

پاسخ نامه ریاضی هفتم

حمیدرضا بیات
مرتضی خمایی ابدی
کیان کریمی خراسانی



پیشگفتار

به نام خداوند جان و خرد
کزین برتر اندیشه برنگذرد

بسیار خرسندیم که کتاب پاسخ ریاضی هفتم را در اختیار دانش‌آموزان عزیز و دبیران گرامی قرار می‌دهیم. این کتاب در اصل برای دانش‌آموزان «مدارس استعدادهای درخشان» تألیف شده است؛ اما استفاده از آن‌ها، به دانش‌آموزان ممتاز سایر مدارس کشور و داوطلبان شرکت در مسابقات نیز توصیه می‌شود.

از ویژگی‌های این کتاب می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- آموزش پیشرفته کتاب درسی با مثال‌های متنوع؛
- تمرین‌های تفکیک شده براساس درس‌های هر فصل؛
- ۳۰ پرسش چهارگزینه‌ای برای هر فصل همراه با پاسخ کلیدی در انتهای کتاب؛
- پاسخ‌نامه تشریحی تمام تمرین‌ها و پرسش‌های چهارگزینه‌ای در جلد دوم کتاب؛
- طبقه‌بندی تمرین‌ها به تمرین‌های دشوار (☆) و تمرین‌های خیلی دشوار (☆☆)

امیدواریم این کتاب مورد توجه دانش‌آموزان عزیز، دبیران گرامی و خانواده‌ها قرار گیرد و در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان مؤثر واقع شود.

در پایان لازم می‌دانیم از مؤلفان محترم کتاب آقایان: حمیدرضا بیات، مرتضی خممامی‌ابدی و کیان کریمی‌خراسانی که این کتاب را زیر نظر آقای مهندس هادی عزیززاده تألیف کرده‌اند، تشکر کنیم.

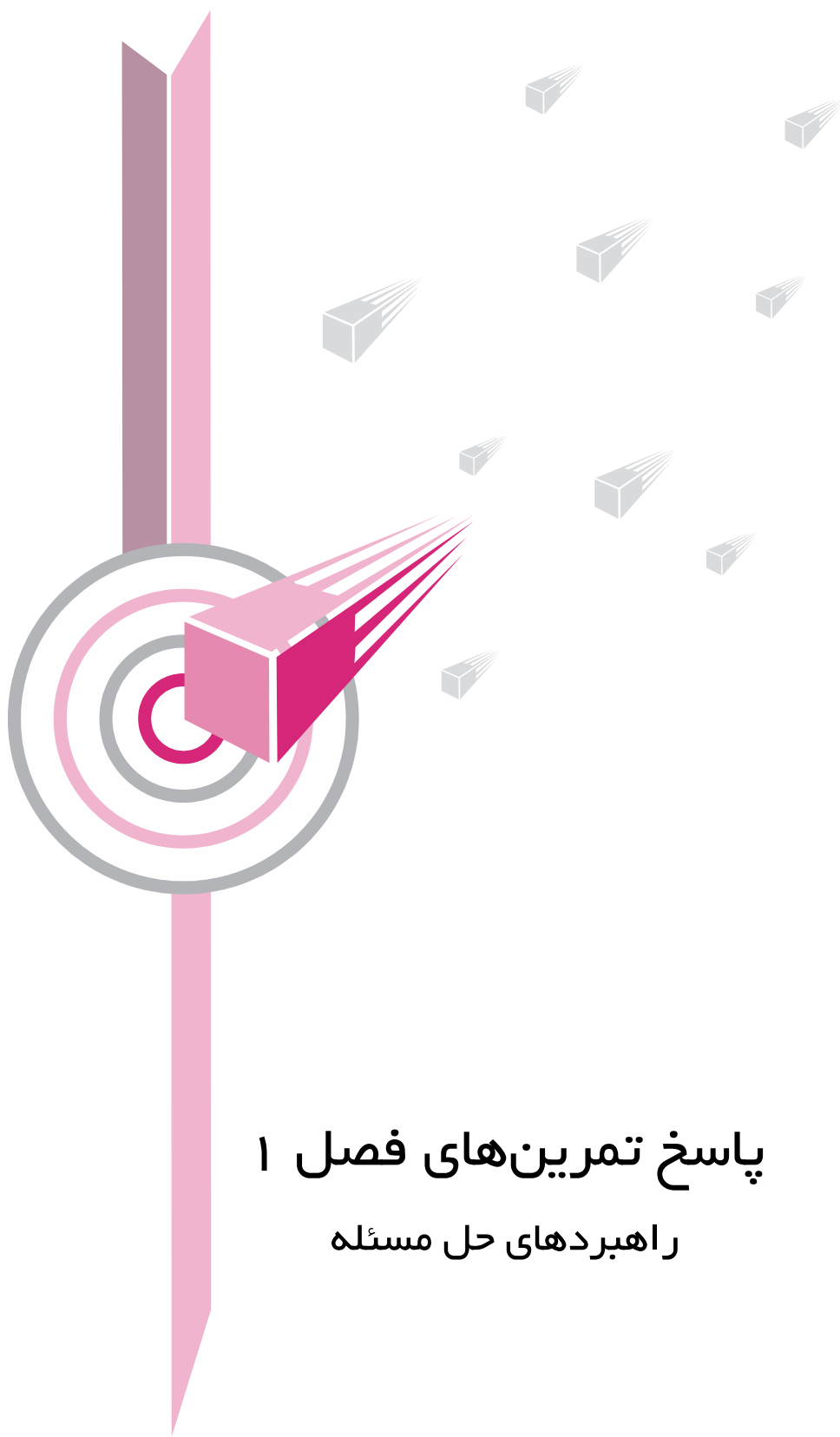
هم‌چنین از خانم‌ها لیلی میرزایی و سمیه آهنگر که زحمت حروفچینی و صفحه‌آرایی، خانم مینا غلام احمدی که زحمت ترسیم شکل‌ها و مینا هرمزی که طراحی جلد را بر عهده داشته‌اند، سپاسگزاریم.

