

راهنمای
معلمان و والدین



همگام با

ریاضیات کانگورو



انتشارات فاطمی

مدیر تولید: فرید مصباحی مصلح آبادی
حروفچینی و صفحه‌بندی: زهره امینی
نمونه خوانی: فریبا معلمی
طراحی جلد: علی ابوالحسنی

نظارت بر چاپ: علی محمدپور
لیتوگرافی: نقش سبز
چاپ و صحافی: ندای ایران

راهنمای معلمان و والدین همگام با ریاضیات کانگورو ۸

مؤلف: زهرا صباغی
دبیر علمی مجموعه: سیده چمن آرا
ناشر: انتشارات فاطمی
چاپ اول، ۱۳۹۵
شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه
قیمت: ۹۰۰۰ تومان
شابک ۹۷۸-۹۶۴-۳۱۸-۹۰۰-۶
ISBN 978-964-318-900-6

کلیه‌ی حقوق برای انتشارات فاطمی محفوظ است.

نشانی دفتر: میدان فاطمی، خیابان جویبار، خیابان میرهادی،
شماره‌ی ۱۴، کدپستی ۱۴۱۵۸۸۴۷۴۱، تلفن: ۸۸۹۴۵۵۴۵ (۲۰ خط)
نمابر: ۵۱ ۸۸۹۴۴۰ info@fatemi.ir • www.fatemi.ir
نشانی فروشگاه: تهران، خیابان انقلاب، خیابان دانشگاه،
تقاطع شهدای ژاندارمری تلفن: ۶۶۹۷۳۴۷۸ نمابر: ۶۶۹۷۳۷۱۰



صباغی، زهرا، ۱۳۶۷-
راهنمای معلمان و والدین همگام با ریاضیات کانگورو: ۸ / تألیف: زهرا صباغی. - تهران: فاطمی، ۱۳۹۵.
چهار ۹۲ ص.، مصور، جدول.
ISBN: 978-964-318-900-6
نویسندگان: فاطمی، زهرا، ۱۳۶۷-
فهرست نویسی: کامل این اثر در نشانی <http://opac.nlai.ir> قابل دسترسی است.
کتاب حاضر راهنمای پاسخ کتاب «همگام با ریاضیات کانگورو ۸» است.
کتابخانه‌ی ملی ایران

۴۴۴۷۸۸۶

به نام خدا

فهرست

| | |
|----|--------------------------|
| ۱ | پاسخ مسئله‌های فصل اول |
| ۲۳ | پاسخ مسئله‌های فصل دوم |
| ۴۵ | پاسخ مسئله‌های فصل سوم |
| ۶۵ | پاسخ مسئله‌های فصل چهارم |
| ۸۵ | پاسخ خود را بیازمایید |

پاسخ مسئله‌های فصل اول

پاسخ مسئله‌های سطح ۱

۱. (۳) توجه کنید که

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times 24 = 1$$

۲. (۲) $\frac{1}{4}$ گنجایش سطل، ۲ لیتر است، پس گنجایش کل آن ۸ لیتر بوده است.

۳. (۴)

$$\begin{aligned} \frac{3333}{101} + \frac{6666}{303} &= \frac{3 \times 1111}{101} + \frac{6 \times 1111}{3 \times 101} \\ &= 3 \times 11 + 2 \times 11 \\ &= 55 \end{aligned}$$

۴. (۵) اگر عدد وسط را x بنامیم، عددها به این شکل هستند:

$$x - 3, x - 2, x - 1, x, x + 1, x + 2, x + 3$$

مجموع سه عدد اول: $x - 3 + x - 2 + x - 1 = 3x - 6 \Rightarrow 3x = 39$

مجموع سه عدد آخر: $x + 1 + x + 2 + x + 3 = 3x + 6$

$$= 39 + 6 = 45$$

(۴) ۵.

$$\frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{4}{4} \times \dots \times \frac{2004}{2004} = \frac{2004}{2} = 1002$$

