac{۱\ L}{۱۰^۳\ cm^۳} = ۱\frac{g}{cm^۳} \Rightarrow ۱\frac{kg}{L} = ۱\frac{g}{cm^۳}$$

۲ نادرست؛
$$۲۰\frac{km}{h}\times\frac{۱۰^۵\ cm}{۱\ km}\times\frac{۱\ h}{۳۶۰۰\ s} = \frac{۱۰^۴}{۱۸}\frac{cm}{s} < ۸۰۰\frac{cm}{s}$$

۳ درست؛
$$۱\frac{N}{g} \xrightarrow{N=۱\frac{kg.m}{s^۲}} ۱\frac{kg.m}{s^۲.g} \xrightarrow{۱\ kg=۱۰^۳ g} ۱\times۱۰^۳\frac{g.m}{s^۲.g}\times\frac{۱\ s^۲}{۱۰^۶\ (ms)^۲} = ۰/۰۰۱\frac{m}{(ms)^۲} < ۰/۰۲\frac{m}{(ms)^۲}$$

۴ نادرست؛
$$۵۰\frac{cm^۳}{s}\times\frac{۱۰^{-۶}\ m^۳}{۱\ cm^۳}\times\frac{۶۰\ s}{۱\ min} = ۰/۰۰۳\frac{m^۳}{min} < ۰/۱۸\frac{m^۳}{min}$$

۱۸۱- گزینهٔ ۲ **گام اول:** آهنگ ورود و خروج آب به استخر را برحسب $\frac{m^۳}{h}$ به دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ خروج آب} = ۰/۰۱۳\frac{dam^۳}{h}\times\frac{۱۰^۳\ m^۳}{۱\ dam^۳} = ۱۳\frac{m^۳}{h}$$

$$\text{آهنگ ورود آب} = ۵\frac{mm^۳}{\mu s}\times\frac{۱۰^{-۹}\ m^۳}{۱\ mm^۳}\times\frac{۱\ \mu s}{۱۰^{-۶}\ s}\times\frac{۳۶۰۰\ s}{۱\ h} = ۱۸\frac{m^۳}{h}$$

آهنگ ورود آب به استخر بیشتر از آهنگ خروج آب از استخر است. بنابراین پس از مدتی، استخر پر می‌شود. (رد ۱ و ۳)

گام دوم: آهنگ خالص ورود آب به استخر را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ خالص ورود آب} = \text{آهنگ ورود آب} - \text{آهنگ خروج آب} = ۱۸ - ۱۳ = ۵\frac{m^۳}{h}$$

استخر در ابتدا نیمه‌پر است بنابراین حجم بخش خالی استخر برابر است با:

$$\text{حجم بخش خالی استخر} = \frac{V}{۲} = \frac{۵\times۴\times۳}{۲} = ۳۰\ m^۳$$

حالا مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا استخر پر شود را به دست می‌آوریم:

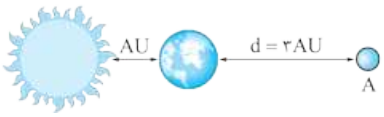
$$\text{آهنگ خالص ورود آب} = \frac{\text{حجم بخش خالی استخر}}{\text{مدت‌زمان}} \Rightarrow ۵ = \frac{۳۰}{t} \Rightarrow t = \frac{۳۰}{۵} = ۶\ h$$

۱۸۲- گزینهٔ ۳ اگر آهنگ ورود آب از شلنگ را با a و آهنگ خروج آب از شیر تخلیه را با b نشان دهیم داریم:

شیر تخلیه بسته است: $a\times(2h)=250\,Ga \Rightarrow a=\frac{250}{2}=125\,\frac{Ga}{h}$

شیر تخلیه باز باشد: $a\times(5h)-b\times(5h)=250\,Ga \Rightarrow 125\times5-5b=250 \Rightarrow 5b=375 \Rightarrow b=75\,\frac{Ga}{h}=\frac{75\times4/4\times1000\,cm^3}{60\,min}=5500\,\frac{cm^3}{min}$

۱۸۳- گزینهٔ ۱ گام اول: فاصلهٔ هر یک از دو سیارک A و B را از خورشید برحسب یکای نجومی (AU) به دست می‌آوریم؛ با توجه به شکل روبه‌رو و اطلاعات داده‌شده در تست داریم:



