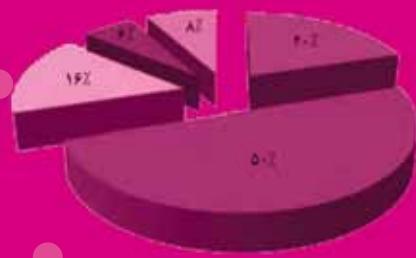


%۱۵



## واحد ۵ درصد

%۲۰

● شناخت مفهوم درصد

● کاربرد درصد

● درصدهای متوالی

%۱۵

طلاگرانترین و با ارزشترین فلز طبیعت، معمولاً به صورت آلیاژ همراه با فلزات دیگر استفاده می‌شود. مس رایج‌ترین فلز برای ساخت آلیاژ طلاست و گاهی از فلزات دیگری مثل نقره، نیکل و پالادیم هم استفاده می‌شود. درصد طلای موجود در هر مصنوع فلزی به عنوان عیار طلا نامیده می‌شود که معمولاً با واحد ۲۴ یا واحد ۱۰۰۰ بیان می‌شود. مثلاً طلای ۱۸ عیار (۷۵۰) حاوی ۷۵ درصد طلاست و طلای ۹۰۰ شامل ۹۰ درصد طلاست.



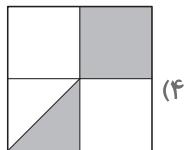
%۸۰



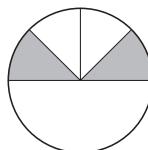
## پیش‌آزمون



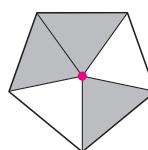
۱. کدام یک از شکل‌های زیر  $\frac{6}{10}$ % را نشان می‌دهد؟



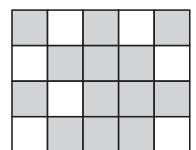
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۲. کدام یک از مقادیر زیر درصد بیشتری را شامل می‌شود؟

- الف.  $50\%$  گرم از  $2$  کیلوگرم      ب.  $300$  هزار تومان از  $1$  هزار تومان  
 (۴) هر  $3$  مقدار برابرند.      (۳) پ      (۲) ب      (۱) الف

۳. نصف  $\frac{4}{5}$  از عددی چند درصد از  $\frac{3}{5}$  آن بزرگ‌تر است؟

- (۴)  $\frac{25}{200}$       (۳)  $\frac{20}{150}$       (۲)  $\frac{15}{100}$       (۱)  $\frac{10}{90}$

۴. قیمت پشت ویترین کالایی  $300$  تومان است. اگر بخواهیم کالا را با  $15\%$  تخفیف بفروشیم، باید به چه قیمتی کالا را بفروشیم؟

- (۴)  $2550$       (۳)  $450$       (۲)  $2700$       (۱)  $900$

۵. قیمت بهای تمام شده‌ی کالایی معادل  $25000$  تومان می‌باشد. فروشنده‌ی خواهد  $40\%$  سود ببرد، باید کالا را چند تومان بفروشد؟

- (۴)  $45000$       (۳)  $40000$       (۲)  $35000$       (۱)  $30000$

۶. طول ضلع یک مربع  $2$  برابر شده است. مساحت مربع چند درصد افزایش یافته است؟

- (۴)  $400\%$       (۳)  $300\%$       (۲)  $200\%$       (۱)  $100\%$

۷. جمیت یک شهر سال اول  $100000$  نسبت به ابتدای سال و سال دوم  $20\%$  نسبت به ابتدای سال افزایش پیدا می‌کند. اگر در

آغاز سال جمعیت شهر  $100000$  نفر بوده باشد، در پایان سال دوم جمعیت شهر چند نفر شده است؟

- (۴)  $132000$       (۳)  $110000$       (۲)  $122000$       (۱)  $130000$

۸. پارچه‌ای به طول  $3$  متر داریم که در هر بار شستن به اندازه‌ی  $20\%$  آب می‌رود. پس از  $2$  بار شستشو طول پارچه چه

