درس دوم: کار نیروی ثابت

اگر به اطراف خود نگاه کنیم، می‌بینیم که هر یک از افراد، مشغول انجام کاری هستند. برای مثال کارگران ساختمانی که مصالح را جابه‌جا می‌کنند، نجاری که قطعه چوبی را ارّه می‌کند، دانش‌آموزی که کتاب درسی مطالعه می‌کند یا مدیری که برای پیشرفت مجموعه تحت نظرش، برنامه‌ریزی انجام می‌دهد، همه و همه مشغول انجام کار هستند.

اما آیا این فعالیت‌ها همان مفهومی است که در فیزیک به عنوان کار بررسی می‌شود؟ مفهوم کار برای فیزیکدانان با آنچه در ذهن عامهٔ مردم از کار وجود دارد، متفاوت است.

در فیزیک برای این‌که بر روی یک جسم کار انجام شود، باید دو اتفاق به طور همزمان رخ دهد.

۱. نیرو به جسم اثر کند. ۲. جسم در راستایی که نیرو بر آن اثر کرده، جابه‌جا شود.

مثال:

۱. بهداد سلیمی وزنهٔ ۲۱۴ کیلوگرمی را از روی زمین بلند می‌کند و در حرکت یک ضرب به بالای سرش می‌برد و چند ثانیه وزنه را در آن‌جا نگه می‌دارد. آیا بهداد در مراحل مختلف بالا بردن وزنه، کار انجام داده است؟

پاسخ: بهداد به وزنه به طرف بالا نیرو وارد می‌کند و آن را به طرف بالا جابه‌جا می‌کند. بنابراین در این مرحله هم عامل نیرو و هم عامل جابه‌جایی در راستای نیرو وجود دارد. در نتیجه در این مرحله کار انجام شده است.

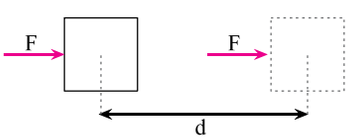
اما زمانی که وزنه در بالای سر بهداد قرار دارد، اگرچه برای نیفتادن وزنه، او نیرویی به سمت بالا به وزنه وارد می‌کند، اما به دلیل صفر بودن جابه‌جایی، کاری انجام نمی‌شود.

۲. در یک مسابقهٔ طناب‌کشی، فرد A با نیروی بیشتری نسبت به فرد B، او را به سمت خود می‌کشد و فرد B به سمت فرد A حرکت می‌کند، آیا در این مسابقه افراد A و B کار انجام داده‌اند؟

پاسخ: فرد A به طناب نیرو وارد می‌کند و طناب فرد B را به طرف خودش جابه‌جا می‌کند. بنابراین فرد A کار انجام داده است. فرد B طناب را به سمت خود می‌کشد و به سمت فرد A جابه‌جا می‌شود. توجه شود که جابه‌جایی در راستای اعمال نیرو است. (حتی اگر در جهت اعمال نیرو نباشد،) پس فرد B هم کار انجام داده است.

کار نیروی هم‌جهت با جابه‌جایی

برای حالتی که نیروی وارد شده به جسم، ثابت و هم‌جهت با جابه‌جایی جسم باشد، رابطهٔ کار به صورت $W = Fd$ است.



که F اندازهٔ نیروی وارد شده به جسم برحسب نیوتون (N) و d اندازهٔ جابه‌جایی جسم برحسب متر (m) است. بنابراین یکای کار (W) برابر $N.m$ است که آن را ژول (J) می‌نامیم.

توجه: اگر چه کمیت‌های نیرو و جابه‌جایی، کمیت‌هایی برداری هستند، اما کار از حاصل‌ضرب اندازهٔ بردار نیرو و اندازهٔ بردار جابه‌جایی به دست می‌آید؛ به همین دلیل کار کمیتی نرده‌ای است.

مثال:

دو نفر خودروی خرابی را برای رسیدن به یک تعمیرگاه که در فاصلهٔ ۲۰ متری از خودرو قرار دارد، با نیروی ثابت هل می‌دهند. اگر جرم ماشین ۱ton و شتاب حرکت آن $۰/۲\frac{m}{s^۲}$ باشد، کاری که این دو نفر بر روی خودرو انجام می‌دهند را محاسبه کنید.

پاسخ:

مجهول: $W = ?$

داده‌ها: $m = ۱ton = ۱۰۰۰kg$ ، $a = ۰/۲\frac{m}{s^۲}$

فرمول‌ها و روابط: $F = ma$ ، $W = Fd$

حل تشریحی:

$$F = ma = (۱۰۰۰kg)(۰/۲\frac{m}{s^۲}) = ۲۰۰N$$

اکنون می‌توانیم کار این نیرو را به دست آوریم:

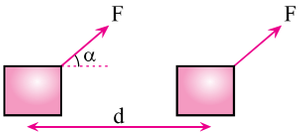
$$W = Fd = (۲۰۰N)(۲۰m) = ۴۰۰۰J$$

توجه: برای سادگی در پاسخ دادن به مسائل و با توجه به آن‌چه که در فصل اوّل در مورد مدل‌سازی گفته شد، می‌توانیم اجسامی که نیرو به آن‌ها وارد می‌شود را به صورت نقطه‌ای در نظر بگیریم.

توجه: رسم کامل تصویر اجسام در مثال‌های این فصل، صرفاً به این دلیل انجام می‌شود که شما محل وارد شدن نیرو را مشاهده کنید و همچنین با نقطه‌ای فرض کردن جسم، هیچ تغییری در روند حل مسئله ایجاد نخواهد شد.

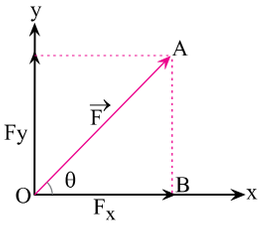
محاسبهٔ کار نیروی زاویه‌دار با جابه‌جایی

اگر نیروی وارد شده بر جسم با جابه‌جایی آن زاویه بسازد، چگونه باید کار را محاسبه کنیم؟



مهارت‌های ریاضی

اگر F_x و F_y مؤلفه‌های بردار $\vec{F}$ روی محورهای x و y باشند، می‌توان نوشت: $\vec{F} = F_x\,\vec{i} + F_y\,\vec{j}$



توابع مثلثاتی برای زاویهٔ θ این‌گونه تعریف می‌شوند:

$$\sin\theta = \frac{AB}{OA} = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F\sin\theta \quad ، \quad \cos\theta = \frac{OB}{OA} = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F\cos\theta$$

بنابراین می‌توانیم بردار $\vec{F}$ را به صورت مقابل بنویسیم:

$$\vec{F} = F\cos\theta\,\vec{i} + F\sin\theta\,\vec{j}$$

توجه: مقادیر sin و cos برخی از زوایای پرکاربرد در جدول زیر آمده است.

θ	۰	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۹۰°	۱۸۰°
sin θ	۰	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	۱	۰
cos θ	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	۰	-۱

برای به دست آوردن رابطهٔ کار نیروی زاویه‌دار، باید توجه داشته باشیم که: «مؤلفهٔ نیروی عمود بر جابه‌جایی در راستای افقی $(F\sin\theta)$، کاری بر روی جسم انجام نمی‌دهد.»

بنابراین کار انجام شده بر روی جسم در یک حرکت افقی، تنها ناشی از مؤلفهٔ افقی $(F\cos\theta)$ است. در نتیجه با توجه به جابه‌جایی جسم به اندازهٔ d، کار انجام شده توسط نیروی $\vec{F}$ بر روی جسم به صورت مقابل محاسبه می‌شود:

$$W = (F\cos\theta)\,d$$

کار نیروی وزن (W_{mg})

در مورد کار نیروی وزن می‌توان گفت که چون در جابه‌جایی افقی یک جسم، زاویهٔ بین بردار نیروی وزن و جابه‌جایی، ۹۰° است، همواره کار نیروی وزن در جابه‌جایی افقی، صفر است. اما در جابه‌جایی قائم کار نیروی وزن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

الف. جابه‌جایی قائم رو به پایین :

$$W_{mg} = mg\cos(۰)h = +mgh$$

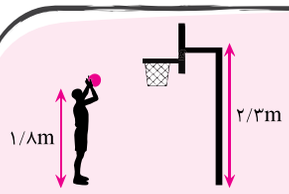
ب. جابه‌جایی قائم رو به بالا:

$$W_{mg} = mg\cos(۱۸۰)h = -mgh$$

که h ارتفاع قائم بین دو نقطهٔ ابتدا و انتهای جابه‌جایی است. بنابراین کار نیروی وزن به طول مسیر طی شده توسط جسم بین آن دو نقطه، بستگی ندارد.

مثال:

۱. توپ بسکتبالی به جرم $1kg$ توسط یک وزرشکار مطابق شکل مقابل، به سمت سبد پرتاب می‌شود. کار نیروی وزن در طول مسیر حرکت توپ را محاسبه کنید. $(g = 10\frac{N}{kg})$



پاسخ:

حل تشریحی: چون جابه جایی روبه بالاست:

$$W_{mg} = -mgh = -(1kg)(10\frac{N}{kg})(0/5m) = -5J$$

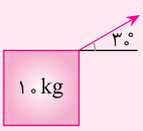
مجهول: $W_{mg} = ?$

داده‌ها: $m = 1kg \ , \ g = 10(\frac{N}{kg})$

$h = 2/3m - 1/8m = 0/5m$

فرمول‌ها و روابط: $W_{mg} = -mgh$

۲. مطابق شکل زیر، نیروی ثابت $F = 100N$ بر جعبه $10kg$ اثر می‌کند و آن را به اندازهٔ $5m$ روی سطح افقی جابه‌جا می‌کند. مطلوبست:



الف. کار نیروی وزن ب. کار نیروی F

پاسخ:

حل تشریحی: الف. نیروهای وزن و عمودی سطح، بر مسیر حرکت جسم عمودند. بنابراین:

$$W_{mg} = 0$$

ب.
$$W_F = 100N \times \cos 30^\circ \times 5m$$
$$= 100N \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 5m = 250\sqrt{3}J$$

مجهول: $W_{mg} = ? \ , \ W_F = ?$

داده‌ها: $F = 100N \ , \ m = 10kg$

$d = 5m \ , \ \theta = 30^\circ$

فرمول‌ها و روابط: $W = (F\cos\theta)d$

۳. شخصی مطابق شکل با نیروی ثابت $30N$، جسمی به جرم $1kg$ را به اندازهٔ $2m$ در راستای قائم بالا می‌برد. کار نیرویی که شخص به جسم وارد می‌کند و همچنین کار نیروی وزن جسم را محاسبه کنید. $(g = 10\frac{N}{kg})$

پاسخ:

حل تشریحی: با توجه به این‌که نیروی شخص با جابه‌جایی هم‌جهت است، کار نیروی شخص را به دست می‌آوریم:

$$W = Fd \Rightarrow W = 30N \times 2m = 60J$$

برای محاسبهٔ کار نیروی وزن، ابتدا نیروی وزن را محاسبه می‌کنیم:

$$F_w = mg = (1kg)(10\frac{N}{kg}) = 10N$$

اکنون چون نیروی وزن و جابه‌جایی با یک‌دیگر هم‌جهت نیستند، از رابطهٔ زیر برای محاسبه کار نیروی وزن استفاده می‌کنیم:

$$W = (F_w \cos\theta)d$$
$$W = (10N)(\cos 180^\circ)(2m) = (10N)(-1)(2m) = -20J$$

علامت منفی به معنی هم‌جهت نبودن این نیرو با جابه‌جایی انجام شده است.

