

(فصل ۵)

الکتریسیته ساکن

۲۱۷	بخش ۱: مفاهیم اولیه الکتریسیته ساکن
۲۲۸	بخش ۲: قانون کولن و میدان‌های الکتریکی
۲۶۳	بخش ۳: الکتریسیته ساکن با طعم کار و انرژی!
۲۸۰	بخش ۴: خازن

(فصل ۶)

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

۳۰۳	بخش ۱: جریان الکتریکی و مقاومت الکتریکی
۳۱۶	بخش ۲: مدارهای تک حلقه جریان الکتریکی
۳۲۶	بخش ۳: انرژی و توان وسیله رسانشی الکتریکی
۳۳۹	بخش ۴: مدارهای تک حلقه چندمقاومتی

(فصل ۷)

مغناطیس و القای الکترومغناطیسی

۴۱۱	بخش ۱: مفاهیم اولیه مغناطیس
۴۲۲	بخش ۲: اثر میدان مغناطیسی بر بارهای الکتریکی متحرک
۴۴۰	بخش ۳: جریان الکتریکی میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند
۴۵۸	بخش ۴: القای الکترومغناطیسی (قانون لنز - فاراده)
۴۹۳	بخش ۵: پدیده خود - القاوری
۴۹۹	بخش ۶: کاربردهایی از القای الکترومغناطیسی (جریان متناوب - مبدل)

(فصل ۱)

فیزیک و اندازه‌گیری

۸	بخش ۱: اندازه‌گیری
۲۴	بخش ۲: چگالی

(فصل ۲)

ویژگی‌های فیزیکی مواد و فشار

۴۵	بخش ۱: ماده و ویژگی‌هایش
۵۱	بخش ۲: فشار
۶۶	بخش ۳: اصل پاسکال در مایع ساکن
۷۴	بخش ۴: اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز
۸۸	بخش ۵: نیروی شناوری و اصل برنولی

(فصل ۳)

کار، انرژی و توان

۱۰۶	بخش ۱: مفهوم کار و مفهوم انرژی مکانیکی
۱۲۱	بخش ۲: ارتباط بین کار و انرژی
۱۴۴	بخش ۳: توان و بازده

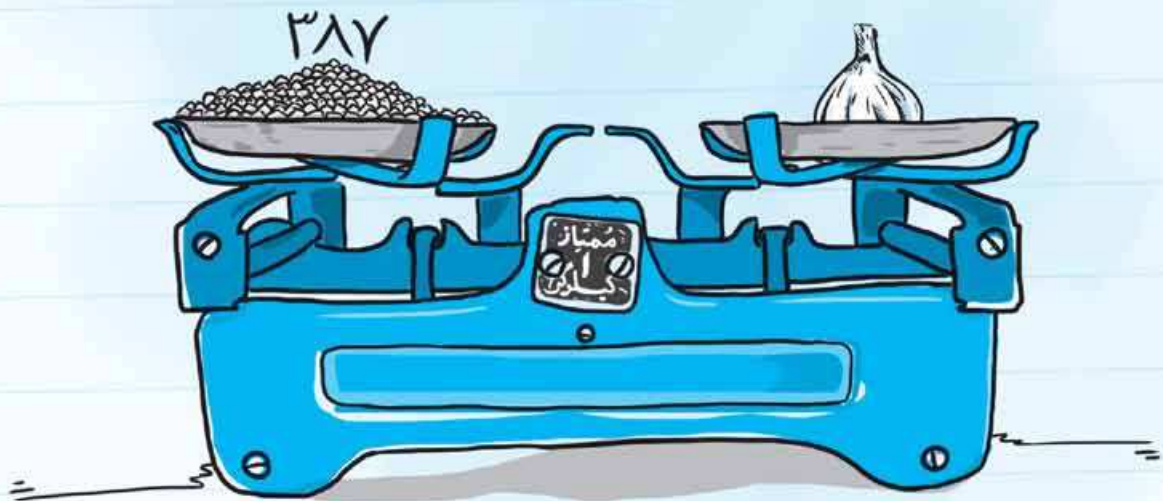
(فصل ۴)

دما و گرما

۱۶۲	بخش ۱: دما و دماسنجی
۱۶۷	بخش ۲: انبساط گرمایی
۱۸۱	بخش ۳: گرما و آثار آن بر اجسام
۱۹۹	بخش ۴: تعادل گرمایی
۲۰۶	بخش ۵: انتقال گرما

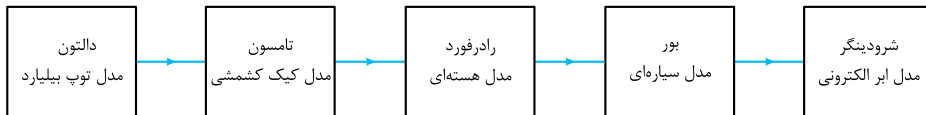
(فصل ۱)

فیزیک و اندازه گیری





هر اتفاقی که در طبیعت می‌افتد (مثل افتادن یک برگ) یک پدیده فیزیکی است، کار دانشمندان فیزیک این است که پدیده‌ها را مشاهده کنند و الگوها و نظم‌های خاصی را در آن‌ها کشف کنند. آن‌ها این الگوها را به صورت **نظریه‌ها، مدل‌ها و قانون‌های فیزیکی** بیان می‌کنند. اما این پایان کار نیست. از آنجایی که فیزیک علمی تجربی است، قانون‌ها، مدل‌ها و نظریه‌ها باید با آزمایش‌های مختلف و متعدد تأیید شوند. چه بسا نتیجه آزمایش‌ها اعتبار یک مدل یا نظریه فیزیکی را زیر سؤال ببرد و دانشمندان آن را اصلاح و یا مدل یا نظریه جدیدی را جایگزین کنند. تغییر مدل اتمی در طول زمان مثال خوبی از تغییر مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی است (شکل زیر).



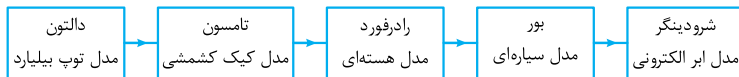
عوامل مؤثر در پیشرفت دانش و تکامل علم فیزیک

(الف) آزمایش و مشاهده: شکل‌گیری علم فیزیک مریدون آزمایش و مشاهده دانشمندان.

(ب) تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌هایی که با آن روبه‌رو می‌شوند: یعنی فیزیک‌دانان پدیده‌ها را خیلی دقیق می‌بینند و در موردشون فکر می‌کنند و همین‌طور راهت از کنارشون نمی‌گذرن.

(پ) آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی: یعنی باید نظریه‌ها و قانون‌های فیزیک را آزمایش کرد و آنگاه به وقت توی آزمایش‌ها غلط اون مشاهده شد، باید اصلاح بشن؛ این باعث می‌شه که نظریه‌ها بهتر و دقیق‌تر بشن. به قول کتاب درسی «ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح و تغییر نظریه‌های فیزیکی، نه تنها ضعف نیست، بلکه نقطه قوت دانش فیزیک است.»

- ۱- **گزینه ۲:** عیناً جمله کتاب درسی است که با توجه به نقش آزمایش در تأیید مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی، فیزیک را علمی تجربی معرفی کرده است.
 ۲- **گزینه ۱:** تغییر مدل اتمی در طول زمان مطابق طرحواره زیر است:



۳- **گزینه ۱:** برای پاسخ به این سؤال به اصلاح تک‌تک عبارات می‌پردازیم: (الف) مرحله دوم بررسی یک پدیده، توضیح پدیده با استفاده از قانون، مدل‌سازی و طرح نظریه فیزیکی است و احتمال جایگزینی مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی اعتبار این مرحله را از بین نمی‌برد. (ب) درست است. (پ) آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی نقطه قوت علم فیزیک است؛ چون باعث تکامل شناخت ما از جهان می‌شود.



پدیده‌های فیزیکی (مثل پرتاب توپ، بالارفتن بالون، روشن شدن یک لامپ، بارش برف و ...) حتی اگر ساده و ابتدایی هم به نظر بیایند، پیچیدگی‌هایی دارند؛ به این دلیل تحلیل و بررسی این پدیده‌ها سخت و گاهی هم غیرممکن است. مثلاً حرکت پرتابی یک توپ بسکتبال به عامل‌های زیر بستگی دارد:

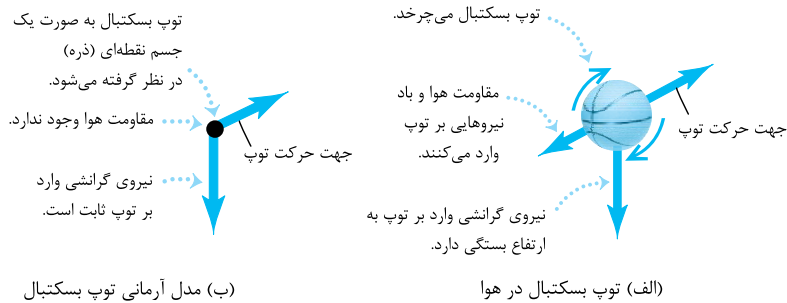
- شکل توپ یک کره کامل نیست (سطح توپ برجستگی‌ها و درزهایی دارد) / ● توپ در حال حرکت به دور خود می‌چرخد. / ● مقاومت هوا و باد روی حرکت توپ اثر می‌گذارند. / ● وزن توپ با تغییر ارتفاع توپ تغییر می‌کند. / ● چگالی و فشار هوای محیط در حرکت توپ اثر می‌گذارند. / ● سرعت اولیه و جهت پرتاب در مسیر حرکت توپ مؤثر است.

حالا اگر بخواهیم همین حرکت ساده را با در نظر گرفتن همه عوامل، تحلیل و بررسی کنیم، کار خیلی سختی در پیش داریم. برای همین این پدیده را آن‌قدر ساده و آرمانی می‌کنیم تا بتوانیم آن را تحلیل و بررسی کنیم. به این عمل در فیزیک، مدل‌سازی می‌گوییم.

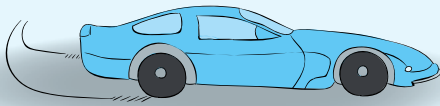
تعریف مدل‌سازی: به فرایندی که طی آن یک پدیده فیزیکی را تا حد ممکن ساده و آرمانی می‌کنیم تا بررسی و تحلیل آن امکان‌پذیر شود، مدل‌سازی می‌گوییم. **حواستون باشه!** در مدل‌سازی یک پدیده فیزیکی از عوامل جزئی‌تر چشم‌پوشی می‌کنیم. منظورمان از عوامل جزئی‌تر عواملی است که تأثیر کم‌تری بر آن پدیده فیزیکی دارند؛ ولی باید مواظب باشیم که عوامل اصلی را نادیده نگیریم. مثلاً در جدول زیر حرکت پرتاب توپ بسکتبال را با مدل‌سازی به یک حرکت آرمانی تبدیل کرده‌ایم.

توضیح	عواملی که کم یا زیاد در حرکت توپ بسکتبال مؤثرند. آیا از این عامل چشم‌پوشی می‌کنیم؟
توپ را به صورت یک جسم نقطه‌ای فرض می‌کنیم.	بله
اثر چرخش توپ در حرکت توپ چندان زیاد نیست.	بله
فرض می‌کنیم توپ در شرایط خلأ پرتاب شده است.	بله
وزن عامل مهمی در مسیر حرکت توپ است. اگر وزن را نادیده بگیریم، توپ به جای مسیر منحنی باید بر مسیر مستقیم حرکت کند.	خیر

توضیح	آیا از این عامل چشم‌پوشی می‌کنیم؟	عواملی که کم یا زیاد در حرکت توپ بسکتبال مؤثرند.
این تغییرات خیلی کم و نامحسوس است.	بله	وزن توپ در طول مسیر تغییر می‌کند.
این عامل مستقیماً در مسیر حرکت تأثیرگذار است. مهم‌ترین عاملی که باعث می‌شود توپ وارد سبد شود یا نشود همین است.	خیر	اندازهٔ تندی اولیه و جهت پرتاب اولیه



تست فرض کنید خودرویی در حال حرکت است. خودرو با دیدن یک مانع ترمز می‌کند و پس از طی مسافتی می‌ایستد. برای مدل‌سازی فیزیکی این پدیده، برخی از عوامل را نادیده می‌گیریم. نادیده‌گرفتن کدام موارد زیر باعث می‌شود نتیجهٔ بررسی مدل با واقعیت تفاوت آشکاری داشته باشد؟



الف) ابعاد خودرو

ب) اصطکاک خودرو با زمین و مقاومت هوا

پ) چرخش چرخ‌ها

ت) جرم خودرو و سرنشینان آن

(۴) (ب) و (ت)

(۳) (الف) و (ب)

(۲) (الف) و (پ)

(۱) (پ) و (ت)

پاسخ گزینه ۲: اگر از اصطکاک خودرو با زمین صرف‌نظر کنیم، خودرو هرگز متوقف نمی‌شود! نادیده‌گرفتن جرم هم باعث می‌شود همهٔ نیروهای وارد بر خودرو از جمله اصطکاک حذف شود، پس نباید پی‌فایال موارد (ب) و (ت) شویم. دو مورد دیگر قابل چشم‌پوشی هستند.

۴- **گزینه ۲:** عبارت (الف) درست و عیناً جملهٔ کتاب درسی است، ولی عبارت (ب) نادرست است. زیرا اتفاقاً در مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی فقط و فقط اثرهای مهم و تعیین‌کننده را در نظر می‌گیریم و از اثرهای جزئی‌تر چشم‌پوشی می‌کنیم.

۵- **گزینه ۳:** در مدل‌سازی پرتاب توپ برای ساده‌سازی از ابعاد و ناهمواری‌های سطح توپ چشم‌پوشی می‌کنیم. حرکت توپ را در خلأ در نظر می‌گیریم؛ یعنی از مقاومت هوا و اثر وزش باد چشم‌پوشی می‌کنیم. فرض می‌کنیم با تغییر فاصلهٔ توپ از زمین، وزن آن ثابت می‌ماند. هم‌چنین از چرخش توپ به دور خودش صرف‌نظر می‌کنیم تا امکان تحلیل پدیده فراهم شود.

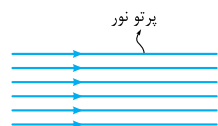
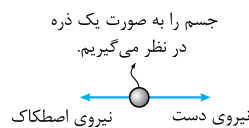
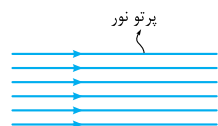
۶- **گزینه ۲:** در این مدل‌سازی، جسم را به صورت یک ذره در نظر می‌گیریم و از ابعاد جسم صرف‌نظر می‌کنیم. هم‌چنین مقدار نیرویی که صرف حرکت رو به جلوی جسم می‌شود و نیروی اصطکاک برای ما مهم هستند؛ چون نیروی اصطکاک که برخلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود، آن‌قدر بزرگ است که حرکت رو به جلو را با مشکل مواجه می‌کند. اما در این مدل‌سازی مقاومت هوا را در نظر نمی‌گیریم؛ چون تأثیر چندانی بر حرکت جسم ندارد.

۷- **گزینه ۲:** در مدل‌سازی پرتو نور لیزر مانند شکل مقابل، باریکهٔ نور را به صورت پرتوهای موازی نور مدل‌سازی می‌کنیم و منبع نور را هم به صورت نقطه‌ای در نظر می‌گیریم.

۸- **گزینه ۲ (۱):** هنگامی که گلوله را رها می‌کنیم، نیروی وزن وارد بر گلوله سبب حرکت آن می‌شود، پس نمی‌توان از نیروی وزن چشم‌پوشی کرد. (۲) گلوله پس از چند رفت‌ووبرگشت متوقف می‌شود. عامل این توقف نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله است. بنابراین از نیروی مقاومت هوا هم نمی‌توان چشم‌پوشی کرد. در حرکت این گلوله، ابعاد (اندازه و شکل) آن (مورد پ) و جرم نخ (مورد ب) جزء اثرات مهم و تعیین‌کننده نیستند، بنابراین می‌توان از آن‌ها چشم‌پوشی کرد.

۹- **گزینه ۳:** در چرخش زمین به دور خورشید باید به دنبال نیرویی بگردیم که باعث حرکت دایره‌ای زمین می‌شود. این نیرو، نیروی گرانشی است که خورشید به زمین وارد می‌کند. بقیهٔ عوامل، فرعی و جزئی به حساب می‌آیند. (البته اثر سیاره‌های دیگر بر روی زمین باعث می‌شود مدار چرخش زمین به دور خورشید دایره نباشد؛ ولی در مدل‌سازی می‌توانیم این اثرها را نادیده بگیریم.)

۱۰- **گزینه ۳:** در حرکت سقوط برگ، مقاومت هوا به نسبت زیاد است و نمی‌توانیم از آن چشم‌پوشی کنیم. اما با توجه به نوع حرکت که تندشونده به طرف پایین است، نتیجه می‌گیریم نیروی وزن (W) باید بزرگ‌تر از نیروی مقاومت هوا (F_d) باشد.



فیزیک، علمی تجربی است؛ یعنی علمی است که پدیده‌های طبیعت را با تجربه و آزمایش، تحلیل و بررسی می‌کند. تجربه و آزمایش هم بدون اندازه‌گیری غیرممکن است. برای همین است که حتی بعضی‌ها معتقدند فیزیک علم اندازه‌گیری است.

برای این که بفهمیم اندازه‌گیری دقیقاً یعنی چه، باید مفهوم «کمیت» و «یکا» را بدانیم.

الف) کمیت: هر چیزی را که بتوانیم اندازه بگیریم و مقدار آن را با یک عدد بیان کنیم، کمیت است. مثلاً طول، جرم و زمان کمیت هستند؛ اما بعضی چیزها قابل اندازه‌گیری نیستند و نمی‌توانیم مقدار آن‌ها را با عدد بیان کنیم؛ مثل زیبایی، دوست داشتن و احساس گرمی و سردی.

(کلاً اساساً هر شیء اندازه‌گرفتم و با عدد بیان کرد.)

ب) یکا: برای آن که بتوانیم اندازه یک کمیت را با عدد بیان کنیم، نیاز به یک مقدار معین و قراردادی از همان کمیت داریم. به این مقدار «یکا» یا «واحد» آن کمیت می‌گوییم. مثلاً طول مشخصی را قرارداد می‌کنیم و اسمش را «متر» می‌گذاریم و وقتی می‌گوییم طول جسمی ۵ m است؛ منظورمان این است که طول این جسم ۵ برابر یکای متری است که ما قرارداد کرده‌ایم.

عدد به تنهایی ماهیت ریاضی دارد. مقدار فیزیکی عددی است که با یک یکای مناسب بیان می‌شود.

ویژگی‌های یکای استاندارد: یکایی قابل قبول همگان است که دو ویژگی داشته باشد: ۱) تغییرناپذیر باشد. ۲) در مکان‌های مختلف قابلیت باز تولید داشته باشد.

تست کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند یکای دقیق‌تر و مناسب‌تری برای اندازه‌گیری طول باشد؟

۱) فاصله نوک انگشت کوچک تا نوک انگشت شست هنگامی که انگشتان دست کاملاً باز هستند (وجب).

۲) یک ده‌میلیونیم فاصله استوا تا قطب شمال بر روی نصف‌النهار مبدأ

$$۳) \frac{۱}{۳۸۴۰۰۰۰۰۰} \text{ شعاع مدار چرخش ماه به دور زمین}$$

$$۴) \text{ مسافتی که نور در مدت زمان } S = \frac{۱}{۲۹۹۷۹۲۴۵۸} \text{ در یک محیط شفاف می‌پیماید.}$$

پاسخ گزینه ۲: گفتیم یک یکای مناسب باید تغییرناپذیر باشد و در مکان‌های مختلف قابلیت باز تولید داشته باشد. حالا گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم:

۱) وجب دست آدم‌ها با هم فرق می‌کند، پس قابلیت باز تولید در مکان‌های مختلف وجود ندارد؛ یعنی اگر به یک کودک بگویید ۵ وجب سیم بخرد، او نمی‌تواند ۵ وجب شما را با وجب خودش بازآفرینی کند، هم چنین شرط اول (تغییرناپذیری) هم وجود ندارد. وجب یک نفر در طول زمان از کودکی تا کهنسالی تغییر می‌کند.

۲) فاصله استوا تا قطب شمال بر روی یک نصف‌النهار در بازه‌های زمانی خیلی طولانی ممکن است تغییر کند، اما برای بازه‌های زمانی مورد نظر ما با تقریب خوبی تغییرناپذیر است و برای همه آدم‌های روی کره زمین یک مقدار را تداعی می‌کند (یعنی قابلیت بازآفرینی هم دارد)؛ پس این گزینه می‌تواند درست باشد.

۳) مدار چرخش ماه به دور کره زمین بیضی است؛ پس شعاع چرخش ماه ثابت نیست و تغییر می‌کند.

۴) این تعریف برای آن که دقیق‌ترین یکا برای طول باشد، یک اشتباه دارد. سرعت نور در محیط‌های مختلف متفاوت است؛ بنابراین باید گفته شود مسافتی

که نور در مدت زمان $S = \frac{۱}{۲۹۹۷۹۲۴۵۸}$ در خلأ می‌پیماید تا ما برای انتخاب این گزینه قانع شویم.

دسته بندی کمیت‌ها (از نظر ماهیت)

کمیت‌ها یا نرده‌ای (اسکالر) یا برداری هستند. می‌دانید که همه کمیت‌ها اندازه دارند، ولی تفاوت این دو نوع کمیت، در داشتن یا نداشتن جهت است. حالا هر کدامشان را کمی دقیق‌تر بررسی می‌کنیم:

الف) کمیت‌های نرده‌ای (اسکالر)

عدد	یکا	
۷۴	kg	جرم
۲۴۰۰۰	cm ^۳	حجم
۱۶۸	s	زمان

این کمیت‌ها اندازه دارند ولی جهت ندارند. کمیت‌هایی مثل زمان، جرم، طول، حجم، چگالی و انرژی نرده‌ای‌اند.

همه این کمیت‌ها با یک عدد و یکای مخصوص به خودشان بیان می‌شوند و مشخص کردن جهت برای آن‌ها بی‌معنی است. مثلاً وقتی می‌گوییم جسمی به جرم ۷۴ kg و حجم ۲۴۰۰۰ cm^۳، کسی نمی‌پرسد که فُپ

پس هوششان چی؟ در جدول روبه‌رو چند کمیت نرده‌ای را به عنوان نمونه آورده‌ایم.

حواستون باشه! عدد بدون یکا بی‌معنیه!

ب) کمیت‌های برداری

عدد	یکا	جهت	
۱۳۴۹	m	(به طرف شمال)	جابه‌جایی
۱۳۷	km/h	(به طرف غرب)	سرعت
۴۲۰	N	(به طرف پایین)	نیرو

این کمیت‌ها علاوه بر اندازه، جهت هم دارند.

در واقع برای بیان یک کمیت برداری باید عدد، یکا و جهت آن را بگوییم. مثلاً برای بیان یک

جابه‌جایی (که کمیتی برداری است) باید بگوییم ۱۳۴۹ m به طرف شمال. در جدول روبه‌رو

چند نمونه از کمیت‌های برداری را بیان کرده‌ایم:

چند نکته ۱: کمیت‌های برداری را با یک بردار نشان می‌دهند. همین‌طور که می‌دانید بردار یک پاره‌خط جهت‌دار است که طول این پاره‌خط بیانگر مقدار

کمیت و راستا و سوی آن نشانه جهتش است. مثلاً شکل روبه‌رو بردار نیروی را نشان می‌دهد که اندازه‌اش ۳ N و جهتش در امتداد قائم و رو به بالاست.

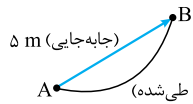
۲) برای این که مشخص کنیم یک کمیت برداری است، بر روی نماد آن کمیت، یک پیکان کوچک قرار می‌دهیم؛ مثلاً کمیت نیرو را به صورت \vec{F}

و کمیت سرعت را به صورت \vec{v} نشان می‌دهیم. حالا اگر پیکان را از بالای نماد برداریم یعنی اندازه آن کمیت مثلاً $F = 5 \text{ N}$ یا $v = 20 \text{ m/s}$.

حواستون باشه! $\vec{F} = 5 \text{ N}$ یا $\vec{v} = 20 \text{ m/s}$ غلطه! چون بردار \vec{v} فقط مقدار نیست که اون رو مساوی 20 m/s قرار بدیم.

۱- اسکالر (Scaler) از واژه Scale به معنای اندازه و مقدار گرفته شده است.

۲ کمیت‌های برداری که شما برای کنکور باید بلد باشید این‌ها هستند: جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، گشتاور، تکانه، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی. بنابراین در حد کنکور هر کمیتی به‌جز مواردی که در بالا گفتیم نرده‌ای هستند!



حواستون‌باشه! جابه‌جایی یک کمیت برداری است که به مسیر حرکت وابسته نیست و در واقع برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند. اما مسافت طی شده کمیتی نرده‌ای است که بیان می‌کند متحرک کلاً چند متر پیاده شده است. مثلاً در شکل روبه‌رو جسم از مسیر منحنی از A تا B، ۶ m راه رفته، ولی مقدار جابه‌جایی آن ۵ m است.

حواستون‌باشه! سرعت، یک کمیت برداری است و باید آن را با جهتش معرفی کنیم، ولی تندی که اندازه سرعت است یک کمیت نرده‌ای است. مثلاً وقتی می‌گوییم « 137 km/h به سمت غرب»، سرعت جسم را گفته‌ایم و وقتی فقط می‌گوییم « 137 km/h » تندی آن را بیان کرده‌ایم.

۴ جمع و تفریق کمیت‌های برداری معمولی (جبری) نیست؛ بلکه جمع و تفاضل آن‌ها برداری است که در ریاضیات خوانده‌اید. (یادتون که هست به جمع برداری می‌گفتین براینگیری) با تست زیر منظورمان را بهتر متوجه می‌شوید.

تست متحرکی ابتدا 60 m به طرف جنوب، سپس 11 m به طرف غرب جابه‌جا می‌شود. اندازه جابه‌جایی متحرک چند متر است؟

۷۱ (۱) ۶۳ (۲) ۶۱ (۳) ۴۹ (۴)

پاسخ گزینه ۳ در این‌جا مثل شکل روبه‌رو دو جابه‌جایی عمود بر هم داریم که جابه‌جایی کل از جمع (یا برابند) این دو حساب می‌شود؛ یعنی باید از رابطه فیثاغورس اندازه جابه‌جایی کل را حساب کنیم.

یعنی حاصل جمع (برابند) دو جابه‌جایی 60 m و 11 m متری در این‌جا برابر با 61 m متر شد. البته اگر می‌پرسید مسافت طی شده چند متر است باید جواب می‌دادیم: $60 + 11 = 71 \text{ m}$

تو همین تست تفاوت یک کمیت برداری (جابه‌جایی) و یک کمیت نرده‌ای (مسافت طی شده) رو دربردی ببینید.

۵ کمیت‌های کار، فشار و جریان الکتریکی از قواعد جمع و تفریق معمولی (جبری) پیروی می‌کنند. برای همین این سه کمیت نرده‌ای هستند.

دسته‌بندی قراردادی کمیت‌ها (کمیت‌های اصلی و فرعی)

کمیت‌های اصلی و یکه‌های آن		
نماد یکا	نام یکا	کمیت
m	متر	طول
kg	کیلوگرم	جرم
s	ثانیه	زمان
K	کلوین	دما
mol	مول	مقدار ماده
A	آمپر	جریان الکتریکی
cd	کندلا (شمع)	شدت روشنایی

یکاهای اصلی مجمع بین‌المللی اوزان و مقیاس‌ها هفت کمیت را به عنوان کمیت‌های اصلی و یکای این کمیت‌ها را به عنوان یکای اصلی انتخاب کرد. در جدول زیر این هفت کمیت را با یکاهای استانداردشان آورده‌ایم.

یکاهای فرعی هر کمیتی به‌جز این هفت کمیت اصلی، کمیت فرعی هستند و به یکاهای آن‌ها هم یکاهای فرعی می‌گوییم.

چند نکته مجمع بین‌المللی اوزان و مقیاس‌ها، بعضی یکاها را به عنوان یکاهای استاندارد به طور مستقل تعریف کرد (مثلاً متر را به عنوان یکای طول و ثانیه را به عنوان یکای زمان به طور

مستقل تعریف کرد). یکای کمیت‌های دیگر از طریق فرمول‌های فیزیکی به دست می‌آید، به عنوان مثال با توجه به فرمول تندی متوسط ($s_{av} = \frac{1}{\Delta t}$) یکای تندی، متر بر ثانیه (m/s) به دست می‌آید که یک یکای فرعی است. به مجموعه یکاهایی که مورد توافق مجمع بین‌المللی اوزان و مقیاس است، دستگاه بین‌المللی یا (System International) SI می‌گوییم.

