فهرست

فصل ۱: الکتریسیتهٔ ساکن

درس اول: بار الکتریکی و نیروهای الکترواستاتیکی ۹
درس دوم: اصل برهم‌نهی نیروهای الکترواستاتیکی ۱۸
درس سوم: میدان الکتریکی ۲۳
درس چهارم: اختلاف پتانسیل الکتریکی ۳۳
درس پنجم: خازن ۴۶
بانک تست ۵۵
آزمون ۸۵
پاسخ‌نامهٔ ابر تشریحی ۹۶
پاسخ‌نامهٔ آزمون ۱۴۹

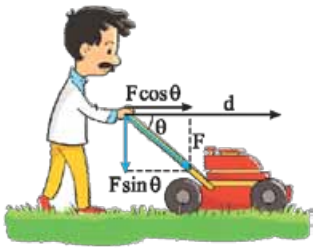
فصل ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

درس اول: جریان و مقاومت الکتریکی ۱۷۲
درس دوم: نیروی محرکهٔ الکتریکی ۱۸۰
درس سوم: ترکیب مقاومت‌ها ۱۸۸
بانک تست ۲۰۲
آزمون ۲۳۵
پاسخ‌نامهٔ ابر تشریحی ۲۴۸
پاسخ‌نامهٔ آزمون ۳۰۲

فصل ۳: مغناطیس و القای الکترومغناطیسی

درس اول: مفهوم‌های مقدماتی ۳۳۸
درس دوم: منشأ میدان مغناطیسی ۳۴۴
درس سوم: نیروهای مغناطیسی ۳۵۰
درس چهارم: القای الکترومغناطیسی ۳۵۶
بانک تست ۳۶۷
آزمون ۳۹۹
پاسخ‌نامهٔ ابر تشریحی ۴۰۷
پاسخ‌نامهٔ آزمون ۴۴۸
پاسخ‌نامهٔ «تو»ها ۴۵۷
پاسخ‌نامهٔ کلیدی ۴۶۶

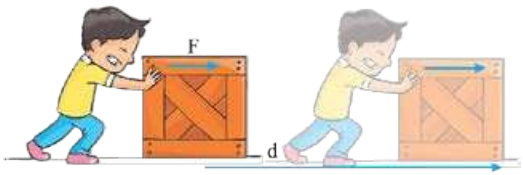
درس چهارم: اختلاف پتانسیل الکتریکی



پیش از پرداختن به موضوع اصلی این درس، باید مرور سریعی بر چند مفهوم فیزیکی در ارتباط با مبحث کار و انرژی از فیزیک ۱ داشته باشیم. ابتدا باید معنی «کار» در فیزیک را یادآوری کنیم. اگر همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، شخصی نیروی F را به یک جسم وارد کند و جسم به اندازهٔ d جابه‌جا شود، برای محاسبهٔ کار نیروی F، باید مؤلفهٔ این نیرو در راستای جابه‌جایی (یعنی $F\cos\theta$) را در بزرگی جابه‌جایی ضرب کنیم:

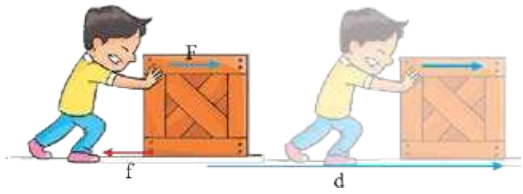
$$W_F = (F\cos\theta)d$$

با دو حالت خاص زیر، زیاد سروکار پیدا خواهیم کرد:



الف) نیرو با جابه‌جایی هم‌جهت است: در شکل روبه‌رو، شخصی با واردکردن نیروی موازی سطح F، جعبه‌ای را روی یک سطح افقی جابه‌جا می‌کند. اگر بخواهیم کار نیروی F را تعیین کنیم، با توجه به این‌که زاویهٔ بین این نیرو و جابه‌جایی برابر صفر است، $\cos\theta$ برابر ۱ می‌شود و خواهیم داشت:

$$W_F = Fd$$

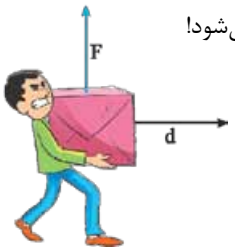


ب) نیرو در خلاف جهت جابه‌جایی است: شکل روبه‌رو، همان شکل قبلی است؛ اما اگر بخواهیم کار نیروی اصطکاک (یعنی) f را تعیین کنیم، باید توجه کنیم که زاویهٔ بین این نیرو و جابه‌جایی، ۱۸۰ درجه است. در این حالت، $\cos\theta$ برابر -1 است و می‌توان نوشت:

$$W_f = -fd$$

ببخشین! مگه اصطکاک باعث جابه‌جایی جعبه شده که کارشو حساب می‌کنین!

باید مواظب باشید که «کار» در فیزیک را با واژهٔ «کار» در صحبت‌های روزمره اشتباه نگیرید! در همین مثال هل‌دادن جعبه روی سطح، ممکن است در صحبت‌های روزمره، معتقد باشیم که فقط شخص در حال انجام کار است؛ اما از نظر فیزیک، تک‌تک نیروهای وارد بر جعبه، می‌توانند کاری بر روی جعبه انجام دهند و کار، فقط مربوط به نیرویی **نیست** که «باعث» جابه‌جایی می‌شود!



پ) نیرو بر جابه‌جایی عمود است: وقتی شخصی با تندی ثابت راه می‌رود و همانند شکل روبه‌رو، بسته‌ای را که در دست دارد، جابه‌جا می‌کند، زاویهٔ بین نیرویی که دستان او به بسته وارد می‌کند با جابه‌جایی بسته، ۹۰ درجه است. در این حالت، $\cos\theta$ برابر صفر است و این نیرو، کاری بر روی بسته انجام نمی‌دهد:

$$W_F = 0$$

حالا که معنی کار را یادآوری کردیم، باید اشاره‌ای هم به «انرژی» داشته باشیم، وقتی می‌گوییم یک جسم انرژی دارد، منظورمان این است که آن جسم می‌تواند کار انجام دهد، یک دلیل داشتن انرژی، حرکت است و به انرژی‌ای که اجسام به سبب حرکتشان دارند، «انرژی جنبشی» (K) گفته می‌شود. اگر جسمی به جرم m، با تندی v، حرکت کند، انرژی جنبشی‌اش، از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

به انرژی‌ای که اجسام به سبب وضعیت خاص خود، به صورت ذخیره در اختیار دارند، «انرژی پتانسیل» (U) گفته می‌شود. برای محاسبهٔ این نوع انرژی، فرمول یکتایی وجود ندارد و بسته به این‌که منشأ این انرژی ذخیره، چه چیزی باشد، فرمول آن متفاوت است. البته شما تنها در حالتی که این انرژی، منشأ گرانشی داشته باشد، فرمول $U = mgh$ را دیده بودید. (برای استفاده از این فرمول، یک سطح افقی دلخواه را به عنوان «مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی» در نظر می‌گرفتید و ارتفاع جسم از این سطح را به عنوان h، در این فرمول می‌گذاشتید.) به مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل یک جسم، «انرژی مکانیکی» (E) گفته می‌شود:

$$E = K + U$$

همین‌جا باید ارتباط سه نوع انرژی مطرح‌شده را با کار یادآوری کنیم. سه رابطهٔ زیر را باید بدانید: *(فعلاً فقط نگاهشون کنین؛ برای حفظ کردنشون یه‌کم دست نگه دارین!)*

$$W = \Delta K$$
$$W = -\Delta U$$
$$W = \Delta E$$

وای!... اینا رو توو فیزیک دهم خونده بودیم؟!... پس چرا ما هیچی یادمون نمیاد؟!.... فکر کنم آلزایمر داریم!... برای پی رابطهٔ وسطی، «منفی» داره؟!... اصن W، کار چه نیرویه؟!

اشکالی نداره! به همین خاطر، من ابتدای این درس رو به «یادآوری» اختصاص دادم! در مورد سه تا رابطهٔ بالا، لطفاً به این نکات توجه کنین:

اول این‌که متأسفانه، اثبات این سه رابطه، در حد ما نیست! پس باید آن‌ها را بی چون و چرا حفظ کنید! البته در کتاب شگفت‌انگیز فیزیک ۱، در مورد علامت منفی در رابطهٔ وسطی، توضیحاتی داده بودیم؛ اما نیازی به تکرار آن‌ها در این‌جا نیست. *کافیه بچهٔ خوب و حرف‌گوش‌کنی باشین و هر چی می‌گم، بپذیرین!*

باکمال میل!.... چشم!

آفرین! ... نکتهٔ دومی که باید بپذیرید، این است که W در سه رابطه‌ای که نوشتم، یکسان نیست! لطفاً این سه رابطه را به همراه توضیحاتی که برای W همین پایین می‌نویسم، خوب حفظ کنید:

در این رابطه، W، «کار کل» است. برای محاسبهٔ آن، می‌توانید کار تک‌تک نیروها را محاسبه کرده و با هم جمع «جبری» کنید.

$$W = \Delta K$$

در این رابطه، W، کاری است که توسط سه نیروی زیر انجام می‌شود:
نیروی وزن (گرانشی)، نیروی کشسانی فنر و نیروی الکتریکی

$$W = -\Delta U$$

در این رابطه، W، کار هر نیرویی به‌جز سه نیروی بالا است. اگر نیروی دیگری به‌جز نیروهای وزن، کشسانی فنر یا نیروی الکتریکی به جسم وارد نشود، W در این رابطه را، برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$W = \Delta E$$

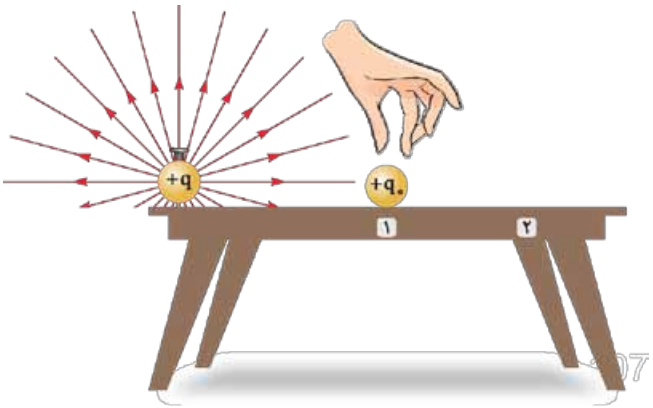
بسیار خب! اکنون آماده‌ایم تا به طور تخصصی، بحث الکتریسیته را ادامه دهیم.

در درس سوم دیدیم که برای بررسی کمی خاصیت الکتریکی در هر نقطه از فضای اطراف بارهای الکتریکی، می‌توان از یک کمیت برداری به نام «میدان الکتریکی» $(\vec{E})$ استفاده کرد. در این ایستگاه، می‌خواهیم یک کمیت نرده‌ای را معرفی کنیم که از آن نیز، می‌توان برای بررسی کمی میدان الکتریکی استفاده کرد.

ببخشین!... می‌شه یادآوری کنین که منظورتون از «بررسی کمی» میدان الکتریکی چی بود؟!

البته! ... در همان درس قبل، از مثال بخاری در یک اتاق استفاده کردیم و گفتیم که یک بخاری، در فضای اتاق، خاصیتی را پدید می‌آورد که به آن «گرمی» می‌گوییم. شما می‌توانید بگویید که گرمی حاصل از این بخاری، در نقطه‌ای در نزدیکی آن، بیشتر از نقطه‌ای است که در فاصلهٔ دورتری از آن قرار دارد. اما در فیزیک، ما به عبارت‌هایی مثل «بیشتر» و «کم‌تر» قانع نیستیم و می‌خواهیم بدانیم که گرمی حاصل از بخاری در یک نقطه از اتاق، «چه‌قدر» بیشتر یا کم‌تر از نقطه‌ای دیگر است و این، یعنی بررسی کمی! برای این منظور، می‌توان از «دما» در هر نقطه استفاده کرد. به روشی مشابه، وقتی یک بار الکتریکی در نقطه‌ای از فضای یک اتاق قرار می‌گرفت، در فضای اتاق، خاصیتی پدید می‌آورد که البته مانند گرمی و سردی، قابل احساس نبود؛ اما چنان‌که دیدیم، می‌توانستیم شدت و ضعف آن را در هر نقطه، با کمیتی برداری به نام میدان الکتریکی بسنجیم.

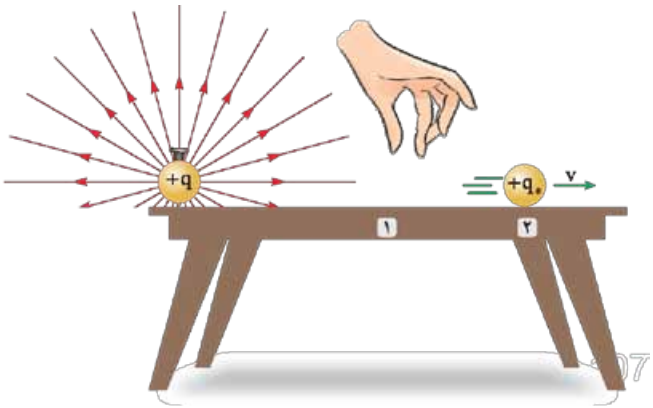
برای شروع بحث جدیدمان، فرض کنید گلولهٔ کوچکی با بار الکتریکی $+q$ را با میخی، به سطح یک میز ثابت کرده‌ایم. در شکل روبه‌رو، تعدادی از خطوط میدان الکتریکی حاصل از این بار را می‌بینید. فرض کنید سطح میز، کاملاً صیقلی و بدون اصطکاک است. به نظر شما اگر گلولهٔ کوچک دیگری با بار $+q_0$ را همان‌گونه که در شکل می‌بینید، در نقطهٔ (۱)، روی میز بگذاریم و رها کنیم، چه اتفاقی می‌افتد؟



معلومه! ... چون بارش مثبته، بهش نیرویی هم‌جهت با میدان وارد می‌شه و توو همین جهت به حرکت در میاد.

درست است! چون این بار را در نقطهٔ (۱) «رها» کردیم، تندی‌اش در این نقطه صفر است و از این‌رو، انرژی جنبشی‌ای هم ندارد. آیا در نقطه‌ای مثل نقطهٔ (۲) هم انرژی جنبشی‌اش صفر است؟!

به نظر ما، خیر! ... وقتی این گلوله به نقطهٔ (۲) می‌رسه، یه تندی‌ای داره و به همین دلیل، از این نقطه می‌گذره و بازم می‌ره جلو!



کاملاً درست است! به این ترتیب، چنان‌که در شکل روبه‌رو هم نشان داده‌ام، انرژی جنبشی آن در نقطهٔ (۲) صفر نیست و اکنون این پرسش مطرح است که گلوله، این انرژی جنبشی را از کجا آورده است؟!

حتماً می‌خواین بگین گلوله از اول، یه مقدار انرژی ذخیره (پتانسیل) داشته!

قطعاً همین‌طور است! واقعیت این است که وقتی یک بار الکتریکی در نقطه‌ای از یک میدان الکتریکی قرار می‌گیرد، صاحب مقداری انرژی پتانسیل می‌گردد که به آن «انرژی پتانسیل الکتریکی» می‌گوییم و آن را با نماد U نشان می‌دهیم. وقتی بار آزمون $+q_{\circ}$ از نقطهٔ (۱) رها می‌شود، این انرژی پتانسیل، رفته‌رفته کاهش یافته و به انرژی جنبشی تبدیل می‌گردد. هنگامی که انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود، معمولاً از اصطلاح «آزادشدن انرژی پتانسیل الکتریکی» استفاده می‌شود.

... و حالا حتماً می‌خواین فرمولی برای محاسبهٔ این انرژی پتانسیل بهمون بگین!

راستشو بخواین، هم بله و هم خیر! ... انرژی پتانسیل الکتریکی از رابطه‌ای به صورت $U = k\frac{qq_{\circ}}{r}$ به دست می‌آید، اما متأسفانه (و یا شاید هم خوشبختانه!)، کتاب درسی شما، به این رابطه اشاره‌ای نکرده است و به همین دلیل، نیازی نیست آن را بدانید!

چه‌قدر شبیه قانون کولنه! .... فقط مخرجش توان ۲ نداره!

همین‌طور است! ... بیایید فقط استفادهٔ کوچکی از این رابطه بکنیم و سپس، آن را فراموش کنیم! این رابطه نشان می‌دهد که انرژی پتانسیل الکتریکی بار $+q_{\circ}$ در هر نقطه، با مقدار این بار متناسب است (به $q_{\circ}$ در صورت کسر $k\frac{qq_{\circ}}{r}$ توجه کنید!)؛ بنابراین، هر چه بار $q_{\circ}$ بزرگ‌تر باشد، انرژی پتانسیل آن هم بیشتر است. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی در هر نقطه را به مقدار بار آزمون تقسیم کنیم، حاصل این تقسیم، به $+q_{\circ}$ بستگی نخواهد داشت ...

چه جالب! این شبیه همون کاریه که قبلاً در مورد میدان الکتریکی انجام دادیم! ... اون‌جا نیروی الکتریکی رو به بار آزمون تقسیم کردیم و گفتیم که کسر $\frac{\vec{F}}{q_{\circ}}$ به بار آزمون بستگی نداره!

خوشحالم که ارتباط مطالب را با هم، به این خوبی درک می‌کنید! با این توضیحات، اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار $+q_0$ را در نقطهٔ (۱)، با U_1 نشان دهیم، کسر $\frac{U_1}{q_0}$ به مقدار $+q_0$ بستگی ندارد. *(در حقیقت، این‌طوری می‌شه؛* $\frac{k\frac{qq_0}{r}}{q_0}$ *)* فیزیکدانان، نام این کسر را «پتانسیل الکتریکی» در نقطهٔ (۱) گذاشته‌اند و آن را با نماد V_1 نشان داده‌اند:

$$V_1 = \frac{U_1}{q_0}$$

به تفاوت نام‌های U و V توجه کنید: نام U، «انرژی پتانسیل الکتریکی» و نام V «پتانسیل الکتریکی» است! یکای پتانسیل الکتریکی با استفاده از رابطهٔ بالا، به صورت $\frac{\text{ژول}}{\text{کولن}}$ نتیجه می‌شود که آن را «ولت» نامیده و باز هم با نماد V نشان می‌دهند. فرض کنید به شما گفته شود که در نقطهٔ (۱)، پتانسیل الکتریکی برابر $100\ V$ است. از این مقدار، چه برداشتی می‌کنید؟

۱۰۰ ولت، یعنی ۱۰۰ ژول بر کولن! ... پس می‌شه گفت که اگه باری به اندازهٔ یک کولن، توو اون نقطه قرار بدیم، این بار، صاحب ۱۰۰ ژول انرژی پتانسیل الکتریکی می‌شه.

کاملاً درست گفتید! اکنون توجه کنید که اگر موقعی که بار آزمون به نقطهٔ (۲) می‌رسد، انرژی پتانسیلش برابر U_2 باشد، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ (۲) هم با استفاده از رابطه‌ای که گفتیم، قابل تعیین است:

$$V_2 = \frac{U_2}{q_0}$$

اگر V_2 را منهای V_1 کنیم، می‌فهمیم که وقتی از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲) می‌رویم، پتانسیل الکتریکی، چه‌قدر «تغییر» می‌کند: *(برای این‌که بتونین اساسی از این موضوع داشته باشین، می‌تونین تصور کنین که از یه نقطهٔ اتاق به نقطهٔ دیگه‌ای بریم و بفوایم بدونیم چه‌قد تغییر دما داشته‌ایم!)*

$$V_2 - V_1 = \frac{U_2}{q_0} - \frac{U_1}{q_0} = \frac{U_2 - U_1}{q_0} \Rightarrow \boxed{\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0}}$$

ببخشین! ما شنیدیم بعضی جاها، به ΔV میگن «اختلاف» پتانسیل دو نقطهٔ (۱) و (۲)!

خیلی خوبه که انقد به واژه‌ها حساس شدین! ... معمولاً واژهٔ «اختلاف» را زمانی به کار می‌بریم که علامت ΔV برایمان مهم نباشد! در این صورت، منظور ما از اختلاف پتانسیل دو نقطه، $V_{\text{کوچک‌تر}} - V_{\text{بزرگ‌تر}}$ است و رابطهٔ بالا را به صورت $|\Delta V| = \frac{|\Delta U|}{|q_0|}$ به کار می‌بریم. اگر «تغییر» پتانسیل را بخواهند، باید حتماً بدانیم که از کدام نقطه به کدام نقطه رفته‌ایم و منظور از تغییر پتانسیل، $V_{\text{اولیه}} - V_{\text{ثانویه}}$ است. ناگفته نماند که گاهی نیز اختلاف پتانسیل را از ما می‌خواهند؛ اما خودشان به ما می‌گویند که پتانسیل کدام نقطه را منهای کدام‌یک کنیم! با این موضوع، بیشتر در فصل بعد سروکار خواهیم داشت.

منوتو ۱۲

من **در یک میدان الکتریکی، ذره‌ای با بار الکتریکی $+2\ \mu C$ از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود. اگر در این جابه‌جایی $10\ \mu J$ از انرژی پتانسیل الکتریکی این بار به انرژی جنبشی تبدیل شده باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو نقطهٔ A و B چند ولت است؟**

۱) ۲۰ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۰/۲

پاسخ کافی است مقدارهای داده‌شده را در رابطهٔ اختلاف پتانسیل قرار دهیم؛ فقط توجه کنید که چون تغییر انرژی پتانسیل با یکای میکروژول و بار الکتریکی با یکای میکروکولن داده شده است، اختلاف پتانسیل با یکای $\frac{\text{میکروژول}}{\text{میکروکولن}}$ و یا همان ولت به دست می‌آید:

$$|\Delta V| = \frac{|\Delta U|}{|q_0|} = \frac{10}{2} = 5\ V$$

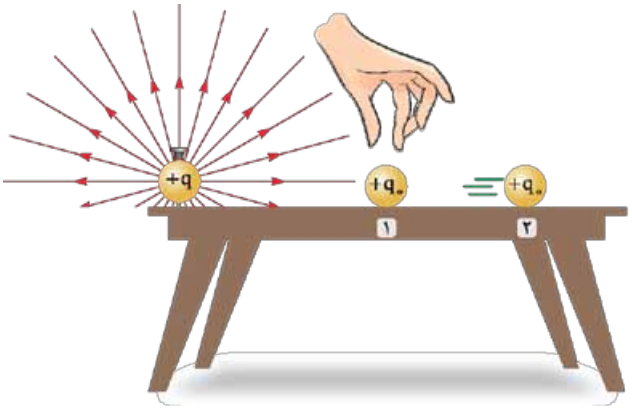
گزینهٔ ۲

تو **اختلاف پتانسیل الکتریکی دو نقطهٔ A و B برابر $5\ V$ است. اگر بار الکتریکی $+4\ nC$ را بین دو نقطه جابه‌جا کنیم، اندازهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میکروژول می‌شود؟**

۱) ۲ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۰۲ ۴) ۲۰۰

بسیار خب! در این‌جا باید توجه شما را به چند نکتهٔ بسیار مهم جلب کنم!

۱ **شرط لازم برای شارش بار:** لطفاً یک بار دیگر به شکل روبه‌رو توجه کنید! به نظر شما، در این شکل انرژی پتانسیل بار آزمون $+q_0$ در نقطهٔ (۱) بیشتر است یا در نقطهٔ (۲)؟



می‌تونیم از فرمولی که برای U گفتین، استفاده کنیم؟!

نه خیر! قرار بود فرمول $U = k\frac{qq_0}{r}$ را حفظ نکنید! *(مثه این‌که برعکسه‌ها! هر چیو من می‌گم «حفظ نکنید»، بهتر یادتون می‌مونه!!)*

چشم! ... هر چی شما بگین! ... می‌شه این‌جوری استدلال کرد که وقتی بار آزمون از نقطهٔ (۱) رها می‌شد، هر چی جلوتر می‌رفت، انرژی جنبشیش بیشتر می‌شد؛ لابد انرژی پتانسیلش کم‌تر می‌شه!

کاملاً درست گفتید! به این ترتیب، می‌توان نتیجه گرفت که: $U_2 < U_1$ است. از طرفی، از رابطهٔ $V = \frac{U}{q_0}$ می‌توان نتیجه گرفت که $V_2 < V_1$ است.

حالا به یک موضوع دیگر در همان شکل بالا توجه کنید! وقتی بار آزمون $+q_0$ را در نقطهٔ (۱) رها می‌کنیم، بدون آن‌که لازم باشد ما کاری انجام دهیم، بار $+q_0$ از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲) می‌رود؛ اما اگر آن را در نقطهٔ (۲) رها می‌کردیم، هرگز به نقطهٔ (۱) نمی‌رفت! لطفاً دو جملهٔ زیر را با هم ترکیب کنید:

الف) در شکل بالا، $V_2 < V_1$ است.

ب) بار آزمون مثبت، تمایل دارد از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲) برود.

چه جالب! می‌تونیم بگیم «بار مثبت تمایل داره از جایی که پتانسیل بیشتره، بره به جایی که پتانسیل کم‌تره!

آفرین! نکتهٔ مهم زیر را خوب به خاطر بسپارید:

شرط لازم برای شارش بار از یک نقطه به نقطهٔ دیگر، وجود اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه است. بارهای مثبت، تمایل دارند از جایی که پتانسیل الکتریکی، بیشتر است، به جایی شارش کنند که پتانسیل الکتریکی، کم‌تر است (و البته بارهای منفی، برعکس‌اند).

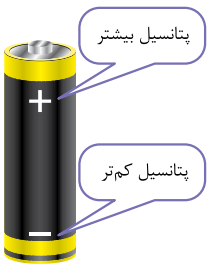
۲ **سوی خطوط میدان الکتریکی:** قبلاً گفته بودیم که سوی خطوط میدان الکتریکی، به گونه‌ای رسم می‌شود که گویی از بارهای مثبت، خارج و به بارهای منفی، وارد می‌شوند. اکنون با توجه به این‌که در همان شکل قبلی، $V_2 < V_1$ بود، می‌توان به نتیجهٔ مهم زیر دست یافت:

سوی خطوط میدان الکتریکی، همیشه از پتانسیل الکتریکی بیشتر به پتانسیل الکتریکی کم‌تر است.

۳ **علامت جبری پتانسیل الکتریکی:** به طور کلی، انرژی پتانسیل الکتریکی (U) و پتانسیل الکتریکی (V)، کمیت‌هایی نرده‌ای‌اند؛ اما چنان‌که می‌دانید، کمیت‌های نرده‌ای، می‌توانند مثبت یا منفی باشند. هنگام قضاوت در مورد مقدار پتانسیل الکتریکی، علامت جبری آن هم مهم است؛ مثلاً پتانسیل الکتریکی $+5\ V$، بیشتر از پتانسیل الکتریکی $-10\ V$ است! (درست همان‌طور که دمای $+5^\circ C$، بیشتر از دمای $-10^\circ C$ است!) به همین دلیل است که در رابطه‌های مربوط به این قسمت، باید علامت جبری بارها را هم در رابطه وارد کرد. به این ترتیب، یادتان بماند که:

پتانسیل الکتریکی، کمیتی نرده‌ای است که می‌تواند مثبت، منفی و یا صفر باشد. هنگام قضاوت در مورد مقدار پتانسیل الکتریکی، باید علامت آن را هم در نظر گرفت و در رابطه‌های مربوط به پتانسیل و انرژی پتانسیل الکتریکی، باید علامت بار الکتریکی را هم وارد کرد.

۴ **مقایسهٔ تصویری پتانسیل الکتریکی دو نقطه:** معمولاً اگر بخواهند روی شکلی، پتانسیل الکتریکی دو نقطه را مقایسه کنند، نقطه‌ای را که پتانسیل بیشتری دارد، با نماد «+» و نقطه‌ای را که پتانسیل کم‌تری دارد، با نماد «−» مشخص می‌کنند. همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، از این دو نماد، برای مقایسهٔ پتانسیل الکتریکی در پایانهٔ باتری‌ها استفاده می‌شود.



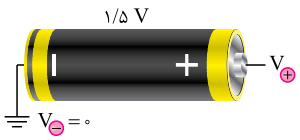
عجب!... ما فکر می‌کردیم اینا نشون میدن یه سر باتری دارای بار مثبت و سر دیگه‌ش دارای بار منفیه!!

این‌طور نیست! البته در فصل بعد، بررسی کامل‌تری در مورد باتری خواهیم داشت.

بیفشین! می‌تونیم بگیم پتانسیل الکتریکی پایانهٔ «+»، مثبته و پتانسیل الکتریکی پایانهٔ «−»، منفیه؟!

این هم درست نیست! ممکن است پتانسیل پایانهٔ «+»، مثلاً برابر ۱۰ ولت و پتانسیل پایانهٔ «−»، برابر ۸/۵ ولت باشد؛ پتانسیل پایانه «−»، فقط باید کم‌تر از پایانهٔ دیگر باشد و لزومی ندارد منفی باشد.

۵ زمین: می‌توان یک نقطهٔ دلخواه را به عنوان مرجع پتانسیل الکتریکی در نظر گرفت و به آن پتانسیل الکتریکی صفر را نسبت داد. چنین نقطه‌ای را اصطلاحاً نقطهٔ زمین می‌نامند و در مدارهای الکتریکی، آن را با نماد (⏚) نشان می‌دهند.



پس از انتخاب نقطه‌ای به عنوان نقطهٔ زمین، می‌توان پتانسیل الکتریکی نقطه‌های دیگر را در مقایسه با این نقطه تعیین کرد. به عنوان نمونه در شکل روبه‌رو، یک باتری معمولی ۱/۵ ولتی را می‌بینید که پایانهٔ منفی آن به زمین متصل شده است. در این صورت می‌توان گفت پتانسیل الکتریکی این پایانه صفر و پتانسیل الکتریکی پایانهٔ مثبت، برابر $V = 1/5\ V$ است.

بیفشین! ما درست منظور از «نقطهٔ زمین» رو نفهمیدیم! منظورتون از شکل بالا اینه که از پایانهٔ منفی باتری یه سیم کشیدیم و اون رو انداختیم روی زمین؟!

به شما حق می‌دهم که دچار چنین ابهامی شده باشید؛ دلیل اصلی آن هم واژهٔ «زمین» است که غالباً آن را به معنی زمین زیر پایمان به کار می‌بریم! باید بدانید که منظور ما از «زمین» در الکتریسیته، لزوماً زمین زیر پای ما نیست و می‌تواند هر نقطهٔ دلخواهی باشد که عده‌ای توافق کرده‌اند آن را به عنوان مرجع پتانسیل الکتریکی در نظر بگیرند. به عنوان نمونه، سازندگان قسمت‌های الکتریکی یک خودرو توافق کرده‌اند بدنهٔ خودرو را به عنوان مرجع پتانسیل الکتریکی در نظر بگیرند. به این ترتیب می‌توانیم به بدنهٔ یک خودرو «زمین» بگوییم. همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، پایانهٔ منفی باتری خودرو به بدنه متصل می‌شود که آن را در این شکل با نماد «زمین» نشان داده‌ایم. معمولاً در آزمایش‌های الکتریسیتهٔ ساکن، یک جسم رسانای بزرگ (مثل بدنهٔ خودرو در شکل روبه‌رو یا بدن انسان و یا شیر آب که به شبکهٔ وسیع لوله‌کشی آب متصل است) به عنوان «زمین» انتخاب می‌شود.

منونه ۱۳

من **وقتی بار الکتریکی $-2\ \mu C$ در یک میدان الکتریکی از نقطهٔ A با پتانسیل الکتریکی ۲۰ V به نقطهٔ B می‌رود، $10\ \mu J$ از انرژی پتانسیل الکتریکی آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B چند ولت است؟**

۱) ۱۵ ۲) −۱۵ ۳) −۲۵ ۴) ۲۵

پاسخ پیش از هر چیز توجه کنید که چون انرژی پتانسیل الکتریکی بار کاهش یافته (تبدیل به انرژی جنبشی شده است)، حتماً انرژی پتانسیل ثانویه کم‌تر از انرژی پتانسیل اولیه بوده است و باید ΔU را با علامت منفی در رابطه قرار داد. به این نکته هم توجه کنید که چون بار از نقطهٔ A به نقطهٔ B رفته است، منظور از ΔV (تغییر پتانسیل الکتریکی)، $V_B - V_A$ است:

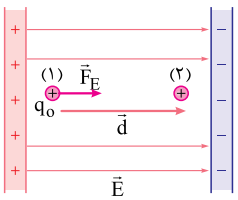
$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_\circ} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q_\circ} \Rightarrow V_B - 20 = \frac{-10}{-2} \Rightarrow V_B = 25\ V$$

گزینهٔ ۴

تو اگر در یک میدان الکتریکی، بار الکتریکی $-5\ \mu C$ از نقطهٔ A با پتانسیل الکتریکی $-2\ V$ به نقطهٔ B با پتانسیل الکتریکی $+8\ V$ برود، .....

۱) $50\ \mu J$ از انرژی پتانسیل الکتریکی آن آزاد می‌شود.
۲) $50\ \mu J$ بر انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزوده می‌شود.
۳) $30\ \mu J$ از انرژی پتانسیل الکتریکی آن آزاد می‌شود.
۴) $30\ \mu J$ بر انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزوده می‌شود.