انتشارات مبتکران

عنوان

صفحه

پاسخ تمرین‌های فصل ۱: راهبردهای حل مسئله	۵
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۱: راهبردهای حل مسئله	۱۶
پاسخ تمرین‌های فصل ۲: عددهای صحیح	۲۲
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۲: عددهای صحیح	۲۷
پاسخ تمرین‌های فصل ۳: جبر و معادله	۳۱
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۳: جبر و معادله	۳۷
پاسخ تمرین‌های فصل ۴: هندسه و استدلال	۴۲
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۴: هندسه و استدلال	۶۲
پاسخ تمرین‌های فصل ۵: شمارنده‌ها و اعداد اول	۶۷
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۵: شمارنده‌ها و اعداد اول	۷۴
پاسخ تمرین‌های فصل ۶: سطح و حجم	۷۹
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۶: سطح و حجم	۸۷
پاسخ تمرین‌های فصل ۷: توان و جذر	۹۲
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۷: توان و جذر	۹۸
پاسخ تمرین‌های فصل ۸: بردار و مختصات	۱۰۲
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۸: بردار و مختصات	۱۱۱
پاسخ تمرین‌های فصل ۹: آمار و احتمال	۱۱۶
پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۹: آمار و احتمال	۱۲۲



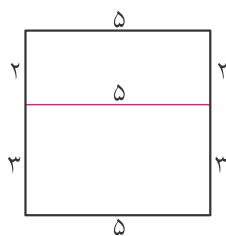
پاسخ تمرین‌های فصل ۱

راهبردهای حل مسئله

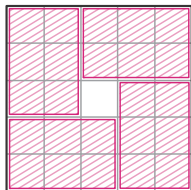


فصل ۱ : راهبردهای حل مسئله

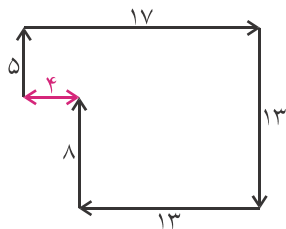
راهبرد رسم شکل



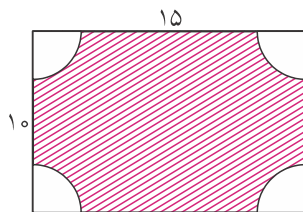
۱. محیط مربع ۲۰ است، پس طول هر ضلع آن ۵ است. پس از رسم شکل مشخص می‌شود که محیط مستطیل دیگر ۱۶ است.



۲.

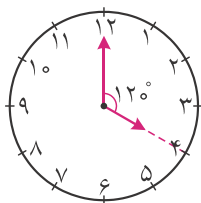
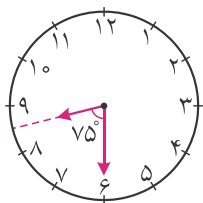


۳. ۴ متر

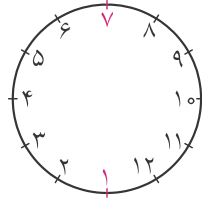


۴. مساحت مستطیل $10 \times 15 = 150$ است و مساحت چهار ربع دایره روی هم، دایره‌ای به شعاع ۳ است، یعنی $3 \times 3 \times \pi = 9\pi$. پس مساحتی که از دسترس سگ‌ها در امان است برابر $150 - 9\pi$ است.

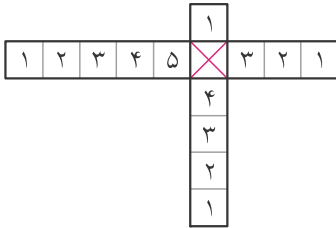
۵. یک دایره 360° است، پس زاویه بین هر دو شماره روی ساعت $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ است.



۶. ابتدا یک دایره رسم می‌کنیم و شماره‌های ۱ و ۷ را روبه‌روی هم قرار می‌دهیم. سپس هر تعداد کودک که لازم است در یک طرف قرار دهیم تا شماره‌های ۱ تا ۷ را پر کنند، در طرف دیگر هم همان تعداد قرار می‌دهیم. پس ۱۲ کودک نشسته‌اند.



۷. با توجه به شکل، تعداد صندلی‌های سینما $9 \times 6 = 54$ است.



راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار)

۸. پس پاسخ‌های ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ به دست می‌آید که تعداد آن‌ها ۷ تا است.

$1+2=3$ $1+3=4$ $1+4=5$ $1+5=6$ $2+3=5$
 $2+4=6$ $2+5=7$ $3+4=7$ $3+5=8$ $4+5=9$

۹. پس امتیازهای ۰، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۸، ۹ و ۱۲ را می‌توان کسب کرد که تعداد آن‌ها ۹ تا است.

$0+0=0$ $0+2=2$ $0+3=3$ $0+6=6$ $2+2=4$
 $2+3=5$ $2+6=8$ $3+3=6$ $3+6=9$ $6+6=12$

۱۰. پس به ۱۰ طریق می‌توان این کار را انجام داد.

$100 = 50 + 50$ $100 = 50 + 20 + 20 + 10$
 $100 = 50 + 20 + 10 + 10 + 10 + 10$
 $100 = 20 + 20 + 20 + 20 + 20$ $100 = 20 + 20 + 20 + 20 + 10 + 10$
 $100 = 20 + 20 + 20 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$ $100 = 20 + 20 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$
 $100 = 20 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$

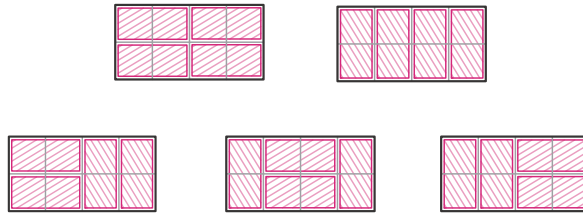
۱۱. پس ۶ مکعب مستطیل مختلف می‌توان ساخت.

$24 = 24 \times 1 \times 1$ $24 = 12 \times 2 \times 1$ $24 = 8 \times 3 \times 1$
 $24 = 6 \times 4 \times 1$ $24 = 6 \times 2 \times 2$ $24 = 4 \times 3 \times 2$

۱۲. هر مستطیل کوچک را یک واحد می‌نامیم. در این شکل ۵ مستطیل یک واحدی، ۴ مستطیل دو واحدی، ۳ مستطیل سه واحدی، ۲ مستطیل چهار واحدی و ۱ مستطیل پنج واحدی وجود دارد.