۶ تکلیف یکاهای اصلی SI که هم تعریف مستقل دارند و هم نام مستقل، معلوم است. اما یکاهای فرعی تعریف مستقل ندارند و با توجه به فرمول‌های فیزیکی به کمک یکاهای دیگر تعریف می‌شوند. یکاهای فرعی خودشان در SI دو دسته‌اند:

الف) یک دسته آن‌هایی که نام مستقل و مخصوص ندارند؛ مثل $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ که از فرمول $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آید.

ب) دسته دوم یکاهای فرعی پرکاربردی هستند که نام مستقل و مخصوص دارند. مثلاً یکای نیرو که نیوتون (N) و یکای کار و انرژی که ژول (J) است. در واقع این یکاها تعریف مستقل ندارند ولی نام مستقل دارند. این نکته را به صورت خلاصه می‌توانیم این‌طوری بنویسیم:

یکاهای اصلی: تعریف و نام مستقل دارند؛ مثل متر، کیلوگرم و ثانیه.

انواع یکا → **یکاهای فرعی:** تعریف مستقل ندارند **الف)** یکاهای فرعی که نام مستقل و مخصوص دارند؛ مثل نیوتون، ژول و پاسکال **ب)** یکاهای فرعی که نام مستقل و مخصوص ندارند؛ مثل متر بر ثانیه

کتاب درسی از بین کمیت‌های اصلی سه کمیت طول و جرم و زمان را زیر ذره‌بین قرار داده و برخی یکاهای غیر SI آن‌ها را معرفی کرده است. البته لازم نیست رابطه بین این یکاها را حفظ کنید.

الف) برخی یکاهای طول

می‌دانید که یکای استاندارد طول در SI، متر (m) است. سه تعریف برای متر در کتاب درسی آمده است:

- ۱- **تعریف قدیمی‌تر:** یک ده‌میلیونیم فاصله استوا تا قطب شمال، معادل یک متر است. این تعریف دیگر اعتبار ندارد، چون در طول زمان این فاصله تغییر می‌کند.
- ۲- **تعریف عام:** دانشمندان در نزدیکی دو سر میله‌ای از جنس آلایز پلاتین - ایریدیم در دمای 0°C دو خط نازک حک کردند و فاصله میان این دو خط را برابر یک متر تعریف کردند. این میله شاخص استاندارد همه خط‌کش‌های امروزی است.
- ۳- **تعریف تخصصی و دقیق:** یک متر برابر مسافتی است که نور در مدت $\frac{1}{299792458}$ در خلأ می‌پیماید. این تعریف برای اندازه‌گیری‌های بسیار دقیق به کار می‌رود.

برخی یکاهای غیر SI طول: به جز متر یکاهای دیگری هم برای طول وجود دارد که خوب است آن‌ها را هم بدانید:

سال نوری (ly): یک سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال در خلأ می‌پیماید (این تعریف مهم است و باید بلد باشید).

هر سال نوری برابر است با: $1 \text{ ly} = \left(\frac{m}{s}\right)$ (برحسب $\frac{m}{s}$) زمان یکسال (برحسب ثانیه) \times تندی نور در خلأ

یکای نجومی (AU): میانگین فاصله زمین تا خورشید برابر یک یکای نجومی است. $(1 \text{ AU} \approx 1.5 \times 10^{11} \text{ m})$ (این تعریف رو هم باید فقط باشید).

ذرع، فرسنگ، فوت یا پا (ft)، اینچ (in)، یارد (yd) و مایل (mi) از یکاهای دیگر طول هستند که اگر در سؤال مطرح شود، ضریب تبدیل آن را به یکاهایی که شما بلد هستید می‌دهند.

ذرع و فرسنگ: از یکاهای قدیمی ایرانی هستند. هر ذرع ۱۰۴ cm و هر فرسنگ ۶۰۰۰ ذرع است.

فوت (پا) و اینچ (in): از یکاهای بریتانیایی هستند، هر فوت ۱۲ اینچ و هر اینچ ۲/۵۴ cm است.

مایل (mi): مایل هم یک یکای بریتانیایی برای طول است. اندازه یک مایل در خشکی و دریا تفاوت دارد. مایل در خشکی ۱۶۰۹ m و در دریا برابر ۱۸۵۲ m است.

ب) برخی یکاهای جرم

یکای جرم در SI، کیلوگرم (kg) است. دانشمندان جرم یک استوانه از جنس آلیاژ پلاتین-ایریدیم را به عنوان یکای استاندارد جرم انتخاب کردند و آن را معادل ۱ kg نامیدند.

خورا، من تبریز، سیر، مثقال، نخود، گندم و قیراط از یکاهای قدیمی و ایرانی جرم است. نگران نباشید اگر در مسئله‌ای این یکاها را بدهند، ضریب تبدیل آن‌ها به یکاهای استاندارد را هم می‌دهند.

برخی یکاهای غیر SI جرم: ۱ خورا = ۱۰۰ من تبریز ۱ من تبریز = ۴۰ سیر = ۶۴۰ مثقال ۱ مثقال = ۲۴ نخود = ۹۶ گندم

قیراط: یکای جرم که در مورد الماس و جواهرات کاربرد دارد. هر قیراط ۲۰۰ mg است.

پ) برخی یکاهای زمان

می‌دانید که ثانیه یکای استاندارد زمان است. دو تعریف برای ثانیه در کتاب درسی آمده است.

۱- تعریف عام و قدیمی: ۱s برابر با $\frac{1}{86400}$ میانگین روز خورشیدی است. (روز خورشیدی مدت‌زمان بین دو بار متوالی است که خورشید در بالاترین نقطه آسمان قرار می‌گیرد).

۲- تعریف تخصصی و دقیق: براساس تعداد معینی از نوسان‌های اتم سزیم در ساعت‌های اتمی می‌شود (ساعت‌های اتمی بسیار دقیق‌اند و پس از چندین میلیون سال فقط ۱s جلو یا عقب می‌افتند).

دقیقه، ساعت، شبانه‌روز، هفته، ماه، سال و قرن هم یکاهای زمان هستند.

بازه زمانی (Δt): به مدت‌زمان بین آغاز و پایان یک رویداد بازه زمانی می‌گویند. اگر آغاز رویداد در لحظه t_1 و پایان آن در لحظه t_2 اتفاق بیفتد، بازه زمانی این رویداد برابر است با:

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

چهار عمل اصلی ریاضی و کمیت‌ها

الف) جمع و تفریق: شما فقط حق دارید کمیت‌های هم‌جنس با یکاهای یکسان را با هم جمع یا تفریق کنید. مثلاً سرعت را نمی‌شود با نیرو جمع کرد یا دو طول با واحدهای متفاوت (مثل فرسنگ و مایل دریایی) را هم همین‌طور!

ب) ضرب و تقسیم: شما می‌توانید دو یا چند کمیت هم‌جنس یا غیر هم‌جنس را در هم ضرب یا تقسیم کنید، ولی باید بدانید که هر وقت دو یا چند کمیت را در هم ضرب و تقسیم می‌کنید، یک کمیت جدید به دست می‌آید. مثلاً اگر جرم (m) را در شتاب (a) ضرب کنید، حاصل ضرب نه از جنس جرم است و نه از جنس شتاب؛ بلکه از جنس کمیت دیگری به نام نیرو (F) است.

تست در فرمول $P = \rho gh + P_0$ ، یکای P پاسکال و یکای h متر است. یکای ρg کدام است؟

۱) پاسکال
متر

۲) $\frac{\text{متر}}{\text{پاسکال}}$

۳) پاسکال

۴) متر \times پاسکال

$$\rho g \text{ یکای } = \frac{\text{پاسکال}}{\text{متر}} = \frac{\text{یکای } \rho gh}{\text{یکای } h}$$

پاسخ گزینه ۱ | با توجه به نکته بالا P_0 و ρgh هم‌جنس‌اند و یکای هر سه پاسکال است؛ پس داریم:

یکای کمیت‌های مجهول را چه طور به دست آوریم؟

۱) فرمول فیزیکی مناسب را که کمیت موردنظر در آن هست می‌نویسیم.

۲) فرمول را طوری تغییر می‌دهیم که نماد کمیت مجهول در یک طرف و بقیه نمادها در طرف دیگر تساوی باشند.

۳) به جای کمیت‌های معلوم، واحد آن‌ها را جای‌گذاری و تا حد ممکن ساده می‌کنیم. در این صورت واحد کمیت موردنظر برحسب یکای سایر کمیت‌ها به دست می‌آید. به تست زیر توجه کنید:

تست نیوتون (یکای نیرو) برحسب یکای کمیت‌های اصلی در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

۱) $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$

۲) $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$

۳) $\frac{\text{kg.s}}{\text{m}}$

۴) $\frac{\text{kg.s}^2}{\text{m}}$

پاسخ گزینه ۱ | گام اول: ابتدا فرمول مناسبی برای نیرو می‌نویسیم، سال نهم یاد گرفتید که: $F = ma$. در این فرمول می‌خواهیم یکای F را پیدا کنیم و خوشبختانه نماد آن در یک طرف قرار دارد.

$$\text{گام دوم: به جای هر کمیت یکای آن را قرار می‌دهیم، یکای جرم kg و یکای شتاب } \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ است، پس:}$$

$$\text{یکای نیرو} = \text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$$

حواستون باشه! حرف لاتینی که در فرمول‌های فیزیک می‌نویسیم، «نماد» آن کمیت است؛ نه «یکای» آن! مثلاً در فرمول $F = ma$ ، حرف m نماد جرم است (نه یکای طول که متره!).

تست در رابطه $\Delta x = \frac{1}{4}At^4 + \frac{1}{3}Bt^3 + Ct$ اگر یکای C، متر بر ثانیه و یکای t ثانیه باشد، یکای A و یکای B به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (مضارب $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ در رابطه یکا ندارند.)

(۱) $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$ و $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}^2}$ (۲) $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}^3}$ و $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$ (۳) $\frac{\text{متر}^3}{\text{ثانیه}}$ و $\frac{\text{متر}^2}{\text{ثانیه}}$ (۴) $\frac{\text{متر}^3}{\text{ثانیه}}$ و $\frac{\text{متر}^2}{\text{ثانیه}}$

پاسخ گزینه ۲: گام اول: ضربهای $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ تأثیری در کشف یکای کمیت‌ها ندارند. پس آن‌ها را نادیده می‌گیریم.

گام دوم: از آن جایی که ما فقط اجازه داریم کمیت‌های هم‌جنس را جمع یا تفریق کنیم، می‌توانیم ادعا کنیم که یکای Ct، Bt^3 و At^4 یکسان است: یکای Ct = یکای Bt^3 = یکای At^4

گام سوم: یکای C و t را داریم؛ پس یکای Bt^3 و At^4 را هم می‌توانیم پیدا کنیم:

$$C \text{ یکای } t \times t = A \text{ یکای } (t)^4 \Rightarrow \frac{m}{s} \times s = A \text{ یکای } (s)^4 \Rightarrow A \text{ یکای } = \frac{m}{s^3}$$

$$C \text{ یکای } t \times t = B \text{ یکای } (t)^3 \Rightarrow \frac{m}{s} \times s = B \text{ یکای } (s)^3 \Rightarrow B \text{ یکای } = \frac{m}{s^2}$$

در جدول زیر چند کمیت و یکای فرعی را که در SI نام مخصوص دارند، آورده‌ایم. برای هر کدام فرمولی را هم که یکای فرعی از آن به دست می‌آید آورده‌ایم.

نام مخصوص در SI	یکای فرعی	فرمول مناسب	کمیت فرعی
نیوتون (N)	$\frac{kg \cdot m}{s^2}$	$F = ma$	نیرو
پاسکال (Pa)	$\frac{kg}{m \cdot s^2}$	$P = \frac{F}{A}$	فشار
ژول (J)	$\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	$W = Fd$	کار و انرژی
وات (W)	$\frac{kg \cdot m^2}{s^3}$	$P = \frac{W}{t}$	توان
$\frac{J}{kg \cdot K}$	$\frac{m^2}{s^2 \cdot K}$	$c = \frac{Q}{m\Delta T}$	گرمای ویژه
J/kg	m^2/s^2	$L_F = \frac{Q}{m}$	گرمای نهان ذوب
کولن (C)	A.s	$q = It$	بار الکتریکی
ولت (V)	$\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$	$\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$	اختلاف پتانسیل الکتریکی
اُهم (Ω)	$\frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^2}$	$R = \frac{V}{I}$	مقاومت الکتریکی
فاراد (F)	$\frac{A^2 \cdot s^4}{kg \cdot m^2}$	$C = \frac{q}{V}$	ظرفیت خازن
V/m یا N/C	$\frac{kg \cdot m}{A \cdot s^2}$	$E = \frac{F}{q}$	میدان الکتریکی
تسلا (T)	$\frac{kg}{A \cdot s^2}$	$B = \frac{F}{I\ell}$	میدان مغناطیسی

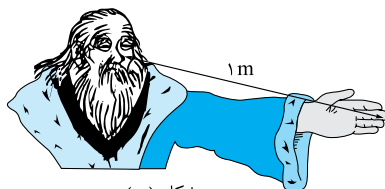
۱۱- **گزینه ۲:** دلیل نادرستی گزینه‌های دیگر: ① به یکاهایی که برحسب یکاهای اصلی بیان می‌شوند، یکاهای فرعی می‌گویند. / ② دما یک کمیت است؛ اما احساس گرمی یک کمیت نیست؛ چون قابل اندازه‌گیری نیست و فقط می‌توان آن را به صورت توصیفی بیان کرد. / ③ درست برعکس. یکایی مورد پذیرش همگان است که تغییرناپذیر باشد.

۱۲- **گزینه ۱:** با توجه به آن چه که در درس‌نامه گفتیم، هر کمیت یکاهای مخصوص به خود را دارد؛ مثلاً طول یکاهای مختلفی مثل متر، سانتی‌متر، اینچ، یارد و ... دارد.

۱۳- **گزینه ۲:** دلیل نادرستی گزینه‌های دیگر: ① در بیان کمیت‌های اسکالر به ذکر جهت نیاز نداریم. / ② یکای هر کمیت علاوه بر قابلیت بازتولید باید تغییرناپذیر باشد. / ③ یکای نیرو (نیوتون) تعریف مستقل ندارد و برحسب یکاهای اصلی بیان می‌شود؛ نیوتون معادل $\frac{kg \cdot m}{s^2}$ است.



شکل (الف)



شکل (ب)

۱۴- **گزینه ۱:** یکایی خوب است که قابلیت بازتولید داشته، در دسترس همگان باشد ولی تغییر نکند. یکاهایی مثل وجب و فاصلة نوک بینی تا نوک انگشتان دست کشیده‌شده (شکل‌های الف و ب) خیلی در دسترس همگان هستند! و به راحتی می‌شود آن‌ها را بازتولید کرد (از کرامات شیخ ما چه عجب - بنده را وانمود و گفت و بپد!) اما این ایراد را دارد که از دستی به دست دیگر تغییر می‌کند.

- ۱۵- **گزینه ۲** همان طور که در درس نامه گفتیم، جرم و زمان دو کمیت اصلی هستند و یکه‌های آن‌ها هم مستقل و اصلی هستند. (کیلوگرم یکای جرم و ثانیه یکای زمان است).
- ۱۶- **گزینه ۴** هفت کمیت اصلی عبارت‌اند از: طول، جرم، زمان، دما، جریان الکتریکی، مقدار ماده و شدت روشنایی. همه کمیت‌ها به غیر از این ۷ کمیت، جزء کمیت‌های فرعی‌اند. مانند: نیرو، فشار، سرعت و ...
- ۱۷- **گزینه ۴** طبق جدولی که در درس نامه داشتیم، کمیت‌های جریان الکتریکی، دما، زمان و مقدار ماده همگی از کمیت‌های اصلی هستند.
- ۱۸- **گزینه ۲** از میان کمیت‌هایی که در گزینه‌ها آمده، شدت روشنایی، مقدار ماده و دما کمیت‌های اصلی و بقیه فرعی هستند؛ پس در (۲) همه کمیت‌ها فرعی‌اند.
- ۱۹- **گزینه ۴** برای گزارش ابعاد یک اتمبیل به کمیتی نیاز داریم که فقط مقدار را گزارش کند و جهت لازم نیست؛ پس از کمیت نرده‌ای استفاده می‌کنیم؛ ولی برای گزارش سرعت علاوه بر مقدار، به جهت هم احتیاج داریم؛ پس از کمیت برداری استفاده می‌کنیم.
- ۲۰- **گزینه ۲** کمیت‌های فشار، جریان الکتریکی و تندی همگی نرده‌ای (اسکالر) و بدون جهت بیان می‌شوند؛ ولی وزن (که نیرو است) برداری است.

حواستون باشه! تندی را با سرعت، اشتباه نگیرید. سرعت یک کمیت برداری است و جهت دارد؛ ولی تندی فقط اندازه سرعت است و جهت ندارد. هم‌چنین جریان الکتریکی یک کمیت اسکالر است، چون از جمع جبری پیروی می‌کند.

فشار	وزن	جریان الکتریکی	تندی
فرعی	فرعی	اصلی	فرعی
نرده‌ای (اسکالر)	بررداری	نرده‌ای (اسکالر)	نرده‌ای (اسکالر)

از بین کمیت‌های صورت سؤال، فشار، وزن و تندی کمیت‌های فرعی هستند (وزن را با جرم اشتباه نگیرید، وزن یک نیرو است ولی جرم، جرم است! $F = mg$) و کمیت جریان الکتریکی اصلی است. جدول مقابل خلاصه آن چه گفتیم است:

۲۱- **گزینه ۲** کمیت‌های سرعت و شتاب جهت دارند و برداری‌اند. کمیت‌های جرم، زمان و مسافت طی شده، فقط مقدار دارند و نرده‌ای‌اند.

حواستون باشه! سرعت کمیت برداری ولی تندی کمیت نرده‌ای است. هم‌چنین مسافت طی شده کمیت نرده‌ای ولی جابه‌جایی کمیت برداری است.

۲۲- **گزینه ۴** کمیت‌های طول و دما اصلی‌اند و کمیت‌های وزن، فشار و گرما فرعی‌اند.

حواستون باشه! وزن، نوعی نیرو است و کمیت فرعی محسوب می‌شود و اونو با جرم که کمیت اصلی اشتباه نگیرید.

۲۳- **گزینه ۳** کمیت‌های متفاوت (غیرهم‌جنس) را نمی‌توان با هم جمع یا تفریق کرد؛ اما ضرب و تقسیم کمیت‌های متفاوت امکان‌پذیر و تعریف شده است؛ پس (۱) و (۴) حتماً غلط و (۲) حتماً درست است. در مورد (۲) هم بدانید که امکان دارد کمیت A^2 و C هم‌جنس باشند (مثلاً اگر کمیت C مساحت باشد و کمیت A طول باشد، در این صورت A^2 از جنس کمیت مساحت می‌شود)؛ اما امکان تفریق دو کمیت متفاوت C و B وجود ندارد.

۲۴- **گزینه ۲** می‌دانیم که کمیت‌های متفاوت (غیرهم‌جنس) را نمی‌توانیم با هم جمع یا از هم کم کنیم؛ اما در (۲) کمیت A به توان ۳ رسیده است؛ پس ممکن است با کمیت C هم‌جنس شده باشد. برای مثال اگر C کمیت حجم و A کمیت طول باشد، A^3 هم از جنس کمیت حجم می‌شود.

۲۵- **گزینه ۲** در فیزیک تمامی کمیت‌ها قابل ضرب و تقسیم هستند؛ اما فقط کمیت‌هایی قابلیت جمع و تفریق دارند که هم‌جنس باشند. در (۲) لیتر (L) کمیت حجم و متر مربع (m^2) کمیت سطح است؛ پس قابل تفریق نیستند.

۲۶- **گزینه ۲** گام اول: ابتدا می‌رویم سراغ یکای شتاب. کمیت شتاب از رابطه $a = \frac{\Delta v}{t}$ به دست می‌آید که در این رابطه Δv تغییرات سرعت و t زمان است. هم‌چنین یکای کمیت سرعت، متر بر ثانیه (m/s) است (جابه‌جایی = سرعت) پس داریم:

$$\text{گام دوم: همان طور که می‌دانیم فشار از رابطه } P = \frac{F}{A} \text{ به دست می‌آید که در این رابطه } F \text{ نیرو و } A \text{ سطح مقطع است؛ پس:}$$

$$\text{یکای فشار} = \frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای سطح مقطع}} = \frac{N}{m^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2 \cdot m^2} \Rightarrow \text{یکای فشار} = \frac{kg}{m \cdot s^2}$$

۲۷- **گزینه ۲** گام اول: ابتدا یکای نیرو را برحسب یکه‌های اصلی می‌نویسیم. همان طور که می‌دانید نیرو از رابطه $F = ma$ به دست می‌آید؛ پس داریم:

$$F = ma \Rightarrow 1 N = 1 kg \times 1 \frac{m}{s^2} = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

هم‌چنین می‌دانیم که یکای جابه‌جایی، متر (m) است.

گام دوم: حالا یکای کار را برحسب یکای اصلی می‌نویسیم:

$$W = F \cdot d = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2} \times 1 m = 1 \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

یکای کار همان یکای انرژی و برابر ژول است.

۲۸- **گزینه ۲** گام اول: ابتدا کمیت k را از رابطه $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ استخراج می‌کنیم:

$$k = \frac{F \times r^2}{q_1 q_2} \Rightarrow k \text{ یکای } = \frac{(F \text{ یکای}) \times (r \text{ یکای})^2}{(q_1 q_2 \text{ یکای})^2} \quad (1)$$

گام دوم: می‌دانیم که نیرو از رابطه $F = ma$ به دست می‌آید که در این رابطه a شتاب است.

$$F \text{ یکای } = (m \text{ یکای}) \times (a \text{ یکای}) = kg \times \frac{m}{s^2} \quad (2)$$

$$k \text{ یکای } = \frac{1 \frac{kg \cdot m}{s^2} \times 1 m^2}{1 C^2} = 1 \frac{kg \cdot m^3}{s^2 \cdot C^2}$$

۲۹- **گزینه ۳** یکای کمیت‌های موجود در گزینه‌ها را می‌نویسیم:

اولین یکا \checkmark $kg \cdot \frac{m}{s^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2} \Rightarrow$ یکای جابه‌جایی \times یکای نیرو = یکای انرژی = یکای گرمای ویژه

دومین یکا \checkmark $\frac{kg \cdot m}{m^2} = \frac{kg}{m} \Rightarrow$ یکای نیرو = یکای فشار

۳۰- گزینه ۲: گزینه‌ها را یک‌به‌یک بررسی می‌کنیم:

۱ فشار از فرمول $P = \frac{F}{A}$ به دست می‌آید؛ پس یکای فشار معادل $\frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای مساحت}}$ است؛ یعنی می‌توانیم یک فشار بر حسب Pa را با فشار دیگری بر حسب N/m^2 جمع کنیم.

۲ فرمول توان $P = \frac{W}{t}$ است؛ پس هر وات (یکای توان) معادل $1 J/s$ است و این گزینه هم درست است.

۳ نیرو از رابطه $F = ma$ به دست می‌آید. یعنی یک نیوتون (یکای نیرو) معادل «یکای شتاب \times یکای جرم» است:

۴ ژول یکای کار و انرژی است. می‌دانید که کار از ضرب نیرو در جابه‌جایی به دست می‌آید؛ پس می‌توانیم بنویسیم: $1 J = 1 N \times 1 m \Rightarrow 1 J = 1 N \cdot m$. پس نمی‌توانیم یک کمیت بر حسب J را با یک کمیت بر حسب N/m جمع کنیم.

۳۱- گزینه ۱: با توجه به لزوم سازگاری یکاها در دو طرف معادله یکای $A^2 t^2$ و AB ، $(\frac{m}{s})^2$ است. بنابراین:

$$A^2 t^2 \text{ یکای } = (m/s)^2 \xrightarrow{t \text{ یکای } = s} (A^2 \text{ یکای}) \times s^2 = (\frac{m}{s})^2 \Rightarrow A^2 \text{ یکای} = (\frac{m}{s^2})^2 \xrightarrow{\text{جذرمی‌گیریم}} A \text{ یکای} = \frac{m}{s^2}$$

یکای A، متر بر مربع ثانیه است، بنابراین A بیانگر کمیت شتاب است.

$$AB \text{ یکای} = (\frac{m}{s})^2 \xrightarrow{A \text{ یکای} = \frac{m}{s^2}} \frac{m}{s^2} \times (B \text{ یکای}) = (\frac{m}{s})^2 \Rightarrow B \text{ یکای} = m$$

یکای B، متر است بنابراین B بیانگر کمیت جابه‌جایی است.

۳۲- گزینه ۲: گام اول: برای این که بتوانیم یکای کمیت A را محاسبه کنیم، باید به این نکته توجه کنیم که در صورتی کمیت $\frac{1}{\rho} A$ با کمیت mgx قابل جمع است که

هر دو کمیت هم‌جنس باشند و یکای معادل داشته باشند؛ پس برای پیدا کردن یکای کمیت A کافی است یکای mgx را به دست آوریم. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} m \text{ یکای} = kg \\ x \text{ یکای} = m \\ g \text{ یکای} = m/s^2 \end{array} \right\} \Rightarrow mgx \text{ یکای} = kg \cdot m \cdot \frac{m}{s^2} = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

گام دوم: در گزینه‌ها فقط دو کمیت انرژی و توان داریم؛ پس یکای آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$F=ma \Rightarrow \frac{\text{یکای شتاب}}{\text{یکای نیرو}} = \frac{\text{یکای جرم}}{\text{یکای نیرو}} \times (\frac{m}{s^2}) \rightarrow \text{یکای انرژی} = \frac{kg \cdot m}{s^2} \times m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \quad \checkmark$$

$$\text{یکای توان} = \frac{\text{یکای انرژی}}{\text{یکای زمان}} = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \times \frac{1}{s} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$$

تکنیک می‌دانید که mgx یا mgh فرمول انرژی پتانسیل است، پس کمیت A از جنس انرژی است.

درس ۴ تبدیل واحد و نمادگذاری علمی

در این درس‌نامه سه موضوع مهم تبدیل یکای زنجیره‌ای، کاربرد پیشوندهای SI و نمادگذاری علمی را می‌خوانید:

الف) تبدیل یکای زنجیره‌ای

اساس تبدیل یکای زنجیره‌ای معادل قراردادن یکاهای یک نوع کمیت است (مثلاً $1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm}$).

مراحل این روش تبدیل یکا را با یک مثال و گام‌به‌گام برایتان می‌گوییم:

فرض کنید می‌خواهیم بینیم 22 in معادل چند سانتی‌متر است.

گام اول: تساوی‌ای را که بین دو یکا برقرار است، می‌نویسیم. هر اینچ برابر 2.54 cm است، یعنی:

گام دوم: تساوی‌ای را که در گام اول نوشتیم، به صورت یک کسر که برابر ۱ است درمی‌آوریم (اسم این کسر را می‌گذاریم کسر تبدیل).

$$\frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} = 1 \quad \text{یا} \quad \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 1$$

یکایی را که قرار است، کمیت به آن تبدیل شود در صورت می‌نویسیم. مثلاً در این‌جا می‌خواهیم اینچ را به سانتی‌متر تبدیل کنیم، پس باید سانتی‌متر در صورت و اینچ در مخرج باشد (یعنی $1 = \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}}$).

گام سوم: مقدار داده‌شده را در کسر تبدیل مناسب (که در گام دوم نوشتیم) ضرب می‌کنیم و به این ترتیب کمیت از یک یکا به یکای دیگر تبدیل می‌شود:

$$22 \text{ in} = 22 \cancel{\text{ in}} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{ in}}} = 22 \times 2.54 \text{ cm} = 55.88 \text{ cm}$$

بیشتر وقت‌ها کار تبدیل واحد کمی سفت‌تره.

مثلاً برای این که بتوانیم یکای A را به D تبدیل کنیم، اول باید A را به B و بعد به C و در نهایت به D تبدیل کنیم. برای این کار باید چند کسر تبدیل را در هم ضرب کنیم. به تست زیر توجه کنید.

