

پاسخ نامه ریاضی هشتم

حمیدرضا بیات
مرتضی خمایی ابدی
کیان کریمی خراسانی



پیشگفتار

به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد

بسیار خرسندیم که کتاب پاسخ ریاضی هشتم را در اختیار دانش‌آموزان عزیز و دبیران گرامی قرار می‌دهیم. این کتاب در اصل برای دانش‌آموزان «مدارس استعدادهای درخشان» تألیف شده است؛ اما استفاده از آن‌ها، به دانش‌آموزان ممتاز سایر مدارس کشور و داوطلبان شرکت در مسابقات نیز توصیه می‌شود.

از ویژگی‌های این کتاب می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- آموزش پیشرفته کتاب درسی با مثال‌های متنوع؛
- تمرین‌های تفکیک شده براساس درس‌های هر فصل؛
- ۴۰ پرسش چهارگزینه‌ای برای هر فصل همراه با پاسخ کلیدی در انتهای کتاب؛
- پاسخ‌نامه تشریحی تمام تمرین‌ها و پرسش‌های چهارگزینه‌ای در جلد دوم کتاب؛
- طبقه‌بندی تمرین‌ها به تمرین‌های دشوار (☆) و تمرین‌های خیلی دشوار (☆☆)

امیدواریم این کتاب مورد توجه دانش‌آموزان عزیز، دبیران گرامی و خانواده‌ها قرار گیرد و در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان مؤثر واقع شود.

در پایان لازم می‌دانیم از مؤلفان محترم کتاب آقایان: حمیدرضا بیات، مرتضی خمایی‌ابدی و کیان کریمی‌خراسانی که این کتاب را زیر نظر آقای مهندس هادی عزیززاده تألیف کرده‌اند، تشکر کنیم.

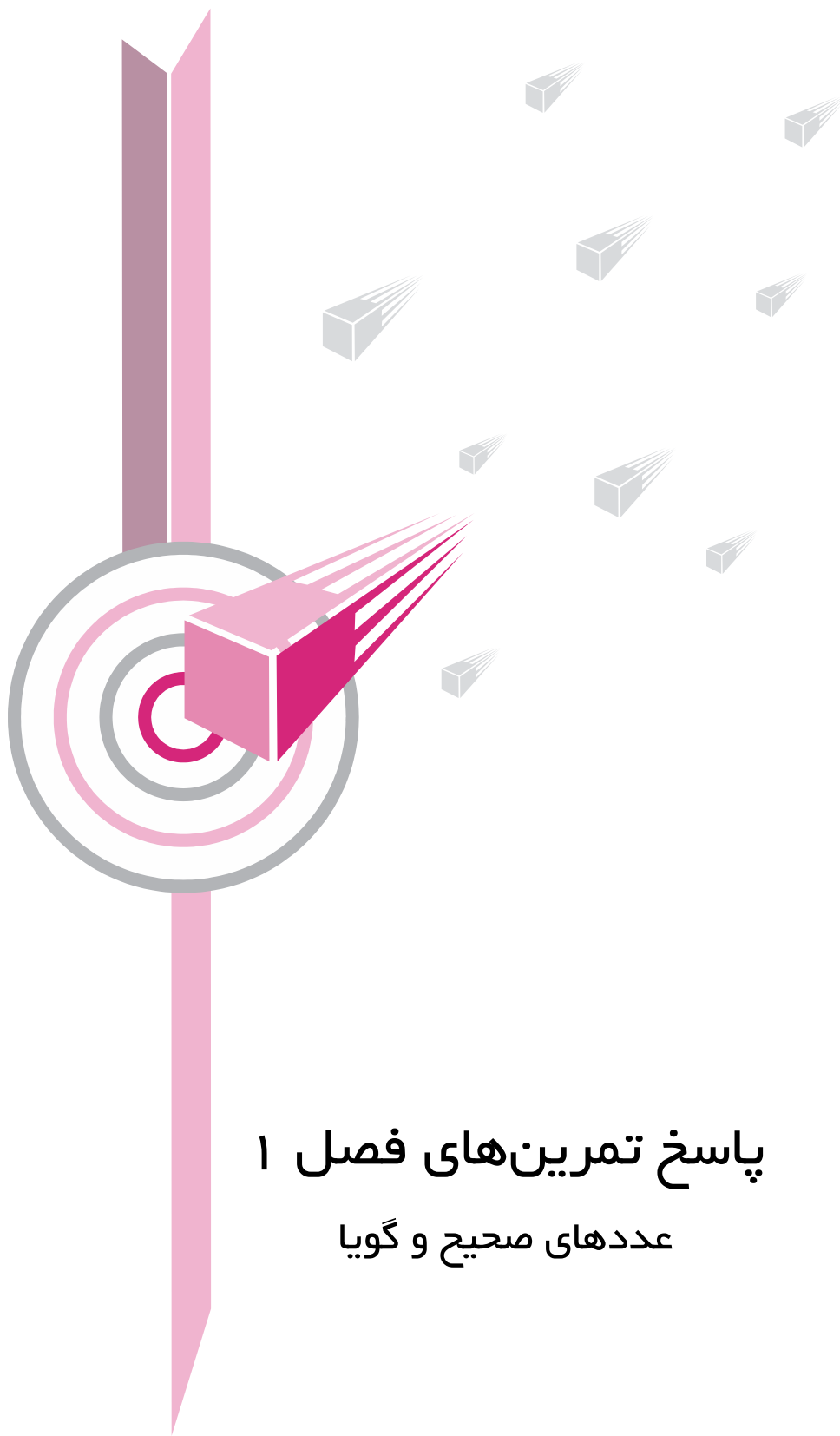
هم‌چنین از خانم سمیه آهنگر که زحمت حروفچینی و صفحه‌آرایی؛ خانم رضیه صفریان که زحمت ترسیم شکل‌ها و مینا هرمزی که طراحی جلد را بر عهده داشته‌اند، سپاسگزاریم.