در ادامهٔ این درس می‌خواهیم رابطهٔ کلی نوشته‌شده برای اختلاف پتانسیل (یعنی $\Delta V = \frac{\Delta U}{q_\circ}$) را در یک حالت خاص به کار گیریم و به رابطه‌ای جدید دست یابیم. حالت خاصی که قصد بررسی‌اش را داریم، میدان الکتریکی یکنواخت است، فرض کنید همانند شکل روبه‌رو، بار الکتریکی $+q_\circ$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت، هم‌جهت با خطوط میدان به اندازهٔ d جابه‌جا می‌شود و از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲) می‌رود، F_E در این شکل، نیرویی است که میدان الکتریکی به بار وارد می‌کند و اندازهٔ آن را می‌توان به صورت زیر تعیین کرد:



$$E = \frac{F_E}{q_\circ} \Rightarrow F_E = q_\circ E$$

چنان‌که می‌بینید، این نیرو با جابه‌جایی، زاویهٔ صفر درجه می‌سازد؛ به این ترتیب کار آن را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$W_E = (F_E \cos\theta)d = q_\circ E \underbrace{\cos 0^\circ}_{1} d = q_\circ Ed$$

با استفاده از آن‌چه در مورد تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در ابتدای همین درس یادآوری کردیم، می‌توان نوشت:

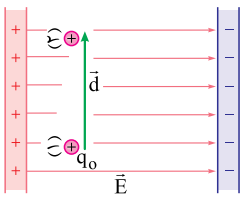
$$\Delta U = -W_E = -q_\circ Ed$$

و بالأخره می‌توان تغییر پتانسیل الکتریکی در حرکت از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲) را به دست آورد:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_\circ} = \frac{-q_\circ Ed}{q_\circ} = -Ed$$

علامت منفی می‌خواهد به ما بگوید که وقتی از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲) می‌رویم، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد؛ چیزی که انتظارش را داشتیم! معمولاً رابطهٔ به دست آمده را برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل دو نقطه در یک میدان الکتریکی یکنواخت، به صورت زیر به کار می‌بریم:

$$|\Delta V| = Ed$$



یادتان باشد در این رابطه منظور از d، فاصلهٔ دو نقطه در راستای خطوط میدان الکتریکی است؛ منظورم این است که اگر مثلاً شکلی به صورت روبه‌رو به شما دادند، حق ندارید برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل دو نقطهٔ (۱) و (۲) در این شکل، فاصله‌ای را که با d در این شکل مشخص شده است در رابطهٔ به دست آمده قرار دهید.

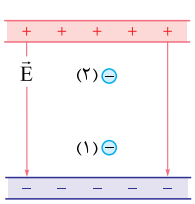
ببخشین! توو این شکلی که کشیدین، اختلاف پتانسیل دو نقطه صفره؟!

درست است! اگر نیروی F_E را در این شکل بکشید، می‌بینید که بر جابه‌جایی بار عمود است و به همین دلیل کار آن برابر صفر است. در حقیقت فاصلهٔ دو نقطهٔ (۱) و (۲) در راستای خطوط میدان الکتریکی در این شکل، صفر است.

پیش از پرداختن به چند مثال، به این نکته هم توجه کنید که اگر رابطهٔ $|\Delta V| = Ed$ را به صورت $E = \frac{|\Delta V|}{d}$ بنویسیم، خواهیم دید که یکای میدان الکتریکی به صورت $\frac{\text{ولت}}{\text{متر}}$ نتیجه می‌شود. البته اگر یکای ولت را با $\frac{\text{ژول}}{\text{کولن}}$ و یکای ژول را با نیوتون. متر جایگزین کنیم، به همان یکای قبلی $\frac{\text{نیوتون}}{\text{کولن}}$ خواهیم رسید!

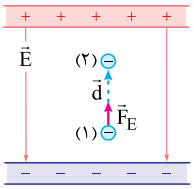
منو تو ۱۴

من در شکل روبه‌رو یک بار نقطه‌ای منفی در یک میدان الکتریکی یکنواخت، از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲) جابه‌جا شده است. در این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی بار ..... می‌یابد و پتانسیل الکتریکی نقطهٔ (۲)، ..... از پتانسیل الکتریکی نقطهٔ (۱) است. (به ترتیب از راست به چپ)



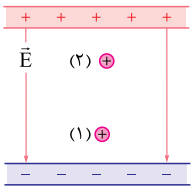
۱) افزایش، بیشتر
۲) افزایش، کم‌تر
۳) کاهش، بیشتر
۴) کاهش، کم‌تر

پاسخ در شکل روبه‌رو، جهت نیرویی که میدان الکتریکی به بار وارد می‌کند، نشان داده شده است، توجه دارید که چون بار ما منفی است، جهت نیروی الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی رسم شده است. با توجه به این‌که جهت نیروی الکتریکی هم‌جهت با جابه‌جایی بار است، می‌توان نتیجه گرفت کار آن مثبت است. با توجه به رابطهٔ $\Delta U = -W_E$، فوراً نتیجه می‌گیریم ΔU منفی بوده است؛ یعنی انرژی پتانسیل بار کاهش یافته است.



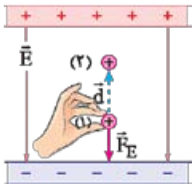
برای قضاوت در مورد پتانسیل الکتریکی، نیازی نیست به علامت بار آزمون توجه کنیم! کافی است به یاد بیاوریم که جهت خطوط میدان الکتریکی از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کم‌تر است؛ به این ترتیب، چون خطوط میدان در این شکل از بالا به پایین هستند، پتانسیل نقطهٔ (۲) که بالاتر از نقطهٔ (۱) است، بیشتر از نقطهٔ (۱) است. **گزینهٔ ۳**

تو **در شکل روبه‌رو یک بار نقطه‌ای مثبت در یک میدان الکتریکی یکنواخت، از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲) جابه‌جا شده است. در این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی بار ..... می‌یابد و پتانسیل الکتریکی نقطهٔ (۲)، ..... از پتانسیل الکتریکی نقطهٔ (۱) است. (به ترتیب از راست به چپ)**



۱) افزایش، بیشتر
۲) افزایش، کم‌تر
۳) کاهش، بیشتر
۴) کاهش، کم‌تر

ببخشین! ما یه چیزی رو متوجه نمی‌شیم! الان مثلاً توو همین مثال بالا (قسمت «تو»). بار آزمون ما در خلاف جهت نیروی میدان الکتریکی حرکت کرده. این چه‌جوری امکان داره که نیرو به طرف پایین باشه، ولی بار بره بالا؟!

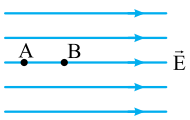


سؤال خوبی پرسیدی! در این مورد، باید توجه شما را به دو نکته جلب کنم. اول این‌که در این سؤال یا سؤال‌های مشابه، ادعا نشده که جسم فقط تحت تأثیر نیروی الکتریکی است و همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، ممکن است یک نیروی خارجی (مثلاً نیروی دست ما) هم به جسم وارد شده و آن را حرکت داده باشد. نکتهٔ دوم این است که در فیزیک دوازدهم خواهیم دید که جهت نیروی وارد بر یک جسم، لزوماً هم‌جهت با جابه‌جایی آن نیست.

درک این نکتهٔ دوم به پیش‌نیازهایی احتیاج دارد که در فیزیک ۳ خواهید دید و نمی‌خواهم در این‌جا در مورد آن بحث کنم. در فصل دوم فیزیک ۳ در این مورد به اندازهٔ کافی خواهید خواند.

منو تو ۱۵

من **در شکل زیر، میدان الکتریکی یکنواخت $E = ۳۰۰۰\ N/C$ و فاصلهٔ AB برابر با $۲\ cm$ است. اگر پتانسیل الکتریکی نقاط A و B را به ترتیب با V_A و V_B نشان دهیم، $V_A - V_B$ چند ولت است؟**

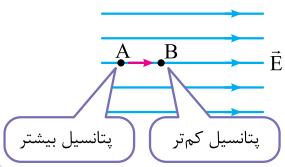


۱) ۶۰۰۰
۲) -۶۰
۳) -۶۰۰۰
۴) ۶۰

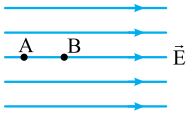
پاسخ بیایید ابتدا اختلاف پتانسیل دو نقطهٔ A و B را محاسبه کنیم:

$$|\Delta V| = Ed = ۳۰۰۰ \times ۰/۰۲ = ۶۰\ V$$

گفته بودیم سوی خطوط میدان الکتریکی همیشه از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کم‌تر است. از این‌رو چنان‌که در شکل روبه‌رو می‌بینید، پتانسیل نقطهٔ A بیشتر از پتانسیل نقطهٔ B است و باید $V_A - V_B$ مثبت باشد. **گزینهٔ ۴**



تو **در میدان الکتریکی یکنواخت شکل مقابل پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A برابر $۱۰۰\ V$، اندازهٔ میدان الکتریکی $۲۰۰۰\ N/m$ و فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B برابر $۱۰\ cm$ است. پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B چند ولت است؟**



۱) ۳۰۰
۲) -۱۰۰
۳) -۳۰۰
۴) ۱۰۰

من **ذره‌ای به جرم ۴ میلی‌گرم و بار الکتریکی $+۴\ \mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A با پتانسیل -۸۰ ولت با تندی $۲۰\sqrt{۵}\ m/s$ در راستای میدان به سمت نقطهٔ B به پتانسیل $+۲۰$ ولت پرتاب می‌شود. تندی ذره در نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟ (از نیروی وزن وارد بر ذره صرف نظر شود.)**

۱) $۳۰\sqrt{۲}$ ۲) ۲۷ ۳) $۲۰\sqrt{۲}$ ۴) $۱۰\sqrt{۲}$

پاسخ ابتدا با استفاده از رابطهٔ کلی اختلاف پتانسیل، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را محاسبه می‌کنیم:

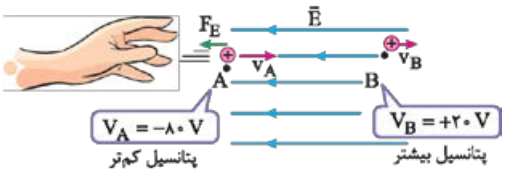
$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q_۰}\Rightarrow +۲۰-(-۸۰)=\frac{\Delta U}{۴\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow \Delta U=۴\times۱۰^{-۴}\ J$$

مثبت‌شدن تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی، به معنای افزایش انرژی پتانسیل است؛ در نتیجه باید انرژی جنبشی به همان اندازه کاهش یافته باشد:

$$\Delta K=-۴\times۱۰^{-۴}\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_B^۲-\frac{۱}{۲}mv_A^۲=-۴\times۱۰^{-۴}\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times\underbrace{۴\times۱۰^{-۳}}_{\text{گرم}}\times\underbrace{۱۰^{-۳}}_{\text{کیلوگرم}}(v_B^۲-(۲۰\sqrt{۵})^۲)=-۴\times۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow v_B^۲=۱۸۰۰\Rightarrow v_B=۳۰\sqrt{۲}\ m/s$$

گر چه خواستهٔ تست را به دست آوردیم؛ اما بد نیست برای درک بهتر صورت تست، از یک شکل به صورت مقابل کمک بگیریم. در این شکل، سوی خطوط میدان الکتریکی را با مقایسهٔ پتانسیل الکتریکی دو نقطهٔ A و B نتیجه گرفته‌ایم. چنان‌که می‌بینید، نیروی الکتریکی وارد بر بار در خلاف جهت حرکت آن است و همین موضوع سبب کاهش تندی بار می‌شود. **گزینهٔ ۱**



ببخشین! نیرویی رو که دست شخص برای پرتاب به بار وارد می‌کنه، هیچ جا در نظر نمی‌گیرین؟!

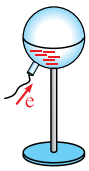
سؤال خوبی است! توجه کنید که نیروی دست، برخلاف نیروهای الکتریکی، یک نیروی «تماسی» است؛ یعنی بر اثر تماس دست با جسم به آن وارد می‌شود و به محض آن‌که جسم از دست جدا می‌شود، این نیرو نیز حذف می‌شود. در حقیقت ضمن حرکت بار از A به B نیرویی از طرف دست به آن وارد نمی‌شود. اگر در این مورد هنوز قانع نشدید، باید صبر کنید تا در فصل دوم فیزیک دوازدهم، مفصلاً در این مورد صحبت کنیم!

یه سؤال دیگه هم داریم! ... همیشه می‌تونیم بگیم تغییر انرژی پتانسیل و جنبشی، قرینهٔ همدیگه هستن؟

این موضوع در صورتی درست است که نیروهای اتلافی بر روی جسم کاری انجام ندهند. چون در بحث الکتریسیتهٔ ساکن اثری از این نیروها نیست؛ می‌توان از این رابطه استفاده کرد: $\Delta K=-\Delta U$

تو **یک الکترون با بار الکتریکی $-۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$ کولن در یک میدان الکتریکی از نقطهٔ A با پتانسیل الکتریکی ۵ V رها شده و به نقطهٔ B می‌رود. اگر انرژی جنبشی الکترون در نقطهٔ B، $۹/۶\times۱۰^{-۱۹}$ ژول باشد، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B چند ولت است؟ (از نیروی وزن وارد بر الکترون صرف نظر کنید.)**

۱) -۱۱ ۲) ۱۱ ۳) -۸ ۴) ۸



بسیار خب! در ادامهٔ این درس می‌خواهیم در مورد رساناها و توزیع بار الکتریکی در آن‌ها بیشتر صحبت کنیم. احتمالاً در درس شیمی هم دیده‌اید که در یک جسم رسانا، انبوهی الکترون وجود دارد که می‌توانند آزادانه در جسم جابه‌جا شوند و به همین دلیل، به آن‌ها الکترون آزاد گفته می‌شود. فرض کنید همانند شکل روبه‌رو، به یک کرهٔ رسانا که روی پایهٔ عایقی قرار دارد، تعدادی الکترون اضافه بدهیم. دافعهٔ بین این الکترون‌های واردشده به جسم از یک طرف و آزادبودن الکترون‌ها برای جابه‌جایی از طرف دیگر، سبب می‌شود این الکترون‌ها تا حد ممکن از هم دور شوند. پس از مدت بسیار کوتاهی (در حدود نانوثانیه)، همان‌گونه که در شکل پایینی می‌بینید، این الکترون‌ها در سطح خارجی جسم رسانا آرام می‌گیرند و اصطلاحاً گفته می‌شود به شرایط تعادل الکترواستاتیکی رسیده‌ایم. در شرایط تعادل الکترواستاتیکی، فوراً می‌توان ادعا کرد که پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط واقع بر سطح و داخل رسانا، یکسان است؛ چرا که اگر چنین نبود، باید بارها بر اثر وجود اختلاف پتانسیل، در رسانا حرکت می‌کردند. نکتهٔ دیگری که می‌توان نتیجه گرفت، این است که در شرایط تعادل الکترواستاتیکی، میدان الکتریکی خالص در هر نقطه داخل جسم رسانا صفر است؛ دلیلش هم این است که اگر میدان صفر نباشد، باید به الکترون‌های آزاد درون فلز نیرو وارد شود و آن‌ها به حرکت درآیند.

ببخشین، اینایی که می‌گین در صورتیه که رسانا «تو پُر» باشه؟!

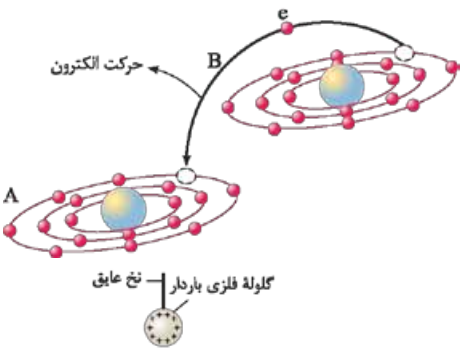
عجب سؤال به جایی! جالب است بدانید که دو نکته‌ای که برای اجسام رسانا در شرایط تعادل الکترواستاتیکی گفتیم، برای اجسام رسانای توخالی با هر شکلی (نه لزوماً کره) هم درست‌اند؛ اما ذکر دلیل آن به مفاهیمی نیاز دارد که خارج از حوزهٔ درسی شما است.

یه سؤال دیگه هم داریم. اگه به کره، بار مثبت می‌دادیم، بازم همین اتفاق می‌افتاد، یعنی بار روی سطحش پخش می‌شد؟!

این هم سؤال خوبی است و پاسخ آن، «بله» است. البته می‌دانم که در ادامهٔ سؤالتان می‌خواهید بپرسید بار مثبت که حرکت نمی‌کند؛ پس چگونه بر سطح کره پخش می‌شود؟!

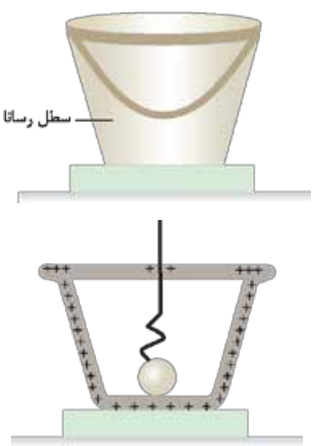
بله! دقیقاً می‌خواستیم همین رو بپرسیم!

در ابتدای همین فصل گفتیم که بار مثبت بر اثر از دست دادن الکترون پدید می‌آید. در شکل روبه‌رو اتم A، اتمی است که یک الکترون از دست داده و بار مثبت دارد. بار مثبت این اتم می‌تواند سبب جذب الکترونی از اتم همسایه شود و چنان‌که در این شکل می‌بینید، اگر یک الکترون از اتم B به اتم A منتقل شود، اتم A خنثی می‌شود و اتم B بار مثبت می‌یابد؛ و این موضوع مانند آن است که بار مثبت از جایی که اتم A قرار دارد به جایی که اتم B قرار دارد، منتقل شده باشد؛ به این ترتیب می‌توان از حرکت بار مثبت هم صحبت به میان آورد!

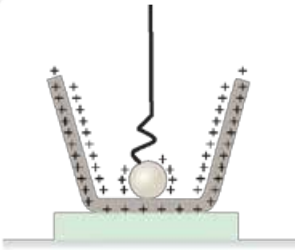


چه جالب! پس اگه در مورد حرکت بارهای مثبت هم صحبت کنیم، اشکالی نداره!

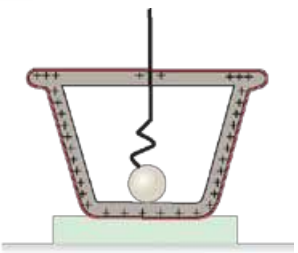
با توجه به توضیحاتی که دادم، هیچ اشکالی ندارد! اکنون می‌خواهیم در مورد پخش بار در رساناها بیشتر صحبت کنیم. برای این منظور باید از آزمایشی صحبت کنیم که در فیزیک به آزمایش سطل یخ فاراده معروف است، منظور از سطل یخ، یک سطل فلزی است که یک در فلزی هم دارد، فرض کنید مانند شکل روبه‌رو یک گلولهٔ فلزی با بار مثبت در اختیار داریم که از نخ عایقی آویزان است. در سطل را باز می‌کنیم و گلوله را در آن می‌اندازیم و سپس در سطل را می‌بندیم. آزمایش نشان می‌دهد که در این حال، همهٔ بار گلولهٔ فلزی، در سطح خارجی سطل پخش می‌شود. این موضوع را در شکل می‌بینید.

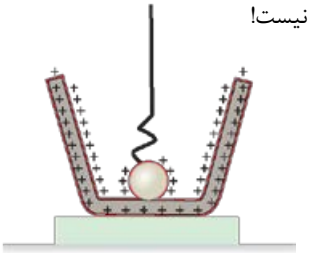


اگه سطل، در نداشت فرقی می‌کرد؟!



در این صورت، بار مثبت به شکل روبه‌رو توزیع می‌شد. نکتهٔ مهمی که باید به آن توجه کنید، معنی دقیق «سطح خارجی» است! در دو شکل زیر، من سطح خارجی یک سطل با در بسته و یک سطل بدون در را با رنگ قرمز مشخص کرده‌ام. می‌بینید که در دو شکل، سطح خارجی یکسان نیست!

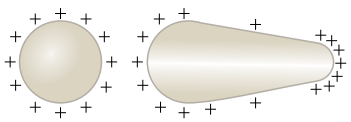




برای این‌که سطح خارجی را به خوبی تشخیص دهید، می‌توانید در ذهن خود فرض کنید که اگر جسم رسانا را در تشتی پر از یک مایع رنگی به طور کامل فرو بریم، کدام‌یک از سطوح جسم رنگی می‌شوند؛ این سطوح، سطح خارجی به شمار می‌روند!

ببخشین! یه سؤال دیگه هم داریم! آیا پخش بار در سطح خارجی رساناها همه‌جا یه جوره؟ منظورم اینه که بارها به طور یکسان همه‌جا پخش می‌شن یا بعضی جاها به هم نزدیک‌تر و بعضی جاها از هم دورترن؟!

سؤال خیلی خوبی پرسیدی! در مورد یک جسم رسانا به شکل کره، بار الکتریکی به طور یکنواخت در همه جای سطح خارجی کره قرار می‌گیرد؛ اما در صورتی که جسم رسانا به شکل کره نباشد، آزمایش نشان می‌دهد که تجمع بار در جاهای برجسته و تیز بیشتر از سایر مکان‌های جسم است. در شکل روبه‌رو، توزیع بار مثبت در دو جسم رسانا را در همین رابطه می‌بینید.



و بالأخره، صحبت خود در مورد اجسام رسانا را با یادآوری و تکمیل موضوعی از علوم سال هشتم ادامه می‌دهیم!

وای! ... یادش به خیر! ... ولی راستشو بخواین ما هیچی ازش یادمون نمونده!

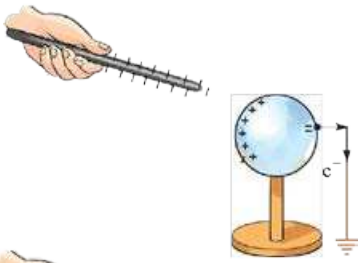
نیازی نیست اینو به من بگین! ... قبلاً هم گفته بودم که من با فراموش‌کاری نسل جدید به خوبی آشنا هستم! ... نگران نباشید! همه‌چیز را با دقت و وسواس، تکرار و سپس تکمیل می‌کنیم!

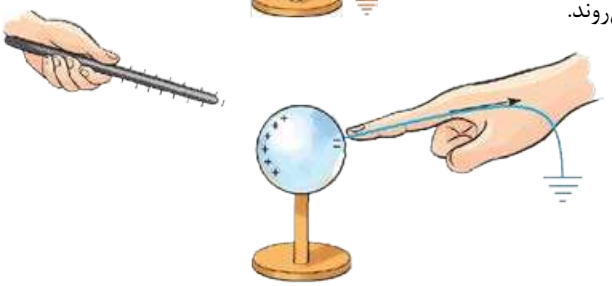
فرض کنید همانند شکل روبه‌رو، یک میلهٔ پلاستیکی بر اثر مالش، بار منفی پیدا کرده است، می‌خواهیم این میلهٔ باردار را به یک کرهٔ رسانای خنثی که روی پایهٔ عایقی قرار دارد، نزدیک کنیم و ببینیم چه اتفاقی می‌افتد. گفته بودیم که رساناها، انبوهی الکترون دارند که می‌توانند به راحتی در رسانا جابه‌جا شوند و به همین دلیل، به آن‌ها الکترون آزاد گفته می‌شود. با نزدیک‌کردن میلهٔ پلاستیکی دارای بار منفی به کرهٔ فلزی، الکترون‌های آزاد از بخشی از کره که نزدیک میلهٔ باردار است رانده شده و در طرف دیگر کره جمع می‌شوند؛ در این حال قسمتی از کره که نزدیک‌تر به میلهٔ باردار است، به دلیل مهاجرت الکترون‌های آزاد به طرف دیگر، بار مثبت یافته است؛ اصطلاحاً گفته می‌شود بارهای منفی و مثبت در کرهٔ رسانا القا شده‌اند. همین پدیدهٔ القا سبب می‌شود بین کرهٔ رسانا (که ابتدا بدون بار بود) و میلهٔ باردار، جاذبهٔ الکتریکی وجود داشته باشد. در حقیقت، بین بارهای مثبت القاشده در کرهٔ رسانا و بار منفی میله، جاذبهٔ الکتریکی و بین بارهای منفی القاشده در کرهٔ رسانا و بار منفی میله، دافعهٔ الکتریکی وجود دارد؛ اما چون بارهای مثبت القاشده در کره به بارهای منفی میله نزدیک‌ترند، نیروی جاذبهٔ الکتریکی بزرگ‌تر از دافعه است و به همین دلیل، کرهٔ رسانا و میلهٔ باردار، کلًا یکدیگر را جذب می‌کنند.

پس به همین دلیله که وقتی مقداری خُرده کاغذ روی یه میز می‌ریزیم و یه شونهٔ پلاستیکی باردار رو به خرده‌های کاغذ که بدون بار هستن، نزدیک می‌کنیم، خرده‌های کاغذ جذب شونه می‌شن؟

باید توجه داشته باشید که پدیدهٔ القا به صورتی که توضیح دادیم، فقط در رساناها اتفاق می‌افتد که دارای الکترون‌های آزاد هستند. آن‌چه در مورد شانهٔ پلاستیکی باردار و خرده‌های کاغذ اتفاق می‌افتد، به دلیل نارسانابودن کاغذ، متفاوت با چیزی است که دیدیم. در حقیقت کاغذ دارای مولکول‌هایی قطبیده است که در شکل روبه‌رو نشان داده شده‌اند. وقتی شانهٔ پلاستیکی باردار را به کاغذ نزدیک می‌کنیم، سر ناهمنام این مولکول‌ها به طرف شانه کشیده می‌شوند و به این دلیل است که خرده‌های کاغذ توسط شانه جذب می‌شوند.

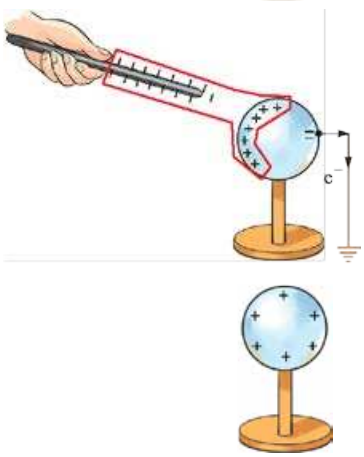
اکنون بازگردیم به کرهٔ رسانا و میلهٔ دارای بار منفی که در نزدیکی آن نگه داشته شده است! فرض کنید همانند شکل روبه‌رو، بدون آن‌که میلهٔ دارای بار منفی را از کره دور کنیم، کره را به «زمین» متصل کنیم. قبلاً برایتان توضیح دادم که منظور از زمین در آزمایش‌های الکتریسیتهٔ ساکن، غالباً یک جسم رسانای خنثی است که ابعادی بسیار بزرگ‌تر از جسم باردار دارد. بدن انسان نمونهٔ خوبی از «زمین» به شمار می‌رود. به این ترتیب دو شکل روبه‌رو، یک معنی دارند! با اتصال کرهٔ رسانا به زمین، الکترون‌هایی که قبلاً به طرف راست کره رانده شده بودند، به زمین می‌روند.



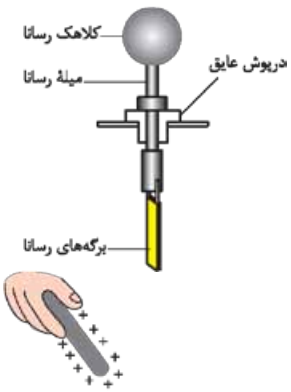


ببخشین! همون‌طور که گفتین می‌تونیم از حرکت بارهای مثبت هم صحبت کنیم. سؤال من اینه که اگه طرف چپ کره رو به زمین وصل می‌کردیم. اون وقت بارهای مثبت می‌رفتن توو زمین؟!

به هیچ وجه! در شکل روبه‌رو، من خطی قرمز به دور بارهای منفی میله و بارهای مثبت القاشده در کرهٔ رسانا کشیده‌ام. واقعیت این است که بارهای واقع در این محدوده، تحت تأثیر جاذبهٔ الکتریکی یکدیگر هستند و همین موضوع سبب می‌شود بارهای مثبت کره نتوانند به زمین منتقل شوند. به این ترتیب حتی اگر سمت چپ کرهٔ رسانا را به زمین متصل می‌کردید، باز هم الکترون‌های طرف راست به زمین منتقل می‌شدند. این موضوع را به خاطر بسپارید که وقتی یک رسانا را که تحت تأثیر القا قرار دارد، به زمین متصل می‌کنیم، همیشه بارهای همنام با میلهٔ القاکننده به زمین منتقل می‌شوند. انتقال این بارها به زمین در مدت‌زمانی بسیار کوتاه صورت می‌گیرد. اگر اتصال با زمین را قطع کنیم و سپس میلهٔ باردار را از جسم رسانا دور کنیم، بارهای الکتریکی مثبت در سرتاسر رسانا پخش می‌شوند.

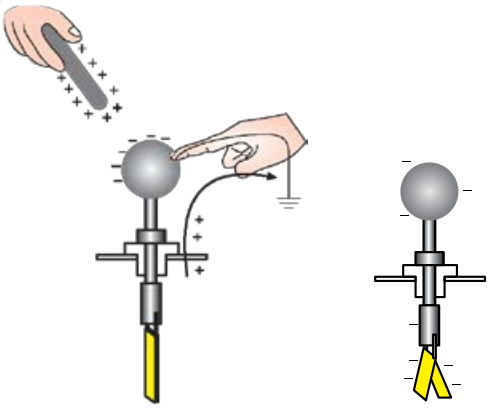


آخرین موضوعی که باید در این درس به آن بپردازیم، بررسی دقیق‌تر ابزاری است که در درس‌های قبلی هم از آن نام بردیم؛ یعنی الکتروسکوپ (برق‌نما). در شکل روبه‌رو، قسمت‌هایی از الکتروسکوپ که برای ما مهم‌تر است، نشان داده شده‌اند.



این مجموعه معمولاً داخل یک محفظه قرار دارد که در این شکل نشان داده نشده است. وقتی یک الکتروسکوپ باردار می‌شود، دو برگهٔ آن به دلیل دافعهٔ الکتریکی از هم دور می‌شوند و با یکدیگر زاویه‌ای می‌سازند.

اول از همه، باید ببینیم الکتروسکوپ را چگونه باردار می‌کنند! فرض کنید یک میلهٔ شیشه‌ای را با روش مالش باردار کرده‌ایم و این میله دارای بار مثبت است. اگر این میله را به کلاهک الکتروسکوپ بدون باری نزدیک کنیم، چنان‌که در شکل روبه‌رو می‌بینید، الکترون‌های آزاد به کلاهک کشیده می‌شوند و در کلاهک، بار منفی و در برگه‌ها بار مثبت القا می‌شود و همین بار مثبت برگه‌ها، سبب بازشدن آن‌ها می‌گردد. اکنون بدون آن‌که میلهٔ باردار را حرکت دهیم، کلاهک الکتروسکوپ را به زمین متصل می‌کنیم. همان‌گونه که در شکل پایینی می‌بینید، بارهای مثبت برگه‌ها در این مرحله به زمین منتقل می‌شوند و برگه‌ها بسته می‌شوند. (البته همان‌طور که قبلاً گفتیم، واقعاً بارهای مثبت حرکت نمی‌کنند و در اصل، این الکترون‌ها هستند که از زمین به برگه‌ها منتقل می‌شوند و بار مثبت آن‌ها را خنثی می‌کنند.)

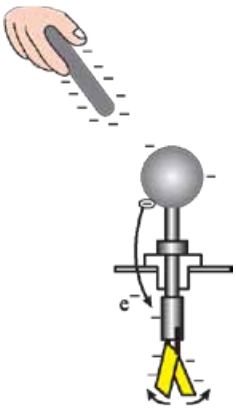


بسیار خب! وقت آن رسیده است که ابتدا اتصال با زمین را قطع کنیم و سپس، میلهٔ باردار را از کلاهک دور کنیم. در این صورت بارهای منفی که تحت تأثیر جاذبهٔ بارهای مثبت میله، روی کلاهک جمع شده بودند، حالا که میلهٔ باردار را دور کرده‌ایم، در سرتاسر الکتروسکوپ پخش می‌شوند و برگه‌ها این بار به دلیل بار منفی باز می‌شوند. آشکار است که زاویهٔ برگه‌ها در این مرحله، کم‌تر از موقعی است که برگه‌ها بار مثبت داشتند؛ چرا که بار منفی در کل الکتروسکوپ (نه فقط در برگه‌ها) پخش می‌شود.

بد نیست یادتان بماند که وقتی یک الکتروسکوپ را به این روش باردار می‌کنیم، همیشه بار نهایی الکتروسکوپ، ناهمنام با بار میله‌ای است که ابتدا به کلاهک نزدیک کرده‌ایم.

ببخشین! شما گفته بودین با الکتروسکوپ می‌شه نوع بار یه جسم باردار رو هم فهمید، می‌شه بگین چه‌جوری؟!

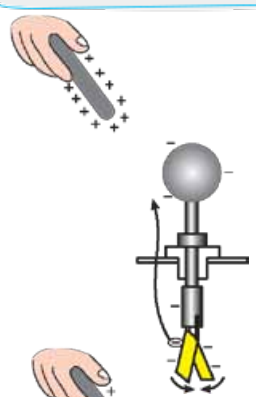
البته! برای این منظور باید از یک الکتروسکوپ باردار استفاده کنیم که نوع بار آن را می‌دانیم. فرض کنید الکتروسکوپی را که به آن بار منفی دادیم، در اختیار داریم. باید ببینیم اگر یک جسم باردار را به کلاهک آن نزدیک کنیم، در حالت‌های مختلف چه اتفاقی می‌افتد.



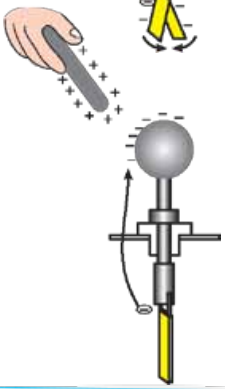
ابتدا فرض کنید جسمی با بار همنام با الکتروسکوپ (یعنی منفی) را در دست داریم و آن را به تدریج به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم. همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، بار منفی میله، الکترون‌ها را از کلاهک به سمت برگه‌ها می‌راند. این موضوع سبب افزایش بار منفی برگه‌ها و دورترشدن آن‌ها از یکدیگر می‌شود. هر چه میله را به کلاهک نزدیک کنیم، این دافعه بیشتر شده و الکترون‌های بیشتری به برگه‌ها رانده می‌شوند و زاویهٔ دو برگه، مدام افزایش می‌یابد.