تست ۵ سیر معادل چند گرم است؟ (یک سیر ۱۶ مثقال و هر مثقال $4/86 \text{ g}$ است).

$$388/8 \text{ (۴)}$$

$$38/88 \text{ (۳)}$$

$$194/4 \text{ (۲)}$$

$$19/44 \text{ (۱)}$$

پاسخ گزینه ۲: براساس داده‌های سؤال باید سیر را به مثقال و مثقال را به گرم تبدیل کنیم، پس طبق دستورالعملی که گفتیم، کسرهایی را که لازم

$$\text{داریم، می‌نویسیم: } 1 \text{ مثقال} = \frac{4}{86} \text{ g} \Rightarrow 1 \text{ مثقال} = 4/86 \text{ g} \Rightarrow 1 \text{ مثقال} = \frac{4}{86} \text{ g}$$

$$5 \text{ سیر} = 5 \times \frac{16 \text{ مثقال}}{1 \text{ سیر}} \times \frac{4/86 \text{ g}}{1 \text{ مثقال}} = 5 \times 16 \times 4/86 \text{ g} = 388/8 \text{ g}$$

حالا به صورت زنجیره‌ای ۵ سیر را به گرم تبدیل می‌کنیم:

حواستون باشه! یک وقت کسرها را وارونه ننویسید. مثلاً اگر به جای $\frac{۱۶}{۱}$ مثقال می‌نوشتید $\frac{۱}{۱۶}$ مثقال، سیر با سیر ساده نمی‌شود!

حالا سعی کنید تست بعدی را اول خودتان حل کنید و بعد پاسخ آن را بخوانید. **حواستون به صورت و طرح کسر تبدیل‌ها باشه!**

تست یک اینچ برابر $۲/۵۴$ cm، یک فوت برابر ۱۲ اینچ و یک یارد برابر ۳ فوت است. ۱۱۴۳ mm برابر چند یارد است؟

- (۱) $۳/۷۵$ (۲) $۱/۲۵$ (۳) $۳۷/۵$ (۴) $۱۲/۵$

۱۰ mm = ۱ cm

۱ in = $۲/۵۴$ cm

۱ ft = ۱۲ in

۱ y = ۳ ft

↓
یارد

پاسخ گزینه ۲ از کسر تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. به انتخاب کسرها دقت کنید.

$$۱۱۴۳ \text{ mm} = ۱۱۴۳ \text{ mm} \times \frac{۱ \text{ cm}}{۱۰ \text{ mm}} \times \frac{۱ \text{ in}}{۲/۵۴ \text{ cm}} \times \frac{۱ \text{ ft}}{۱۲ \text{ in}} \times \frac{۱ \text{ y}}{۳ \text{ ft}} = ۱۱۴۳ \times \frac{۱}{۱۰} \times \frac{۱}{۲/۵۴} \times \frac{۱}{۱۲} \times \frac{۱}{۳} = ۱/۲۵ \text{ y}$$

ب) استفاده از پیشوندهای SI

جدول زیر را ببینید. در این جدول پیشوندهای کوچک‌کننده و بزرگ‌کننده استاندارد را با ضریب تبدیلشان آورده‌ایم.

هر کدام از این پیشوندها، نماد یک عدد از مرتبه ۱۰ (یا همان ۱۰^n) است که به آن ضریب تبدیل می‌گوییم. هر وقت ضریب تبدیل، ابتدای یک یکا قرار بگیرد، اندازه یکا را به همان میزان بزرگ یا کوچک می‌کند؛ مثلاً کیلو یعنی $۱۰^۳$ و وقتی ابتدای یکایی مثل متر قرار می‌گیرد، می‌شود km که هر ۱ km معادل $۱۰^۳$ m است.

پیشوندهای بزرگ‌کننده			پیشوندهای کوچک‌کننده		
ضریب تبدیل	نماد	پیشوند	ضریب تبدیل	نماد	پیشوند
۱۰	da	دکا	$۱۰^{-۱}$	d	دسی
$۱۰^۲$	h	هکتو	$۱۰^{-۲}$	c	سانتی
$۱۰^۳$	k	کیلو	$۱۰^{-۳}$	m	میلی
$۱۰^۶$	M	مگا	$۱۰^{-۶}$	μ	میکرو
$۱۰^۹$	G	گیگا	$۱۰^{-۹}$	n	نانو
$۱۰^{۱۲}$	T	ترا	$۱۰^{-۱۲}$	p	پیکو
$۱۰^{۱۵}$	P	پتا	$۱۰^{-۱۵}$	f	فمتو
$۱۰^{۱۸}$	E	اِگزا	$۱۰^{-۱۸}$	a	آتو
$۱۰^{۲۱}$	Z	زتا	$۱۰^{-۲۱}$	z	زپتو
$۱۰^{۲۴}$	Y	یوتا	$۱۰^{-۲۴}$	y	یوکتو

یكاهای پیشونددار را می‌توانید در دو مرحله تبدیل کنید. **گام اول:** برداشتن پیشوند اولیه و جایگزین کردن ضریب تبدیلش به جای آن

گام دوم: گذاشتن پیشوند جدید با ضرب کسر $\frac{\text{نماد پیشوند جدید}}{\text{ضریب تبدیل پیشوند جدید}}$ در یکا. در پاسخ تست زیر، این روش را توضیح داده‌ایم.

تست $۴/۹$ hm چند μm است؟

- (۱) $۴/۹ \times ۱۰^{-۶}$ (۲) $۴/۹ \times ۱۰^۶$ (۳) $۴/۹ \times ۱۰^{-۸}$ (۴) $۴/۹ \times ۱۰^۸$

پاسخ گزینه ۲ h را برمی‌داریم و به جایش $۱۰^۲$ را قرار می‌دهیم و حاصل را در $\frac{\mu}{۱۰^{-۶}}$ ضرب می‌کنیم: $۴/۹ \times (۱۰^۲) \text{ m} \times \frac{\mu}{۱۰^{-۶}} = ۴/۹ \times ۱۰^۸ \mu\text{m}$

اگر واحد یک کمیت، توان‌دار باشد، توان آن را در تبدیل یکا هم در نظر می‌گیریم:

مثلاً مساحت $۵/۴ \text{ m}^۲$ بر حسب سانتی‌متر مربع برابر است با: $۵/۴ \text{ m}^۲ \times \left(\frac{\text{C}}{۱۰^{-۲}}\right)^۲ = ۵/۴ \times ۱۰^۴ \text{ cm}^۲$

تست $۴۰۰۰ \text{ mm}^۳$ معادل چند سانتی‌متر مکعب است؟

- (۱) ۴۰۰۰×۱۰^{-۱} (۲) ۴۰۰۰×۱۰^{-۲} (۳) ۴۰۰۰×۱۰^{-۳} (۴) ۴۰۰۰×۱۰^{-۴}

پاسخ گزینه ۳ در $\text{mm}^۳$ ، «میلی» را برمی‌داریم و به جای آن $۱۰^{-۳}$ می‌گذاریم؛ یعنی $(۱۰^{-۳} \text{ m})^۳$ و حاصل را در $\left(\frac{\text{C}}{۱۰^{-۲}}\right)^۳$ ضرب می‌کنیم:

$$۴۰۰۰ \times (۱۰^{-۳} \text{ m})^۳ \times \left(\frac{\text{C}}{۱۰^{-۲}}\right)^۳ = ۴۰۰۰ \times \frac{۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۶}} \text{ cm}^۳ = ۴۰۰۰ \times ۱۰^{-۳} \text{ cm}^۳$$

حواستون باشه! تنها زمانی اجازه داریم دو یکا را به هم تبدیل کنیم که هر دو از جنس یک نوع کمیت باشند؛ مثلاً نمی‌توانیم $۲۰ \text{ m}^۲$ را که از جنس مساحت است به متر مکعب (یکای حجم) تبدیل کنیم و یا ۳ km/h را که از جنس سرعت است به متر بر مربع ثانیه (یکای شتاب) تبدیل کنیم.

یکاهای غیر SI (اما معروف) دیگری هستند که باید معادلشان را با یکاهای SI بدانیم. در جدول زیر، این یکاها را معرفی کرده‌ایم و در فصل خودشان از آن‌ها استفاده خواهیم کرد.

معادل یکا در SI	یکای غیر SI	نام کمیت
10^{-3} m^3	L (لیتر)	حجم
10^5 Pa	atm (اتمسفر)	فشار
1360 Pa^*	cmHg (سانتی متر جیوه)	فشار
10^{-4} T	G (گاوس)	بزرگی میدان مغناطیسی
$4/2 \text{ J}$	cal (کالری)	انرژی
3600 s	ساعت	زمان
60 s	دقیقه	زمان
10^3 kg/m^3	g/cm^3 (گرم بر سانتی متر مکعب)	چگالی
1 kg/m^3	g/L (گرم بر لیتر)	چگالی
$\frac{1}{3/6} \text{ m/s}$	km/h (کیلومتر بر ساعت)	سرعت

* واحد سانتی متر جیوه در صورتی که چگالی جیوه 1360 g/cm^3 و $g = 10 \text{ N/kg}$ معرفی شود، معادل 1360 Pa است.

تست 360 km/h ، چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ گزینه ۱ 100 داریم:

$$v = 360 \text{ km/h} = 360 \times \frac{10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 100 \text{ m/s}$$

برای تبدیل یکاهای متر بر ثانیه و کیلومتر بر ساعت می‌توانید از الگوی روبه‌رو استفاده کنید:

مثلاً اگر در تست قبل بخواهیم km/h را به m/s تبدیل کنیم، باید 360 km/h را در $\frac{1}{3/6}$ ضرب کنیم:

$$v = 360 \times \frac{1}{3/6} = 100 \text{ m/s}$$

پ) استفاده از نمادگذاری علمی

تندی نور در خلأ 300000000 m/s است. حالا اگر بخواهیم این عدد بزرگ را به توان ۲ برسانیم (مثلاً در فرمول $E = mc^2$) باید یک ۹ بنویسیم و ۱۶ تا صفر جلویش بگذاریم. ما در فیزیک با این عددهای خیلی بزرگ و یا خیلی کوچک زیاد سروکار داریم. تکنیک نمادگذاری علمی ما را از شر این صفرهای مزاحم خلاص می‌کند. طبق این روش باید عدد A را به صورت $a \times 10^n$ بنویسیم، به طوری که $1 \leq a < 10$ و n یک عدد صحیح است؛ مثلاً برای تندی نور می‌نویسیم $3 \times 10^8 \text{ m/s}$. نمونه‌های روبه‌رو را هم ببینید:

$3/92 \times 10^7 \text{ m}$ — رقم ممیز را عقب می‌بریم. 39200000 m — رقم ممیز را به جلو می‌کشیم. $0/00052 \text{ kg}$ — رقم ممیز را به جلو می‌کشیم. $5/2 \times 10^{-4} \text{ kg}$ — رقم ممیز را به جلو می‌کشیم. n مثبت و هر وقت ممیز را به سمت راست جابه‌جا کنیم، n منفی است.

تست کدام گزینه $465 \mu\text{m}$ را بر حسب کیلومتر به صورت نمادگذاری علمی نشان می‌دهد؟

پاسخ گزینه ۱ گام اول: اول نسبت‌های مناسب برای تبدیل یکا را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} = 1 \\ 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} \Rightarrow \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 1 \end{cases}$$

گام دوم: حالا با روش زنجیره‌ای تبدیل یکا را انجام می‌دهیم:

$$465 \mu\text{m} \times \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 465 \times 10^{-9} \text{ km}$$

گام سوم: حالا مقدار به دست آمده را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$465 \times 10^{-9} \text{ km} = 4/65 \times 10^{-6} \text{ km}$$

حواستون باشه! ۱ و ۲ به صورت نمادگذاری علمی نوشته نشده‌اند.

۳۳- **گزینه ۳** با توجه به جدولی که در درس‌نامه گفتیم، داریم: $10^{-1} = \text{دسی}$ ، $10^{12} = \text{ترا}$ ، $10^{-9} = \text{نانو}$ ، $10^2 = \text{هکتو}$

۳۴- **گزینه ۲** گام اول: می‌رویم سراغ تبدیل cm^3 به mm^3 . ضرب‌های تبدیل لازم را می‌نویسیم:

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \times (10^{-2} \text{ m})^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 \Rightarrow \frac{10^{-6} \text{ m}^3}{1 \text{ cm}^3} = 1$$

$$1 \text{ m}^3 = 1 \times (10^3 \text{ mm})^3 = 10^9 \text{ mm}^3 \Rightarrow \frac{10^9 \text{ mm}^3}{1 \text{ m}^3} = 1$$

پس در تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$746 \text{ cm}^3 = 746 \text{ cm}^3 \times \frac{10^{-6} \text{ m}^3}{1 \text{ cm}^3} \times \frac{10^9 \text{ mm}^3}{1 \text{ m}^3} = 746 \times 10^3 \text{ mm}^3 = 7/46 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ L} = 10^3 \text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 1$$

گام دوم: حالا نوبت تبدیل cm^3 به l است. ضریب‌های تبدیل لازم:

$$746 \text{ cm}^3 = 746 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 746 \times 10^{-3} \text{ L} = 7/46 \times 10^{-1} \text{ L}$$

پس داریم:

۳۵- گزینه ۱ از تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. ضریب تبدیل‌هایی که لازم داریم به شرح ذیل هستند:

$$\begin{cases} 1 \text{ fm} = 1 \times 10^{-15} \text{ m} = 10^{-15} \text{ m} \Rightarrow \frac{10^{-15} \text{ m}}{1 \text{ fm}} = 1 \\ 1 \mu\text{m} = 1 \times 10^{-6} \text{ m} = 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow \frac{10^{-6} \mu\text{m}}{1 \text{ m}} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2/7 \text{ fm} \times \frac{10^{-15} \text{ m}}{1 \text{ fm}} \times \frac{10^6 \mu\text{m}}{1 \text{ m}} = 2/7 \times 10^{-9} \mu\text{m}$$

برای محاسبه فمتومتر بر حسب پیکومتر، ضریب تبدیل‌های زیر را لازم داریم:

$$\begin{cases} \frac{10^{-15} \text{ m}}{1 \text{ fm}} = 1 \\ 1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m} \Rightarrow \frac{10^{-12} \text{ pm}}{1 \text{ m}} = 1 \end{cases}$$

$$2/7 \text{ fm} \times \frac{10^{-15} \text{ m}}{1 \text{ fm}} \times \frac{10^{12} \text{ pm}}{1 \text{ m}} = 2/7 \times 10^{-3} \text{ pm}$$

$$200 \text{ mg} \times \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}} = 0.2 \text{ g} = 200 \text{ mg}$$

۳۶- گزینه ۲ با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$P = 20 \text{ kPa} \times \frac{1 \text{ cmHg}}{1 \text{ kPa}} \times \frac{1 \text{ cmHg}}{1360 \text{ Pa}} = 14/7 \text{ cmHg}$$

۳۷- گزینه ۲ حل این سؤال از روش زنجیره‌ای بسیار راحت است:

$$274/32 \text{ km} = 274/32 \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} \times \frac{1 \text{ yd}}{3 \text{ ft}} = 3 \times 10^5 \text{ yd}$$

۳۸- گزینه ۲ از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

۳۹- گزینه ۱ یکای نجومی همان متوسط فاصله زمین تا خورشید است؛ پس $1 \text{ AU} = 2 \times 10^{11} \text{ m}$ است. حالا از روش زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$1/2 \text{ Tm} = 1/2 \text{ Tm} \times \frac{10^{12} \text{ m}}{1 \text{ Tm}} \times \frac{1 \text{ AU}}{2 \times 10^{11} \text{ m}} = 6 \text{ AU}$$

۴۰- گزینه ۲ از روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توانیم به راحتی به این تست پاسخ دهیم:

$$9 \times 10^8 \text{ سوت} = 200 \text{ سوت} \times \frac{1 \text{ سیر}}{375 \text{ قیراط}} \times \frac{10 \text{ سیر}}{4 \text{ چارک}} \times \frac{1 \text{ من تبریز}}{300} = 300 \text{ من تبریز}$$

۴۱- گزینه ۲ گام اول: ریگه فوب یادگرفتن که توی این تست باید از چه روشی استفاده کنیم!

$$4320 \text{ m}^2 = 2400 \text{ m}^2 \times \frac{1 \text{ جریب}}{1 \text{ قفیز}} \times \frac{10 \text{ جریب}}{1 \text{ قفیز}} \times \frac{1 \text{ من تبریز}}{180} = 180 \text{ من تبریز}$$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که قیمت هر متر مربع، ۲ میلیون تومان است؛ پس داریم: $2 \times 10^6 \times 21.6 = 43200 \times 10^6 = 4320 \times 10^6$ = قیمت زمین

$$2/24 \times 10^5 \text{ مثقال} = 16 \text{ مثقال} \times \frac{10 \text{ سیر}}{1 \text{ چارک}} \times \frac{10 \text{ سیر}}{4 \text{ چارک}} \times \frac{100 \text{ من تبریز}}{3} = 3/5 \text{ خروار}$$

۴۲- گزینه ۲ باز می‌ریم سراغ روش تبدیل زنجیره‌ای:

۴۳- گزینه ۲ گام اول: برای حل این تست لازم است اول ضریب تبدیل‌های لازم را بنویسیم:

$$1 \text{ cm}^2 = 1 \times (10^{-2} \text{ m})^2 = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \frac{1 \text{ cm}^2}{10^{-4} \text{ m}^2} = 1$$

$$1 (\mu\text{C})^2 = 1 \times (10^{-6} \text{ C})^2 = 10^{-12} \text{ C}^2 \Rightarrow \frac{10^{-12} \text{ C}^2}{1 (\mu\text{C})^2} = 1$$

گام دوم: حالا ضریب تبدیل‌های بالا را در تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{1 \text{ cm}^2}{10^{-4} \text{ m}^2} \times \frac{10^{-12} \text{ C}^2}{1 (\mu\text{C})^2} = 9 \times 10^9 \times 10^{-8} = 90 \frac{\text{N(cm)}^2}{(\mu\text{C})^2}$$

این جزء تبدیل واحدهای باهالیه که در فصل الکتریسته ساکن زیاد استفاده می‌کنیم.

۴۴- گزینه ۲ روش اول: همان طور که از واحد kW.h برداشت می‌شود و با توجه به رابطه $U = P \cdot t$ یک کیلووات ساعت برابر است با مقدار انرژی مصرف شده توسط یک دستگاه با توان 1000 W که در مدت یک ساعت کار می‌کند؛ پس داریم:

$$U = P \cdot t = 10^3 \text{ W} \times 3600 \text{ s} = 36 \times 10^5 \frac{\text{W}}{\text{J/s}} = 3/6 \times 10^6 \text{ J}$$

روش دوم: با استفاده از ضریب تبدیل‌ها هم می‌توانیم مسئله را حل کنیم:

$$1 \text{ kW.h} = 1 \text{ kW.h} \times \frac{1000 \text{ W}}{1 \text{ kW}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 1000 \times 3600 \text{ W.s} = 3/6 \times 10^6 \text{ J}$$

۴۵- گزینه ۲ گام اول: ابتدا باید تمامی ابعاد را بر حسب سانتی متر بنویسیم:

$$4/00 \times 10^{+5} \mu\text{m} = 4/00 \times 10^{+5} \mu\text{m} \times \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 40/0 \text{ cm}$$

$$3/00 \times 10^{-4} \text{ km} = 3/00 \times 10^{-4} \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 30/0 \text{ cm}$$

$$1/00 \times 10^{-13} \text{ Tm} = 1/00 \times 10^{-13} \text{ Tm} \times \frac{10^{12} \text{ m}}{1 \text{ Tm}} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 10/0 \text{ cm}$$

گام دوم: مساحت دوزنقه از فرمول $\frac{ارتفاع \times (قاعده کوچک + قاعده بزرگ)}{2}$ به دست می‌آید: $\frac{(40+10) \times 30}{2} = \frac{50 \times 30}{2} = 750 \text{ cm}^2$ مساحت

۴۶- گزینه ۱ گام اول: گفتیم که یکای نجومی برابر متوسط فاصله زمین تا خورشید است. حالا ضریب تبدیل‌های به دردیفر را می‌نویسیم:

$$1 \text{ AU} = 2 \times 10^{11} \text{ m} \Rightarrow \frac{1 \text{ AU}}{2 \times 10^{11} \text{ m}} = 1 \quad 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \Rightarrow \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1$$

گام دوم: از ضریب تبدیل‌های بالا در تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم: $v = 30 \frac{\text{km}}{\text{s}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ AU}}{2 \times 10^{11} \text{ m}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 9 \times 10^{-6} \text{ AU/min}$

۴۷- گزینه ۲ گام اول: ابتدا یکای تندى (s) را به متر بر ثانیه و یکای مسافت (l) را به متر تبدیل می‌کنیم: $s = 120 \frac{\text{m/s}}{1 \text{ گره}} \times \frac{1 \text{ گره}}{1800 \text{ m/s}} = 60 \text{ m/s}$

$$l = 4000 \text{ mi} \times \frac{1800 \text{ m}}{1 \text{ mi}} = 72 \times 10^5 \text{ m}$$

گام دوم: حالا از رابطه $s = \frac{l}{\Delta t}$ زمان پیمودن این مسافت را به دست می‌آوریم: $\Delta t = \frac{l}{s} = \frac{72 \times 10^5}{60} = 12 \times 10^5 \text{ s}$

۴۸- گزینه ۲ گام اول: در صورت سؤال تندى در قسمت دوم سفر (سفر با کشتی) برحسب متر بر ثانیه خواسته شده؛ پس اول مسافت طی شده را برحسب

$$l = 60 \text{ mi} = 60 \text{ mi} \times \frac{1800 \text{ m}}{1 \text{ mi}} = 60 \times 1800 \text{ m}$$

حالا تندى کشتی را با دانستن زمان سفر به دست می‌آوریم: $\Delta t = 4 \text{ h} = 4 \times 3600 \text{ s}$

گام دوم: حالا می‌خواهیم مسافت طی شده توسط اتومبیل را برحسب کیلومتر محاسبه کنیم. از روش زنجیره‌ای داریم: $s = \frac{l}{\Delta t} = \frac{60 \times 1800}{4 \times 3600} = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$l = 40 \text{ mi} = 40 \text{ mi} \times \frac{1600 \text{ m}}{1 \text{ mi}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 64 \text{ km}$$

۴۹- گزینه ۳ گام اول: ابتدا باید حساب کنیم که یک سال نوری چند متر است. تندى نور را داریم؛ باید مسافتی که نور در مدت یک سال طی می‌کند را محاسبه کنیم: $l = s \Delta t = 3 \times 10^8 \times (3 \times 10^7) = 9 \times 10^{15} \text{ m}$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که فاصله زمین از تیتان $1/35 \times 10^9 \text{ km}$ است. می‌خواهیم مسافتی را که این فضاپیما طی می‌کند تا به تیتان برسد و به زمین برگردد، برحسب سال نوری حساب کنیم؛ پس مسافت برحسب متر برابر است با:

$$l = 2 \times 1/35 \times 10^9 \times 10^3 \text{ m} \Rightarrow \text{مسافت برحسب سال نوری} = 2/7 \times 10^{12} \text{ m} \times \frac{1 \text{ ly}}{9 \times 10^{15} \text{ m}} = 0.3 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-4} \text{ ly}$$

به دلیل رفت و برگشت
دو بار مسیری طی شده

۵۰- گزینه ۲ گام اول: ابتدا $465 \mu\text{m}$ را به متر تبدیل می‌کنیم. کافی است به جای نماد μ ضریب 10^{-6} را بگذاریم: $465 \mu\text{m} = 465 \times 10^{-6} \text{ m}$

گام دوم: حالا $465 \times 10^{-6} \text{ m}$ را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم: $465 \times 10^{-6} \text{ m} = 465 \times 10^{-6} \text{ m} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 465 \times 10^{-9} \text{ km}$

گام سوم: حالا عدد را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم: (یادتون باشه که عدد ۴۶۵ باید به عددی بین ۱ و ۱۰ تبدیل بشه)

$$465 \times 10^{-9} \text{ km} = 4/65 \times 10^{-2} \times 10^{-9} = 4/65 \times 10^{-7} \text{ km}$$

۵۱- گزینه ۲ گام اول: برای محاسبه حجم مکعب مستطیل برحسب لیتر، ابتدا تمامی ابعاد را برحسب سانتی‌متر می‌نویسیم تا حجم را برحسب سانتی‌متر

مکعب به دست آوریم و سپس آن را به لیتر تبدیل کنیم: $0.3 \text{ dam} = 3 \times 10^{-2} \text{ dam} \times \frac{10 \text{ m}}{1 \text{ dam}} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 30 \text{ cm}$

$$1 \times 10^0 \text{ nm} = 1 \times 10^0 \times 10^{-9} \text{ m} = 1 \times 10^0 \text{ m} = 1 \times 10^3 \text{ cm}$$

$$V_{\text{مکعب}} = 25 \times 30 \times 1 \times 10^3 = 750 \times 10^3 = 7/5 \times 10^5 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 7/5 \times 10^2 \text{ L}$$

گام دوم: برای محاسبه حجم مکعب مستطیل برحسب دسی‌متر مکعب، تمامی ابعاد را برحسب دسی‌متر می‌نویسیم:

$$25 \text{ cm} = 25 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^2 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ dm}}{10^{-1} \text{ m}} = 2/5 \text{ dm} \quad 0.3 \text{ dam} = 3 \times 10^{-2} \text{ dam} \times \frac{10 \text{ m}}{1 \text{ dam}} \times \frac{1 \text{ dm}}{10^{-1} \text{ m}} = 3 \text{ dm}$$

$$1 \times 10^0 \text{ nm} = 1 \times 10^0 \text{ nm} \times \frac{10^{-9} \text{ m}}{1 \text{ nm}} \times \frac{1 \text{ dm}}{10^{-1} \text{ m}} = 1 \times 10^2 \text{ dm} \quad V_{\text{مکعب}} = 2/5 \times 3 \times 1 \times 10^2 = 7/5 \times 10^2 \text{ dm}^3$$

۵۲- گزینه ۲ گام اول: می‌دانیم که حجم آب برابر حجم استوانه است. حجم استوانه از رابطه «ارتفاع \times مساحت قاعده» به دست می‌آید. مساحت قاعده و

ارتفاع برابر است با: $ارتفاع = 400 \text{ mm} \times \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ mm}} = 40 \text{ cm}$ ارتفاع $= 400 \text{ mm} \times \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ mm}} = 40 \text{ cm}$

گام دوم: حالا حجم استوانه را به دست می‌آوریم: $مساحت قاعده \times ارتفاع = 314 \times 40 = 1256 \times 10 \text{ cm}^3$

گام سوم: عجله نکنید هنوز به جواب نرسیدیم. مهم آب رو برحسب لیتر و به صورت نمادگذاری علمی فواسته:

$$حجم آب = 1256 \times 10 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 1256 \times 10^{-2} \text{ L} = 1/256 \times 10 \text{ L}$$

تکنیک می‌تونید π رو ۳ در نظر بگیرید و نزدیک‌ترین جواب رو انتخاب کنید.

۵۳- گزینه ۱ **گام اول:** ابتدا از رابطه $s = \frac{1}{\Delta t}$ ، فاصله دو شهر را به دست می‌آوریم:
گام دوم: حالا از روش زنجیره‌ای این فاصله را به مایل تبدیل می‌کنیم:
گام سوم: جواب به صورت نمادگذاری علمی خواسته شده!

۵۴- گزینه ۲ **گام اول:** ابتدا باید ببینیم که این اتومبیل پس از طی این مسافت، چند گالن بنزین مصرف کرده است:
 گالن $\frac{1}{\Delta L} = 10 = \frac{1 \text{ گالن}}{\Delta L} \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1}{5} \text{ m}^3 = 5/0 \times 10^{-2} \text{ m}^3 = 5/0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$
گام دوم: می‌دانیم که این اتومبیل به ازای هر $2,40 \text{ mi}$ ، گالن بنزین مصرف می‌کند؛ پس داریم:
 پس اتومبیل 200 mi طی کرده است.
گام سوم: حالا باید مایل را به کیلومتر تبدیل کنیم. باز هم از روش زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم.