$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$

۱۳. به ۵ طریق



۱۴.

$$1-2-3+4+5=5$$

$$1-2+3-4+5=3$$

$$1-2+3+4-5=1$$

$$1+2-3-4+5=1$$

$$1+2-3+4-5=-1$$

$$1+2+3-4-5=-3$$

پاسخ‌های ۵، ۳، ۱، -۱ و -۳ به دست می‌آید. پس ۵ پاسخ مختلف می‌توان به دست آورد.

۱۵.

$$2(8+1)=18 \Rightarrow \text{مساحت} = 8 \times 1 = 8$$

$$2(7+2)=18 \Rightarrow \text{مساحت} = 7 \times 2 = 14$$

$$2(6+3)=18 \Rightarrow \text{مساحت} = 6 \times 3 = 18$$

$$2(5+4)=18 \Rightarrow \text{مساحت} = 5 \times 4 = 20$$

۱۶.

۲, ۱۱, ۲۰, ۱۰۱, ۱۱۰, ۲۰۰, ۱۰۰۱, ۱۰۱۰, ۱۱۰۰, ۲۰۰۰

۱۰۰۰۱, ۱۰۰۱۰, ۱۰۱۰۰, ۱۱۰۰۰, ۲۰۰۰۰, ۱۰۰۰۰۱, ۱۰۰۰۱۰

۱۰۰۱۰۰, ۱۰۱۰۰۰, ۱۱۰۰۰۰, ۲۰۰۰۰۰

پس ۲۱ عدد به این شکل وجود دارد.

راهبرد حذف حالات نامطلوب



۱۷.

هر بار باید بین اعداد، عددی که رقم سمت چپش از همه کوچک‌تر است را انتخاب کرد:

۲۳۰۹۴۱۵۶۸۷

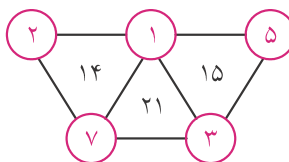
۱۸.

۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲
۴	۳	۲	۱
۱	۲	۳	۴

۱۹.

در دایره قبل ۲ نمی‌تواند \times باشد، چون حاصل را زوج می‌کند، پس در این دایره $+$ است. در دایره قبل ۳ هم نمی‌تواند \times باشد، چون حاصل ۴۰۶ همواره زوج است و در هر عددی ضرب شود، حاصل زوج می‌ماند. پس در این دایره نیز $+$ است و در دایره اول \times است. حاصل $29 = ((4 \times 6) + 3) + 2$ است که فرد است.

۲۰.

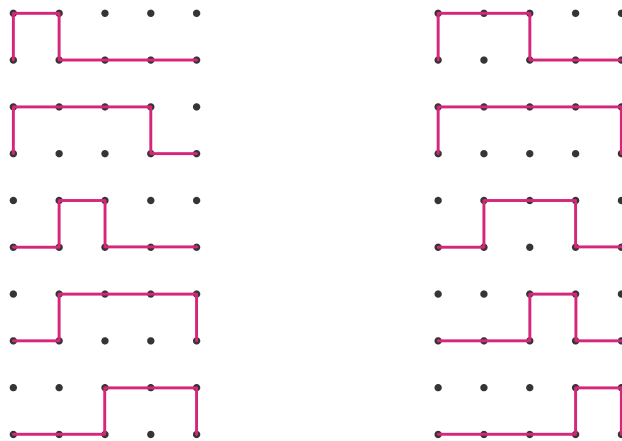


۲۱. در کل ۹۰ عدد دو رقمی داریم. در این بین اعدادی که مجموع ارقامشان بر ۷ بخش پذیر است را جدا می‌کنیم تا تعداد اعداد مطلوب به دست آید:

۱۶, ۲۵, ۳۴, ۴۳, ۵۲, ۵۹, ۶۱, ۶۸, ۷۰, ۷۷, ۸۶, ۹۵

۱۲ عدد دو رقمی داریم که مجموع ارقامشان بر ۷ بخش پذیر است. پس $90 - 12 = 78$ عدد دو رقمی داریم که مجموع ارقامشان بر ۷ بخش پذیر نیست.

۲۲. از بین تمام مسیرها، فقط مسیرهایی طولشان ۶ سانتی‌متر می‌شود که یک بار بالا و یک بار پایین رفته‌اند:



پس ۱۰ مسیر به این شکل وجود دارد.

۲۳.

۵	۶	۴	۶	۴	۶	۳	۶	۵	۶
۲	۴	۳	۵	۲	۵	۲	۵	۳	۴
۱	۳	۱	۲	۱	۳	۱	۴	۱	۲

راهبرد الگویابی

۲۴. شکل اول ۳، شکل دوم ۶، شکل سوم ۹، ... مربع دارد. پس تعداد مربع‌های هر شکل از رابطه « $3 \times$ شماره» به دست می‌آید. پس شکل ۲۵ ام $25 \times 3 = 75$ مربع دارد.

۲۵. در این الگو هر عدد نسبت به عدد قبلی ۶ واحد زیاد شده است. هر عدد دنباله از رابطه « $6 - 4 \times$ شماره» به دست می‌آید. پس عدد ۲۰ ام دنباله برابر است با $20 \times 6 - 4 = 116$.

۲۶. در این الگو مربع‌های رنگی در هر شکل ۴ تا بیش‌تر از شکل قبلی است. تعداد مربع‌های رنگی در هر شکل از رابطه « $4 + 8 \times$ شماره» به دست می‌آید. پس در شکل ۱۵ ام $15 \times 4 + 8 = 68$ مربع رنگی وجود دارد.



۲۷. با توجه به این الگو طول پاره‌خط‌های شماره زوج از رابطه « $\frac{\text{شماره}}{۲}$ » و طول پاره‌خط‌های شماره فرد از رابطه « $\frac{\text{شماره} + ۱}{۲}$ » به دست می‌آید. پس طول پاره‌خط شماره ۴۰ برابر $\frac{۴۰}{۲} = ۲۰$ و طول پاره‌خط شماره ۴۱ برابر $\frac{۴۱+۱}{۲} = ۲۱$ است.