مجهول: $W_F = ?$
$W_{mg} = ?$

داده‌ها: $F = 30N$
$m = 1kg$
$d = 2m$
$g = 10\frac{N}{kg}$

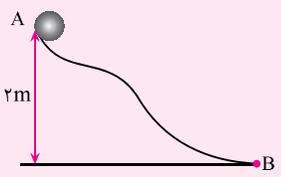
فرمول‌ها و روابط: $W = (F\cos\theta)d$
$F_w = mg$

کار نیروی عمودی سطح (W_N)

در حرکت در راستای افقی، نیروی عمودی سطح در هر لحظه بر مسیر حرکت جسم عمود است، بنابراین کار این نیرو صفر است. $W_N = ۰$

مثال:

۱. در شکل زیر، جسمی به جرم $۵۰۰\,g$ از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌لغزد. کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح را محاسبه کنید. $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



پاسخ:

مجهول
$W_N = ?$
$W_{mg} = ?$

داده‌ها
$m = ۵۰۰g = ۰/۵kg$
$h = ۲m$
$g = ۱۰\frac{N}{kg}$

فرمول‌ها و روابط
$W = (F\cos\theta)d$

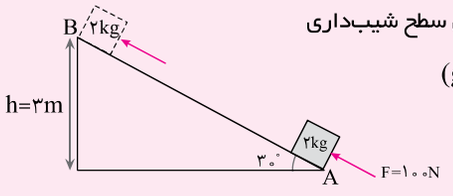
حل تشریحی
از آن‌جایی که کار نیروی وزن بین دو نقطه، به جابه‌جایی جسم در راستای قائم بستگی دارد و جسم به سمت پایین حرکت می‌کند، داریم:

$$W_{mg} = mgd = (۰/۵kg)(۱۰\frac{N}{kg})(۲m) = ۱۰J$$

به دلیل این‌که نیروی عمودی سطح در هر لحظه بر مسیر حرکت جسم عمود است، بنابراین:

$W_N = ۰$

۲. مطابق شکل روبه‌رو، جسمی به جرم $۴۰۰g$ با اعمال نیروی ثابت $۱۰۰N$ روی سطح شیب‌داری از نقطهٔ **A** به نقطهٔ **B** جابه‌جا می‌شود. کار این نیرو را محاسبه کنید. $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



پاسخ:

مجهول
$W_F = ?$

داده‌ها
$m = ۴۰۰g = ۰/۴kg$
$F = ۱۰۰N \;,\; \theta = ۳۰°$
$g = ۱۰\frac{N}{kg} \;,\; h = ۳m$

فرمول‌ها و روابط
$W = Fd$
$\sin\theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$

حل تشریحی
برای محاسبهٔ کار نیروی F، باید میزان جابه‌جایی جسم بر روی سطح شیب‌دار را به دست آوریم. با استفاده از رابطهٔ sin در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که سطح شیب‌دار را می‌سازد، داریم:

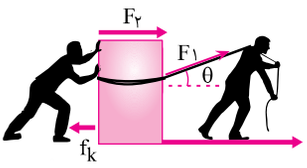
$$\sin\theta = \frac{h}{AB} \Rightarrow AB = \frac{h}{\sin\theta} = \frac{۳m}{\sin(۳۰°)} = \frac{۳}{\frac{۱}{۲}} = ۶m$$

اکنون با داشتن F و d می‌توانیم کار را محاسبه کنیم:

$$W = Fd = (۱۰۰N)(۶m) = ۶۰۰J$$

محاسبه کار کل ناشی از چند نیرو

شکل مقابل را در نظر بگیرید. به دو روش می‌توانیم کار کل انجام شده بر روی جسم را محاسبه کنیم.



روش اوّل: در این روش ابتدا کار انجام شده توسط هر نیرو را به طور جداگانه محاسبه می‌کنیم ($W_۱, W_۲, W_۳$). سپس برای به دست آوردن کار کل، آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$W_t = W_۱ + W_۲ + W_۳$$

روش دوم: در این روش ابتدا نیروی خالص موازی با جابه‌جایی را به دست می‌آوریم. به عنوان مثال، در شکل بالا اگر جابه‌جایی افقی و به سمت راست باشد، نیروی خالص در امتداد بردار جابه‌جایی به صورت مقابل به دست می‌آید:

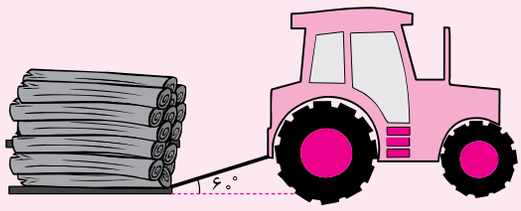
$$F_t = F_۲ + F_۱\cos\theta - F_k$$

سپس با استفاده از رابطهٔ کار، کار کل را به صورت مقابل محاسبه می‌کنیم:

$$W_t = F_t d$$

مثال:

کشاورزی توسط تراکتور، سورتمه‌ای پر از هیزم را در راستای یک زمین هموار به اندازهٔ $۲۳۵\,m$ جابه‌جا می‌کند. جرم سورتمه $۱۵۰kg$ است. تراکتور نیروی ثابت $F = ۱۰^۳\,N$ را مطابق شکل با زاویهٔ $\theta = ۶۰^\circ$ به سورتمه وارد می‌کند. اگر نیروی اصطکاک $f_k = ۳۰۰N$ باشد، کار کل انجام شده بر روی سورتمه را محاسبه کنید. $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



پاسخ:

مجهول

$W_t = ?$

داده‌ها

$d = ۲۳۵\,m$

$m = ۱۵۰\,kg$

$F = ۱۰^۳\,N$

$\theta = ۶۰^\circ$

$f_k = ۳۰۰\,N$

$g = ۱۰\frac{N}{kg}$

$\theta' = ۱۸۰^\circ$ (زاویهٔ f_k و جابه‌جایی)

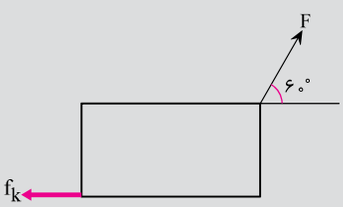
فرمول‌ها و روابط

$W_t = F_t d$

$W = (F\cos\theta)\,d$

حل تشریحی

نیروهایی که به سورتمه وارد می‌شود در شکل مقابل آورده شده است:



روش اوّل: کار تک‌تک نیروها را به صورت جداگانه محاسبه کنیم:

$$W_{f_k} = (f_k\cos\theta')d = (۳۰۰N)(\cos۱۸۰^\circ)(۲۳۵m) = -۷۰۵۰۰J$$

$$W_F = (F\cos\theta)d = (۱۰^۳N)(\cos۶۰^\circ)(۲۳۵m) = ۱۱۷۵۰۰J$$

$$W_t = W_{f_k} + W_F = ۴۷۰۰۰J$$

روش دوم: ابتدا نیروی خالص وارد بر سورتمه را به دست می‌آوریم:

$$F_t = F\cos\theta - f_k = [(۱۰^۳N)(\cos۶۰^\circ)] - ۳۰۰N = ۲۰۰N$$

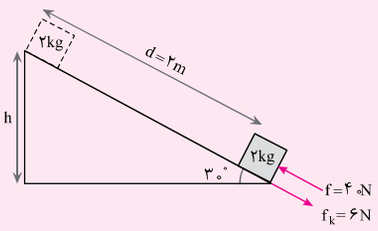
کار کل را می‌توانیم به صورت زیر به دست آوریم:

$$W_t = F_t d = (۲۰۰N)(۲۳۵m) = ۴۷۰۰۰J$$

توجه: در همهٔ مسائل فیزیک که کار کل به عنوان مجهول مسئله مطرح شده است، نیازی به حل مسئله از دو روش نیست. گاهی یکی از روش‌ها بسیار ساده‌تر از دیگری به پاسخ نهایی منجر می‌شود. در چنین مسائلی توصیه می‌شود از روش ساده‌تر استفاده کنید.

مثال:

جسمی به جرم $۲\,kg$ را مطابق شکل، روی سطح شیب‌داری که زاویهٔ آن با افق ۳۰° است، با نیروی ثابت $۴۰\,N$ به اندازهٔ $۲\,m$ جابه‌جا می‌کنیم. اگر نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی برابر با $۶\,N$ باشد، کار کل انجام شده بر روی جسم را محاسبه کنید. $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

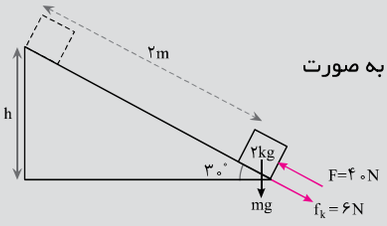


پاسخ:

حل تشریحی

در این مسئله اگر قرار باشد از روش به دست آوردن نیروی خالص استفاده کنیم، مجبور می‌شویم که نیروی وزن را هم در راستای جابه‌جایی جسم تصور کنیم. بنابراین این روش، دشوار به نظر می‌رسد.

در نتیجه از روش محاسبهٔ کار تک‌تک نیروها به صورت جداگانه استفاده می‌کنیم:



$$W_F = Fd = (۴۰\,N)(۲\,m) = ۸۰\,J$$

$$W_{f_k} = (f_k \cos\theta')d = (۶\,N)(\cos ۱۸۰^\circ)(۲\,m) = -۱۲\,J$$

برای محاسبهٔ کار نیروی وزن لازم است که ارتفاع قائم را در این جابه‌جایی محاسبه کنیم:

$$\sin\theta = \frac{h}{d} \Rightarrow h = d\sin\theta = (۲\,m)(\sin ۳۰^\circ) = ۱\,m$$

بنابراین چون جابه‌جایی رو به بالاست، کار نیروی وزن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W_{mg} = -mgh = -(۲\,kg)(۱۰\frac{N}{kg})(۱\,m) = -۲۰\,J$$

در نتیجه کار کل را می‌توانیم به دست آوریم:

$$W_t = W_F + W_{f_k} + W_{mg} = ۸۰\,J - ۱۲\,J - ۲۰\,J = ۴۸\,J$$

مجهول

$W_t = ?$

داده‌ها

$m = ۲\,kg$

$\theta = ۳۰^\circ$

$F = ۴۰\,N$

$d = ۲\,m$

$f_k = ۶\,N$

$g = ۱۰\frac{N}{kg}$

فرمول‌ها و روابط

$W_{mg} = -mgh$

$W = (F\cos\theta)\,d$

$W = Fd$

تمرین‌های امتحانی

۱. با استفاده از کلمات داخل کادر زیر، جاهای خالی را با واژه‌های مناسب پر کنید.

در جهت نیرو- عمودی- افقی- اندازهٔ جابه‌جایی- نیوتون- نیرو- ژول- وات

الف. علاوه بر ..... ، جابه‌جایی یا تغییر مکان نیز یکی از عامل‌های مهم انجام کار هستند.

ب. نیروی خالص افقی سبب جابه‌جایی ..... و نیروی خالص عمودی سبب جابه‌جایی ..... جسم می‌شود.

پ. اگر نیروی وارد بر جسم ثابت باشد و جسم ..... جابه‌جا شود، کار به صورت $W = Fd$ تعریف می‌شود.

ت. در رابطهٔ $W = Fd$ ، اندازهٔ نیرو برحسب ..... را با F و ..... برحسب متر را با d نشان می‌دهیم. W، کار برحسب ..... است.

۲. از داخل پرانتز عبارت صحیح را انتخاب کنید.

الف. کار انجام شده روی جسم تنها ناشی از مؤلفه‌ای از نیرو است که (با جابه‌جایی موازی/ بر جابه‌جایی عمود) است.

ب. اگر نیروی وارد شده به جسم با جابه‌جایی زاویهٔ θ بسازد، کاری که نیروی ثابت $\vec{F}$ به ازای جابه جایی $\vec{d}$ در راستای افق، روی جسم انجام می‌دهد، از رابطهٔ ($W = (F\cos\theta)d$ / $W = (F\sin\theta)d$) به دست می‌آید.

پ. یک ژول برابر با (یک نیوتون در یک متر/ یک نیوتون بر یک متر) است.

۳. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید و صورت صحیح عبارت نادرست را بنویسید.

الف. هنگامی کار انجام می‌شود که جسم جابه‌جا شود. ☐ درست ☐ نادرست

ب. رابطهٔ $W = Fd$ مربوط به محاسبهٔ کار در حالتی است که نیروی وارد شده به جسم ثابت و با جابه‌جایی جسم در یک جهت باشد.

☐ درست ☐ نادرست

پ. اگر نیروی وارد شده به جسم با جابه‌جایی در راستای افق زاویهٔ θ بسازد، مؤلفه‌ای از نیرو که بر جابه‌جایی عمود است یعنی $(F\cos\theta)$، کاری روی جسم انجام نمی‌دهد. ☐ درست ☐ نادرست

۴. در کدام یک از موارد زیر کار انجام نمی‌شود؟ (دلیل خود را بیان کنید.)