انتشارات مبتکران

صفحه

عنوان

۵	پاسخ تمرین‌های فصل ۱: عددهای صحیح و گویا
۱۷	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۱: عددهای صحیح و گویا
۲۳	پاسخ تمرین‌های فصل ۲: حساب عددهای طبیعی
۳۰	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۲: حساب عددهای طبیعی
۳۵	پاسخ تمرین‌های فصل ۳: چندضلعی‌ها
۵۳	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۳: چندضلعی‌ها
۶۱	پاسخ تمرین‌های فصل ۴: جبر و معادله
۷۰	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۴: جبر و معادله
۷۶	پاسخ تمرین‌های فصل ۵: بردار و مختصات
۸۵	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۵: بردار و مختصات
۹۱	پاسخ تمرین‌های فصل ۶: مثلث
۱۰۴	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۶: مثلث
۱۱۲	پاسخ تمرین‌های فصل ۷: توان و جذر
۱۲۳	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۷: توان و جذر
۱۲۹	پاسخ تمرین‌های فصل ۸: آمار و احتمال
۱۳۵	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۸: آمار و احتمال
۱۴۱	پاسخ تمرین‌های فصل ۹: دایره‌ها
۱۵۵	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل ۹: دایره‌ها



پاسخ تمرین‌های فصل ۱

عددهای صحیح و گویا



فصل ۱ : عددهای صحیح و گویا

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

الف) $+11 \xrightarrow{\text{قرینه}} -(+11)$

ب) $-3 \xrightarrow{\text{قرینه}} -(-3)$

ج) $+7 \xrightarrow{\text{قرینه}} -7$

د) $-9 \xrightarrow{\text{قرینه}} -(-(-(-(-(+9)))) = -(-(-(-(-9)))) = -(-(-(+9))) = -(-(-9)) = -(-9) = +9$

هـ) $+6 \xrightarrow{\text{قرینه}} -(-(-(-6))) = -(-(-(-6))) = -(-(+6)) = -(-6) = +6$

.۱

$$((1 \times 2 \div (3 \times 4) + 5) \times 6 - 7) \div (8 \times 9) = \frac{\left(\frac{1 \times 2}{3 \times 4} + 5\right) \times 6 - 7}{8 \times 9} = \frac{\left(\frac{2}{12} + 5\right) \times 6 - 7}{72} = \frac{\frac{31}{6} \times 6 - 7}{72} = \frac{31 - 7}{72} = \frac{24}{72} = \frac{1}{3}$$

.۲

الف) $5 + 7 = 12$

ب) $-5 - 7 = -12$

ج) $8 - 12 = -4$

د) $12 - 8 = 4$

هـ) $7 \times 8 = 56$

و) $-7 \times 8 = -56$

ز) $7 \times (-8) = -56$

ح) $(-7) \times (-8) = 56$

ط) $14 \div 7 = 2$

ی) $-14 \div 7 = -2$

ک) $14 \div (-7) = -2$

ل) $(-14) \div (-7) = 2$

.۳

$$(1-2) - (3-4) - (5-6) - (7-8) - (9-10) - (11-12) =$$

$$(-1) - (-1) - (-1) - (-1) - (-1) - (-1) = -1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = -1 + 5 = 4$$

.۴



الف) $(-5)^2 - (-4)^2 - 3^2 = 25 - 16 - 9 = 0$

. ۵

ب) $3^2 - 4 \times (-3) + 6 \div (-2) = 3^2 - (4 \times (-3)) + \frac{6}{-2} = 9 - (-12) + (-3) = 9 + 12 - 3 = 18$

ج) $(-(-5)^3 - (-6)^2)^2 = (-(-125) - 36)^2 = (125 - 36)^2 = 89^2 = 7921$

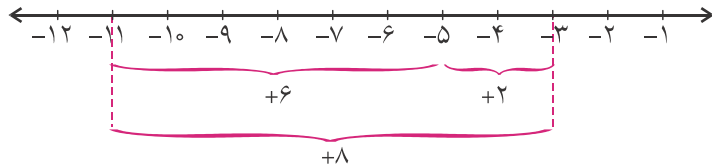
د) $(-4) \times (-3)^2 + (-1)^7 + (-2)^5 = (-4) \times 9 + (-1) + (-32) = -36 - 1 - 32 = -69$

$1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 60 =$

. ۶

$(1 + 2 - 3 - 4) + (5 + 6 - 7 - 8) + (9 + 10 - 11 - 12) + \dots + (57 + 58 - 59 - 60) =$

$(-4) + (-4) + (-4) + \dots + (-4) = 15 \times (-4) = -60$



. ۷ از «راهبرد رسم شکل» استفاده می‌کنیم:

با توجه به محور بالا، پاسخ عدد -۵ است.

$1 - (2 - (3 - (4))) = 1 - (2 - (-1)) = 1 - (2 + 1) = 1 - 3 = -2$

. ۸

$2009 - 2008 + 2007 - 2006 + \dots + 5 - 4 + 3 - 2 + 1$
 $2008 - 2007 + 2006 + \dots - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$

. ۹

بنابراین مجموع اعدادی که این دو حساب کرده‌اند برابر با ۲۰۰۹ است.

الف) $-(-4 - (7 + 5)) = -(-4 - 12) = -(-16) = 16$

. ۱۰

ب) $-7 + 4 - (-3 + (-11)) - (+13) - 6 = -7 + 4 - (-3 - 11 - 13 - 6) = -7 + 4 - (-33) = -7 + 4 + 33 = 30$

تعداد $= 100 - (-100) + 1 = 201$

. ۱۱ الف) راه اول:

مجموع $= \frac{201 \times (100 + (-100))}{2} = \frac{201 \times 0}{2} = 0$

راه دوم: مجموع هر عدد با قرینه‌اش برابر با صفر است. در این عبارت هر عددی با قرینه‌اش موجود است پس مجموعشان صفر می‌شود.

$(-100) + (-99) + (-98) + \dots + 98 + 99 + 100 = 0$



$$\text{تعداد} = 100 - (-50) + 1 = 151 \quad (\text{ب})$$

$$\text{مجموع} = \frac{151 \times (100 + (-50))}{2} = \frac{151 \times 50}{2} = 3775$$

$$\text{تعداد} = \frac{99 - (-99)}{3} + 1 = 67 \quad (\text{ج})$$

$$\text{مجموع} = \frac{67 \times (99 + (-99))}{2} = \frac{67 \times 0}{2} = 0$$

لازم به ذکر است که مانند مورد الف می توان دو راه حل نوشت.