۲۸. با توجه به این الگو تعداد چوب کبریت‌های هر شکل ۹ تا از شکل قبلی بیشتر است. تعداد چوب کبریت‌های هر شکل از رابطه « $۹ + ۴ \times \text{شماره}$ » به دست می‌آید. پس تعداد چوب کبریت‌های شکل ۱۵ برابر است با $۱۳۹ = ۹ + ۴ \times ۱۵$.

۲۹. این اعداد از الگوی زیر پیروی می‌کنند:

$1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+4} 10 \xrightarrow{+5} 15 \xrightarrow{+6} 21 \xrightarrow{+7} 28 \xrightarrow{+8} 36 \xrightarrow{+9} 45 \xrightarrow{+10} 55$

پس عدد ۱۰ ام این الگو ۵۵ است.

۳۰. اگر تعداد دایره‌های هر شکل را پشت سر هم بنویسیم، دقیقاً اعداد الگوی سؤال قبل به دست می‌آید. پس در شکل ۱۰ ام ۵۵ دایره وجود دارد.

۳۱. با توجه به این الگو تعداد چوب کبریت‌های هر شکل ۵ تا از شکل قبلی بیشتر است. تعداد چوب کبریت‌های هر شکل از رابطه « $۵ + ۱ \times \text{شماره}$ » به دست می‌آید. پس تعداد چوب کبریت‌های شکل ۲۰ ام برابر است با $۱۰۱ = ۵ + ۱ \times ۲۰$.

۳۲. با توجه به این الگو شکل‌های زوج ۳ چوب کبریت بیشتر از شکل قبلی و شکل‌های فرد ۵ چوب کبریت بیشتر از شکل قبلی دارند. پس هر شکل ۸ چوب کبریت بیشتر از شکل دو تا قبلی دارد. تعداد چوب کبریت‌های شکل‌های فرد از رابطه « $۸ - ۲ \times \frac{\text{شماره}}{۲}$ » و تعداد چوب کبریت‌های شکل‌های زوج از رابطه « $۸ + ۱ \times \frac{\text{شماره}}{۲}$ » به دست می‌آید. پس شکل ۱۹ ام از $۷۸ = ۸ - ۲ \times \frac{۱۹+۱}{۲}$ و شکل ۲۰ ام از $۸۱ = ۸ + ۱ \times \frac{۲۰}{۲}$ چوب کبریت تشکیل شده است.

راهبرد حدس و آزمایش

۳۳

تعداد دو چرخه	تعداد سه چرخه	بررسی و آزمایش
۱۰	۱۷	۷۱
۱۲	۱۵	۶۹
۱۵	۱۲	۶۶
۲۰	۷	۶۱

۳۴.

زاویه α	زاویه 5α	بررسی و آزمایش
۲۰	۱۰۰	۱۲۰
۱۰	۵۰	۶۰
۱۵	۷۵	۹۰

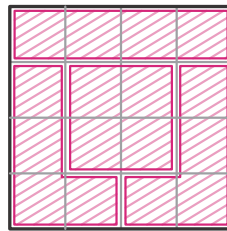
الف) $4 \times \boxed{9} + 5 = 41$

ب) $7 \times \boxed{8} - 3 = 53$

ج) $3 \times \boxed{9} + 22 = 5 \times \boxed{9} + 4$

۳۵.

۳۶.

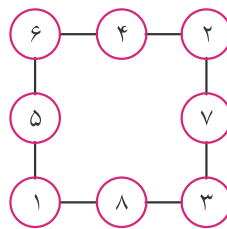


۳۷. دوتا از جواب‌های ممکن به این صورت است:

$$31 + 24 + 5 = 60$$

$$51 + 4 + 3 + 2 = 60$$

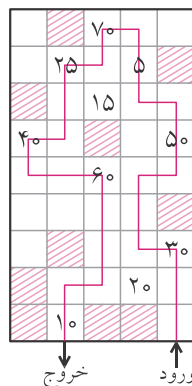
۳۸. یکی از جواب‌ها به این صورت است:



$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \times 7 + 8 + 9 = 15 + 42 + 17 = 74$$

۳۹.

۴۰. حداکثر امتیاز ممکن ۲۹۰ است.



راهبرد زیرمسئله

۴۱. او پس از یک هفته ۷۰۰۰ تومان پس انداز می کند. در نتیجه پس از سه هفته ۲۱۰۰۰ تومان پس انداز می کند. چون این مبلغ نصف قیمت کیف است، پس قیمت کیف ۴۲۰۰۰ تومان است.

۴۲. مساحت دور تا دور خانه به علاوه سقف و کف خانه برابر است با:

$$10 \times 20 + 10 \times 20 + 10 \times 15 + 10 \times 15 + 15 \times 20 + 15 \times 20 = 1300$$

مساحت هر پنجره برابر $5 \times 5 = 25$ است. پس مساحت چهار پنجره روی هم برابر $25 \times 4 = 100$ است. پس مساحت قسمت رنگ شده برابر $1300 - 100 = 1200$ است.

۴۳. عمق استخر ۳ متر است. بنابراین مساحت دیوارها برابر است با:

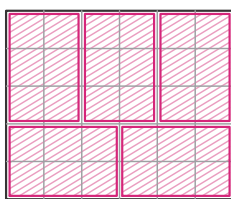
$$3 \times 15 + 3 \times 15 + 8 \times 3 + 8 \times 3 = 138 \text{ متر مربع}$$

مساحت کف استخر برابر $15 \times 8 = 120$ متر مربع است. پس $138 + 120 = 258$ متر مربع باید رنگ شود. پس به $258 \times 400 = 103200$ گرم رنگ احتیاج است که برابر $103/2$ کیلوگرم است.