آشکار است که اگر بار اولیهٔ الکتروسکوپ و میلهٔ باردار هر دو مثبت بود، باز هم اتفاق مشابهی می‌افتاد. *(قبول دارین یا نه؟!)* به این ترتیب خوب است یادتان بماند که:

> اگر یک الکتروسکوپ باردار داشته باشیم و جسمی با بار همنام با الکتروسکوپ را به کلاهک آن نزدیک کنیم، برگه‌ها از هم دورتر می‌شوند.



اکنون دوباره همان الکتروسکوپ دارای بار منفی را در نظر بگیرید؛ اما این بار میله‌ای با بار ناهمنام با الکتروسکوپ را به تدریج به کلاهک نزدیک می‌کنیم. جاذبهٔ بارهای مثبت میله، الکترون‌ها را به سمت کلاهک می‌کشد. این موضوع چنان‌که در شکل روبه‌رو می‌بینید، سبب کاهش بار منفی برگه‌ها و نزدیک‌شدن آن‌ها به یکدیگر می‌گردد.



همین‌طور که میله به کلاهک نزدیک‌تر می‌شود، الکترون‌های بیشتری از برگه‌ها به کلاهک جذب می‌شوند تا این‌که تمام الکترون‌های اضافه روی برگه‌ها مانند شکل روبه‌رو به کلاهک کشیده می‌شوند و در این لحظه، برگه‌ها کاملاً بسته می‌شوند. از این پس، اگر میلهٔ باردار را باز هم به کلاهک نزدیک کنیم، الکترون‌های آزاد برگه‌ها به بالا جذب می‌شوند و برگه‌ها که الکترون‌هایی از دست می‌دهند، بار مثبت می‌یابند و دوباره از هم دور می‌شوند. با این توضیحات، خوب است به خاطر بسپارید که:

> اگر یک الکتروسکوپ باردار در اختیار داشته باشیم و جسمی با بار ناهمنام با آن را به کلاهکش نزدیک کنیم، زاویهٔ دو برگه ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

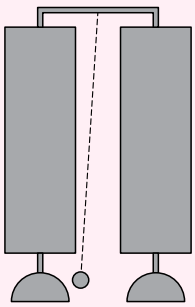
همین‌جا به پایان این درس می‌رسیم! طبق معمول یک موضوع خواندنی برایتان آورده‌ام و پس از آن، نوبت به بانک می‌رسد! *(منظورم بانک تسته ها!)*
هر وقت خستگیتان برطرف شد، می‌توانید به سراغ تست‌های ۱۶۳ تا ۲۱۳ بروید و روی آن‌ها کار کنید.
موفق باشید!

باتری ۱۸۰ ساله!

در این درس با مفهوم اختلاف پتانسیل آشنا شدید و دیدید که برای انتقال بارهای الکتریکی به اختلاف پتانسیل الکتریکی نیاز داریم، در عمل برای ایجاد اختلاف پتانسیل الکتریکی از باتری‌ها استفاده می‌شود و می‌خواهیم همین‌جا به یک باتری اشاره کنیم که از ۱۸۰ سال پیش تاکنون مشغول کار است و لقب «ماندگارترین باتری جهان» را به خود اختصاص داده است!

داستان از این قرار است که سال‌ها پیش، یک شرکت تولیدکنندهٔ وسیله‌های الکتریکی در لندن به نام «واتکین اَند هیل»، یک زنگ جالب ساخته بود. این زنگ همانند شکل، از دو استوانه برنجی متصل به دو کاسهٔ فلزی تشکیل شده است. یک گلولهٔ فلزی با قطری حدود ۴ mm بین دو کاسه از نخی آویزان است و ضمن نوسان، به کاسه‌ها برخورد می‌کند و بر اثر ارتعاش کاسه‌ها، صدای زنگ تولید می‌شود. هر استوانهٔ برنجی به یک باتری مخصوص متصل است که سبب باردارشدن آن کاسه می‌شود. وقتی گلوله به هر کاسه برخورد می‌کند، مقداری از بار کاسه به آن منتقل می‌شود و چون گلوله باری همنام با کاسه می‌یابد، از کاسه دفع می‌شود. این در حالی است که کاسهٔ دیگر باری ناهمنام با گلوله دارد و گلوله را به طرف خود می‌کشد. گلوله به همین دلیل به طرف کاسهٔ دیگر می‌رود، به آن می‌خورد و همین روند تکرار می‌شود.

این زنگ را یک روحانی مسیحی که فیزیک‌دان هم بود، خریداری کرد و اکنون این زنگ در دانشگاه آکسفورد قرار دارد. روی این زنگ برچسبی وجود دارد که بر روی آن تاریخ ساخت این وسیله دیده می‌شود: «۱۸۴۰ میلادی»!

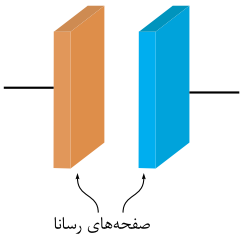


موضوع شگفت‌انگیز این است که این زنگ هنوز با همان دو باتری‌اش کار می‌کند و گلولهٔ آویخته بین دو کاسه، هم‌چنان در نوسان است! تخمین زده می‌شود که این گلوله تاکنون در حدود ۱۰ میلیارد بار نوسان کرده است. البته برخورد گلوله با کاسه‌ها، اکنون آن‌چنان ضعیف است که صدای زنگ قابل شنیدن نیست؛ به ویژه که این مجموعه داخل یک محفظهٔ شیشه‌ای دوجداره نگهداری می‌شود. واقعیت این است که دانشمندان هنوز دقیقاً نمی‌دانند باتری‌های این زنگ چگونه ساخته شده‌اند! ... چرا به مطالعهٔ آن نمی‌پردازند؟! ... از آن‌جایی که امکان خراب‌کردن این زنگ حین مطالعهٔ باتری‌هایش وجود دارد، هنوز کسی به بررسی آن‌ها نرفته است. دانشمندان منتظرند تا زنگ از کار بیفتد و آن‌گاه به مطالعهٔ باتری‌ها بپردازند. قطعاً این زنگ جاودانه نیست و بالأخره متوقف می‌شود. تاکنون، بیش از ۱۸۰ سال منتظر مانده‌اند؛ شاید باید بسیار شکیباتر باشند. اگر زبان انگلیسیتان بد نیست و دوست دارید اطلاعات بیشتری از این زنگ به دست آورید، کافی است عبارت «Oxford Electric Bell» را در گوگل جست‌وجو کنید.

درس پنجم: خازن

به آخرین درس این فصل غول‌پیکر خوش آمدید! در چهار درس قبل، مفصلاً در مورد بارهای الکتریکی و تأثیری که در فضای پیرامون خود می‌گذارند، صحبت کردیم و اکنون، می‌خواهیم به معرفی وسیله‌ای برای ذخیرهٔ بار و انرژی الکتریکی بپردازیم. این وسیله را خازن می‌نامیم.

در فیزیک به هر دو جسم رسانایی که بین آن‌ها یک نارسانا (مثلاً هوا) قرار داشته باشد، **خازن** می‌گوییم. به نارسانایی که بین دو جسم رسانا قرار دارد، دی‌الکتریک گفته می‌شود.



با تعریفی که از خازن کردیم، اگر یک کارد و چنگال فلزی را که البته دسته‌های عایقی دارند، مانند شکل در فاصله‌ای از هم نگه دارید، یک خازن ساخته‌اید؛ به همین سادگی! البته خازنی که ما در چارچوب کتاب درسی قصد مطالعه‌اش را داریم، خازن تخت (مسطح) نام دارد که دو جسم رسانای سازندهٔ آن، همانند شکل روبه‌رو، دو صفحهٔ رسانای موازی است. یک خازن، بدون توجه به شکل ظاهری‌اش، با نماد مداری «⊣⊢» نشان داده می‌شود. یادتان باشد که در ادامهٔ این درس، صحبت ما در مورد خازن تخت است.

آزمون

اکنون وقت آزمون فرا رسیده است! پس از حل این همه تست هیجان‌انگیز بانک تست، باید آمادگی لازم برای آزمون‌گرفتن از خود را یافته باشید. تست‌های این قسمت باید با در نظر گرفتن زمان حل شوند و پیشنهاد من، در نظر گرفتن زمان ۲ دقیقه برای هر تست است. درست است که مدت‌زمان متوسط پاسخ‌گویی به تست‌های فیزیک در آزمون سراسری کم‌تر از این است، اما باید توجه کنید که همهٔ تست‌های کنکور از یک فصل نیستند و همین تنوع در تست‌ها، سبب کم‌تربودن زمان پاسخ‌گویی آن‌ها می‌شود. به علاوه توجه داشته باشید که آزمون‌های ما در این کتاب، چندان ساده نیستند و سطح سؤالات، هماهنگ با کنکورهای دشوار در نظر گرفته شده است.

چون در کنکور سراسری با ۳۰ تست فیزیک مواجه خواهید بود، بد نیست ۹۰ تست این قسمت را به صورت سه آزمون ۳۰تایی پاسخ دهید. پیشنهاد من این است که برای هر آزمون، ۶۰ دقیقه به خودتان زمان بدهید. پس از پایان زمان هر آزمون، ابتدا به کمک کلید، آزمون خود را تصحیح کنید و پس از آن، قبل از این‌که پاسخ‌های تشریحی را بخوانید، یک بار دیگر خودتان روی تست‌هایی که نزده‌اید یا غلط زده‌اید، کار کنید؛ چه‌بسا خودتان از عهدهٔ حل آن‌ها برآیید.

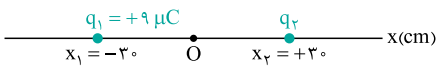
۱- دو گلولهٔ فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می‌باشند، از فاصلهٔ ۳۰ سانتی‌متری، نیروی جاذبهٔ ۱۶ N بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام ۳ μC+ خواهد شد. بار اولیهٔ گلوله‌ها برحسب میکروکولن، کدام است؟ ($k = ۹\times۱۰^{۹}\ N.m^{۲}/C^{۲}$)

۱) ۲۰ و ۸−　　۲) ۱۰ و ۱۶−　　۳) ۱۶ و ۱۰−　　۴) ۸ و ۲۰−

۲- میدان الکتریکی حاصل از یک جسم باردار با بار ۲ μC+ در یک نقطه پیرامون آن برابر $\vec{E}$ است. چند الکترون باید به این جسم بدهیم تا میدان الکتریکی در همان نقطه برابر $-۲\vec{E}$ شود؟ ($k = ۹\times۱۰^{۹}\ N.m^{۲}/C^{۲}, e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C$)

۱) $۳/۷۵\times۱۰^{۱۳}$　　۲) $۳/۷۵\times۱۰^{۱۶}$　　۳) $۲/۵\times۱۰^{۱۳}$　　۴) $۲/۵\times۱۰^{۱۶}$

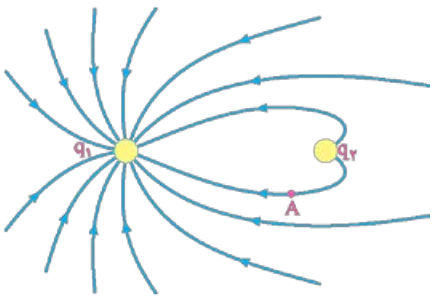
۳- دو بار نقطه‌ای همانند شکل زیر، در دو نقطه از محور x ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات، برابر $\vec{E}_O = (۲۵\times۱۰^{۵}\ N/C)\vec{i}$ است. در کدام مکان زیر، میدان الکتریکی خالص صفر است؟ ($k = ۹\times۱۰^{۹}\ N.m^{۲}/C^{۲}$)



۱) $x = +۱۸۰\ cm$　　۲) $x = +۲۱۰\ cm$

۳) $x = -۲۱۰\ cm$　　۴) $x = -۱۸۰\ cm$

۴- در شکل روبه‌رو، خطوط میدان الکتریکی حاصل از دو کرهٔ رسانای هم‌اندازه و باردار، نشان داده شده است. اگر این دو کره را با هم تماس داده و پس از جداکردن آن‌ها از هم، دوباره در همان مکان‌های قبلی قرار دهیم، جهت میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟



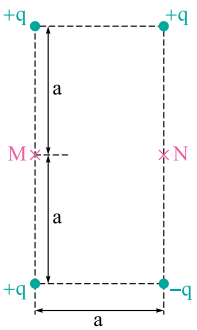
۱) →

۲) ←

۳) ↗

۴) ↙

۵- چهار بار نقطه‌ای مطابق شکل روبه‌رو، در چهار رأس یک مستطیل ثابت شده‌اند. اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M چند برابر اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ N است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۲\sqrt{۳}}$

۶- یک سطل فلزی به شکل روبه‌رو در اختیار داریم. اگر یک گوی فلزی با بار منفی را داخل آن بیندازیم، بار الکتریکی ..... روی سطح سیاه‌رنگ آن و بار الکتریکی ..... روی سطح خاکستری توزیع می‌شود. (به ترتیب از راست به چپ)

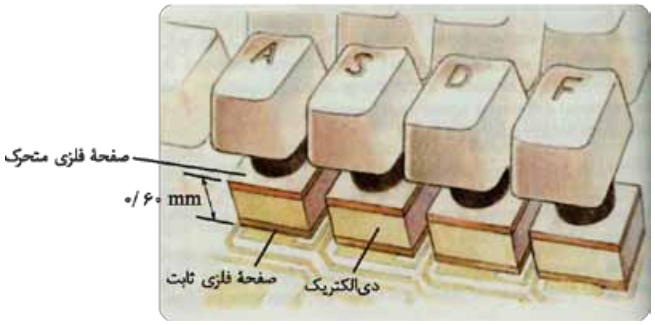
۱) منفی، مثبت

۲) منفی، منفی

۳) صفر، منفی

۴) صفر، مثبت

۷- شکل زیر، یک نوع صفحه کلید رایانه را نشان می‌دهد که در آن، از تعدادی خازن تخت با مساحت صفحات $50\ mm^2$، فاصلهٔ دو صفحهٔ $0/60\ mm$ و دی‌الکتریکی با ثابت ۴ استفاده شده است. با فشردن هر کلید، ظرفیت خازن زیر آن تغییر می‌کند و یک مدار الکترونیکی که به تغییر ظرفیت حساس است، تشخیص می‌دهد کدام کلید فشرده شده است. اگر این مدار الکترونیکی بتواند تغییر ظرفیت $2\ pF$ را تشخیص دهد، هر کلید باید حداقل چند سانتی‌متر جابه‌جا شود تا این مدار بتواند آن را تشخیص دهد؟ $(\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\ F/m)$

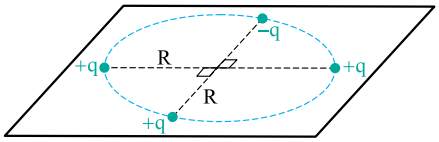


۱) ۰/۳۰
۲) ۰/۴۵
۳) ۰/۲۴
۴) ۰/۳۶

۸- دو بار الکتریکی هم‌اندازه و ناهمنام در فاصلهٔ معینی از یکدیگر قرار دارند. اگر نیمی از بار یکی را برداشته و به دیگری بدهیم و فاصلهٔ دو بار از یکدیگر را نصف کنیم، اندازهٔ نیروی الکتریکی‌ای که بارها به هم وارد می‌کنند، چند برابر می‌شود؟

۱) ۱
۲) ۳
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{3}{4}$

۹- چهار بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر، بر محیط دایره‌ای به شعاع R ثابت شده‌اند. اگر از مرکز دایره در راستای عمود بر سطح دایره به اندازهٔ R جابه‌جا شویم، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۳) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
۴) $\frac{1}{8\sqrt{2}}$

۱۰- دو بار نقطه‌ای همانند شکل زیر در فاصله‌ای از یکدیگر ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A در فاصلهٔ d از بار $+q$ صفر است. اگر از نقطهٔ A در راستای عمود بر خط واصل دو بار به اندازهٔ $\sqrt{2}d$ جابه‌جا شویم، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ جدید برابر کدام گزینه می‌شود؟ (k ثابت کولن است.)

۱) $\frac{\sqrt{5}}{4}\frac{kq}{d^2}$
۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}\frac{kq}{d^2}$
۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}\frac{kq}{d^2}$
۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}\frac{kq}{d^2}$

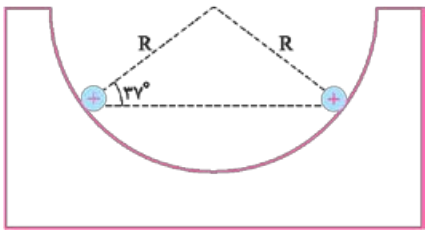
۱۱- یک ذرهٔ باردار به جرم $4\ mg$ و بار $+20\ \mu C$ را با سرعت اولیهٔ $40\ m/s$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $1000\ N/C$، در خلاف جهت میدان پرتاب می‌کنیم. از لحظهٔ پرتاب تا لحظه‌ای که سرعت این ذره به $30\ m/s$ در خلاف جهت اولیه می‌رسد، مسافتی که می‌پیماید چند سانتی‌متر است؟ (از وزن ذره چشم‌پوشی کنید.)

۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۱۶
۴) ۹

۱۲- خازن تختی به یک باتری متصل است. اگر فاصلهٔ دو صفحهٔ آن را تغییر دهیم، انرژی ذخیره‌شده در آن $100\ \mu J$ و بار ذخیره‌شده در آن $20\ \mu C$ افزایش می‌یابد. تغییر ظرفیت خازن چند میکرو فاراد بوده است؟

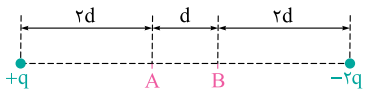
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸

۱۳- دو گلولهٔ کوچک و مشابه به جرم $270\ g$، دارای بارهای الکتریکی مساوی‌اند و همانند شکل روبه‌رو در یک سطح بدون اصطکاک که به شکل نیم‌کره‌ای به شعاع $10\ cm$ است، در حال تعادل‌اند و خط واصل آن‌ها، افقی است. بار هر یک از گلوله‌ها چند میکروکولن است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2, g = 10\ N/kg, \sin37^\circ = 0/6)$



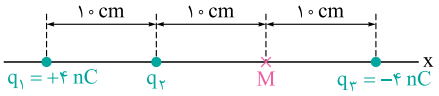
۱) ۰/۳۲
۲) ۳/۲
۳) ۰/۱۶
۴) ۱/۶

۱۴- دو بار نقطه‌ای $+q$ و $-2q$ مطابق شکل روبه‌رو، در فاصله‌ای از هم ثابت شده‌اند. دو نقطهٔ A و B بین دو بار نیز در این شکل مشخص شده است. می‌خواهیم با قراردادن یک بار نقطه‌ای منفی در یکی از این دو نقطه، سبب صفرشدن میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ دیگر شویم. این بار باید برابر کدام گزینه باشد و در کدام نقطه قرار گیرد؟



۱) $-\frac{2}{9}q$، در نقطهٔ A
۲) $-\frac{2}{9}q$، در نقطهٔ B
۳) $-\frac{11}{18}q$، در نقطهٔ A
۴) $-\frac{11}{18}q$، در نقطهٔ B

۱۵- سه بار نقطه‌ای همانند شکل زیر در مکان‌هایی روی محور x ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M برابر $(۱۸۰۰\ N/C)\vec{i}$ است. بار $q_۲$ چند نانوکولن است؟

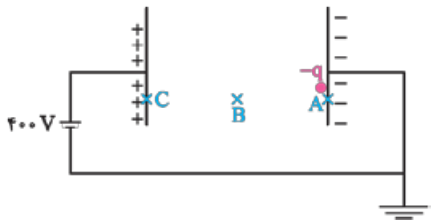


۱) ۲ ۲) −۲ ۳) ۳ ۴) −۳

۱۶- روی سطح بادکنکی به جرم ۵ g، بار الکتریکی $-۰/۲\ mC$ به طور یکنواخت قرار دارد و این بادکنک در یک میدان الکتریکی یکنواخت در مجاورت سطح زمین، معلق است و اندازهٔ نیروی شناوری وارد بر آن، ۰/۰۲ N است. اگر میدان الکتریکی یکنواخت را توسط دو صفحهٔ رسانای افقی باردار که در فاصلهٔ ۱ m از هم قرار دارند، ایجاد کرده باشیم، اختلاف پتانسیلی که باید بین دو صفحه برقرار کنیم چند ولت است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۱۵۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۷۵۰ ۴) ۳۲۰

۱۷- ذره‌ای به جرم ۲ g و بار الکتریکی $-۱\ mC$ مطابق شکل روبه‌رو، از نقطهٔ A در مجاورت یک صفحهٔ خازن تختی با دی‌الکتریک هوا رها می‌شود و فقط تحت تأثیر نیروی الکتریکی به نقطهٔ B و سپس C می‌رود. اگر کار نیروی میدان الکتریکی بر روی آن در حرکت از A تا B برابر ۰/۱ J باشد، تندی آن در نقطهٔ C چند برابر تندی‌اش در نقطهٔ B است؟

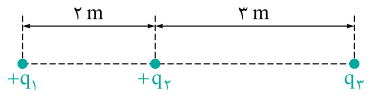


۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۱۸- خازن تخت بارداری با بار Q در اختیار داریم که از باتری جدا شده است. فاصلهٔ دو صفحهٔ این خازن را افزایش می‌دهیم؛ در نتیجه انرژی خازن به اندازهٔ ΔU تغییر می‌کند. اختلاف پتانسیل دو سر خازن در نتیجهٔ این عمل، چه‌قدر تغییر می‌کند؟

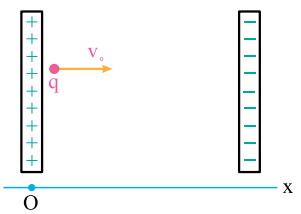
۱) $\frac{\Delta U}{Q}$ ۲) $\frac{\Delta U}{۲Q}$ ۳) $\frac{۲\Delta U}{Q}$ ۴) $\frac{\Delta U}{۴Q}$

۱۹- سه بار نقطه‌ای در نقطه‌هایی همانند شکل زیر ثابت شده‌اند. اگر نیروی الکتریکی‌ای را که بار $q_۲$ به بار $q_۱$ وارد می‌کند، با $\vec{F}$ نشان دهیم، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ برابر $-۳\vec{F}$ می‌شود. بار $q_۳$ برابر کدام گزینه است؟



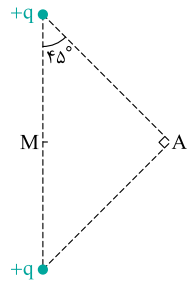
۱) $\frac{۹}{۲}q_۱$ ۲) $-\frac{۹}{۲}q_۱$ ۳) $\frac{۲}{۳}q_۱$ ۴) $-\frac{۲}{۳}q_۱$

۲۰- مطابق شکل روبه‌رو، یک ذره به جرم ۸ mg و بار الکتریکی $-۱۰\ \mu C$ را در میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحهٔ رسانای موازی، از نزدیکی صفحهٔ مثبت با سرعت اولیه‌ای به اندازهٔ ۲۰ m/s به طرف صفحهٔ دیگر پرتاب می‌کنیم. این ذره در مکان $x = ۱۰\ cm$، متوقف می‌گردد. اگر معادلهٔ پتانسیل الکتریکی در نقاط این میدان را برحسب x در SI، به صورت $V = \alpha - \beta x$ بنویسیم، مقدار β کدام است؟



۱) ۱۶۰۰ ۲) ۸۰۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۸۰

۲۱- دو بار نقطه‌ای مطابق شکل روبه‌رو، در دو رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. می‌خواهیم با قراردادن یک بار دیگر در نقطهٔ M (در وسط دو بار)، میدان الکتریکی خالص در رأس A برابر صفر شود. این بار باید برابر کدام گزینه باشد؟



۱) $\sqrt{۲}q$ ۲) $-\sqrt{۲}q$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}q$ ۴) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}q$

۲۲- در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A برابر $\vec{E}$ است. اگر جای دو بار را عوض کنیم، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A برابر کدام گزینه می‌شود؟

۱) $\frac{۲}{۷}\vec{E}$ ۲) $-\frac{۲}{۷}\vec{E}$ ۳) $\frac{۷}{۸}\vec{E}$ ۴) $-\frac{۷}{۸}\vec{E}$

۲۳- در مجاورت سطح زمین، میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $۳۰۰۰\ N/C$ در راستای قائم و به طرف پایین ایجاد کرده‌ایم. اگر یک ذرهٔ باردار به جرم ۵ g و بار $-۲۰\ \mu C$ در این میدان رها شود، اندازهٔ شتاب ذره برحسب متر بر مربع ثانیه و جهت شتاب آن، کدام است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۰/۰۱، رو به بالا ۲) ۰/۰۱، رو به پایین ۳) ۲، رو به بالا ۴) ۲، رو به پایین

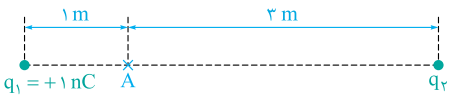
۲۴- خازن تختی با دی‌الکتریک هوا به یک باتری متصل است و اختلاف پتانسیل دو صفحه‌اش برابر V است. اگر بدون جداکردن خازن از باتری، فاصلهٔ دو صفحه‌اش را n برابر کنیم، تغییر بار آن برابر ΔQ و تغییر انرژی آن برابر ΔU خواهد شد. نسبت $\frac{\Delta U}{\Delta Q}$ برابر کدام گزینه است؟

۱) V ۲) $\frac{V}{n}$ ۳) $\frac{V}{n^2}$ ۴) $\frac{V}{2}$

۲۵- دو ذره با بارهای $+q$ و $+4q$ در فاصلهٔ معینی از یکدیگر قرار دارند و به یکدیگر نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند. مقداری از بار یکی را به دیگری منتقل می‌کنیم؛ به گونه‌ای که در همان فاصلهٔ قبلی، اندازهٔ نیروی الکتریکی‌ای که به یکدیگر وارد می‌کنند، بیشینه می‌شود. اندازهٔ این نیرو برابر کدام گزینه است؟

۱) $\frac{25}{16}F$ ۲) $\frac{25}{4}F$ ۳) $\frac{5}{2}F$ ۴) $\frac{5}{4}F$

۲۶- دو بار نقطه‌ای غیرهمنام q_1 و q_2 مطابق شکل زیر، در فاصلهٔ $4\ m$ از یکدیگر ثابت شده‌اند و اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A، برابر $12\ N/C$ است. اگر از نقطهٔ A در راستای عمود بر خط واصل دو بار آن‌قدر جابه‌جا شویم تا به نقطه‌ای برسیم که میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در آن نقطه، بر هم عمود باشند، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در آن نقطه چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



۱) ۲/۲۵ ۲) $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ ۳) $4\sqrt{2}$ ۴) ۴/۵

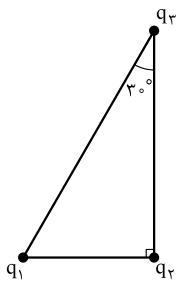
۲۷- میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی E در ناحیه‌ای در مجاورت سطح زمین پدید آورده‌ایم که جهت آن در راستای قائم به طرف پایین است. اگر ذره‌ای به جرم m و بار $+q$ را از نقطه‌ای در این میدان رها کنیم، بعد از چه‌قدر جابه‌جایی، تندی‌اش به v می‌رسد؟ (وزن ذره قابل چشم‌پوشی نیست.)

۱) $\frac{mv^2}{qE}$ ۲) $\frac{mv^2}{2qE}$ ۳) $\frac{mv^2}{(mg+qE)}$ ۴) $\frac{mv^2}{2(mg+qE)}$

۲۸- خازنی به ظرفیت $10\ \mu F$ دارای دی‌الکتریکی با ثابت ۵ است و با یک باتری ۱/۵ ولتی شارژ شده است. اگر این خازن را ابتدا از باتری جدا کنیم و سپس دی‌الکتریک را از فضای بین صفحات آن خارج کنیم، انرژی ذخیره‌شده در آن .....

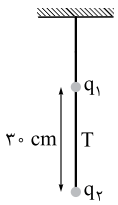
۱) $9\ \mu J$ افزایش می‌یابد. ۲) $9\ \mu J$ کاهش می‌یابد. ۳) $45\ \mu J$ افزایش می‌یابد. ۴) $45\ \mu J$ کاهش می‌یابد.

۲۹- سه ذرهٔ باردار با بارهای الکتریکی برابر، در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 چند برابر بزرگی نیرویی است که بار q_1 به بار q_3 وارد می‌کند؟



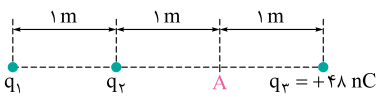
۱) $\sqrt{10}$
۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{4\sqrt{10}}{3}$
۴) $\frac{1}{2}$

۳۰- مطابق شکل روبه‌رو، دو گلولهٔ کوچک باردار با بارهای یکسان که جرم هر کدام $100\ g$ است، با نخ سبکی به هم متصل‌اند و در حال تعادل قرار دارند. اگر اندازهٔ کشش نخ بین دو گلوله $3/5\ N$ باشد، اندازهٔ بار هر گلوله برحسب میکروکولن و اندازهٔ کشش نخ متصل به سقف برحسب نیوتون، به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2, g = 10\ N/kg)$



۱) ۳/۵، ۲ ۲) ۲، ۲ ۳) ۳/۵، ۵ ۴) ۲، ۵

۳۱- در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر سه بار صفر است. اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$

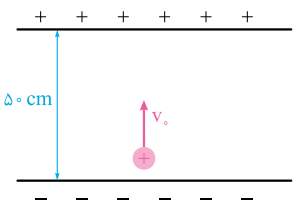


۱) ۴۳۲ ۲) ۲۵۳ ۳) ۵۴۳ ۴) ۴۵۳

۳۲- دو بار الکتریکی $+q$ و $+16q$ در فاصلهٔ ۱۸ سانتی‌متر از یکدیگر ثابت شده‌اند. اگر به جای بار $+q$ یک بار $-q$ قرار دهیم، نقطه‌ای که در آن میدان الکتریکی خالص صفر است، نسبت به قبل چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟

۱) ۲/۴ ۲) ۳/۶ ۳) ۹/۶ ۴) ۶

۳۳- یک ذرهٔ باردار همانند شکل روبه‌رو در یک میدان الکتریکی یکنواخت به اندازهٔ $10^5\ N/C$ از نزدیکی صفحهٔ پایینی با سرعت اولیهٔ $2\ m/s$ به طرف بالا پرتاب می‌شود. اگر نسبت بار به جرم این ذره در SI برابر 10^{-4} باشد، حداکثر چند سانتی‌متر از نقطهٔ پرتاب بالا می‌رود؟ $(g = 10\ N/kg)$



۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۶ ۴) ۲۴

۳۴- یک ذرهٔ باردار به جرم $1\,mg$ و بار $+8\,\mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت، فقط تحت تأثیر نیروی میدان الکتریکی در حال حرکت است. اگر این ذره با تندی $30\,m/s$ از نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی $+20\,V$ بگذرد، با چه تندی‌ای برحسب متر بر ثانیه به نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی $-80\,V$ می‌رسد؟

۱) $30\sqrt{2}$ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) $40\sqrt{2}$

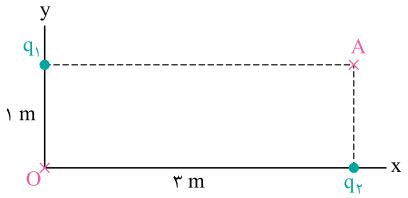
۳۵- خازن تختی در اختیار داریم که به یک باتری متصل است و دی‌الکتریکی با ثابت κ بین صفحات آن قرار دارد. اگر بدون جداکردن این خازن از باتری، دی‌الکتریک را از فضای بین دو صفحه خارج کنیم، انرژی خازن پس از خروج دی‌الکتریک برابر U_1 می‌شود. اگر این خازن را ابتدا از باتری جدا می‌کردیم و سپس دی‌الکتریک را خارج می‌کردیم، انرژی خازن پس از خروج دی‌الکتریک برابر کدام گزینه می‌شد؟

۱) $\kappa^2 U_1$ ۲) $\frac{1}{\kappa^2} U_1$ ۳) κU_1 ۴) $\frac{1}{\kappa} U_1$

۳۶- در یک دستگاه اندازه‌گیری قدیمی، یکای طول، سانتی‌متر، یکای جرم، گرم و یکای زمان، ثانیه بود. یکای نیرو در این دستگاه، «دین» (با نماد **dyne**) و یکای بار در این دستگاه، «استات کولن» (با نماد **statC**) نامیده می‌شد. ثابت کولن در این دستگاه اندازه‌گیری برابر ۱ بود. هر استات‌کولن برابر با چند کولن است؟ (ثابت کولن در دستگاه SI برابر 9×10^9 است.)