۱۲. الف)

$$\text{تعداد} = 50$$

$$\text{مجموع} = \frac{50 \times (1 + 50)}{2} = \frac{50 \times 51}{2} = 1275$$

$$\text{تعداد} = 49 \quad (\text{ب})$$

$$\text{مجموع} = \frac{49 \times (2 + 50)}{2} = \frac{49 \times 52}{2} = 1274$$

$$\text{تعداد} = \frac{100 - 2}{2} + 1 = 50 \quad (\text{ج})$$

$$\text{مجموع} = \frac{50 \times (2 + 100)}{2} = 2550$$

$$\text{تعداد} = \frac{99 - 1}{2} + 1 = 50 \quad (\text{د})$$

$$\text{مجموع} = \frac{50 \times (1 + 99)}{2} = 2500$$

$$-1 - 2 - 3 - \dots - 100 = -(1 + 2 + 3 + \dots + 100) \quad (\text{ه})$$

$$\text{تعداد} = 100$$

$$\text{مجموع} = -\frac{100 \times (1 + 100)}{2} = -5050$$

۱۳. ابتدا جدول را تا جایی پیش می بریم:

۱	۲	۳	۰	۵	-۲	۷	-۴	۹	-۶	۱۱	-۸	۱۳	-۱۰	۱۵	...
---	---	---	---	---	----	---	----	---	----	----	----	----	-----	----	-----

حال خانه های فرد را در نظر می گیریم:

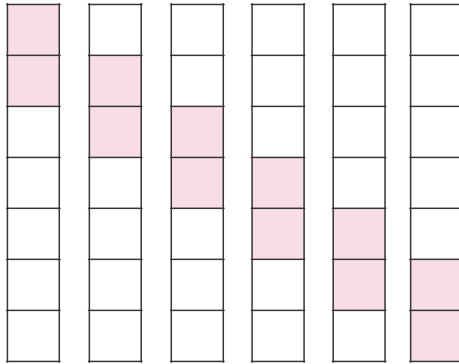
۱	۲	۳	۰	۵	-۲	۷	-۴	۹	-۶	۱۱	-۸	۱۳	-۱۰	۱۵	...
---	---	---	---	---	----	---	----	---	----	----	----	----	-----	----	-----

پس داریم:

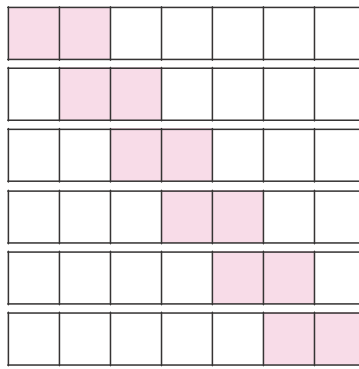
۱		۳		۵		۷		۹		۱۱		۱۳		۱۵	...
---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	----	--	----	--	----	-----

بنابراین در خانه های فرد، عدد خانه n م برابر با n است. پس پاسخ ۲۰۰۹ است.

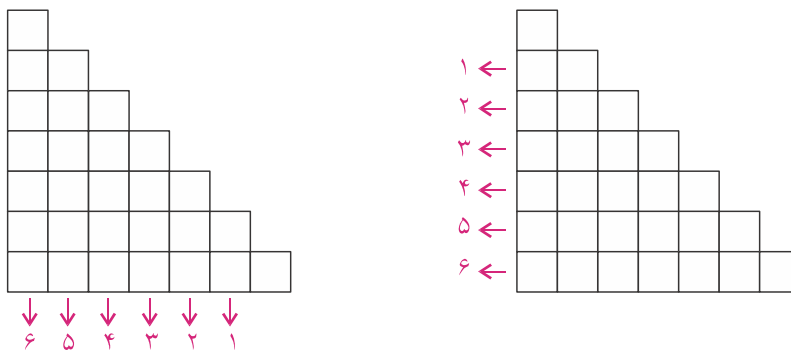
۱۴. تعداد مستطیل‌های 2×1 در یک ستون $n \times 1$ برابر است با $n-1$. مثلاً:



همچنین تعداد مستطیل‌های 1×2 در یک ردیف $1 \times n$ برابر است با $n-1$. مثلاً:



پس تعداد مستطیل‌های 2×1 (یا 1×2) را در هر ستون (یا ردیف) می‌نویسیم و سپس با هم جمع می‌کنیم:



$$(1+2+3+4+5+6) + (1+2+3+4+5+6) = 21+21 = 42$$

درس دوم: معرفی عددهای گویا

۱۵.

الف) $-\frac{11}{4} = -\left(\frac{11}{4}\right) = -\left(\frac{22}{4}\right) = -\frac{22}{4}$

ب) $-\frac{22}{5} = -\left(\frac{22}{5}\right) = -\left(\frac{13}{5}\right) = -\frac{13}{5}$

ج) $-6\frac{11}{11} = -\left(6\frac{11}{11}\right) = -\left(6 + \frac{11}{11}\right) = -(6+1) = -7$

د) $-\frac{17}{13} = -\left(\frac{17}{13}\right) = -\left(1 + \frac{4}{13}\right) = -\left(1\frac{4}{13}\right) = -1\frac{4}{13}$



. ۱۶

الف) $-\frac{5}{3} = -\frac{15}{9} = \frac{-5}{3} = \frac{5}{-3}$

ب) $-2\frac{1}{4} = -\frac{9}{4} = \frac{-18}{8} = \frac{18}{-8} = \frac{-45}{20}$

. ۱۷

$-\frac{4}{5}$ قرینہ $\rightarrow -\left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{4}{5}$

$\frac{3}{2}$ قرینہ $\rightarrow -\frac{3}{2}$

$-\left(-\left(-\frac{8}{5}\right)\right) = -\frac{8}{5}$ قرینہ $\rightarrow -\left(-\frac{8}{5}\right) = \frac{8}{5}$

$-2\frac{1}{3}$ قرینہ $\rightarrow -\left(-2\frac{1}{3}\right) = 2\frac{1}{3}$

. ۱۸

الف) 2 معکوس $\rightarrow \frac{1}{2}$

ب) -2 معکوس $\rightarrow \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

ج) $\frac{3}{4}$ معکوس $\rightarrow \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$