۴۴. در هر ۴ کیلومتر یک لیتر بنزین مصرف می شود. پس در هر ۲۸ کیلومتر $\frac{28}{4} = 7$ لیتر بنزین مصرف می شود. پس هزینه طی کردن یک مسافت ۲۸ کیلومتری برابر $7 \times 1000 = 7000$ تومان است. پس با ۴۲۰۰۰ تومان می توان $\frac{42000}{7000} = 6$ بار مسیری ۲۸ کیلومتری را پیمود. پس او می تواند ۳ بار این مسافت را رفت و آمد کند.

$$\frac{9 \times 5 - (1 + 2 + 3) \div 2}{5 \times 3 + 4 \times (5 - 2) - 7 \times 3} = \frac{45 - 6 \div 2}{15 + 4 \times 3 - 21} = \frac{45 - 3}{15 + 12 - 21} = \frac{42}{6} = 7$$

۴۵



۴۶. مطابق شکل می توانیم یک مستطیل 5×6 بسازیم. اگر همین مستطیل 5×6 را چهار بار تکرار کنیم، یک مستطیل 5×24 خواهیم داشت.

۴۷. ابتدا اعداد دو رقمی با یکان ۳ و دهگان غیر ۳ را می نویسیم:

$$13 - 23 - 43 - 53 - 63 - 73 - 83 - 93$$

سپس اعداد دو رقمی با دهگان ۳ و یکان غیر ۳ را می نویسیم:

$$31 - 32 - 34 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39$$

تعداد کل این اعداد ۱۶ تاست.

راهبرد حل مسئله ساده‌تر

۴۸. این آشپز تقریباً ۳۲۰۰ گرم برنج دارد. پس می‌تواند برای $\frac{۳۲۰۰}{۵۰۰} = ۶۴$ نفر غذا بپزد.

$$\frac{۲}{۳}$$

۴۹.

$$\frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۹} = \frac{۶}{۹} + \frac{۲}{۹} = \frac{۸}{۹}$$

$$\frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۹} + \frac{۲}{۲۷} = \frac{۱۸}{۲۷} + \frac{۶}{۲۷} + \frac{۲}{۲۷} = \frac{۲۶}{۲۷}$$

⋮

باتوجه به الگوی به دست آمده، حاصل عبارت اصلی برابر $\frac{۲۱۸۶}{۲۱۸۷}$ است.

$$\frac{۱}{۱ \times ۲} = \frac{۱}{۲}$$

۵۰.

$$\frac{۱}{۱ \times ۲} + \frac{۱}{۲ \times ۳} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۶} = \frac{۳}{۶} + \frac{۱}{۶} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۱}{۱ \times ۲} + \frac{۱}{۲ \times ۳} + \frac{۱}{۳ \times ۴} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۱۲} = \frac{۶}{۱۲} + \frac{۲}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} = \frac{۹}{۱۲} = \frac{۳}{۴}$$

⋮

باتوجه به الگوی به دست آمده، حاصل عبارت اصلی برابر $\frac{۹۹}{۱۰۰}$ است.

$$۱ = ۱^۲$$

۵۱.

$$۱ + ۳ = ۴ = ۲^۲$$

$$۱ + ۳ + ۵ = ۹ = ۳^۲$$

⋮

باتوجه به الگوی به دست آمده و اینکه در عبارت اصلی ۵۰ عدد وجود دارد، حاصل عبارت اصلی برابر $۵۰^۲ = ۲۵۰۰$ است.

• → پاره خط ۰

۵۲.

•• → پاره خط ۱

••• → پاره خط ۳ = ۱+۲

•••• → پاره خط ۶ = ۱+۲+۳

••••• → پاره خط ۱۰ = ۱+۲+۳+۴

⋮

با توجه به الگوی به دست آمده، تعداد پاره‌خط‌های شکل اصلی برابر $۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹ = ۴۵$ است.

اول	۱	۲	۳
دوم	۶	۵	۴

→ ۶ = ۱ × ۶

سوم	۷	۸	۹
چهارم	۱۲	۱۱	۱۰

→ ۱۲ = ۲ × ۶

پنجم	۱۳	۱۴	۱۵
ششم	۱۸	۱۷	۱۶

→ ۱۸ = ۳ × ۶

⋮

باتوجه به الگوی به دست آمده، عدد واقع در ستون چپ و ردیف صدم برابر $۵۰ \times ۶ = ۳۰۰$ است.

اول	۱	۲	۳	۴	
دوم		۵	۶	۷	۸

→ ۳ = ۱ × ۴ - ۱

سوم	۹	۱۰	۱۱	۱۲	
چهارم		۱۳	۱۴	۱۵	۱۶

→ ۱۱ = ۳ × ۴ - ۱

پنجم	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
ششم		۲۱	۲۲	۲۳	۲۴

→ ۱۹ = ۵ × ۴ - ۱

⋮

باتوجه به الگوی به دست آمده، عدد واقع در ستون وسط و سطر پنجاه و یکم برابر $۵۱ \times ۴ - ۱ = ۲۰۳$ است.



→ ۳ = ۲ × ۱ + ۱

→ ۵ = ۲ × ۲ + ۱

→ ۷ = ۲ × ۳ + ۱

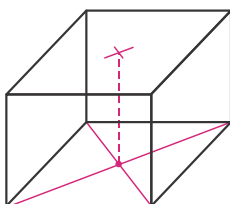
باتوجه به الگوی به دست آمده، اختلاف بین مربع‌های شکل ۱۰۰م و ۱۰۱م برابر $۲ \times ۱۰۰ + ۱ = ۲۰۱$ است.

راهبرد روش‌های نمادین (مدل‌سازی)

۵۶. باید ببینیم در داخل جای خالی چه عددی باید قرار دهیم تا تساوی برقرار شود:

$$۵۰۰۰ + ۳۰۰۰ \times \square = ۲۳۰۰۰$$

عدد داخل جای خالی باید ۶ باشد، پس او ۶ روز دیگر می‌تواند کیف را بخرد.