$d_A = d+1AU = 3AU+1AU = 4AU$

$d_B = 18d = 18\times(3\,AU) = 54\,AU$

بنابراین فاصلهٔ سیارک A از B برابر است با: $d_{AB}=d_B-d_A=54-4=50\,AU=\frac{50}{5\times10^4}\,Ly=0/001\,Ly$

گام دوم: با توجه به تعریف سال نوری، مدت زمانی که طول می‌کشد تا سفینه با تندی $0/5\,C$ فاصلهٔ $0/001\,Ly$ را بپیماید، به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{matrix}1\,Ly=C\times(365\,day)\\0/001\,Ly=(0/5\,C)\times t\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{1}{0/001}=\frac{1}{0/5}\times\frac{365}{t} \Rightarrow t=0/73\,day$$

۱۸۴- گزینهٔ ۴ گام اول: یکی از یکاهای اندازه‌گیری انرژی در فیزیک الکترون‌ولت است که با نماد eV نشان داده می‌شود و برابر است با انرژی یک الکترون تحت اختلاف پتانسیل یک ولت. پس داریم:

$1\,eV=1/6\times10^{-19}\,C.V=1/6\times10^{-19}\,J \Rightarrow 1\,J=\frac{1}{1/6\times10^{-19}}\,eV$

گام دوم: حالا ثابت پلانک را برحسب eV.s حساب می‌کنیم:

$h=6/62\times10^{-34}\,J.s=\frac{6/62\times10^{-34}}{1/6\times10^{-19}}=4/13\times10^{-15}\,eV.s$

۱۸۵- گزینهٔ ۳ گام اول: با استفاده از اطلاعات موجود در صورت سؤال می‌توانیم یکای انرژی را بنویسیم:

یکای انرژی = یکای بار الکتریکی × یکای اختلاف پتانسیل الکتریکی $\Rightarrow 1\,J=1\,C.V$

گام دوم: حالا می‌خواهیم الکترون‌ولت را به ژول تبدیل کنیم.

$U=4/5\,eV \xrightarrow{\text{بار الکترون}=1/6\times10^{-19}\,C} 4/5\times1/6\times10^{-19}\,\underbrace{C.V}_{\equiv J}=7/2\times10^{-19}\,J$

۱۸۶- گزینهٔ ۴ گام اول: جرم واقعی الماس ۸ قیراطی برحسب گرم برابر است با: $m_{\text{واقعی}}=8\times(200\times10^{-3})=1/6\,g$

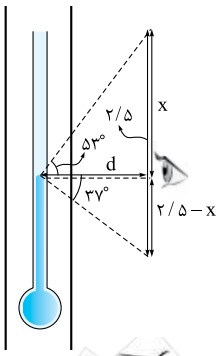
چون ترازوی دیجیتالی که دقت آن ۱ g است، مقادیر کم‌تر از ۱ g را نشان نمی‌دهد، جرم الماس ۱/۶ گرمی را ۱ گرم نشان می‌دهد: $m_{\text{اندازه‌گیری}}=1\,g$

در نتیجه درصد خطای اندازه‌گیری جرم یک قطعه الماس توسط ترازو برابر است با: $\frac{m_{\text{اندازه‌گیری}}-m_{\text{واقعی}}}{m_{\text{واقعی}}}\times100=\frac{1-1/6}{1/6}\times100=-\%37/5$

گام دوم: ترازوی دیجیتال هنگامی جرم را بدون خطا اندازه‌گیری می‌کند که جرم مضرب صحیحی از 1 g باشد و به عبارت دیگر بخش اعشاری نداشته باشد؛ بنابراین اگر ۵ قطعه الماس ۸ قیراطی به جرم $5\times1/6\,g=8\,g$ را در کفهٔ ترازو قرار دهیم مقدار آن را بدون خطا همان ۸ گرم اندازه‌گیری می‌کند.