د) $\frac{1}{2} = \frac{5}{5}$ معکوس $\rightarrow \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}$

هـ) $\frac{1}{2} = -\frac{5}{5}$ معکوس $\rightarrow \frac{1}{-\frac{5}{2}} = -\frac{2}{5}$

و) $-\frac{3}{4}$ معکوس $\rightarrow \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$

. ۱۹

$$\left. \begin{array}{l} \frac{7}{8} = \frac{7}{8} \\ \frac{66}{77} = \frac{6 \times 11}{7 \times 11} = \frac{6}{7} \\ \frac{555}{666} = \frac{5 \times 111}{6 \times 111} = \frac{5}{6} \\ \frac{4444}{5555} = \frac{4 \times 1111}{5 \times 1111} = \frac{4}{5} \\ \frac{33333}{44444} = \frac{3 \times 11111}{4 \times 11111} = \frac{3}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{7}{8} > \frac{6}{7} > \frac{5}{6} > \frac{4}{5} > \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{7}{8} > \frac{66}{77} > \frac{555}{666} > \frac{4444}{5555} > \frac{33333}{44444}$$

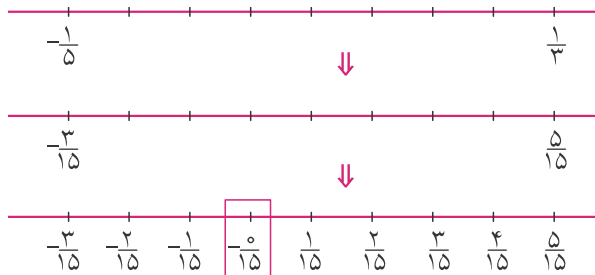
. ۲۰

$6 \odot 2 = 6 \times 2 + \frac{6}{2} = (6 \times 2) + \frac{6}{2} = 12 + 3 = 15$



۲۱. ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم:

$$-\frac{1}{5} = -\frac{2}{10}, \quad \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$$



۲۲.

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{80} < \frac{1}{n} &\Rightarrow \frac{1}{\frac{80}{3}} < \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{1}{26\frac{2}{3}} < \frac{1}{n} \Rightarrow n < 26\frac{2}{3} \\ \frac{1}{n} < \frac{4}{101} &\Rightarrow \frac{1}{n} < \frac{1}{\frac{101}{4}} \Rightarrow \frac{1}{n} < \frac{1}{25\frac{1}{4}} \Rightarrow 25\frac{1}{4} < n \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = 26$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = \frac{n \times (2n-1+1)}{2} = \frac{n \times 2n}{2} = n^2$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = \frac{n(2n+2)}{2} = \frac{n \times 2 \times (n+1)}{2} = n \times (n+1)$$

۲۳.

پس داریم:

$$\frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{2+4+6+\dots+2n} = \frac{n^2}{n \times (n+1)} = \frac{n \times n}{n \times (n+1)} = \frac{n}{n+1} = \frac{115}{116} \Rightarrow n = 115$$

درس سوم: جمع و تفریق عددهای گویا

الف) $\frac{3}{2} + \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{4}{2}$

ب) $\left(-\frac{7}{3}\right) + \frac{12}{3} = \frac{5}{3}$

ج) $\left(-\frac{4}{4}\right) + \left(-\frac{6}{4}\right) = -\frac{10}{4}$

۲۴.

الف) $-\frac{5}{3} + \frac{-11}{3} = \frac{-5+(-11)}{3} = \frac{-16}{3}$

ب) $\frac{5}{-3} - \frac{11}{3} = \frac{-5}{3} - \frac{11}{3} = \frac{-5-11}{3} = \frac{-16}{3}$

ج) $-\frac{9}{8} + \frac{-11}{4} = \frac{-9}{8} + \frac{-22}{8} = \frac{-9+(-22)}{8} = \frac{-31}{8}$

د) $\frac{11}{-7} - \frac{-3}{7} = \frac{-11}{7} - \frac{-3}{7} = \frac{-11-(-3)}{7} = \frac{-11+3}{7} = \frac{-8}{7}$

۲۵.

ه) $-\frac{4}{-5} - \frac{-7}{6} = \frac{4}{5} - \frac{-7}{6} = \frac{24-(-35)}{30} = \frac{59}{30}$

و) $\frac{15}{-12} + \frac{-5}{18} = \frac{-45}{36} + \frac{-10}{36} = \frac{-45+(-10)}{36} = \frac{-55}{36}$

$$\text{الف) } \frac{3}{7} - \frac{5}{7} = \frac{3-5}{7} = \frac{-2}{7}$$

$$\text{ب) } -\frac{19}{11} + \frac{25}{11} = \frac{-19+25}{11} = \frac{6}{11}$$

$$\text{ج) } \frac{1}{2} - \frac{5}{3} = \frac{3}{6} - \frac{10}{6} = \frac{3-10}{6} = \frac{-7}{6}$$

$$\text{د) } -\frac{7}{8} - \frac{11}{8} = \frac{-7-11}{8} = \frac{-18}{8} = \frac{-9}{4}$$

$$\text{ه) } -\frac{3}{4} - \frac{11}{6} = -\frac{9}{12} - \frac{22}{12} = \frac{-9-22}{12} = \frac{-31}{12}$$

$$\text{و) } -\frac{9}{4} - \frac{4}{9} = -\frac{81}{36} - \frac{16}{36} = \frac{-81-16}{36} = \frac{-97}{36}$$

$$\frac{12}{11} + \frac{13}{22} + \frac{14}{33} + \frac{15}{44} + \frac{16}{55} + \frac{17}{66} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) =$$

$$\left(\frac{12}{11} - 1\right) + \left(\frac{13}{22} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{14}{33} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{15}{44} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{16}{55} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{17}{66} - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} = \frac{6}{11}$$

۲۸. از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:



$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \frac{3}{100} + \dots + \frac{99}{100}\right) =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2 \times 3}{3} + \frac{3 \times 4}{4} + \frac{4 \times 5}{5} + \dots + \frac{99 \times 100}{100} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{99}{2} = \frac{1+2+3+4+\dots+99}{2} =$$

$$\frac{99 \times 100}{2} = \frac{99 \times 100}{4} = \frac{9900}{4} = 2475$$

$$\frac{53}{17} = 3 + \frac{2}{17} = 3 + \frac{1}{\frac{17}{2}} = 3 + \frac{1}{8 + \frac{1}{2}} \Rightarrow x = 8, y = 2$$

درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای گویا

$$\text{الف) } ((1 \div 2) \div 3) \div 4 = \left(\frac{1}{2} \div 3\right) \div 4 = \frac{1}{6} \div 4 = \frac{1}{24}$$

$$\text{ب) } (1 \div 2) \div (3 \div 4) = \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{ج) } 1 \div ((2 \div 3) \div 4) = 1 \div \left(\frac{2}{3} \div 4\right) = 1 \div \frac{1}{6} = 6$$

$$\text{د) } (1 \div (2 \div 3)) \div 4 = \left(1 \div \frac{2}{3}\right) \div 4 = \frac{3}{2} \div 4 = \frac{3}{8}$$



$$\begin{aligned} \text{هـ)} \quad 1 \div (2 \div (3 \div 4)) &= 1 \div \left(2 \div \frac{3}{4}\right) = 1 \div \frac{1}{2} = \frac{2}{1} \\ \text{و)} \quad 1 \div (2 \div 3) \div 4 &= 1 \div \frac{2}{3} \div 4 = \left(1 \div \frac{2}{3}\right) \div 4 = \frac{3}{2} \div 4 = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \div \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{5} - \frac{1}{6} &= \left(\left(\frac{3+2}{6}\right) \div \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \\ \left(\frac{5}{6} \div \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{5} - \frac{1}{6} &= \left(\frac{5}{6} \times 4\right) \times \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \left(\frac{5}{6} \times 4 \times \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

. ۳۱

$$\text{الف)} \quad -\frac{2}{3} \times \frac{3}{7} = -\frac{2 \times 3}{3 \times 7} = -\frac{6}{21} = -\frac{2}{7}$$

. ۳۲

$$\text{ب)} \quad -\frac{5}{7} \times \left(-\frac{49}{11}\right) = \frac{5}{7} \times \frac{49}{11} = \frac{5 \times 7 \times 7}{7 \times 11} = \frac{5 \times 7}{11} = \frac{35}{11}$$

$$\text{ج)} \quad \frac{11}{-22} \times \frac{-21}{22} = \left(-\frac{11}{22}\right) \times \left(-\frac{21}{22}\right) = \frac{11}{22} \times \frac{21}{22} = \frac{11 \times 21}{22 \times 22} = \frac{1}{4}$$

$$\text{د)} \quad \frac{10}{13} \times \left(-\frac{2}{6}\right) = \frac{10}{13} \times \left(-\frac{13}{6}\right) = -\frac{10 \times 13}{13 \times 6} = -\frac{5}{3}$$

$$\text{هـ)} \quad \frac{11}{-44} \times 6 \frac{1}{7} = \frac{11}{-44} \times \frac{43}{7} = -\frac{11 \times 43}{44 \times 7} = -\frac{11}{7}$$

$$\text{و)} \quad -5 \frac{2}{3} \times 2 \frac{1}{17} = -\frac{17}{3} \times \frac{35}{17} = -\frac{17 \times 35}{3 \times 17} = -\frac{35}{3}$$

$$\text{ز)} \quad -4 \frac{1}{3} \times \left(-8 \frac{1}{7}\right) = -\frac{13}{3} \times \left(-\frac{57}{7}\right) = \frac{13}{3} \times \frac{57}{7} = \frac{13 \times 57}{3 \times 7} = \frac{13 \times 3 \times 19}{3 \times 7} = \frac{13 \times 19}{7} = \frac{247}{7}$$

$$\text{ح)} \quad 3 \frac{2}{5} \times \left(-2 \frac{6}{17}\right) = \frac{17}{5} \times \left(-\frac{40}{17}\right) = -\frac{17 \times 40}{5 \times 17} = -\frac{40}{5} = -8$$

. ۳۳ هر عمل تقسیم را به یک عمل ضرب تبدیل می‌کنیم:

$$\text{الف)} \quad -\frac{4}{3} \div \frac{5}{6} = -\frac{4}{3} \times \frac{6}{5} = -\frac{4 \times 6}{3 \times 5} = -\frac{4 \times 2}{5} = -\frac{8}{5}$$

$$\text{ب)} \quad -\frac{7}{11} \div \left(-\frac{6}{11}\right) = -\frac{7}{11} \times \left(-\frac{11}{6}\right) = \frac{7}{11} \times \frac{11}{6} = \frac{7 \times 11}{11 \times 6} = \frac{7}{6}$$

$$\text{ج)} \quad \frac{7}{-15} \div \frac{-11}{45} = -\frac{7}{15} \times \left(-\frac{45}{11}\right) = \frac{7}{15} \times \frac{45}{11} = \frac{7 \times 45}{15 \times 11} = \frac{7 \times 3}{11} = \frac{21}{11}$$

$$\text{د)} \quad \frac{13}{45} \div \left(-2 \frac{3}{5}\right) = \frac{13}{45} \div \left(-\frac{13}{5}\right) = \frac{13}{45} \times \left(-\frac{5}{13}\right) = -\frac{13 \times 5}{45 \times 13} = -\frac{1}{9}$$

$$\text{هـ)} \quad \frac{7}{-17} \div 2 \frac{1}{3} = -\frac{7}{17} \div \frac{7}{3} = -\frac{7}{17} \times \frac{3}{7} = -\frac{7 \times 3}{17 \times 7} = -\frac{3}{17}$$

$$\text{و)} \quad -5 \frac{1}{3} \div 2 \frac{2}{7} = -\frac{16}{3} \div \frac{16}{7} = -\frac{16}{3} \times \frac{7}{16} = -\frac{16 \times 7}{3 \times 16} = -\frac{7}{3}$$

$$\text{ز)} \quad -7 \frac{1}{3} \div \left(-1 \frac{5}{17}\right) = -\frac{22}{3} \div \left(-\frac{22}{17}\right) = -\frac{22}{3} \times \left(-\frac{17}{22}\right) = \frac{22 \times 17}{3 \times 22} = \frac{17}{3}$$

$$\text{ح)} \quad -3 \frac{4}{15} \div 1 \frac{2}{5} = -\frac{49}{15} \div \frac{7}{5} = -\frac{49}{15} \times \frac{5}{7} = -\frac{49 \times 5}{15 \times 7} = -\frac{7}{3}$$



$$3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{3}} = 3 - \frac{2}{\frac{9-2}{3}} = 3 - \frac{2}{\frac{7}{3}} = 3 - \frac{2 \times 3}{7} = 3 - \frac{6}{7} = \frac{15}{7}$$

۳۴.

$$\left(\frac{1}{3}-1\right) \times \left(\frac{1}{4}-1\right) \times \left(\frac{1}{5}-1\right) \times \dots \times \left(\frac{1}{2005}-1\right) = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times \dots \times \left(-\frac{2004}{2005}\right)$$

۳۵.