۵۷. ابتدا وسط اتاق را به کمک رسم قطرهای مربع پیدا می‌کنیم و از آن نقطه عمودی در نظر می‌گیریم. نقطه‌ای که در آن امتداد این عمود سقف را قطع می‌کند، محل قرارگیری لامپ است.

$$۱: ۴ + ۲ - ۵$$

$$۲: ۲$$

$$۳: ۵ - ۲$$

$$۴: ۴$$

$$۵: ۵$$

$$۶: ۴ + ۲$$

$$۷: ۵ + ۲$$

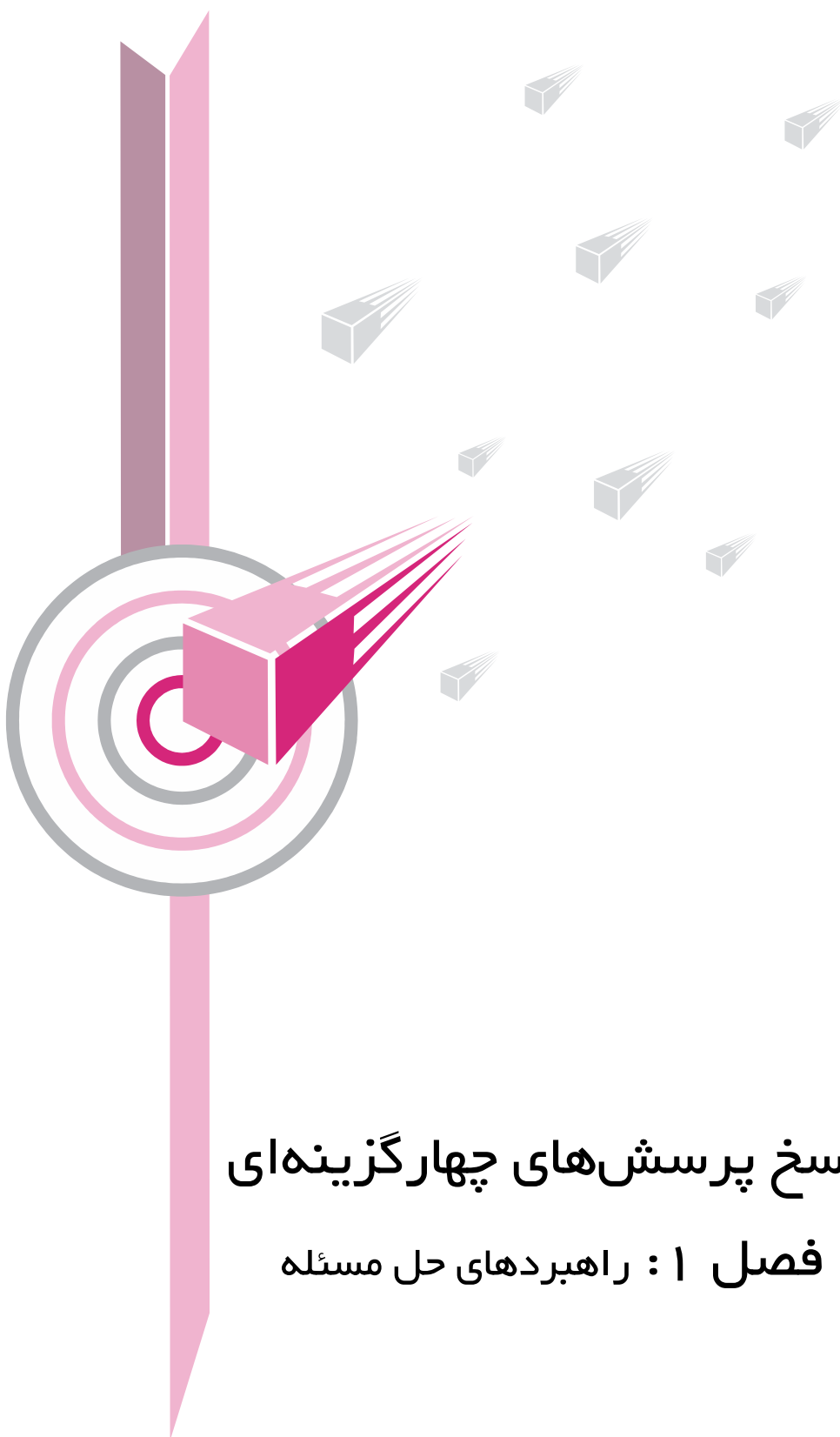
$$۹: ۵ + ۴$$

$$۱۱: ۵ + ۴ + ۲$$

۵۸. پس طول‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۹ و ۱۱ را می‌توان اندازه گرفت.

$$۴۴۷۷۷, ۴۷۴۷۷, ۴۷۷۴۷, ۴۷۷۷۴, ۷۴۴۷۷, ۷۴۷۴۷, ۷۴۷۷۴, ۷۷۴۴۷, ۷۷۴۷۴, ۷۷۷۴۴$$

۵۹. پس ۱۰ عدد پنج‌رقمی با این ارقام داریم.



پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

فصل ۱ : راهبردهای حل مسئله

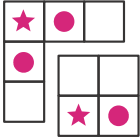


فصل ۱ : راهبردهای حل مسئله

$$۳۰ \xrightarrow{-۲} ۲۸ \xrightarrow{-۴} ۲۴ \xrightarrow{-۶} ۱۸ \xrightarrow{-۸} ۱۰$$

۱. گزینه «۳»

۲. گزینه «۲» اگر شکل مربعی را ۱۸۰ درجه بچرخانیم و کنار شکل L بگذاریم، شکل گزینه «۲» حاصل می‌شود.



۳. گزینه «۱» اگر ۱۲ مهره برداریم، ممکن است ۸ مهره قرمز و ۴ مهره سبز را برداشته باشیم. ولی اگر ۲ مهره دیگر برداریم قطعاً در بینشان، حداقل ۲ مهره آبی برداشته‌ایم. در مجموع لازم است که حداقل ۱۴ مهره برداریم.