الف. وقتی از پله‌های ساختمان بالا می‌روید.

ب. میلهٔ پلاستیکی باردار، ذرات کاغذ جذب شده را نگه داشته است.

پ. دوچرخه‌سوار، طول یک خیابان را با رکاب زدن طی می‌کند.

ت. دوچرخه‌ای که در حال حرکت است، بدون رکاب زدن قسمتی از طول خیابان را با سرعت ثابت طی می‌کند.

ث. درب یخچال با جاذبهٔ مغناطیسی بین نوار آهنربایی در و بدنهٔ آهنی یخچال بسته می‌شود.

۵. علامت بسیاری از کمیت‌های فیزیکی مثل نیرو، سرعت و شتاب به انتخاب مختصات بستگی دارد. آیا این موضوع در مورد کار نیز درست است؟

۶. در هر مورد کار انجام شده را برحسب ژول محاسبه کنید.

الف. کارگری یک گاری‌دستی را با نیروی افقی $50\,N$ به اندازه $2\,km$ به جلو می‌راند.

ب. مادری کالسکهٔ کودک را با نیروی $40\,N$ هل می‌دهد و $350\,m$ به جلو می‌برد.

پ. باغبانی یک ماشین چمن‌زنی را با نیروی $120\,N$ و زاویهٔ 60° در امتداد افقی، $7/5\,m$ به طرف جلو هل می‌دهد.

۷. با توجه به رابطهٔ $W = Fd$ ، توضیح دهید چرا کار کمیتی نرده‌ای است؟

۸. اگر چند نیرو به جسمی وارد شود، دو روش برای محاسبهٔ کار کل با استفاده از نیرو و جابه‌جایی وجود دارد. آن دو روش را شرح دهید.

۹. مسافری چمدان چرخ‌دار خود را با نیروی $45N$ روی سطحی هموار و بدون اصطکاک، $60\,m$ جابه‌جا می‌کند. اگر زاویهٔ بین نیروی $45N$ و جابه‌جایی، 53° باشد، کار انجام شده روی چمدان توسط نیروی $54N$ چند ژول است؟ $(\cos 53^\circ = 0/6)$

۱۰. سیامند رحمان وزنه بردار سنگین وزن ایران، در سال ۲۰۱۲ میلادی با غلبه بر وزنهٔ $280\,kg$ رکورد المپیک را شکست. اگر فاصلهٔ پایهٔ میله (هارتر) از سینهٔ او $45cm$ و فاصلهٔ میله تا سینهٔ او وقتی میله را کاملاً بلند کرده، $65cm$ باشد، کاری که او در مراحل زیر انجام می‌دهد، محاسبه کنید.

الف. مرحلهٔ پایین آوردن از پایه

ب. مرحلهٔ بلند کردن وزنه (فرض کنید وزنه با تندی ثابت پایین و بالا برده شود.)

۱۱. ترمزهای یک کامیون با وارد کردن نیروی ترمزی $3\times10^3\,N$ موجب می‌شوند، تندی کامیون در فاصلهٔ $850\,m$ کم شود، کاری که ترمزهای کامیون انجام می‌دهند، چند ژول است؟

۱۲. شخصی سورتمه‌ای را با نیروی $94N$ به وسیلهٔ طنابی که با سطح افق زاویهٔ 25° می‌سازد، $35m$ روی برف می‌کشد، کاری که شخص روی سورتمه انجام می‌دهد، چند ژول است؟ اگر نیروی اصطکاک $12N$ درخلاف جهت به سورتمه وارد شود، کار نیروی اصطکاک و کار کل انجام شده را حساب کنید. $(\cos 25^\circ = 0/91)$

۱۳. کشاورزی تراکتور خود را به سورتمه‌ای پر از هیزم بسته و آن را در راستای یک زمین هموار $20\,m$ می‌کشد. نیروی ثابتی که تراکتور به سورتمه وارد می‌کند، $5000\,N$ است و با راستای افق زاویهٔ 37° می‌سازد و نیروی اصطکاک ۳۵۰۰ نیوتونی با حرکت سورتمه مخالفت می‌کند. کار کل انجام شده توسط تراکتور را با دو روش زیر حل کنید و نتیجه را مقایسه کنید. $(\cos 37^\circ = 0/8)$

الف. جمع جبری کار انجام شده توسط تک‌تک نیروها

ب. با استفاده از نیروی خالص وارد بر جسم

۱۴. مردی طنابی را به یک جعبهٔ سنگین روی سطح افقی بسته و جعبه را با طناب طوری می‌کشد که طناب با راستای افقی زاویهٔ 45° می‌سازد. وقتی نیروی او $150\,N$ است، موفق به حرکت جعبه نمی‌شود، اگر پسرش از عقب جعبه را با نیروی افقی $45N$ هل دهد، جعبه $840\,cm$ به جلو می‌رود. اگر نیروی اصطکاک وارد بر جعبه $30\,N$ باشد، کار کل انجام شده روی جعبه را حساب کنید.

پاسخ تمرین‌های امتحانی

۱ الف. نیرو　　ب. افقی- عمودی　　پ. درجهت نیرو　　ت. نیوتون- جابه‌جایی- ژول

۲ الف. با جابه‌جایی موازی　　ب. $W = (F\cos\theta)d$　　پ. یک نیوتون در یک متر

۳ الف. نادرست، هنگامی کار انجام می‌شود که نیروی وارد شده به جسم سبب جابه‌جا شدن آن شود.

ب. درست

پ. نادرست، مؤلفه‌ای از نیرو که بر جابه‌جایی عمود است یعنی $(F\sin\theta)$، کاری روی جسم انجام نمی‌دهد.

۴ ب. کار انجام نمی‌شود، زیرا به ذرات کاغذ نیرو وارد می‌شود ولی آن‌ها جابه‌جا نمی‌شوند.

ت. کار انجام نمی‌شود، زیرا به دوچرخه نیرو وارد نمی‌شود ولی طبق قانون اوّل نیوتون، از آن‌جایی که به دوچرخه نیرو وارد نمی‌شود، حالت قبلی (یعنی حرکت) را حفظ و با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

۵ کمیت‌هایی مانند نیرو، سرعت و شتاب، کمیت‌های برداری و علامت آن‌ها وابسته به جهت انتخاب شده است (مثبت یا منفی) ولی کار، کمیتی نرده‌ای است. منفی بودن آن به معنای کم شدن انرژی و مثبت بودن آن به معنای زیاد شدن انرژی است، پس انتخاب مختصات تأثیری در علامت آن ندارد.

۶ الف.
$$d = ۲\text{km} \times \frac{۱۰^{۳}\text{m}}{\text{km}} = ۲\times۱۰^{۳}\text{m} \Rightarrow W = Fd = ۵۰\text{N}\times۲\times۱۰^{۳}\text{m} = ۱۰^{۵}\text{J}$$

ب.
$$W = Fd = ۴۰\text{N}\times۳۵۰\text{m} = ۱۴۰۰۰\text{J}$$

پ.
$$W = (F\cos\theta)\,d \Rightarrow W = (۱۲۰\cos۶۰^{\circ})\times۷/۵ \Rightarrow W = ۱۲۰\text{N}\times\frac{۱}{۲}\times۷/۵\text{m} = ۴۵۰\text{J}$$

۷ زیرا اندازهٔ نیرو و اندازهٔ جابه‌جایی، نرده‌ای هستند.

۸ روش اوّل: کار هر یک از نیروهای وارد بر جسم را به طور جداگانه از رابطهٔ $W = (F\cos\theta)d$ حساب کنیم، سپس کار کل را با جمع جبری آن‌ها به دست آوریم. روش دوم: ابتدا از هر نیروی وارد بر جسم، مؤلفهٔ در امتداد جابه‌جایی جسم را بیابیم، سپس با توجه به جهت این مؤلفه‌ها، اندازهٔ نیروی خالص موازی با بردار جابه‌جایی را حساب کنیم و با استفاده از رابطهٔ $W_t = F_t d$، کار کل را حساب کنیم که F_t نیروی خالص موازی با جابه‌جایی است.

۹
$$W = (F\cos\theta)d = ۴۵\text{N}\times\cos۵۳^{\circ}\times۶۰\text{m} \Rightarrow W = ۴۵\text{N}\times۶۰\times۰/۶ = ۱۶۲۰\text{J}$$

۱۰ الف.
$$F = mg = ۲۸۰\text{kg}\times۹/۸\frac{\text{N}}{\text{kg}} = ۲۷۴۴\text{N}$$

$$d_۱ = ۴۵\text{cm}\times\frac{۱۰^{-۲}\text{m}}{\text{cm}} = ۴۵\times۱۰^{-۲}\text{m}$$

$$W_۱ = (F\cos\theta_۱)\,d_۱ = (۲۷۴۴\text{N})(\cos۱۸۰^{\circ})(۴۵\times۱۰^{-۲}\text{m}) = -۱۲۳۴/۸\text{J}$$

ب.

$$d_۲ = ۶۵cm \times \frac{۱۰^{-۲}m}{cm} = ۶۵ \times ۱۰^{-۲}m$$

$$W_۲ = (F\cos\theta_۲)d_۲ = (۲۷۴۴N \times \cos۰^\circ)(۶۵ \times ۱۰^{-۲}m) = ۱۷۸۳/۶J$$

۱۱

$$W = (F\cos\theta)d = ۳ \times ۱۰^{۳}N \times ۸۵۰m \times \cos۱۸۰^\circ = -۲/۵۵ \times ۱۰^{۶}J$$

۱۲

$$W_F = (F\cos\theta)d = (۹۴N \times \cos۲۵^\circ)۳۵m \Rightarrow W_F = ۹۴N \times ۰/۹۱ \times ۳۵m = ۲۹۹۳/۹J$$

$$W_{f_k} = (f_k \cos۱۸۰^\circ)d = ۱۲N \times (-۱) \times ۳۵m = -۴۲۰J$$

$$W_t = W_F + W_{f_k} = ۲۹۹۳/۹J - ۴۲۰J = ۲۵۷۳/۹J \simeq ۲/۵۷۴ \times ۱۰^{۳}J$$

---

۱۳ الف.

$$W_F = (F\cos\theta)d = ۵۰۰۰N \times ۲۰m \times ۰/۸ = ۸۰۰۰۰J$$

$$W_{f_k} = (f_k \cos۱۸۰)d = ۳۵۰۰N \times (-۱) \times ۲۰m = -۷۰۰۰۰J$$

$$W_t = W_F + W_{f_k} = ۸۰۰۰۰J - ۷۰۰۰۰J = ۱۰۰۰۰J$$

ب.

$$F_t = F - f_k = F\cos۳۷^\circ - f_k = ۵۰۰۰N \times ۰/۸ - ۳۵۰۰N = ۵۰۰N$$

$$W_t = F_t d = ۵۰۰N \times ۲۰m = ۱۰۰۰۰J$$

از هر دو روش به یک نتیجه می‌رسد.

۱۴

$$d = ۸۴۰cm \times \frac{۱m}{۱۰^{۲}cm} = ۸/۴m$$

$$W_{F_۱} = (F_۱\cos۴۵^\circ)d = (۱۵۰N \times ۰/۷۱) \times ۸/۴m = ۸۹۴/۶J$$

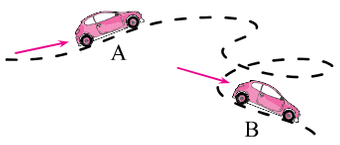
$$W_{F_۲} = F_۲ d\cos۰^\circ = ۴۵N \times ۸/۴m = ۳۷۸J$$

$$W_{f_k} = (f_k \cos۱۸۰^\circ)d = ۳۰N \times (-۱) \times ۸/۴m = -۲۵۲J$$

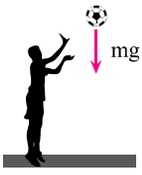
$$W_t = W_{F_۱} + W_{F_۲} + W_{f_k} = ۱۰۲۰/۶J$$

درس سوم: رابطهٔ کار و انرژی جنبشی

نیروهایی که کارشان منفی است، در برابر حرکت جسم مقاومت می‌کنند و باعث کم شدن انرژی جنبشی می‌شوند. مثلاً در جابه‌جایی روبه بالای یک جسم، کار نیروی وزن منفی است. در نتیجه این نیرو در جابه‌جایی روبه بالا سبب کاهش انرژی جنبشی جسم می‌شود، اما نیروهایی که کارشان مثبت است، انرژی جنبشی جسم را افزایش می‌دهند.