تعداد کسرها ۲۰۰۳ تا است، پس تعدادشان فرد است و حاصل منفی می شود.

$$\text{حاصل} = -\left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{2004}{2005}\right) = -\frac{2}{2005}$$

۳۶.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$					
---------------	---------------	--	--	--	--	--

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$				
---------------	---------------	---------------	--	--	--	--

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{8}$			
---------------	---------------	---------------	---------------	--	--	--

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{40} = \frac{1}{13}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{13}{40}$$

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{13}$		
---------------	---------------	---------------	---------------	----------------	--	--

در این جا به کمک «راهبرد الگویابی» متوجه می شویم:
مخرج هر کسر برابر با مجموع مخرج های دو کسر قبلی است.

	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{x+y}$	
--	---------------	---------------	-----------------	--

پس می نویسیم:

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{34}$	$\frac{1}{55}$	$\frac{1}{89}$	$\frac{1}{144}$
---------------	---------------	---------------	---------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	-----------------

۳۷. صورت هر کسر با مخرج کسر بعدی ساده می‌شود:

$$\frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{6} \times \dots \times \frac{m+1}{m} = \frac{m+1}{4} = 100 \Rightarrow m+1 = 400 \Rightarrow m = 399$$

$$(1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \times (1 - \frac{1}{5}) \times (1 - \frac{1}{6}) \times (1 - \frac{1}{7}) \times (1 - \frac{1}{8}) \times (1 - \frac{1}{9}) \times (1 - \frac{1}{10}) =$$

$$\frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{4} \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times \frac{5}{6} \times \left(-\frac{6}{7}\right) \times \frac{7}{8} \times \left(-\frac{8}{9}\right) \times \frac{9}{10}$$

تعداد منفی‌ها ۴ تا (زوج) است، پس حاصل مثبت می‌شود.

$$\text{حاصل} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\text{روز اول: } 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\text{شب اول: } \frac{6}{5} \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{6}{5} \times \frac{5}{6} = \boxed{1}$$

$$\text{روز دوم: } 1 + \frac{1}{7} = \frac{8}{7}$$

$$\text{شب دوم: } \frac{8}{7} \times \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{8}{7} \times \frac{7}{8} = \boxed{1}$$

$$\text{روز سوم: } 1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9}$$

$$\text{شب سوم: } \frac{10}{9} \times \left(1 - \frac{1}{10}\right) = \frac{10}{9} \times \frac{9}{10} = \boxed{1}$$

به کمک «راهبرد الگویابی» متوجه می‌شویم که در هر روز مقداری غذا اضافه می‌شود و همان شب همان مقدار مصرف می‌شود. پس در انتهای شب ۹۹م همان مقداری که در ابتدا بود، ذخیره دارند.

$$\text{روز صدم: } 1 + \frac{1}{2 \times 100 + 3} = 1 + \frac{1}{203} = \frac{204}{203}$$

$$\frac{\text{ذخیره روز صدم}}{\text{ذخیره شب اول}} = \frac{204}{203}$$

۴	-۶						
---	----	--	--	--	--	--	--

$$\frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

۴	-۶	$-\frac{3}{2}$					
---	----	----------------	--	--	--	--	--

$$\frac{-3}{2} = \frac{3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۴	-۶	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{3}$				
---	----	----------------	---------------	--	--	--	--

$$\frac{\frac{1}{3}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{6}$$

۴	-۶	$-\frac{۳}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$	$-\frac{۱}{۶}$			
---	----	----------------	---------------	----------------	--	--	--

$$\frac{-\frac{۱}{۶}}{\frac{۱}{۴}} = -\frac{\frac{۱}{۶}}{\frac{۱}{۴}} = -\frac{۲}{۳}$$

۴	-۶	$-\frac{۳}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$	$-\frac{۱}{۶}$	$-\frac{۲}{۳}$		
---	----	----------------	---------------	----------------	----------------	--	--

$$\frac{-\frac{۲}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = -\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = -۱$$

۴	-۶	$-\frac{۳}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$	$-\frac{۱}{۶}$	$-\frac{۲}{۳}$	۴	
---	----	----------------	---------------	----------------	----------------	---	--

$$\frac{\frac{۴}{۲}}{-\frac{۲}{۳}} = -\frac{\frac{۴}{۲}}{\frac{۲}{۳}} = -\frac{۱}{\frac{۱}{۳}} = -۳$$