مقدار می‌شود؟

- (۱)  $192$  سانتی‌متر      (۲)  $240$  سانتی‌متر      (۳)  $260$  سانتی‌متر      (۴)  $180$  سانتی‌متر

۹. به کالایی که قیمت آن  $40000$  تومان است به اندازه‌ی  $20\%$  تخفیف تعلق گرفت. فروشنده‌ی جدید فروشگاه که اطلاعی

از میزان تخفیف نداشت به اندازه‌ای روی کالای تخفیفی سود کشید که مجدداً به مقدار اولیه برگردد. محاسبه کنید چند درصد سود روی کالا کشیده شده است؟

- (۱)  $20\%$       (۲)  $25\%$       (۳)  $30\%$       (۴)  $40\%$

۱۰. یک سالن تئاتر در روزهای تعطیل هفت‌های بليط‌های ورودی را با  $40\%$  افزایش قیمت می‌فروشد و در پایان تعطیلات مجدداً به

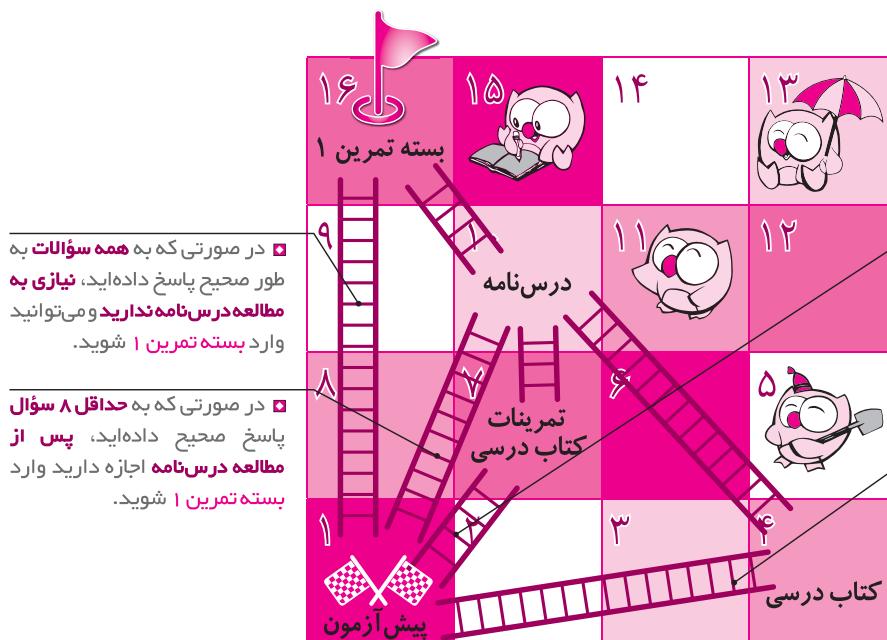
حالت اولیه بر می‌گرداند. محاسبه کنید بليط‌ها در روزهای عادی تقریباً چند درصد کم‌تر از روزهای تعطیل فروخته می‌شود؟

- (۱)  $35\%$       (۲)  $28/5$       (۳)  $30\%$       (۴)  $40\%$



**توجه:** حالا با توجه به تعداد سؤالاتی که پاسخ صحیح داده اید از یکی از نردهانهای نشان داده شده در نقشه بالا بروید تا به خانه‌ی بعدی بررسی و به مطالعه‌ی عنوان آمده در آن خانه بپردازید.

### نقشه راه داشتن آموز



■ در صورتی که به همه سؤالات به طور صحیح پاسخ داده اید، نیازی به مطالعه درس نامه ندارید و می‌توانید وارد بسته تمرین ۱ شوید.

■ در صورتی که به حداقل ۸ سؤال پاسخ صحیح داده اید، پس از مطالعه درس نامه اجازه دارید وارد بسته تمرین ۱ شوید.