(۵) ۶.

$$\frac{6}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12} + \frac{n}{12} = 2 \Rightarrow n = 1$$

(۵) ۷.

$$M = 2007 \div 3 = 669$$

$$N = 669 \div 3 = 223$$

$$X = 669 - 223 = 446$$

(۱) ۸.

$$\frac{3}{21} : \text{کوچکترین} \quad \frac{10}{12} : \text{بزرگترین}$$

۹. (۱) هر دو عدد 3^{11} و 5^{13} فردند چون هر دو حاصل ضرب عددهای

فردند. مجموع دو عدد فرد عددی زوج است، پس مجموع بر ۲ بخش پذیر است.

۱۰. (۵) حاصل تفریق برابر است با ۱۹۸۰۰۰. این عدد به وضوح بر ۲ و ۵

بخش پذیر است. چون حاصل جمع رقم‌های آن ۱۸ است، بر ۳ نیز بخش پذیر

است. با انجام تقسیم مشاهده می‌شود که بر ۱۱ نیز بخش پذیر است.

۱۱. (۲) زیرا فقط یک ۲ و ۵ وجود دارد که وقتی در هم ضرب می‌شوند 10° حاصل می‌شود.

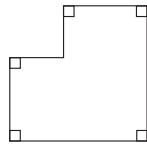
۱۲. (۴) توجه کنید که $\frac{3}{10}$ و $\frac{9}{25}$ و $\frac{12}{25}$ و $\frac{49}{100}$ همگی از نصف کم‌تر هستند و فقط $\frac{27}{50}$ از نصف بیش‌تر است.

۱۳. (۳) عدد $0,2012$ بین $0,2$ و $0,3$ است. $0,2$ همان $\frac{1}{5}$ است.

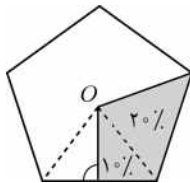
۱۴. (۱)

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5}$$

۱۵. (۴) مطابق شکل زیر، بیش‌ترین تعداد این زاویه‌ها پنج‌تاست.



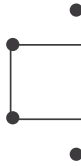
۱۶. (۴) 30%



توجه کنید که $20\% = \frac{1}{5}$.

۱۷. (۳) محیط ستاره از ۱۲ ضلع برابر تشکیل شده است. چون محیط ۳۶ سانتی متر است، بنابراین طول هر ضلع ۳ سانتی متر می شود. از سوی دیگر ضلع های شش ضلعی با هم برابرند و طول هر ضلع ۳ سانتی متر است (مثلث های کوچک سفید هم متساوی الاضلاع هستند). بنابراین محیط شش ضلعی برابر با $6 \times 3 = 18$ است.

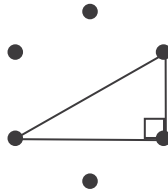
۱۸. (۳) زاویه های شش ضلعی راست نیستند، تنها چهار ضلعی که با زاویه های راست می توان در این شکل ساخت، مستطیلی است که اضلاع آن برابر نیستند. (چرا؟)



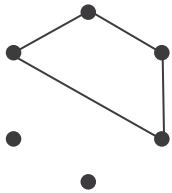
هر یک از شکل های دیگر با این نقطه ها ساخته می شوند:



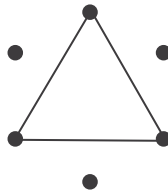
مثلی که زاویه ی باز دارد



مثلث قائم الزاویه

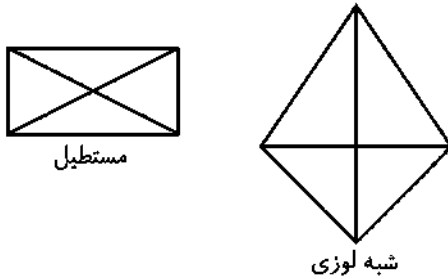


دوزنقه



مثلث متساوی الاضلاع

۱۹. (۵) توجه کنید که در متوازی‌الاضلاع و لوزی، قطرهای برابر نیستند. هم‌چنین در لوزی و مربع هر چهار ضلع با هم برابرند. در شبه‌لوزی نیز قطرهای برابر نیستند هر چند که ضلع‌ها دوجه دو برابرند.