۱۸۷- گزینهٔ ۴ گام اول: تفاوت دو مقدار گزارش‌شده برابر است با: $30/6-28/1=2/5\,^\circ C$

گام دوم: برای محاسبهٔ مقدار دقیق دما که توسط ناظر B گزارش می‌شود، باید مقدار x را محاسبه کنیم. از روابط مثلثاتی کمک می‌گیریم:



$\tan53^\circ=\frac{\sin53^\circ}{\cos53^\circ}=\frac{0/8}{0/6}=\frac{4}{3}=\frac{x}{d} \Rightarrow d=\frac{3}{4}x \quad (1)$

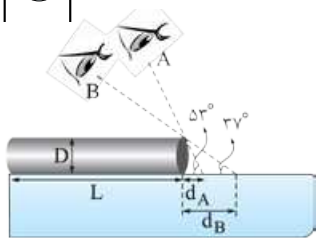
$\tan37^\circ=\frac{\sin37^\circ}{\cos37^\circ}=\frac{0/6}{0/8}=\frac{3}{4}=\frac{2/5-x}{d} \Rightarrow d=\frac{10-4x}{3} \quad (2)$

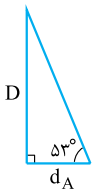
روابط (۱) و (۲) را برابر قرار می‌دهیم:

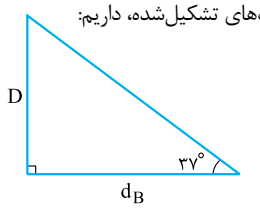
$\frac{3}{4}x=\frac{10-4x}{3} \Rightarrow 9x=40-16x \Rightarrow 25x=40 \Rightarrow x=\frac{40}{25}=\frac{8}{5}=1/6\,^\circ C$

گام سوم: مقدار دقیق گزارش‌شده، $1/6\,^\circ C$ کم‌تر از گزارش ناظر A است: گزارش ناظر $B=30/6-1/6=29/0\,^\circ C$

۱۸۸- گزینهٔ ۳ مطابق شکل زیر، اگر B و D به ترتیب طول و ضخامت واقعی لوله، d_A و d_B به ترتیب خطای اندازه‌گیری طول لوله توسط شخص‌های A و B باشد، با توجه به مثلث‌های تشکیل‌شده، داریم:







$\tan53^\circ=\frac{D}{d_A} \Rightarrow d_A=\frac{D}{\tan53^\circ}=\frac{3}{4}D$

$\tan37^\circ=\frac{D}{d_B} \Rightarrow d_B=\frac{D}{\tan37^\circ}=\frac{4}{3}D$

بنابراین طول لولهٔ اندازه‌گیری شده توسط شخص (L_A) A و شخص (L_B) B برابر است با:

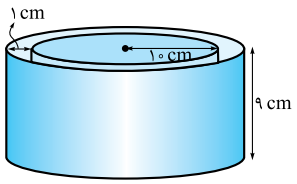
$L_A=L+d_A \Rightarrow 28=L+\frac{3}{4}D \quad (I)$

$L_B=L+d_B \Rightarrow 35=L+\frac{4}{3}D \quad (II)$

با حل دو معادله دو مجهول (I) و (II)، داریم: $L=19\,cm \;,\; D=12\,cm$

نکتهٔ جالب این‌که با استفاده از دو اندازه‌گیری اشتباه نه تنها توانستیم طول واقعی لوله را که موردنظر اشخاص A و B است، به دست آوریم، بلکه توانستیم ضخامت واقعی لوله را نیز اندازه بگیریم. به همین دلیل است که اگرچه فیزیک به عنوان علم اندازه‌گیری شناخته می‌شود ولی تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال از اهمیت بیشتری برخوردار است.

۱۸۹- گزینهٔ ۱ **گام اول**: حجم قسمت داخلی ظرف را به دست آورده و به کمک آن جرم آب موجود در ظرف را پیدا می‌کنیم:



$$V_{\text{داخل}} = \pi r^2 h = 3(10)(9) = 2700\ cm^3$$

$$m_{\text{آب}} = \rho V = 1(2700) = 2700\,g = 2/7\,kg$$

گام دوم: جرم ظرف برابر اختلاف جرم کل و جرم آب است. $m_{\text{ظرف}} = m_{\text{کل}} - m_{\text{آب}} = 10/14 - 2/7 = 7/44\ kg$

گام سوم: حجم ظرف برابر حجم کل استوانه منهای حجم قسمت داخلی آن است، به طوری که:

$$V_{\text{ظرف}} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{داخلی}} = \pi r^2 h - \pi r^2 h = 3(11)^2(10) - 3(10)^2(9) = 930\ cm^3$$

دقت کنید که ارتفاع استوانه $(9+1)\,cm$ و شعاع خارجی آن $(10+1)\,cm$ است.