■ در صورتی که به بین ۶ یا ۷ سؤال پاسخ صحیح داده اید، ابتدا تمرینات کتاب درسی خود را مجدد حل کرده و سپس درس نامه را مطالعه کنید و بعد از آن اجازه دارید وارد بسته تمرین ۱ شوید.

■ در صورتی که به کمتر از ۶ سؤال پاسخ صحیح داده اید، ابتدا کتاب درسی خود را مجدد مطالعه کرده و سپس درس نامه را مطالعه کنید و پس از آن اجازه دارید وارد بسته تمرین ۱ شوید.

### شناختن سؤالات پیش آزمون



شماره سؤال	عنوان زیرموضع	پاسخ	سلع سؤال	شماره سؤال	عنوان زیرموضع	پاسخ	سلع سؤال
۳	کاربرد درصد	۶	شناخت مفهوم درصد	۱	شناخت مفهوم درصد	۲	
۴	درصدهای متواالی	۷	شناخت مفهوم درصد	۲	شناخت مفهوم درصد	۳	
۱	درصدهای متواالی	۸	شناخت مفهوم درصد	۴	کاربرد درصد	۴	
۲	درصدهای متواالی	۹	کاربرد درصد	۵	کاربرد درصد	۵	
۲	درصدهای متواالی	۱۰					

در واحد قبل با تناسب آشنا شدیم و آموختیم که از تناسب برای پیدا کردن مقداری مجھول با استفاده از مقادیر داده شده که با هم رابطه‌ای منطقی دارند، استفاده می‌شود.

بی‌شک واژه‌ی درصد را پیش از این شنیده‌اید. به طور مثال هنگامی که پشت ویترین یک مغازه واژه‌ی  $30\%$  تخفیف را مشاهده می‌کنید یا در اخبار پژوهشی می‌شنویم که درصدی از وزن بدن را آب تشکیل می‌دهد یا این که تصادفات جاده‌ای امسال نسبت به سال گذشته  $10\%$  درصد کاهش یافته است. در اینجا می‌خواهیم نوعی تناسب را در مقیاس  $0\text{--}100$  بررسی کنیم، واژه‌ای که «درصد» نام دارد.

## درصد و کسر

کلمه‌ی درصد به معنای یافتن یک مقدار در  $100\%$  واحد عددی می‌باشد. (به عبارت دیگر اگر یک شیء را  $100\%$  قسمت مساوی کنیم مقدار متناسب مورد نظر چند واحد از این  $100\%$  قسمت را شامل می‌شود). ابتدایی‌ترین روش برای یافتن درصد یک مقدار،  $100\%$  قسمت کردن عدد است. اگر عدد مورد نظر به صورت کسری باشد کافیست مخرج کسر را به  $100$  تبدیل کنیم، آن‌گاه صورت کسر بیان کننده‌ی میزان درصد خواهد بود.

**نکته:** کسرهایی که مخرج آنها به صورت  $2, 4, 8, \dots$  ( فقط حاصل ضرب‌های عدد  $2$  در خودش) یا  $5, 25, 125, \dots$  ( فقط حاصل ضرب‌های عدد  $5$  در خودش) باشند، کافیست اعداد مضرب  $2$  را در اعداد مضرب  $5$  و برعکس ضرب کنید تا مخرج آنها به  $100$  تبدیل شود.

**مثال:**  $\frac{3}{5}$  برابر چند درصد است؟

$$\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = \frac{60}{100} = 60\% \quad (\text{مخرج کسر را با ضرب عدد } 2 \text{ به مضرب } 100 \text{ تبدیل می‌کنیم})$$

**پاسخ:**

**مثال:** نصف ربع عددی چند درصد است؟

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1 \times 125}{8 \times 125} = \frac{125}{1000} = \frac{125}{100} \times \frac{1}{100} = 12.5\% \quad (\text{مخرج کسر را با ضرب عدد } 2 \text{ به مضرب } 100 \text{ تبدیل می‌کنیم})$$

**پاسخ:**

در مثال گفته شده عدد  $\frac{125}{1000}$  را به صورت حاصل ضرب  $\frac{1}{100}$  در  $\frac{125}{100}$  به معنای درصد و  $\frac{125}{100}$  یا  $12.5\%$  بیان کننده‌ی میزان درصد می‌باشد.