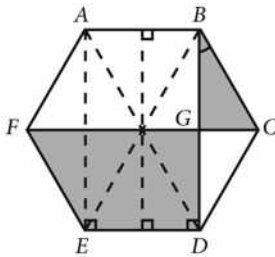


۲۰. (۱)

$$\text{طول ضلع شش ضلعی بزرگ} = 2 \times \frac{4}{6} = \frac{4}{3} \text{ cm}$$

$$\text{محیط شش ضلعی بزرگ} = 6 \times \frac{4}{3} = 8$$

۲۱. (۵) به شکل زیر توجه کنید:



۲۲. (۱)

$$2x = 128^\circ \implies x = 64^\circ$$

$$128^\circ + 64^\circ + 52^\circ = 244^\circ$$

$$360^\circ - 244^\circ = 116^\circ$$

۲۳. (۱)

$$\angle UVT = 112^\circ \implies \angle UVR = 68^\circ$$

$$\angle SUV = 120^\circ \implies \angle RUV = 60^\circ$$

$$\angle URV = 180^\circ - (68^\circ + 60^\circ) = 52^\circ$$

پاسخ مسئله‌های سطح ۲

۱. (۱) بین $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{3}$ به ۱۶ قسمت تقسیم شده است. از سوی دیگر فاصله‌ی

بین $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{3}$ برابر است با $\frac{2}{15}$. بنابراین طول هر قسمت $\frac{1}{120}$ است. $\frac{1}{16} \times \frac{2}{15} = \frac{1}{120}$

است. نخست پیدا می‌کنیم که پس از طی چند قسمت از $\frac{1}{5}$ به $\frac{1}{4}$ می‌رسیم:

$$\frac{1}{5} + n \times \frac{1}{120} = \frac{1}{4}, \quad n = 6$$

از روی شکل دیده می‌شود که پس از طی ۶ قسمت به نقطه‌ی a می‌رسیم.

۲. (۱) عددها به ترتیب عبارت‌اند از:

$$1023, 1032, 1203, 1230, 1302, 1320,$$

$$2013, 2031, 2103, 2130, 2301, 2310,$$

$$3012, 3021, 3102, 3120, 3201, 3210$$

بیش‌ترین اختلاف‌ها باید در جهش از 1320 به 2013 یا جهش از 2310 به

3012 رخ دهد:

$$2013 - 1320 = 293$$

$$3012 - 2310 = 702$$

پس 702 بیش‌ترین اختلاف دو عدد کنار هم است.

۳. (۲) وقتی 20° حاصل ضرب منفی است یا 4 تا عدد مثبت است و 5 تا منفی و یک صفر، یا 5 عدد مثبت است و 4 تا منفی و یک صفر.

توجه کنید که چون 10° عدد صحیح داریم، $\frac{10 \times 9}{2}$ یعنی 45 حاصل ضرب داریم که 20° تا آن‌ها منفی هستند و 9° تا آن‌ها هم صفر هستند، پس

$$45 - (20 + 9) = 16$$

حاصل ضرب، مثبت خواهند شد.

۴. (۲) عدد 3 یکان حاصل ضرب a و b نیز هست.

رقم 3 تنها در یکان دو عدد در جدول ضرب دیده می‌شود

$$1 \times 3 = 3 \quad 9 \times 7 = 63$$

با توجه به شرایط مسئله که باید حاصل ضرب، چهار رقمی باشد، تنها 7 و 9 می‌توانند به جای a و b قرار بگیرند و

$$79 \times 97 = 7663$$

۵. (۵) اگر y عدد فردی باشد، $3y$ نیز فرد است. مجموع یک عدد زوج با یک عدد فرد، فرد است یعنی $3y + x$ فرد است، پس توان دوم آن نیز فرد است.