گام آخر: حالا می‌توانیم چگالی ظرف را به دست آوریم:

$$\rho_{\text{ظرف}} = \frac{m_{\text{ظرف}}}{V_{\text{ظرف}}} = \frac{7/44 \times 10^3}{930} = 8\,g/cm^3$$

۱۹۰- گزینهٔ ۳ ۲۷/۱ درصد از حجم مکعب را حفره‌های هوا تشکیل داده‌اند، بنابراین حجم تودهٔ فلزی برابر است با:

$$V_{\text{فلز}} = V_{\text{مکعب}} - V_{\text{حفره}} = a^3 - \frac{27/1}{100}a^3 = 0/729\,a^3$$

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{0/729a^3} \quad (I)$$

پس از ذوب‌کردن مکعب، حفره‌های هوا از بین رفته ولی جرم فلز تغییر نمی‌کند؛ چون چگالی فلز ثابت است. پس از ساختن مکعب فلزی کاملاً توپر به ضلع a' داریم:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{a'^3} \quad (II)$$

از مقایسهٔ دو رابطهٔ (I) و (II) خواستهٔ تست را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{0/729a^3} = \frac{m_{\text{فلز}}}{a'^3} \Rightarrow a'^3 = 0/729a^3 = (0/9a)^3 \Rightarrow a' = 0/9\,a$$

۱۹۱- گزینهٔ ۳ زیروند g را برای لیوان خالی، زیروند o را برای نفت و زیروند a را برای مایع با چگالی $1/8\ g/cm^3$ به کار می‌بریم.

حجم نفت برابر حجم درونی لیوان و حجم مایع با چگالی $1/8\ g/cm^3$ برابر نصف حجم درونی لیوان است، پس: $V_o = V_g \ ,\ V_a = \frac{1}{2}V_g$

جرم لیوان پر از نفت ۳۵۰ g است، بنابراین:

$$m_g + m_o = 350 \Rightarrow m_g + \rho_o V_o = 350 \Rightarrow m_g + 0/8\,V_g = 350 \quad (I)$$

پس از خالی‌کردن نیمی از نفت درون لیوان و جایگزین کردن آن با مایع a داریم:

$$m_g + \frac{1}{2}m_o + m_a = 540 \Rightarrow m_g + \frac{1}{2}\rho_o V_o + \rho_a V_a = 540$$

$$m_g + \frac{1}{2}\times 0/8 V_g + 1/8 \times (\frac{1}{2}V_g) = 540 \Rightarrow m_g + 1/3\,V_g = 540 \quad (II)$$

با کم‌کردن رابطهٔ (II) از رابطهٔ (I) خواستهٔ تست را به دست می‌آوریم:

$$(m_g + 1/3\,V_g) - (m_g + 0/8\,V_g) = 540 - 350 = 0/5\,V_g = 190 \Rightarrow V_g = 380\ cm^3$$

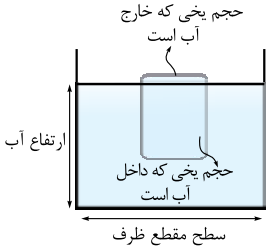
۱۹۲- گزینهٔ ۱ **گام اول**: جرم اولیهٔ آب را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m_1}{V} \Rightarrow m_1 = \rho V = 1(200) = 200\ g$$

گام دوم: اگر $\frac{3}{4}$ آب داخل لیوان خالی شود، فقط ۵۰ g آب داخل لیوان باقی می‌ماند. اگر جرم لیوان را برابر x در نظر بگیریم، داریم:

$$m_{\text{حالت دوم}} = \frac{1}{2}m_{\text{حالت اول}} \Rightarrow (x+50) = \frac{1}{2}(x+200) \Rightarrow 2x + 100 = x + 200 \Rightarrow x = 100\ g$$