## درصد و عدد اعشار

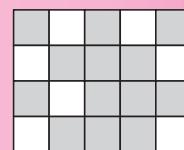
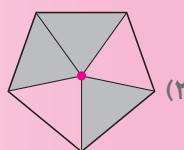
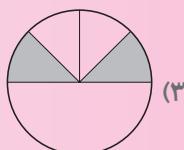
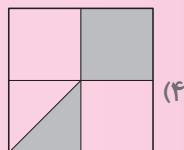
در سال گذشته با اعداد اعشاری آشنا شدیم. از آنجا که هر عدد اعشاری دارای نمایش کسری است، پس نشان‌دهنده‌ی مقدار درصدی نیز می‌باشد. به طور مثال وقتی می‌شنویم  $4/10$  یک کیک خورده شده است یعنی میزان  $\frac{4}{10}$  یا  $40\%$  کیک خورده شده است.

**توجه:** اعداد اعشاری به علت آن که در مقیاس دهم، صدم، هزارم، ... می‌باشند به راحتی به درصد تبدیل می‌شوند.

**مثال:**  $350\text{ g}$  چند درصد  $1\text{ kg}$  کیلوگرم است؟

$$\text{پاسخ: } 1\text{ kg} = 1000\text{ g} \quad 350\text{ g} = \frac{350}{1000} = 35\%$$

**نکته:** هرگاه از روی شکل بخواهیم مقدار درصد را بیابیم، باید شکل را به  $100\%$  قسمت مساوی تقسیم کنیم. اگر این روش امکان‌پذیر نبود می‌توان شکل را به  $10\%$  قسمت مساوی تبدیل کرده و درصد مربوطه را با تبدیل به دست آورد. در مواردی که مخرج کسر به مضارب  $100$  تبدیل می‌شود (مانند مخرج  $5, 4, \dots$ ) ابتدا کسر مورد نظر را می‌باییم و با تبدیل، درصد آن را به دست آوریم.


 ۱. کدام یک از شکل‌های زیر مقدار  $60\%$  را نشان می‌دهد؟


پاسخ: گزینه‌ی «۲» به ترتیب تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$\text{«۱»} : \frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{100} = 65\%$$

$$\text{«۲»} : \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 60\%$$

$$\text{«۳»} : \frac{2}{8} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 25\%$$



$$\text{«۴»} : \frac{3 \times 5}{8 \times 5} = \frac{15 \times 5}{40 \times 5} = \frac{75}{200} = \frac{375}{1000} = 37.5\%$$



ابندا شکل را به قطعات مساوی تقسیم می‌کنیم.  
توجه کنید که مقدار  $\frac{375}{1000}$  را به  $\frac{1}{100}$  تبدیل می‌کنیم که  $\frac{1}{100}$  بیان کنندهٔ درصد و  $\frac{375}{1000}$  یا  $37.5\%$  نیز نشان‌دهندهٔ مقدار درصد می‌باشد.

### جدول درصد

به جز تبدیل مقدار عددی به کسر برای یافتن درصد، می‌توان از جدول درصد نیز استفاده کرد. به این صورت که همیشه مقدار کل داده شده در صورت سؤال را برابر  $100\%$  قرار داده و مقدار مورد نظر را بالای مقدار کل قرار می‌دهیم و اگر درصد مورد نظر داده شده باشد مقدار درصد را در جدول بالای عدد  $100\%$  قرار می‌دهیم تا با یک تناسب، مقدار مورد نظر را بیابیم.

چیدمان جدول درصد در اکثر موارد به صورت روبرو می‌باشد.