۶. (۱) عددهای طبیعی که اختلافشان سه است:

$$1, 4, 7$$

$$2, 5, 8$$

$$3, 6, 9$$

هستند. این عددها را به صورت نظام‌دار در کنار هم قرار می‌دهیم و عددیابی با

شرط مسئله می‌سازیم. توجه کنید که هر دو رقم کنار هم باید اختلافشان ۳ باشد.

$$\begin{array}{cccc} ۱۴۷ & ۷۴۱ & ۱۴۱ & ۴۷۴ \\ ۲۵۸ & ۸۵۲ & ۲۵۲ & ۵۸۵ \\ ۳۶۹ & ۹۶۳ & ۳۶۳ & ۶۹۶ \end{array}$$

۷. (۴)

$$\begin{aligned} \frac{1}{1} - \frac{y}{k} + \frac{y}{k} - \frac{y}{k} + \frac{y}{k} - \frac{y}{k} + \dots + \frac{1}{\cancel{۱۳۹۲}} - \frac{1}{۱۳۹۳} \\ = 1 - \frac{1}{۱۳۹۳} = \frac{۱۳۹۲}{۱۳۹۳} \end{aligned}$$

۸. (۵) چون عدد، بر ۵ بخش پذیر است، y باید ۰ یا ۵ باشد، اما $y \neq ۵$ زیرا عدد دورقمی ۸۵ بر ۴ بخش پذیر نیست پس $y = ۰$ و مجموع رقم‌های این عدد، برابر با

$$۲ + ۴ + x + ۸ + y = ۱۴ + x$$

است. برای این‌که عدد مورد نظر بر ۹ بخش پذیر باشد، باید $x = ۴$ و بنابراین $x + y = ۴$

۹. (۱) چون حاصل جمع $p^2 + q^2$ فرد است، پس باید یکی از آن‌ها زوج و دیگری فرد باشد، پس حتماً یکی از آن‌ها، ۲ بوده که مجذور آن نیز زوج شده است و داریم

$$۱۹۲ + ۲۲ = ۳۶۱ + ۴ = ۳۶۵$$

۱۰. (۵)

$$(a \times b) \times (b \times c) \times (c \times a) = ۱۳ \times ۵۲ \times ۴$$

$$(a \times a) \times (b \times b) \times (c \times c) = (۱۳ \times ۱۳) \times (۴ \times ۴)$$

$$\implies a \times b \times c = ۱۳ \times ۴ = ۵۲$$

۱۱. (۲) جمع موردنظر، مجموع سه کسر است. برای این که حاصل بزرگ شود باید هر کسر بزرگ باشد. پس باید صورت آن بزرگ و مخرج کوچک باشد

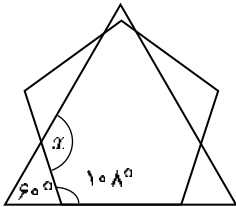
$$\frac{6}{1} + \frac{5}{2} + \frac{4}{3} = \frac{59}{6} = 9\frac{5}{6}$$

۱۲. (۲) حاصل ۱۱۳ است. پس یکی از عددها باید زوج باشد. تنها عدد زوج اول ۲ است، پس یکی از آن‌ها ۲ است.

$$p = 2, \quad q = 97$$

$$16 + 97 = 113$$

۱۳. (۵) تمام عددهای اول غیر از ۲ فردند. عدد 2003 نیز فرد است. اگر بخواهیم مجموع دو عدد اول باشد، حتماً یکی از این دو عدد ۲ است. بنابراین عدد دیگر فقط می‌تواند 2001 باشد. اما 2001 بر سه بخش پذیر است و عدد اول نیست. بنابراین امکان نوشتن 2003 به صورت مجموع دو عدد اول وجود ندارد.