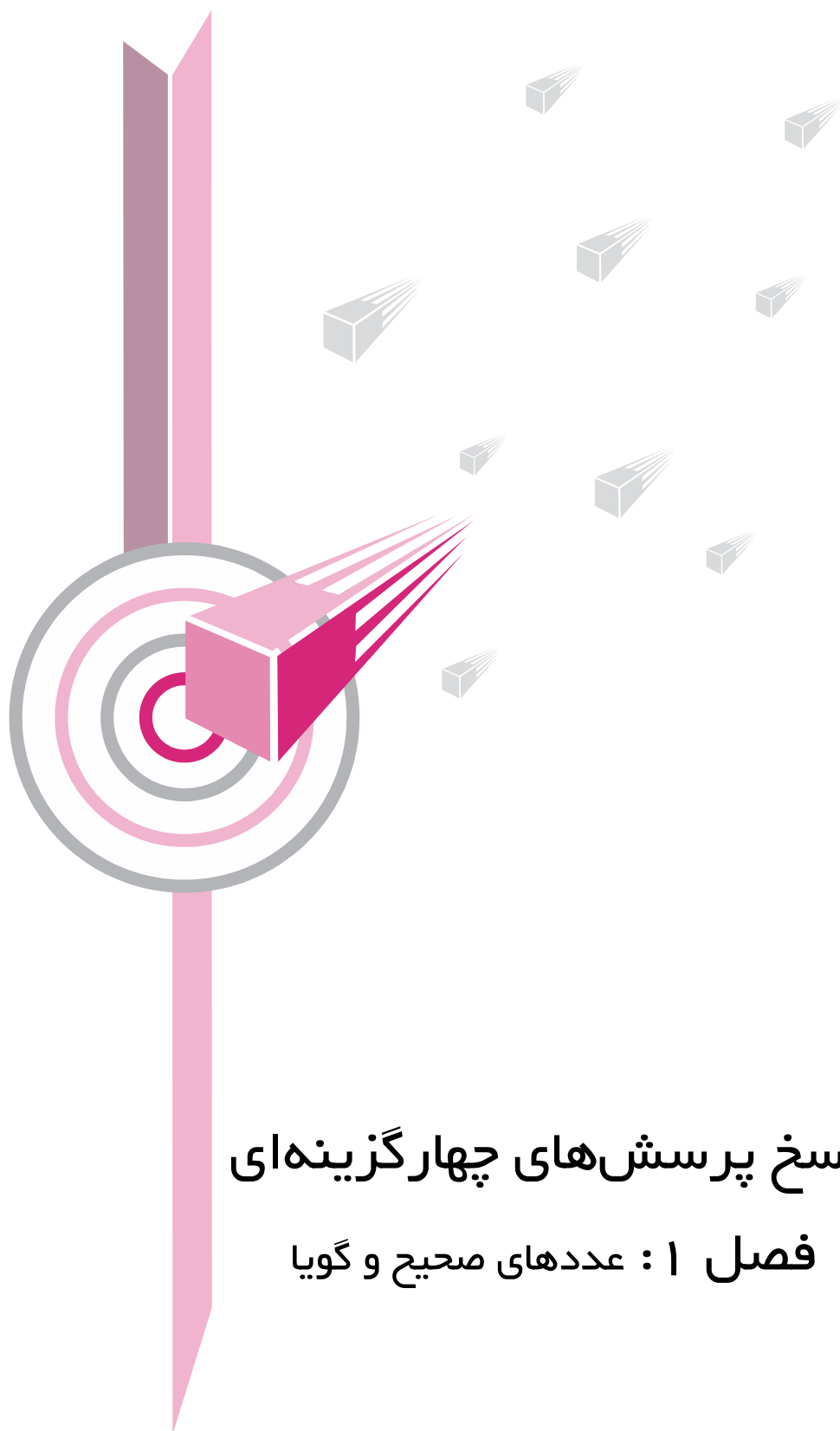
از این جا به بعد، ۶ تا ۶ تا تکرار داریم:

۴	-۶	$-\frac{۳}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$	$-\frac{۱}{۶}$	$-\frac{۲}{۳}$	۴	-۶	$-\frac{۳}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$	$-\frac{۱}{۶}$	$-\frac{۲}{۳}$...
---	----	----------------	---------------	----------------	----------------	---	----	----------------	---------------	----------------	----------------	-----

باقی مانده ۱۰۰۰ بر ۶ برابر با ۴ است، پس در خانه هزارم عدد $\frac{۱}{۴}$ را خواهیم دید.

$$\begin{array}{r} ۱۰۰۰ \overline{) ۶} \\ ۹۹۶ \ ۱۶۶ \\ \hline ۴ \end{array}$$





پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

فصل ۱ : عددهای صحیح و گویا



فصل ۱ : عددهای صحیح و گویا

۱. گزینه «۳» $499 - (-999) = 1498$ $999 + (-999) = 0$

۲. گزینه «۳» باید هر دو عدد منفی باشند تا حاصل ضرب آنها مثبت شود. $(-2) \times (-1) = +2$ $(-2) + (-1) = -3$

۳. گزینه «۲» $\frac{(-7) + (-5) + x}{3} = -1 \Rightarrow -12 + x = -3 \Rightarrow x = 12 - 3 \Rightarrow x = +9$

بزرگ‌ترین عدد ۹ و کوچک‌ترین عدد -۷ است. $+9 - (-7) = +16$

۴. گزینه «۲» $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{7} + 3 = x \Rightarrow \frac{14x + 7x + 4x}{28} + 3 = x \Rightarrow \frac{25x + 84}{28} = x \Rightarrow 25x + 84 = 28x \Rightarrow 84 = 3x \Rightarrow x = 28$

۵. گزینه «۳» $1 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$1 + \dots + 43 = \frac{43 \times 44}{2} = 946$$

$$1 + \dots + 44 = \frac{44 \times 45}{2} = 990$$

$$1 + \dots + 45 = \frac{45 \times 46}{2} = 1035$$

با توجه به محاسبات بالا می‌توان نتیجه گرفت:

اگر $n = 43$ باشد در این صورت $m = 1000 - 946 = 54$ که عددی بین ۱ تا ۴۳ نیست.

اگر $n = 44$ باشد در این صورت $m = 1000 - 990 = 10$ که عددی بین ۱ تا ۴۴ است.

اگر $n = 45$ باشد در این صورت $m = 1000 - 1035 = -35$ که عددی منفی است و بین ۱ تا ۴۵ نیست.