(کار نیروی مشخص شده، در جهت جابه‌جایی اتومبیل است. بنابراین این کار مثبت است و سبب افزایش انرژی جنبشی اتومبیل می‌شود.)



(کار نیروی وزن، منفی است و همین نیرو سبب می‌شود که توپ تا ارتفاع مشخصی بالا برود و سپس متوقف شود و سقوط کند.)

به طور کلی می‌توانیم بگوییم که وقتی نیروی خالص به جسمی وارد شود، اگر کار مثبتی روی جسم انجام دهد، به معنای دادن انرژی به جسم است و اگر کار منفی روی جسم انجام دهد، به معنای گرفتن انرژی از جسم است.

بر این اساس بین کار کل انجام شده روی یک جسم و انرژی جنبشی آن، رابطه‌ای وجود دارد که به قضیهٔ کار- انرژی جنبشی معروف است و به صورت زیر بیان می‌شود.

کارکل انجام شده روی یک جسم برابر است با تغییر انرژی جنبشی آن جسم. $W_t = K_2 - K_1$

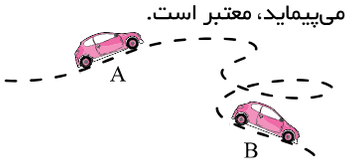
با توجه به قضیهٔ کار- انرژی جنبشی، سه حالت ممکن است برای تندی نهایی جسم اتفاق بیفتد:

۱. جسم در پایان جابه‌جایی با تندی بیشتری حرکت می‌کند. $W_t > 0 \Rightarrow K_2 > K_1$

۲. جسم در پایان جابه‌جایی با تندی کم‌تری حرکت می‌کند. $W_t < 0 \Rightarrow K_2 < K_1$

۳. تندی جسم در ابتدا و انتهای جابه‌جایی یکسان است. $W_t = 0 \Rightarrow K_2 = K_1$

توجه: قضیهٔ کار- انرژی جنبشی، به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد و برای هر مسیری که جسم می‌پیماید، معتبر است.



$$\begin{matrix} K_A = K_1 \\ K_B = K_2 \end{matrix} \Rightarrow W_t = K_2 - K_1$$

مثال:

۱. در یک جابه‌جایی، تندی خودرویی به جرم $20\,ton$ از $10\,\frac{m}{s}$ به $20\,\frac{m}{s}$ می‌رسد، کارکل وارد شده بر خودرو در این جابه‌جایی چند ژول است؟

پاسخ:

محاسبات

$W_t = ?$

داده‌ها

$m = 2\,ton = 2000\,kg$

$v_1 = 10\,\frac{m}{s}$

$v_2 = 20\,\frac{m}{s}$

فرمول‌ها و روابط

$K = \frac{1}{2}mv^2$

$W_t = K_2 - K_1$

حل تشریحی

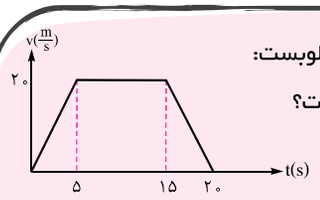
با داشتن تندی خودرو در ابتدا و انتهای این جابه‌جایی و در نتیجه انرژی جنبشی خودرو در این مکان‌ها، طبق قضیهٔ کار-انرژی جنبشی می‌توانیم کارکل را محاسبه کنیم:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 2000\,kg \times (10\,\frac{m}{s})^2 = 100000\,J$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 2000\,kg \times (20\,\frac{m}{s})^2 = 400000\,J$$

$$W_t = K_2 - K_1 = 400000\,J - 100000\,J = 300000\,J$$

۲. شکل مقابل، نمودار تندی- زمان جسمی به جرم $۸\,kg$ را نشان می‌دهد. با توجه به نمودار مطلوبست:



الف. کار کل انجام شده روی جسم در بازه‌های زمانی ۰ تا ۵ ثانیه و ۵ تا ۲۰ ثانیه چند ژول است؟

ب. کارکل انجام شده بر روی جسم در ۲۰ ثانیهٔ ابتدایی را به دست آورید.

پاسخ:

مجهول

الف) $W_{۰-۵}=?$

$W_{۵-۲۰}=?$

ب) $W_{۰-۲۰}=?$

داده‌ها

$m=۸\,kg\ ,\ v_۰=۰$

$v_۵=۲۰\frac{m}{s}\ ,\ v_{۱۵}=۲۰\frac{m}{s}$

$v_{۲۰}=۰\frac{m}{s}$

فرمول‌ها و روابط

$W_t=K_۲-K_۱$

$K=\frac{۱}{۲}mv^۲$

حل تشریحی

الف.

$K_۰=\frac{۱}{۲}mv_۰^۲=\frac{۱}{۲}\times ۸\,kg\times(۰\frac{m}{s})^۲=۰$

$K_۵=\frac{۱}{۲}mv_۵^۲=\frac{۱}{۲}\times ۸\,kg\times(۲۰\frac{m}{s})^۲=۱۶۰۰J$

$W_{۰-۵}=K_۵-K_۰=۱۶۰۰(J)-۰(J)=۱۶۰۰J$

$K_{۲۰}=\frac{۱}{۲}mv_{۲۰}^۲=\frac{۱}{۲}\times ۸\,kg\times(۰)^۲=۰$

$W_{۵-۲۰}=K_{۲۰}-K_۵=۰J-۱۶۰۰J=-۱۶۰۰J$

ب.

$W_{t_{۰-۲۰}}=K_{۲۰}-K_۰=۰$

۳. گلوله‌ای به جرم $۵۰۰g$ از ارتفاع $۱۰۰m$ سطح زمین با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ در راستای قائم در حال سقوط است و در لحظهٔ برخورد با زمین تندی آن به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

الف. کار نیروی مقاومت هوا در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ب. نیروی متوسط مقاومت هوا در این جابه‌جایی چند نیوتون است؟

پاسخ:

مجهول

الف) $W_f=?$

ب) $f=?$

داده‌ها

$m=۵۰۰g=۰/۵kg$

$d=۱۰۰m$

$v_۱=۱۰\frac{m}{s}$

$v_۲=۲۰\frac{m}{s}$

$g=۱۰\frac{N}{kg}$

فرمول‌ها و روابط

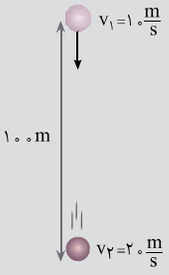
$W_t=K_۲-K_۱$

$W_{mg}=mgh$

$W=(F\cos\theta)d$

حل تشریحی

شکل مقابل حرکت گلوله را نشان می‌دهد:



الف. در این جابه‌جایی دو نیروی وزن و مقاومت هوا بر گلوله اثر می‌کنند. بنابراین کارکل، ناشی از کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا است:

$W_t=W_f+W_{mg}$

می دانیم کار نیروی وزن در جابه‌جایی رو به پایین به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$W_{mg}=+mgh=+mgd=(۰/۵kg)(۱۰\frac{N}{kg})(۱۰۰m)=۵۰۰J$

از طرفی طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم: $W_t=K_۲-K_۱$

$K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}(۰/۵kg)(۱۰\frac{m}{s})^۲=۲۵J$

$K_۲=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲=\frac{۱}{۲}(۰/۵kg)(۲۰\frac{m}{s})^۲=۱۰۰J$

بنابراین: $W_t=K_۲-K_۱=۱۰۰J-۲۵J=۷۵J$

$W_f=W_t-W_{mg}\Rightarrow W_f=-۴۲۵\,J$

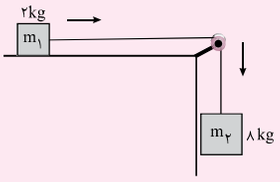
ب.

$W_f=(f\cos\theta)d$

با توجه به این‌که $\theta=۱۸۰^\circ$ است، داریم:

$-۴۲۵J=-f\times ۱۰۰m\Rightarrow f=۴/۲۵N$

۴. سامانهٔ دو جسمی شکل مقابل را در نظر بگیرید. این سامانه از حالت سکون به حرکت در می‌آید و در لحظه‌ای که جابه‌جایی هر یک از وزنه‌ها به $4\ m$ می‌رسد، انرژی جنبشی دستگاه $80\ J$ است. کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی را محاسبه کنید. (از جرم طناب و قرقره صرف‌نظر کنید. $g = 10\frac{N}{kg}$)



پاسخ:

مجهول

$W_{f_k} = ?$

داده‌ها

$v_1 = 0 \Rightarrow K_1 = 0$

$K_2 = 80\ J$

$d = 4\ m$

$m_1 = 2\ kg$

$m_2 = 8\ kg$

$g = 10\frac{N}{kg}$

فرمول‌ها و روابط

$W_t = K_2 - K_1$

$W_{mg} = +mgh$

حل تشریحی

کارکل W_t متشکل از تمامی کارهای انجام شده روی جسم ۱:

کار نیروی عمومی سطح $(W_N) = 0$

کار نیروی وزن $(W_{m_1 g}) = 0$

و تمامی کارهای انجام شده روی جسم ۲ است:

$$W_{m_2 g} = +m_2 g d = (8kg)(10\frac{N}{kg})(4m) = 320\ J$$

$$W_t = W_{f_k} + W_{m_2 g} = K_2 - K_1 = 80\ J$$

$$W_{f_k} + 320 = 80\ J - 0 \Rightarrow W_{f_k} = -240\ J$$

توجه داشته باشید که در سامانه دو جسمی فوق، انرژی جنبشی سامانه به صورت مقابل تعریف می‌شود. $K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$

تمرین‌های امتحانی

۱. با استفاده از جعبهٔ کلمات، عبارت‌های داده شده را کامل کنید.

منفی- مثبت- هم‌جهت- خلاف جهت- انرژی جنبشی- انرژی درونی

الف. وقتی نیروی خالص وارد شده به جسم در حال حرکت با جابه‌جایی آن جسم ..... باشد، کل کار انجام شده روی جسم سبب افزایش ..... آن می‌شود. اگر نیروی خالص و جابه‌جایی جسم در ..... هم باشند، این انرژی کاهش می‌یابد.

ب. وقتی نیروی خالصی به یک جسم وارد می‌شود، اگر کار ..... روی جسم انجام دهد، به معنای دادن انرژی به آن است و اگر کار ..... روی جسم انجام دهد، به معنای گرفتن انرژی از آن است.

۲. جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف. بین کارکل انجام شده روی یک جسم و تغییر انرژی جنبشی آن رابطه‌ای وجود دارد که به ..... معروف است. مطابق آن کارکل انجام شده روی یک جسم با ..... آن برابر است.

ب. قضیه کار- انرژی جنبشی به صورت ..... $W_t =$ بیان می‌شود. هنگامی که $W_t > 0$ است، انرژی جنبشی جسم ..... و هنگامی که $W_t < 0$ است، انرژی جنبشی جسم ..... می‌یابد. هنگامی که ....., انرژی جنبشی نقطهٔ آغاز و پایان یکسان است و تندی آن در هر دو نقطه یکسان است.

۳. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید و صورت صحیح عبارت نادرست را بنویسید.

الف. هنگامی که انرژی جنبشی جسم کاهش یابد، نیروی خالص وارد بر جسم در خلاف جهت جابه‌جایی جسم است.

☐ درست ☐ نادرست

ب. اگر نیروی خالص وارد بر جسم، کار مثبتی روی جسم انجام دهد، انرژی از جسم گرفته است. ☐ درست ☐ نادرست

پ. هنگامی که $W_t < 0$ است، تندی جسم در نقطهٔ آغازین کم‌تر از تندی آن در نقطهٔ پایانی است. ☐ درست ☐ نادرست

ت. قضیه کار- انرژی جنبشی تنها برای حرکت جسم روی مسیر مستقیم معتبر است. اگر جسم روی مسیر منحنی حرکت کند، نمی‌توان از آن استفاده کرد. ☐ درست ☐ نادرست

۴. یک گاری توسط طنابی با تندی ثابت روی زمین کشیده می‌شود. توضیح دهید کارکل انجام شده روی گاری مثبت، منفی یا صفر است؟

۵. اگر با انجام کار W بر روی یک جسم در حال سکون، تندی و انرژی جنبشی جسم v و K شود، با کار $2W$، تندی و انرژی جنبشی جسم چقدر می‌شود؟

۶. اگر نیروی خالص غیر صفری بر جسم، متحرکی وارد شود، آیا ممکن است که کارکل انجام شده روی جسم صفر شود؟ توضیح دهید.