۱) 3×10^{-18} ۲) $\frac{1}{3}\times10^{-18}$ ۳) 3×10^{-9} ۴) $\frac{1}{3}\times10^{-9}$

۳۷- دو بار نقطه‌ای همانند شکل زیر روی دو محور مختصات ثابت شده‌اند. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A برابر $\vec{E}_A = (2\,N/C)\vec{i} - (9\,N/C)\vec{j}$ باشد، میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات کدام است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



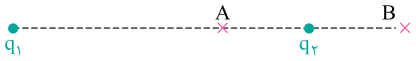
۱) $\vec{E}_O = (1\,N/C)\vec{i} - (18\,N/C)\vec{j}$

۲) $\vec{E}_O = (1\,N/C)\vec{i} + (18\,N/C)\vec{j}$

۳) $\vec{E}_O = (18\,N/C)\vec{i} - (1\,N/C)\vec{j}$

۴) $\vec{E}_O = (18\,N/C)\vec{i} + (1\,N/C)\vec{j}$

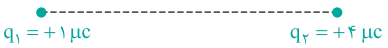
۳۸- دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 همانند شکل روبه‌رو در فاصله‌ای از هم ثابت شده‌اند و نقطه‌های A و B در یک فاصله از بار q_2 قرار دارند. اگر اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در دو نقطهٔ A و B برابر باشد، کدام گزینه در مورد علامت بارهای q_1 و q_2 و جهت میدان الکتریکی خالص در دو نقطهٔ A و B درست است؟



۱) همنام، هم‌جهت ۲) همنام، در خلاف جهت یکدیگر

۳) ناهمنام، هم‌جهت ۴) ناهمنام، در خلاف جهت یکدیگر

۳۹- مطابق شکل زیر، دو بار نقطه‌ای در فاصلهٔ $15\,cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند، اگر روی خط واصل دو بار، از نزدیکی بار q_1 به طرف بار q_2 حرکت کنیم و $8\,cm$ از بار q_1 دور شویم، پتانسیل الکتریکی در این جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند؟



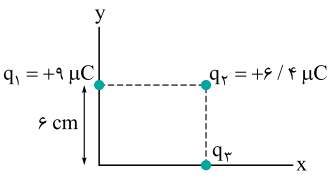
۱) پیوسته کاهش می‌یابد. ۲) پیوسته افزایش می‌یابد.

۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. ۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۴۰- خازن تخت بارداری با دی‌الکتریک هوا در اختیار داریم. اگر اندازهٔ میدان الکتریکی میان دو صفحه برابر E و حجم فضای بین دو صفحه برابر V باشد، انرژی این خازن برابر کدام گزینه است؟ (ε_0 ضریب گذردهی الکتریکی خلأ است.)

۱) $\frac{1}{2}\varepsilon_0 V E^2$ ۲) $\frac{1}{2}\varepsilon_0 V^2 E$ ۳) $\frac{\varepsilon_0 E^2}{2V}$ ۴) $\frac{\varepsilon_0 V}{2E^2}$

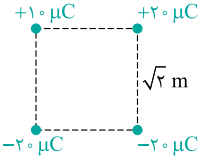
۴۱- سه بار نقطه‌ای همانند شکل روبه‌رو قرار گرفته‌اند و نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 برابر $\vec{F}_T = (81\,N)\vec{i} - (16\,N)\vec{j}$ است. اگر بار q_2 را به نقطه‌ای منتقل کنیم که نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر شود، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 در این حالت چند نیوتون می‌شود؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



۱) صفر ۲) ۲۲/۰۲

۳) ۳۱/۱۴ ۴) ۱۴/۹۴

۴۲- چهار بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر، در چهار رأس مربعی به ضلع $\sqrt{2}\,m$ ثابت شده‌اند. اندازهٔ میدان الکتریکی در مرکز مربع چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



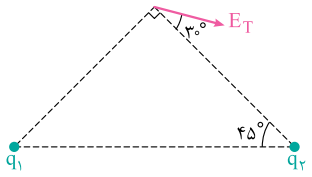
۱) $4/5\times10^4$

۲) $4/5\times10^5$

۳) $1/5\times10^5$

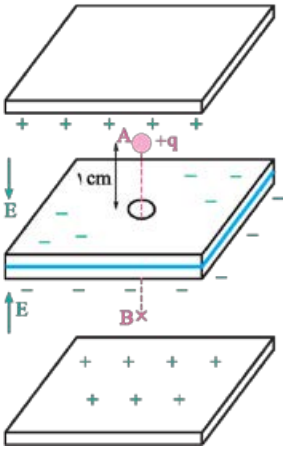
۴) $1/5\times10^4$

۴۳- دو بار نقطه‌ای همانند شکل روبه‌رو در دو رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی خالص در رأس سوم، در جهت نشان داده شده است. نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



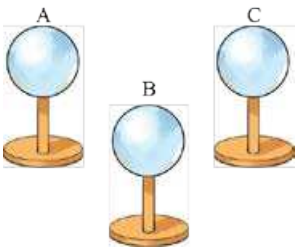
۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
۲) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
۳) $\sqrt{3}$
۴) $-\sqrt{3}$

۴۴- با استفاده از بُره‌های رسانای بارداری به ضخامت ناچیز، دو میدان الکتریکی یکنواخت، هر یک به اندازهٔ $10^4\ N/C$ در خلاف جهت یکدیگر مطابق شکل روبه‌رو ایجاد کرده‌ایم. ذرهٔ بارداری به جرم $2\ g$ و بار $+4\ \mu C$ را از نقطهٔ A در ارتفاع $1\ cm$ بالای سوراخی که در بُره‌های وسطی ایجاد شده است، رها می‌کنیم. این ذره پس از عبور از سوراخ، در نقطهٔ B متوقف می‌شود. فاصلهٔ AB در این شکل چند سانتی‌متر است؟ $(g = 10\ N/kg)$



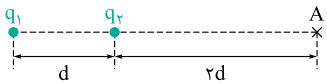
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۱

۴۵- سه کرهٔ رسانای هم‌اندازه مطابق شکل، دارای بارهای الکتریکی همنام‌اند. مجموع بار دو کرهٔ A و B برابر Q و بار کرهٔ C برابر q است. کرهٔ A را با کرهٔ B تماس داده و از هم جدا می‌کنیم، سپس کرهٔ B را با کرهٔ C تماس داده و از هم جدا می‌کنیم و سرانجام کرهٔ C را با کرهٔ A تماس داده، جدا می‌کنیم. بار نهایی کرهٔ A برابر کدام گزینه می‌شود؟



۱) $\frac{2Q+3q}{4}$
۲) $\frac{3Q+2q}{4}$
۳) $\frac{2Q+3q}{8}$
۴) $\frac{3Q+2q}{8}$

۴۶- در شکل روبه‌رو، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A برابر $\vec{E}$ است. اگر بار q_2 را خنثی کنیم، میدان الکتریکی در نقطهٔ A برابر $2\vec{E}$ می‌شود. نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟

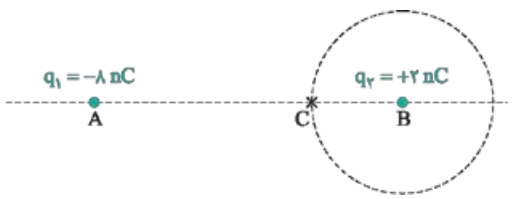


۱) $-\frac{2}{9}$
۲) $+\frac{2}{9}$
۳) $-\frac{1}{3}$
۴) $+\frac{1}{3}$

۴۷- خازن تختی در اختیار داریم که مساحت هر صفحهٔ آن برابر A و دی‌الکتریک آن، هوا است. این خازن دارای بار Q است و از باتری جدا شده است. اگر بخواهیم فاصلهٔ دو صفحهٔ این خازن را افزایش دهیم، حداقل اندازهٔ نیرویی که باید به هر صفحهٔ آن وارد کنیم، کدام است؟ (ε_0، ضریب گذردهی الکتریکی خلأ است.)

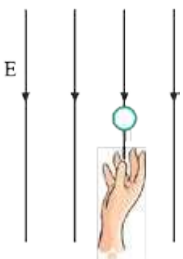
۱) $\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}$
۲) $\frac{Q^2}{\varepsilon_0 A}$
۳) $\frac{2\varepsilon_0 Q^2}{A}$
۴) $2\varepsilon_0 \frac{A}{Q}$

۴۸- دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 مطابق شکل روبه‌رو، در دو نقطهٔ A و B در فاصلهٔ $3\ m$ از یکدیگر ثابت شده‌اند و میدان‌های الکتریکی هم‌اندازه‌ای در نقطهٔ C پدید می‌آورند. اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطه‌ای از محیط یک دایره به مرکز B و به شعاع BC، که بردار میدان الکتریکی حاصل از دو بار در آن نقطه بر هم عمودند، چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



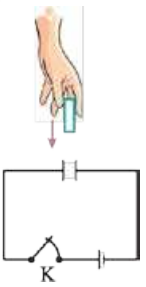
۱) $2\sqrt{3}$
۲) $9\sqrt{5}$
۳) $3\sqrt{15}$
۴) $4\sqrt{21}$

۴۹- در شکل روبه‌رو، میدان الکتریکی یکنواختی در راستای قائم، در مجاورت سطح زمین وجود دارد. اگر یک گلولهٔ باردار به جرم $10\ g$ را با سرعت $2\ m/s$ به طرف بالا پرتاب کنیم، با سرعت ثابت در راستای قائم بالا می‌رود. $5\ s$ پس از پرتاب، انرژی پتانسیل الکتریکی این گلوله نسبت به لحظهٔ پرتاب چند ژول تغییر می‌کند؟ $(g = 10\ N/kg)$



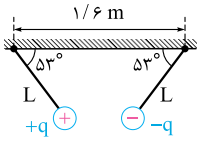
۱) -1
۲) $+1$
۳) -10
۴) $+10$

۵۰- در شکل روبه‌رو، اگر در حالی که کلید K وصل است، دی‌الکتریکی به ثابت κ را بین دو صفحهٔ خازن وارد کنیم، انرژی خازن از U_1 به U_2 می‌رسد. اگر در این حال کلید K را قطع کنیم و سپس دی‌الکتریک را از بین صفحات خارج کنیم، انرژی خازن پس از خروج دی‌الکتریک به U_3 می‌رسد. نسبت $\frac{U_3 - U_2}{U_2 - U_1}$ کدام است؟



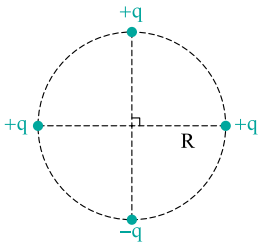
۱) $\frac{1}{\kappa}$
۲) κ
۳) $\kappa - 1$
۴) $1 - \frac{1}{\kappa}$

۵۱- دو گلولهٔ کوچک و مشابه به جرم‌های ۳۰ g و بارهای $+5\ \mu C$ و $-5\ \mu C$، مطابق شکل روبه‌رو توسط دو نخ سبک، عایق و هم‌طول از دو نقطه به فاصلهٔ ۱/۶ m از یکدیگر، از یک سقف افقی آویزان شده‌اند و در حالت تعادل، هر نخ با سقف زاویهٔ 53° می‌سازد. طول هر نخ چند سانتی‌متر است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2, \cos53^\circ = 0/6, g = 10\ N/C)$



۱) ۵۰
۲) ۳۰
۳) ۸۰
۴) ۷۵

۵۲- چهار بار نقطه‌ای همانند شکل روبه‌رو، بر محیط یک دایره به شعاع R ثابت شده‌اند. اندازهٔ میدان الکتریکی خالص روی محوری عمود بر سطح دایره که از مرکز دایره می‌گذرد و در فاصلهٔ R از مرکز آن قرار دارد، چند برابر اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره است؟



۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۲) $\sqrt{2}$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

۵۳- در شکل روبه‌رو، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M (وسط دو بار) برابر $\vec{E}$ است. فاصلهٔ بار $+q$ از نقطهٔ M را چند درصد کاهش دهیم تا میدان خالص در نقطهٔ M، برابر $4\vec{E}$ شود؟

۱) ۲۵
۲) ۳۶
۳) ۷۵
۴) ۶۴

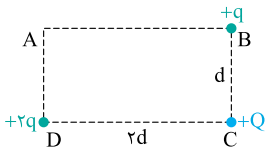
۵۴- در مجاورت سطح زمین، میدان الکتریکی یکنواختی رو به بالا به اندازهٔ $10^4\ N/C$ ایجاد کرده‌ایم. اگر ذره‌ای به جرم 2 g را که دارای بار الکتریکی $+4\ \mu C$ است، از ارتفاع ۱ متری سطح زمین با سرعت اولیهٔ $4\ m/s$ رو به پایین پرتاب کنیم، در چند سانتی‌متری سطح زمین جهت حرکتش تغییر می‌کند؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۸۰
۲) ۲۰
۳) ۴۰
۴) ۱۰

۵۵- اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازنی را از V_1 به V_2 افزایش دهیم، بار خازن به اندازهٔ ΔQ افزایش می‌یابد. افزایش انرژی خازن، برابر کدام گزینه است؟

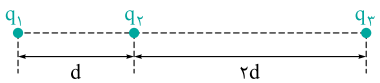
۱) $\Delta Q(V_2 - V_1)$
۲) $\Delta Q(V_2 + V_1)$
۳) $\frac{\Delta Q(V_2 - V_1)}{2}$
۴) $\frac{\Delta Q(V_2 + V_1)}{2}$

۵۶- سه بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر در سه رأس مستطیلی ثابت شده‌اند و طول مستطیل، ۲ برابر عرض آن است. اگر بار $+Q$ را از رأس C به رأس A منتقل کنیم، اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن چند برابر می‌شود؟



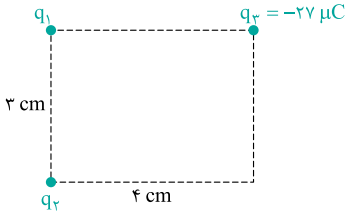
۱) $\frac{\sqrt{13}}{2}$
۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
۳) $\frac{\sqrt{15}}{4}$
۴) $\frac{\sqrt{17}}{4}$

۵۷- در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر سه بار صفر است. کدام گزینه در مورد این سه بار درست است؟



۱) $q_3 = -4q_2 = -9q_1$
۲) $q_3 = -4q_2 = 9q_1$
۳) $q_3 = -9q_2 = 4q_1$
۴) $q_3 = -9q_2 = 16q_1$

۵۸- سه بار نقطه‌ای مطابق شکل روبه‌رو در سه رأس یک مستطیل ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم صفر است. بارهای q_1 و q_2 به ترتیب از راست به چپ، چند میکروکولن هستند؟



۱) $+125$ ، -64
۲) -125 ، $+64$
۳) $+81$ ، -16
۴) -81 ، $+16$

۵۹- ذره‌ای با بار $10\ \mu C$ و جرم $4\ g$ را در یک میدان الکتریکی یکنواخت و افقی به اندازهٔ $3000\ N/C$ رها می‌کنیم. اندازهٔ شتاب حرکت این ذره چند متر بر مربع ثانیه می‌شود؟ $(g = 10\ N/kg)$

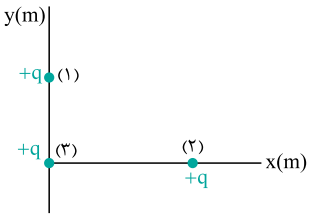
۱) ۷/۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۲۵ ۴) ۱۵

۶۰- خازن تختی با دی‌الکتریک هوا در اختیار داریم که پس از شارژ، از مولد جدا شده است. اگر فاصلهٔ دو صفحهٔ این خازن را ۲ برابر کنیم و دی‌الکتریکی با ثابت $\kappa = 4$ بین دو صفحه قرار دهیم، اندازهٔ میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ خازن نسبت به حالت اول، .....

۱) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. ۲) ۲۵ درصد کاهش می‌یابد.

۳) ۷۵ درصد افزایش می‌یابد. ۴) ۷۵ درصد کاهش می‌یابد.

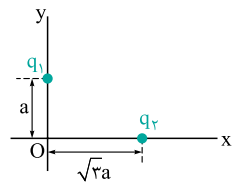
۶۱- سه بار نقطه‌ای یکسان $q = 0/2\ mC$ مطابق شکل روبه‌رو، قرار گرفته‌اند و اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار (۳) که در مبدأ مختصات قرار دارد، $90\sqrt{17}\ N$ است. اگر بار (۱) در مکان $y = 1\ m$ باشد، مکان بار (۲) کدام است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



۱) $x = 3\ m$ ۲) $x = 2\ m$

۳) $x = 5\ m$ ۴) $x = 1/5\ m$

۶۲- دو بار نقطه‌ای مطابق شکل روبه‌رو، روی دو محور مختصات ثابت شده‌اند و بردار میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات، برابر $\vec{E} = (-100\ N/C)\vec{i} + (100\ N/C)\vec{j}$ است. اندازهٔ میدان الکتریکی در نقطه‌ای وسط دو بار و روی خط واصل آن‌ها، چند نیوتون بر کولن است؟



۱) ۴۰۰ ۲) ۲۰۰

۳) ۳۰۰ ۴) ۱۰۰

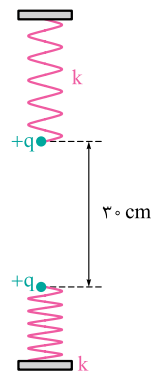
۶۳- دو بار نقطه‌ای $-q$ و $+9q$ در فاصلهٔ d از هم ثابت شده‌اند. دو نقطهٔ A و B روی خط و اصل این دو بار و در یک فاصله از بار $-q$ قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در یکی از این دو نقطه صفر باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ دیگر کدام است؟ (k ثابت کولن است.)

۱) $36\frac{kq}{d^2}$ ۲) $32\frac{kq}{d^2}$ ۳) $40\frac{kq}{d^2}$ ۴) $20\frac{kq}{d^2}$

۶۴- دو صفحهٔ رسانای موازی در فاصلهٔ $15\ cm$ از یکدیگر قرار دارند و به اختلاف پتانسیل $300\ V$ متصل شده‌اند. یک پروتون به جرم $1/6\times10^{-27}\ kg$ را از فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری صفحهٔ مثبت با چه اندازهٔ سرعت اولیه‌ای برحسب متر بر ثانیه عمود بر این صفحه، به طرف آن پرتاب کنیم تا درست در لحظهٔ رسیدن به این صفحه متوقف شود؟ $(e = 1/6\times10^{-19}\ C)$

۱) 2×10^4 ۲) 4×10^5 ۳) 4×10^4 ۴) 2×10^5

۶۵- دو گلولهٔ کوچک ۳۰ گرمی با بارهای یکسان، مطابق شکل به دو فنر مشابه متصل‌اند و در حال تعادل، فنر بالایی نسبت به طول عادی‌اش کشیده شده و فنر پایینی فشرده شده است. اگر اندازهٔ تغییر طول فنر پایینی نسبت به طول عادی‌اش، ۲ برابر تغییر طول فنر بالایی باشد، بار هر گلوله چند میکروکولن است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2, g = 10\ N/kg)$



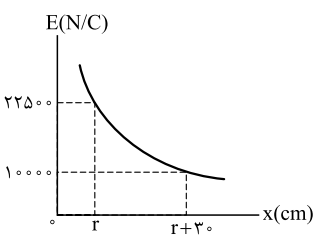
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۴

۴) ۶

۶۶- نمودار روبه‌رو، اندازهٔ میدان الکتریکی در فضای پیرامون بار نقطه‌ای مثبت q_1 را برحسب فاصله از این بار نشان می‌دهد. بار نقطه‌ای $-0/1\ \mu C$ را در فاصلهٔ ۴۰ سانتی‌متری از این بار قرار می‌دهیم. در یک نقطه بین دو بار و روی خط واصل آن‌ها، اندازهٔ میدان حاصل از بارها برابر می‌شود. این نقطه در چند سانتی‌متری بار q_1 قرار دارد؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



۱) ۱۰ ۲) ۳۰

۳) ۲۵ ۴) ۳۲

۶۷- ذره‌ای به جرم $5\ mg$ و بار $20\ \mu C$ در میدان الکتریکی یکنواختی به اندازهٔ $1000\ N/C$، در جهت میدان الکتریکی به اندازهٔ $10\ cm$ جابه‌جا می‌شود و تندی‌اش در این جابه‌جایی $10\ m/s$ افزایش می‌یابد. تندی این ذره در پایان این جابه‌جایی به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ (از کار نیروی وزن ذره چشم‌پوشی کنید.)

۱) ۳۵ ۲) ۸۰ ۳) ۴۵ ۴) ۹۵

۶۸- خازن تختی با دی‌الکتریک هوا در اختیار داریم که مساحت صفحاتش $8\ cm^2$ است و در فاصلهٔ $1\ cm$ از هم قرار دارند. اگر یک ذره با بار $+2\ pC$ و جرم $2\ mg$ از نزدیکی صفحهٔ مثبت آن رها شود، با تندی $1\ m/s$ به صفحهٔ دیگر خازن می‌رسد. بار الکتریکی این خازن چند میکروکولن بوده است؟ ($\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\ F/m$ و وزن ذره ناچیز فرض شود.)

۱) ۰/۳۶ ۲) ۰/۱۸ ۳) ۰/۲۴ ۴) ۰/۷۲

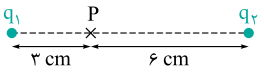
۶۹- دو بار نقطه‌ای $21\ \mu C$ و $14\ \mu C$ در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند و اندازهٔ نیروی الکتریکی‌ای که به یکدیگر وارد می‌کنند، برابر F است. اگر فاصلهٔ دو بار را $10\ cm$ از هم کم کنیم، اندازهٔ این نیرو برابر F' و اگر فاصلهٔ آن‌ها را $10\ cm$ نسبت به حالت اول زیاد کنیم، اندازهٔ این نیرو برابر F'' می‌شود. اگر $\frac{F''}{F'} = \frac{9}{16}$ باشد، اندازهٔ F چند نیوتون است؟ ($k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2$)

۱) ۳/۶ ۲) ۲/۴ ۳) ۸/۵ ۴) ۵/۴

۷۰- جسم باردار با از دست دادن n الکترون خنثی می‌شود و با گرفتن 10^{13} الکترون، بار آن $-8\ \mu C$ می‌شود. n برابر کدام گزینه است؟ ($e = 1/6\times10^{-19}\ C$)

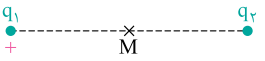
۱) 10^{13} ۲) 4×10^{13} ۳) 5×10^{13} ۴) $1/6\times10^{13}$

۷۱- در شکل روبه‌رو، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ P برابر $\vec{E}$ است. اگر بار q_2 را خنثی کنیم، میدان الکتریکی در همین نقطه برابر $-\vec{E}$ می‌شود. نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



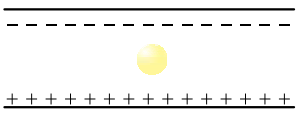
۱) ۸ ۲) -8 ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $-\frac{1}{8}$

۷۲- دو بار نقطه‌ای همانند شکل زیر، در فاصله‌ای از یکدیگر ثابت شده‌اند و اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M واقع در وسط دو بار، $2000\ N/C$ است. اگر بار q_2 خنثی شود، اندازهٔ میدان در همان نقطه به $500\ N/C$ می‌رسد. اگر بار q_1، مثبت باشد، کدام گزینه در مقایسهٔ اندازهٔ بارها و علامت بار q_2 درست است؟



۱) $|q_1| > |q_2|$، مثبت یا منفی ۲) $|q_1| > |q_2|$، مثبت
۳) $|q_1| < |q_2|$، مثبت ۴) $|q_1| < |q_2|$، مثبت یا منفی

۷۳- یک قطرهٔ روغن به جرم m و بار $+3e$ همانند شکل روبه‌رو در فضای میان دو صفحهٔ خازنی در حال تعادل است. یک تابش یونیده‌کننده بر این قطره روغن فرود می‌آید و بار آن را به $+2e$ کاهش می‌دهد. در این حال نیروی خالص وارد بر این قطره روغن برابر کدام گزینه می‌شود؟

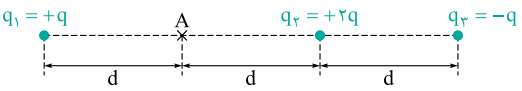


۱) $\frac{2}{3}mg$ رو به پایین ۲) $\frac{2}{3}mg$ رو به بالا ۳) $\frac{1}{3}mg$ رو به بالا ۴) $\frac{1}{3}mg$ رو به پایین

۷۴- خازن تختی به ظرفیت $2\ \mu F$ در اختیار داریم که دی‌الکتریک آن هوا است. این خازن را به یک باتری 5 ولتی متصل و پس از شارژ، از باتری جدا می‌کنیم. انرژی خازن در این حالت برابر U است. چند الکترون باید از صفحهٔ مثبت این خازن جدا کنیم و به صفحهٔ منفی آن انتقال دهیم تا وقتی فضای بین دو صفحهٔ آن را با دی‌الکتریکی به ثابت $1/5$ پر می‌کنیم، انرژی خازن باز هم برابر U شود؟ ($e = 1/6\times10^{-19}\ C$)

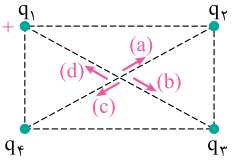
۱) $\frac{5}{16}\times10^{14}$ ۲) $\frac{5}{8}\times10^{14}$ ۳) $\frac{5}{16}\times10^{18}$ ۴) $\frac{5}{8}\times10^{18}$

۷۵- سه بار نقطه‌ای در مکان‌های نشان داده شده در شکل زیر، ثابت شده‌اند. اگر نیمی از بار q_1 را از آن جدا کنیم و به بار q_3 بدهیم و سپس بار q_2 را به نقطهٔ A منتقل کنیم، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 چند برابر حالت اول می‌شود؟



۱) $\frac{7}{38}$ ۲) $\frac{5}{19}$ ۳) $\frac{9}{19}$ ۴) $\frac{5}{38}$

۷۶- چهار بار نقطه‌ای همانند شکل روبه‌رو در چهار رأس یک مستطیل ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی خالص در مرکز مستطیل صفر است. بار q_1 مثبت است و علامت سایر بارها را نمی‌دانیم. اگر بار q_1 را خنثی کنیم، میدان الکتریکی خالص در مرکز مستطیل در کدام‌یک از جهت‌های نشان داده شده خواهد بود؟

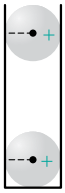


۱) a ۲) b ۳) c ۴) d

۷۷- خازن تختی با دی‌الکتریک هوا به یک باتری متصل و انرژی U در آن ذخیره شده است. اگر فاصلهٔ دو صفحهٔ آن را 2 برابر کنیم و سپس، آن را از باتری جدا کرده و فضای بین دو صفحه‌اش را با دی‌الکتریکی به ثابت $\kappa = 2$ پر کنیم، انرژی ذخیره‌شده در آن برابر کدام گزینه می‌شود؟

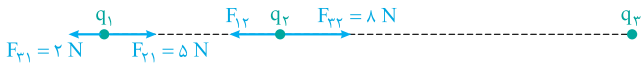
۱) U ۲) $2U$ ۳) $\frac{U}{2}$ ۴) $\frac{U}{4}$

۷۸- دو گوی کوچک مشابه با بارهای یکسان $+۳\ \mu C$، مطابق شکل در یک ظرف استوانه‌ای هر دو در حال تعادل‌اند. اگر گوی پایینی به کف ظرف نیرویی به اندازهٔ $۲۰\ N$ وارد کند، فاصلهٔ بین مرکز دو گوی چند سانتی‌متر است؟ ($k = ۹\times۱۰^{۹}\ N.m^{۲}/C^{۲}$ و اصطکاک‌ها ناچیزند.)



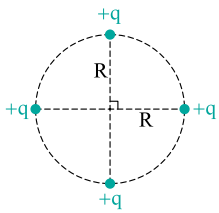
۱) ۱۸
۲) ۹
۳) ۶
۴) ۱۵

۷۹- سه ذرهٔ باردار همانند شکل زیر در نقاطی ثابت شده‌اند. در این شکل اندازهٔ نیروهای الکتریکی وارد بر بارهای $q_۱$ و $q_۲$ نوشته شده است. نیروی الکتریکی خالص وارد بر $q_۳$ چند نیوتون است؟



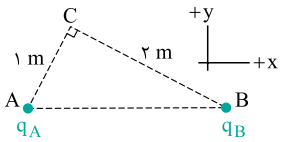
۱) ۱۰
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۴

۸۰- چهار بار نقطه‌ای $+q$ مطابق شکل روبه‌رو بر محیط دایره‌ای به شعاع R ثابت شده‌اند. چه باری باید در مرکز دایره قرار دهیم تا میدان الکتریکی خالص در نقطه‌ای روی یک خط گذرنده از مرکز دایره و عمود بر سطح آن که در فاصلهٔ R از مرکز دایره قرار دارد، صفر شود؟



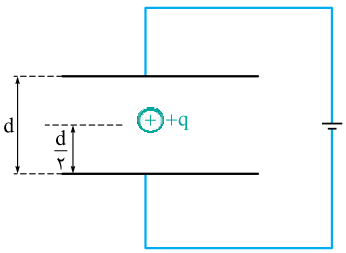
۱) $+\sqrt{۲}q$
۲) $-\sqrt{۲}q$
۳) $+۲\sqrt{۲}q$
۴) $-۲\sqrt{۲}q$

۸۱- دو ذرهٔ باردار با بارهای $q_A = +۱\ \mu C$ و q_B همانند شکل روبه‌رو، در دو رأس A و B از یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی خالص در رأس C در جهت $+x$ است. چند الکترون باید از یکی از دو ذرهٔ باردار بگیریم تا میدان الکتریکی خالص در رأس C در جهت $+y$ قرار گیرد؟ ($e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C$ و محور x موازی ضلع AB است.)



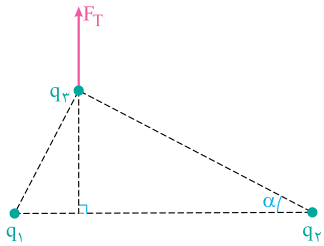
۱) $۳/۷۵\times۱۰^{۱۸}$
۲) $۶/۲۵\times۱۰^{۱۸}$
۳) $۳/۷۵\times۱۰^{۱۳}$
۴) $۶/۲۵\times۱۰^{۱۳}$

۸۲- ذره بارداری که نسبت بار به جرم آن در SI برابر ۳×۱۰^{-۴} است، مطابق شکل در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $۱۰^{۵}\ N/C$، از فاصلهٔ $\frac{d}{۲}$ بالای صفحهٔ پایینی، رها می‌شود و پس از مدت t به صفحهٔ پایینی برخورد می‌کند. اگر صفحهٔ بالایی را به موازات خود به اندازهٔ $\frac{d}{۲}$ به طرف بالا جابه‌جا کنیم و ذرهٔ باردار را از همان نقطهٔ اولیه رها کنیم، پس از چه مدت به صفحهٔ پایینی می‌رسد؟



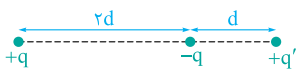
۱) $۲\sqrt{۲}t$
۲) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}t$
۳) $۲\sqrt{۳}t$
۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}t$

۸۳- سه بار نقطه‌ای مطابق شکل روبه‌رو، در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند و نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۳$ در جهت نشان داده شده است. نسبت $\frac{|q_۱|}{|q_۲|}$ کدام است؟



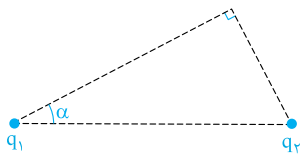
۱) $\tan\alpha$
۲) $\tan^{۳}\alpha$
۳) $\sin\alpha$
۴) $\sin^{۳}\alpha$

۸۴- سه بار نقطه‌ای همانند شکل زیر، ثابت شده‌اند. اگر اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر بارهای $+q$ و $-q$ برابر باشد، نسبت $\frac{q'}{q}$ کدام است؟



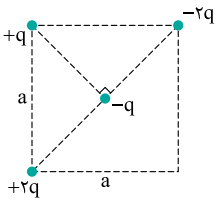
۱) $\frac{۹}{۲۰}$
۲) $\frac{۲۰}{۹}$
۳) $\frac{۹}{۱۰}$
۴) $\frac{۱۰}{۹}$

۸۵- دو بار $q_۱$ و $q_۲$ همانند شکل روبه‌رو در دو رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی خالص در رأس سوم، موازی خط واصل بارهای $q_۱$ و $q_۲$ است. نسبت $\frac{|q_۲|}{|q_۱|}$ کدام است؟



۱) $\sin^{۳}\alpha$
۲) $\cos^{۳}\alpha$
۳) $\tan^{۳}\alpha$
۴) $\cot^{۳}\alpha$

۸۶- چهار بار نقطه‌ای در نقاط نشان داده شده در شکل روبه‌رو ثابت شده‌اند. اندازهٔ نیروی خالص وارد بر بار $+q$ چند برابر اندازهٔ نیروی خالص وارد بر بار $-q$ است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹\ N.m^۲/C^۲)$

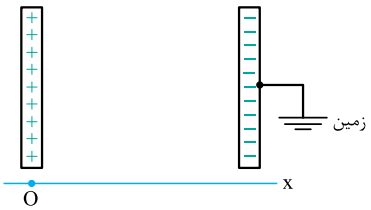


۱) $\sqrt{\frac{۳}{۱۷}}$
۲) $\sqrt{\frac{۷}{۱۵}}$
۳) $\sqrt{\frac{۳}{۵}}$
۴) ۱

۸۷- خازن تختی به ظرفیت $۵\ \mu F$ را به یک باتری ۱۲ ولتی متصل کرده و پس از شارژ، از باتری جدا می‌کنیم. اگر در این حال، فاصلهٔ دو صفحهٔ خازن را ۲۰ درصد افزایش دهیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکرو ژول تغییر می‌کند؟

۱) ۶۴
۲) ۷۲
۳) ۱۴۴
۴) ۱۲

۸۸- در شکل روبه‌رو، بار خازن $۱۸\ pC$ و دی‌الکتریک آن، هوا است. اگر مساحت هر صفحهٔ خازن $۱۰\ cm^۲$ و فاصلهٔ دو صفحه برابر $۰/۱\ m$ باشد، معادلهٔ پتانسیل الکتریکی در نقاط بین دو صفحه برحسب x در SI کدام است؟ $(\varepsilon_۰ = ۹\times۱۰^{-۱۲}\ F/m)$



۱) $V = ۵۰ - ۵۰۰x$
۲) $V = ۱۰۰ - ۱۰۰۰x$
۳) $V = ۲۰۰ - ۲۰۰۰x$
۴) $V = ۹۰ - ۹۰۰x$

۸۹- ذره‌ای به جرم m و بار الکتریکی $+q$ در میدان الکتریکی میان دو صفحهٔ خازن تختی با بار Q و فاصلهٔ دو صفحهٔ d، از حال سکون رها می‌شود و پس از جابه‌جایی $\frac{d}{۲}$ در جهت میدان، تندی آن به v می‌رسد. ظرفیت این خازن برابر کدام گزینه است؟ (از نیروی وزن ذره چشم‌پوشی کنید.)