در نتیجه جواب $n = 44$ و $m = 10$ است: $mn = 440$

۶. گزینه «۱» $D = \frac{-9}{5}, C = \frac{5}{7}, B = -\frac{3}{4}, A = \frac{2}{3}$

$$3A - 2B + 4C^2 - 25D^2 = 3 \times \frac{2}{3} - 2 \times \left(-\frac{3}{4}\right) + 4 \times \left(\frac{5}{7}\right)^2 - 25 \times \left(-\frac{9}{5}\right)^2 = -52\frac{1}{4}$$

۷. گزینه «۳» حجم اولیه آب را a در نظر می‌گیریم.



$$a + \frac{a}{10} = \frac{11a}{10} \rightarrow \text{حجم آب بعد از یخ زدن}$$

وقتی یخ آب می‌شود دوباره از حجم $\frac{11a}{10}$ به حجم a برمی‌گردد.

$$\frac{11a}{10} - a = \frac{a}{10} \rightarrow \text{حجم مقداری از یخ که بعد از آب شدن کم می‌شود.}$$

$$\frac{\text{مقداری که کم می‌شود}}{\text{حجم یخ}} = \frac{\frac{a}{10}}{\frac{11a}{10}} = \frac{1}{11} \rightarrow \text{بعد از آب شدن یخ، } \frac{1}{11} \text{ از حجم آن کم می‌شود.}$$

۸. گزینه «۱» سرعت یکنواخت برابر است با مسافت طی شده تقسیم بر زمان طی مسافت.

$$\left. \begin{array}{l} \text{مسافت طی شده} = 2 \times 90 + 3 \times 100 + 1 \times 120 \\ \text{زمان طی شده} = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{سرعت یکنواخت} = \frac{2 \times 90 + 3 \times 100 + 1 \times 120}{10} = 60 \frac{\text{کیلومتر}}{\text{ساعت}}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{15}{12}$$

۹. گزینه «۱»

$$\frac{15}{12} \times T = 1 \Rightarrow T = \frac{12}{15} \text{ ساعت} = 48 \text{ دقیقه}$$

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{4}{5}b \\ c = \frac{2}{5}b \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a-b}{b-c} = \frac{\frac{4}{5}b - b}{b - \frac{2}{5}b} = \frac{\frac{4b}{5} - b}{\frac{5b}{5} - \frac{2b}{5}} = \frac{\frac{4b - 5b}{5}}{\frac{3b}{5}} = \frac{-b}{3b} = -\frac{1}{3}$$

۱۰. گزینه «۲»

$$3(a+2b) = 2(2a+b) \Rightarrow 3a+6b = 4a+2b \Rightarrow a=4b \Rightarrow \frac{a}{b} = 4$$

۱۱. گزینه «۴»

$$R = \frac{0}{8} \text{ شعاع جدید}$$

۱۲. گزینه «۳» شعاع دایره را R در نظر می‌گیریم.

$$\text{مساحت دایره جدید} = (\frac{0}{8}R)^2 \pi = \frac{0}{64} \pi R^2$$

$$\text{مساحت دایره جدید} - \text{مساحت دایره اولیه} = \pi R^2 - \frac{0}{64} \pi R^2 = \frac{0}{36} \pi R^2 \Rightarrow \frac{\frac{0}{36} \times \pi R^2}{\pi R^2} \times 100 = 36$$

بنابراین ۳۶٪ از مساحت کم می‌شود.

$$\frac{6}{8} < x < \frac{14}{16} \Rightarrow \frac{12}{16} < x < \frac{14}{16}$$

۱۳. گزینه «۲»

بنابراین $x = \frac{13}{16}$ قابل قبول است.

۱۴. گزینه «۱» اگر صورت و منخرج گزینه‌های ۱ و ۲ را در ۲ ضرب کنیم، صورت تمام گزینه‌ها $2a$ می‌شود. پس بزرگ‌ترین کسر، کسری

است که کوچک‌ترین منخرج را دارد. یعنی کسر گزینه ۱ که منخرج آن $2b - 2$ است.

$$\frac{59}{49} < \frac{49}{39} < \frac{39}{29} < \frac{29}{19} < 2$$

۱۵. گزینه «۱»

$$(-2) \times \frac{3}{4} \times (-\frac{1}{6}) = \frac{1}{4}$$

۱۶. گزینه «۴»

$$\frac{3x+1}{x-1} = 3 \Rightarrow \frac{3x+1}{x-1} - 3 = 0 \Rightarrow \frac{3x+1-3x+3}{x-1} = 0 \Rightarrow \frac{4}{x-1} = 0 \Rightarrow 4 = 0 \rightarrow \text{به تناقض می‌رسیم}$$

۱۷. گزینه «۲»

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{12} = \frac{17}{60}$$

۱۸. گزینه «۴»

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{4}{3} = \frac{23}{15} = \frac{92}{60}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{5} - \frac{4}{3} = \frac{-17}{15} = \frac{-68}{60}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{15} - \frac{1}{4} = \frac{-11}{60}$$

با توجه به اینکه $\frac{11}{60} < \frac{17}{60} < \frac{68}{60} < \frac{92}{60}$ در نتیجه نزدیک‌ترین گزینه به صفر، گزینه ۴ است.

$$x + (x+1) + (x+2) + \dots + (x+11) = 6 \Rightarrow \underbrace{x+x+\dots+x}_{12 \text{ تا}} + (1+2+\dots+11) = 6 \Rightarrow 12x + \frac{11 \times (1+11)}{2} = 6$$

$$\Rightarrow 12x + 66 = 6 \Rightarrow x = -5$$

$$\left. \begin{aligned} 1 + (-2) + 3 + (-4) + \dots + 153 + (-154) &= (-1) + (-1) + \dots + (-1) = 77 \times (-1) = -77 \\ \frac{154}{2} = 77 \text{ تعداد} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{-77}{154} = -\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} (-1) + 2 + (-3) + 4 + \dots + (-307) + 308 &= 1 + 1 + \dots + 1 = 154 \times 1 = 154 \\ \frac{308}{2} = 154 \text{ تعداد} \end{aligned} \right\}$$

۲۰. گزینه «۳»

$$[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}] + [\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100}] = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) + (\frac{1}{3} + \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4} + \frac{3}{4}) + \dots + (\frac{1}{100} + \frac{99}{100})$$

۲۱. گزینه «۲»

$$= \underbrace{1+1+\dots+1}_{99 \text{ تا}} = 99$$

$$\underbrace{(1+2-3-4)}_{-4} + \underbrace{(5+6-7-8)}_{-4} + \underbrace{(9+10-11-12)}_{-4} + \dots + \underbrace{(57+58-59-60)}_{-4} + 61$$

$$= \underbrace{(-4) + (-4) + \dots + (-4)}_{15 \text{ تا}} + 61 = -60 + 61 = 1$$

۲۲. گزینه «۱»