۷. انرژی جنبشی یک اتومبیل وقتی تندی آن از $10\frac{m}{s}$ به $15\frac{m}{s}$ می‌رسد. بیشتر تغییر می‌کند یا زمانی که تندی آن از $15\frac{m}{s}$ به $20\frac{m}{s}$ برسد؟ توضیح دهید.

۸. نیروی خالصی بر جسم ساکنی وارد می‌شود و آن را به سرعت v_1 می‌رساند، نیروی خالص در این عمل، کار W_1 را روی جسم انجام می‌دهد. اگر قرار باشد این جسم از حال سکون به سرعت $3v_1$ برسد، کاری که روی جسم انجام می‌شود باید چند W_1 شود؟

۹. اتومبیلی به جرم $850\,kg$ با تندی $54\frac{km}{h}$ در حرکت است. برای کم کردن سرعت، ترمز می‌گیرد و پس از طی مسافتی، تندی آن به $43/2\frac{km}{h}$ می‌رسد، کل کاری که ترمز روی اتومبیل انجام می‌دهد، چند ژول است؟

۱۰. جعبه‌ای به جرم $600\,g$ را با نیروی افقی $10/5N$ روی سطح افقی می‌کشیم. جعبه از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از پیمودن $4m$ به سرعت $2\frac{m}{s}$ می‌رسد.

الف. کار کل انجام شده روی جعبه را حساب کنید.

ب. کار نیروی اصطکاک و نیروی اصطکاک را حساب کنید.

۱۱. **بالگردی در ارتفاع ۲۰۰ متری با سرعت $۵\frac{m}{s}$ در پرواز است. یک بسته دارو به جرم ۲۵kg را برای کمک به مجروحین رها می‌کند. این بسته را به چتر مناسبی وصل می‌کنند تا با سرعت زیاد به زمین برخورد نکند. اگر بسته با سرعت $۷\frac{m}{s}$ به زمین برسد، کل کار انجام شده روی بسته و کار مقاومت هوا روی بسته را به دست آورید. $(g = ۹/۸\frac{N}{kg})$**

۱۲. **یک خودرو با تندی $۴۵\frac{km}{h}$ از جلوی یک پمپ بنزین می‌گذرد و پس از پیمودن مسافتی پرپیچ و خم، در حالی که کل کار انجام شده تا پمپ بنزین بعدی روی خودرو $۶/۴۵\times ۱۰^۴ J$ است، به پمپ بنزین بعدی می‌رسد. تندی خودرو در پمپ بنزین بعدی را به دست آورید. (جرم خودرو و راننده ۸۶۰ kg است.)**

۱۳. **بالگردی در ارتفاع ۲۵۰ m از سطح زمین برای پریدن چتربازان، تندی خود را تا حالت سکون کم می‌کند و چتربازی که جرمش با چتر ۹۰ kg است، از آن به بیرون می‌پرد و با تندی $۸\frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. اگر تندی چترباز هنگام پرش از بالگرد $۲\frac{m}{s}$ باشد، کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز در طول مسیر سقوط چقدر است؟ $(g = ۹/۸\frac{N}{kg})$**

پاسخ تمرین‌های امتحانی

۱ **الف.** هم‌جهت- انرژی جنبشی- خلاف جهت　　**ب.** مثبت- منفی

۲ **الف.** قضیهٔ کار- انرژی جنبشی، تغییر انرژی جنبشی　　**ب.** $K_۲ - K_۱$، افزایش، کاهش، $W_t = ۰$

۳ **الف.** درست

ب. نادرست، اگر نیروی خالص وارد بر جسم، کار مثبتی انجام دهد، به معنای دادن انرژی به آن جسم است.

پ. نادرست، هنگامی که $W_t < ۰$ است، تندی جسم در نقطهٔ آغازین بیشتر از تندی آن در نقطهٔ پایانی است.

ت. نادرست، قضیهٔ کار- انرژی جنبشی نه تنها برای حرکت جسم بر مسیر مستقیم معتبر است، بلکه اگر جسم روی مسیر خمیده‌ای نیز حرکت کند می‌توان از آن استفاده کرد.

۴ با توجه به ثابت بودن تندی حرکت یعنی $v_۲ = v_۱$، انرژی جنبشی هر دو حالت برابر است، پس $K_۲ - K_۱ = ۰$ و در نتیجه $W_t = ۰$. یعنی کل کار انجام شده روی گاری صفر است.

۵ $v_۱ = ۰$ و $v_۲ = v$ است. بنابراین:

$$W = \frac{۱}{۲}mv^۲ = K$$

$$W' = ۲W = \frac{۱}{۲}mv^۲ + \frac{۱}{۲}mv^۲ = ۲K = ۲(\frac{۱}{۲}mv^۲) = mv^۲ \quad (۱)$$

اگر فرض کنیم برای حالت دوم بتوان نوشت:

$$W' = \frac{۱}{۲}mv'^۲ \quad (۲)$$

و از آن‌جا که $v'^۲ = ۲v^۲$ یعنی $v' = v\sqrt{۲}$، در نتیجه انرژی جنبشی ۲ برابر و تندی حرکت $\sqrt{۲}$ برابر شده است.

۶ خیر، زیرا نیروی خالص غیر صفر، تندی جسم را تغییر می‌دهد، بنابراین انرژی جنبشی تغییر می‌کند و طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی، کار روی جسم انجام می‌شود.

۷

$$W_t=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)\Rightarrow\begin{cases}\frac{۱}{۲}m(۱۵^۲-۱۰^۲)=\frac{۱}{۲}m\times۱۲۵\\ \frac{۱}{۲}m(۲۰^۲-۱۵^۲)=\frac{۱}{۲}m\times۱۷۵\end{cases}$$

بنابراین در حالت دوم تغییر انرژی جنبشی بیشتر است.

۸

$$W=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲-\cancel{\frac{۱}{۲}mv_۰^۲}\Rightarrow W_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$W_۲=\frac{۱}{۲}m(۳v_۱)^۲-\frac{۱}{۲}m(۰)^۲=\frac{۱}{۲}m\times۹v_۱^۲=۹(\frac{۱}{۲}mv_۱^۲)=۹W_۱$$

بنابراین باید ۹ برابر روی جسم کار انجام شود.

۹

$$v_۱=۵۴\frac{km}{h}\times\frac{۱۰^۳m}{۱km}\times\frac{۱h}{۳۶۰۰s}=۱۵\frac{m}{s}\quad،\quad v_۲=۴۳/۲\frac{km}{h}\times\frac{۱۰^۳m}{۱km}\times\frac{۱h}{۳۶۰۰s}=۱۲\frac{m}{s}$$

$$W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}\times۸۵۰\times(۱۲\frac{m}{s})^۲-\frac{۱}{۲}\times۸۵۰\times(۱۵\frac{m}{s})^۲=-۳۴۴۲۵J$$

۱۰ الف.

$$m=۶۰۰g\times\frac{۱۰^{-۳}kg}{۱g}=۰/۶kg\quad،\quad W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\cancel{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲}=\frac{۱}{۲}\times۰/۶kg\times۴\frac{m^۲}{s^۲}=۱/۲J$$

ب.

$$W_F=F_d=۱۰/۵N\times۴m=۶J$$

$$W_t=W_F+W_{f_k}\Rightarrow۱/۲J=۶J+W_{f_k}\Rightarrow W_{f_k}=۱/۲J-۶J=-۴/۸J$$

$$W_{f_k}=(f_k\cos۱۸۰^\circ)d\Rightarrow-۴/۸J=f_k(-۱)\times۴m\Rightarrow f_k=\frac{-۴/۸}{-۴}=۱/۲N$$

۱۱

$$W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=\frac{۱}{۲}(۲۵kg)(۷\frac{m}{s})^۲-\frac{۱}{۲}(۲۵kg)(۵\frac{m}{s})^۲=۳۰۰J$$

$$W_{mg}=mgd\cos۰^\circ=۲۵kg(۹/۸\frac{N}{kg})(۲۰۰m)(۱)=۴۹۰۰۰J$$

$$W_t=W_f+W_{mg}\Rightarrow۳۰۰J=W_f+۴۹۰۰۰J\Rightarrow W_f=۳۰۰J-۴۹۰۰۰J=-۴۸۷۰۰J$$

۱۲

$$v_۱=۴۵\frac{km}{h}\times\frac{۱۰^۳m}{km}\times\frac{۱h}{۳۶۰۰s}=۱۲/۵\frac{m}{s}$$

$$W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$۶/۴۵\times۱۰^۴J=\frac{۱}{۲}(۸۶۰kg)v_۲^۲-\frac{۱}{۲}\times(۸۶۰kg)(۱۲/۵\frac{m}{s})^۲$$

$$۶۴۵۰J+۶۷۱۸۷/۵J=(۴۳۰)v_۲^۲$$

$$v_۲=\frac{۱۳۱۶۸۷/۵}{۴۳۰}=۱۷/۵\frac{m}{s}$$

۱۳

$$W_t=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲-\frac{۱}{۲}v_۱^۲=\frac{۱}{۲}\times۹۰Kg\times(۶۴\frac{m^۲}{s^۲}-۴\frac{m^۲}{s^۲})\Rightarrow W_t=۲۷۰۰J$$

$$W_{mg}=mgd=۹۰kg\times۱۰\frac{N}{kg}\times۲۵۰m=۲۲۵۰۰۰J$$

$$W_t=W_{mg}+W_f\Rightarrow۲۷۰J=۲۲۵۰۰۰J+W_f\Rightarrow W_f=۲۷۰J-۲۲۵۰۰۰J=-۲۲۲۳۰J$$

درس چهارم: رابطهٔ کار و انرژی پتانسیل

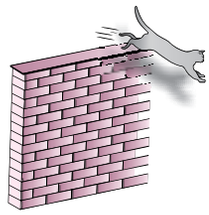
کار و انرژی پتانسیل

در علوم سال هفتم دیدیم که انرژی می‌تواند ذخیره شود. به این نوع از انرژی، انرژی پتانسیل (ذخیره‌ای) می‌گوییم. در مورد این نوع انرژی سه نکتهٔ مهم وجود دارد:

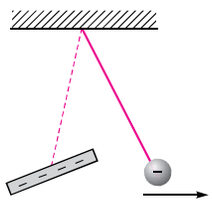
۱. انرژی پتانسیل ویژگی یک سامانه است که از دو یا تعداد بیشتری از اجسام تشکیل شده و نمی‌توان آن را برای یک جسم منفرد تعریف کرد.

۲. انرژی پتانسیل به مکان اجسام سامانه نسبت به یک‌دیگر بستگی دارد.

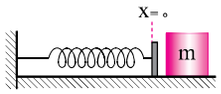
۳. با کاهش انرژی پتانسیل یک سامانه، شکل‌های دیگری از انرژی می‌توانند به وجود آیند. برای مثال در شکل‌های زیر انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی پتانسیل کشسانی و انرژی پتانسیل الکتریکی هر سه به انرژی جنبشی تبدیل می‌شوند.



(انرژی پتانسیل گرانشی در سامانهٔ گربه- زمین، به انرژی جنبشی گربه تبدیل می‌شود.)



(انرژی پتانسیل الکتریکی سامانهٔ میله- گلوله، به انرژی جنبشی گلوله تبدیل می‌شود.)



(انرژی پتانسیل کشسانی سامانهٔ جسم- فنر، به انرژی جنبشی جسم تبدیل می‌شود.)