$200 \times 10 \text{ mi} = 200 \times 10 \text{ mi} \times \frac{1600 \text{ m}}{1 \text{ mi}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 320 \text{ km} = 3/2 \times 10^2 \text{ km}$
۵۵- گزینه ۱ آهنگ رشد برابر با $\frac{3/7 \text{ m}}{14 \text{ day}}$ است. با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای، این آهنگ را برحسب میکرومتر بر ثانیه به دست می‌آوریم:
 $\frac{3/7 \text{ m}}{14 \text{ day}} \times \frac{10^6 \mu\text{m}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ day}}{86400 \text{ s}} = 3/06 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
۵۶- گزینه ۲ **گام اول:** حجم کل آبی که در مدت ۱۶ دقیقه از شیر خارج می‌شود برابر است با:

$$V = 6 \times 40 \text{ L} = 240 \text{ L} \xrightarrow{1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3} V = 0/24 \text{ m}^3$$

گام دوم: آهنگ خروج آب از شیر به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$\frac{V}{t} = \frac{0/24}{16 \times 60} = 2/5 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

به کمک تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$2/5 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ s}}{10^3 \text{ ms}} = 2/5 \times 10^{-1} \frac{\text{cm}^3}{\text{ms}}$$

۵۷- گزینه ۱ **گام اول:** ابتدا حجم مخزن و سپس طول هر ضلع مخزن مکعبی شکل را به دست می‌آوریم:
 $V = a^3 \Rightarrow 27000 = a^3 \Rightarrow a = 30 \text{ cm}$
گام دوم: آهنگ افزایش ارتفاع آب درون مخزن برابر است با:
 $V = \text{زمان} \times \text{آهنگ خروج آب} = 180 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times 2/5 \times 60 \text{ s} = 27000 \text{ cm}^3$
 $\frac{180 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{(30)^2 \text{ cm}^2} = \frac{\text{آهنگ خروج آب}}{\text{سطح مقطع مخزن}} = \text{آهنگ افزایش حجم} = 0/2 \text{ cm/s}$

درس ۵

دقت وسیله‌های اندازه‌گیری

یک اندازه‌گیری هر قدر هم دقیق باشد، قطعی و بدون خطا نیست (این‌بوش می‌گن عدم قطعیت در اندازه‌گیری). سه عامل در میزان دقیق بودن یک اندازه‌گیری مؤثر است:
 ۱) مهارت کسی که اندازه می‌گیرد. / ۲) تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود. / ۳) میزان دقت وسیله‌ای که با آن اندازه‌گیری می‌کنیم.
 حالا این عوامل را یکی یکی بررسی می‌کنیم:

۱) مهارت کسی که اندازه می‌گیرد: هر قدر شخص آزمایشگر ماهرتر و با تکنیک‌تر باشد، دقیق‌تر اندازه‌گیری می‌کند. مثلاً یکی از تکنیک‌های اندازه‌گیری با ابزار مدرج این است که خط دید عمود بر محل خواندن اندازه باشد. در شکل روبه‌رو خط دید شخص B عمود است و دقیق‌ترین مقدار طول را اندازه‌گیری می‌کند. شخص A به طرف مقدار کم‌تر و شخص C به طرف مقدار بیشتر، خطا دارد.

۲) تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود: برای آن که خطای یک اندازه‌گیری را کم کنیم، چند بار اندازه‌گیری می‌کنیم و در نهایت میانگین اندازه‌های به دست آمده را به عنوان نتیجه اندازه‌گیری می‌پذیریم. فقط در اعلام نتیجه اندازه‌گیری باید دو چیز را در نظر داشته باشیم:
اول این که اگر یک یا دو عدد با بقیه عددها اختلاف زیادی داشتند (یعنی پرت‌بوردن) در محاسبه میانگین وارد نمی‌کنیم. (در شکل روبه‌رو، نتایج اندازه‌گیری یک کمیت را با خط‌های نازک بر روی محور مشخص کرده‌ایم).
دوم این که اگر تعداد رقم‌های عدد میانگین از رقم‌های هر یک از عددهای گزارش بیشتر باشد، آن را طوری گرد می‌کنیم که تعداد رقم‌هایشان برابر شود.

تست طول یک جسم را شش بار اندازه گرفته‌ایم و مقدارهای $12/7$ ، $12/3$ ، $12/5$ ، $12/8$ ، $13/9$ و $12/6$ (همگی برحسب سانتی‌متر) به دست آمده است. مقداری را که باید گزارش کنیم، برحسب سانتی‌متر کدام است؟

۱۲/۶ (۴)
۱۲/۵ (۳)
۱۲/۴۸ (۲)
۱۲/۵۸ (۱)

پاسخ گزینه ۲: همه مقادیرها به جز $13/9 \text{ cm}$ به هم نزدیک‌اند؛ بنابراین $13/9 \text{ cm}$ را به عنوان گزارش پرت حذف می‌کنیم و میانگین بقیه را می‌گیریم:

$$12/58 \text{ cm} = \frac{12/7 + 12/3 + 12/5 + 12/8 + 12/6}{5}$$

همین‌طور که می‌بینید حاصل میانگین چهار رقم دارد، در حالی که همه گزارش‌های اولیه سه‌رقمی‌اند؛ پس باید $12/58$ را به سمت بالا گرد کنیم: $12/6 \text{ cm}$ طولی که باید گزارش کنیم

۲ میزان دقت وسیله‌ای که با آن اندازه‌گیری می‌کنیم: ابزارهای اندازه‌گیری اغلب یا مدرج‌اند یا دیجیتال (رقمی).

الف) دقت وسایل اندازه‌گیری مدرج: خط‌کش معمولی، دماسنج جیوه‌ای، کولیس، ریزسنج و ... ابزارهای اندازه‌گیری مدرج هستند. در این وسایل دقت اندازه‌گیری برابر کمینه درجه‌بندی آن وسیله است. به عنوان نمونه دقت اندازه‌گیری خط‌کشی که برحسب میلی‌متر درجه‌بندی شده برابر 1 mm است.

ب) دقت وسایل اندازه‌گیری دیجیتال: میزان دقت اندازه‌گیری ابزارهای دیجیتال برابر با کم‌ترین ارزش مکانی^۱ عددی است که نشان می‌دهند. مثلاً اگر مقداری که نمایشگر یک دماسنج دیجیتال نشان می‌دهد $37/4^\circ \text{C}$ باشد، کم‌ترین ارزش مکانی این گزارش $0/1$ است؛ پس دقت این ابزار برابر $0/1^\circ \text{C}$ است



تست شکل مقابل، صفحه تندیسنج یک خودرو را نشان می‌دهد. دقت این تندیسنج چند

(برگرفته از کتاب درسی)

کیلومتر بر ساعت است؟

- ۰/۱ (۱)
- ۰/۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)

پاسخ گزینه ۲: همین‌طور که در شکل می‌بینید بین 100 km/h تا 120 km/h به 10 قسمت یکسان تقسیم شده است، پس کمینه تقسیم‌بندی

تندیسنج یا همان دقت وسیله برابر می‌شود با: $2 \text{ km/h} = \frac{120 - 100}{10}$ دقت تندیسنج

۵۸- گزینه ۱: در حل این سؤال باید به این نکته توجه کنیم که حجم گزارش‌شده باید مضرب صحیحی از V باشد؛ ولی n_1 مضرب صحیح نیست!

$$24 = nV \begin{cases} 1) n_1 = \frac{24}{48} = \frac{1}{2} \\ 2) n_2 = \frac{24}{12} = 2 \\ 3) n_3 = \frac{24}{8} = 3 \\ 4) n_4 = \frac{24}{6} = 4 \end{cases}$$

۵۹- گزینه ۲: برای پاسخ به این تست باید حواسمان به دو چیز باشد:

۱) یکاها یکسان باشند، اگر نیست $\text{موردتان زحمت تبدیل واحد را بکشید}$.

۲) مقدار گزارش یک اندازه‌گیری باید مضرب صحیحی از کمینه مقدار اندازه‌گیری باشد:

در این سؤال گزارش برحسب آمپر است، ولی گزینه‌ها برحسب میلی‌آمپر هستند؛ پس اول مقدار گزارش را به میلی‌آمپر تبدیل می‌کنیم:

$$3/0720 \text{ A} \times \frac{10^3 \text{ mA}}{1 \text{ A}} = 3072/0 \text{ mA} = 30720 \times 10^{-1} \text{ mA}$$

مقدار گزارش را بر گزینه‌ها تقسیم می‌کنیم و دنبال موردی می‌گردیم که حاصلش عدد صحیح نباشد:

$$1) \frac{30720 \times 10^{-1}}{2 \times 10^{-1}} = 15360 \text{ (عدد صحیح)}$$

$$2) \frac{30720 \times 10^{-1}}{9 \times 10^{-1}} = 3413/3 \text{ (عدد صحیح نیست)}$$

$$3) \frac{30720 \times 10^{-1}}{3 \times 10^{-1}} = 10240 \text{ (عدد صحیح)}$$

$$4) \frac{30720 \times 10^{-1}}{15 \times 10^{-1}} = 2048 \text{ (عدد صحیح)}$$

پس ۲ نمی‌تواند کم‌ترین مقدار اندازه‌گیری شده باشد.

۶۰- گزینه ۳ گام اول: مطابق شکل، ناظر A از بالا به مایع درون دماسنج نگاه می‌کند و ناظر B از پایین درجه روی

دماسنج را می‌خواند؛ پس ناظر A چون از بالا عدد را می‌خواند، مقدار بیشتر ($30/6^\circ \text{C}$) را گزارش می‌کند.

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که $y > x$ است، بنابراین:

$$y > x \Rightarrow \alpha > \beta$$

زاویه β کوچک‌تر از زاویه α است و ناظر β به خط دید عمود (d) نزدیک‌تر است؛ پس مقدار دقیق‌تری را گزارش

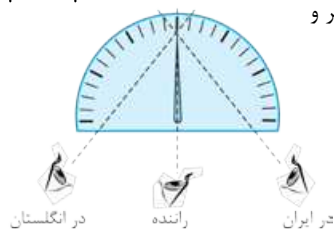
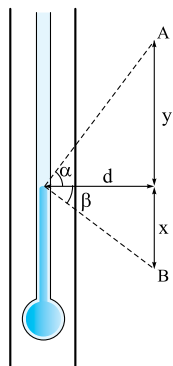
می‌کند. (اگر بخواهیم مقدار دقیق را گزارش کنیم، باید خط نگاهمان عمود بر راستای دماسنج باشد.)

پرسش می‌دانید چگونه می‌توانیم مقدار گزارش دقیق را در این سؤال محاسبه کنیم؟

پاسخ این سؤال را در قسمت سری Z می‌بینید.

۶۱- گزینه ۲: همین‌طور که در شکل روبه‌رو نشان داده‌ایم، سرنشین کنار راننده تندیس خودرو را در انگلستان بیشتر و

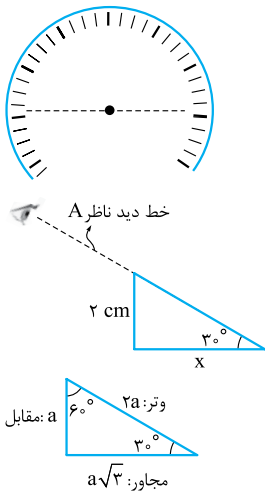
در ایران کم‌تر از مقدار واقعی می‌بیند.



۱- ارزش‌های مکانی یکان، دهگان و صدگان است که در ریاضی دبستان یاد گرفتیم.

حواستون باشه!

اگر صفحه درجه بندی تندی سنج بزرگ تر از نیم دایره باشد، ممکن است حالت های دیگری هم ایجاد شود.



۶۲- گزینه ۴: اول این را بگوییم که اگر شخص بخواهد طول جسم را درست و تا حد ممکن دقیق گزارش کند، باید خط نگاهش عمود بر راستای خطکش باشد. حالا برای حل این سؤال نظر شما را مطابق شکل روبه رو به مثلی جلب می کنیم که وتر آن در امتداد خط دید ناظر A و ضلع روبه رو به زاویه 30° آن برابر با 2 cm است و ما x را می خواهیم. پس کافی است $\tan 30^\circ$ را بنویسیم:

$$\tan 30^\circ = \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 2\sqrt{3}\text{ cm} = 2 \times 1.7 = 3.4\text{ cm}$$

تکنیک: نسبت اضلاع مثلث قائم الزاویه $60^\circ - 30^\circ$ مطابق شکل روبه رو است؛ پس اگر $a = 2\text{ cm}$ باشد، ضلع مجاور زاویه 30° برابر $2\sqrt{3}\text{ cm}$ خواهد شد؛ یعنی:

$$x = 2\sqrt{3}\text{ cm} = 3.4\text{ cm}$$

۶۳- گزینه ۲: برای این که نتیجه این اندازه گیری را محاسبه کنیم، باید میانگین عددهای گزارش شده را به دست آوریم. ولی با نگاه به جدول صورت سؤال متوجه می شویم که گزارش های شماره ۲ و ۵ با بقیه خیلی اختلاف دارند و خیلی پرتاند؛ پس آن ها را از میانگین گیری حذف می کنیم و میانگین بقیه را حساب می کنیم:

$$s_{av} = \frac{132 + 130 + 129 + 131 + 130 + 132 + 131 + 133}{8} = 131\text{ km/h}$$

۶۴- گزینه ۲: درستی یا نادرستی تک تک عبارتها را بررسی می کنیم:

(الف) نادرست؛ با انتخاب وسایل بسیار دقیق و روش های صحیح اندازه گیری، تنها می توان خطای اندازه گیری را کاهش داد ولی هیچ گاه نمی توان آن را به صفر رساند.
(ب) نادرست؛ دقت اندازه گیری یک ابزار رقمی برابر یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار می خواند.
(پ) درست؛ دقت اندازه گیری یک ابزار مدرج برابر با کمینه درجه بندی آن ابزار است.

(ت) درست؛ مقدار عددی دقت اندازه گیری خطکش میلی متری کم تر از مقدار عددی دقت اندازه گیری خطکش سانتی متری است؛ بنابراین خطکش میلی متری نسبت به خطکش سانتی متری دقیق تر است. (دقت بیشتری دارد)

۶۵- گزینه ۲: در صورت سؤال گفته شده که دقت اندازه گیری این ترازو 1 g است؛ پس کم ترین ارزش مکانی که می تواند گزارش کند، تا یک دهم اعشار است. در صورتی که در (۲) تا یک صدم اعشار گزارش شده است.

حواستون باشه! صفر بعد از ممیز در فیزیک معنی داره (مثل ۱) و (۲) در همین تست.

۶۶- گزینه ۲: آمپرسنج دیجیتال است؛ پس کم ترین ارزش مکانی در عدد گزارش شده برابر با دقت اندازه گیری است. در این گزارش کم ترین ارزش مکانی برابر با 1 mA است؛ پس داریم:

$$\text{برابر با } 10^{-3}\text{ mA} \times \frac{10^{-3}\text{ A}}{1\text{ mA}} \times \frac{1\text{ }\mu\text{A}}{10^{-6}\text{ A}} = 1\text{ }\mu\text{A}$$

۶۷- گزینه ۲: دقت اندازه گیری ابزارهای مدرج مانند خطکش شکل (الف) برابر با کمینه درجه بندی آن ابزار و دقت اندازه گیری ابزارهای دیجیتال مانند دماسنج شکل (ب) برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که هر کدام از ابزارها می خوانند؛ بنابراین:

$$\text{دقت اندازه گیری دماسنج (ب)} = 0.1^\circ\text{C} \quad \text{دقت اندازه گیری خطکش (الف)} = 0.5\text{ cm}$$

۶۸- گزینه ۲: هر چه مقدار عددی دقت اندازه گیری ولتسنج کوچک تر باشد، آن ولتسنج دقیق تر است. دقت اندازه گیری هر یک از ولتسنج ها را بر حسب میلی ولت به صورت زیر تعیین می کنیم:

$$1\text{ mV} = 0.001\text{ V} = 1\text{ mV} \quad (1) \quad 1\text{ mV} = 1\text{ mV} \quad (2) \quad 2\text{ mV} = 0.002\text{ V} = 2\text{ mV} \quad (3)$$

مقدار عددی دقت اندازه گیری ولتسنج (۳) از دو ولتسنج دیگر کم تر است بنابراین ولتسنج (۳) از ولتسنج های (۱) و (۲) دقیق تر است.

حواستون باشه! این جا کوچک تر، کم تر نیست! هر چه مقدار دقت کوچک تر باشد، دقت اندازه گیری وسیله بیشتر (یعنی وسیله دقیق تر) است و برعکس، هر چه مقدار دقت بزرگ تر باشد، دقت وسیله کم تر است.

هر چه مقدار دقت کوچک تر \leftarrow دقت بیشتر
هر چه مقدار دقت بزرگ تر \leftarrow دقت کم تر

۶۹- گزینه ۱: هر دو وسیله اندازه گیری در این تست، دیجیتال هستند؛ پس با توجه به آن چه که در درس نامه یاد گرفتید، دقت اندازه گیری خطکش A و B برابر است با:

$$\text{دقت اندازه گیری خطکش B} = 0.01\text{ cm} \quad \text{دقت اندازه گیری خطکش A} = 0.01\text{ cm}$$

فقط **حواستان باشد** که دقت خطکش B بر حسب میلی متر خواسته شده است: $0.01\text{ cm} = 0.01\text{ cm} \times \frac{10\text{ mm}}{1\text{ cm}} = 0.1\text{ mm}$ دقت اندازه گیری خطکش B

۷۰- گزینه ۴: هر دو خطکش مدرج اند بنابراین دقت اندازه گیری آن ها به صورت زیر است:

$$2\text{ mm} = 0.2\text{ cm} = 0.2\text{ cm} \quad (ب) \quad 1\text{ cm} = 10\text{ mm} \quad (الف) \quad \text{دقت اندازه گیری خطکش (الف)}$$

مقدار عددی دقت اندازه گیری خطکش (ب) کم تر از خطکش (الف) است بنابراین خطکش (ب) دقیق تر است.

۷۱- گزینه ۴: در صورت سؤال گفته شده که وسیله اندازه گیری دیجیتال است؛ پس کم ترین ارزش مکانی در عدد گزارش شده برابر با ارزش مکانی دقت اندازه گیری است. حالا دقت اندازه گیری گزینه ها را با یکای یکسان به دست می آوریم:

$$3/73\text{ kg} \Rightarrow \text{دقت اندازه گیری} = 0.01\text{ kg} = 0.01 \times 10^3 = 10\text{ g} \quad (۱)$$

$$373\text{ g} \Rightarrow \text{دقت اندازه گیری} = 1\text{ g} \quad (۲)$$

$$3/73 \times 10^9 \mu\text{g} \Rightarrow \text{دقت اندازه گیری} = 0.001 \times 10^9 \mu\text{g} = 0.001 \times 10^9 \times 10^{-6} = 1\text{ g} \quad (۳)$$

$$3/73 \times 10^5\text{ mg} \Rightarrow \text{دقت اندازه گیری} = 0.001 \times 10^5\text{ mg} = 0.001 \times 10^5 \times 10^{-3} = 0.1\text{ g} \quad (۴)$$

دقت (۴) از همه کوچک تر است؛ پس دقت این وسیله بیشتر است (یعنی این وسیله دقیق تر است).

۷۲- گزینه ۲ اصلی یا فرعی بودن کمیت‌های بیان شده در گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) جرم و زمان اصلی و فشار فرعی است. / همه کمیت‌ها فرعی‌اند. / چگالی و حجم فرعی و جریان الکتریکی اصلی است. / همه کمیت‌ها اصلی‌اند.

۷۳- گزینه ۲ در مدل‌سازی پرتاب توپ بدمینتون از تغییر وزن توپ و چرخش توپ به دور خودش صرف‌نظر می‌کنیم. واضح است که نیروی وارد به توپ عامل تعیین‌کننده‌ای در ایجاد تندی اولیه توپ است. هم‌چنین به دلیل حالت پُرگونه توپ، نیروی مقاومت هوا عامل مهمی در حرکت این توپ است. پس نمی‌توانیم از نیروی اولیه وارد بر توپ و مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم.

۷۴- گزینه ۲ برای این که عبارتی که در صورت سؤال آمده، معنا داشته باشد، باید دو قسمتی که با هم جمع می‌شوند $(\frac{1}{2}mv^2, \frac{1}{2}Ax^2)$ هم جنس باشند و یکای یکسانی داشته باشند. (ضریب در یکا بدون تأثیر است.)

$$\frac{1}{2}mv^2 = \text{یکای } m \times (\text{یکای } v)^2 = \text{یکای } \frac{m^2}{s^2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}Ax^2 = \text{یکای } A \times (\text{یکای } x)^2 = \text{یکای } m^2 \quad (2)$$

$$A \times m^2 = \text{یکای } \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \Rightarrow A = \frac{kg}{s^2}$$

با برابر قرار دادن (۱) و (۲) داریم:

۷۵- گزینه ۳ بررسی تک تک موارد:

الف) $\frac{kg \cdot m}{s^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2} \times \text{یکای شتاب} \times \text{یکای جرم} = \text{یکای نیرو (N)}$

ب) $\frac{kg \cdot m}{s^2} \times m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = \text{یکای جابه‌جایی} \times \text{یکای نیرو} = \text{یکای انرژی (J)}$ ✓

پ) $\frac{kg \cdot m^2}{s^2} \times \frac{1}{s} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3} \Rightarrow W \cdot m = \frac{kg \cdot m^2}{s^3} \times m = \frac{kg \cdot m^3}{s^3}$ ✓

ت) $N \cdot m = \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$ ✓

پس سه مورد (موارد ب، ت و ث) از یکاها معادل $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$ هستند.

۷۶- گزینه ۱ گام اول: ابتدا مقدار یک خورار طلا را بر حسب گرم به دست می‌آوریم (از تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم):

$$640 \text{ مثقال} \times \frac{4}{7} \frac{g}{\text{مثقال}} \times \frac{100 \text{ من تبریز}}{1 \text{ خورار}} \times 1 \text{ خورار طلا} = 6400 \times 47 \text{ g}$$

گام دوم: قیمت هر گرم طلا ۱۲۵ هزار تومان است:

$$\text{تومان} = 10^4 \times \frac{3}{76} = 125000 \times 6400 \times 47 = 376 \times 10^4$$

۷۷- گزینه ۳ گام اول: ابتدا سال نوری را بر حسب متر به دست می‌آوریم. یک سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال می‌پیماید.

$$s = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow 3 \times 10^8 = \frac{x}{3 \times 10^7} \Rightarrow x = 1 \text{ ly} = 9 \times 10^{15} \text{ m}$$

$$1 \text{ AU} = 2 \times 10^{11} \text{ m}$$

گام دوم: یکای نجومی (AU) فاصله متوسط زمین تا خورشید است:

$$\frac{1 \text{ ly}}{1 \text{ AU}} = \frac{9 \times 10^{15}}{2 \times 10^{11}} = 4.5 \times 10^4$$

$$48 \text{ فرسنگ} = 48 \times \frac{3000 \text{ ذرع}}{1 \text{ فرسنگ}} \times \frac{104 \text{ cm}}{1 \text{ ذرع}} = 30 \times 10^6 \text{ cm}$$

۷۸- گزینه ۲ و باز هم تبدیل زنجیره‌ای:

۷۹- گزینه ۱ گام اول: حجم آبی که پس از ۲ ساعت درون استخر ریخته می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{L}{s} \times (2 \times 3600 \text{ s}) = 3600 \text{ L} \xrightarrow{1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3} V = 3.6 \text{ m}^3$$

بنابراین حجم بخش خالی استخر برابر است با:

$$V' = 6 - V = 6 - 3.6 = 2.4 \text{ m}^3$$

گام دوم: خواسته مسئله را به دست می‌آوریم:

۸۰- گزینه ۱ گام اول: هر چه مقدار عددی دقت اندازه‌گیری یک ابزار کم‌تر باشد، دقت آن ابزار بیش‌تر یا به عبارت دیگر آن ابزار دقیق‌تر است. بنابراین:

(۱) $0.1 \text{ mm} = 0.1 \text{ cm} = 0.1 \text{ mm}$ دقت اندازه‌گیری کولیس

(۲) 1 mm دقت اندازه‌گیری کولیس

دقت اندازه‌گیری کولیس (۱) بیشتر از دقت اندازه‌گیری کولیس (۲) است. (رد ۱ و ۲)

گام دوم: با کولیس (۱) طول اجسام تا 0.1 mm و با کولیس (۲) طول اجسام تا 1 mm را می‌توان اندازه‌گیری کرد. بنابراین با استفاده از کولیس (۱) می‌توان طول 0.5 mm را اندازه‌گیری کرد.

۸۱- گزینه ۱ عددهای $10/7$ و $28/8$ اختلاف زیادی با سایر اعداد دارند، بنابراین آن‌ها را از میانگین‌گیری کنار می‌گذاریم و داریم:

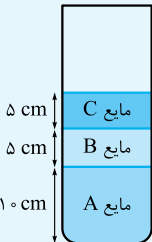
$$\frac{19/8 + 21/1 + 22 + 20/3}{4} = 20/8 \text{ g}$$

مقدار به دست آمده بر حسب یکای کیلوگرم و به صورت نمادگذاری علمی به صورت زیر خواهد بود:

$$20/8 \text{ g} \xrightarrow{1 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg}} 20/8 \times 10^{-3} \text{ kg} = 2.08 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

چگالی نه جرم است و نه حجم! بلکه چگالی، نسبت جرم به حجم است. اگر چوب (با هر جرمی) بر روی آب شناور می ماند، دلیلش این است «نسبت جرم به حجم» چوب از «نسبت جرم به حجم» آب کم تر است و اگر سکه مسی در آب فرو می رود و ته نشین می شود، دلیلش این است که «نسبت جرم به حجم» مس از «نسبت جرم به حجم» آب بیشتر است.

تست در شکل روبه رو نسبت حجم به جرم کدام مایع بیشتر است؟



A (۱)

B (۲)

C (۳)

۴) بستگی به جرم مایعها دارد.

$$\frac{m_A}{V_A} > \frac{m_B}{V_B} > \frac{m_C}{V_C}$$

$$\frac{V_A}{m_A} < \frac{V_B}{m_B} < \frac{V_C}{m_C}$$

پاسخ گزینه ۲ گام اول: مایعی که نسبت جرم به حجم آن بیشتر است، پایین تر قرار می گیرد؛ پس داریم:

گام دوم: صورت سؤال بیشترین نسبت حجم به جرم یعنی $(\frac{V}{m})$ را خواسته است، پس داریم:

تعریف و فرمول چگالی

همین طور که گفتیم «نسبت جرم به حجم» همان چگالی و یکای آن در SI، کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) است.

جرم (برحسب kg)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

حجم (برحسب m^3) چگالی (برحسب kg/m^3)

یکاهای دیگر چگالی

گرم بر سانتی متر مکعب (g/cm^3) و گرم بر لیتر (g/L) یکاهای دیگری از چگالی هستند که ما با روش زنجیره ای تبدیل این واحدها به هم را آورده ایم، ولی بهتر است شما این تبدیل واحدها را حفظ باشید:

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

(یعنی هر وقت خواستید چگالی را از g/cm^3 به kg/m^3 تبدیل کنید، مقدار داده شده برحسب g/cm^3 را در 1000 ضرب کنید. مثلاً $13/6 \text{ g/cm}^3$ معادل 13600 kg/m^3 است و هر وقت خواستید kg/m^3 را به g/cm^3 تبدیل کنید، چگالی داده شده را بر 1000 تقسیم کنید.)

$$1 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 1 \text{ kg/m}^3$$

(یعنی g/L معادل kg/m^3 است مثلاً 13600 g/L معادل 13600 kg/m^3 است.)

تست چگالی آهن 7800 kg/m^3 است. حجم 273 g آهن چند سانتی متر مکعب است؟

۳۵۰ (۴)

۱۷۵ (۳)

۳۵ (۲)

۱۷/۵ (۱)

پاسخ گزینه ۲ گام اول: جرم را برحسب گرم داده و حجم را برحسب سانتی متر مکعب می خواهد. پس بهتر است اول چگالی را به گرم بر سانتی متر مکعب تبدیل کنیم:

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 = \frac{7800}{1000} \text{ g/cm}^3 = 7.8 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 7.8 = \frac{273}{V} \Rightarrow V = \frac{273}{7.8} = 35 \text{ cm}^3$$

گام دوم: با رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، حجم آهن را به دست می آوریم:

تست چگالی جیوه در SI، 13600 واحد است. چگالی جیوه برحسب میلی گرم بر میلی لیتر کدام است؟

۰/۱۳۶ (۴)

 $13/6 \times 10^6$ (۳)

۱۳/۶ (۲)

۱۳۶۰۰ (۱)

پاسخ گزینه ۱ گام اول: ابتدا کسرهای تبدیل مورد نیاز را می نویسیم:

$$1 \text{ kg} = 10^6 \text{ mg} \Rightarrow \frac{10^6 \text{ mg}}{1 \text{ kg}} = 1 \quad 1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ L} = 10^3 \times 10^3 \text{ mL} \Rightarrow \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ mL}} = 1$$

$$13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^6 \text{ mg}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ mL}} = 13600 \text{ mg/mL}$$

گام دوم: حالا به روش زنجیره ای تبدیل واحد می کنیم:

تذکره اگر میلی را از صورت و مخرج mg/mL ساده کنیم، g/L می ماند که معادل kg/m^3 است؛ پس بدون محاسبه هم می توانستیم بگوییم ۱ درست است.