۱۹۳- گزینهٔ ۱ **گام اول**: نیمی از یخ ذوب می‌شود و به آب افزوده می‌شود. پس حجم آبی را که اضافه شده است می‌توانیم حساب کنیم:



$$\text{جرم اولیهٔ یخ} = \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = 0/9 \times 5^3 = 112/5\ g$$

$$\text{جرم یخ ذوب‌شده} = \frac{112/5}{2} = 56/25\ g$$

$$\text{حجم آب اضافه‌شده} = \frac{\text{جرم یخ ذوب‌شده}}{\text{چگالی آب}} = \frac{56/25}{1} = 56/25\ cm^3$$

گام دوم: همواره ۱۰ درصد یخ بالای سطح آب و ۹۰ درصد آن داخل آب است. با ذوب‌شدن نیمی از یخ، حجم یخی که در داخل آب است هم نصف می‌شود. یعنی: $\text{حجم یخی که در ابتدا داخل آب بوده است} = \frac{90}{100} \times 5^3 = 112/5\ cm^3$

$$\text{حجم یخی که در پایان داخل آب می‌ماند} = \frac{112/5}{2} = 56/25\ cm^3$$

گام سوم: با مقایسهٔ گام‌های اول و دوم می‌فهمیم که $56/25\ cm^3$ به حجم آب اضافه شده و $56/25\ cm^3$ از حجم یخ درون آب کاسته شده است. پس ارتفاع آب تغییر نمی‌کند.

هر مقداری از یخ شناور بر روی آب ذوب شود، ارتفاع آب تغییر نخواهد کرد.

۱۹۴- گزینهٔ ۲ **گام اول:** محاسبهٔ حجم آب درون استوانه و بعد هم جرم آب:

$$V_{آب} = A_{استوانه} \times h_{آب} = \pi r^2 \times h = 3 \times (4)^2 \times 4 = 192\ cm^3$$

$$m_{آب} = \rho_{آب} V_{آب} = 1 \times 192 = 192\ g$$

گام دوم: محاسبهٔ جرم استوانه:

$$W_{استوانه} = m_{استوانه} g \Rightarrow 1/08 = m_{استوانه} \times 10 \Rightarrow m_{استوانه} = 0/108\ kg = 108\ g$$

گام سوم: محاسبهٔ جرم سکه‌ها:

$$m_{آب} + m_{استوانه} + m_{سکه‌ها} = 600g \Rightarrow 192 + 108 + m_{سکه‌ها} = 600 \Rightarrow m_{سکه‌ها} = 600 - 300 = 300\ g$$

گام چهارم: محاسبهٔ حجم سکه‌ها: (Δh ، افزایش ارتفاع آب در اثر افزودن سکه‌ها است.)

$$V_{سکه‌ها} = A_{استوانه} \times \Delta h = 48 \times (5-4) = 48\ cm^3$$

گام پنجم: محاسبهٔ چگالی سکه‌ها:

$$\rho = \frac{m_{سکه‌ها}}{V_{سکه‌ها}} = \frac{300}{48} = 6/25\ g/cm^3 = 6250\ kg/m^3$$

۱۹۵- گزینهٔ ۴ **گام اول:** محاسبهٔ جرم کل مخلوط:

$$m_{مخلوط} = m_1 + m_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = 3/5 \times 100 + 4/5 \times 300 = 1700\ g$$

گام دوم: محاسبهٔ حجم کل مخلوط: (حواستان باشد ۱۵ درصد از حجم مجموع دو مایع کم می‌شود.)

$$V_{مخلوط} = \frac{85}{100}(V_1 + V_2) = \frac{85}{100}(100 + 300) = 340\ cm^3$$

گام سوم: و اما چگالی مخلوط:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_{مخلوط}}{V_{مخلوط}} = \frac{1700}{340} = 5\ g/cm^3$$

۱۹۶- گزینهٔ ۲ متغیرهای وابسته به حالت اول را بدون پریم و متغیرهای وابسته به حالت دوم را با پریم نشان می‌دهیم. در ابتدا چگالی مخلوط را در حالت اول به دست می‌آوریم، چون حجم مخلوط ۱۰ درصد کاهش می‌یابد، داریم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_{مخلوط}}{V_{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{0/9(V_A + V_B)} = \frac{m_A + m_B}{0/9(\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B})} = \frac{1+2}{0/9(\frac{1}{\rho_A} + \frac{2}{\rho_B})} \Rightarrow \rho_{مخلوط} = \frac{10}{3(\frac{1}{\rho_A} + \frac{2}{\rho_B})} \quad (I)$$