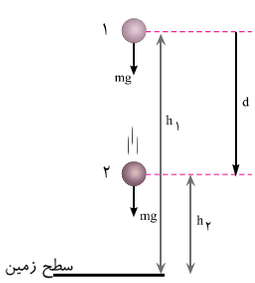
رابطهٔ کار نیروی وزن و انرژی پتانسیل گرانشی

انرژی پتانسیل گرانشی یک سامانهٔ جسم و زمین، به جرم جسم و ارتفاعش از سطح زمین بستگی دارد. اگر جرم جسم را با m و ارتفاعش از سطح زمین را با h نمایش دهیم، انرژی پتانسیل گرانشی چنین سامانه‌ای به صورت مقابل محاسبه می‌شود:

$$U = mgh$$

که m برحسب کیلوگرم (kg)، g بر حسب $\frac{N}{kg}$ یا $\frac{m}{s^2}$، h برحسب متر (m) و U برحسب ژول (J) است.

برای بررسی رابطهٔ کار نیروی وزن و انرژی پتانسیل گرانشی، شکل مقابل را در نظر بگیرید.



کار نیروی وزن در جابه‌جایی روبه پایین این توپ از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲)، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W = (F\cos\theta)d = mg\cos(0^\circ)d = mgd$$

با توجه به شکل می‌توان فهمید که:

$$d = h_1 - h_2$$

بنابراین:

$$W_{mg} = mg(h_1 - h_2) = -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1)$$

با توجه به این‌که $U = mgh$ می‌توانیم کار نیروی وزن را به صورت مقابل بنویسیم:

$$W_{mg} = -(U_2 - U_1)$$

$$W_{mg} = -\Delta U$$

بنابراین کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

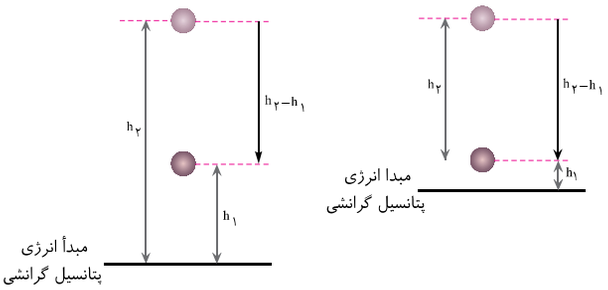
توجه ۱: رابطهٔ بدست آمده برای کار نیروی وزن و انرژی پتانسیل گرانشی، برای هر مسیر و جابه‌جایی دلخواه، برقرار است.

توجه ۲: بدون توجه به مسیر طی شده، کار نیروی وزن برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل است.

$$W = -\Delta U$$

تعیین مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی (ارتفاع صفر)

وقتی با انرژی پتانسیل گرانشی سروکار داریم، می‌توانیم مبدأ $(U = ۰ , h = ۰)$ را در هر ارتفاعی انتخاب کنیم. البته در اغلب مسائل، مبدأ سطح زمین در نظر گرفته می‌شود، اما اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را انتقال دهیم، اگرچه $h_۱$ و $h_۲$ و در نتیجه $U_۱$ و $U_۲$ تغییر می‌کنند، اما در $h_۲ - h_۱$ و در نتیجه $U_۲ - U_۱$ تغییری ایجاد نمی‌شود. از آن‌جایی که در فیزیک تغییر انرژی پتانسیل گرانشی $(\Delta U = U_۲ - U_۱)$ اهمیت دارد نه مقدار U در یک نقطهٔ خاص، تغییر مکان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، تأثیری در فیزیک مسئله نخواهد داشت.



با تغییر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، $h_۲ - h_۱$ تغییر نکرده، در نتیجه $U_۲ - U_۱ = mg(h_۲ - h_۱)$ نیز بدون تغییر باقی می‌ماند.

اشتباه رایج: برخی از دانش‌آموزان به اشتباه U را انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم می‌خوانند در حالی که انرژی پتانسیل گرانشی، یک ویژگی مشترک جسم و زمین است و U را باید انرژی پتانسیل گرانشی سامانهٔ جسم – زمین دانست. رابطهٔ $U = mgh$ نیز شامل هر دو ویژگی جسم (جرم جسم m) و زمین (مقدار g) است.

مثال:

۱. جاهای خالی در جدول زیر را با کلمات مثبت، منفی و صفر پر کنید.

تغییرات ارتفاع	ΔU	W_{mg}
الف. اگر ارتفاع یک جسم نسبت به سطح زمین افزایش یابد.		
ب. اگر ارتفاع یک جسم نسبت به سطح زمین کاهش یابد.		
پ. اگر ارتفاع یک جسم نسبت به سطح زمین ثابت بماند.		

پاسخ:

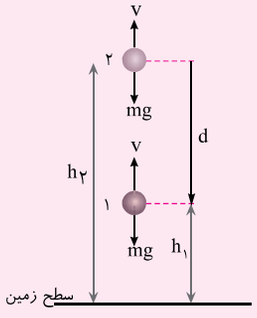
الف. $\Delta U \leftarrow$ مثبت $W_{mg} \leftarrow$ منفی

ب. $\Delta U \leftarrow$ منفی $W_{mg} \leftarrow$ مثبت

پ. $\Delta U \leftarrow$ صفر $W_{mg} \leftarrow$ صفر

۲. رابطهٔ بین کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل را برای جسمی به جرم m که روبه بالا حرکت می‌کند و از سطح زمین دور می‌شود، اثبات کنید. (مقدار g را ثابت فرض کنید.)

پاسخ:



$$W_{mg} = (F\cos\theta)d = mg\cos(۱۸۰^\circ)\, d = -mgd$$

$$d = h_۲ - h_۱$$

$$W_{وزن} = -mgd = -mg(h_۲ - h_۱) = -(mgh_۲ - mgh_۱)$$

چون $U = mgh$ است. با جایگذاری در رابطهٔ W_{mg} خواهیم داشت:

$$W_{وزن} = -(U_۲ - U_۱) = -\Delta U$$

نتیجه می‌گیریم که رابطه $W_{mg} = -\Delta U$ چه در حرکت رو به بالا و چه در در حرکت رو به پایین، برقرار است.

۳. گلوله‌ای به جرم $0/5\,kg$ از ارتفاع $20\,m$ بالای سطح زمین رها شده و تا عمق ۱۰ متر درون چاهی سقوط می‌کند. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

پاسخ:

مجهول

$W_{وزن}=?$

داده‌ها

$m=0/5\,kg$

$h_1=$ ۲۰ متری بالای سطح زمین

$h_2=$ ۱۰ متر زیرزمین

$g=10\frac{N}{kg}$

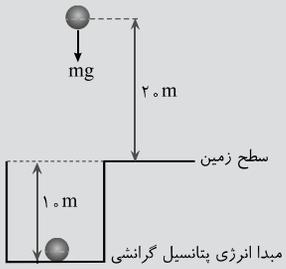
فرمول‌ها و روابط

$W=-\Delta U$

$\Delta U=mg(h_2-h_1)$

حل تشریحی

در این مسئله، برای سادگی در محاسبات می‌توانیم مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی $(h=0)$ را در عمق ۱۰ متری زیرزمین همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، در نظر بگیریم. در این صورت:



$h_1=30\,m$

$h_2=0\,m$

با داشتن h_1 و h_2، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta U=U_2-U_1=mgh_2-mgh_1$$

$$(0/5\,kg)(10\frac{N}{kg})(0\,m)-(0/5\,kg)(10\frac{N}{kg})(30\,m)=-150\,J$$

$$W_{mg}=-\Delta U\Rightarrow W_{mg}=+150\,J$$

۴. بالابری جسم ساکنی به جرم $10\,kg$ را از ارتفاع $10\,m$ از سطح زمین به ارتفاع $20\,m$ از سطح زمین می‌برد و آن را دوباره در حالت سکون قرار می‌دهد. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، کار نیروی بالابر را در این جابه‌جایی محاسبه کنید. $(g=10\frac{N}{kg})$

پاسخ:

مجهول

$W_{بالابر}=?$

داده‌ها

$m=10\,kg$

$h_1=10\,m$

$h_2=20\,m$

$v_1=0\Rightarrow K_1=0$

$v_2=0\Rightarrow K_2=0$

$g=10\frac{N}{kg}$

فرمول‌ها و روابط

$W_t=K_2-K_1$

$W_{وزن}=-\Delta U$

حل تشریحی

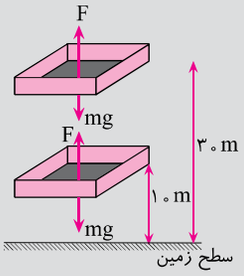
کار کل انجام شده در این جابه‌جایی بر روی جسم به صورت زیر است:

$$W_t=W_{بالابر}+W_{وزن}$$

از قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=K_2-K_1=0$$

$$W_t=0\Rightarrow W_{بالابر}=-W_{وزن}$$



با توجه به رابطهٔ کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی می‌توان نوشت:

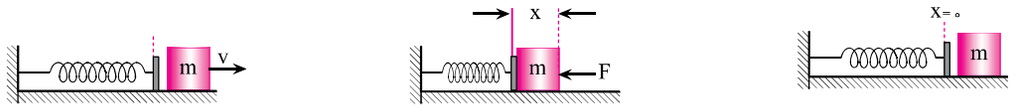
$$W_{بالابر}=-W_{وزن}=-(-\Delta U)=\Delta U$$

$$\Delta U=mgh_2-mgh_1=(10\,kg)(10\frac{N}{kg})(20\,m)-(10\,kg)(10\frac{N}{kg})(10\,m)$$

$$=2000\,J-1000\,J=1000\,J\Rightarrow W_{بالابر}=\Delta U=1000\,J$$

رابطهٔ کار فنر و انرژی پتانسیل کشسانی

فنرها در شکل‌ها و اندازه‌های مختلف، در زندگی روزمره کاربردهای فراوانی دارند. آن‌ها را می‌توان در اتومبیل‌ها، قطارها، ساعت‌ها و برخی از اسباب بازی‌ها مشاهده کرد. برای بررسی انرژی پتانسیل کشسانی جسم- فنر، شکل‌های زیر را در نظر بگیرید:



(الف) (ب) (پ)

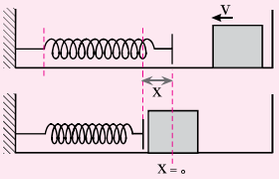
در شکل (الف)، فنر در حال تعادل است، نه متراکم و نه کشیده شده است. بنابراین انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم- فنر، صفر است. در شکل (ب)، جسمی فنر را متراکم می‌کند. در این شرایط فنر نیرویی در خلاف جهت جابه‌جایی جسم به آن وارد می‌کند که باعث انجام کار منفی می‌شود. این کار منفی به صورت انرژی پتانسیل کشسانی در فنر ذخیره می‌شود. رابطهٔ کار فنر و انرژی پتانسیل کشسانی آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}}$$

در شکل (پ)، بعد از حذف نیروی خارجی F، نیروی فنر در سامانهٔ جسم- فنر، روی جسم کار انجام می‌دهد و به صورت انرژی جنبشی در جسم ظاهر می‌شود.

مثال:

مطابق شکل، گلوله‌ای به جرم $۱۰۰\,g$ با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ روی سطحی دارای اصطکاک به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند. در لحظه‌ای که گلوله متوقف می‌شود، به اندازهٔ $۱۰\,J$ انرژی در فنر ذخیره می‌گردد.



الف. کاری که نیروی کشسانی فنر در این جابه‌جایی انجام داده است را محاسبه کنید.

ب. کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی چند ژول است؟

پاسخ:

مجهول

$W_{\text{فنر}} = ?$

$W_{f_k} = ?$

داده‌ها

$m = ۱۰۰g = ۰/۱kg$

$v_۱ = ۲۰\frac{m}{s}$

$v_۲ = ۰\frac{m}{s}$

$U_۱ = ۰ \quad ، \quad U_۲ = ۱۰\,J$

فرمول‌ها و روابط

$W_t = K_۲ - K_۱$

$W = -\Delta U$

حل تشریحی

الف. $W_{\text{فنر}} = -\Delta U = -(U_۲ - U_۱) = -(۱۰J - ۰J) = -۱۰J$

ب. کار کل انجام شده بر روی جسم در این جابه‌جایی ناشی از کار نیروی اصطکاک، کار نیروی وزن، کار نیروی عمودی سطح و کار فنر است:

$W_t = W_{f_k} + W_{\text{وزن}} + W_N + W_{\text{فنر}}$

W_{mg} و W_N به دلیل عمود بودن بردار نیرو بر بردار جابه‌جایی صفر هستند.