خواستون باشه! چگالی یک ماده در دمای معین نه به جرم آن بستگی دارد و نه حجم آن. مثلاً چگالی ۱ mg آهن ۲۰°C برابر چگالی ۴۰۰۰۰۰۰ kg آهن ۲۰°C است. در واقع چگالی آهن ۲۰°C، چگالی آهن ۲۰°C است؛ چه جرمش m باشد چه m' و چه حجمش V باشد چه V'.
 اگر دمای جسم تغییر کند، حجم آن تغییر می‌کند؛ ولی جرمش ثابت می‌ماند و در نتیجه چگالی به نسبت عکس حجم تغییر می‌کند.

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{جرم ثابت می‌ماند، اگر دما تغییر کند}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

تست در اثر افزایش دمای یک قطعه فلز آسیمی، حجم آن $\frac{45}{44}$ برابر می‌شود. اگر چگالی اولیه آن $22/5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ باشد، چگالی نهایی آن چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

پاسخ گزینه ۲: در این جا جرم ثابت است و حجم $\frac{45}{44}$ برابر شده است، یعنی:

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = \frac{m_1}{\frac{45}{44} V_1} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{\frac{45}{44} V_2} \Rightarrow \rho_2 = \frac{44}{45} \times 22/5 \times 10^3 = 22 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 22 \text{ g/cm}^3$$

تکنیک چون حجم افزایش یافته، پس چگالی کم می‌شود. از طرفی چگالی را برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب خواسته؛ پس در گزینه‌ها باید به دنبال یک عدد کوچک‌تر از ۲۲/۵ باشیم.

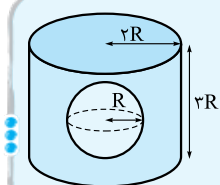
حجم‌هایی که باید بلد باشیم:

خیلی وقت‌ها برای محاسبه چگالی نیاز به محاسبه حجم یک جسم داریم، برای همین باید فرمول‌های محاسبه حجم‌های معروف را بدانیم:

نام حجم	شکل	فرمول محاسبه حجم	نام حجم	شکل	فرمول محاسبه حجم
منشور		$V = Sh$ مساحت قاعده	مکعب		$V = a^3$
استوانه		$V = \pi r^2 h$	استوانه توخالی		$V = \pi(R^2 - r^2)h$
کره		$V = \frac{4}{3} \pi r^3$	کره توخالی		$V = \frac{4}{3} \pi(R^3 - r^3)$
مکعب‌مستطیل		$V = abc$	مخروط		$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
هرم		$V = \frac{1}{3} Sh$ مساحت قاعده			

در تست زیر باید هم حجم استوانه و هم حجم کره را بدانید:

تست مطابق شکل درون یک استوانه فلزی یک حفره کروی وجود دارد. اگر چگالی فلز 8 g/cm^3 و جرم فلز به کار رفته در این استوانه 256 kg باشد، R چند سانتی‌متر است؟ ($\pi = 3$)



- ۱۰ (۲) ۰/۱ (۱)
- ۲۰ (۴) ۰/۲ (۳)

پاسخ گزینه ۲: گام اول: ابتدا حجم فلز به کار رفته در استوانه را برحسب R می‌نویسیم:

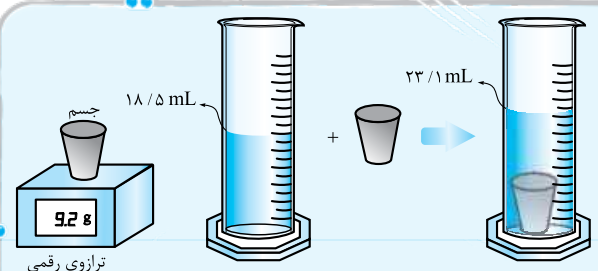
$$V = \pi(2R)^2 \times 3R - \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$= 12\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 \stackrel{\pi=3}{=} 36R^3 - 4R^3 = 32R^3$$

گام دوم: حالا مقادری که داریم را در رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ می‌گذاریم (چون R بر حسب سانتی‌متر خواسته شده، چگالی را بر حسب گرم بر سانتی‌متر مکعب و جرم را بر حسب گرم در فرمول می‌گذاریم).

$$8 = \frac{256 \times 10^3}{32 R^3} \Rightarrow R^3 = 10^3 \Rightarrow R = 10 \text{ cm}$$

- برای محاسبه چگالی اجسامی که شکل مشخصی ندارند از روش زیر استفاده می‌کنیم:
- 1 درون یک استوانه مدرج مقدار معینی مایع (آب) می‌ریزیم.
 - 2 جسم موردنظر را درون مایع فرو می‌بریم.
 - 3 تغییر حجم مایع (آب) درون استوانه را اندازه می‌گیریم. حجم جسم موردنظر برابر این تغییر حجم است.



تست با توجه به شکل روبه‌رو، چگالی جسم چند گرم بر میلی‌متر مکعب است؟

- 1 5×10^{-3}
- 2 5×10^3
- 3 2×10^{-3}
- 4 2×10^3

پاسخ گزینه ۳ گام اول: با ورود جسم، حجم مایع درون استوانه به اندازه حجم جسم تغییر می‌کند.

گام دوم: حالا باید یک تبدیل واحد زنجیره‌ای انجام دهیم، قبل از این تبدیل باید بدانیم که $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3 = 10^3 \text{ mm}^3$ است.

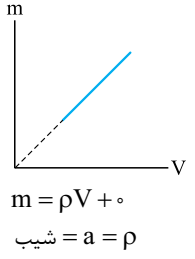
$$V_{\text{جسم}} = 23/1 - 18/5 = 4/6 \text{ mL}$$

$$V_{\text{جسم}} = 4/6 \text{ mL} \times \frac{10^3 \text{ mm}^3}{1 \text{ mL}} = 4/6 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

گام سوم: حالا چگالی را بر حسب گرم بر میلی‌متر مکعب حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{9/2}{4/6 \times 10^3} = 2 \times 10^{-3} \text{ g/mm}^3$$

بررسی نمودار چرم بر حسب حجم ماده در دمای معین



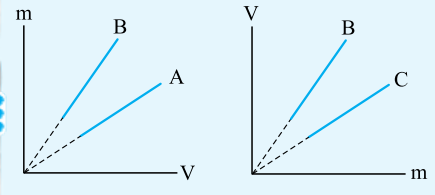
می‌دانید که چگالی یک ماده در دمای معین ثابت است. حالا اگر رابطه چگالی را به صورت $m = \rho V$ بنویسیم، می‌بینیم که با یک معادله درجه یک (مثل $y = ax + b$) طرف هستیم؛ پس مطابق شکل، نمودار این معادله یک خط راست با ویژگی‌های زیر است:

$$y = ax + b$$

$$m = \rho V + 0$$

- 1 امتداد نمودار از مبدأ می‌گذرد، چون در این رابطه $b = 0$ است.
 - 2 شیب این نمودار برابر چگالی است.
- پس هر چه شیب بیشتر باشد، چگالی بیشتر است.

تست با توجه به نمودارهای داده‌شده برای سه ماده A، B و C کدام مقایسه در مورد چگالی سه ماده درست است؟



- 1 $\rho_C > \rho_B > \rho_A$
- 2 $\rho_A > \rho_B > \rho_C$
- 3 $\rho_B > \rho_C, \rho_B > \rho_A$
- 4 $\rho_B < \rho_C, \rho_B < \rho_A$

پاسخ گزینه ۱ گام اول: نمودار سمت چپ m بر حسب V است، یعنی معادله آن $m = \rho V$ بوده و شیب این نمودارها برابر ρ است؛ پس می‌بینید که شیب B از شیب A بیشتر است. داریم:

$$\rho_B > \rho_A$$

گام دوم: نمودار سمت راست V بر حسب m است و معادله آن را به صورت $V = \frac{1}{\rho} m$ می‌نویسیم؛ یعنی شیب این نمودار برابر عکس چگالی $(\frac{1}{\rho})$ است، پس هر چه شیب کم‌تر باشد، چگالی بیشتر است. یعنی:

$$\rho_C > \rho_B$$

$$\rho_C > \rho_B > \rho_A$$

پس با توجه به گام اول و گام دوم داریم:

شیب در مسائل چگالی

هر جا که فرمول فیزیکی هست، مسائل نسبتی هم هست. با توجه به نسبت‌های بین ρ ، m و V در فرمول $\rho = \frac{m}{V}$ می‌توانیم این نسبت را بنویسیم: (ρ با m رابطه مستقیم و با V رابطه عکس دارد.)

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

تست چگالی جسم A، ۱/۸ برابر چگالی جسم B است. اگر حجم ۴۰۰ g از جسم B، ۹۰۰ cm^۳ باشد، حجم ۱۰۰ g از جسم A چند سانتی متر مکعب است؟
 پاسخ گزینه ۲ کافی است رابطه نسبت چگالی دو جسم را بنویسیم و مسئله را حل کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow 1/8 = \frac{100}{400} \times \frac{900}{V_A} \Rightarrow V_A = \frac{900}{4 \times 1/8} = 125 \text{ cm}^3$$

چگالی اجسام حفره دار

اگر جسمی حفره داشته باشد، حجم ماده به کار رفته در آن از حجم خود جسم کوچک تر می شود. در این حالت می توانیم دوتا چگالی حساب کنیم.

الف) چگالی ماده سازنده جسم

$$\rho_{\text{ماده سازنده}} = \frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{ماده سازنده}}}$$

برای محاسبه چگالی ماده سازنده جسم، باید حجم ماده سازنده را داشته باشیم؛
 (البته خیلی وقت ها جرم جسم و چگالی ماده سازنده جسم را می دهند و ما باید حجم ماده را حساب کنیم.)

ب) چگالی جسم

وقتی می گوئیم چگالی جسم، منظورمان این است که برای محاسبه چگالی باید حجم کل جسم (یعنی حجم ماده سازنده + حجم حفره ها) را در نظر بگیریم:

$$\rho_{\text{جسم}} = \frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{کل}}}$$

تست یک کره توخالی از فلزی با چگالی ۵۰۰۰ kg/m^۳ ساخته شده است. اگر چگالی کره ۱۰۰۰ kg/m^۳ باشد، حجم فضای خالی چند برابر حجم فلز به کار رفته در آن است؟

پاسخ گزینه ۲ گام اول: نکته مهم این است که جرم کره برابر جرم فلز سازنده کره است؛ پس داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{\text{کره}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{کره}}} \\ \rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \end{array} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{کره}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{کره}}} \Rightarrow \frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{\rho_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{کره}}} = \frac{5000}{1000} = 5$$

گام دوم: نسبت حجم فضای خالی به حجم فلز را می خواهیم:

$$\frac{V_{\text{فضای خالی}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{V_{\text{کره}} - V_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{فلز}}} - 1 = 5 - 1 = 4$$

بد نیست یک تست کمی سخت تر هم از این موضوع ببینیم:

تست چگالی یک اسفنج خشک ۰/۲ g/cm^۳ و چگالی همان اسفنج وقتی آن را کاملاً با آب خیس می کنیم، ۰/۹ g/cm^۳ است. چند درصد از حجم این اسفنج در حالت خشک فضای خالی است؟ (ρ_{آب} = ۱ g/cm^۳)

پاسخ گزینه ۲ گام اول: کلید حل این مسئله در این است که بدانیم وقتی اسفنج خیس است، آب فضای خالی درون اسفنج را پر می کند؛ پس حجم آب درون اسفنج خیس برابر حجم فضای خالی اسفنج خشک است:

$$V_{\text{آب}} = V_{\text{فضای خالی}} = V'$$

$$V_{\text{اسفنج}} = V$$

حجم کل اسفنج را برابر V در نظر می گیریم:

گام دوم: موضوع دیگری که باید به آن توجه کنیم، این است که منظور از چگالی اسفنج خشک، چگالی جسم با در نظر گرفتن فضاهای خالی آن است (و نه چگالی ماده سازنده آن)؛ پس می توانیم بنویسیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{\text{اسفنج خشک}} = \rho_{\text{اسفنج خشک}} \times V \\ m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} \times V' \end{array} \Rightarrow m_{\text{اسفنج خیس}} = \rho_{\text{اسفنج خشک}} V + \rho_{\text{آب}} V'$$

$$\rho_{\text{اسفنج خیس}} = \frac{m_{\text{اسفنج خیس}}}{V} = \frac{\rho_{\text{اسفنج خشک}} V + \rho_{\text{آب}} V'}{V}$$

گام سوم: حالا اگر فرمول چگالی را برای اسفنج خیس بنویسیم، به جواب می رسیم:

$$\Rightarrow 0/9 = \frac{0/2 V + 1 V'}{V} \Rightarrow 0/9 V = 0/2 V + V' \Rightarrow V' = 0/7 V \Rightarrow \frac{V'}{V} = 0/7$$

یعنی ۷۰ درصد حجم اسفنج فضای خالی است.

چگالی مخلوط (آلیاژ)

هر وقت چند مایع را به نسبت های مختلف با هم مخلوط کنیم، باید بتوانیم چگالی مخلوط حاصل را حساب کنیم. این جا هم از همان فرمول اصلی چگالی (یعنی $\rho = \frac{m}{V}$) استفاده می کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\text{مجموع جرم های مواد درون مخلوط}}{\text{حجم نهایی مخلوط}}$$

فقط شما باید بدانید که برای محاسبه چگالی مخلوط در این فرمول m و V دقیقاً چیست:

در بیشتر مسائل گفته می‌شود که در اثر مخلوط شدن حجم مواد تغییر نمی‌کند؛ یعنی حجم نهایی مخلوط برابر مجموع حجم مواد به کار رفته در مخلوط است، پس در این شرایط می‌توانیم بنویسیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\text{مجموع جرم‌های مواد درون مخلوط}}{\text{مجموع حجم‌های مواد درون مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}$$

چند نکته ۱ آلیاژهای فلزی هم یک‌جور مخلوط‌اند، پس از فرمول بالا برای محاسبه چگالی آلیاژ هم می‌توانید استفاده کنید.

۲ فرمول چگالی مخلوط را براساس داده‌های مسئله مرتب می‌کنیم. در این صورت دو حالت ممکن است پیش بیاید:

الف) جرم مواد داده نشود، اما چگالی و حجم آن‌ها داده شود؛ در این صورت در فرمول به جای m معادلش (یعنی ρV) را قرار می‌دهیم؛ یعنی این‌طوری:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}$$

ب) حجم مواد داده نشود، اما چگالی و جرم آن‌ها را بدهند؛ در این صورت در فرمول به جای V معادلش (یعنی $\frac{m}{\rho}$) را جایگزین می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_3}{\rho_3} + \dots}$$

باز هم تأکید و تکرار می‌کنیم که این فرمول‌ها چیز خاصی نیستند، همون فرمول $\rho = \frac{m}{V}$ فورمونه که به بای m ، پر m کل و به بای V ، میم کل رو گذاشتیم.

تست 500 cm^3 آب را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $1/2 \text{ g/cm}^3$ مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط $1/1 \text{ g/cm}^3$ شود؟ (چگالی آب 1 g/cm^3 است.)

۷۵۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۲۵۰ (۱)

پاسخ گزینه ۳ با توجه به نکته‌های بیان شده، چگالی مخلوط برابر با $\frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$ مخلوط ρ است، بنابراین:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 1/1 = \frac{(1 \times 500) + 1/2 \times V_2}{500 + V_2} \Rightarrow 550 + 1/2 V_2 = 500 + 1/2 V_2 \Rightarrow 550 - 500 = 1/2 V_2 - 1/2 V_2 \Rightarrow 0/1 V_2 = 50 \Rightarrow V_2 = 500 \text{ cm}^3$$

تست 3 L آب به جرم حجمی 1 kg/L با 2 L مایع به جرم حجمی $1/5 \text{ kg/L}$ مخلوط می‌شود. هرگاه تغییر حجم صورت نگیرد، جرم حجمی مخلوط برحسب کیلوگرم بر لیتر برابر است با:

۱/۴ (۴)

۱/۳ (۳)

۱/۲۵۰ (۲)

۱/۲ (۱)

پاسخ گزینه ۱ چگالی مخلوطی که تغییر حجم ندارد، از رابطه $\frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$ مخلوط ρ به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{1 \times 3 + 1/5 \times 2}{3 + 2} = \frac{3 + 2}{5} = \frac{5}{5} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 1/2 \text{ kg/L}$$

تغییر حجم آب و یخ

در اثر تغییر حالت، چگالی آب خالص در دمای 0°C برابر 1000 kg/m^3 و چگالی یخ در همین دما برابر 917 kg/m^3 است (که البته در تستای کنکور برای راحتی در محاسبه، یگان یخ رو 900 kg/m^3 می‌دون!)

از این‌که ما هم‌زمان می‌توانیم آب و یخ 0°C داشته باشیم، می‌شود مسائل خوبی طرح کرد، مثلاً این‌که در اثر ذوب یخ، حجم آن چه تغییری می‌کند. برای حل این مسائل:

۱ فرمول چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ را برحسب V مرتب کنید:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

۲ جرم یخ یا آب در اثر تغییر حالت تغییر نمی‌کند، پس تغییر حجم در اثر ذوب شدن برابر است با:

$$V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} = m \left(\frac{1}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{1}{\rho_{\text{یخ}}} \right)$$

تست در مخلوطی از آب و یخ، 27 g یخ ذوب می‌شود. حجم مخلوط چگونه تغییر می‌کند؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ، $\rho_{\text{یخ}} = 0/9 \text{ g/cm}^3$)

۱) 3 cm^3 افزایش می‌یابد. ۲) 3 cm^3 کاهش می‌یابد. ۳) 1 cm^3 افزایش می‌یابد. ۴) 1 cm^3 کاهش می‌یابد.

پاسخ گزینه ۲ فرمول چگالی را به صورت $V = \frac{m}{\rho}$ می‌نویسیم تا بتوانیم تغییر حجم را محاسبه کنیم.

$$V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{27}{1} - \frac{27}{0/9} = 27 - 30 = -3 \text{ cm}^3$$

پس 3 cm^3 حجم مخلوط تغییر کرده و منفی شدن پاسخ، نشان می‌دهد که حجم مخلوط در اثر ذوب یخ کم شده است.

۸۲- گزینه ۲: به بررسی درستی یا نادرستی تک تک موارد می پردازیم:

(الف) درست؛ جرم یکای حجم یک ماده همان چگالی است که میزان تراکم ذرات آن ماده را نشان می دهد.

(ب) نادرست؛ یک جسم می تواند سنگین تر از جسم دیگر باشد اما چگالی کمتری داشته باشد. چگالی به میزان حجم جسم هم بستگی دارد.

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

(پ) درست

(ت) نادرست؛ لزوماً این طور نیست! برای اجسام همگن جامد در شرایط ثابت هر چه حجم یک جسم کم تر شود، به همان نسبت جرم آن هم کاهش می یابد، پس چگالی در این حالت ثابت می ماند. در گازها بسته به شرایط ممکن است با کاهش حجم هر حالتی رخ دهد.

۸۳- گزینه ۲: بخش عمده پرتقال بدون پوست را آب تشکیل می دهد. پس چگالی (نسبت جرم به حجم) آن تقریباً برابر چگالی آب است. به همین دلیل پرتقال بدون پوست تقریباً در آب غوطه ور می شود.

اما در داخل پرتقال با پوست مقداری هوا حبس شده است و در نتیجه چگالی (نسبت جرم به حجم) آن از چگالی آب کم تر است؛ بنابراین پرتقال با پوست روی سطح آب شناور می ماند.

۸۴- گزینه ۱: وقتی نوشابه گازدار را در لیوان می ریزیم، گاز آن خارج می شود. می دانیم که گاز حجم نسبتاً زیاد و جرم کم دارد؛ پس با خروج گاز، جرم و حجم نوشابه هر دو کم می شوند ولی کاهش حجمش چشم گیرتر است. پس طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ با ثابت ماندن تقریبی m و کاهش V ، چگالی افزایش می یابد.

$$0.01 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mm}^3}{10^{-9} \text{ cm}^3} = 0.01 \text{ kg/cm}^3$$

۸۵- گزینه ۳: به تست فیلی راهت! کافیه از تبدیل زنجیره ای استفاده کنیم:

۸۶- گزینه ۳: در ابتدا باید این نکته را یادآوری کنیم که هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰ لیتر و هر لیتر برابر ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب است.

بررسی گزینه ها:

$$2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 2 \times 10^3 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

①

$$3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 3 \times 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 3 \times 10^{-3} \text{ kg/L}$$

②

$$2 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

③

$$3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 3 \times 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 3 \times 10^{-3} \text{ kg/L}$$

④

۸۷- گزینه ۲: گام اول: برای محاسبه چگالی این محلول بر حسب g/L باید جرم را بر حسب گرم و حجم را بر حسب لیتر داشته باشیم. پس حجم محلول را $V = 50 \text{ cm}^3 = 50 \times 10^{-3} \text{ L} = 5 \times 10^{-2} \text{ L}$ به لیتر تبدیل می کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{60}{5 \times 10^{-2}} = 12 \times 10^2 = 1200 \text{ g/L}$$

گام دوم: برای محاسبه چگالی بر حسب kg/m^3 باید جرم بر حسب کیلوگرم و حجم بر حسب مترمکعب باشد:

$$\left. \begin{aligned} m &= 60 \text{ g} = 60 \times 10^{-3} \text{ kg} = 6 \times 10^{-2} \text{ kg} \\ V &= 50 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{6 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-5}} = 1200 \text{ kg/m}^3$$

$$V = 23/1 - 18/5 = 4/6 \text{ mL}$$

۸۸- گزینه ۱: با توجه به شکل جرم جسم $11/5 \text{ g}$ و حجم جسم برابر است با:

حالا چگالی جسم را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{11/5}{4/6} = 2/5 \frac{\text{g}}{\text{mL}} \xrightarrow{\frac{1 \text{ g}}{\text{mL}} = \frac{10^3 \text{ kg}}{\text{m}^3}} \rho = 2/5 \times 10^3 = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho = 1/2 \times 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mm}^3}{10^{-9} \text{ m}^3} = 1200 \text{ kg/m}^3$$

۸۹- گزینه ۲: گام اول: ابتدا چگالی مایع را بر حسب kg/m^3 می نویسیم:

$$V = 20 \text{ L} = 20 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

گام دوم: حجم مایع را به متر مکعب تبدیل می کنیم: (هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰ لیتر است.)

$$m = \rho V = 1200 \times 2 \times 10^{-2} = 24 \text{ kg}$$

گام سوم: حالا از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ جرم مایع را حساب می کنیم:

۹۰- گزینه ۱: گام اول: ابتدا تبدیل یکه های لازم را انجام می دهیم و سپس از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ استفاده می کنیم:

$$m = 5/25 \times 10^6 \text{ mg} = 5/25 \times 10^6 \times 10^{-3} \text{ g} = 5250 \text{ g}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{5250}{1/0.5} = 5000 \text{ cm}^3$$

$$V = 5 \times 10^3 \text{ cm}^3 \times \frac{10^{-6} \text{ m}^3}{1 \text{ cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ dm}^3}{1 \text{ m}^3} = 5 \text{ dm}^3$$

گام دوم: حجم این مقدار خون بر حسب dm^3 خواسته شده، پس دوباره باید تبدیل یکا کنیم:

۹۱- گزینه ۲ جرم ویتامین برابر اختلاف جرم سرنگ در حالت پُر و خالی است؛ پس داریم:

$$m_{vit} = 24 - 20 = 4 \text{ g}$$

$$\rho_{vit} = \frac{m_{vit}}{V_{vit}} = \frac{4 \text{ g}}{5 \times 10^{-3} \text{ L}} = 800 \text{ g/L}$$

۹۲- گزینه ۲ گام اول: ابتدا حجم این مقدار باران را به دست می آوریم. ارتفاع آن 40 mm و مساحت آن 2500 km^2 است:

$$d = 40 \text{ mm} = 40 \times 10^{-3} \text{ m} \quad A = 2500 \text{ km}^2 = 2500 \times 10^6 \text{ m}^2 \quad V = A \cdot d = 25 \times 10^8 \times 4 \times 10^{-2} = 100 \times 10^6 = 10^8 \text{ m}^3$$

گام دوم: حالا از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ جرم آن را حساب می کنیم:

$$m = \rho V = 10^3 \times 10^8 = 10^{11} \text{ kg}$$

۹۳- گزینه ۲ گام اول: ابتدا با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ جرم کل خون داخل لوله را محاسبه می کنیم:

$$V_{\text{خون}} = 5 \text{ mL} = 5 \times 10^{-3} \text{ L} = 5 \text{ cm}^3 \quad \rho = \frac{m}{V}$$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که ۵۳ درصد جرم خون را پلاسما تشکیل می دهد؛ پس داریم:

$$m_{\text{پلاسما}} = \frac{53}{100} \times m_{\text{خون}} = \frac{53}{100} \times 5 / 25 = 2 / 7825 \text{ g}$$

هم چنین داریم که ۵۵ درصد حجم خون را هم پلاسما تشکیل می دهد:

$$V_{\text{پلاسما}} = \frac{55}{100} \times V_{\text{خون}} = \frac{55}{100} \times 5 = 2 / 75 \text{ cm}^3$$

گام سوم: حالا به راحتی می توانیم چگالی پلاسما را حساب کنیم:

$$\rho_{\text{پلاسما}} = \frac{m_{\text{پلاسما}}}{V_{\text{پلاسما}}} = \frac{2 / 7825}{2 / 75} = 1 / 0.1 \text{ g/cm}^3$$

۹۴- گزینه ۲ گام اول: حجم مایع درون استوانه همان حجم استوانه است. پس حجم استوانه را به دست می آوریم:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{5}{5000 \times 10^{-3}} = 5 \text{ L}$$

گام دوم: از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ می توانیم جرم مایع را حساب کنیم:

$$m = \rho V = 0.9 \times 5 = 4 / 5 \text{ kg}$$

گام سوم: ترازو مجموع جرم استوانه و مایع درون آن را نشان می دهد:

$$m_{\text{مایع}} + m_{\text{استوانه}} = 4 / 5 + 2 / 2 = 6 / 7 \text{ kg}$$

۹۵- گزینه ۳ گام اول: در صورت سؤال گفته شده که $\frac{\rho_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{جسم}}} = 1 / 3$ است؛ پس داریم:

$$\rho_{\text{آهن}} = 1 / 3 \times \rho_{\text{جسم}} \Rightarrow 7800 = 1 / 3 \times \rho_{\text{جسم}} \Rightarrow \rho_{\text{جسم}} = 6000 \text{ kg/m}^3 = 6 \text{ g/cm}^3$$

گام دوم: حالا چگالی و جرم جسم را در رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ قرار می دهیم تا حجم آن را محاسبه کنیم:

$$V_{\text{جسم}} = \frac{m}{\rho} = \frac{540}{6} = 90 \text{ cm}^3$$

۹۶- گزینه ۲ حواستون باشه! در صورت سؤال گفته شده که اگر حجم جسم A برابر 50 cm^3 باشد، جرم آن برابر 750 g است. این همان چگالی است.

هم چنین گفته شده که $\rho_A = \frac{2}{3} \rho_B$ ؛ پس:

$$\rho_A = \frac{2}{3} \rho_B \Rightarrow \frac{m_A}{V_A} = \frac{2}{3} \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow \frac{750}{50} = \frac{2}{3} \times \frac{m_B}{60} \Rightarrow m_B = 1350 \text{ g}$$

۹۷- گزینه ۲ در این سؤال هم مقایسه چگالی دو مایع مختلف را داریم، پس از رابطه $\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$ برای حل استفاده می کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{4}{5} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{8}{5} \times \frac{V_B}{10} \Rightarrow V_B = \frac{50 \times 4}{40} = 5 \text{ L}$$

۹۸- گزینه ۲ باز هم مقایسه چگالی فقط کافیه مقادیر داده شده تو صورت سؤال رو با تبدیل های درست جای گذاری کنیم.