۱۴. (۳) اندازه‌ی هر یک از زاویه‌های مثلث

متساوی‌الاضلاع 60° و اندازه‌ی هر یک از

زاویه‌های پنج ضلعی منتظم 108° است. اکنون

یک زاویه‌ی مثلث کوچک در پایین شکل 60°

است. یک زاویه‌ی خارجی این مثلث 108°

است. پس زاویه‌ی داخلی متناظر با این زاویه برابر با $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$

است. پس زاویه‌ی سوم مثلث برابر است با

$$180^\circ - 60^\circ - 72^\circ = 48^\circ$$

زاویه‌ی x زاویه‌ی خارجی متناظر با زاویه‌ی 48° و بنابراین، برابر است با

$$x = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$$

۱۵. (۵) مجموع زاویه‌های خارجی یک n ضلعی 360° است. بنابراین

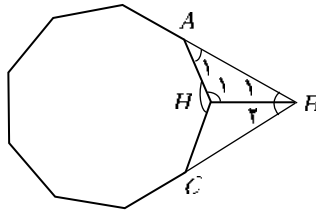
$$\angle A_1 = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$$

از سوی دیگر اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی ۹ ضلعی برابر با

$$\frac{(9-2) \times 180^\circ}{9} = 140^\circ$$

است. خط BH نیم‌ساز زاویه‌ی ABC است و زاویه‌های B_1 و B_2 برابرند. از طرف دیگر زاویه‌ی H_1 برابر است با

$$\frac{360^\circ - 140^\circ}{2} = 110^\circ$$



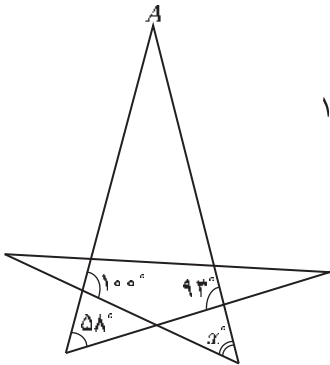
در نتیجه، $\angle B = 60^\circ$ ، $\angle B_1 = 180^\circ - 40^\circ - 110^\circ = 30^\circ$ و $\angle \alpha = 2$

۱۶. (۳) زاویه‌ی رأس A برابر است با

$$180^\circ - (58^\circ + 93^\circ) = 29^\circ$$

پس x برابر است با

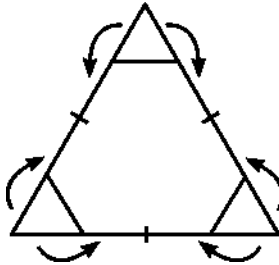
$$180^\circ - (100^\circ + 29^\circ) = 51$$



۱۷. (۴) راه حل اول: توجه کنید که محیط شش ضلعی خاکستری (که برابر مجموع محیط‌های مثلث‌های کوچک است) برابر است با محیط مثلث بزرگ منهای محیط یک مثلث کوچک؛ پس محیط $4 = 3 + 1$ مثلث کوچک برابر است با $18 = 6 \times 3$ سانتی‌متر و در نتیجه، محیط هر مثلث کوچک برابر است با $4 = 18 \div 3$ سانتی‌متر؛ پس طول ضلع هر مثلث برابر است با

$$\frac{4}{3} = 1,5 \text{ سانتی‌متر}$$

راه حل دوم: چون محیط شش ضلعی خاکستری با حاصل جمع محیط‌های مثلث‌های کوچک برابر است، و با توجه به این‌که سه ضلع از شش ضلعی، با سه ضلع از مثلث‌های کوچک مشترک است، پس طول ضلع مثلث کوچک، نصف طول ضلع‌های بزرگ‌تر شش ضلعی است:



بنابراین ضلع مثلث کوچک، $\frac{1}{3}$ ضلع مثلث بزرگ است و

$$6 \div 4 = 1,5$$

۱۸. (۴) چون مثلث ACB متساوی‌الساقین است و زاویه‌ی رأس C برابر با 36° است، داریم

$$\angle CAB = \angle ABD = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ$$