۴. گزینه «۴» از راهبرد «تفکر نظام‌دار» استفاده می‌کنیم.

abc , acb , bac , bca , cab , cba

۵. گزینه «۳» به کمک «راهبرد الگویابی» داریم:

$$\frac{1}{۳} = \frac{1}{۳} , \quad \frac{1}{۳} + \frac{1}{۱۵} = \frac{۶}{۱۵} = \frac{۲}{۵} , \quad \frac{1}{۳} + \frac{1}{۱۵} + \frac{1}{۳۵} = \frac{۴۵}{۱۰۵} = \frac{۳}{۷}$$

$$\frac{1}{۱ \times ۳} + \frac{1}{۳ \times ۵} + \dots + \frac{1}{۹ \times ۱۱} = \frac{۵}{۱۱}$$

پس تا کسر n ام حاصل می‌شود $\frac{n}{۲n+۱}$.

۶. گزینه «۱» از راهبرد «تفکر نظام‌دار» استفاده می‌کنیم.

عدد ۱۳ را به صورت‌های زیر می‌توان به صورت مجموع دو عدد طبیعی نوشت:

$$۱ + ۱۲ = ۱۳ \rightarrow ۱ \times ۱۲ = ۱۲$$

$$۲ + ۱۱ = ۱۳ \rightarrow ۲ \times ۱۱ = ۲۲$$

$$۳ + ۱۰ = ۱۳ \rightarrow ۳ \times ۱۰ = ۳۰$$

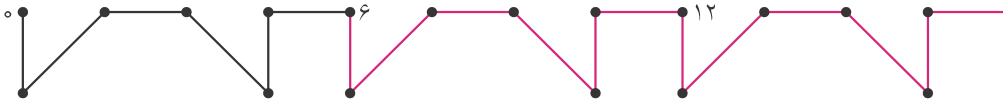
$$۴ + ۹ = ۱۳ \rightarrow ۴ \times ۹ = ۳۶$$

$$۵ + ۸ = ۱۳ \rightarrow ۵ \times ۸ = ۴۰$$

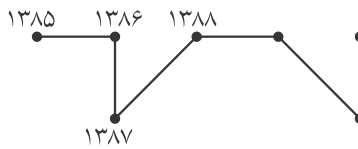
$$۶ + ۷ = ۱۳ \rightarrow ۶ \times ۷ = ۴۲$$

که در بین این حالت‌ها، ۶ و ۷ بیش‌ترین حاصل‌ضرب را دارند.

۷. گزینه «۳» الگوی تکرار شونده به شکل زیر است که عدد سمت چپ و بالا بر ۶ بخشپذیر است:



و چون $۱۳۸۶ = ۶ \times ۲۳۱$:



۸. گزینه «۲» از راهبرد «مدل‌سازی» استفاده می‌کنیم:

$$A = B + ۳۰ \quad , \quad A + B = ۷۴ \Rightarrow B + B + ۳۰ = ۷۴ \Rightarrow B = ۲۲$$

۹. گزینه «۳» مدل آرزو حسین نشان می‌دهد که فرهاد از آرزو، راحله و حسین قد بلندتر است. مدل فرهاد نشان می‌دهد که فاطمه از فرهاد قد بلندتر است. در نتیجه فاطمه از همه قد بلندتر است.

۱۰. گزینه «۲» از راهبرد «تفکر نظام‌دار» استفاده می‌کنیم.

عدد ۳۰ را به روش‌های زیر می‌توان به صورت ضرب دو عدد طبیعی نوشت:

$$۱ \times ۳۰ = ۳۰ \rightarrow ۳۰ - ۱ = ۲۹$$

$$۲ \times ۱۵ = ۳۰ \rightarrow ۱۵ - ۲ = ۱۳$$

$$۳ \times ۱۰ = ۳۰ \rightarrow ۱۰ - ۳ = ۷$$

$$۵ \times ۶ = ۳۰ \rightarrow ۶ - ۵ = ۱$$

که در بین این حالت‌ها، حالت سوم همان حالت مطلوب است. یعنی عددهای ۳ و ۱۰.

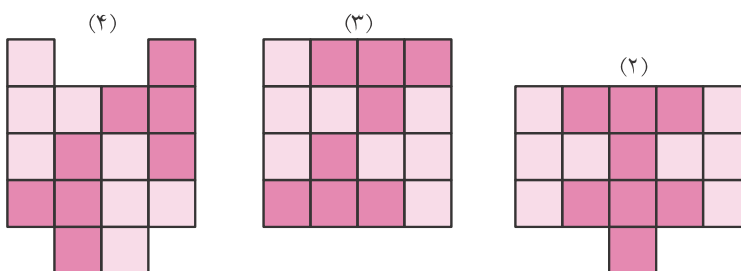
$$۳ + ۱۰ = ۱۳$$

۱۱. گزینه «۳» به کمک «راهبرد حدس و آزمایش» مقدار دایره ۳۲ می‌شود و مقدار مربع ۴ می‌شود و داریم $\frac{۳۲}{۴} = ۸$.

$$\boxed{۴} + \textcircled{۳۲} = ۳۶$$

$$\textcircled{۳۲} - \boxed{۴} = ۲۸$$

۱۲. گزینه «۱» تعداد خانه‌های گزینه ۱ برابر با ۲۱ است و بر ۴ بخش‌پذیر نیست.



۱۳. گزینه «۴» از راهبرد «تفکر نظام‌دار» استفاده می‌کنیم.

- | | |
|---------------------|-------------------------|
| ۱) ۲۵+۲۵ | ۲) ۲۵+۱۰+۱۰+۵ |
| ۳) ۲۵+۱۰+۵+۵+۵ | ۴) ۲۵+۵+۵+۵+۵+۵ |
| ۵) ۱۰+۱۰+۱۰+۱۰+۱۰ | ۶) ۱۰+۱۰+۱۰+۱۰+۵+۵ |
| ۷) ۱۰+۱۰+۱۰+۵+۵+۵+۵ | ۸) ۱۰+۱۰+۵+۵+۵+۵+۵+۵ |
| ۹) ۱۰+۵+۵+۵+۵+۵+۵+۵ | ۱۰) ۵+۵+۵+۵+۵+۵+۵+۵+۵+۵ |

۱۴. گزینه «۳»

شکل (۱) → ۲ نقطه ، شکل (۲) → ۲×۲ ، شکل (۳) → ۲×۲×۲

به کمک «راهبرد الگویابی» می‌توان فهمید که شکل n ام، $\underbrace{۲ \times ۲ \times \dots \times ۲}_n$ تا نقطه دارد.