۱) $\frac{Q^۲}{mqv^۲}$
۲) $\frac{Q^۲}{۲mqv^۲}$
۳) $\frac{Qq}{mv^۲}$
۴) $\frac{Qq}{۲mv^۲}$

۹۰- دو کرهٔ فلزی هم‌اندازه و باردار (۱) و (۲) در فاصلهٔ ۱۵ سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند و یکدیگر را با نیروی الکتریکی $۱/۳\ N$ جذب می‌کنند. اگر این دو کره را با هم تماس دهیم، تعدادی الکترون از کرهٔ (۲) به کرهٔ (۱) می‌رود و وقتی دو کره را از هم جدا می‌کنیم، بار هر کدام $۳\ \mu C+$ می‌شود. بار کرهٔ (۱) ابتدا چند میکروکولن بوده است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹\ N.m^۲/C^۲)$

۱) $+۶/۵$
۲) $-۰/۵$
۳) $+۰/۵$
۴) $-۶/۵$

۱- گزینهٔ ۳ اگر از قانون کولن استفاده کنیم، حاصل‌ضرب اندازهٔ دو بار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 16 = 9\times10^9 \times \frac{|q_1|\times10^{-6}\times|q_2|\times10^{-6}}{0/3^2} \Rightarrow |q_1||q_2| = 160$$

متأسفانه وقتی به گزینه‌ها نگاه می‌کنیم، حاصل‌ضرب قدرمطلق و مقدارهای داده‌شده در هر چهار گزینه، یکسان است و نمی‌توان به این روش به گزینهٔ درست رسید!

باید از بار نهایی گلوله‌ها استفاده کنیم و مجموع بارها را به دست آوریم:

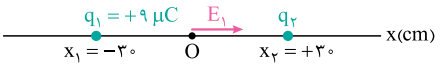
$$q_1' = q_2' = \frac{q_1+q_2}{2} = 3 \Rightarrow q_1+q_2 = +6\ \mu C$$

اکنون آشکار است که تنها گزینهٔ (۳) می‌تواند درست باشد. *(البته اگه از اول سراغ مجموع بارها رفته باشین، حتماً بدون هیچ زحمتی به گزینهٔ درست پی برده‌اید!)*

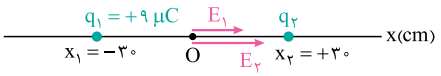
۲- گزینهٔ ۱ رابطهٔ $E = k\frac{|q|}{r^2}$ نشان می‌دهد که اندازهٔ میدان الکتریکی در یک نقطهٔ معین، با اندازهٔ باری که این میدان را پدید می‌آورد، متناسب است. در این تست چون اندازهٔ میدان ۲ برابر شده است، باید قدرمطلق بار هم ۲ برابر شود. از طرفی چون جهت میدان قرینه شده است، باید بار نهایی جسم منفی باشد:

$$q' = q - ne \Rightarrow -4\times10^{-6} = +2\times10^{-6} - n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n = \frac{6\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}} = 3/75\times10^{13}$$

۳- گزینهٔ ۳ ابتدا اندازهٔ میدان حاصل از بار q_1 در مبدأ مختصات را که در شکل زیر رسم شده است، محاسبه می‌کنیم:



$$E_1 = k\frac{|q|}{r^2} = 9\times10^9\times\frac{9\times10^{-6}}{0/3^2} = 9\times10^5\ N/C$$

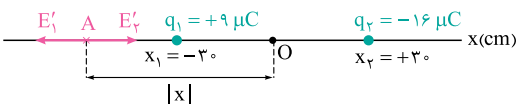


چون میدان خالص در مبدأ مختصات، اندازه‌ای بزرگ‌تر از این دارد و جهت آن، هم‌جهت با این بردار است، باید میدان حاصل از بار q_2 نیز هم‌جهت با E_1 باشد تا اندازه‌اش با آن جمع شود؛ نتیجه این‌که بار q_2 باید منفی باشد:

$$E_0 = E_1 + E_2 \Rightarrow 25\times10^5 = 9\times10^5 + E_2 \Rightarrow E_2 = 16\times10^5\ N/C$$

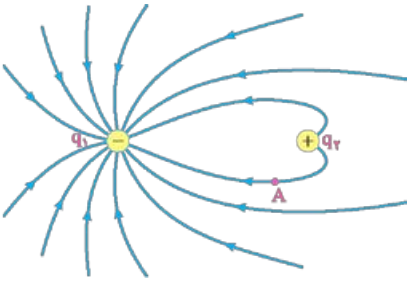
$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r^2} \Rightarrow 16\times10^5 = 9\times10^9\times\frac{|q_2|\times10^{-6}}{0/3^2} \Rightarrow |q_2| = 16\ \mu C$$

حالا که فهمیدیم دو بار ناهمنام‌اند، نقطه‌ای که در آن میدان خالص صفر می‌شود، باید جایی همانند نقطهٔ A در شکل زیر باشد؛ یعنی خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک‌تر به باری که قدرمطلق کوچک‌تری دارد. توجه کنید که اگر مکان نقطهٔ A را با x نشان دهیم (که قطعاً منفی است)، فاصلهٔ بار q_1 از نقطهٔ A برابر $(|x|-30\ cm)$ و فاصلهٔ بار q_2 از نقطهٔ A برابر $(|x|+30\ cm)$ خواهد شد:

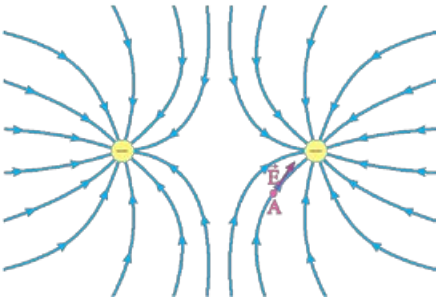


$$E_1' = E_2' \Rightarrow k\frac{|q_1|}{(|x|-30)^2} = k\frac{|q_2|}{(|x|+30)^2} \Rightarrow \frac{3}{|x|-30} = \frac{4}{|x|+30} \Rightarrow 4|x|-120 = 3|x|+90 \Rightarrow |x| = 210\ cm$$

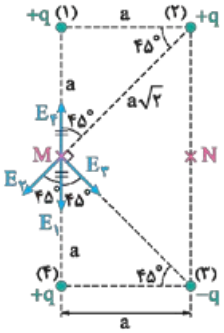
۴- گزینهٔ ۳ با توجه به سوی خطوط میدان داده‌شده، می‌توان فهمید که بار q_1، منفی و بار q_2 مثبت بوده است و با توجه به خمیدگی بیشتر خطوط میدان در نزدیکی بار q_2، می‌توان نتیجه گرفت که اندازهٔ بار q_2 کوچک‌تر از اندازهٔ بار q_1 بوده است.



با این توضیحات، آشکار است که پس از تماس دو کره با یکدیگر، بار هر دو منفی و برابر با هم خواهد شد. شکل خطوط میدان در این حالت به صورت روبه‌رو می‌شود و جهت میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A را می‌توان با رسم یک مماس بر خط میدان در این نقطه تشخیص داد.

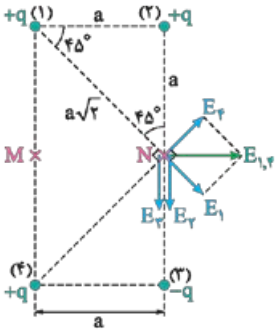


۵- گزینهٔ ۲ در شکل روبه‌رو، بارها را شماره‌گذاری کرده‌ایم و میدان حاصل از هر کدام را در نقطهٔ M می‌بینید. میدان‌های E_1 و E_4، هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند و برایندشان صفر است. دو میدان E_2 و E_3، هم‌اندازه و عمود بر یکدیگرند و اندازهٔ برایندشان به صورت زیر به دست می‌آید:



$$E_M = \sqrt{2}E_2 = \sqrt{2}k\frac{q}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}k\frac{q}{a^2}$$

میدان حاصل از هر بار در نقطهٔ N را هم در شکل بعدی می‌بینید. اندازهٔ برایند این میدان‌ها را هم باید محاسبه کنیم:



$$E_{1,4} = \sqrt{2}E_1 = \sqrt{2}k\frac{q}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}k\frac{q}{a^2}$$

$$E_N = \sqrt{E_{2,3}^2 + E_{1,4}^2} = \sqrt{(2E_2)^2 + E_{1,4}^2} \Rightarrow E_N = \sqrt{4(k\frac{q}{a^2})^2 + \frac{1}{2}(\frac{kq}{a^2})^2} = \frac{kq}{a^2}\sqrt{4+\frac{1}{2}} = \frac{3kq}{\sqrt{2}a^2}$$

$$\frac{E_M}{E_N} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{kq}{a^2}}{\frac{3kq}{\sqrt{2}a^2}} = \frac{1}{3}$$

۶- گزینهٔ ۲ امیدوارم مفهوم سطح خارجی را به درستی به خاطر داشته باشید! تا زمانی که درِ سطل بسته نباشد، هم سطح سیاه‌رنگ و هم سطح خاکستری، سطح خارجی به شمار می‌روند و بار منفی بر روی هر دو توزیع می‌شود.

۷- گزینهٔ ۳ وقتی با فشردن کلید، فاصلهٔ دو صفحهٔ خازن کاهش می‌یابد، ظرفیت آن افزایش می‌یابد و برای آن‌که این تغییر ظرفیت توسط مدار تشخیص داده شود، باید مقدار آن حداقل ۲ pF باشد:

$$C_2 - C_1 = 2\times10^{-12} \Rightarrow \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_2} - \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1} = 2\times10^{-12} \Rightarrow 4\times9\times10^{-12}\times\frac{50\times10^{-6}}{d_2} - \underbrace{4\times9\times10^{-12}\times\frac{50\times10^{-6}}{0/6\times10^{-3}}}_{3\times10^{-12}} = 2\times10^{-12}$$

$$\Rightarrow \frac{1/8\times10^{-15}}{d_2} = 5\times10^{-12} \Rightarrow d_2 = 3/6\times10^{-4}\ \text{m} = 0/36\ \text{mm}$$

به این ترتیب، فاصلهٔ دو صفحه که ابتدا ۰/۶ mm بود، باید به ۰/۳۶ mm میلی‌متر برسد و اندازهٔ جابه‌جایی صفحه باید برابر $0/6 - 0/36 = 0/24$ mm باشد.

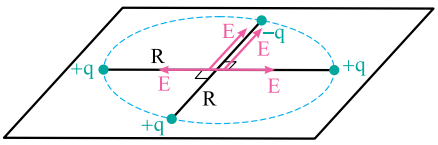
۸- گزینهٔ ۱ اگر بارها را با $+q$ و $-q$ نشان دهیم و فرض کنیم نیمی از بار مثبت را برداشته و به بار منفی داده‌ایم، می‌توانیم اندازهٔ نیروی الکتریکی در دو حالت را با استفاده از قانون کولن، محاسبه و مقایسه کنیم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k\frac{q.q}{r^2} = k\frac{q^2}{r^2}$$

$$F' = k\frac{|q-\frac{q}{2}||-q+\frac{q}{2}|}{(\frac{r}{2})^2} = k\frac{\frac{q}{2}.\frac{q}{2}}{\frac{r^2}{4}} = k\frac{q^2}{r^2}$$

می‌بینید که اندازهٔ نیروی الکتریکی در دو حالت یکسان است.

۹- گزینهٔ ۱ اگر اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از هر بار در مرکز دایره را E بنامیم، همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره برابر $E_T = 2E$ است.

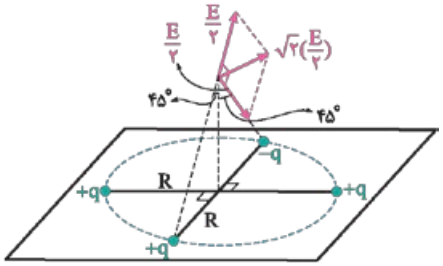


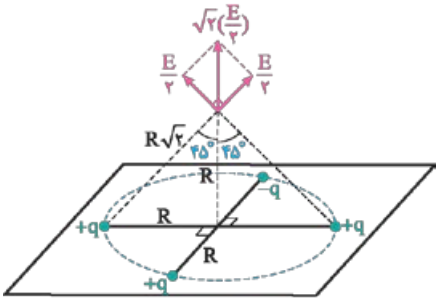
اگر از مرکز دایره در راستای عمود بر سطح آن به اندازهٔ R جابه‌جا شویم، به نقطهٔ جدیدی می‌رسیم که فاصله‌اش از هر بار، برابر $\sqrt{2}R$ است. چون اندازهٔ میدان با مربع فاصله نسبت وارون دارد، اندازهٔ میدان هر بار در نقطهٔ جدید برابر $\frac{E}{2}$ می‌شود:

$$E = k\frac{|q|}{r^2}$$

$\frac{1}{2}$ برابر — $\sqrt{2}$ برابر

در شکل‌های زیر، میدان حاصل از بارها را دوبه‌دو، در دو شکل جداگانه می‌بینید. در نهایت با دو میدان $\sqrt{۲}(\frac{E}{۲})$ مواجه‌ایم که بر هم عمودند و اندازهٔ برایندشان، به صورت زیر به دست می‌آید:



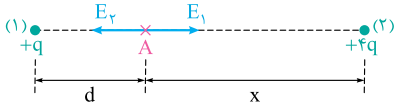


به این ترتیب، می‌توان دید که اندازهٔ میدان الکتریکی خالص چند برابر شده است:

$$E'_T = \sqrt{۲}(\sqrt{۲}\frac{E}{۲}) = E$$

$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{E}{۲E} = \frac{۱}{۲}$$

۱۰- گزینهٔ ۲ ابتدا از صفربودن میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A استفاده می‌کنیم:

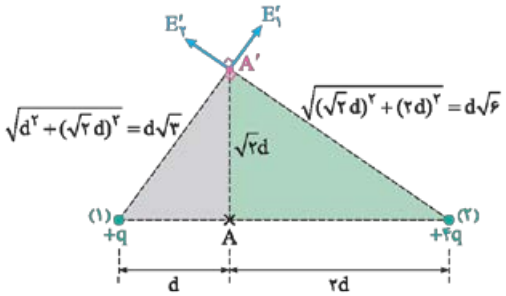


$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow k\frac{q}{d^۲} = k\frac{۴q}{x^۲} \Rightarrow x = ۲d$$

اکنون باید به سراغ حالتی برویم که از نقطهٔ A در راستای عمود بر خط واصل دو بار، به اندازهٔ $\sqrt{۲}d$ جابه‌جا شده‌ایم. نقطهٔ جدید را در شکل زیر A' نامیده‌ایم. فاصلهٔ A' از دو بار، به کمک رابطهٔ فیثاغورس در دو مثلث سایه زده شده، به راحتی قابل محاسبه است. بزرگ‌ترین مثلثی که در شکل می‌بینید، باز هم یک مثلث قائم‌الزاویه است. این موضوع را می‌توانید با امتحان رابطهٔ فیثاغورس در آن، متوجه شوید:

$$(d\sqrt{۳})^۲ + (d\sqrt{۶})^۲ = (۳d)^۲$$

البته به‌جز این هم انتظار نمی‌رفت و در چهارچوب کتاب درسی، فقط باید به شما حالت‌هایی را بدهند که بردارهای موجود در مسئله، عمود بر هم و یا هم‌راستا باشند. برایند میدان‌ها در نقطهٔ A به صورت زیر به دست می‌آید:



$$E'_۱ = k\frac{q}{(d\sqrt{۳})^۲} = \frac{kq}{۳d^۲},\ E'_۲ = k\frac{۴q}{(d\sqrt{۶})^۲} = \frac{۲kq}{۳d^۲}$$

$$E'_T = \sqrt{(E'_۱)^۲ + (E'_۲)^۲} = \sqrt{(\frac{kq}{۳d^۲})^۲ + (\frac{۲kq}{۳d^۲})^۲} = \frac{kq}{۳d^۲}\sqrt{۱+۴} \Rightarrow E'_T = \frac{\sqrt{۵}}{۳}\frac{kq}{d^۲}$$

۱۱- گزینهٔ ۲ چون بار ذره مثبت است و در خلاف جهت میدان پرتاب شده است، نیرویی که میدان به آن وارد می‌کند در خلاف جهت حرکت آن است و این ذره پس از مدتی متوقف می‌شود و در خلاف جهت اولیه برمی‌گردد. ابتدا مسافتی را که ذره طی می‌کند تا متوقف شود، محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow qEd = -(۰ - \frac{۱}{۲}mv_۰^۲) \Rightarrow d = \frac{mv_۰^۲}{۲qE} = \frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۴۰^۲}{۲\times۲۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰۰۰} = ۰/۱۶\ m = ۱۶\ cm$$

اکنون مسافتی را که ذره از حال سکون طی می‌کند تا سرعتش به $۳۰\ m/s$ در خلاف جهت اولیه برسد، محاسبه می‌کنیم و آن را با مسافت قبلی جمع می‌کنیم:

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow -qEd' = -(\frac{۱}{۲}mv^۲ - ۰) \Rightarrow d' = \frac{mv^۲}{۲qE} = \frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۳۰^۲}{۲\times۲۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰۰۰} = ۰/۰۹\ m = ۹\ cm$$

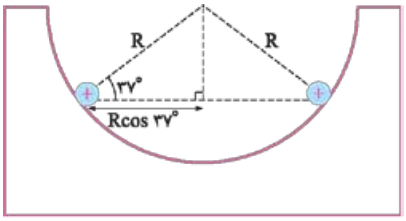
$$d + d' = ۱۶ + ۹ = ۲۵\ cm$$

۱۲- گزینهٔ ۲ چون خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است و می‌توان از تغییر بار و انرژی خازن، به صورت زیر استفاده کرد:

$$\Delta Q = \Delta CV = ۲۰ \Rightarrow V = \frac{۲۰}{\Delta C}$$

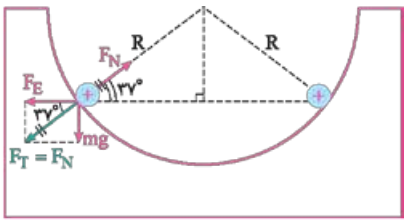
$$\Delta U = \frac{۱}{۲}\Delta CV^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\Delta C(\frac{۲۰}{\Delta C})^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۲۰۰}{\Delta C} = ۱۰۰ \Rightarrow \Delta C = ۲\ \mu F$$

۱۳- گزینهٔ ۲ ابتدا با توجه به شکل روبه‌رو، فاصلهٔ دو گلوله از یکدیگر (r) را محاسبه می‌کنیم: (زاویهٔ ۳۷ درجه، یکی از زاویه‌هایی است که در تست‌های فیزیک، زیاد به چشم می‌خورد و به همین دلیل، معمولاً بچه‌ها سینوس و کسینوس آن را می‌دانند. در هر صورت اگر نیاز به کسینوس این زاویه داشته باشید و آن را ندانید، کافی است به یاد رابطهٔ $\sin^2 37^\circ + \cos^2 37^\circ = 1$ بیفتید و با استفاده از آن، کسینوس این زاویه را برابر ۰/۸ به دست آورید.)



$$r = 2R\cos\alpha \Rightarrow r = 2\times 0/1\times 0/8 = 0/16\ m$$

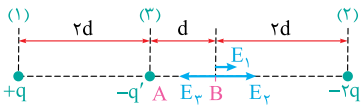
در شکل بعدی، نیروهای وارد بر یکی از گلوله‌ها را می‌بینید. F_N در این شکل، نیروی عمودی سطحی است که از طرف سطح نیم‌کره به گلوله وارد می‌شود. چون گلوله‌ها در حال تعادل‌اند، باید نیروی خالص وارد بر هر کدام برابر صفر باشد؛ برای این منظور، باید برایند دو نیروی وزن (mg) و نیروی الکتریکی (F_E) که در شکل با F_T نشان داده شده است، هم‌اندازه با F_N و در خلاف جهت آن باشد. با توجه به همین شکل، می‌توان نوشت:

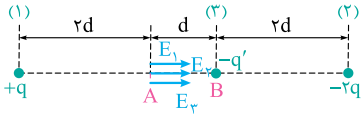


$$\tan 37^\circ = \frac{mg}{F_E} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{0/27\times 10}{F_E} \Rightarrow F_E = \frac{18}{5}\ N$$

$$F_E = k\frac{q^2}{r^2} \Rightarrow \frac{18}{5} = 9\times 10^9\frac{q^2}{(0/16)^2} \Rightarrow q = 3/2\times 10^{-6}\ C = 3/2\ \mu C$$

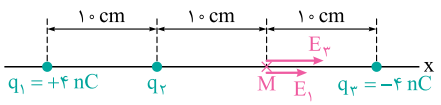
۱۴- گزینهٔ ۳ در دو شکل زیر، بار نقطه‌ای منفی را $-q'$ نامیده و یک بار آن را در نقطهٔ A و بار دیگر در نقطهٔ B قرار داده‌ایم. همان‌گونه که می‌بینید، تنها در صورتی که این بار در نقطهٔ A قرار گیرد، امکان صفرشدن برایند میدان‌ها در نقطهٔ B وجود دارد. در این حالت، برای صفرشدن برایند میدان‌ها، باید داشته باشیم:





$$E_1 + E_2 = E_3 \Rightarrow k\frac{q}{(3d)^2} + k\frac{2q}{(2d)^2} = k\frac{q'}{d^2} \Rightarrow \frac{11}{18}k\frac{q}{d^2} = k\frac{q'}{d^2} \Rightarrow |q'| = \frac{11}{18}q \Rightarrow q' = -\frac{11}{18}q$$

۱۵- گزینهٔ ۴ در شکل روبه‌رو بردارهای میدان الکتریکی حاصل از دو بار q_1 و q_3 را در نقطهٔ M می‌بینید. توجه دارید که چون اندازهٔ این دو بار برابر است و فاصلهٔ بار q_1 از نقطهٔ M، ۲ برابر فاصلهٔ بار q_3 از نقطهٔ M است، اندازهٔ میدان حاصل از بار q_1 در نقطهٔ M باید $\frac{1}{4}$ اندازهٔ میدان حاصل از بار q_3 در همین نقطه باشد:



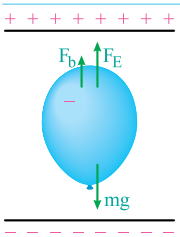
$$E_3 = k\frac{|q_3|}{r_3^2} = 9\times 10^9\times\frac{4\times 10^{-9}}{0/1^2} = 3600\ N/C \qquad E_1 = \frac{1}{4}E_3 = 900\ N/C \qquad E_{1,3} = 3600 + 900 = 4500\ N/C$$

با توجه به این‌که میدان خالص در نقطهٔ M، برابر $1800\ N/C$ و هم‌جهت با محور x است، آشکار است که باید میدان حاصل از بار q_2 در این نقطه، در خلاف جهت محور x باشد؛ یعنی بار q_2 منفی است و می‌توان نوشت:

$$E_T = E_{1,3} - E_2 \Rightarrow 1800 = 4500 - E_2 \Rightarrow E_2 = 2700\ N/C$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 2700 = 9\times 10^9\times\frac{|q_2|}{0/1^2} \Rightarrow |q_2| = 3\times 10^{-9}\ C \Rightarrow q_2 = -3\ nC$$

۱۶- گزینهٔ ۱ با توجه به نیروهای وارد بر بادکنک در شکل مقابل، می‌توان از صفربودن برایند نیروهای وارد بر آن استفاده کرد و محاسباتی به صورت زیر انجام داد:



$$F_E + F_b = mg \Rightarrow F_E = mg - F_b = 5\times 10^{-3}\times 10 - 0/02 = 0/03\ N$$

$$F_E = |q|E = |q|\frac{V}{d} \Rightarrow 0/03 = 0/2\times 10^{-3}\times\frac{V}{1} \Rightarrow V = 150\ V$$

۱۷- گزینهٔ ۱ ابتدا برای دو نقطهٔ A و B از ارتباط بین تغییر انرژی پتانسیل و جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$\underbrace{\Delta U}_{=-W_E} = -\Delta K \Rightarrow W_E = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow 0/1 = \frac{1}{2}\times 2\times 10^{-3}v_B^2 - 0 \Rightarrow v_B = 10\ m/s$$

یک بار هم به سراغ دو نقطهٔ A و C می‌رویم:

$$\Delta U = q\Delta V = q(V_C - V_A) = -1\times 10^{-3}(400 - 0) = -0/4\ J$$

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow 0/4 = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_A^2) \Rightarrow 0/4 = \frac{1}{2}\times 2\times 10^{-3}v_C^2 \Rightarrow v_C = 20\ m/s$$

با داشتن تندی در دو نقطهٔ B و C، می‌توان نسبت خواسته‌شده را به دست آورد:

$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{20}{10} = 2$$

۱۸- گزینهٔ ۳ چون خازن از باتری جدا شده است، بار آن ثابت است. اگر فرض کنیم ظرفیت خازن ابتدا برابر C_1 بوده و سپس به C_2 رسیده است، تغییر انرژی ذخیره‌شده در آن را می‌توان به صورت روبه‌رو محاسبه کرد:

$$\left.\begin{matrix} U_1 = \frac{Q^2}{2C_1} \\ U_2 = \frac{Q^2}{2C_2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta U = \frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right)$$

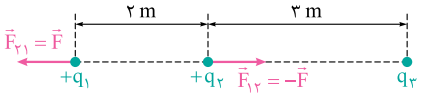
برای اختلاف پتانسیل دو سر خازن در دو حالت نیز می‌توان رابطه‌هایی به صورت روبه‌رو نوشت:

$$\left.\begin{matrix} V_1 = \frac{Q}{C_1} \\ V_2 = \frac{Q}{C_2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta V = Q\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right)$$

با تقسیم دو طرف رابطه‌های به دست آمده، خواهیم داشت:

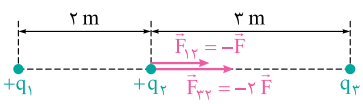
$$\frac{\Delta U}{\Delta V} = \frac{Q}{2} \Rightarrow \Delta V = \frac{2\Delta U}{Q}$$

۱۹- گزینهٔ ۲ همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، اگر نیروی الکتریکی‌ای که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند، برابر $\vec{F}$ باشد، با توجه به قانون سوم نیوتون، نیروی الکتریکی‌ای که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند، برابر $-\vec{F}$ خواهد شد. اگر رابطهٔ نیروی خالص وارد بر بار q_2 را به صورت برداری بنویسیم، به نتیجهٔ مقابل می‌رسیم:



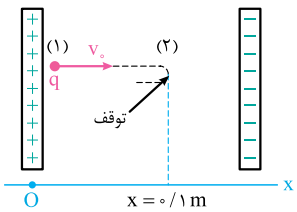
$$\vec{F}_T = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} \Rightarrow -3\vec{F} = -\vec{F} + \vec{F}_{32} \Rightarrow \vec{F}_{32} = -2\vec{F}$$

البته بدون نوشتن این رابطه و فقط با توجه به شکل هم می‌شد فهمید که برای این‌که برایند نیروهای وارد بر q_2 برابر $-3\vec{F}$ شود، باید نیروی دیگری که به آن وارد می‌شود، برابر $-2\vec{F}$ باشد. جهت نیروی $\vec{F}_{32}$ بیانگر این است که بار q_3 منفی بوده است. اکنون کافی است به سراغ اندازهٔ نیروها برویم:



$$F_{32} = 2F \Rightarrow k\frac{|q_3||q_2|}{3^2} = 2k\frac{|q_1||q_2|}{2^2} \Rightarrow |q_3| = \frac{9}{2}|q_1| \Rightarrow q_3 = -\frac{9}{2}q_1$$

۲۰- گزینهٔ ۱ برای نقطهٔ پرتاب (نقطهٔ ۱) و نقطهٔ توقف (نقطهٔ ۲)، با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$\Delta U = -\Delta K = -\left(0 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2}\times 8\times 10^{-6}\times 20^2 = 1/6\times 10^{-3}\ J$$

به این ترتیب، اختلاف پتانسیل دو نقطه برابر می‌شود با:

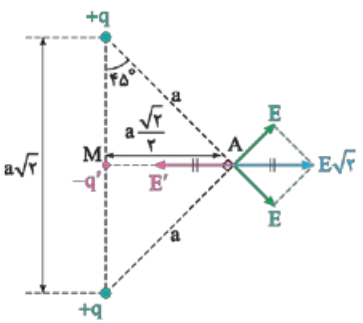
$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = \frac{1/6\times 10^{-3}}{-10\times 10^{-6}} = -160\ V$$

اکنون کافی است یک بار هم اختلاف پتانسیل دو نقطه را به کمک معادلهٔ داده‌شده به دست آوریم و آن را با مقدار بالا برابر قرار دهیم:

$$V = \alpha - \beta x \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \Rightarrow V_1 = \alpha \\ x_2 = 0/1\,m \Rightarrow V_2 = \alpha - \beta\times 0/1 \end{cases}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = (\alpha - 0/1\beta) - \alpha = -0/1\beta \Rightarrow -0/1\beta = -160 \Rightarrow \beta = 1600\ V/m$$

۲۱- گزینهٔ ۴ با توجه به شکل، آشکار است که برای صفرشدن میدان الکتریکی خالص در رأس A، باید باری که در نقطهٔ M قرار می‌گیرد، منفی باشد. فاصلهٔ این بار از رأس A را می‌توان به روش‌های مختلف هندسی مثل رابطهٔ فیثاغورس یا تعریف سینوس زاویهٔ ۴۵ درجه به دست آورد. برای صفرشدن میدان خالص، باید داشته باشیم:



$$E\sqrt{2} = E' \Rightarrow k\frac{q}{a^2}\sqrt{2} = k\frac{|q'|}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} \Rightarrow |q'| = \frac{\sqrt{2}}{2}q \Rightarrow q' = -\frac{\sqrt{2}}{2}q$$

۲۲- گزینهٔ ۱ در حالت نخست، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A را می‌توان با توجه به شکل، به صورت زیر به دست آورد:

$$E_1 = k\frac{2q}{d^2} \qquad E_2 = k\frac{q}{(2d)^2} \qquad E = E_1 - E_2 = k\frac{2q}{d^2} - k\frac{q}{4d^2} = \frac{7}{4}k\frac{q}{d^2}$$

چون در این حالت E_1 بزرگ‌تر از E_2 است، میدان الکتریکی خالص $\vec{E}$ به طرف راست است. وقتی جای بارها را عوض می‌کنیم، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص با توجه به شکل، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

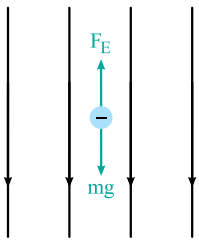
$$E'_1 = k\frac{q}{d^2} \qquad E'_2 = k\frac{2q}{(2d)^2} \qquad E' = E'_1 - E'_2 = \frac{kq}{d^2} - \frac{kq}{2d^2} = \frac{1}{2}k\frac{q}{d^2}$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{\frac{1}{2}k\frac{q}{d^2}}{\frac{7}{4}k\frac{q}{d^2}} = \frac{2}{7} \Rightarrow E' = \frac{2}{7}E$$

توجه دارید که در حالت دوم نیز به دلیل آن‌که E'_1 بزرگ‌تر از E'_2 است، باز هم میدان خالص به سمت راست است:

$$\vec{E}' = \frac{2}{7}\vec{E}$$

۲۳- گزینهٔ ۳ به ذرهٔ باردار دو نیرو وارد می‌شود؛ وزن و نیروی الکتریکی. اندازهٔ هر یک از این دو نیرو را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:



$$F_E = |q|E = 20\times10^{-6}\times3000 = 6\times10^{-2}\ N$$
$$W = mg = 5\times10^{-3}\times10 = 5\times10^{-2}\ N$$

چون اندازهٔ نیروی الکتریکی بزرگ‌تر از وزن ذره است، نیروی برایند وارد بر ذره رو به بالا است و در نتیجه، جهت شتاب هم رو به بالا خواهد بود. اندازهٔ شتاب را می‌توان با استفاده از قانون دوم نیوتون به دست آورد:

$$F_T = ma \Rightarrow 6\times10^{-2} - 5\times10^{-2} = 5\times10^{-3}a \Rightarrow a = 2\ m/s^2$$

۲۴- گزینهٔ ۴ چون ظرفیت خازن با فاصلهٔ دو صفحه‌اش نسبت وارون دارد، اگر ظرفیت خازن ابتدا برابر C باشد، پس از n برابرشدن فاصلهٔ بین دو صفحه، این ظرفیت برابر $\frac{C}{n}$ خواهد شد. برای محاسبهٔ تغییر انرژی خازن، می‌توانیم رابطهٔ $U = \frac{1}{2}CV^2$ را به صورت $\Delta U = \frac{1}{2}\Delta CV^2$ بنویسیم.

اما شما گفته بودین موقعی می‌شه از دو طرف رابطه Δ گرفت که رابطه‌مون درجهٔ اول باشه! این‌که درجهٔ دومه!