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 / 5 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = 1 / 5 \Rightarrow \frac{m_A}{0.2} \times \frac{500}{200} = 1 / 5 \Rightarrow m_A = \frac{1 / 5 \times 200 \times 0.2}{500} = 0.12 \text{ kg}$$

۹۹- گزینه ۲ داده های صورت سؤال را می نویسیم:

$$V_A = 2V_B, m_A = 3m_B$$

حالا با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ نسبت چگالی جسم A را به چگالی جسم B حساب می کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{V_A} \times \frac{V_B}{m_B} = \frac{3m_B}{2V_B} \times \frac{V_B}{m_B} = \frac{3}{2}$$

۱۰۰- گزینه ۱ به کمک رابطه نسبتی چگالی داریم:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{\frac{4}{3} \pi r_A^3}{a_B^3} \xrightarrow{\rho_B = \frac{2}{10} \rho_A} \frac{2}{10} \rho_A = \frac{m_B}{\frac{26}{100} m_B} \times \frac{\frac{4}{3} \times 2 \times r_A^3}{a_B^3} \Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{100}{26} \times 4 \times \left(\frac{r_A}{a_B}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{2}{10} \times \frac{9}{100} = \left(\frac{r_A}{a_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{3}{10} = \left(\frac{r_A}{a_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{r_A}{a_B} = 0.3$$

۱۰۱- گزینه ۲ گام اول: حل این سؤال به دقت بیشتری احتیاج دارد. در صورت سؤال گفته شده که مجموع جرم ظرف و مایع با چگالی 1.2 g/cm^3 برابر

540 g است. این جمله به بیان فیزیکی به صورت زیر است:

$$m_{\text{ظرف}} + m_{\text{مایع}} = 540 \text{ g} \Rightarrow \rho_{\text{ظرف}} \times V_{\text{ظرف}} + 300 \text{ g} = 540 \text{ g} \Rightarrow 1.2 V_{\text{ظرف}} = 240 \Rightarrow V_{\text{ظرف}} = 200 \text{ cm}^3$$

گام دوم: در قسمت دوم سؤال گفته شده که مجموع جرم ظرف و روغن داخل ظرف برابر 460 g می شود؛ یعنی:

$$m_{\text{ظرف}} + m_{\text{روغن}} = 460 \text{ g} \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} \times V_{\text{ظرف}} + 300 = 460 \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} \times 200 = 160 \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ cm}^3}{10^{-3} \text{ L}} = 800 \text{ g/L}$$

۱۰۲- گزینه ۳ با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = 1 \times \frac{45}{20} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{8/1}{2/7} = 3$$

۱۰۳- گزینه ۲ گام اول: ابتدا نسبت چگالی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\rho_B = 3\rho_A \Rightarrow \frac{m}{V_B} = 3 \frac{m}{V_A} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = 3 \Rightarrow \frac{67/5}{V_B} = 3$$

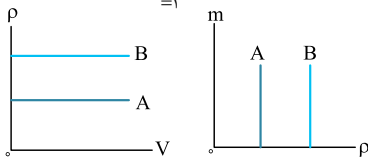
گام دوم: حالا از نسبت به دست آمده در گام اول استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow V_B = \frac{67/5}{3} = 22/5 \text{ cm}^3 = 22/5 \text{ cm}^3 \times \frac{10^{-3} \text{ dm}^3}{1 \text{ cm}^3} = 22/5 \times 10^{-3} \text{ dm}^3 = 2/25 \times 10^{-2} \text{ dm}^3$$

۱۰۴- گزینه ۱ گام اول: همان‌طور که از رابطه $m = \rho V$ می‌فهمیم، شیب نمودار m (جرم) بر حسب V (حجم) برابر با چگالی است. پس هر چه شیب نمودار (ب) بیشتر باشد، چگالی بیشتر است. شیب نمودار C از شیب نمودار D بیشتر است، پس $\rho_C > \rho_D$ است. تا این جا (۲) و (۴) کنار می‌روند.

گام دوم: شیب نمودار (الف) برابر با عکس چگالی است. در این نمودار به ازای حجم برابر داریم:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} = \frac{m_B}{m_A} = \frac{0/06}{0/02} = 3 \Rightarrow \rho_B = 3\rho_A$$



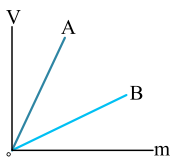
۱۰۵- گزینه ۱ با توجه به این که مایعی که چگالی بیشتری دارد در قسمت پایین تر ظرف قرار می‌گیرد

داریم: $\rho_B > \rho_A$

چگالی دو مایع A و B دارای مقدار ثابتی است بنابراین نمودار $m - \rho$ و $\rho - V$ آن‌ها به صورت روبه‌رو است. (نادرستی (۳) و (۴))

هم‌چنین شیب نمودار $m - V$ بیانگر چگالی مایع است، بنابراین با توجه به بیشتر بودن چگالی مایع B ، شیب نمودار $m - V$ این مایع باید از مایع A بیشتر باشد، یعنی: (درستی (۱))

شیب نمودار $V - m$ بیانگر وارون چگالی مایع است بنابراین شیب نمودار $V - m$ برای مایع A بیشتر از مایع B است. (نادرستی (۲))



$$V = (\Delta \times 10^{-2})^3 = 125 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$m = \rho V = 8 \times 10^3 \times 125 \times 10^{-6} = 10^3 \times 10^{-3} = 1 \text{ kg}$$

۱۰۶- گزینه ۳ گام اول: ابتدا حجم مکعب را حساب می‌کنیم:

گام دوم: حالا از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ جرم این مکعب را حساب می‌کنیم:

۱۰۷- گزینه ۳ سؤال: جرم جسم را بر حسب کیلوگرم می‌خواهد، پس در رابطه باید چگالی بر حسب kg/m^3 و حجم بر حسب m^3 باشد:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \times V = 1200 \times (20 \times 30 \times 5 \times 10^{-6}) = 3/6 \text{ kg}$$

۱۰۸- گزینه ۲ گام اول: می‌دانید حجم کره از رابطه $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ محاسبه می‌شود و حجم نیم‌کره نصف این مقدار است؛ پس داریم:

$$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 3 \times (10 \times 10^{-2})^3 = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{8}{2 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$$

گام دوم: حالا از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ چگالی کره را به دست می‌آوریم:

۱۰۹- گزینه ۲ گام اول: در صورت سؤال وزن جسم داده شده، همان‌طور که می‌دانید وزن جسم از رابطه $W = mg$ به دست می‌آید. پس ما می‌توانیم جرم

$$W = mg \Rightarrow 60 = m \times 10 \Rightarrow m = 6 \text{ kg} = 6 \times 10^3 \text{ g}$$

جسم را حساب کنیم:

$$r = 4 \text{ cm} \Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (4 \times 10^{-2})^3 = 256 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 256 \times 10^{-3} \text{ L}$$

گام دوم: حالا حجم جسم را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{6 \times 10^3}{256 \times 10^{-3}} = 23/4 \times 10^3 \text{ g/L} = 2/34 \times 10^4 \text{ g/L}$$

گام سوم: از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ چگالی جسم را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (6/2 \times 10^6)^3 = 10^{21} \text{ m}^3$$

۱۱۰- گزینه ۲ گام اول: ابتدا حجم کره زمین را بر حسب متر مکعب به شکل زیر حساب می‌کنیم:

گام دوم: حالا از فرمول $\rho = \frac{m}{V}$ استفاده می‌کنیم:

$$\rho = 5/5 \text{ g/cm}^3 = 5/5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 5/5 \times 10^3 \times 10^{21} = 5/5 \times 10^{24} \text{ kg} = 5/5 \times 10^{21} \text{ Mg}$$

۱۱۱- گزینه ۳ گام اول: ابتدا حجم فلز به کار رفته در این کره توخالی (یا همان پوسته فلزی) را محاسبه می‌کنیم: (در صورت سؤال گفته شده که ضخامت پوسته 8 cm است، پس شعاع داخلی پوسته کروی برابر با $10 - 8 = 2 \text{ cm}$ می‌شود.)

$$V = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) = \frac{4}{3} \times 3 \times (10^3 - 2^3) = 4 \times 992 \text{ cm}^3 = 4 \times 992 \times 10^{-3} \text{ L}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{19/84 \text{ kg}}{4 \times 992 \times 10^{-3}} = 5 \text{ kg/L}$$

گام دوم: چگالی فلز را بر حسب کیلوگرم بر لیتر می‌خواهد؛ پس داریم:

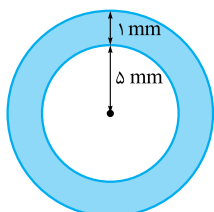
۱۱۲- گزینه ۳ گام اول: حجم پوسته طلا را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{طلا}} = \frac{4}{3} \pi (r'^3 - r^3) \xrightarrow[r=5 \text{ mm}]{r'=5+1=6 \text{ mm}} V_{\text{طلا}} = \frac{4}{3} \times 3 \times (6^3 - 5^3) = 4 \times 91 \Rightarrow V_{\text{طلا}} = 364 \text{ mm}^3$$

$$\xrightarrow[1 \text{ mm}^3 = 10^{-3} \text{ cm}^3]{1 \text{ mm}^3 = 10^{-3} \text{ cm}^3} V_{\text{طلا}} = 0/364 \text{ cm}^3$$

گام دوم: جرم پوسته طلا برابر است با:

$$m_{\text{طلا}} = \rho_{\text{طلا}} V_{\text{طلا}} = 20 \times \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 0/364 \text{ cm}^3 = 7/28 \text{ g} \xrightarrow[1 \text{ g} = 10^3 \text{ mg}]{1 \text{ g} = 10^3 \text{ mg}} m_{\text{طلا}} = 7280 \text{ mg}$$



۱۱۳- گزینه ۳ در صورت سؤال گفته شده که $m_A = m_B$ است. می‌خواهیم نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ را حساب کنیم. پس از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}} \stackrel{m_A=m_B}{=} \frac{V_B}{V_A} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_B^3}{\frac{4}{3}\pi r_A^3} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

۱۱۴- گزینه ۳ می‌خواهیم نسبت چگالی آلومینیم به چگالی مس را حساب کنیم. پس طبق معمول از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ استفاده می‌کنیم. آلومینیم را با زیروند ۱ و مس را با زیروند ۲ نشان می‌دهیم:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\frac{m_1}{V_1}}{\frac{m_2}{V_2}} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{4} \times \frac{\frac{4}{3}\pi r_2^3}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} = \frac{2}{4} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \xrightarrow{r_2=2r_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2}{4} \times \left(\frac{2}{1}\right)^3 = \frac{2}{4} \times 8 = 4$$

۱۱۵- گزینه ۲ گام اول: ابتدا باید به این نکته توجه کنیم که چون با مواد کره ذوب شده، استوانه را ساخته‌ایم، جرم و چگالی کره و استوانه با هم و در نتیجه حجم دو جسم برابر است. حالا حجم استوانه ساخته شده را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi(R^2 - R'^2)2R = 2\pi R(R^2 - R'^2)$$

$$V_{\text{کره}} = V_{\text{استوانه}}$$

گام دوم: حالا حجم استوانه را برابر با حجم کره قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 2\pi R(R^2 - R'^2) \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{R^2 - R'^2}{R^2} = 2R^2 - 2R'^2 \Rightarrow R^2 = 2R'^2 \Rightarrow \frac{R'^2}{R^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۱۶- گزینه ۴ گام اول: چون هر دو استوانه از یک نوع ماده ساخته شده‌اند، چگالی آن‌ها با هم برابر است. حالا حجم استوانه اول و استوانه دوم را به دست می‌آوریم:

$$V = \pi(R_1^2 - R_2^2)L$$

$$V' = \pi(4R_1^2 - 4R_2^2)L = 4\pi(R_1^2 - R_2^2)L$$

گام دوم: حالا چگالی دو استوانه را برابر قرار می‌دهیم: $\frac{M}{V} = \frac{M'}{V'} \Rightarrow \frac{M}{\pi L(R_1^2 - R_2^2)} = \frac{M'}{4\pi L(R_1^2 - R_2^2)} \Rightarrow M = \frac{M'}{4} \Rightarrow M' = 4M$

۱۱۷- گزینه ۱ با داده‌های صورت سؤال حل این تست را شروع می‌کنیم: در صورت سؤال گفته شده که شعاع خارجی دو استوانه برابر است، پس:

$$\rho_1 = 2\rho_2 \Rightarrow \frac{M_1}{V_1} = 2 \frac{M_2}{V_2} \Rightarrow \frac{M_1}{\pi r_1^2 h_1} = 2 \times \frac{M_2}{\pi r_2^2 h_2} \Rightarrow \frac{M_1}{\pi r_1^2 h_1} = \frac{2}{\pi r_2^2 h_2} \Rightarrow \frac{1}{r_1^2} = \frac{2}{r_2^2} \Rightarrow r_2^2 = 2r_1^2 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۱۱۸- گزینه ۳ گام اول: ابتدا حجم استوانه و کره را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi r^2 h \stackrel{h=20 \text{ cm}}{=} 20\pi r^2$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{r}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{r^3}{8} = \frac{1}{6}\pi r^3$$

$$\frac{\rho_{\text{کره}}}{\rho_{\text{استوانه}}} = \frac{V_{\text{استوانه}}}{V_{\text{کره}}} = \frac{20\pi r^2}{\frac{1}{6}\pi r^3} = \frac{120}{r} = 3 \Rightarrow r = 40 \text{ cm}$$

گام دوم: با توجه به برابری جرم کره و استوانه داریم:

$$R = \frac{r}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}$$

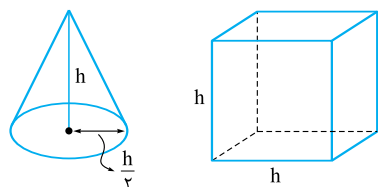
گام سوم: **حواستون باشه!** شعاع کره را می‌خواهیم:

۱۱۹- گزینه ۳ گام اول: حجم مخروط و مکعب را بر حسب ارتفاع مخروط (h) حساب می‌کنیم:

$$V_1 = \frac{1}{3}(\pi r^2)h = \frac{1}{3} \times 2 \times \left(\frac{h}{2}\right)^2 \times h = \frac{h^3}{6}$$

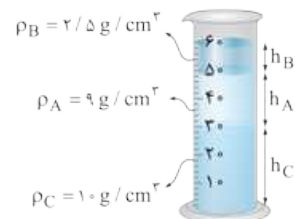
ارتفاع مخروط شعاع قاعده مخروط

$$V_2 = h^3 \text{ (حجم مکعب)}$$



$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\frac{m_1}{V_1}}{\frac{m_2}{V_2}} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{m_1=m_2} \frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 \times \frac{h^3}{\frac{h^3}{6}} = 6$$

گام دوم: نسبت $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ را می‌خواهیم، پس داریم:



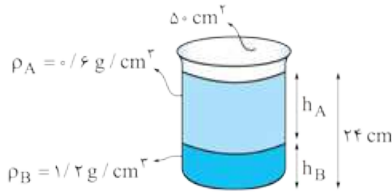
۱۲۰- گزینه ۱ گام اول: چگالی ماده B برابر $2/5 \text{ kg/L} = 2/5 \text{ g/cm}^3$ است. بنابراین بین سه مایع A، B و C، مایع B کم‌ترین چگالی و مایع C بیشترین چگالی را داشته و نحوه قرارگیری مایع‌ها درون ظرف مطابق شکل مقابل است:

گام دوم: با توجه به شکل $h_A = 2h_B$ و $h_C = 3h_B$ است. سطح مقطع ظرف را برابر A در نظر گرفته و با استفاده از رابطه نسبتی داریم:

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{V=Ah} \frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{h_B}{h_A} \Rightarrow \frac{20}{m_A} = \frac{2/5}{9} \times \frac{1}{2} \Rightarrow m_A = 144 \text{ g}$$

$$\frac{m_B}{m_C} = \frac{\rho_B}{\rho_C} \times \frac{V_B}{V_C} \Rightarrow \frac{m_B}{m_C} = \frac{\rho_B}{\rho_C} \times \frac{h_B}{h_C} \Rightarrow \frac{20}{m_C} = \frac{2/5}{10} \times \frac{1}{3} \Rightarrow m_C = 240 \text{ g}$$

۱۲۱- گزینه ۲ گام اول: دو مایع A و B مطابق شکل روبه‌رو درون ظرف ریخته می‌شوند. نسبت ارتفاع دو مایع را به صورت زیر به دست می‌آوریم:



$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \xrightarrow{V=\Delta \times h} \rho_A h_A = \rho_B h_B$$

$$\Rightarrow 0.6 h_A = 1.2 h_B \Rightarrow h_A = 2h_B$$

گام دوم: مجموع ارتفاع دو مایع ۲۴ cm است، بنابراین با توجه به نتیجه به دست آمده در گام اول داریم:

$$h_A + h_B = 24 \text{ cm} \xrightarrow{h_A=2h_B} 2h_B + h_B = 24 \text{ cm} \Rightarrow 3h_B = 24 \text{ cm} \Rightarrow h_B = 8 \text{ cm}$$

$$h_A = 2h_B = 2 \times 8 = 16 \text{ cm}$$

گام سوم: مجموع جرم دو مایع برابر است با:

$$m = m_A + m_B = \rho_A V_A + \rho_B V_B = \rho_A \times \Delta \times h_A + \rho_B \times \Delta \times h_B \Rightarrow m = 0.6 \times \Delta \times 16 + 1.2 \times \Delta \times 8 \Rightarrow m = 480 + 480 = 960 \text{ g}$$

۱۲۲- گزینه ۲ گام اول: در این تست باید به این نکته توجه کنیم که چگالی کره را می‌خواهیم حساب کنیم، نه چگالی ماده سازنده آن را! چون حجم کره تغییر نکرده و داخلش یک حفره ایجاد شده (جرم کره کاهش یافته) پس انتظار داریم، چگالی کره کم‌تر از حالت قبل شود. حالا باید حساب کنیم که نسبت جرم کره دارای حفره به جرم کره اولیه چه قدر است. چون چگالی فلز در هر دو حالت ثابت است داریم:

$$m = \rho V \xrightarrow{\rho \text{ ثابت}} \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{3} \times \pi \times [R^3 - (\frac{R}{2})^3]}{\frac{4}{3} \times \pi \times R^3} = \frac{7}{8}$$

گام دوم: حالا می‌خواهیم چگالی کره را حساب کنیم. حجم کره در هر دو حالت یکسان است، پس داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V_1=V_2} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{7}{8}$$

۱۲۳- گزینه ۲ ابتدا با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ حجم مکعبی به چگالی 8 g/cm^3 و جرم 6 kg را حساب می‌کنیم:

$$m = 6 \text{ kg} = 6 \times 10^3 \text{ g} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{6 \times 10^3}{8} = 750 \text{ cm}^3$$

حجم مکعبی که در سؤال ذکر شده برابر $V = (10^3) = 1000 \text{ cm}^3$ است. پس این مکعب توخالی است و حجم حفره 250 cm^3 است.

۱۲۴- گزینه ۲ گام اول: در این سؤال با داشتن جرم و چگالی قطعه طلا می‌توانیم حجم واقعی این قطعه را حساب کنیم:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{199/5 \text{ g}}{19 \times 10^3 \times 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{199/5}{19} = 10/5 \text{ cm}^3$$

گام دوم: حالا با کم کردن این حجم از حجم ظاهری می‌توانیم حجم حفره را حساب کنیم:

۱۲۵- گزینه ۲ گام اول: ابتدا حجم مس به کار رفته در کره را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مس}} = \frac{m}{V_{\text{مس}}} \Rightarrow 9000 = \frac{18}{V_{\text{مس}}} \Rightarrow V_{\text{مس}} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \xrightarrow{1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3} V_{\text{مس}} = 2 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

حالا حجم حفره درون کره را به دست می‌آوریم:

گام دوم: جرم گلیسرین که این حفره را به طور کامل پر می‌کند به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{گلیسرین}} = \frac{m}{V_{\text{گلیسرین}}} \xrightarrow{\rho_{\text{گلیسرین}} = 1250 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \rightarrow 1250 = \frac{m_{\text{گلیسرین}}}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow m_{\text{گلیسرین}} = 2/5 \text{ kg}$$

گام سوم: درصد افزایش جرم کره برابر است با:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 216 = 864 \text{ cm}^3 = 864 \times 10^{-3} \text{ L}$$

۱۲۶- گزینه ۲ گام اول: ابتدا جرم کره توپر را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V_{\text{کره}} = 9375 \times 864 \times 10^{-3} = 8100 \text{ g} = 8/1 \text{ kg}$$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که با ایجاد حفره، $2/4 \text{ kg}$ از جرم آن کم می‌شود، پس:

$$m' = 8/1 - 2/4 = 5/7 \text{ kg} = 5700 \text{ g}$$

حالا با داشتن چگالی و جرم، حجم کره دارای حفره را محاسبه می‌کنیم:

گام سوم: حجم کره دارای حفره از رابطه $V = \frac{4}{3} \pi (R^3 - R'^3)$ به دست می‌آید؛ پس به راحتی می‌توانیم شعاع حفره (R') را حساب کنیم:

$$V' = \frac{m'}{\rho} = \frac{5700}{9375} = 0/608 \text{ L} = 608 \text{ cm}^3$$

$$V' = 608 = \frac{4}{3} \times \pi (R^3 - R'^3) \Rightarrow \frac{608}{4} = 216 - R'^3 \Rightarrow R'^3 = 64 \Rightarrow R' = 4 \text{ cm}$$

۱۲۷- گزینه ۱ گام اول: جرم مایع داخل سرنگ برابر اختلاف جرم سرنگ پُر و خالی است:

گام دوم: چگالی و جرم مایع را داریم، پس حجم آن را می توانیم حساب کنیم: (حواستون باشه! یگلی رو از گرم بر سانتی متر مکعب به گرم بر لیتر تبدیل کنید)

$$V_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{3/6}{(0/8 \times 10^3)} = 4/5 \times 10^{-3} \text{ L} = 4/5 \text{ mL}$$

گام سوم: حجم سرنگ L 500 و حجم مایع mL 4/5 است؛ پس حجم حباب درون سرنگ برابر می شود با:

$$V_{\text{حباب}} = V_{\text{سرنگ}} - V_{\text{مایع}} = 5 - 4/5 = 9/5 \text{ mL}$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 125 = 500 \text{ cm}^3$$

۱۲۸- گزینه ۳ گام اول: حجم کل کره برابر می شود با:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m}{\rho} = \frac{1080}{2/7} = 400 \text{ cm}^3$$

گام دوم: از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ حجم فلز به کار رفته را به دست می آوریم:

پس حجم حفره برابر $V_{\text{کره}} - V_{\text{فلز}} = 500 - 400 = 100 \text{ cm}^3$ است.

گام سوم: حالا درصد حجم حفره را باید حساب کنیم:

$$\frac{\text{حجم حفره}}{\text{حجم کره}} \times 100 = \frac{100}{500} \times 100 = 20\%$$

۱۲۹- گزینه ۱ حجم الکل جابه جاشده با حجم قطعه فلز برابر است با:

$$V_{\text{الکل سرریز}} = V_{\text{فلز}} \Rightarrow \frac{m_{\text{الکل سرریز}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} \Rightarrow \frac{160}{0/8} = \frac{m_{\text{فلز}}}{2/7} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 540 \text{ g}$$

۱۳۰- گزینه ۲ چون با انداختن گلوله داخل آب سطح آب از 50 cm^3 به 54 cm^3 رسیده است، یعنی گلوله 4 cm^3 آب را جابه جا کرده است.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{42}{4} = 10/5 \text{ g/cm}^3$$

پس حجم گلوله 4 cm^3 است.

۱۳۱- گزینه ۱ نکته ای که باید در این نوع سؤال به آن توجه کنید، این است که وقتی گلوله را در ظرف پر از الکل فرو می بریم، به اندازه حجم گلوله، الکل از ظرف سرریز می شود؛ پس الکل سرریز شده $V_{\text{گلوله}} = V_{\text{الکل سرریز شده}} (1 \text{ g/L} = 1 \text{ kg/m}^3)$.

$$V_{\text{گلوله}} = V_{\text{الکل سرریز}} \Rightarrow \frac{m_{\text{گلوله}}}{\rho_{\text{گلوله}}} = \frac{m_{\text{الکل سرریز}}}{\rho_{\text{الکل}}} \Rightarrow \frac{3900}{7800} = \frac{m_{\text{الکل سرریز}}}{800} \Rightarrow m_{\text{الکل سرریز}} = \frac{3900 \times 800}{7800} = 400 \text{ g}$$

۱۳۲- گزینه ۳ گام اول: ابتدا حجم مایع جابه جاشده در اثر انداختن فلز را حساب می کنیم. این حجم دقیقاً برابر حجم فلز است.

تغییر ارتفاع آب

$$V = A \cdot d = 10 \times 1/2 = 12 \text{ cm}^3$$

سطح مقطع استوانه

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{90}{12} = 7/5 \text{ g/cm}^3$$

گام دوم: به راحتی با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ چگالی فلز قابل محاسبه است:

۱۳۳- گزینه ۲ برای حل این تست ابتدا باید به جای پارامترهای حجم (V) در رابطه $\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$ مخلوط، پارامتر ρ را جایگزین کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{\Delta m_B + m_B}{\frac{\Delta m_B}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{6 m_B}{m_B (\frac{5}{45} + \frac{1}{6})} = \frac{6}{\frac{1}{9} + \frac{1}{6}} = \frac{6}{\frac{15}{18}} = \frac{6 \times 18}{15} = 21/6 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 21/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ dg}}{10^{-1} \text{ g}} \times \frac{1 \text{ cm}^3}{10^{-3} \text{ L}} = 21/6 \times 10^4 \text{ dg/L}$$

چگالی مخلوط بر حسب دسی گرم بر لیتر خواسته شده:

۱۳۴- گزینه ۲ چگالی مخلوط از رابطه $\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$ به دست می آید. چون در صورت سؤال حرفی از جرم زده نشده است، پارامترهای m را بر حسب پارامتر V (حجم) جای گذاری می کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = 1400 \text{ kg/m}^3$$

$$\Rightarrow \frac{1300 \times 300 \times 10^{-6} + 1500 \times V_2}{300 \times 10^{-6} + V_2} = 1400 \Rightarrow 39 \times 10^{-2} + 1500 V_2 = 42 \times 10^{-2} + 1400 V_2 \Rightarrow 3 \times 10^{-2} = 100 V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{3 \times 10^{-2}}{100} = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^3 = 3 \times 10^{-4} \times 10^6 = 300 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 0/75 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ cm}^3}{10^{-3} \text{ L}} = 750 \text{ g/L}$$

۱۳۵- گزینه ۲ چگالی مخلوط از رابطه $\rho = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$ محاسبه می شود:

$$\Rightarrow 750 = \frac{600 V_A + 800 V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 750 V_A + 750 V_B = 600 V_A + 800 V_B \Rightarrow 150 V_A = 50 V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$$

۱۳۶- گزینه ۲ گام اول: با توجه به نمودار حجم 20 g از ماده A و B به ترتیب، برابر 3 cm^3 و 6 cm^3 است، بنابراین حجم 40 g از ماده B برابر است با:

$$\frac{m_B}{V_B} = \frac{m'_B}{V'_B} \Rightarrow \frac{20}{6} = \frac{40}{V'_B} \Rightarrow V'_B = 12 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m'_B}{V_A + V'_B} = \frac{20 + 40}{3 + 12} = 4 \text{ g/cm}^3$$

گام دوم: حالا چگالی مخلوط را به دست می آوریم:

۱۳۷- **گزینه ۲ گام اول:** در این سؤال ما چگالی مخلوط و حجم آن را داریم. هم چنین چگالی مواد تشکیل دهنده مخلوط را هم داریم. در ابتدای کار با استفاده

$$\text{از رابطه } \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \rho \text{، جرم مخلوط را به دست می آوریم؛ (} m_1 \text{ جرم طلا، } V_1 \text{ حجم طلا، } m_2 \text{ جرم نقره و } V_2 \text{ حجم نقره است.)}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 13/6 = \frac{m_1 + m_2}{5} \Rightarrow m_1 + m_2 = 68 \text{ g} \quad (1)$$

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که $V_1 + V_2 = 5 \text{ cm}^3$ است. حالا از همین داده استفاده می کنیم:

$$V_1 = 5 - V_2 \quad (2)$$

گام سوم: حالا حجم و چگالی نقره را داریم، پس می توانیم از رابطه $m = \rho V$ جرم نقره را حساب کنیم:

$$m_{\text{نقره}} = \rho V = 10 \times 3 = 30 \text{ g}$$

۱۳۸- **گزینه ۱** در این تست حرفی از جرم دو مایع نزنده است، پس کافی است در رابطه $\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$ پارامترهای جرم را برحسب حجم جایگزین کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$V_1 = \frac{1}{3} V, \quad V_2 = \frac{2}{3} V$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 (\frac{1}{3} V) + \rho_2 (\frac{2}{3} V)}{V} = \frac{(\rho_1 + 2\rho_2) \frac{V}{3}}{V} = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

۱۳۹- **گزینه ۳** در این تست باید به این نکته توجه کنید که چون چگالی یخ از چگالی آب کم تر است، در جرم مساوی از آب و یخ، حجم یخ بیشتر از حجم آب است. پس وقتی یخ ذوب می شود حجم مخلوط کاهش پیدا می کند.

$$V_{\text{یخ}} - \frac{V_{\text{یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}} = \Delta V_{\text{ذوب شدن پس از ذوب شدن}} = \Delta V_{\text{آب}} = \Delta V_{\text{آب}} = \Delta V_{\text{یخ}} \times \frac{\rho_{\text{یخ}}}{\rho_{\text{آب}}} = \Delta V_{\text{یخ}} \times \frac{0.9}{1} = \Delta V_{\text{یخ}} \times 0.9$$

۱۴۰- **گزینه ۲ گام اول:** تمام آب یخ می زند پس جرم آب و یخ برابر است. می توانیم از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ حجم یخ را حساب کنیم:

$$m_{\text{آب}} = m_{\text{یخ}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} \Rightarrow 1 \times V_{\text{آب}} = 0.9 \times V_{\text{یخ}} \Rightarrow \frac{V_{\text{یخ}}}{V_{\text{آب}}} = \frac{1}{0.9} = \frac{10}{9}$$

گام دوم: در صورت سؤال درصد تغییرات حجم خواسته شده؛ پس داریم:

$$\text{درصد تغییرات حجم} = \frac{V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} \times 100 = \frac{10 - 9}{9} \times 100 = \frac{100}{9} \approx 11.1\%$$

گام سوم: به دلیل این که چگالی یخ از آب کم تر است، در جرم مساوی از آب و یخ، حجم یخ بیشتر از آب است. پس وقتی آب یخ می زند، حجم آن افزایش می یابد.