و به همین ترتیب چگالی مخلوط در حالت دوم که در آن حجم مخلوط ۲۰ درصد کاهش می‌یابد، برابر است با:

$$\rho'_{مخلوط} = \frac{m'_{مخلوط}}{V'_{مخلوط}} = \frac{m'_A + m'_B}{0/8(V'_A + V'_B)} = \frac{m'_A + m'_B}{0/8(\frac{m'_A}{\rho_A} + \frac{m'_B}{\rho_B})} = \frac{2+1}{0/8(\frac{2}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B})} \Rightarrow \rho'_{مخلوط} = \frac{15}{4(\frac{2}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B})} \quad (II)$$

چون چگالی مخلوط در دو حالت با یکدیگر برابر می‌شود، داریم:

$$\rho_{مخلوط} = \rho'_{مخلوط} \xrightarrow{(I),(II)} \frac{10}{3(\frac{1}{\rho_A} + \frac{2}{\rho_B})} = \frac{15}{4(\frac{2}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B})}$$

$$\Rightarrow 8(\frac{2}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B}) = 9(\frac{1}{\rho_A} + \frac{2}{\rho_B}) \Rightarrow \frac{16}{\rho_A} + \frac{8}{\rho_B} = \frac{9}{\rho_A} + \frac{18}{\rho_B} \Rightarrow \frac{7}{\rho_A} = \frac{10}{\rho_B} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 0/7$$

۱۹۷- گزینهٔ ۲ **گام اول:** رابطهٔ چگالی را یک بار برای آب و بار دیگر برای جیوه می‌نویسیم. در روابط زیر حجم داخلی لیوان را با m' نشان داده‌ایم:

$$m_{کل} = m_{مایع} + m' \Rightarrow m_{مایع} = \rho V' \Rightarrow \begin{matrix} آب \\ جیوه \end{matrix} \begin{cases} 600 = 1(V') + m' \\ 5400 = 13(V') + m' \end{cases}$$

$$4800 = 12V' \Rightarrow V' = 400\ cm^3 \ , \ m' = 200\ g$$

بنابراین جرم لیوان $200\ g$ و حجم داخل آن $400\ cm^3$ است.

گام دوم: حالا به راحتی می‌توانیم حداکثر نفتی که در این لیوان جا می‌شود را به دست آوریم. در این صورت نفت لیوان را کاملاً پر می‌کند و حجم آن برابر حجم لیوان است و داریم:

$$m_{نفت} = \rho_{نفت} \times V' = 0/8 \times 400 = 320\ g$$

۱۹۸- گزینهٔ ۲ **گام اول:** محاسبهٔ جرم کل مخلوط:

$$m_{مخلوط} = m_1 + m_2 = m_1 + \rho_2 V_2 = 510 + 4 \times 30 = 630\ g$$

گام دوم: محاسبهٔ حجم کل مخلوط با توجه به این‌که ۱۰ درصد از حجم مجموع دو مایع کم می‌شود:

$$V_{مخلوط} = \frac{90}{100}(\overset{\frac{m_1}{\rho_1}}{\overset{\uparrow}{V_1}} + V_2) = \frac{9}{10}(\frac{510}{\rho_1} + 30)$$

گام سوم: چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی دو مایع است:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_{مخلوط}}{V_{مخلوط}} \xrightarrow{\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}} \frac{\rho_1 + 4}{2} = \frac{630}{\frac{9}{10}(\frac{510}{\rho_1} + 30)} \Rightarrow \frac{2 \times 10 \times 630}{9} = (\rho_1 + 4)(\frac{510}{\rho_1} + 30) \Rightarrow 3\rho_1^2 - 77\rho_1 + 204 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = 3\ g/cm^3 \\ \rho_1 \simeq 22/7\ g/cm^3 \end{cases}$$

مایعی با چگالی $22/7\ g/cm^3$ معقول به نظر نمی‌رسد و در بین گزینه‌ها هم نیست، پس همان $3\ g/cm^3$ را انتخاب می‌کنیم.