این‌طور نیست! توجه کنید که V در این تست ثابت است و به همین دلیل، توان ۲ی آن اهمیتی برایمان ندارد! متغیرهای ما U و C هستند که هر دو، درجهٔ اول‌اند. با این توضیحات، می‌توان نسبت خواسته‌شده را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\frac{\Delta U}{\Delta Q} = \frac{\frac{1}{2}\Delta C V^2}{\Delta C V} = \frac{V}{2}$$

۲۵- گزینهٔ ۱ ابتدا اندازهٔ نیرویی که دو بار به یکدیگر وارد می‌کنند، برابر است با:

$$F = k\frac{(q)(4q)}{r^2} = 4k\frac{q^2}{r^2}$$

برای بیشینه‌شدن اندازهٔ نیرو، باید بار الکتریکی دو ذره برابر شود:

$$q' = \frac{q+4q}{2} = \frac{5q}{2}$$

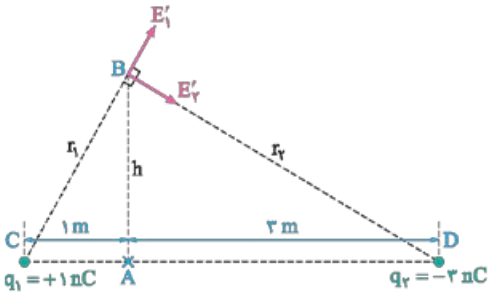
$$F_{max} = k\frac{(\frac{5q}{2})(\frac{5q}{2})}{r^2} = \frac{25}{4}k\frac{q^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{max}}{F} = \frac{\frac{25}{4}k\frac{q^2}{r^2}}{4k\frac{q^2}{r^2}} = \frac{25}{16} \Rightarrow F_{max} = \frac{25}{16}F$$

۲۶- گزینهٔ ۲ چون دو بار ناهمنام‌اند، میدان الکتریکی حاصل از آن‌ها در جهت‌های نشان داده شده در شکل روبه‌رو است و با استفاده از میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A، می‌توان اندازهٔ بار q_2 را به دست آورد:

$$E_1 + E_2 = 12\ N/C \Rightarrow k\frac{|q_1|}{r_1^2} + k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 12 \Rightarrow 9\times10^9\times\frac{1\times10^{-9}}{1} + 9\times10^9\times\frac{|q_2|}{3^2} = 12 \Rightarrow |q_2| = 3\times10^{-9}\ C$$

اکنون به کمی کار هندسی نیاز داریم! در شکل روبه‌رو، نقطهٔ B همان نقطه‌ای است که در تست به آن اشاره شده است؛ یعنی نقطه‌ای که در آن میدان‌های الکتریکی دو بار، بر هم عمودند. اگر فاصلهٔ AB را با h نشان دهیم، با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس در دو مثلث ABC و ABD، می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{matrix} h^2 = r_1^2 - 1^2 \\ h^2 = r_2^2 - 3^2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow r_1^2 - 1 = r_2^2 - 9 \Rightarrow r_1^2 = r_2^2 - 8$$

یک بار هم رابطهٔ فیثاغورس را در مثلث BCD می‌نویسیم و از نتیجهٔ بالا در آن استفاده می‌کنیم:

$$r_1^2 + r_2^2 = 16 \Rightarrow (r_2^2 - 8) + r_2^2 = 16 \Rightarrow r_2^2 = 12$$
$$r_1^2 = r_2^2 - 8 = 12 - 8 = 4$$

و بالأخره اندازهٔ میدان‌ها در نقطهٔ B و اندازهٔ برایند آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$E'_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9\times10^9 \times \frac{1\times10^{-9}}{4} = \frac{9}{4}\ N/C \qquad E'_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 9\times10^9 \times \frac{3\times10^{-9}}{12} = \frac{9}{4}\ N/C \qquad E_T = \sqrt{2}E'_1 = \frac{9\sqrt{2}}{4}\ N/C$$

۲۷- گزینهٔ ۴ با استفاده از ارتباط بین تغییر انرژی پتانسیل و جنبشی، می‌توان نوشت:

$$\Delta U = \Delta U_{\text{گرانشی}} + \Delta U_{\text{الکتریکی}} = -\Delta K \Rightarrow -mgd - qEd = -(\frac{1}{2}mv^2 - 0) \Rightarrow d(mg+qE) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow d = \frac{mv^2}{2(mg+qE)}$$

۲۸- گزینهٔ ۳ ابتدا انرژی و بار خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$U_1 = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\times10\times1/5^2 = 11/25\ \mu J$$
$$Q = CV = 10\times1/5 = 15\ \mu C$$

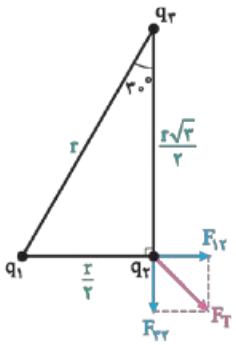
پس از جداکردن خازن از باتری، بار خازن برابر همان مقدار بالا باقی می‌ماند. در این حال ظرفیت خازن و انرژی آن پس از خروج دی‌الکتریک را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$C = \kappa C_0 \Rightarrow 10 = 5C_0 \Rightarrow C_0 = 2\ \mu F$$
$$U_2 = \frac{Q^2}{2C_0} = \frac{15^2}{2\times2} = 56/25\ \mu J$$

تغییر انرژی خازن هم به راحتی قابل محاسبه است:

$$U_2 - U_1 = 56/25 - 11/25 = 45\ \mu J$$

۲۹- گزینهٔ ۳ اگر وتر مثلث را r بنامیم، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰ درجه برابر $\frac{r}{2}$ و طول ضلع مجاور آن برابر $\frac{r\sqrt{3}}{2}$ می‌شود و می‌توان اندازهٔ نیروی خالص وارد بر بار q_2 را با توجه به شکل، به صورت زیر محاسبه کرد:

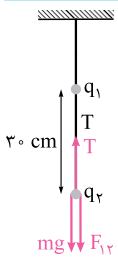


$$F_{12} = k\frac{qq}{(\frac{r}{2})^2} = 4k\frac{q^2}{r^2}$$
$$F_{32} = k\frac{qq}{(\frac{r\sqrt{3}}{2})^2} = \frac{4}{3}k\frac{q^2}{r^2}$$
$$F_T = \sqrt{F_{12}^2 + F_{32}^2} = k\frac{q^2}{r^2}\sqrt{4^2 + (\frac{4}{3})^2} \Rightarrow F_T = \frac{4kq^2\sqrt{10}}{3r^2}$$

اکنون می‌توان نسبت خواسته‌شده را محاسبه کرد:

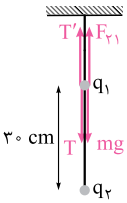
$$\frac{F_T}{F_{13}} = \frac{\frac{4kq^2\sqrt{10}}{3r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}} = \frac{4\sqrt{10}}{3}$$

۳۰- گزینهٔ ۴ در شکل مقابل، نیروهای وارد بر گلولهٔ پایینی را می‌بینید، با استفاده از صفربودن نیروی برایند وارد بر این گلوله، می‌توان اندازهٔ بار هر گلوله را محاسبه کرد:



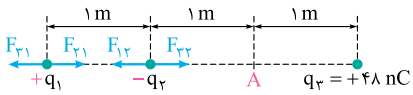
$$T = mg + F_{12} \Rightarrow 3/5 = 0/1\times10 + F_{12} \Rightarrow F_{12} = 2/5\ N$$
$$F_{12} = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 2/5 = 9\times10^9 \times \frac{q\times10^{-6}\times q\times10^{-6}}{0/3^2} \Rightarrow q = 5\ \mu C$$

اکنون به سراغ گلولهٔ بالایی می‌رویم. توجه کنید که نخ پایینی، این گلوله را به طرف پایین می‌کشد؛ اما نخ بالایی، گلوله را با نیروی کشش T' به طرف بالا می‌کشد. برای صفرشدن نیروی برایند وارد بر این گلوله، با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$T' + F_{21} = mg + T \Rightarrow T' + ۲/۵ = ۰/۱ \times ۱۰ + ۳/۵ \Rightarrow T' = ۲\ N$$

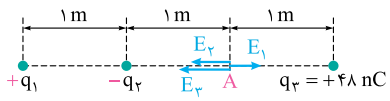
۳۱- گزینهٔ ۴ با بررسی نیروهای الکتریکی وارد بر دو بار $q_۱$ و $q_۲$، می‌توان به علامت بارها پی برد. برای صفرشدن نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از این دو بار، با توجه به شکل باید داشته باشیم:



$$F_{21} = F_{31} \Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۱|}{۱^۲} = k\frac{|q_۳||q_۱|}{۳^۲} \Rightarrow |q_۲| = \frac{۱}{۹}\overbrace{|q_۳|}^{۴۸} = \frac{۱۶}{۳}\ nC$$

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۲|}{۱^۲} = k\frac{|q_۳||q_۲|}{۲^۲} \Rightarrow |q_۱| = \frac{۱}{۴}|q_۳| = ۱۲\ nC$$

اکنون می‌توان میدان حاصل از هر بار در نقطهٔ A را همانند شکل مقابل رسم کرد و با محاسبهٔ اندازهٔ هر کدام، برایندشان را تعیین کرد:



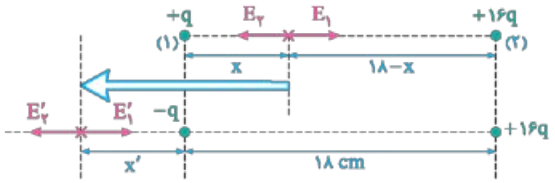
$$E_۱ = k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۱۲\times۱۰^{-۹}}{۲^۲} = ۲۷\ N/C$$

$$E_۲ = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{\frac{۱۶}{۳}\times۱۰^{-۹}}{۱^۲} = ۴۸\ N/C$$

$$E_۳ = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۴۸\times۱۰^{-۹}}{۱^۲} = ۴۳۲\ N/C$$

$$E_T = E_۲ + E_۳ - E_۱ = ۴۸ + ۴۳۲ - ۲۷ = ۴۵۳\ N/C$$

۳۲- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل‌های زیر، می‌توان محاسباتی به صورت زیر انجام داد:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow k\frac{q}{x^۲} = k\frac{۱۶q}{(۱۸-x)^۲} \Rightarrow \frac{۱}{x} = \frac{۴}{۱۸-x} \Rightarrow x = ۳/۶\ cm$$

$$E'_۱ = E'_۲ \Rightarrow k\frac{q}{x'^۲} = k\frac{۱۶q}{(۱۸+x')^۲} \Rightarrow \frac{۱}{x'} = \frac{۴}{۱۸+x'} \Rightarrow x' = ۶\ cm$$

جابه‌جایی نقطه‌ای که میدان خالص در آن صفر است $= x + x' = ۳/۶ + ۶ = ۹/۶\ cm$

۳۳- گزینهٔ ۱ توجه دارید که چون بار ذره مثبت است و در خلاف جهت میدان پرتاب شده است، نیروی الکتریکی وارد بر آن، همانند وزنش، رو به پایین است؛ در نتیجه ذره پس از مقداری بالارفتن، متوقف می‌شود و به طرف پایین بازمی‌گردد. اگر جابه‌جایی ذره از لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ صفرشدن سرعت آن را با d نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow \Delta U_{\text{گرانشی}} + \Delta U_{\text{الکتریکی}} = -(\frac{۱}{۲}mv^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۰^۲) \Rightarrow mgd + qEd = \frac{۱}{۲}mv_۰^۲ \Rightarrow d = \frac{mv_۰^۲}{۲(mg+qE)}$$

چون نسبت بار به جرم ذره (یعنی q/m) را داریم، صورت و مخرج کسر بالا را بر m تقسیم می‌کنیم و مقدارهای داده‌شده را در آن قرار می‌دهیم:

$$d = \frac{v_۰^۲}{۲(g+\frac{q}{m}E)} = \frac{۲^۲}{۲(۱۰+۱۰^{-۴}\times۱۰^۵)} = ۰/۱\ m = ۱۰\ cm$$

در این تست، فاصلهٔ دو صفحهٔ رسانا فقط برای این داده‌شده که ببینیم ذره پیش از توقف، به صفحهٔ بالایی برخورد نکرده است.

۳۴- گزینهٔ ۲ کافی است از قرینه‌بودن تغییرات انرژی پتانسیل و جنبشی استفاده کنیم:

$$\Delta U = q\Delta V = -\Delta K \Rightarrow ۸\times۱۰^{-۶}\times(-۸۰-۲۰) = -\frac{۱}{۲}\times۱\times۱۰^{-۶}(v^۲ - ۳۰^۲) \Rightarrow ۱۶۰۰ = v^۲ - ۹۰۰ \Rightarrow |v| = ۵۰\ m/s$$

۳۵- گزینهٔ ۱ اگر ظرفیت خازن بدون دی‌الکتریک با C_0 نشان داده شود، ظرفیت آن با وجود دی‌الکتریک برابر κC_0 خواهد بود. در حالت اول که خازن از باتری جدا نمی‌شود، ولتاژ دو سر آن ثابت است و رابطهٔ $U = \frac{1}{2}CV^2$ نشان می‌دهد که انرژی خازن با ظرفیت آن نسبت مستقیم دارد:

$$\frac{U_1}{U} = \frac{C_1}{C} \Rightarrow \frac{U_1}{U} = \frac{C_0}{\kappa C_0} = \frac{1}{\kappa} \Rightarrow U_1 = \frac{U}{\kappa}$$

در حالت دوم که خازن از باتری جدا می‌شود، بار آن ثابت می‌ماند و رابطهٔ $U = \frac{Q^2}{2C}$ نشان می‌دهد که انرژی خازن با ظرفیت آن نسبت وارون دارد:

$$\frac{U_2}{U} = \frac{C}{C_2} \Rightarrow \frac{U_2}{U} = \frac{\kappa C_0}{C_0} \Rightarrow U_2 = \kappa U$$

با تقسیم انرژی خازن در دو حالت، به گزینهٔ درست می‌رسیم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\kappa U}{\frac{U}{\kappa}} = \kappa^2 \Rightarrow U_2 = \kappa^2 U_1$$

۳۶- گزینهٔ ۴ امیدوارم با دیدن یکی دو اسم عجیب‌وغریب از این تست نترسیده باشید! واقعیت این است که این تست می‌تواند یک سؤال ترکیبی جالب از فصل اول فیزیک دهم (یعنی اندازه‌گیری) و فصل اول فیزیک یازدهم باشد؛ تست جالبی از تبدیل زنجیره‌ای یکاها! بیایید کار خود را با یکای نیرو آغاز کنیم. یکای نیرو (یعنی نیوتون) از قانون دوم نیوتون (یعنی $F = ma$) نتیجه شده و در حقیقت برابر $kg\frac{m}{s^2}$ است. در دستگاه اندازه‌گیری قدیمی ذکرشده در این تست، یکای نیرو $g\frac{cm}{s^2}$ که با نماد dyne نشان داده می‌شود. ابتدا باید ببینیم ۱ N برابر با چند dyne است:

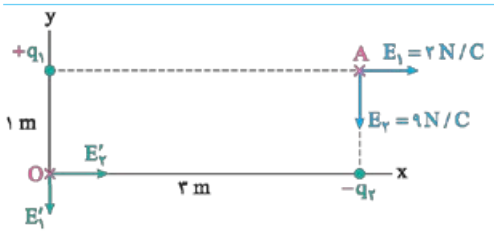
$$1\,N = 1\,kg\frac{m}{s^2} \times \frac{10^3\,g}{1\,kg} \times \frac{10^2\,cm}{1\,m} = 10^5\,\frac{g.cm}{s^2} = 10^5\,dyne$$

اگر فرض کنیم هر استات‌کولن برابر با x کولن است، می‌توانیم مقدار k را در این دستگاه اندازه‌گیری قدیمی به دست آوریم و آن را برابر ۱ بگیریم:

$$k = 9\times10^9\,\frac{N\,m^2}{C^2} \times \frac{10^5\,dyne}{1\,N} \times \frac{1\,cm^2}{10^{-4}\,m^2} \times \frac{x^2\,C^2}{1\,statC^2}$$

$$k = \underbrace{9\times10^{18}\,x^2}_{=1}\,\frac{dyne.cm^2}{statC^2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{9\times10^{18}} \Rightarrow x = \frac{1}{3}\times10^{-9}$$

۳۷- گزینهٔ ۱ با توجه به نمایش مؤلفه‌های میدان الکتریکی در نقطهٔ A، می‌توان فهمید که بار q_1، مثبت و بار q_2 منفی بوده است. اندازهٔ بارها را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:



$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 2 \Rightarrow 9\times10^9 \times \frac{|q_1|}{3^2} = 2 \Rightarrow |q_1| = 2\times10^{-9}\ C$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \Rightarrow 9\times10^9 \times \frac{|q_2|}{1^2} = 9 \Rightarrow |q_2| = 1\times10^{-9}\ C$$

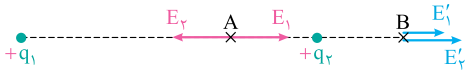
اکنون می‌توان میدان حاصل از هر بار در مبدأ مختصات را محاسبه کرد و با توجه به جهت آن‌ها در شکل بالا، بردار میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات را تعیین کرد:

$$E'_1 = k\frac{|q_1|}{r_1'^2} = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-9}}{1^2} = 18\ N/C$$

$$E'_2 = k\frac{|q_2|}{r_2'^2} = 9\times10^9 \times \frac{1\times10^{-9}}{3^2} = 1\ N/C$$

$$\vec{E}_O = (1\ N/C)\,\vec{i} - (18\ N/C)\,\vec{j}$$

۳۸- گزینهٔ ۱ ابتدا در نظر بگیرید که بارهای q_1 و q_2، همنام (مثلاً هر دو مثبت) بوده‌اند. در این صورت جهت میدان‌های حاصل از هر کدام در دو نقطهٔ A و B، به صورتی می‌شود که در شکل زیر می‌بینید. توجه کنید که اندازهٔ بردارها را به دلخواه کشیده‌ایم و تنها چیزهایی که در این مورد می‌دانیم، این است که به این دلیل که نقطهٔ B نسبت به بار q_1 دورتر از نقطهٔ A است، بردار E'_1 باید کوچک‌تر از E_1 باشد و نیز چون دو نقطهٔ A و B در یک فاصله از بار q_2 واقع‌اند، اندازهٔ E_2 در هر دو نقطه یکسان است. اگر اندازهٔ میدان خالص در دو نقطه را برابر قرار دهیم، خواهیم داشت:



$$|E_1 - E_2| = E'_1 + E_2 \Rightarrow E_1 - E_2 = \pm(E'_1 + E_2)$$

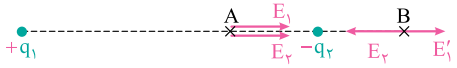
اگر این معادله را با علامت مثبت در طرف راست حل کنیم، به نتیجه مقابل می‌رسیم:

$$E_1 - E_2 = E'_1 + E_2 \Rightarrow E_1 = 2E_2 + E'_1$$

رابطهٔ به دست آمده نشان می‌دهد که E_1 بزرگ‌تر از E_2 است و به همین دلیل، جهت میدان خالص در نقطهٔ A به طرف راست است؛ یعنی درست هم‌جهت با میدان خالص در نقطهٔ B.

اگر معادلهٔ $E_۱ - E_۲ = \pm(E'_۱ + E_۲)$ را با علامت منفی در طرف راست حل کنیم، به یک معادلهٔ ناممکن می‌رسیم: $E_۱ - E_۲ = -(E'_۱ + E_۲) \Rightarrow E_۱ = -E'_۱$

توجه کنید که $E_۱$ و $E'_۱$، اندازهٔ میدان‌ها هستند و نمی‌توانند منفی باشند؛ به علاوه اندازهٔ $E_۱$ چنان که گفتیم بزرگ‌تر از $E'_۱$ است. با همهٔ این توضیحات، فهمیدیم بارها همنام‌اند و جهت میدان در دو نقطهٔ A و B نیز هم‌جهت است؛ پس می‌توان گزینهٔ درست را همین‌جا انتخاب کرد؛ اما بیایید در مورد حالتی که بارها ناهمنام باشند هم بحث کنیم! در این حالت $q_۱$ را مثبت و $q_۲$ را منفی در نظر می‌گیریم و با توجه به شکل زیر، اندازهٔ میدان‌های خالص را برابر قرار می‌دهیم:



$$E_۱ + E_۲ = |E_۲ - E'_۱| \Rightarrow E_۱ + E_۲ = \pm(E_۲ - E'_۱)$$

$E_۱ + E_۲ = E_۲ - E'_۱ \Rightarrow E_۱ = -E'_۱$ ناممکن

$E_۱ + E_۲ = -(E_۲ - E'_۱) \Rightarrow ۲E_۲ = E'_۱ - E_۱$ ناممکن

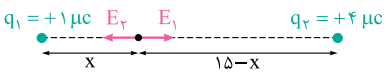
دلیل ناممکن‌بودن معادلهٔ دوم این است که اندازهٔ $E_۱$ چنان که گفتیم بزرگ‌تر از $E'_۱$ است و به این ترتیب $E'_۱ - E_۱$ منفی خواهد شد؛ در حالی که $۲E_۲$ در طرف چپ این رابطه مثبت است.

۳۹- گزینهٔ ۴ گفته بودیم برای محاسبهٔ پتانسیل الکتریکی ناشی از بارهای نقطه‌ای، فرمولی نمی‌خوانیم و باید به روش دیگری در مورد افزایش یا کاهش پتانسیل الکتریکی قضاوت کنیم.

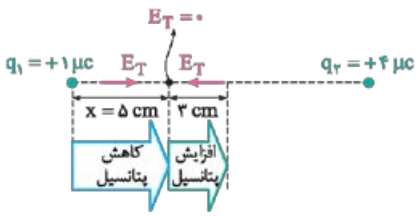
نمی‌شه از رابطهٔ $V = Ed$ استفاده کرد؟!

به‌هیچ‌وجه! این رابطه فقط برای میدان الکتریکی یکنواخت قابل استفاده است و میدان الکتریکی ناشی از بارهای نقطه‌ای یکنواخت نیست.

در این تست برای قضاوت در مورد پتانسیل الکتریکی از جهت میدان الکتریکی کمک می‌گیریم. به یاد دارید که جهت میدان الکتریکی همیشه از پتانسیل بیشتر به طرف پتانسیل کم‌تر بود. پیش از هر چیز، باید ببینیم در چه فاصله‌ای از بار $q_۱$، میدان الکتریکی خالص صفر می‌شود:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow k\frac{|q_۱|}{x^۲} = k\frac{|q_۲|}{(۱۵-x)^۲} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{۱}{x} = \frac{۲}{۱۵-x} \Rightarrow x = ۵\ cm$$

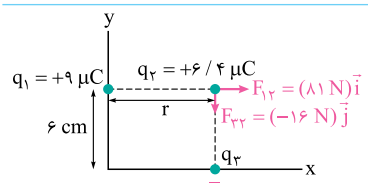


در طرف چپ نقطه‌ای که میدان الکتریکی در آن صفر است، میدان الکتریکی ناشی از بار $q_۱$ بزرگ‌تر است و میدان خالص، هم‌جهت با میدان این بار است. در طرف راست این نقطه، با استدلالی مشابه، جهت میدان خالص هم‌جهت با میدان ناشی از بار $q_۲$ است. این موضوع را در شکل روبه‌رو می‌بینید. با توجه به همین شکل، هنگامی که از بار $q_۱$ تا ۵ سانتی‌متری این بار، از آن دور می‌شویم، چون در جهت میدان حرکت می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و پس از عبور از آن، چون در خلاف جهت میدان حرکت می‌کنیم، با افزایش پتانسیل مواجه‌ایم.

۴۰- گزینهٔ ۱ چیزی که در این تست باید مواظب آن باشید، این است که نماد V برای حجم را با نماد V برای اختلاف پتانسیل اشتباه نگیرید! برای این‌که هر چه زودتر از این اشتباه دور شویم، از رابطهٔ $V = Ed$ برای اختلاف پتانسیل استفاده می‌کنیم و به جای اختلاف پتانسیل، Ed را قرار می‌دهیم؛ با استفاده از رابطهٔ ظرفیت هم کار را ادامه می‌دهیم و به جواب می‌رسیم:

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ = \frac{۱}{۲}(\varepsilon_۰\frac{A}{d})(Ed)^۲ = \frac{۱}{۲}\varepsilon_۰\underbrace{Ad}_{\text{حجم}}E^۲ \Rightarrow U = \frac{۱}{۲}\varepsilon_۰ VE^۲$$

۴۱- گزینهٔ ۴ همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، مؤلفه‌های نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$، در حقیقت همان نیروهای الکتریکی‌ای است که هر یک از بارها به بار $q_۲$ وارد می‌کنند. با توجه به جهت نیروی $\vec{F}_{۳۲}$ می‌توان فهمید که علامت بار $q_۳$ منفی بوده است. با استفاده از اندازهٔ نیروی $\vec{F}_{۱۲}$ می‌توان فاصلهٔ r را به دست آورد:

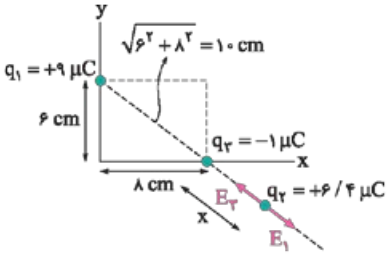


$$F_{۱۲} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow ۸۱ = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۹\times۱۰^{-۶}\times۶/۴\times۱۰^{-۶}}{r^۲} \Rightarrow r^۲ = ۶۴\times۱۰^{-۴} \Rightarrow r = ۸\times۱۰^{-۲}\ m$$

اندازهٔ بار $q_۳$ را هم می‌توان به کمک مؤلفهٔ دیگر نیروی خالص وارد بر $q_۲$ به دست آورد:

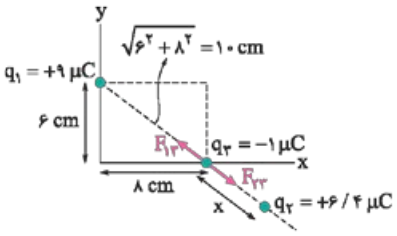
$$F_{۳۲} = k\frac{|q_۳||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow ۱۶ = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{|q_۳|\times۶/۴\times۱۰^{-۶}}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲} \Rightarrow |q_۳| = ۱\times۱۰^{-۶}\ C \Rightarrow q_۳ = -۱\times۱۰^{-۶}\ C$$

اگر بار $q_۲$ به نقطه‌ای منتقل شود که نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر باشد، لابد میدان الکتریکی خالص حاصل از دو بار دیگر در این مکان صفر است. چون بارهای $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام‌اند، چنان که می‌دانیم چنین نقطه‌ای باید روی خط واصل دو بار، خارج از فاصلهٔ بین آن‌ها و نزدیک‌تر به باری باشد که قدرمطلق کوچک‌تری دارد. با توجه به شکل روبه‌رو، می‌توان فاصلهٔ این نقطه از بار $q_۳$ را به دست آورد:



$$E_۱=E_۳ \Rightarrow k\frac{|q_۱|}{(۱۰+x)^۲}=k\frac{|q_۳|}{x^۲} \Rightarrow \frac{۳}{۱۰+x}=\frac{۱}{x} \Rightarrow x=۵\ cm$$

و بالأخره با توجه به شکل روبه‌رو، می‌توان نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۳$ را در این حالت به دست آورد:

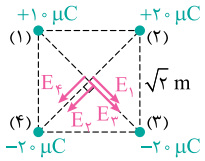


$$F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{r^۲} \Rightarrow ۹\times۱۰^۹\times\frac{۹\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{۰/۱^۲}=۸/۱\ N$$

$$F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r^۲} \Rightarrow ۹\times۱۰^۹\times\frac{۶/۴\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{(۵\times۱۰^{-۲})^۲}=۲۳/۰۴\ N$$

$$F_T=F_{۲۳}-F_{۱۳}=۲۳/۰۴-۸/۱=۱۴/۹۴\ N$$

۴۲- گزینهٔ ۲ به یاد دارید که قطر مربع، $\sqrt{۲}$ برابر هر ضلع آن است؛ در نتیجه در این تست فاصلهٔ هر بار از مرکز مربع برابر $\frac{\sqrt{۲}\times\sqrt{۲}}{۲}=۱\ m$ است. در شکل مقابل، میدان حاصل از هر بار در مرکز مربع را می‌بینید. اندازهٔ هر یک از این میدان‌ها را می‌توان به راحتی محاسبه کرد:



$$E_۱=k\frac{|q_۱|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۰\times۱۰^{-۶}}{۱^۲}=۹\times۱۰^۴\ N/C$$

$$E_۲=E_۳=E_۴=k\frac{|q_۲|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲۰\times۱۰^{-۶}}{۱^۲}=۱۸\times۱۰^۴\ N/C$$

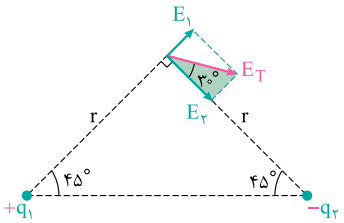
برای تعیین میدان خالص، ابتدا برایند بردارهای هم‌جهت و سپس برایند کل بردارها را محاسبه می‌کنیم:

$$E_{۱,۳}=E_۱+E_۳=۲۷\times۱۰^۴\ N/C$$

$$E_{۲,۴}=E_۲+E_۴=۳۶\times۱۰^۴\ N/C$$

$$E_T=\sqrt{E_{۱,۳}^۲+E_{۲,۴}^۲}=\sqrt{\underbrace{(۲۷\times۱۰^۴)^۲}_{۹\times۳}+\underbrace{(۳۶\times۱۰^۴)^۲}_{۹\times۴}} \Rightarrow E_T=۹\times۵\times۱۰^۴=۴/۵\times۱۰^۵\ N/C$$

۴۳- گزینهٔ ۲ با توجه به جهت میدان‌های حاصل از هر بار در شکل روبه‌رو، آشکار است که بار $q_۱$، مثبت و بار $q_۲$ منفی بوده است. اگر در مثلثی که سایه زده شده است، از تعریف تانژانت کمک بگیریم، خواهیم داشت:



$$\tan ۳۰^\circ=\frac{E_۱}{E_۲} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{k\frac{|q_۱|}{r^۲}}{k\frac{|q_۲|}{r^۲}} \Rightarrow \frac{|q_۱|}{|q_۲|}=\frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \frac{q_۱}{q_۲}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۴۴- گزینهٔ ۳ چون ذرهٔ باردار از نقطهٔ A، رها شده است، سرعت اولیه و انرژی جنبشی اولیه‌اش صفر است. اگر این ذره با سرعت v به سوراخ برسد، برای حرکت آن از نقطهٔ A تا رسیدن به سوراخ، می‌توان نوشت:

$$\Delta U=-\Delta K \Rightarrow \Delta U_{\text{گرانشی}}+\Delta U_{\text{الکتریکی}}=-(\frac{۱}{۲}mv^۲-۰) \Rightarrow -mgd-qEd=-\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow -۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰\times۱۰^{-۲}-۴\times۱۰^{-۶}\times۱۰^۴\times۱۰^{-۲}=-\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲=۶\times۱۰^{-۴}$$

اگر فاصلهٔ سوراخ تا نقطهٔ B را با d' نشان دهیم، با توجه به توقف ذره در نقطهٔ B، برای حرکت آن از سوراخ تا نقطهٔ B، می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{\text{گرانشی}}+\Delta U_{\text{الکتریکی}}=-(۰-\frac{۱}{۲}mv^۲) \Rightarrow -mgd'+qEd'=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow d'(-۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰+۴\times۱۰^{-۶}\times۱۰^۴)=\frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$d'\times۲\times۱۰^{-۲}=۶\times۱۰^{-۴} \Rightarrow d'=۳\times۱۰^{-۲}\ m=۳\ cm$$

(هواستون هست که اول، چون بار مثبت هم‌جهت با میدان حرکت می‌کرد، انرژی پتانسیل الکتریکی‌اش کاهش می‌یافت و به همین دلیل $\Delta U_{\text{الکتریکی}}$ رو منفی گذاشتیم، اما بعد از عبور ذره از سوراخ، چون حرکتش در خلاف جهت میدان بود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یافت و $\Delta U_{\text{الکتریکی}}$ رو به همین دلیل مثبت گذاشتیم.) در آخر کار، می‌توان AB را به راحتی محاسبه کرد:

$$AB=d+d'=۱+۳=۴\ cm$$

۴۵- گزینهٔ ۴ پس از تماس کره‌های A و B، بار هر کدام به صورت مقابل تعیین می‌شود:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{۲} = \frac{Q}{۲}$$

وقتی کره‌های B و C را با هم تماس داده و از هم جدا می‌کنیم، بار هر کدام برابر می‌شود با:

$$q''_B = q'_C = \frac{q'_B + q_C}{۲} = \frac{\frac{Q}{۲} + q}{۲} = \frac{Q + ۲q}{۴}$$

و بالأخره پس از تماس کره‌های C و A، بار آن‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

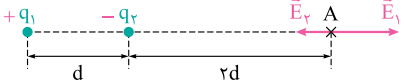
$$q''_C = q''_A = \frac{q'_C + q'_A}{۲} = \frac{\frac{Q+۲q}{۴} + \frac{Q}{۲}}{۲} = \frac{Q + ۲q + ۲Q}{۴} = \frac{۳Q + ۲q}{۸}$$

۴۶- گزینهٔ ۱ اگر میدان حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ A را به ترتیب با $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ نشان دهیم، می‌توانیم رابطه‌هایی برداری به صورت زیر بنویسیم:

پیش از خنثی‌کردن $q_۲$: $\vec{E} = \vec{E}_۱ + \vec{E}_۲$

پس از خنثی‌کردن $q_۲$: $۲\vec{E} = \vec{E}_۱ \Rightarrow ۲(\vec{E}_۱ + \vec{E}_۲) = \vec{E}_۱ \Rightarrow \vec{E}_۱ = -۲\vec{E}_۲$