۱۴۱- **گزینه ۳ گام اول:** چون چگالی یخ از چگالی آب کم تر است، در جرم برابر از آب و یخ، حجم یخ بیشتر از حجم آب است. پس وقتی یخ ذوب می شود، حجم آن کاهش می یابد پس حجم مخلوط کم می شود.

تا این جا ① و ② کنار می روند.

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که ۲۰ درصد از جرم یخ ذوب می شود.

حالا با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ حجم یخ پس از ذوب شدن را حساب می کنیم:

$$m_{\text{آب}} = \frac{20}{100} \times 27 \text{ kg} = 5.4 \text{ kg} = 5400 \text{ g}$$

$$V_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{5400}{1} = 5400 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{5400}{0.9} = 6000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}} = 6000 - 5400 = 600 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{اولیه}} = \frac{m_{\text{اولیه}}}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{27000}{0.9} = 30000 \text{ cm}^3$$

$$\frac{V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}}}{V_{\text{اولیه}}} \times 100 = \frac{600}{30000} \times 100 = 2\%$$

$$m_{\text{سر}} = 3/6 \times 10^6 \text{ mg} = 3/6 \times 10^6 \times 10^{-3} = 3600 \text{ g}$$

$$m_{\text{یخ}} = \frac{40}{100} \times 3600 = 1440 \text{ g}$$

$$V_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{1440}{0.9} = 1600 \text{ cm}^3 = 1600 \times 10^{-3} = 1/6 \text{ L}$$

$$V_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{1440}{1} = 1440 \text{ cm}^3 = 1/44 \text{ L}$$

گام سوم: اگر این مقدار آب (۱۴۴۰ g) یخ نمی زند، حجم آن برابر بود با: پس حجم آب به دلیل یخ زدن ۱/۶ - ۱/۴۴ = ۰/۱۶ L افزایش پیدا کرده است.

گام چهارم: حجم کل آب اولیه برابر است با:

$$V_{\text{آب اولیه}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{3600 \text{ g}}{1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 3600 \text{ cm}^3 = 3/6 \text{ L}$$

پس حجم مخلوط نهایی برابر می شود با:

$$V_{\text{آب اولیه}} + \text{مقدار افزایش حجم} = 3/6 + 0/16 = 3/76 \text{ L}$$

۱۴۳- گزینه ۲ گام اول: همان طور که از شکل صورت سؤال مشخص است، این جسم، سه چهارم یک کره کامل است. اول حجم این جسم را به صورت توپر

$$V_{\text{توپر}} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi r^3 = 3 \times (4)^3 = 192 \text{ cm}^3$$

محاسبه می کنیم:

$$V_{\text{حفره}} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \pi r'^3 = \pi r'^3 = 3 \times (2)^3 = 24 \text{ cm}^3$$

گام دوم: حالا حجم حفره داخل را حساب می کنیم:

$$V = V_{\text{توپر}} - V_{\text{حفره}} = 192 - 24 = 168 \text{ cm}^3$$

با کم کردن حجم حفره از حجم کره توپر، حجم جسم به دست می آید:

$$m = \rho V = 8 \times 168 = 1344 \text{ g}$$

گام سوم: حالا وقت این است که با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ جرم جسم را محاسبه کنیم:

۱۴۴- گزینه ۲ گام اول: در حل این تست باید به این نکته توجه کنیم که حجم مایعی که از استوانه بیرون می ریزد، برابر با حجم کره فلزی است. پس اول

باید حجم کره فلزی را محاسبه کنیم:

$$V_{\text{کره}} = \frac{m}{\rho} = \frac{W}{\rho} = \frac{1/2 \text{ kg}}{6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{1200}{6} = 200 \text{ cm}^3$$

$$m = \rho V = 0/8 \times 200 = 160 \text{ g} = 0/16 \text{ kg}$$

گام دوم: حالا که حجم مایع سرریز شده را داریم، می توانیم جرم این مقدار مایع را حساب کنیم:

$$V = \pi r^2 h = 3 \times (2)^2 \times 6 = 72 \text{ cm}^3$$

۱۴۵- گزینه ۱ گام اول: باید حجم این استوانه را حساب کنیم:

$$m = \rho V = 6 \times 72 = 432 \text{ g} = \frac{432}{1000} = 4/32 \text{ hg}$$

گام دوم: حالا از رابطه $m = \rho V$ می توانیم جرم استوانه را به دست آوریم:

$$a_1 = 2a_2, \quad b_1 = 3b_2, \quad c_1 = \frac{1}{2}c_2$$

۱۴۶- گزینه ۳ گام اول: داده های صورت سؤال را می نویسیم: (a طول، b عرض و c ارتفاع است).

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{a_1 b_1 c_1}{a_2 b_2 c_2} = \frac{2a_2 \times 3b_2 \times \frac{1}{2}c_2}{a_2 b_2 c_2} = 3$$

با این داده ها نسبت حجم دو مکعب مستطیل را محاسبه می کنیم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{V_1}{V_2} = 3 \frac{m_2}{m_1}$$

گام دوم: حالا با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ نسبت چگالی ها را به دست می آوریم:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{27 \times 10^3}{9} = 3 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

۱۴۷- گزینه ۲ گام اول: ابتدا با داشتن جرم و چگالی این سیم می توانیم حجم سیم را حساب کنیم:

$$V = A \cdot d \Rightarrow 3 \times 10^3 = A \times 2500 \Rightarrow A = \frac{3000}{2500} = 1/2 \text{ cm}^2$$

گام دوم: حجم سیم برابر است با مساحت سطح مقطع ضرب در طول سیم:

$$A = 1/2 \text{ cm}^2 \times \frac{10^4 \mu\text{m}^2}{1 \text{ cm}^2} = 1/2 \times 10^4 \mu\text{m}^2$$

گام سوم: **حواستون باشه!** مساحت برحسب میکرومتر مربع (μm^2) خواسته شده؛ پس:

۱۴۸- گزینه ۲ گام اول: با انداختن قطعه فلز درون آب، ارتفاع آب ۵ cm بالا می آید. اگر حجم آب جابه جا شده را حساب کنیم؛ یعنی در حقیقت حجم قطعه

$$V = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت مقطع} = 2 \times 2 \times 5 = 20 \text{ cm}^3$$

فلز را حساب کرده ایم:

$$\rho = 10 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 10 \text{ g/cm}^3$$

گام دوم: چگالی فلز برابر است با:

$$m = \rho V = 10 \times 20 = 200 \text{ g} = 0/2 \text{ kg}$$

پس از رابطه $m = \rho V$ می توانیم جرم قطعه فلز را حساب کنیم:

$$W = mg = 0/2 \times 10 = 2 \text{ N}$$

گام سوم: **حواستون باشه!** در صورت سؤال وزن قطعه فلز خواسته شده:

$$V = \pi r^2 h = 3 \times (2)^2 \times 4 = 48 \text{ cm}^3$$

۱۴۹- گزینه ۳ گام اول: استوانه مدرج را با محلول پر می کنیم؛ پس حجم محلول برابر با حجم استوانه است:


گام دوم: حالا می خواهیم چگالی محلول را از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ برحسب kg/L حساب کنیم:

$$m = 0/284 \text{ kg}, \quad V = 48 \text{ cm}^3 \times \frac{10^{-3} \text{ L}}{1 \text{ cm}^3} = 4/8 \times 10^{-2} \text{ L} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{0/284}{4/8 \times 10^{-2}} = 8 \text{ kg/L}$$

$$m = 284 \text{ g}, \quad V = 48 \text{ cm}^3$$

گام سوم: چگالی محلول برحسب g/cm^3 برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{284}{48} = 8 \text{ g/cm}^3$$

$1 \text{ kg/L} = 1 \text{ g/cm}^3$ 

۱۵۰- گزینه ۲ چگالی مایع B بیشتر از چگالی مایع A است، بنابراین در قسمت پایین تر ظرف قرار می گیرد. هم چنین جرم دو مایع برابر است بنابراین نسبت

ارتفاع دو مایع به صورت زیر به دست می آید: (A سطح مقطع ظرف است.)

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow \rho_A A h_A = \rho_B A h_B \Rightarrow 1 \times h_A = 2 \times h_B \Rightarrow h_A = 2 h_B$$

تکنیک می توانستیم نسبت ارتفاع های دو مایع را محاسبه نکنیم. با توجه به این که جرم دو مایع برابر است، حجم و در نتیجه ارتفاع مایع A که چگالی کمتری

دارد، بیشتر از حجم و ارتفاع مایع B خواهد بود.

۱۵۱- گزینه ۲ گام اول: در صورت سؤال گفته شده که شیب نمودار A، ۲ برابر شیب نمودار B است.

$$\frac{V_A}{m_A} = 2 \frac{V_B}{m_B} \xrightarrow{m_A=m_B=m} V_A = 2V_B \Rightarrow V_B = \frac{A}{2} = 4 \text{ cm}^3$$

گام دوم: حالا از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، چگالی ماده B را به دست می‌آوریم:

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{20}{4} = 5 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_B = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

گام سوم: چگالی بر حسب واحد SI خواسته شده، یعنی کیلوگرم بر متر مکعب:

۱۵۲- گزینه ۲ گام اول: در حل این سؤال باید به این نکته توجه کنید که چون در صورت سؤال گفته شده «مقدار معینی گاز»، جرم گاز در نقاط A و B با هم برابر است.

$$m = \rho_A V_A = 0.8 \times 4 / 8 \text{ kg}$$

حالا با نوشتن رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ در نقطه A جرم گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_B = \frac{m}{V_B} = \frac{0.8 \times 4 / 8}{1/2} = 3/2 \text{ kg/m}^3$$

گام دوم: حالا که جرم گاز را داریم می‌توانیم چگالی آن را در نقطه B حساب کنیم:

$$\rho_B = 3/2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} = 3/2 \text{ g/L}$$

گام سوم: چگالی را بر حسب گرم بر لیتر باید حساب کنیم:

۱۵۳- گزینه ۳ گام اول: تکلیف افزایش یا کاهش حجم را مشخص می‌کنیم. چون چگالی یخ از چگالی آب کم‌تر است، در جرم برابر از آب و یخ، حجم یخ بیشتر از حجم آب است؛ پس با یخ‌زدن آب، حجم مخلوط افزایش می‌یابد. تا این جا (۲) و (۴) کنار می‌روند.

$$V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}} = 6 \times 10^{-3} \text{ L} = 6 \text{ cm}^3$$

گام دوم:

$$\Rightarrow \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} - \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = 6 \Rightarrow \frac{m}{0.9} - \frac{m}{1} = 6 \Rightarrow \frac{m - 0.9m}{0.9} = 6 \Rightarrow 0.1m = 5.4 \Rightarrow m = 54 \text{ g}$$

۱۵۴- گزینه ۱ (۱) و (۲) کم‌تر را به صورت ذره m ساده‌سازی و نیروهای وارد بر کم‌تر را از این ذره رسم کرده است. پس این دو گزینه از این نظر مدل‌سازی بهتری هستند. مشکل (۳) در مدل‌سازی نیست! مشکل این گزینه این است که جهت نیروها را برعکس کشیده است.

(۲) علاوه بر استفاده نکردن از مدل ذره‌ای، یک مشکل دیگر هم دارد. این که از نیروی اصطکاک چشم‌پوشی کرده ولی از قیافه شخص معلوم است که نمی‌شود اصطکاک را نادیده گرفت!

(۴) هم به جز ذره‌ای نبودن، به جزئیات پرداخته و به جای یک نیروی هل‌دادن، چند نیرو کشیده است.

(در این جا نیروی وزن و عمودی سطح با هم خنثی می‌شوند و اگر آن‌ها را نکشیم، اتفاقی نمی‌افتد. اما در فصل دینامیک متوجه می‌شوید که برای محاسبه نیروی اصطکاک به آن‌ها نیاز داریم.)

۱۵۵- گزینه ۴ اول این که می‌دانید کمیت‌های اصلی این‌ها هستند: جرم، طول، زمان، جریان الکتریکی، دما، مقدار مول، شدت روشنایی

دوم این که کمیت‌های برداری که شما باید بلد باشید هم عبارت‌اند از:

جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، تکانه، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و گشتاور. حالا شما باید گزینه‌ای را انتخاب کنید که کمیت‌هایش نه اصلی باشد و نه برداری؛ یعنی (۴). (در (۱) و (۳) جرم اصلی و در (۲) شتاب برداری است.)

۱۵۶- گزینه ۲ گام اول: ابتدا یکای نیرو (F) را بر حسب یکاهای اصلی می‌نویسیم:

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای شتاب} \times \text{یکای جرم} = \text{یکای نیرو} \Rightarrow \text{kg.m/s}^2$$

$$G = \frac{F \cdot r^2}{m_1 m_2} \Rightarrow G_{\text{یکای}} = \frac{(F_{\text{یکای}}) \times (r_{\text{یکای}})^2}{(m_{\text{یکای}})^2} = \frac{\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} \times \text{m}^2}{\text{kg}^2} = \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

گام دوم: حالا از رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ، G را استخراج می‌کنیم:

۱۵۷- گزینه ۳ ابتدا حجم 1 mm^3 را به m^3 و cm^3 تبدیل می‌کنیم:

$$1 \text{ mm}^3 = 1 \times (10^{-3})^3 = 10^{-9} \text{ m}^3$$

$$1 \text{ mm}^3 = 1 \times \frac{(10^{-3})^3}{(10^{-2})^3} = 10^{-3} \text{ cm}^3$$

پس حجم این مکعب 10^{-9} برابر مکعبی به حجم 1 m^3 است (نادرستی (۱) و (۴)). اگر طول هر یال این مکعب 0.1 m باشد، حجم آن $10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} = 10^{-3} \text{ m}^3$ می‌شود که درست نیست (نادرستی (۲)).

۱۵۸- گزینه ۳ باز هم روش زنجیره‌ای:

$$m = 48 \text{ Mg} = 48 \text{ Mg} \times \frac{10^6 \text{ g}}{1 \text{ Mg}} \times \frac{1 \text{ من تبریز}}{5 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ خروار}}{640 \text{ من تبریز}} = 150$$

حالا پاسخ را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

۱۵۹- گزینه ۳ گام اول: باید مقدار الماس خریداری شده را به دسی‌گرم تبدیل کنیم. از روش زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$25 \text{ قیراط} = 25 \times \frac{200 \text{ mg}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{1 \text{ g}}{10^3 \text{ mg}} \times \frac{10 \text{ dg}}{1 \text{ g}} = 50 \text{ dg}$$

گام دوم: قیمت هر دسی‌گرم الماس را داریم، پس کارمان راحت است:

$$\text{تومان} = 50 \times 15 \times 10^6 = 750 \times 10^6 = 750 \times 10^9$$

گام سوم: حواستون باشه! قیمت را به صورت نمادگذاری علمی خواسته:

$$750 \times 10^9 = 7.5 \times 10^2 \times 10^9 = 7.5 \times 10^{11}$$

گام سوم: حواستون باشه! قیمت را به صورت نمادگذاری علمی خواسته:



۱۶۰- گزینه ۲ دقت اندازه‌گیری در خط‌کشی که برحسب میلی‌متر درجه‌بندی شده است، برابر با ۱ mm است. حالا دقت اندازه‌گیری در گزینه‌ها را به دست می‌آوریم تا ببینیم کدام گزینه نتیجه این اندازه‌گیری است. (دقت در وسایل اندازه‌گیری مدرج برابر با ارزش مکانی رقم قبل از رقم حدسی (غیرقطعی) است.)

۱ mm = 0.1 cm \times دقت اندازه‌گیری $\times \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = 1 \text{ mm}$ ✓

۱ cm $\times \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = 10 \text{ mm}$ \times دقت اندازه‌گیری

0.0001 m $\times \frac{10^3 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = 0.1 \text{ mm}$ \times دقت اندازه‌گیری

پس دقت اندازه‌گیری در ۲ برابر با دقت اندازه‌گیری خط‌کش میلی‌متری است.

۱۶۱- گزینه ۱ همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، دقت در وسایل اندازه‌گیری مدرج برابر با ارزش مکانی رقم قبل از رقم حدسی است؛ یعنی دقت در این اندازه‌گیری برابر با 0.1 L است. حالا این دقت را برحسب سانتی‌متر مکعب حساب می‌کنیم: 0.1 L = 0.1 x 10^3 cm^3 = 10 cm^3

۱۶۲- گزینه ۳ دقت اندازه‌گیری هر یک از ترازوها را تعیین می‌کنیم:

2 g = دقت ترازوی عقربه‌ای

چون مقدار عددی دقت ترازوی عقربه‌ای کم‌تر است این ترازو جرم اجسام را با دقت بیشتری اندازه‌گیری می‌کند.

۱۶۳- گزینه ۲ گام اول: حواستان باشد که جرم گاز ثابت می‌ماند. پس:

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2}{V_1}$ (۱)

گام دوم: در صورت سؤال گفته شده که حجم ۶۰ درصد افزایش می‌یابد، یعنی:

$V_2 = V_1 + \frac{60}{100} V_1 = V_1 + 0.6 V_1 = 1.6 V_1$ جای‌گذاری در رابطه (۱) $\Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1.6} \Rightarrow \rho_1 = 1/1.6 \rho_2$

گام سوم: برای محاسبه درصد تغییرات چگالی داریم: $\frac{\Delta \rho}{\rho_1} \times 100 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \times 100 = \frac{\rho_2 - 1/1.6 \rho_2}{1/1.6 \rho_2} \times 100 = -37.5\%$

۱۶۴- گزینه ۴ گام اول: ابتدا نسبت حجم دو استوانه را حساب می‌کنیم:

$V_A = \pi r^2 h$
 $V_B = \pi r^2 h - \pi (\frac{r}{2})^2 h = \pi r^2 h (1 - \frac{1}{4}) = \frac{3}{4} \pi r^2 h$ $\Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{\frac{3}{4} \pi r^2 h}{\pi r^2 h} = \frac{3}{4}$

گام دوم: حالا با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ نسبت چگالی‌ها را به دست می‌آوریم:

$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{m_A = m_B}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{3}{4}$

۱۶۵- گزینه ۲ گام اول: ابتدا تبدیل یکاهای لازم را انجام می‌دهیم:

$\rho_{\text{مخلوط}} = 0.88 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 880 \text{ kg/m}^3$

گام دوم: چگالی مخلوط را از رابطه $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$ حساب می‌کنیم: (چون از جرم صحبتی نشده، پارامترهای جرم را برحسب پارامتر حجم جای‌گذاری می‌کنیم.)

$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 880 = \frac{10^3 \times 2 \times 10^{-3} + 8 \times 10^3 \times V_2}{2 \times 10^{-3} + V_2} \Rightarrow 1/76 + 880 \cdot V_2 = 2 + 800 \cdot V_2$

$\Rightarrow 80 \cdot V_2 = 0.24 \Rightarrow V_2 = 0.003 \text{ m}^3 \Rightarrow V_2 = 3 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 3 \times 10^3 \text{ cm}^3$

۱۶۶- گزینه ۱ در این سؤال هم باید از رابطه $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$ استفاده کنیم:

$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{m(1 + 2/5)}{m(\frac{1}{\rho_A} + \frac{2/5}{\rho_B})}$ (۱) ، $\rho_{\text{مخلوط}} = 2\rho_A$ (۲)

(۱), (۲) $\Rightarrow 2\rho_A = \frac{2/5}{\frac{1}{\rho_A} + \frac{2/5}{\rho_B}} \Rightarrow 2 + 5 \frac{\rho_A}{\rho_B} = 3/5 \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{10}{3}$

۱۶۷- گزینه ۳ گام اول: ابتدا حجم کره زمین را حساب می‌کنیم:

$V_{\text{زمین}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (6 \times 10^6)^3 = 864 \times 10^{18} \text{ m}^3$

گام دوم: حالا از رابطه $m = \rho V$ جرم زمین را به دست می‌آوریم:

$m = \rho V = 5 \times 10^3 \times 864 \times 10^{18} = 4320 \times 10^{21} = 4.32 \times 10^{24} \text{ kg}$

۱۶۸- گزینه ۳ گام اول: با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، ۱ تاس را برحسب سانتی‌متر مکعب به دست می‌آوریم:

$1 \text{ تاس} = 1 \text{ تاس} \times \frac{2 \text{ کفلیز}}{1 \text{ تاس}} \times \frac{150 \text{ mL}}{1 \text{ کفلیز}} \times \frac{10^{-3} \text{ L}}{1 \text{ mL}} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 300 \text{ cm}^3$

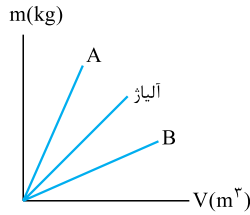
گام دوم: حالا باید حجمی از روغن را به قیمت ۲۰۰۰۰ تومان محاسبه کنیم:

قیمت حجم (cm^3) $\Rightarrow x = \frac{300 \times 20000}{5000} = 1200 \text{ cm}^3$

گام سوم: حالا با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ و با داشتن حجم و چگالی روغن، جرم آن را حساب می‌کنیم:

$$\rho = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 0.9 \text{ g/cm}^3$$

$$m = \rho V = 0.9 \times 1200 = 1080 \text{ g}$$



۱۶۹- گزینه ۲ چگالی آلیاژ حاصل از ترکیب دو فلز A و B مقداری است بین چگالی دو فلز A و B (درست مثل معدل شما که عددی بین کمترین و بیشترین نمره تون). از طرفی می‌دانیم شیب نمودار جرم بر حسب حجم نشان‌دهنده چگالی است؛ بنابراین شیب نمودار جرم بر حسب حجم مربوط به آلیاژ باید بین شیب دو نمودار فلزهای A و B باشد، یعنی این نمودار در ناحیه (۲) قرار می‌گیرد.

۱۷۰- گزینه ۴ گام اول: پس از انداختن جسم A، ارتفاع آب ۶ cm = ۲۵ - ۳۱ و پس از انداختن جسم B ارتفاع آب ۸ cm = ۲۵ - ۳۳ بالا آمده است. بنابراین حجم هر یک از اجسام برابر است با: (A سطح مقطع ظرف است).

$$V_A = A \times 6 \text{ (cm}^3\text{)}, \quad V_B = A \times 8 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{m_A = m_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{A \times 8}{A \times 6} = \frac{4}{3}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه نسبتی چگالی داریم:

$$V_{\text{مکعب}} = a^3$$

۱۷۱- گزینه ۴ گام اول: حجم مکعب و استوانه را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{استوانه}} = (A_{\text{داخلی}} - A_{\text{خارجی}}) h = (\pi \frac{9}{4} a^2 - \pi \frac{1}{4} a^2) \times 2a = 12a^3$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

گام دوم: رابطه چگالی و یک تناسب ساده:

$$\frac{\rho_{\text{استوانه}}}{\rho_{\text{مکعب}}} = \frac{m_{\text{استوانه}}}{m_{\text{مکعب}}} \times \frac{V_{\text{مکعب}}}{V_{\text{استوانه}}} = \frac{1}{1} \times \frac{a^3}{12a^3} = \frac{1}{12}$$

$$V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3} \pi r_{\text{حفره}}^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (\Delta)^3 \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 500 \text{ cm}^3$$

۱۷۲- گزینه ۱ گام اول: حجم حفره را به دست می‌آوریم:

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{حفره}} = 7/5 \times 500 = 3750 \text{ g}$$

گام دوم: حجم مایع برابر حجم حفره است. بنابراین جرم مایع برابر است با:

گام سوم: جرم اولیه مکعب برابر m و جرم ثانویه آن برابر مایع m + m است. با توجه به این که جرم ثانویه مکعب ۲۵ درصد بیشتر از جرم اولیه آن است، داریم:

$$m + 3750 = m + \frac{25}{100} m \Rightarrow m + 3750 = \frac{5}{4} m \Rightarrow 3750 = \frac{1}{4} m \Rightarrow m = 4 \times 3750 = 15000 \text{ g}$$

گام چهارم: حجم ماده به کار رفته در مکعب را به دست می‌آوریم: (طول ضلع مکعب را a در نظر می‌گیریم.)

$$V_{\text{ماده}} = V - V_{\text{حفره}} = a^3 - V_{\text{حفره}} \Rightarrow V_{\text{ماده}} = 20^3 - 500 = 7500 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{ماده}} = \frac{m}{V_{\text{ماده}}} = \frac{15000}{7500} = 2 \text{ g/cm}^3$$

گام آخر: چگالی ماده سازنده مکعب برابر است با:

۱۷۳- گزینه ۳ گام اول: شرط لازم برای شناور ماندن کره روی آب این است که چگالی کره کوچک‌تر یا مساوی چگالی آب باشد. هر چه حفره بزرگ‌تر باشد، چگالی کره کم‌تر می‌شود. پس برای پیدا کردن حداقل حجم حفره کافی است چگالی کره را برابر چگالی آب قرار دهیم:

$$\rho_{\text{کره}} = \rho_{\text{آب}}$$

گام دوم: برای حل این تست باید چگالی کره را به صورت چگالی مخلوط آهن و خلأ در نظر بگیریم (فرض کنیم داخل حفره خلأ باشد). آهن را با اندیس ۱ و خلأ را با اندیس ۲ نشان می‌دهیم:

$$\rho_{\text{آب}} = \rho_{\text{کره}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{\rho_2 = 0} 1000 = \frac{5000 V_1}{V_1 + V_2} \Rightarrow 1000 V_1 + 1000 V_2 = 5000 V_1$$

$$\Rightarrow 4000 V_1 = 1000 V_2 \Rightarrow V_2 = 4 V_1$$

$$\frac{V_2}{V_1 + V_2} \times 1000 = \frac{4 V_1}{5 V_1} \times 1000 = 800$$

حالا به راحتی حداقل درصد حجم حفره را محاسبه می‌کنیم:

۱۷۴- گزینه ۲ در مدل‌سازی حرکت اتومبیل روی سطح شیب‌دار، اگر ابعاد اتومبیل را در نظر نگیریم نتیجه مدل‌سازی با واقعیت تفاوت آشکاری نمی‌کند.

اما اگر از اصطکاک اتومبیل با سطح چشم‌پوشی کنیم یعنی حرکت اتومبیل نمی‌تواند کندشونده باشد. پس فرض (ب) را باید در نظر گرفت. در مورد فرض (پ) اگر زاویه سطح شیب‌دار را در نظر نگیریم یعنی حرکت خودرو را روی سطح افقی بررسی می‌کنیم. پس از این فرض هم نمی‌توانیم چشم‌پوشی کنیم. اثر مورد (ت) بسیار ناچیز است و از آن صرف‌نظر می‌کنیم. هم‌چنین چرخ‌های اتومبیل مدل‌سازی را پیچیده می‌کند. پس نباید در نظر گرفته شوند.