$W_t = W_{f_k} + W_{\text{فنر}}$

از طرفی طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم: $W_t = K_۲ - K_۱$

$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۱kg)(۲۰\frac{m}{s})^۲ = ۲۰J$

$K_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۱kg)(۰)^۲ = ۰$

$W_t = K_۲ - K_۱ = ۰ - ۲۰J = -۲۰J$

می‌توانیم W_{f_k} را به صورت زیر به دست آوریم:

$W_{f_k} = W_t - W_{\text{فنر}} = -۲۰J - (-۱۰J) = -۱۰J \Rightarrow W_{f_k} = -۱۰J$

تمرین‌های امتحانی

۱. از داخل پرانتز عبارت صحیح را انتخاب کنید.

الف. انرژی (جنبشی/ پتانسیل) ویژگی یک جسم منفرد نیست، بلکه ویژگی یک سامانه است.

ب. انرژی (جنبشی/ پتانسیل) به حرکت جسم وابسته است.

پ. انرژی پتانسیل به مکان اجسام نسبت به یک‌دیگر (بستگی دارد/ بستگی ندارد.)

ت. هنگامی که جسمی رو به زمین حرکت کند، ارتفاع کاهش می‌یابد، و نیروی وزن (کار منفی/ کار مثبت) انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد.

ث. وقتی دو جسم باردار هم‌نام را به هم نزدیک کنیم، انرژی پتانسیل الکتریکی سامانهٔ دو جسم باردار (کاهش / افزایش) می‌یابد.

ج. کار نیروی فنر در یک جابه‌جایی برابر منفی (انرژی پتانسیل کشسانی/ تغییر انرژی پتانسیل کشسانی) فنر است.

۲. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید و صورت صحیح عبارت‌های نادرست را بنویسید.

الف. انرژی پتانسیل مانند انرژی جنبشی به حرکت جسم وابسته است. ☐ درست ☐ نادرست

ب. هر سامانه می‌تواند دست کم از دو جسم یا تعداد بسیار بیشتری تشکیل شده باشد. ☐ درست ☐ نادرست

پ. کار نیروی وزن برابر با تغییر انرژی پتانسیل گرانشی سامانهٔ جسم- زمین است. ☐ درست ☐ نادرست

ت. هنگامی که جسمی رو به بالا حرکت می‌کند و از زمین دور می‌شود، ارتفاع افزایش می‌یابد، در این صورت کار انجام شده توسط نیروی وزن جسم منفی است و انرژی پتانسیل گرانشی آن افزایش می‌یابد. ☐ درست ☐ نادرست

ث. با کشیدن یا متراکم کردن فنر از مکان تعادلش به وسیلهٔ دست، نیرویی در جهت جابه‌جایی به دست وارد می‌شود.

☐ درست ☐ نادرست

۳. وقتی انرژی پتانسیل یک سامانه کاهش می‌یابد، کاهش این انرژی چه می‌شود؟ (مثال بزنید.)

۴. چرا درست نیست U را انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم بدانیم؟

۵. در هر یک از موارد زیر، نوع انرژی و سامانهٔ مربوط به آن را تعیین کنید.

الف. گلوله‌ای که در فاصله‌ای از زمین نگه داشته شده است.

ب. فنر متراکم شده به وسیله دست

پ. دو بار الکتریکی غیر هم‌نام در فاصلهٔ مشخص از هم

۶. بهداد سلیمی قهرمان وزنه‌برداری سنگین وزن، در حرکت دو ضرب ابتدا وزنهٔ ۲۵۵ kg را به روی شانه می‌کشد (ارتفاع وزنه از زمین در این حالت ۱۶۷ cm است.) سپس با حرکتی موسوم به قیچی، وزنه را به بالای سر می‌برد (فاصلهٔ وزنه تا زمین در این حالت ۲۱۵ cm می‌شود.) کاری که سلیمی در حرکت قیچی انجام می‌دهد را حساب کنید. $(g = 9/8 \frac{N}{kg})$

۷. یک کوه‌نورد به جرم ۸۵kg به قلهٔ ۴۶۵۰ متری علم‌کوه صعود می‌کند. در مسیر صعود راهی را انتخاب می‌کند که باید از یک دیوار بالا برود که فاصله پای آن از سطح دریا ۳۸۵۰ متر است.

الف. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی کوه‌نورد در صعود از این دیواره چقدر است؟

ب. او برای این قسمت از صعود چقدر کار انجام می‌دهد؟

۸. عقاب سرسفید، جرمی بین ۳/۵ kg تا ۱۲/۵ kg دارد. عقابی به جرم ۸ kg را در نظر بگیرید که با تندی $51\frac{km}{h}$ در ارتفاع ۳۰۰۰ متری پرواز می‌کند. انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی این عقاب را حساب کنید.

۹. جرم یک اسکیت‌سوار ۸۴ kg است و از تپه‌ای به ارتفاع ۸ m به تپه‌ای به ارتفاع ۳ m می‌پرد.

الف. انرژی پتانسیل گرانشی اسکیت‌سوار چقدر تغییر می‌کند؟

ب. کار نیروی وزن او در این پرش را حساب کنید.

۱۰. جسمی به جرم ۲۵۰ g به فنری برخورد می‌کند. برای این‌که فنر کاملاً متراکم شود، روی آن ۴/۵ J کار انجام می‌شود.

الف. انرژی پتانسیل کشسانی فنر چقدر تغییر می‌کند؟

ب. انرژی جنبشی و سرعت جسم هنگامی که به فنر برخورد می‌کند، چقدر است؟

۱۱. جسمی به جرم ۴۵۰g با سرعت $8\frac{m}{s}$ به فنری برخورد می‌کند. وقتی فنر کاملاً جمع شد، در آن ۱۴ J انرژی به صورت انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود.

الف. کار فنر روی جسم را به دست آورید.

ب. کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی را حساب کنید.

پاسخ تمرین‌های امتحانی

۱ **الف.** پتانسیل **ب.** جنبشی **پ.** بستگی دارد. **ت.** کار مثبت **ث.** افزایش **ج.** تغییر انرژی پتانسیل کشسانی

---

۲ موارد درست: عبارت‌های «ب» و «ت»

الف. نادرست، انرژی پتانسیل، به مکان اجسام یک سامانه نسبت به هم بستگی دارد.

پ. نادرست، کار نیروی وزن برابر منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی سامانهٔ جسم- زمین است.

ث. نادرست، نیروی کشسانی فنر درخلاف جهت جابه‌جایی است.

---

۳ به شکل‌های دیگری از انرژی تبدیل می‌شود. مثال: در هنگام سقوط یک گلوله به سمت زمین، انرژی پتانسیل گرانشی کاهش می‌یابد و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود.)

---

۴ زیرا انرژی پتانسیل گرانشی، یک ویژگی مشترک سامانهٔ زمین - جسم است و تغییر فاصلهٔ جسم از زمین آن را تغییر می‌دهد (به مکان زمین و مکان جسم وابسته است.)

---

۵ **الف.** انرژی پتانسیل گرانشی و سامانهٔ زمین- گلوله **ب.** انرژی پتانسیل کشسانی و سامانهٔ فنر- دست

پ. انرژی پتانسیل الکتریکی و سامانهٔ دو بار الکتریکی غیرهم‌نام که نیروی جاذبه به هم وارد می‌کنند.

---

۶ $W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = 0$ ، $h_2 = 215cm \times \frac{10^{-2}m}{1cm} = 2/15m$ ، $h_1 = 167cm \times \frac{10^{-2}m}{1cm} = 1/67m$

$$W_{mg} = -(mgh_۲ - mgh_۱) = -[(۲۵۵kg \times ۹/۸\frac{N}{kg} \times ۲/۱۵m) - [(۲۵۵kg \times ۹/۸\frac{N}{kg} \times ۱/۶۷m)] = -۱۱۹۹/۵۲J$$

$$W_t = W_F + W_{mg} \Rightarrow ۰ = W_F + (-۱۱۹۹/۵۲J) \Rightarrow W_F = ۱۱۹۹/۵۲J$$

---

۷ الف.

$$\Delta U = mgh_۲ - mgh_۱ = ۸۵kg \times ۹/۸\frac{N}{kg} \times ۴۶۵۰m - ۸۵kg \times ۹/۸\frac{N}{kg} \times ۳۸۵۰m = ۶۶۶۴۰۰J$$

$$W_{mg} = -\Delta U = -۶۶۶۴۰۰J$$

ب.

$$W_t = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = ۰ \Rightarrow W_t = W_F + W_{mg} \Rightarrow ۰ = W_F + (-۶۶۶۴۰۰) \Rightarrow W_F = ۶۶۶۴۰۰J$$

۸

$$v = ۵۱\frac{km}{h} \times \frac{۱۰^۳ m \times ۱h}{km \times ۳۶۰۰s} = ۱۴/۱۷\frac{m}{s}$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۸kg \times (۱۴/۱۷\frac{m}{s})^۲ = ۸۰۳/۱۶J \quad و \quad U = mgh = ۸kg \times ۹/۸\frac{N}{kg} \times ۳۰۰۰m = ۲۳۵۲۰۰J$$

---

۹ الف.

$$\Delta U = mg(h_۲ - h_۱) = ۸۴kg \times ۹/۸\frac{N}{kg} \times (۳m - ۸m) = -۴۱۱۶J$$

ب.

$$W_{mg} = -\Delta U = -(-۴۱۱۶J) = ۴۱۱۶J$$

---

۱۰ الف.

$$W_{فنر} = -\Delta U_{کشسانی} \quad و \quad W_{فنر} = -۴/۵J \Rightarrow \Delta U_{کشسانی} = ۴/۵J$$

ب.

$$W_{فنر} + W_{وزن} + W_{عمودی\,سطح} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow -۴/۵J + ۰ + ۰ = ۰ - K_۱ \Rightarrow K_۱ = ۴/۵J$$

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow ۴/۵J = \frac{۱}{۲}(۲۵۰g \times \frac{۱۰^{-۳}kg}{g})(v_۱^۲) \Rightarrow v_۱^۲ = ۳۶ \Rightarrow v_۱ = \sqrt{۳۶} = ۶\frac{m}{s}$$

---

۱۱ الف.

$$W_{فنر} = -\Delta U = -۱۴J$$

ب.

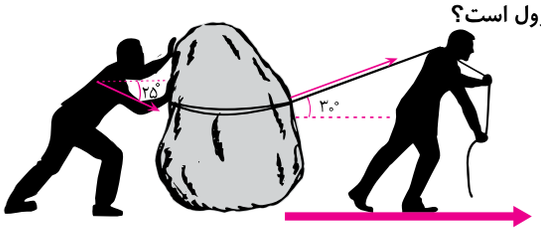
$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}(۴۵۰g \times \frac{۱۰^{-۳}kg}{g}) \times (۸\frac{m}{s})^۲$$