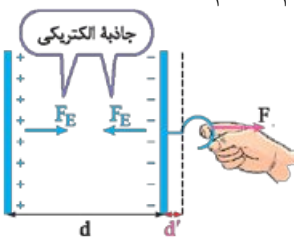
علامت منفی در رابطهٔ اخیر نشان می‌دهد بردارهای $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ در خلاف جهت یکدیگرند و از همین موضوع، می‌توان نتیجه گرفت بارهای $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام بوده‌اند؛ مثلاً همانند شکل زیر، $q_۱$ می‌تواند مثبت و $q_۲$، منفی باشد. برای ادامهٔ حل تست، فقط به اندازهٔ میدان‌ها توجه می‌کنیم:



$$E_۱ = ۲E_۲ \Rightarrow k\frac{|q_۱|}{(۳d)^۲} = ۲k\frac{|q_۲|}{(۲d)^۲} \Rightarrow \frac{|q_۲|}{|q_۱|} = \frac{۲}{۹} \Rightarrow \frac{q_۲}{q_۱} = -\frac{۲}{۹}$$

۴۷- گزینهٔ ۱ فرض کنیم فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن ابتدا برابر d است و ما آن را به اندازهٔ d' افزایش می‌دهیم؛ ببینیم انرژی ذخیره‌شده در خازن چه‌قدر تغییر می‌کند:

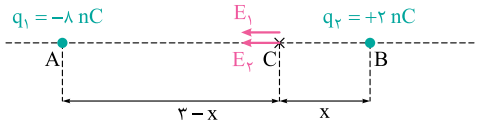
$$\Delta U = U_۲ - U_۱ = \frac{Q^۲}{۲C_۲} - \frac{Q^۲}{۲C_۱} = \frac{Q^۲}{۲}\left(\frac{۱}{\varepsilon_۰\frac{A}{d+d'}} - \frac{۱}{\varepsilon_۰\frac{A}{d}}\right) \Rightarrow \Delta U = \frac{Q^۲ d'}{۲\varepsilon_۰ A}$$



دو صفحهٔ خازن چون بارهای ناهمنام دارند، یکدیگر را جذب می‌کنند. همان‌گونه که در شکل مقابل می‌بینید، اگر این نیروی جاذبهٔ الکتریکی را با F_E نشان دهیم، حداقل اندازهٔ نیرویی که ما باید به یک صفحهٔ خازن وارد کنیم (یعنی F) باید هم‌اندازه با همین F_E باشد. در این صورت کاری که ما بر روی خازن انجام می‌دهیم، قرینهٔ کاری است که نیروی الکتریکی انجام می‌دهد و می‌توان نوشت:

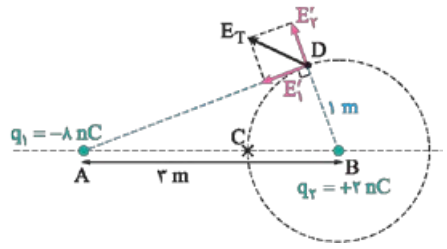
$$\Delta U = -W_E = W_F \Rightarrow \frac{Q^۲ d'}{۲\varepsilon_۰ A} = Fd' \Rightarrow F = \frac{Q^۲}{۲\varepsilon_۰ A}$$

۴۸- گزینهٔ ۲ اگر فاصلهٔ BC را با x نشان دهیم، با توجه به هم‌اندازه‌بودن میدان الکتریکی دو بار در نقطهٔ C، خواهیم داشت:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow k\frac{۸}{(۳-x)^۲} = k\frac{۲}{x^۲} \Rightarrow \frac{۲}{۳-x} = \frac{۱}{x} \Rightarrow x = ۱\,m$$

حتماً از درس‌های هندسه به خاطر دارید که مماس بر یک دایره در یک نقطه، همیشه بر شعاع گذرنده از آن نقطه عمود است. به این ترتیب نقطهٔ موردنظر در ادامهٔ این تست، باید نقطه‌ای مثل D در شکل زیر باشد. اندازهٔ میدان هر بار در این نقطه و برایند دو میدان را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:



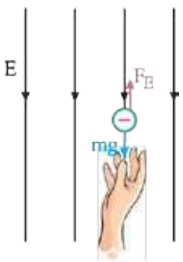
$$E'_۱ = k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲} = ۹\times۱۰^۹ \times \underbrace{\frac{۸\times۱۰^{-۹}}{۳^۲ - ۱^۲}}_{\text{فیثاغورس}} = ۹\ N/C$$

$$E'_۲ = k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۲\times۱۰^{-۹}}{۱^۲} = ۱۸\ N/C$$

$$E_T = \sqrt{E'^{۲}_۱ + E'^{۲}_۲} = \sqrt{۹^۲ + ۱۸^۲} = ۹\sqrt{۵}\ N/C$$

۴۹- گزینهٔ ۱ در این تست، عبارت «سرعت ثابت» دارای یک نقش اساسی است؛ قانون اول نیوتون به ما می‌گوید که اگر سرعت جسمی ثابت باشد، نیروی خالص وارد بر آن درست مانند یک جسم ساکن، صفر است. با توجه به این‌که وزن گلوله به طرف پایین است، باید نیروی الکتریکی وارد بر آن رو به بالا باشد تا برایند نیروها بتواند صفر شود. به این ترتیب، باید بار گلوله منفی باشد. برای صفرشدن برایند نیروهای وارد بر گلوله، باید اندازهٔ نیروی الکتریکی با وزن گلوله برابر باشد:

$$F_E = mg \Rightarrow |q|E = mg$$



با توجه به این‌که بار منفی در خلاف جهت میدان جابه‌جا می‌شود، انرژی پتانسیل الکتریکی‌اش کاهش می‌یابد و می‌توان نوشت:

$$\Delta U = -\underbrace{|q|E}_{mg}d = -mgd$$

چون گلوله با سرعت ثابت حرکت می‌کند، وقتی سرعتش ۲ m/s است، در هر ثانیه ۲ m جابه‌جا می‌شود؛ در نتیجه جابه‌جایی آن در ۵ s برابر $۲\times۵ = ۱۰$ m است:

$$\Delta U = -mgd = -۱۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰\times۱۰ = -۱\ J$$

بیخشین! ما یه‌جور دیگه استدلال کردیم و جوابمون هم درست دراومد! ما گفتیم چون سرعت ثابته، تغییر انرژی جنبشی صفره، در نتیجه طبق رابطهٔ $\Delta K = -\Delta U$ باید تغییر انرژی پتانسیل هم صفر بشه، تغییر انرژی پتانسیل برابر مجموع $\Delta U_{\text{الکتریکی}} + \Delta U_{\text{گرانشی}}$ است و به این ترتیب باید $\Delta U_{\text{الکتریکی}}$ قرینهٔ $\Delta U_{\text{گرانشی}}$ باشه!

کاملاً درست است و از این راه هم می‌شد به همان جواب رسید.

۵۰- گزینهٔ ۲ می‌دانید که اگر ظرفیت یک خازن بدون دی‌الکتریک را با $C_\circ$ نشان دهیم، پس از قرارگرفتن دی‌الکتریکی با ثابت κ، ظرفیت خازن به $\kappa C_\circ$ می‌رسد. ابتدا که کلید K وصل است، اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت است و اگر این اختلاف پتانسیل را با V نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{2}C_\circ V^2 \\ U_2 &= \frac{1}{2}(\kappa C_\circ)V^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2}C_\circ V^2(\kappa - 1)$$

پس از ورود دی‌الکتریک، بار الکتریکی خازن برابر شده است با:

$$Q = CV = (\kappa C_\circ)V$$

وقتی کلید را قطع می‌کنیم، بار خازن ثابت و برابر مقدار بالا باقی می‌ماند؛ در این حال پس از خارج‌کردن دی‌الکتریک، انرژی خازن برابر می‌شود با:

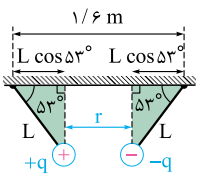
$$U_3 = \frac{Q^2}{2C_\circ} = \frac{(\kappa C_\circ V)^2}{2C_\circ} = \frac{\kappa^2 C_\circ V^2}{2}$$

اکنون می‌توان تغییر انرژی در این مرحله و نسبت خواسته‌شده را محاسبه کرد:

$$U_3 - U_2 = \frac{\kappa^2 C_\circ V^2}{2} - \frac{1}{2}(\kappa C_\circ)V^2 = \frac{1}{2}\kappa C_\circ V^2(\kappa - 1)$$

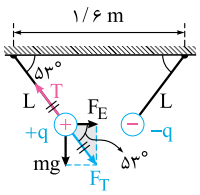
$$\frac{U_3 - U_2}{U_2 - U_1} = \frac{\frac{1}{2}\kappa C_\circ V^2(\kappa - 1)}{\frac{1}{2}C_\circ V^2(\kappa - 1)} = \kappa$$

۵۱- گزینهٔ ۱ ابتدا به کمک کمی هندسه، فاصلهٔ دو گلوله از یکدیگر را برحسب طول نخ‌ها به دست می‌آوریم. برای این منظور کافی است به شکل روبه‌رو توجه کنید:



$$r = 1/6 - 2L\overbrace{\cos 53^\circ}^{0/6} \Rightarrow r = 1/6 - 1/2L$$

اکنون به سراغ نیروهای وارد بر یکی از گلوله‌ها می‌رویم. چون گلوله‌ها در حال تعادل‌اند، چنان که در شکل زیر می‌بینید، باید برایند نیروی الکتریکی (F_E) و وزن گلوله (mg) که با F_T نشان داده شده است، هم‌اندازه و در خلاف جهت کشش نخ (T) باشد. با استفاده از مثلث سایه زده شده در این شکل، می‌توان نوشت:



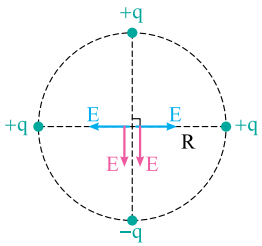
$$\tan 53^\circ = \frac{mg}{F_E} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{30\times10^{-3}\times10}{F_E} \Rightarrow F_E = \frac{9}{40}\,N$$

$$F_E = k\frac{q^2}{r^2} \Rightarrow \frac{9}{40} = 9\times10^9 \times \frac{(5\times10^{-6})^2}{r^2} \Rightarrow r = 1\,m$$

با استفاده از رابطه‌ای که به کمک هندسه برای فاصلهٔ دو گلوله به دست آوردیم، می‌توانیم طول نخ‌ها را نیز محاسبه کنیم:

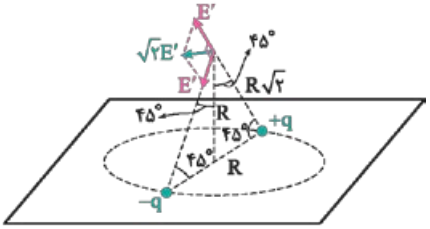
$$r = 1/6 - 1/2L = 1 \Rightarrow 1/2L = 0/6 \Rightarrow L = 0/5\,m = 50\,cm$$

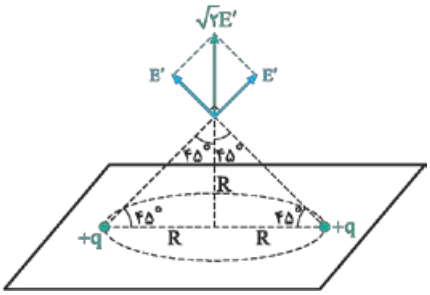
۵۲- گزینهٔ ۳ ابتدا اندازهٔ میدان خالص در مرکز دایره را با توجه به شکل، تعیین می‌کنیم:



$$E_T = 2E = 2k\frac{q}{R^2}$$

قبلاً محاسبهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی در نقطه‌ای خارج از صفحهٔ بارها را تجربه کرده‌اید! در دو شکل زیر، میدان بارهایی را که دوبه‌دو، روبه‌روی هم قرار دارند می‌بینید و فقط یادآوری می‌کنم که برایند دو بردار هم‌اندازه و عمود بر هم، $\sqrt{2}$ برابر اندازهٔ هر کدام است:



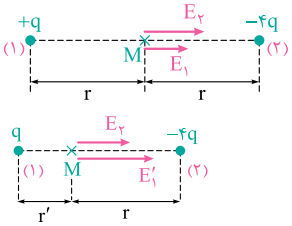


$$E' = k\frac{q}{(R\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2}k\frac{q}{R^2}$$

$$E'_T = \sqrt{2}(\sqrt{2}E') = 2E' = k\frac{q}{R^2}$$

$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{k\frac{q}{R^2}}{2k\frac{q}{R^2}} = \frac{1}{2}$$

۵۳- گزینهٔ ۳ در دو شکل روبه‌رو، میدان‌های الکتریکی حاصل از بارها در نقطهٔ M در هر دو حالت نشان داده شده است. با توجه به میدان خالص در نقطهٔ M در دو حالت، می‌توان نوشت:



$$E = E_۱ + E_۲ \Rightarrow ۴E = E'_۱ + E_۲ \Rightarrow ۴(E_۱ + E_۲) = E'_۱ + E_۲ \Rightarrow ۴k\frac{q}{r^۲} + ۴k\frac{۴q}{r^۲} = k\frac{q}{r'^۲} + k\frac{۴q}{r^۲}$$

$$\Rightarrow ۱۶k\frac{q}{r^۲} = k\frac{q}{r'^۲} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{۱}{۴}$$

اگر فاصلهٔ اولیهٔ بار $+q$ از نقطهٔ M را ۱۰۰ واحد فرض کنیم، فاصلهٔ ثانویهٔ آن به صورت مقابل محاسبه می‌شود:

$$\frac{r'}{۱۰۰} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow r' = ۲۵$$

به این ترتیب باید فاصله بار $+q$ از نقطهٔ M، ۷۵ درصد کاهش یافته باشد.

۵۴- گزینهٔ ۲ اگر ذرهٔ باردار پس از جابه‌جایی d به طرف پایین متوقف شود، تغییر انرژی پتانسیلش به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta U = \Delta U_{\text{الکتریکی}} + \Delta U_{\text{گرانشی}} = -mgd + qEd \Rightarrow \Delta U = d(-mg + qE) = d(-۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰ + ۴\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۴}) \Rightarrow \Delta U = ۲\times۱۰^{-۲}d$$

با استفاده از ارتباط بین تغییر انرژی پتانسیل و جنبشی، می‌توان نوشت:

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۲}d = -(۰ - \frac{۱}{۲}mv_۰^۲) \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۲}d = \frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۳}\times۴^۲ \Rightarrow d = ۰/۸\,m = ۸۰\,cm$$

چون ذره ابتدا در ارتفاع ۱ متری از سطح زمین بوده است و پس از ۸۰ cm جابه‌جایی متوقف می‌شود، در لحظهٔ توقف (که همان لحظهٔ تغییر جهت حرکت است)، ارتفاعش از سطح زمین ۲۰ cm است.

۵۵- گزینهٔ ۴ می‌دانید که می‌توان از دو طرف رابطهٔ خطی $Q = CV$ دلتا گرفت و آن را به صورت مقابل نوشت:

$$\Delta Q = C\Delta V \Rightarrow C = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

چون رابطهٔ انرژی خازن درجهٔ ۱ نیست، نمی‌توان از دو طرفش دلتا گرفت؛ ناگزیر باید انرژی را در دو حالت به دست آورد و از هم کم کرد:

$$\left.\begin{aligned} U_۱ &= \frac{۱}{۲}CV_۱^۲ \\ U_۲ &= \frac{۱}{۲}CV_۲^۲ \end{aligned}\right\} \Rightarrow U_۲ - U_۱ = \frac{۱}{۲}C(V_۲^۲ - V_۱^۲) \Rightarrow \Delta U = \frac{۱}{۲}(\frac{\Delta Q}{\Delta V})(V_۲^۲ - V_۱^۲)$$

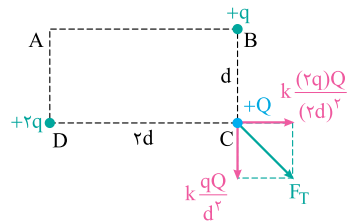
و بالأخره، به کمی بازی ریاضی نیاز داریم:

$$\Delta U = \frac{۱}{۲}(\frac{\Delta Q}{V_۲ - V_۱})(V_۲ - V_۱)(V_۲ + V_۱) \Rightarrow \Delta U = \frac{\Delta Q(V_۲ + V_۱)}{۲}$$

بیفشین! چرا ما با استفاده از رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ به نتیجهٔ غلطی رسیدیم؟

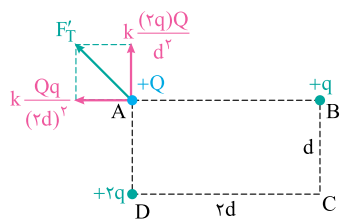
این یک اشتباه رایج است. توجه کنید که رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ برای حالتی است که یک بار نقطه‌ای با مقدار ثابت از جایی با پتانسیل $V_۱$ به جای دیگری با پتانسیل $V_۲$ برود. در این صورت است که می‌توانید این رابطه را به صورت $\Delta U = q\Delta V$ بنویسید و به کمک آن، تغییر انرژی پتانسیل بار نقطه‌ای را محاسبه کنید. آشکار است که در این تست، با چنین موضوعی مواجه نیستیم.

۵۶- گزینهٔ ۱ در شکل روبه‌رو، نیروهای الکتریکی وارد بر بار $+Q$ را در حالت اول می‌بینید. به جای نام‌گذاری نیروها، مقدار آن‌ها را با استفاده از قانون کولن از همان اول نوشته‌ایم. در این حالت، اندازهٔ نیروی خالص وارد بر بار $+Q$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:



$$F_T = \sqrt{(k\frac{qQ}{d^۲})^۲ + (k\frac{qQ}{۲d^۲})^۲} \Rightarrow F_T = k\frac{qQ}{d^۲}\sqrt{۱ + \frac{۱}{۴}} \Rightarrow F_T = k\frac{qQ}{۲d^۲}\sqrt{۵}$$

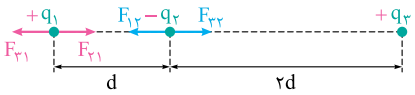
وقتی بار $+Q$ به رأس A منتقل می‌شود، به روشی مشابه می‌توان نوشت:



$$F'_T = \sqrt{(k\frac{Qq}{۴d^۲})^۲ + (\frac{۲kqQ}{d^۲})^۲} \Rightarrow F'_T = k\frac{Qq}{d^۲}\sqrt{\frac{۱}{۱۶} + ۴} = \frac{kQq}{۴d^۲}\sqrt{۶۵}$$

$$\frac{F'_T}{F_T} = \frac{\frac{\sqrt{۶۵}}{۴}}{\frac{\sqrt{۵}}{۲}} = \frac{۱}{۲}\sqrt{\frac{۶۵}{۵}} = \frac{\sqrt{۱۳}}{۲}$$

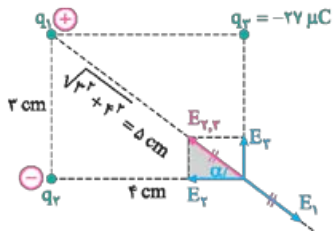
۵۷- گزینهٔ ۳ برای این‌که نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر سه بار بتواند صفر شود، باید بارهای q_1 و q_3 همنام و بار q_2 با آن‌ها ناهمنام باشد. به عنوان نمونه، در شکل زیر، بارهای q_1 و q_3 را مثبت و بار q_2 را منفی در نظر گرفته‌ایم. برای صفرشدن نیروی الکتریکی خالص وارد بر بارهای q_1 و q_2، باید داشته باشیم:



$$F_{21}=F_{31} \Rightarrow k\frac{|q_2||q_1|}{d^2}=k\frac{|q_3||q_1|}{(3d^2)} \Rightarrow |q_3|=9|q_2| \Rightarrow q_3=-9q_2$$

$$F_{12}=F_{32} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{d^2}=k\frac{|q_3||q_2|}{(2d^2)} \Rightarrow |q_3|=4|q_1| \Rightarrow q_3=4q_1$$

۵۸- گزینهٔ ۱ در شکل روبه‌رو جهت میدان حاصل از هر بار در رأس چهارم مستطیل را به گونه‌ای کشیده‌ایم که امکان صفرشدن برایند آن‌ها وجود داشته باشد. چنان‌که می‌بینید، باید بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی باشد. با استفاده از تعریف تانژانت در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که سایه زده شده و مثلثی که نیمی از مستطیل ما را تشکیل می‌دهد، می‌توان نوشت:

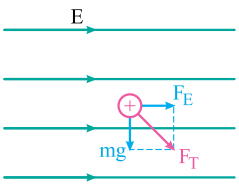


$$\tan\alpha=\frac{3}{4}=\frac{E_3}{E_2} \Rightarrow \frac{3}{4}=\frac{k\frac{|q_3|}{3^2}}{k\frac{|q_2|}{4^2}} \Rightarrow \frac{3^3}{4^3}=\frac{27}{|q_2|} \Rightarrow |q_2|=4^3=64\ \mu C \Rightarrow q_2=-64\ \mu C$$

یک بار هم از تعریف سینوس در همان دو مثلث استفاده می‌کنیم. در این مرحله توجه داشته باشید که اندازهٔ $E_{2,3}$ با اندازهٔ E_1 مساوی است:

$$\sin\alpha=\frac{3}{5}=\frac{E_3}{E_{2,3}}=\frac{E_3}{E_1} \Rightarrow \frac{3}{5}=\frac{k\frac{|q_3|}{3^2}}{k\frac{|q_1|}{5^2}} \Rightarrow \frac{3^3}{5^3}=\frac{27}{|q_1|} \Rightarrow |q_1|=5^3=125\ \mu C \Rightarrow q_1=+125\ \mu C$$

۵۹- گزینهٔ ۲ اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر ذره به صورت زیر محاسبه می‌شود:



$$F_E=|q|E=10\times10^{-6}\times3000=0/03\ N$$

توجه کنید که علاوه بر نیروی الکتریکی، نیروی وزن هم به ذره وارد می‌شود و برای استفاده از قانون دوم نیوتون، باید نیروی برایند وارد بر ذره را تعیین کرد.

از کجا باید می‌فهمیدیم که نیروی وزن رو هم باید در نظر بگیریم؟!

در صورت تست اشاره‌ای به چشم‌پوشی از وزن ذره **نشده**؛ به علاوه در پایان تست، شتاب گرانش را هم به شما داده است و باید درصدد استفاده از آن برمی‌آمدید!

برای برایند گرفتن از نیروی الکتریکی و وزن، می‌توان از رابطهٔ فیثاغورس استفاده کرد:

$$F_T=\sqrt{F_E^2+(mg)^2}=\sqrt{0/03^2+(4\times10^{-3}\times10)^2}=0/05\ N$$

$$F_T=ma \Rightarrow 0/05=4\times10^{-3}a \Rightarrow a=12/5\ m/s^2$$

۶۰- گزینهٔ ۴ قبلاً هم چند بار بازی زیر را با رابطهٔ میدان الکتریکی یکنواخت دیده‌اید:

$$E=\frac{V}{d}=\frac{\frac{Q}{C}}{d}=\frac{Q}{Cd}=\frac{Q}{(\frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d})d}=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_0 A}$$

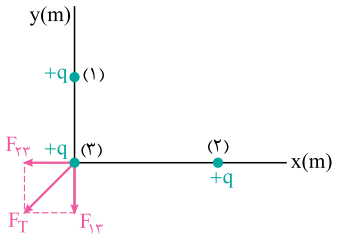
چون خازن از مولد جدا شده است، بار آن ثابت است. فاصلهٔ دو صفحه هم‌چنان که رابطهٔ اخیر نشان می‌دهد، بر اندازهٔ میدان تأثیری ندارد. همین رابطه نشان می‌دهد اندازهٔ میدان با ثابت دی‌الکتریک نسبت وارون دارد. از همین موضوع استفاده می‌کنیم و چون در مورد اندازهٔ میدان از واژهٔ درصد استفاده شده است، مقدار اولیهٔ آن را ۱۰۰ واحد فرض می‌کنیم:

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{\kappa_1}{\kappa_2} \Rightarrow \frac{E_2}{100}=\frac{1}{4} \Rightarrow E_2=25$$

می‌بینید که اندازهٔ میدان از ۱۰۰ واحد به ۲۵ واحد رسیده است و این، یعنی ۷۵ درصد کاهش اندازهٔ میدان الکتریکی.

۶۱- گزینهٔ ۲ ابتدا اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر بار (۳) از طرف بار (۱) را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{(۰/۲\times۱۰^{-۳})^۲}{۱^۲}=۳۶۰\ N$$



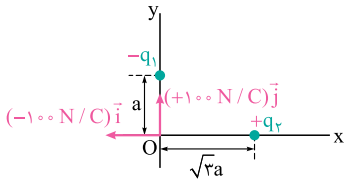
با استفاده از نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار (۳)، می‌توان اندازهٔ نیرویی را که بار (۲) به بار (۳) وارد می‌کند، به دست آورد:

$$F_T=\sqrt{F_{۱۳}^۲+F_{۲۳}^۲}\Rightarrow ۹۰\sqrt{۱۷}=\sqrt{۳۶۰^۲+F_{۲۳}^۲}\Rightarrow ۹۰^۲\times۱۷=\underbrace{۳۶۰^۲}_{(۴\times۹۰)^۲}+F_{۲۳}^۲\Rightarrow F_{۲۳}=۹۰\ N$$

و بالأخره از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{(۰/۲\times۱۰^{-۳})^۲}{x^۲}=۹۰\Rightarrow x=۲\ m$$

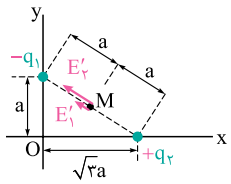
۶۲- گزینهٔ ۱ در شکل زیر، مؤلفه‌های میدان الکتریکی در مبدأ مختصات را می‌بینید. آشکار است که مؤلفهٔ $(-۱۰۰\ N/C)\vec{i}$، میدان ناشی از بار $q_۲$ و مؤلفهٔ $(۱۰۰\ N/C)\vec{j}$، میدان ناشی از بار $q_۱$ است. از روی جهت این مؤلفه‌ها، می‌توان علامت دو بار را نتیجه گرفت و با استفاده از اندازهٔ این دو مؤلفه، می‌توان نوشت:



$$E_۱=k\frac{|q_۱|}{a^۲}=۱۰۰$$

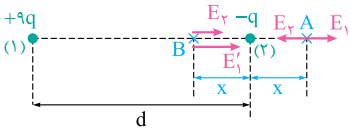
$$E_۲=k\frac{|q_۲|}{(\sqrt{۳}a)^۲}=۱۰۰\Rightarrow k\frac{|q_۲|}{a^۲}=۳۰۰$$

اکنون همانند شکل روبه‌رو، دو بار را با خطی به هم وصل می‌کنیم و طول این خط را به کمک رابطهٔ فیثاغورس، به راحتی به دست می‌آوریم. چون میدان حاصل از دو بار در وسط آن‌ها (یعنی نقطهٔ M) هم‌جهت است، میدان خالص در نقطهٔ M را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:



$$E_M=E_۱'+E_۲'=k\frac{|q_۱|}{a^۲}+k\frac{|q_۲|}{a^۲}=۱۰۰+۳۰۰=۴۰۰\ N/C$$

۶۳- گزینهٔ ۳ به یاد دارید که وقتی دو بار ناهمنام‌اند، میدان الکتریکی خالص در نقطه‌ای خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک‌تر به باری که قدرمطلق کوچک‌تری دارد، صفر می‌شود. در شکل روبه‌رو، این نقطه را A و فاصله‌اش از بار $-q$ را x نامیده‌ایم. برای این نقطه، می‌توان نوشت:



$$E_۱=E_۲\Rightarrow k\frac{۹q}{(d+x)^۲}=k\frac{q}{x^۲}\Rightarrow\frac{۳}{d+x}=\frac{۱}{x}\Rightarrow x=\frac{d}{۲}$$

اکنون به سراغ نقطهٔ B می‌رویم و اندازهٔ میدان هر بار در این نقطه و سپس، برایند آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$E_۱'=k\frac{۹q}{(d-x)^۲}=k\frac{۹q}{(d-\frac{d}{۲})^۲}=۳۶\frac{kq}{d^۲}$$

$$E_۲=k\frac{q}{x^۲}=k\frac{q}{(\frac{d}{۲})^۲}=۴\frac{kq}{d^۲}$$

$$E_T=E_۱'+E_۲=۳۶\frac{kq}{d^۲}+۴\frac{kq}{d^۲}=۴۰\frac{kq}{d^۲}$$

۶۴- گزینهٔ ۴ ابتدا اندازهٔ میدان الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

$$E=\frac{\Delta V}{d}=\frac{۳۰۰}{۰/۱۵}=۲۰۰۰\ N/C$$

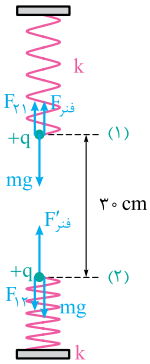
با توجه به این‌که پروتون در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند، تغییر انرژی پتانسیل آن مثبت است و می‌توان آن را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\Delta U=|q|Ed'=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۲۰۰۰\times۰/۱=۲\times۱/۶\times۱۰^{-۱۷}\ J$$

ارتباط تغییر انرژی پتانسیل و جنبشی را هم می‌توان طبق معمول، به صورت زیر به کار برد:

$$\Delta K=-\Delta U\Rightarrow ۰-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲=-۲\times۱/۶\times۱۰^{-۱۷}\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times۱/۶\times۱۰^{-۲۷}v_۰^۲=۲\times۱/۶\times۱۰^{-۱۷}\Rightarrow v_۰=۲\times۱۰^۵\ m/s$$

۶۵- گزینهٔ ۱ در شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر هر یک از دو گلوله را می‌بینید. توجه دارید که چون فنر پایینی فشرده شده است، گلولهٔ باردار متصل به خود را به بالا هل می‌دهد. با توجه به این‌که برایند نیروهای وارد بر هر گلولهٔ باردار باید صفر باشد، می‌توان نوشت:



برای گلولهٔ بالایی: $F_{21}+F_{فنر}=mg \Rightarrow F_{21}=mg-F_{فنر}$

برای گلولهٔ پایینی: $F'_{فنر}=mg+F_{12} \Rightarrow F_{12}=F'_{فنر}-mg$

اکنون باید به دو نکته توجه کنید: نخست این‌که طبق قانون سوم نیوتون، F_{12} با F_{21} هم‌اندازه است و دوم این‌که چون اندازهٔ نیروی فنر با تغییر طول فنر متناسب است، می‌توان گفت اندازهٔ نیرویی که فنر پایینی به گلوله وارد می‌کند، ۲ برابر اندازهٔ نیرویی است که فنر بالایی به گلوله وارد می‌کند. *(حتماً یادتونه که توو یکی دو تست از تست‌های بانک تست، به فرمول $F_{فنر}=k\Delta L$ برای اندازهٔ نیروی فنر اشاره کرده بودیم.)* با این توضیحات، می‌توان حل تست را به این صورت کامل کرد:

$$F_{21}=F_{12} \Rightarrow mg-F_{فنر}=2F_{فنر}-mg \Rightarrow F_{فنر}=\frac{2}{3}mg$$

$$F_{21}=mg-F_{فنر}=mg-\frac{2}{3}mg=\frac{1}{3}mg \Rightarrow k\frac{qq}{r^2}=\frac{1}{3}mg \Rightarrow 9\times10^9\times\frac{(q\times10^{-6})(q\times10^{-6})}{0/3^2}=\frac{1}{3}\times30\times10^{-3}\times10 \Rightarrow q=1\,\mu C$$

۶۶- گزینهٔ ۲ ابتدا به کمک نسبت اندازهٔ میدان‌ها برای دو فاصله‌ای که در نمودار داده شده است، فاصلهٔ r در نمودار و سپس، بار q_1 را تعیین می‌کنیم:

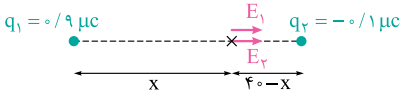
$$\frac{E_2}{E_1}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{10000}{22500}=\left(\frac{r}{r+30}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{2}{3}=\frac{r}{r+30} \Rightarrow r=60\ cm$$

$$E_1=k\frac{q_1}{r^2} \Rightarrow 22500=9\times10^9\times\frac{q_1\times10^{-6}}{0/6^2} \Rightarrow q_1=0/9\,\mu C$$

اکنون باید در حضور بار q_2، به دنبال نقطه‌ای باشیم که اندازهٔ میدان حاصل از دو بار، یکسان باشد.

بیفشین! مگه وقتی بارها ناهمنام‌بودن، نباید نقطه‌مون خارج دو بار بود؟!