۱۷۵- گزینه ۴ دو کمیت فیزیکی در صورتی با یکدیگر جمع می‌شوند که از یک نوع و دارای یکای یکسان باشند، پس با توجه به رابطه فیزیکی داده‌شده، داریم: (منظور از نماد [X] یکای کمیت X است.)

$$[A^x B] = \left[\frac{C^m D^r}{B^3} \right] = [CD] \Rightarrow [A^x B] = [CD] \Rightarrow [A]^x [B] = [C][D] \Rightarrow [D] = \frac{[A]^x [B]}{[C]} = \frac{\text{m}^x \cdot \text{J}}{\text{N}}$$

$$[D] = \frac{\text{m}^x \cdot (\text{N} \cdot \text{m})}{\text{N}} = \text{m}^x \quad (\text{I})$$

$$\left[\frac{C^m D^r}{B^3} \right] = [CD] \Rightarrow \frac{[C]^m [D]^r}{[B]^3} = [C][D] \Rightarrow [C]^{m-1} = \frac{[B]^3}{[D]^r}$$

$$\xrightarrow{(\text{I})} \text{N}^{m-1} = \frac{\text{J}^r}{\text{m}^r} = \frac{(\text{N} \cdot \text{m})^r}{\text{m}^r} = \frac{\text{N}^r \cdot \text{m}^r}{\text{m}^r} = \text{N}^r \Rightarrow m-1=3 \Rightarrow m=4$$

۱۷۶- گزینه ۲ گام اول: ابتدا جرم هسته اورانیوم را بر حسب گرم به دست می آوریم:

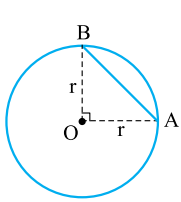
$$m = 0.396 \text{ yg} = 0.396 \times 10^{-24} \text{ g} = 3.96 \times 10^{-25} \text{ g}$$

$$m = \frac{3.96 \times 10^{-25}}{10^{-15} \times 10^{-18}} \text{ fag} = 3.96 \times 10^{-8} \text{ fag}$$

گام دوم: حالا گرم را به فمتواتوگرم تبدیل می کنیم:

۱۷۷- گزینه ۲ محیط میدان دایره ای شکل (P) و مسافت طی شده توسط دوندۀ (L) را در SI به دست می آوریم:

$$P = 2\pi r = 2 \times 3 \times (10.24 \times 2 / 5 \times 10^{-2}) = 1536 \text{ m} \quad L = 6 \text{ mi} = 6 \times 1600 = 9600 \text{ m}$$



در نتیجه تعداد دوری (n) که دوندۀ به دور میدان مسابقه می دود، برابر است با: $n = \frac{L}{P} = \frac{9600}{1536} = 6.25$ دور $= 6 \frac{1}{4}$ دور

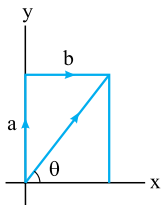
به عبارت دیگر اگر مطابق شکل روبه رو، نقطه شروع مسابقه A باشد، دوندۀ ۶ بار از نقطه A می گذرد و سرانجام در نقطه B متوقف می شود؛ بنابراین جابه جایی دوندۀ برابر AB است:

$$AB^2 = r^2 + r^2 \Rightarrow AB^2 = 2r^2 \Rightarrow AB = \sqrt{2}r$$

$$AB = \sqrt{2} \times 10.24 \times 0.24 \approx 1/4 \times 10.24 \times 0.24 = 14336 \text{ in} = \frac{14336}{36} \approx 398 \text{ یارد}$$

که به ۳ نزدیک تر است.

۱۷۸- گزینه ۲ اگر طول کاشی را با a و عرض آن را با b نشان دهیم، داریم:



$$S = ab = 7/68 \text{ in}^2 = 68 \times (2/5)^2 = 48 \text{ cm}^2 \quad (I)$$

$$d = a + b = 140 \text{ mm} = 14 \text{ cm} \Rightarrow b = 14 - a$$

از طرفی مجموع مسافت طی شده توسط مورچه است، بنابراین:

$$ab = 48 \Rightarrow a(14 - a) = 48 \Rightarrow a^2 - 14a + 48 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \Rightarrow b = 6 \checkmark \\ a = 6 \Rightarrow b = 8 \times \text{(چرا؟)} \end{cases}$$

در نتیجه زاویه ای که جابه جایی مورچه با راستای افق می سازد، برابر است با:

$$\tan \theta = \frac{a}{b} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta = 53^\circ$$

۱۷۹- گزینه ۲ با روش تبدیل زنجیره ای درستی یا نادرستی تک تک گزینه ها را بررسی می کنیم:

$$20 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \times \frac{10^{12} \text{ ng}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ s}^2}{10^{24} \text{ ps}^2} = 20 \times 10^{-12} \frac{\text{ng} \cdot \text{m}^2}{\text{ps}^2} = 2 \times 10^{-11} \frac{\text{ng} \cdot \text{m}^2}{\text{ps}^2}$$

۱ درست؛

$$1500000 \frac{\text{ns}}{\text{mm}^2} \times \frac{10^{-21} \text{ Ts}}{1 \text{ ns}} \times \frac{1 \text{ mm}^2}{10^{-18} \text{ km}^2} = 15 \times 10^2 \frac{\text{Ts}}{\text{km}^2} = 1/5 \times 10^3 \frac{\text{Ts}}{\text{km}^2}$$

۲ درست؛

$$0.0004 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}^2} \times \frac{10^4 \mu\text{m}^2}{1 \text{ cm}^2} = 40 \mu\text{m}^2$$

۳ درست؛

$$6/6 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \times \frac{10^4 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}^2} \times \frac{1 \text{ kg}^2}{10^6 \text{ g}^2} = 6/6 \times 10^{-13} \frac{\text{N} \cdot \text{cm}^2}{\text{g}^2}$$

۴ نادرست؛

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

۱ نادرست؛

$$20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{10^5 \text{ cm}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{10^4 \text{ cm}}{18 \text{ s}} < 800 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۲ نادرست؛

$$1 \frac{\text{N}}{\text{g}} \xrightarrow{N=1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}} 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{g}} \xrightarrow{1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g}} 1 \times 10^3 \frac{\text{g} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{g}} \times \frac{1 \text{ s}^2}{10^6 (\text{ms})^2} = 0.001 \frac{\text{m}}{(\text{ms})^2} < 0.02 \frac{\text{m}}{(\text{ms})^2}$$

۳ درست؛

$$50 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \times \frac{10^{-6} \text{ m}^2}{1 \text{ cm}^2} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 0.003 \frac{\text{m}^2}{\text{min}} < 0.18 \frac{\text{m}^2}{\text{min}}$$

۴ نادرست؛

۱۸۱- گزینه ۲ گام اول: آهنگ ورود و خروج آب به استخر را بر حسب $\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ به دست می آوریم:

$$\text{آهنگ ورود آب} = 5 \frac{\text{mm}^2}{\mu\text{s}} \times \frac{10^{-9} \text{ m}^2}{1 \text{ mm}^2} \times \frac{1 \mu\text{s}}{10^{-6} \text{ s}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 18 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$\text{آهنگ خروج آب} = 0.013 \frac{\text{dam}^2}{\text{h}} \times \frac{10^3 \text{ m}^2}{1 \text{ dam}^2} = 13 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

آهنگ ورود آب به استخر بیشتر از آهنگ خروج آب از استخر است. بنابراین پس از مدتی، استخر پر می شود. (رد ۱ و ۲)

گام دوم: آهنگ خالص ورود آب به استخر را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\text{آهنگ خالص ورود آب} = \text{آهنگ خروج آب} - \text{آهنگ ورود آب} = 18 - 13 = 5 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$\text{حجم بخش خالی استخر} = \frac{V}{\rho} = \frac{5 \times 4 \times 3}{2} = 30 \text{ m}^3$$

استخر در ابتدا نیمه پر است بنابراین حجم بخش خالی استخر برابر است با:

حالا مدت زمانی که طول می کشد تا استخر پر شود را به دست می آوریم:

$$\text{آهنگ خالص ورود آب} = \frac{\text{حجم بخش خالی استخر}}{\text{مدت زمان}} \Rightarrow 5 = \frac{30}{t} \Rightarrow t = \frac{30}{5} = 6 \text{ h}$$

۱۸۲- **گزینه ۲** اگر آهنگ ورود آب از شلنگ را با a و آهنگ خروج آب از شیر تخلیه را با b نشان دهیم داریم:

$$a \times (2h) = 250 \text{ Ga} \Rightarrow a = \frac{250}{2} = 125 \frac{\text{Ga}}{\text{h}}$$

$$a \times (\Delta h) - b \times (\Delta h) = 250 \text{ Ga} \Rightarrow 125 \times 5 - \Delta b = 250 \Rightarrow \Delta b = 375 \Rightarrow b = 75 \frac{\text{Ga}}{\text{h}} = \frac{75 \times 4 / 4 \times 1000 \text{ cm}^3}{60 \text{ min}} = 5500 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$$

۱۸۳- **گزینه ۱** گام اول: فاصله هر یک از دو سیارک A و B را از خورشید برحسب یکای نجومی (AU) به دست می‌آوریم؛ با توجه به شکل روبه‌رو و اطلاعات داده‌شده در تست داریم:



$$d_A = d + 1 \text{ AU} = 3 \text{ AU} + 1 \text{ AU} = 4 \text{ AU}$$

$$d_B = 18d = 18 \times (3 \text{ AU}) = 54 \text{ AU}$$

$$d_{AB} = d_B - d_A = 54 - 4 = 50 \text{ AU} = \frac{50}{5 \times 10^4} \text{ Ly} = 0.001 \text{ Ly}$$

بنابراین فاصله سیارک A از B برابر است با:

گام دوم: با توجه به تعریف سال نوری، مدت زمانی که طول می‌کشد تا سفینه با تندی 0.5 C فاصله 0.001 Ly را بپیماید، به دست می‌آوریم:

$$1 \text{ Ly} = C \times (365 \text{ day}) \Rightarrow \frac{1}{0.001 \text{ Ly}} = \frac{1}{0.5} \times \frac{365}{t} \Rightarrow t = 0.73 \text{ day}$$

۱۸۴- **گزینه ۴** گام اول: یکی از یکاهای اندازه‌گیری انرژی در فیزیک الکترون‌ولت است که با نماد eV نشان داده می‌شود و برابر است با انرژی یک الکترون تحت اختلاف پتانسیل یک ولت. پس داریم:

$$1 eV = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C.V} = 1/6 \times 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow 1 \text{ J} = \frac{1}{1/6 \times 10^{-19}} eV$$

$$h = 6/62 \times 10^{-34} \text{ J.s} = \frac{6/62 \times 10^{-34}}{1/6 \times 10^{-19}} = 4/13 \times 10^{-15} eV.s$$

گام دوم: حالا ثابت پلانک را برحسب $eV.s$ حساب می‌کنیم:

۱۸۵- **گزینه ۳** گام اول: با استفاده از اطلاعات موجود در صورت سؤال می‌توانیم یکای انرژی را بنویسیم:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ C.V} \Rightarrow 1 \text{ J} = 1 \text{ C.V}$$

$$U = 4/5 eV \times \frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ C}}{1/6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 4/5 \times 1/6 \times 10^{-19} \text{ C.V} = 7/2 \times 10^{-19} \text{ J}$$

گام دوم: حالا می‌خواهیم الکترون‌ولت را به ژول تبدیل کنیم.

$$m_{\text{واقعی}} = 8 \times (200 \times 10^{-3}) = 1/6 \text{ g}$$

۱۸۶- **گزینه ۴** گام اول: جرم واقعی الماس 8 قیراطی برحسب گرم برابر است با:

چون ترازوی دیجیتالی که دقت آن 1 g است، مقادیر کم‌تر از 1 g را نشان نمی‌دهد، جرم الماس $1/6$ گرمی را 1 g گرم نشان می‌دهد؛ اندازه‌گیری m

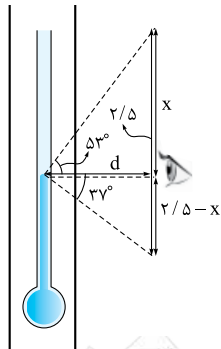
$$\frac{m_{\text{واقعی}} - m_{\text{اندازه‌گیری}}}{m_{\text{واقعی}}} \times 100 = \frac{1 - 1/6}{1/6} \times 100 = -27/5 \%$$

در نتیجه درصد خطای اندازه‌گیری جرم یک قطعه الماس توسط ترازو برابر است با:

گام دوم: ترازوی دیجیتال هنگامی جرم را بدون خطا اندازه‌گیری می‌کند که جرم مضرب صحیحی از 1 g باشد و به عبارت دیگر بخش اعشاری نداشته باشد؛ بنابراین اگر 5 قطعه الماس 8 قیراطی به جرم $8 \text{ g} = 5 \times 1/6 \text{ g}$ را در کفه ترازو قرار دهیم مقدار آن را بدون خطا همان 8 گرم اندازه‌گیری می‌کند.

۱۸۷- **گزینه ۴** گام اول: تفاوت دو مقدار گزارش شده برابر است با:

گام دوم: برای محاسبه مقدار دقیق دما که توسط ناظر B گزارش می‌شود، باید مقدار X را محاسبه کنیم. از روابط مثلثاتی کمک می‌گیریم:



$$\tan 53^\circ = \frac{\sin 53^\circ}{\cos 53^\circ} = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3} = \frac{x}{d} \Rightarrow d = \frac{3}{4} x \quad (1)$$

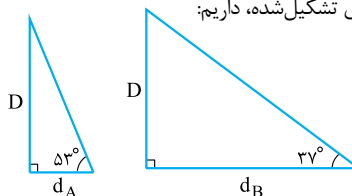
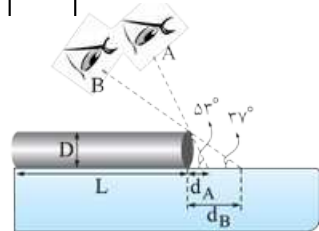
$$\tan 37^\circ = \frac{\sin 37^\circ}{\cos 37^\circ} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4} = \frac{2/5 - x}{d} \Rightarrow d = \frac{10 - 4x}{3} \quad (2)$$

روابط (۱) و (۲) را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{3}{4} x = \frac{10 - 4x}{3} \Rightarrow 9x = 40 - 16x \Rightarrow 25x = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{25} = \frac{8}{5} = 1/6^\circ \text{C}$$

گام سوم: مقدار دقیق گزارش شده، $1/6^\circ \text{C}$ کم‌تر از گزارش ناظر A است: $30/6 - 1/6 = 29/6^\circ \text{C}$ گزارش ناظر B

۱۸۸- **گزینه ۲** مطابق شکل زیر، اگر B و D به ترتیب طول و ضخامت واقعی لوله، d_A و d_B به ترتیب خطای اندازه‌گیری طول لوله توسط شخص‌های A و B باشد، با توجه به مثلث‌های تشکیل شده، داریم:



$$\tan 53^\circ = \frac{D}{d_A} \Rightarrow d_A = \frac{D}{\tan 53^\circ} = \frac{3}{4} D$$

$$\tan 37^\circ = \frac{D}{d_B} \Rightarrow d_B = \frac{D}{\tan 37^\circ} = \frac{4}{3} D$$

$$L_A = L + d_A \Rightarrow 28 = L + \frac{3}{4} D \quad (I) \quad \text{بنابراین طول لوله اندازه‌گیری شده توسط شخص A (L_A) و شخص B (L_B) برابر است با:}$$

$$L_B = L + d_B \Rightarrow 35 = L + \frac{4}{3} D \quad (II)$$

$$L = 19 \text{ cm}, \quad D = 12 \text{ cm}$$

با حل دو معادله دو مجهول (I) و (II)، داریم:

نکته جالب این که با استفاده از دو اندازه‌گیری اشتباه نه تنها توانستیم طول واقعی لوله را که مورد نظر اشخاص A و B است، به دست آوریم، بلکه توانستیم ضخامت واقعی لوله را نیز اندازه بگیریم. به همین دلیل است که اگرچه فیزیک به عنوان علم اندازه‌گیری شناخته می‌شود ولی تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال از اهمیت بیشتری برخوردار است.

۱۸۹- **گزینه ۱** گام اول: حجم قسمت داخلی ظرف را به دست آورده و به کمک آن جرم آب موجود در ظرف را پیدا می کنیم:

$$V_{\text{داخل}} = \pi r^2 h = \pi (10)^2 (9) = 2700 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{آب}} = \rho V = 1(2700) = 2700 \text{ g} = 2.7 \text{ kg}$$

گام دوم: جرم ظرف برابر اختلاف جرم کل و جرم آب است. $m_{\text{ظرف}} = m_{\text{کل}} - m_{\text{آب}} = 10/14 - 2.7 = 7/44 \text{ kg}$

گام سوم: حجم ظرف برابر حجم کل استوانه منهای حجم قسمت داخلی آن است، به طوری که:

$$V_{\text{ظرف}} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{داخلی}} = \pi r^2 h - \pi r^2 h = \pi (11)^2 (10) - \pi (10)^2 (9) = 930 \text{ cm}^3$$

دقت کنید که ارتفاع استوانه $(9+1) \text{ cm}$ و شعاع خارجی آن $(10+1) \text{ cm}$ است.

گام آخر: حالا می توانیم چگالی ظرف را به دست آوریم:

$$\rho_{\text{ظرف}} = \frac{m_{\text{ظرف}}}{V_{\text{ظرف}}} = \frac{7/44 \times 10^3}{930} = 8 \text{ g/cm}^3$$

۱۹۰- **گزینه ۳** درصد از حجم مکعب را حفره های هوا تشکیل داده اند، بنابراین حجم توده فلزی برابر است با:

$$V_{\text{فلز}} = V_{\text{مکعب}} - V_{\text{حفره}} = a^3 - \frac{27}{100} a^3 = \frac{73}{100} a^3$$

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\frac{73}{100} a^3} \quad (I)$$

پس از ذوب کردن مکعب، حفره های هوا از بین رفته ولی جرم فلز تغییر نمی کند؛ چون چگالی فلز ثابت است. پس از ساختن مکعب فلزی کاملاً توپر به ضلع a' داریم:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{a'^3} \quad (II)$$

از مقایسه دو رابطه (I) و (II) خواسته تست را به دست می آوریم:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\frac{73}{100} a^3} = \frac{m_{\text{فلز}}}{a'^3} \Rightarrow a'^3 = \frac{73}{100} a^3 \Rightarrow a' = \frac{9}{10} a$$

۱۹۱- **گزینه ۳** زیروند g را برای لیوان خالی، زیروند 0 را برای نفت و زیروند a را برای مایع با چگالی $1/8 \text{ g/cm}^3$ به کار می بریم.

حجم نفت برابر حجم درونی لیوان و حجم مایع با چگالی $1/8 \text{ g/cm}^3$ برابر نصف حجم درونی لیوان است، پس:

$$m_g + m_o = 350 \Rightarrow m_g + \rho_o V_o = 350 \Rightarrow m_g + \frac{1}{8} V_g = 350 \quad (I)$$

جرم لیوان پر از نفت 350 g است، بنابراین:

پس از خالی کردن نیمی از نفت درون لیوان و جایگزین کردن آن با مایع a داریم:

$$m_g + \frac{1}{4} m_o + m_a = 540 \Rightarrow m_g + \frac{1}{4} \rho_o V_o + \rho_a V_a = 540$$

با کم کردن رابطه (II) از رابطه (I) خواسته تست را به دست می آوریم:

$$(m_g + \frac{1}{3} V_g) - (m_g + \frac{1}{8} V_g) = 540 - 350 = \frac{190}{5} V_g = 190 \Rightarrow V_g = 380 \text{ cm}^3$$

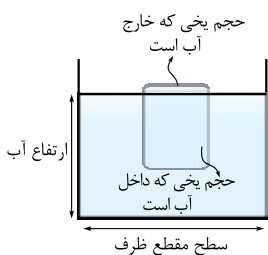
$$\rho = \frac{m_1}{V} \Rightarrow m_1 = \rho V = 1(200) = 200 \text{ g}$$

۱۹۲- **گزینه ۱** گام اول: جرم اولیه آب را به دست می آوریم:

گام دوم: اگر $\frac{3}{4}$ آب داخل لیوان خالی شود، فقط 50 g آب داخل لیوان باقی می ماند. اگر جرم لیوان را برابر x در نظر بگیریم، داریم:

$$m_{\text{دوم}} = \frac{1}{4} m_{\text{اول}} \Rightarrow (x+50) = \frac{1}{4}(x+200) \Rightarrow 2x+100 = x+200 \Rightarrow x = 100 \text{ g}$$

۱۹۳- **گزینه ۱** گام اول: نیمی از یخ ذوب می شود و به آب افزوده می شود. پس حجم آبی را که اضافه شده است می توانیم حساب کنیم:



$$V_{\text{یخ}} = \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = 0.9 \times 5^3 = 112.5 \text{ g}$$

$$\text{جرم یخ ذوب شده} = \frac{112.5}{2} = 56.25 \text{ g}$$

$$\text{حجم آب اضافه شده} = \frac{\text{جرم یخ ذوب شده}}{\text{چگالی آب}} = \frac{56.25}{1} = 56.25 \text{ cm}^3$$

گام دوم: همواره 10% درصد یخ بالای سطح آب و 90% درصد آن داخل آب است. با ذوب شدن نیمی از یخ، حجم یخی که

در داخل آب است هم نصف می شود. یعنی: $\frac{9}{100} \times 5^3 = 112.5 \text{ cm}^3$

$$\text{حجم یخی که در پایان داخل آب می ماند} = \frac{112.5}{2} = 56.25 \text{ cm}^3$$

گام سوم: با مقایسه گام های اول و دوم می فهمیم که 56.25 cm^3 به حجم آب اضافه شده و 56.25 cm^3 از حجم یخ درون آب کاسته شده است. پس

ارتفاع آب تغییر نمی کند.

هر مقداری از یخ شناور بر روی آب ذوب شود، ارتفاع آب تغییر نخواهد کرد.

۱۹۴- **گزینه ۲ گام اول:** محاسبه حجم آب درون استوانه و بعد هم جرم آب: $V_{\text{آب}} = A \times h_{\text{آب}} = \pi r^2 \times h = 3 \times (4)^2 \times 4 = 192 \text{ cm}^3$

$$m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = 1 \times 192 = 192 \text{ g}$$

گام دوم: محاسبه جرم استوانه: $W_{\text{استوانه}} = m_{\text{استوانه}} \text{ g} \Rightarrow 1/0.8 = m_{\text{استوانه}} \times 10 \Rightarrow m_{\text{استوانه}} = 0.108 \text{ kg} = 108 \text{ g}$

گام سوم: محاسبه جرم سکه‌ها: $m_{\text{آب}} + m_{\text{استوانه}} + m_{\text{سکه‌ها}} = 600 \text{ g} \Rightarrow 192 + 108 + m_{\text{سکه‌ها}} = 600 \Rightarrow m_{\text{سکه‌ها}} = 600 - 300 = 300 \text{ g}$

گام چهارم: محاسبه حجم سکه‌ها: (Δh ، افزایش ارتفاع آب در اثر افزودن سکه‌ها است.) $V_{\text{سکه‌ها}} = A_{\text{استوانه}} \times \Delta h = 48 \times (5 - 4) = 48 \text{ cm}^3$

گام پنجم: محاسبه چگالی سکه‌ها: $\rho = \frac{m_{\text{سکه‌ها}}}{V_{\text{سکه‌ها}}} = \frac{300}{48} = 6.25 \text{ g/cm}^3 = 6250 \text{ kg/m}^3$

۱۹۵- **گزینه ۲ گام اول:** محاسبه جرم کل مخلوط: $m_{\text{مخلوط}} = m_1 + m_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = 3/5 \times 100 + 4/5 \times 300 = 1700 \text{ g}$

گام دوم: محاسبه حجم کل مخلوط: (حواستان باشد ۱۵ درصد از حجم مجموع دو مایع کم می‌شود.)

$$V_{\text{مخلوط}} = \frac{15}{100} (V_1 + V_2) = \frac{15}{100} (100 + 300) = 340 \text{ cm}^3$$

گام سوم: و اما چگالی مخلوط: $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{1700}{340} = 5 \text{ g/cm}^3$

۱۹۶- **گزینه ۲** متغیرهای وابسته به حالت اول را بدون پریم و متغیرهای وابسته به حالت دوم را با پریم نشان می‌دهیم. در ابتدا چگالی مخلوط را در حالت اول به دست می‌آوریم، چون حجم مخلوط ۱۰ درصد کاهش می‌یابد، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{m_A + m_B}{0.9(V_A + V_B)} = \frac{m_A + m_B}{0.9(\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B})} = \frac{1+2}{0.9(\frac{1}{\rho_A} + \frac{2}{\rho_B})} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{10}{3(\frac{1}{\rho_A} + \frac{2}{\rho_B})} \quad (I)$$

و به همین ترتیب چگالی مخلوط در حالت دوم که در آن حجم مخلوط ۲۰ درصد کاهش می‌یابد، برابر است با:

$$\rho'_{\text{مخلوط}} = \frac{m'_{\text{مخلوط}}}{V'_{\text{مخلوط}}} = \frac{m'_A + m'_B}{0.8(V'_A + V'_B)} = \frac{m'_A + m'_B}{0.8(\frac{m'_A}{\rho_A} + \frac{m'_B}{\rho_B})} = \frac{2+1}{0.8(\frac{2}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B})} \Rightarrow \rho'_{\text{مخلوط}} = \frac{15}{4(\frac{2}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B})} \quad (II)$$

چون چگالی مخلوط در دو حالت با یکدیگر برابر می‌شود، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \rho'_{\text{مخلوط}} \xrightarrow{(I), (II)} \frac{10}{3(\frac{1}{\rho_A} + \frac{2}{\rho_B})} = \frac{15}{4(\frac{2}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B})}$$

$$\Rightarrow 4(\frac{2}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B}) = 9(\frac{1}{\rho_A} + \frac{2}{\rho_B}) \Rightarrow \frac{16}{\rho_A} + \frac{4}{\rho_B} = \frac{9}{\rho_A} + \frac{18}{\rho_B} \Rightarrow \frac{7}{\rho_A} = \frac{14}{\rho_B} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 0.5$$

۱۹۷- **گزینه ۲ گام اول:** رابطه چگالی را یک بار برای آب و بار دیگر برای جیوه می‌نویسیم. در روابط زیر حجم داخلی لیوان را با m' نشان داده‌ایم:

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{مایع}} + m' \Rightarrow m_{\text{مایع}} = \rho V' \Rightarrow \begin{cases} \text{آب} & \begin{cases} 600 = 1(V') + m' \\ 5400 = 12(V') + m' \end{cases} \end{cases}$$

$$4800 = 12V' \Rightarrow V' = 400 \text{ cm}^3, m' = 200 \text{ g}$$

بنابراین جرم لیوان ۲۰۰ g و حجم داخل آن ۴۰۰ cm^۳ است.

گام دوم: حالا به راحتی می‌توانیم حداکثر نفتی که در این لیوان جا می‌شود را به دست آوریم. در این صورت نفت لیوان را کاملاً پر می‌کند و حجم آن برابر حجم لیوان است و داریم:

$$m_{\text{نفت}} = \rho_{\text{نفت}} \times V' = 0.8 \times 400 = 320 \text{ g}$$

۱۹۸- **گزینه ۲ گام اول:** محاسبه جرم کل مخلوط: $m_{\text{مخلوط}} = m_1 + m_2 = m_1 + \rho_2 V_2 = 510 + 4 \times 30 = 630 \text{ g}$

گام دوم: محاسبه حجم کل مخلوط با توجه به این که ۱۰ درصد از حجم مجموع دو مایع کم می‌شود:

$$V_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1}{\rho_1} (V_1 + V_2) = \frac{90}{100} (\frac{510}{\rho_1} + 30)$$

گام سوم: چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی دو مایع است:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \rightarrow \frac{\rho_1 + 4}{2} = \frac{630}{\frac{90}{100} (\frac{510}{\rho_1} + 30)} \Rightarrow \frac{2 \times 100 \times 630}{9} = (\rho_1 + 4) (\frac{510}{\rho_1} + 30) \Rightarrow 3\rho_1^2 - 77\rho_1 + 204 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = 3 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_1 = 22/7 \text{ g/cm}^3 \end{cases}$$

مایعی با چگالی ۲۲/۷ g/cm^۳ معقول به نظر نمی‌رسد و در بین گزینه‌ها هم نیست، پس همان ۳ g/cm^۳ را انتخاب می‌کنیم.