$$\text{شکل دهم} \rightarrow \underbrace{۲ \times ۲ \times \dots \times ۲}_{۱۰ \text{ تا}} = ۱۰۲۴$$

$$\frac{۲۱۶}{۲} + \frac{۲۱۶}{۳} + \frac{۲۱۶}{۶} + \frac{۲۱۶}{۸} + \frac{۲۱۶}{۹} = ۲۶۷$$

۱۵. گزینه «۴» به کمک «مخرج مشترک» و «راهبرد حدس و آزمایش» داریم:

۱۶. گزینه «۱» تنها ماشین‌هایی که روی خط مستقیم بین a و b حرکت می‌کنند از خروجی b خارج می‌شوند. تعداد آن‌ها برابر است با:

$$۶۴۰ \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = ۸۰$$

$$۶۴۰ - ۸۰ = ۵۶۰$$

بقیه ماشین‌ها از خروجی c خارج می‌شوند که تعداد آن‌ها برابر است با:

۱۷. گزینه «۱»

$$۴ + ۸ \times ۱ \rightarrow \text{جسم به طول ۱ واحد}$$

$$۴ + ۸ \times ۲ \rightarrow \text{جسم به طول ۲ واحد}$$

$$۴ + ۸ \times ۳ \rightarrow \text{جسم به طول ۳ واحد}$$

⋮

به کمک «راهبرد الگویابی» می‌توان فهمید که تعداد میله‌ها در جسم به طول n برابر است با $۴ + ۸n$. پس برای ساختن جسمی به طول ۴۰ واحد به $۴ + ۸ \times ۴۰ = ۳۲۴$ میله نیاز است.

۱۸. گزینه «۴» یک کیلومتر ۱۰۰۰۰۰ سانتی‌متر است. قطر هر ۱۰ تومانی تقریباً ۲ سانتی‌متر است. پس تقریباً ۵۰۰۰۰ تا ۱۰ تومانی معادل ۵۰۰۰۰۰ تومان روی این خط قرار دارند.

۱۹. گزینه «۲» در ابتدا، دو دسته ۲۷ تایی را روی ترازو می‌گذاریم. اگر مساوی بودند، سکه سبک‌تر در دسته بیرونی است. اگر نامساوی بودند،

سکه سبک‌تر در کفه سبک‌تر است. این روند را ادامه می‌دهیم. در هر مرحله تعداد سکه‌ها را به سه قسمت برابر تقسیم می‌کنیم و دو دسته را در دو کفه قرار می‌دهیم و بعد از وزن کردن متوجه شویم سکه در کدام دسته قرار دارد. با این روش در هر مرحله $\frac{۲}{۳}$ سکه‌ها حذف

$$۸۱ \rightarrow ۲۷ \rightarrow ۹ \rightarrow ۳ \rightarrow ۱$$

می‌شوند:



۲۰. گزینه «۲» طول مستطیل بزرگ را با Δ و عرض مستطیل بزرگ را با \circ نشان می‌دهیم. طول مستطیل بزرگ ۲ واحد بیش‌تر از طول مستطیل کوچک است. عرض مستطیل بزرگ نیز دو واحد بیش‌تر از عرض مستطیل کوچک است. محیط مستطیل کوچک ۱۸ است، پس طول مستطیل کوچک به علاوه عرض مستطیل کوچک برابر با ۹ است. در نتیجه طول مستطیل بزرگ به علاوه عرض مستطیل بزرگ برابر با $9 + 4 = 13$.

$$\Delta \times \circ = 36$$

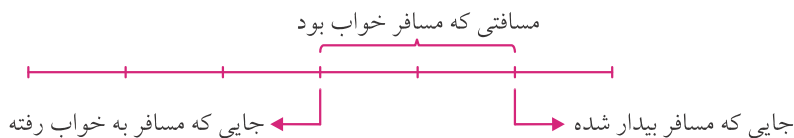
از راهبرد «حدس و آزمایش» استفاده می‌کنیم.

$$\Delta = 9, \circ = 4$$

در نتیجه طول مستطیل کوچک برابر با ۷ و عرض مستطیل کوچک برابر با ۲ است.

$$\text{مساحت مستطیل کوچک} = 7 \times 2 = 14$$

۲۱. گزینه «۲»



$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۲۲. گزینه «۳» حداکثر مجموع ارقام یک عدد چهاررقمی ۳۶ است. تعداد کل اعداد چهاررقمی ۹۰۰۰ است. از کل اعداد چهاررقمی تعداد اعداد چهاررقمی که مجموع ارقام آنها ۳۶ و ۳۵ است را کم می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{عدد ۱} \rightarrow 9999 \rightarrow 36 \\ \text{عدد ۴} \rightarrow 9991, 9989, 9899, 8999 \rightarrow 35 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{تعداد اعداد مطلوب} = 9000 - 1 - 4 = 8995$$

۲۳. گزینه «۲»

$$1 = 4 \times 1 - 3 = \text{تعداد مربع‌های رنگی شکل اول}$$

$$5 = 4 \times 2 - 3 = \text{تعداد مربع‌های رنگی شکل دوم}$$

$$9 = 4 \times 3 - 3 = \text{تعداد مربع‌های رنگی شکل سوم}$$

با استفاده از «راهبرد الگویابی» می‌توان فهمید که تعداد مربع‌های رنگی شکل n ام برابر است با $4 \times n - 3$. پس:

$$25 = 4 \times 7 - 3 = \text{تعداد مربع‌های رنگی شکل هفتم}$$

۲۴. گزینه «۳» سکه‌های امیرعلی را به دسته‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی تقسیم می‌کنیم. مجموع هر دسته ۱۵۰ تومان است.

$$3450 \div 150 = 23 \Rightarrow 23 \times 2 = 46$$

تعداد سکه‌ها دسته

۲۵. گزینه «۴» در گزینه‌های «۱» و «۳» داوود از کامبیز دیرتر رسیده است، پس غلط هستند. در گزینه «۲» نیز بهزاد از آرمین زودتر رسیده است، پس غلط است.