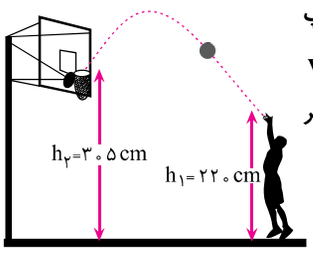
$$K_۱ = ۱۴/۴J \Rightarrow W_t = -۱۴/۴J$$

$$W_t = W_{فنر} + W_{اصطکاکی} + W_{وزن} + W_{عمودی\,سطح} = K_۲ - K_۱$$

$$-۱۴J + W_{اصطکاکی} + ۰ + ۰ = -۱۴/۴J \Rightarrow W_{اصطکاکی} = -۰/۴J$$

نمونه سؤالات امتحانی فصل دوم

ردیف	سؤالات	بارم
۱	**از داخل پرانتز عبارت مناسب را انتخاب کنید.** **الف.** انرژی وابسته به حرکت جسم را انرژی (درونی / جنبشی) می‌نامیم. **ب.** در یک سامانهٔ منزوی، مجموع کل انرژی (کاهش می‌یابد / پایسته می‌ماند). **پ.** کار همان یکای (انرژی / نیرو) را دارد. **ت.** توان، کمیتی (برداری / نرده‌ای) است.	۱
۲	**درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.** **الف.** انرژی جنبشی کمیتی برداری و همواره مثبت است. ☐ درست ☐ نادرست **ب.** هنگامی که $W > 0$ است، انرژی جنبشی جسم افزایش می‌یابد. ☐ درست ☐ نادرست **پ.** کار نیروی وزن به مسیر حرکت جسم بستگی دارد. ☐ درست ☐ نادرست **ت.** سریع انجام گرفتن کار را با کمیتی به نام بازده توصیف می‌کنیم. ☐ درست ☐ نادرست	۱
۳	**به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.** **الف.** آیا انرژی جنبشی جسم می‌تواند منفی باشد؟ چرا؟ **ب.** آیا انرژی پتانسیل گرانشی مربوط به یک جسم است؟ توضیح دهید. **پ.** در چه صورت کار انجام شده روی جسم در یک جابه‌جایی منفی است؟ **ت.** با گرم‌تر شدن جسم کدام انرژی جسم افزایش می‌یابد؟	۲
۴	**برای جسمی در حال سقوط که تنها نیروی وزن به آن وارد می‌شود، پایستگی انرژی مکانیکی را ثابت کنید. (مقاومت هوا در برابر حرکت جسم ناچیز است.)**	۲
۵	**برای استفاده از رابطهٔ $W = Fd$ به منظور محاسبهٔ کار، دو محدودیت وجود دارد، آن‌ها را توضیح دهید.**	۱
۶	**برای آن‌که نیروی خالصی بتواند، جسمی به جرم m را از تندی صفر به v برساند، باید کار W را انجام دهد. اگر قرار باشد این نیرو، جسمی به جرم $3m$ را از تندی صفر به $2v$ برساند، کاری که روی جسم $3m$ انجام می‌شود، چند W است؟**	۱
۷	**در شکل زیر، محمد با نیروی $F_1 = 250/0N$ قطعه سنگ را روی زمین هل می‌دهد و سینا با نیروی $F_2 = 310/0N$ آن را می‌کشد. نیروی اصطکاک جنبشی درخلاف جهت جابه‌جایی و برابر $f_k = 52/0N$ است. کل کار انجام شده روی سنگ وقتی $d = 32/0m$ است، چند ژول است؟** 	۲

ردیف	سؤالات	بارم
۸	**چتربازی به جرم $۹۰/۰\text{kg}$ از بالنی در ارتفاع ۹۵۰m از زمین با تندی $۲/۰۰\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به بیرون می‌پرد. اگر چترباز با تندی $۵/۰۰\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به زمین برسد، کار مقاومت هوا روی چترباز در طول مسیر سقوط را به‌دست آورید. ($g=۹/۸۰\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$)**	۲
۹	**کتابداری در کتابخانه یک کتاب به جرم ۲۰۰g را با دست از ارتفاع $۰/۸۰$ متری زمین بر می‌دارد و آن را در ردیف دیگری به ارتفاع $۱/۴۰\text{m}$ نسبت به زمین قرار می‌دهد. با چشم پوشی از مقاومت هوا، کار نیروی دست در این جابه‌جایی را حساب کنید. ($g=۹/۸\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$)**	۲
۱۰	**شکل مقابل، یک بازیکن بسکتبال را نشان می‌دهد که در حال پرتاب توپ به سمت سبد است. تندی توپ موقع جدا شدن از دست بازیکن $v_۱=۸\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. با نادیده گرفتن مقاومت هوا، تندی توپ هنگام رسیدن به حلقه چند متر بر ثانیه است؟ ($g=۹/۸\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$)** 	۲
۱۱	**جسمی به جرم ۵۰۰g با تندی $۸/۰۰\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به فنری برخورد کرده آن را فشرده می‌کند.** **الف.** انرژی جنبشی جسم قبل از برخورد به فنر چقدر است؟ **ب.** اگر کار نیروی فنر $W_{\text{فنر}}=-۴/۰۰\text{J}$ باشد، بیشترین انرژی پتانسیل ذخیره شدهٔ سامانهٔ جسم – فنر چند ژول است؟ **پ.** کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی چقدر است؟	۲
۱۲	**توان ورودی موتور یک آسانسور $۹/۰۰\text{kW}$ است. این آسانسور ۸ مسافر را با تندی ثابت در مدت ۳/۰۰ دقیقه تا ارتفاع $۹۰/۰\text{m}$ بالا می‌برد، جرم آسانسور ۹۰۰kg است و جرم هر مسافر ۸۰kg است. ($g=۹/۸\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$)** **الف.** توان متوسط موتور آسانسور چند کیلووات و چند اسب بخار است؟ **ب.** بازدهٔ آسانسور را حساب کنید.	۲
	جمع نمره	۲۰

پاسخنامه نمونه سؤالات امتحانی فصل دوم

۱ **الف.** جنبشی　　**ب.** پایسته می‌ماند.
پ. انرژی　　**ت.** نرده‌ای

۲ **الف.** نادرست　　**ب.** درست
پ. نادرست　　**ت.** نادرست

۳ **الف.** خیر، زیرا در رابطه انرژی جنبشی $K=\frac{1}{2}mv^2$، جرم همواره مثبت است و v^2 (مربع تندی) عددی مثبت است.

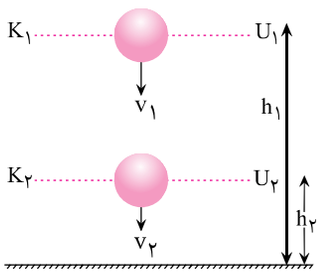
ب. خیر، انرژی پتانسیل گرانشی یک ویژگی مشترک جسم و زمین است و برای سامانهٔ متشکل از این دو تعریف می‌شود.

پ. در صورتی که جابه‌جایی در خلاف جهت مولفهٔ افقی نیرو باشد، $\theta=180^\circ \Rightarrow W=F(d\cos\theta)=-Fd$

ت. انرژی درونی جسم

۴ در جابه‌جایی جسم از ارتفاع h_1 به h_2، انرژی جنبشی از K_1 به K_2 و انرژی پتانسیل سیستم جسم - زمین از U_1 به U_2 تغییر می‌کند. با توجه به رابطهٔ کار و انرژی پتانسیل می‌نویسیم.

$$W_{وزن}=-(U_2-U_1) \qquad (1)$$



از آن‌جا که در طول مسیر، تنها نیروی وزن به جسم وارد می‌شود، کار کل انجام شده روی جسم برابر کار نیروی وزن است. بنا به قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=W_{وزن}=K_2-K_1 \qquad (2)$$

با مقایسه رابطهٔ (۱) و (۲) می‌توانیم بنویسیم:

$$K_2-K_1=-(U_2-U_1)\Rightarrow K_1+U_1=K_2+U_2$$

و از آن‌جا که مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل برای هر جسم انرژی مکانیکی نام دارد $(E=K+U)$ نتیجه می‌گیریم:

$$E_1=E_2$$

۵ ۱. نیروی ثابت وارد بر جسم باید با جابه‌جایی هم‌جهت باشد.
۲. باید بتوان جسم را مانند یک ذره فرض کرد.

۶

$$W=\frac{1}{2}mv^2$$

$$W'=\frac{1}{2}m'v'^2=\frac{1}{2}(3m)(2v)^2=\frac{1}{2}\times 3m\times 4v^2=12(\frac{1}{2}mv^2)$$

$$W'=12W$$

۷ کار انجام شده توسط محمد روی جسم برابر است با:

$$W_1=(F_1\cos\theta_1)d=250/0N\times 0/86\times 32m=6880J$$

کاری که سینا روی جسم انجام می‌دهد برابر است با:

$$W_2=(F_2\cos\theta_2)d=310/0N\times 0/91\times 32m=9027/2J$$

کار نیروی اصطکاک روی جسم برابر است با:

$$W_3=(f_k\cos 180^\circ)d=52N\times(-1)\times 32m=-1664J$$

کار کل، از جمع جبری کار انجام شده توسط تک‌تک نیروها به‌دست می‌آید. کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است.

$$W_{وزن}=(mg\cos 90^\circ)d=0,\ W_N=(N\cos 90)d=0$$

$$W_t=W_1+W_2+W_3+W_{mg}+W_N$$

$$=6880J+9027/2J+(-1664J)$$

$$W_t=14243/2J$$

۸ با توجه به قضیهٔ کار - انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t=K_2-K_1=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=$$

$$\frac{1}{2}(90/0kg)(5/00\frac{m}{s})^2-\frac{1}{2}\times(90/0kg)(2/00\frac{m}{s})^2=$$

$$1125J-180J=945J\Rightarrow W_t=945J$$

نیروهای وزن و مقاومت هوا به جسم وارد می‌شود، بنابراین:

$$W_t=W_{وزن}+W_{مقاومت\ هوا}$$

کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{وزن}=-(U_2-U_1)=-(mgh_2-mgh_1)$$

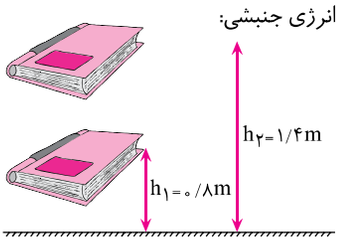
$$=-(90/0kg\times 9/80\frac{m}{s^2}\times 0m-90/0kg\times 9/80\frac{m}{s^2}\times 950m)$$

$$=837900J$$

$$W_t=W_{وزن}+W_{مقاومت\ هوا}\Rightarrow 945J=837900J+W_{مقاومت\ هوا}$$

$$W_{مقاومت\ هوا}=-836955J$$

۹ با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی:



$$W_t = W_{وزن} + W_{دست} = K_۲ - K_۱$$

از آن‌جا که در ابتدا و انتهای مسیر، کتاب ساکن است. $\Delta K = ۰$ بنابراین:

$$W_{وزن} + W_{دست} = ۰ \Rightarrow W_{دست} = -W_{وزن} \qquad (۱)$$

از طرفی کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{وزن} = -(U_۲ - U_۱) = -(mgh_۲ - mgh_۱)$$

$$-mg(h_۲ - h_۱) =$$

$$-(۰/۲kg \times ۹/۸\frac{m}{s^۲})(۱/۴m - ۰/۸m) = -۱/۱۷۶J$$

و با توجه به رابطهٔ (۱): $W_{دست} = -(-۱/۱۷۶J) = ۱/۱۷۶J$

---

۱۰ با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲$$

$$\frac{۱}{۲} \times (۸\frac{m}{s})^۲ + (۹/۸\frac{m}{s^۲}) \times (۲/۲m) =$$

$$\frac{۱}{۲} \times v_۲^۲ + (۹/۸\frac{m}{s^۲})(۳/۰۵m)$$

$$v_۲^۲ = ۴۷/۳۴ \Rightarrow v_۲ = ۶/۸۸\frac{m}{s}$$

۱۱ **الف.** انرژی جنبشی برابر است با:

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \times (۰/۵kg) \times (۸/۰۰\frac{m}{s})^۲ = ۱۶J$$

ب. کار نیروی فنر برابر است با:

$$W_{فنر} = -\Delta U_{کشسانی}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{کشسانی} = -W_{فنر} = -(-۴J) = ۴J$$

پ. $W_{فنر} + W_{اصطکاک} + W_{وزن} + W_{عمودی\ سطح} = K_۲ - K_۱$

$$-۴J + W_{اصطکاک} + ۰ + ۰ = ۰ - ۱۶J$$

$$W_{اصطکاک} = -۱۶J + ۴J = -۱۲J$$

---

۱۲ **الف.**

$$m = ۸ \times ۸۰kg + ۹۰۰kg = ۱۵۴۰kJ$$

$$W_{وزن} + W_{موتور} = K_۲ - K_۱$$

$$-mg(h_۲ - h_۱) + W_{موتور} = ۰ - ۰$$

$$W_{موتور} = mg(h_۲ - h_۱) = ۱۵۴۰kg \times ۹/۸\frac{m}{s^۲}(۹۰m - ۰)$$

$$W_{موتور} = ۱۳۵۸۲۸۰J$$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{۱۳۵۸۲۸۰}{۱۸۰} = ۷۵۴۶W = ۷/۵۴kW$$

$$\bar{P} = ۷۵۴۶W \times \frac{۱hP}{۷۴۶w} = ۱۰/۱hP$$

ب.

$$بازده = \frac{P_{خروجی}}{P_{ورودی}} \times ۱۰۰ = \frac{۷/۵۴۶kW}{۹kW} \times ۱۰۰ = ۸۳/۸٪$$