منظور شما از «*نقطه‌مون*»، نقطه‌ای است که میدان برایند در آن صفر شود؛ در حالی که در این تست، به دنبال چنین چیزی نیستیم! می‌خواهیم بین دو بار، نقطه‌ای بیابیم که فقط اندازهٔ دو میدان در آن برابر است و همان‌گونه که در شکل زیر می‌بینید، برایند میدان‌ها در این نقطه صفر نمی‌شود:



$$E_1=E_2 \Rightarrow k\frac{|q_1|}{x^2}=k\frac{|q_2|}{(40-x)^2} \Rightarrow \frac{3}{x}=\frac{1}{40-x} \Rightarrow x=30\ cm$$

۶۷- گزینهٔ ۳ ابتدا تغییر انرژی پتانسیل ذرهٔ باردار را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U=-|q|Ed=-20\times10^{-6}\times1000\times0/1=-2\times10^{-3}\ J$$

از روی این تغییر انرژی پتانسیل، می‌توان تغییر انرژی جنبشی را هم فهمید:

$$\Delta U=-\Delta K \Rightarrow 2\times10^{-3}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow 2\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times5\times10^{-6}(v_2^2-v_1^2) \Rightarrow v_2^2-v_1^2=800$$

به یک ابتکار کوچک ریاضی هم نیاز داریم!

$$v_2^2-v_1^2=\overbrace{(v_2-v_1)}^{10}(v_2+v_1)=800 \Rightarrow v_2+v_1=80$$

سرانجام باید یک دستگاه دو معادله ـ دو مجهول ساده را حل کنیم:

$$\begin{cases}v_2-v_1=10\\ v_2+v_1=80\end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 2v_2=90 \Rightarrow v_2=45\ m/s$$

۶۸- گزینهٔ ۱ با استفاده از رابطهٔ بین تغییر انرژی پتانسیل و جنبشی برای ذره‌ای که بین دو صفحهٔ خازن جابه‌جا می‌شود، می‌توان نوشت:

$$\Delta U=-\Delta K \Rightarrow -qEd=-\left(\frac{1}{2}mv^2-0\right) \Rightarrow 2\times10^{-12}\times E\times10^{-2}=\frac{1}{2}\times2\times10^{-6}\times1^2 \Rightarrow E=5\times10^7\ N/C$$

به یک بازی تکراری با رابطهٔ میدان الکتریکی نیز نیازمندیم:

$$E=\frac{V}{d}=\frac{\frac{Q}{C}}{d}=\frac{Q}{(\frac{\varepsilon_0 A}{d})d}=\frac{Q}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow Q=\varepsilon_0 AE=9\times10^{-12}\times8\times10^{-4}\times5\times10^7 \Rightarrow Q=3/6\times10^{-7}\ C=0/36\,\mu C$$

۶۹- گزینهٔ ۴ چون اندازهٔ نیروی الکتریکی با مربع فاصلهٔ دو بار نسبت وارون دارد، می‌توان نوشت:

$$\frac{F''}{F'}=\frac{(r-0/1)^2}{(r+0/1)^2}=\frac{9}{16} \Rightarrow \frac{r-0/1}{r+0/1}=\frac{3}{4} \Rightarrow 3r+0/3=4r-0/4 \Rightarrow r=0/7\ m$$

حالا که فاصلهٔ دو بار را داریم، با استفاده از قانون کولن، می‌توانیم اندازهٔ نیرو را در حالت اول به دست آوریم:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}=9\times10^9\times\frac{21\times10^{-6}\times14\times10^{-6}}{(0/7)^2}=5/4\ N$$

۷۰- گزینهٔ ۲ اگر بار اولیهٔ جسم را با q نشان دهیم، پس از گرفتن $۱۰^{۱۳}$ الکترون، می‌توان نوشت:

$$q - ۱۰^{۱۳} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = -۸ \times ۱۰^{-۶} \Rightarrow q = -۶/۴ \times ۱۰^{-۶}\ C$$

حالا که بار اولیهٔ جسم را داریم، باید ببینیم این بار را چند الکترون پدید آورده‌اند. بدیهی است همین تعداد الکترون را جسم باید از دست بدهد تا خنثی شود:

$$|q| = ne \Rightarrow ۶/۴ \times ۱۰^{-۶} = n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = ۴ \times ۱۰^{۱۳}$$

۷۱- گزینهٔ ۱ پیش از خنثی‌شدن بار $q_۲$، می‌توان رابطهٔ برداری مقابل را برای میدان خالص در نقطهٔ P نوشت:

$$\vec{E} = \vec{E}_۱ + \vec{E}_۲$$

پس از خنثی‌شدن بار $q_۲$، داریم:

$$-\vec{E} = \vec{E}_۱$$

اگر دو طرف دو رابطهٔ برداری نوشته‌شده را با هم جمع کنیم، خواهیم داشت:

$$۰ = ۲\vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ \Rightarrow \vec{E}_۲ = -۲\vec{E}_۱$$

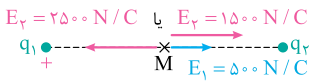
علامت منفی در رابطهٔ بالا نشان می‌دهد میدان‌هایی که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ P پدید می‌آورند، در خلاف جهت یکدیگر بوده است و از همین‌جا می‌فهمیم که بارها همنام هستند. با استفاده از ارتباط اندازهٔ میدان‌ها، می‌توان نوشت:

$$E_۲ = ۲E_۱ \Rightarrow k\frac{|q_۲|}{۶^۲} = ۲k\frac{|q_۱|}{۳^۲} \Rightarrow \frac{|q_۲|}{|q_۱|} = ۸$$

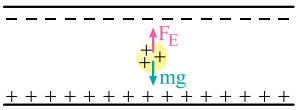
که البته چون بارها همنام‌اند، می‌توان علامت‌های قدرمطلق را برداشت:

$$\frac{q_۲}{q_۱} = ۸$$

۷۲- گزینهٔ ۱ وقتی بار $q_۲$ خنثی می‌شود، میدان در نقطهٔ M فقط توسط بار $q_۱$ پدید می‌آید، بنابراین $E_۱ = ۵۰۰\ N/C$ در جهت نشان داده شده در شکل زیر بوده است. همان‌طور که می‌بینید، برای داشتن برایندی به اندازهٔ $۲۰۰۰\ N/C$، میدان $E_۲$ هم می‌تواند هم‌جهت با $E_۱$ باشد و هم در خلاف جهت آن؛ یعنی علامت بار $q_۲$ هم می‌تواند مثبت باشد و هم منفی. نکتهٔ جالب این است که در هر دو صورت، اندازهٔ $E_۲$ از اندازهٔ $E_۱$ بیشتر است و چون فاصلهٔ دو بار از نقطهٔ M مساوی است، می‌توان گفت $|q_۲|$ بیشتر از $|q_۱|$ بوده است.



۷۳- گزینهٔ ۴ ابتدا که قطرهٔ روغن در حال تعادل است، باید نیروی خالص وارد بر آن صفر باشد:



$$F_E = mg \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow ۳eE = mg \Rightarrow eE = \frac{mg}{۳}$$

وقتی بار قطرهٔ روغن کاهش می‌یابد، نیروی الکتریکی وارد بر آن کاهش می‌یابد؛ در نتیجه نیروی خالص وارد بر آن رو به پایین (یعنی هم‌جهت با نیروی وزن) خواهد شد:

$$F'_E = |q'|E = ۲eE = ۲\frac{mg}{۳}$$

$$F_T = mg - F'_E = mg - \frac{۲mg}{۳} = \frac{۱}{۳}mg$$

۷۴- گزینهٔ ۱ بار اولیهٔ خازن، به سادگی قابل محاسبه است:

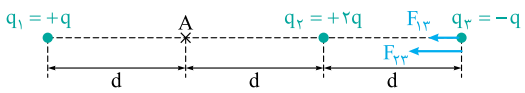
$$Q_۱ = CV = ۲ \times ۵ = ۱۰\ \mu C$$

توجه کنید که اگر n الکترون از صفحهٔ مثبت جدا کنیم، بار مثبت آن به اندازهٔ ne افزایش می‌یابد. (البته همین اتفاق برای بار منفی صفحهٔ دیگر هم می‌افتد و آن هم افزایش می‌یابد.) با توجه به ثابت ماندن انرژی خازن، می‌توان حل تست را به صورت زیر ادامه داد:

$$U = \frac{Q_۱^۲}{۲C_۱} = \frac{Q_۲^۲}{۲C_۲} \Rightarrow \frac{(۱۰ \times ۱۰^{-۶})^۲}{\frac{\varepsilon_۰ A}{d}} = \frac{(۱۰ \times ۱۰^{-۶} + ne)^۲}{k\frac{\varepsilon_۰ A}{d}}$$

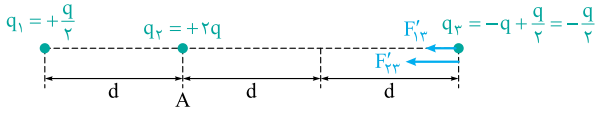
$$\xrightarrow{\text{جذر}} ۱۰ \times ۱۰^{-۶} = \frac{۱۰ \times ۱۰^{-۶} + n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}}{۱/۵} \Rightarrow ۵ \times ۱۰^{-۶} = n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = \frac{۵}{۱۶} \times ۱۰^{۱۴}$$

۷۵- گزینهٔ ۴ در حالت اول، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۳$ با توجه به شکل زیر، قابل محاسبه است:



$$F_T = F_{۱۳} + F_{۲۳} = k\frac{qq}{(۳d)^۲} + k\frac{(۲q)(q)}{d^۲} = \frac{۱۹}{۹}k\frac{q^۲}{d^۲}$$

در حالت دوم هم با توجه به شکل زیر، می‌توان نوشت:

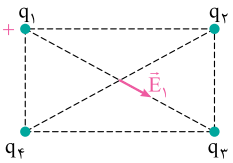


$$F'_T = F'_{۱۳} + F'_{۲۳} = k\frac{(\frac{q}{۲})(\frac{q}{۲})}{(۳d)^۲} + k\frac{(۲q)(\frac{q}{۲})}{(۲d)^۲} = \frac{۵}{۱۸}k\frac{q^۲}{d^۲}$$

نسبت اندازهٔ نیروی خالص در حالت دوم به حالت اول هم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{F'_T}{F_T} = \frac{\frac{۵}{۱۸}}{\frac{۱۹}{۹}} = \frac{۵}{۳۸}$$

۷۶- گزینهٔ ۴ اگر میدان حاصل از هر یک از بارها در مرکز مستطیل را با $\vec{E}_1$، $\vec{E}_2$، $\vec{E}_3$ و $\vec{E}_4$ نشان دهیم، ابتدا برایند چهار بردار صفر بوده است. البته به‌جز جهت بردار $\vec{E}_1$ که در شکل روبه‌رو نشان داده شده است، جهت سایر میدان‌ها را نمی‌دانیم؛ اما از نظر برداری، می‌توانیم رابطهٔ مقابل را بنویسیم:



$$\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3+\vec{E}_4=0$$

اگر $\vec{E}_1$ را به طرف راست ببریم، خواهیم داشت:

$$\vec{E}_2+\vec{E}_3+\vec{E}_4=-\vec{E}_1$$

وقتی بار q_1 را خنثی می‌کنیم، میدان خالص در مرکز مستطیل برابر $\vec{E}_2+\vec{E}_3+\vec{E}_4$ است و چنان که رابطهٔ بالا نشان می‌دهد، برایند این سه بردار، قرینهٔ بردار $\vec{E}_1$ است؛ یعنی هم‌اندازه با آن و در خلاف جهت آن. بد نیست این موضوع را به خاطر بسپارید که اگر برایند چند بردار صفر باشد، هر کدام را حذف کنیم، برایند بردارهای باقی‌مانده، قرینهٔ برداری می‌شود که حذف شده است.

۷۷- گزینهٔ ۴ ابتدا که خازن به باتری متصل است، می‌توان در مورد ظرفیت و انرژی آن به صورت زیر قضاوت کرد:

$$C=\frac{\overbrace{\varepsilon_0 A}^{\text{ثابت}}}{d}\Rightarrow C\propto\frac{1}{d}\Rightarrow \text{برابر }\frac{1}{2}\ \text{برابر }2$$

$$U=\frac{1}{2}CV^2\Rightarrow U\propto C\ (V\ \text{ثابت})\Rightarrow \text{برابر }\frac{1}{2}\ \text{برابر }\frac{1}{2}$$

می‌بینید که انرژی خازن پس از ۲ برابرکردن فاصلهٔ دو صفحهٔ خازن، $\frac{1}{2}$ برابر می‌شود؛ یعنی: $U'=\frac{1}{2}U$

وقتی خازن را از باتری جدا می‌کنیم و دی‌الکتریکی بین دو صفحه‌اش قرار می‌دهیم، ظرفیت و انرژی آن به صورت زیر تغییر می‌کنند:

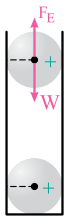
$$C=k\frac{\overbrace{\varepsilon_0 A}^{\text{ثابت}}}{d}\Rightarrow C\propto k\Rightarrow \text{برابر }2\ \text{برابر }2$$

$$U=\frac{Q^2}{2C}\Rightarrow U\propto\frac{1}{C}\Rightarrow \text{برابر }\frac{1}{2}\ \text{برابر }2\ (Q\ \text{ثابت})$$

به این ترتیب انرژی خازن در این مرحله نیز $\frac{1}{2}$ برابر می‌شود؛ یعنی:

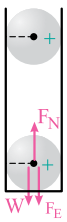
$$U''=\frac{1}{2}U'=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}U\right)=\frac{U}{4}$$

۷۸- گزینهٔ ۲ در شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر گوی بالایی را می‌بینید. چون این گوی در حال تعادل است، باید اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر آن (F_E) با اندازهٔ وزنش (W) برابر باشد:



$$F_E=W$$

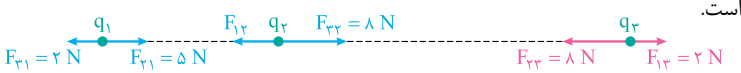
اکنون به سراغ گوی پایینی می‌رویم. در شکل روبه‌رو، نیروی F_N، نیرویی است که کف ظرف به گوی وارد می‌کند. البته طبق قانون سوم نیوتون (کنش ـ واکنش)، نیرویی که گوی پایینی به کف ظرف وارد می‌کند نیز هم‌اندازه با همین F_N است. با استفاده از تعادل گوی پایینی، می‌توان حل تست را کامل کرد:



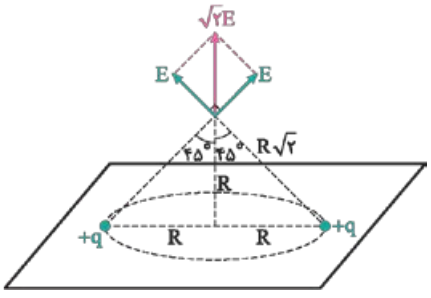
$$F_N=W+F_E=F_E+F_E=2F_E$$

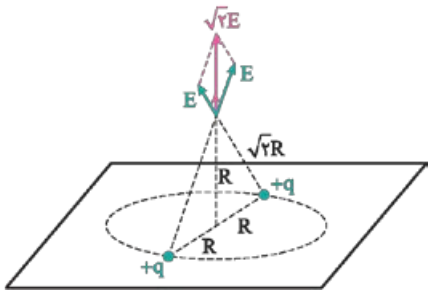
$$20=2k\frac{|q||q|}{r^2}\Rightarrow 10=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}\times3\times10^{-6}}{r^2}\Rightarrow r^2=81\times10^{-4}\Rightarrow r=9\times10^{-2}\ m=9\ cm$$

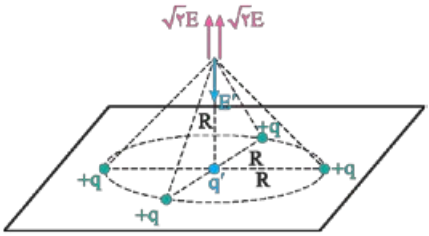
۷۹- گزینهٔ ۳ در شکل زیر، نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 را می‌بینید. برای تعیین اندازه و جهت این نیروها، صرفاً از قانون سوم نیوتون (کنش ـ واکنش) استفاده کرده‌ایم. آشکار است که برایند دو نیرو برابر $8-2=6\ N$ است.



۸۰- گزینهٔ ۲ برای تجسم درست این تست، بهتر است از رسم یک شکل سه‌بعدی به صورت زیر کمک بگیریم.



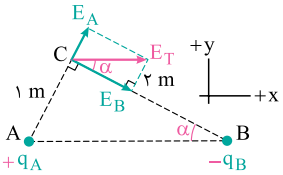




برای صفرشدن میدان خالص در نقطه موردنظر، باید همان‌گونه که در شکل روبه‌رو می‌بینید، بار منفی q' را در مرکز دایره قرار دهیم تا میدان الکتریکی حاصل از آن (یعنی E') بتواند با برایند دو میدان رو به بالای حاصل از بارهای محیط دایره (یعنی $2\sqrt{2}E$) خنثی شود:

$$E' = 2\sqrt{2}E \Rightarrow k\frac{|q'|}{R^2} = 2\sqrt{2}k\frac{|q|}{(\sqrt{2}R)^2} \Rightarrow |q'| = \sqrt{2}\,|q| \Rightarrow q' = -\sqrt{2}q$$

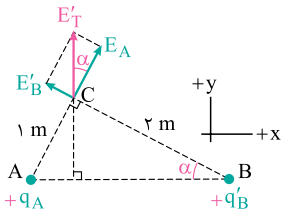
۸۱- گزینهٔ ۴ ابتدا که میدان الکتریکی خالص در رأس C در جهت $+x$ است، چنان‌که در شکل زیر می‌بینید، باید بار واقع در رأس A، مثبت و بار واقع در رأس B، منفی باشد. در این حالت می‌توان نوشت:



$$\tan\alpha = \frac{1}{2} = \frac{E_A}{E_B} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{k\frac{|q_A|}{r_1^2}}{k\frac{|q_B|}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{|q_A|}{1^2}}{\frac{|q_B|}{2^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_A|}{|q_B|} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{|q_B|} = \frac{1}{8} \Rightarrow |q_B| = 8\mu C \Rightarrow q_B = -8\,\mu C$$

اگر بخواهیم میدان الکتریکی خالص در رأس C در جهت $+y$ قرار گیرد، باید همان‌گونه که در شکل زیر می‌بینید، بار هر دو ذرهٔ باردار، مثبت باشد. چون قرار است فقط از یکی از دو ذره تعدادی الکترون بگیریم، آن ذره قطعاً ذرهٔ واقع در رأس B است. با توجه به شکل، بار این ذره را در حالت جدید، می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:



$$\tan\alpha = \frac{1}{2} = \frac{E'_B}{E_A} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{k\frac{|q'_B|}{2^2}}{k\frac{|q_A|}{1^2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{|q'_B|}{4\times 1} \Rightarrow |q'_B| = 2\,\mu C \Rightarrow q'_B = +2\,\mu C$$

برای این‌که بار ذرهٔ B از $-8\,\mu C$ به $+2\,\mu C$ برسد، اگر تعداد الکترون‌هایی را که آن گرفته می‌شود با n نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$q'_B = q_B + ne \Rightarrow 2\times 10^{-6} = -8\times 10^{-6} + n\times 1/6\times 10^{-19} \Rightarrow n\times 1/6\times 10^{-19} = 10\times 10^{-6} \Rightarrow n = 6/25\times 10^{13}$$

۸۲- گزینهٔ ۲ ابتدا اندازهٔ سرعت ذرهٔ باردار را هنگام رسیدن به صفحه پایینی در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$\Delta U = \Delta U_{\text{گرانشی}} + \Delta U_{\text{الکتریکی}} = -\Delta K \Rightarrow -mg(\frac{d}{2}) - qE(\frac{d}{2}) = -(\frac{1}{2}mv^2 - 0) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{mgd + qEd}{m}} = \sqrt{d(g + \frac{q}{m}E)}$$

چون بعداً فاصلهٔ دو صفحه تغییر داده شده و مسئله تکرار شده است، بهتر است فعلاً مقدارهای عددی را در این رابطه نگذاریم و کار خود را به صورت پارامتری ادامه دهیم. برای تعیین مدت‌زمان حرکت، از رابطهٔ $d = \frac{v + v_0}{2}t$ استفاده می‌کنیم. با توجه به این‌که جابه‌جایی ذرهٔ باردار برابر $\frac{d}{2}$ است، می‌توان نوشت:

$$\frac{d}{2} = (\frac{v + 0}{2})t \Rightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{d}{\sqrt{d(g + \frac{q}{m}E)}} = \sqrt{\frac{d}{g + \frac{q}{m}E}}$$

اکنون توجه کنید که چون صفحه‌های رسانا به باتری متصل‌اند، با جابه‌جاکردن صفحهٔ بالایی، اختلاف پتانسیل بین دو صفحه ثابت می‌ماند و طبق رابطهٔ $E = \frac{V}{d}$، اندازهٔ میدان الکتریکی با فاصلهٔ بین دو صفحه نسبت وارون (عکس) دارد:

$$\frac{E'}{E} = \frac{d}{d'} = \frac{d}{d + \frac{d}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow E' = \frac{2}{3}E$$

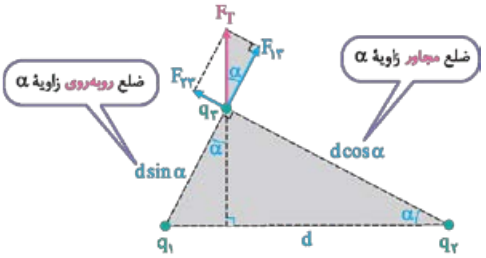
به این ترتیب، می‌توان رابطهٔ به دست آمده برای زمان حرکت را به صورت زیر برای حالت دوم بازنویسی کرد:

$$t' = \sqrt{\frac{d}{g + \frac{q}{m}(\frac{2}{3}E)}}$$

و بالأخره، نسبت زمان حرکت در دو حالت را تعیین می‌کنیم و در آخرین گام، مقدارهای عددی را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{t'}{t} = \frac{\sqrt{\frac{d}{g + \frac{q}{m}(\frac{2}{3}E)}}}{\sqrt{\frac{d}{g + \frac{q}{m}E}}} = \sqrt{\frac{g + \frac{q}{m}E}{g + \frac{2}{3}\frac{q}{m}E}} = \sqrt{\frac{10 + 3\times 10^{-4}\times 10^5}{10 + \frac{2}{3}\times 3\times 10^{-4}\times 10^5}} \Rightarrow \frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{40}{30}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

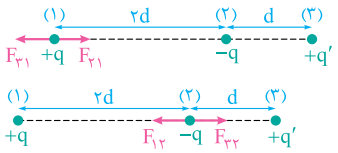
۸۳- گزینهٔ ۱ در شکل زیر، نیروهای وارد بر بار $q_۳$ را چنان رسم کرده‌ایم که برایندشان در جهت نشان داده شده باشد. در مثلث قائم‌الزاویهٔ بزرگ‌تر، وتر را d نامیده‌ایم و دو ضلع دیگر مثلث را با استفاده از تعریف سینوس و کسینوس تعیین کرده‌ایم. اگر در مثلث قائم‌الزاویهٔ کوچک‌تر، از تعریف تانژانت استفاده کنیم، خواهیم داشت:



$$\tan\alpha=\frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}}=\frac{k\frac{|q_۲||q_۳|}{(d\cos\alpha)^۲}}{k\frac{|q_۱||q_۳|}{(d\sin\alpha)^۲}}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{|q_۲|}{|q_۱|}\times\frac{\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}$$

$$\Rightarrow\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{|q_۲|}{|q_۱|}\times\frac{\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow\frac{|q_۱|}{|q_۲|}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

۸۴- گزینهٔ ۱ در دو شکل روبه‌رو، نیروهای الکتریکی وارد بر بارهای $+q$ و $-q$ را می‌بینید. دو نیرویی که بر هر بار وارد می‌شود، در خلاف جهت یکدیگرند؛ اما چون نمی‌دانیم اندازهٔ کدام‌یک بیشتر است، ناگزیریم از علامت قدرمطلق استفاده کنیم:

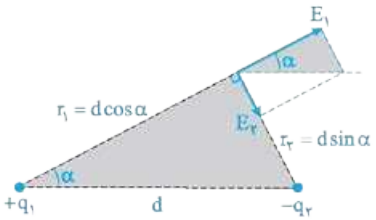


$$|F_{۳۱}-F_{۲۱}|=|F_{۱۲}-F_{۳۲}|\Rightarrow|k\frac{qq'}{(۳d)^۲}-k\frac{qq}{(۲d)^۲}|=|k\frac{qq}{(۲d)^۲}-k\frac{qq'}{d^۲}|\Rightarrow|\frac{q'}{۹}-\frac{q}{۴}|=|\frac{q}{۴}-q'|\Rightarrow\frac{q'}{۹}-\frac{q}{۴}=\pm(\frac{q}{۴}-q')$$

اگر معادلهٔ اخیر را با علامت $-$ حل کنیم، به یک معادلهٔ غیرممکن (که به صورت $۱=۹$ می‌شود!) می‌رسیم؛ در نتیجه علامت $+$ قابل قبول است:

$$\frac{q'}{۹}-\frac{q}{۴}=\frac{q}{۴}-q'\Rightarrow\frac{۱۰}{۹}q'=\frac{q}{۲}\Rightarrow\frac{q'}{q}=\frac{۹}{۲۰}$$

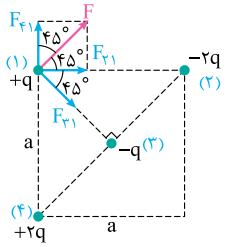
۸۵- گزینهٔ ۳ برای این‌که میدان الکتریکی خالص در رأس سوم، موازی خط واصل بارهای $q_۱$ و $q_۲$ باشد، باید همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، دو بار ناهمنام باشند. اگر وتر مثلث بزرگ‌تر در این شکل را d بنامیم، طول ضلع مجاور زاویهٔ α برابر $d\cos\alpha$ و طول ضلع روبه‌روی زاویهٔ α برابر $d\sin\alpha$ خواهد بود و می‌توان با استفاده از تعریف تانژانت در مثلث کوچک‌تر، کار را به صورت زیر ادامه داد:



$$\tan\alpha=\frac{E_۲}{E_۱}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{\frac{k|q_۲|}{r_۲^۲}}{\frac{k|q_۱|}{r_۱^۲}}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{\frac{|q_۲|}{d^۲\sin^۲\alpha}}{\frac{|q_۱|}{d^۲\cos^۲\alpha}}$$

$$\Rightarrow\tan\alpha=\frac{|q_۲|}{|q_۱|}\times\frac{\cos^۲\alpha}{\sin^۲\alpha}\Rightarrow\frac{|q_۲|}{|q_۱|}=\tan\alpha\times\frac{\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}=\tan^۳\alpha$$

۸۶- گزینهٔ ۱ در شکل روبه‌رو، بارهای الکتریکی شماره‌گذاری شده‌اند و نیروهای وارد بر بار (۱) از طرف سایر بارها را می‌بینید. اندازهٔ نیروهای $F_{۲۱}$، $F_{۴۱}$ و $F_{۳۱}$ را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد: *(یادتونه که قطر مربع برابر $\sqrt{۲}a$ بود!)*



$$F_{۲۱}=F_{۴۱}=k\frac{(q)(۲q)}{a^۲}=۲k\frac{q^۲}{a^۲}$$

$$F_{۳۱}=k\frac{qq}{(\frac{\sqrt{۲}a}{۲})^۲}=۲k\frac{q^۲}{a^۲}$$

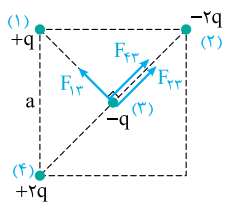
چون $F_{۲۱}$ و $F_{۴۱}$ هم‌اندازه و بر هم عمودند، برایندشان (یعنی F) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F=\sqrt{۲}F_{۲۱}=\sqrt{۲}\times۲\frac{kq^۲}{a^۲}$$

با توجه به عمودبودن F و $F_{۳۱}$، می‌توان نیروی خالص وارد بر بار (۱) را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$F_{T_۱}=\sqrt{F_{۳۱}^۲+F^۲}=\sqrt{(۲\frac{kq^۲}{a^۲})^۲+(\frac{۲\sqrt{۲}kq^۲}{a^۲})^۲}=\frac{۲\sqrt{۳}kq^۲}{a^۲}$$

اکنون باید شبیه همین کار را برای بار (۳) انجام دهیم:



$$F_{۲۳}=F_{۴۳}=k\frac{(q)(۲q)}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}a)^۲}=۴k\frac{q^۲}{a^۲}$$

$$F_{۱۳}=k\frac{qq}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}a)^۲}=۲k\frac{q^۲}{a^۲}$$

$$F_{T_۳}=\sqrt{(۲F_{۲۳})^۲+F_{۱۳}^۲}=\sqrt{(۲\times۴\frac{kq^۲}{a^۲})^۲+(۲\frac{kq^۲}{a^۲})^۲}=۲\sqrt{۱۷}\frac{kq^۲}{a^۲}$$

و بالأخره، نسبت خواسته‌شده به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\frac{F_{T_1}}{F_{T_2}}=\frac{2\sqrt{3}\frac{kq^2}{a^2}}{2\sqrt{17}\frac{kq^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{3}{17}}$$

۸۷- گزینهٔ ۲ انرژی خازن، ابتدا برابر است با:

$$U_1=\frac{1}{2}C_1V^2=\frac{1}{2}\times 5\times 12^2=360\ \mu J$$

چون ظرفیت خازن با فاصلهٔ دو صفحه‌اش نسبت وارون دارد، می‌توان نوشت:

$$\frac{C_1}{C_2}=\frac{d_2}{d_1}=\frac{100+20}{100}=1/2$$

(در مورد فاصلهٔ دو صفحه، از واژهٔ درصد استفاده شده و به همین دلیل در نسبت نوشته‌شده، فاصلهٔ اولیهٔ دو صفحه را ۱۰۰ واحد گرفته‌ایم.) توجه دارید که وقتی فاصلهٔ دو صفحه را افزایش داده‌ایم، خازن به باتری متصل نبوده است؛ در نتیجه بار آن ثابت است و رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$ نشان می‌دهد که انرژی خازن با ظرفیتش نسبت وارون دارد:

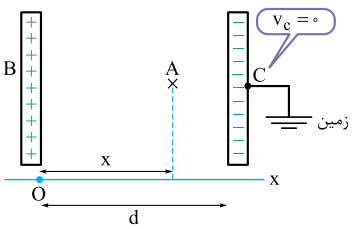
$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{C_1}{C_2}\Rightarrow\frac{U_2}{360}=1/2\Rightarrow U_2=432\ \mu J$$

تغییر انرژی خازن نیز به راحتی به دست می‌آید:

$$\Delta U=U_2-U_1=432-360=72\ \mu J$$

۸۸- گزینهٔ ۳ با یک بازی تکراری با رابطه‌ها، ابتدا اندازهٔ میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$E=\frac{V}{d}=\frac{\frac{Q}{C}}{d}=\frac{Q}{(\varepsilon_0\frac{A}{d})d}=\frac{Q}{\varepsilon_0 A}=\frac{18\times10^{-12}}{9\times10^{-12}\times10\times10^{-4}}=2000\ N/C$$



اگر یک نقطهٔ دلخواه بین دو صفحه را همان‌گونه که در شکل مقابل می‌بینید، A بنامیم، بهتر است اختلاف پتانسیل این نقطه را با صفحهٔ C مورد توجه قرار دهیم؛ چرا که صفحهٔ C به زمین متصل است و پتانسیل الکتریکی‌اش صفر است. از روی همین شکل آشکار است که فاصله نقطهٔ A تا صفحهٔ C برابر $(d-x)$ است:

$$|\underbrace{\Delta V}_{V_A-V_C}|=E(d-x)\Rightarrow V_A=2000(0/1-x)=200-2000x$$

۸۹- گزینهٔ ۳ ابتدا از ارتباط بین تغییر انرژی جنبشی و پتانسیل ذرهٔ باردار در جابه‌جایی $\frac{d}{2}$ استفاده می‌کنیم و اندازهٔ میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U=-qE\frac{d}{2}=-\Delta K\Rightarrow qE\frac{d}{2}=\frac{1}{2}mv^2-0\Rightarrow E=\frac{mv^2}{qd}$$

چون میدان الکتریکی یکنواخت است، اندازهٔ میدان به دست آمده را می‌توان برای کل فاصلهٔ بین دو صفحه (یعنی d) نیز به کار برد و اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را به دست آورد:

$$V=Ed=\frac{mv^2}{qd}\times d=\frac{mv^2}{q}$$

و بالأخره با استفاده از تعریف ظرفیت خازن، می‌توان نوشت:

$$C=\frac{Q}{V}=\frac{Q}{\frac{mv^2}{q}}=\frac{Qq}{mv^2}$$

۹۰- گزینهٔ ۱ با استفاده از اندازهٔ نیروی جاذبهٔ دو کره پیش از تماس، می‌توان حاصل‌ضرب بار آن‌ها را به دست آورد:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow 1/3=9\times10^9\times\frac{|q_1|\times10^{-6}\times|q_2|\times10^{-6}}{0/15^2}\Rightarrow|q_1||q_2|=3/25$$

چون کره‌ها ابتدا یکدیگر را جذب می‌کرده‌اند، حتماً بار آن‌ها ناهمنام بوده است و اگر بخواهیم علامت قدرمطلق را برداریم، باید بنویسیم: $q_1q_2=-3/25$

با استفاده از بار کره‌ها پس از تماس هم می‌توان مجموع بار اولیه آن‌ها را به دست آورد:

$$q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{2}=3\Rightarrow q_1+q_2=6\ \mu C$$

اکنون که مجموع و حاصل‌ضرب بارها را داریم، می‌توانیم از دانش ریاضی خود کمک بگیریم و یک معادلهٔ درجه ۲ تشکیل دهیم. اگر هم این موضوع را از درس ریاضی به خاطر نداشته باشید، می‌توانید q_2 را از رابطهٔ آخر به دست آورید و آن را در رابطه قبلی قرار دهید:

$$q_1+q_2=6\ \mu C\Rightarrow q_2=6-q_1$$

$$q_1q_2=-3/25\Rightarrow q_1(6-q_1)=-3/25\Rightarrow q_1^2-6q_1-3/25=0$$

$$q_1=\frac{6\pm\sqrt{6^2+4\times3/25}}{2}=\frac{6\pm7}{2}\Rightarrow\begin{cases}q_1=+6/5\ \mu C\\ q_1=-0/5\ \mu C\end{cases}$$

چون هنگام تماس کره‌ها، تعدادی الکترون از کرهٔ (۲) به کره (۱) رفته است، لابد بار اولیهٔ کرهٔ (۱) مثبت بوده است و جواب $+6/5\ \mu C$ قابل قبول است.