مقدار درصد	میزان خواسته شده بخشی از واحد
کل واحد	۱۰۰

**مثال:** کامران مجبور است هر روز  $30\%$  درصد مسافت خانه تا مدرسه را پیاده برود. اگر فاصلهٔ بین خانه تا منزل کامران  $1$  کیلومتر باشد، کامران چند متر باید پیاده بود؟

**پاسخ:** چون یافتن درصد عدد  $1$  کیلومتر دشوار است، ابتدا کیلومتر را به متر تبدیل می‌کنیم و پس از آن  $30\%$  درصد از مسافت را می‌یابیم.

$\square$	$30$
متر	۱۰۰

$\rightarrow \square = 30 \times 100 = 3000$  متر است. (کامران هر روز  $3000$  متر پیاده می‌رود). متر  $3000$  درصد از مسافت  $30\%$  است.

**مثال:**  $5$  دقیقه و  $60$  ثانیه چند درصد از یک ساعت است؟

**پاسخ:**  $5' = 5 \times 60 = 300'' \rightarrow 300'' + 60'' = 360'' = 360\text{ ثانیه} = 360\text{ ساعت}$

$360$	$\square$
$3600$	۱۰۰

$\rightarrow \square = 360 \div 36 = 10\%$  از یک ساعت است.



۲. کدام یک از مقادیر زیر درصد بیشتری را شامل می‌شود؟

- الف. ۵۰ گرم از ۲ کیلوگرم    ب. ۳ سانتیمتر از یک متر    پ. ۶ هزار تومان از ۳۰ هزار تومان  
 (۴) هر ۳ مقدار برابرند.      (۳) پ      (۲) ب      (۱) الف

**پاسخ:** گزینه‌ی «۲» می‌دانیم که ۱ کیلوگرم معادل ۱۰۰۰ گرم است و اگر بخواهیم آن را به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم هر قسمت ۱۰ گرم خواهد داشت به عبارت دیگر ۱٪ از ۱ کیلوگرم برابر ۱۰ گرم است. بنابراین هر ۱٪ از ۲ کیلوگرم معادل ۲۰ گرم است. با تقسیم ۵۰ گرم به ۲۰ گرم مقدار مورد نظر  $\frac{5}{2}$  را می‌یابیم.  
 البته با روش جدول راحت‌تر به جواب مورد نظر می‌رسیم.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 50 & \square \\ \hline 2000 & 100 \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = \frac{50 \times 100}{2000} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

یادآوری: ۱ متر = ۱۰۰ سانتیمتر

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & \square \\ \hline 100 & 100 \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = \frac{3 \times 100}{100} = 3\%$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 6 & \square \\ \hline 300 & 100 \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = \frac{6 \times 100}{300} = 2$$

**مثال:** فرض کنید در تولد شما  $\frac{3}{5}$  از کیک خورده شده است. پس از پایان جشن شما ربع کیک باقی‌مانده را به کودکی نیازمند می‌دهید. اگر وزن کیک  $\frac{2}{5}$  کیلوگرم بوده باشد، کودک چند گرم از کیک شما را خورده است؟

**پاسخ:** برای حل این گونه مسائل همان‌طور که در واحد کسر آموختیم ربع باقی‌مانده کیک را می‌یابیم و پس از آن مقدار مورد نظر را به درصد تبدیل می‌کنیم.

$\frac{1}{4}$  کیک به کودک داده شده است که معادل ۱۰ درصد می‌باشد.

می‌دانیم:  $\frac{2}{5}$  کیلوگرم = ۲۵۰۰ گرم

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 10 & \square \\ \hline 100 & 2500 \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = 25 \times 10 = 250$$

کودک ۲۵۰ گرم از کیک را خورده است.



۳. نصف  $\frac{4}{5}$  از عددی چند درصد از ثلث  $\frac{3}{5}$  آن بزرگ‌تر است؟

- (۱) ۱۰٪    (۲) ۱۵٪    (۳) ۲۰٪    (۴) ۲۵٪

**پاسخ:** گزینه‌ی «۳» ابتدا مقدار درصد خواسته شده‌ی هر عدد را می‌یابیم.

$$\text{نصف} \frac{4}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 40\%$$

$$\rightarrow 40\% - 20\% = 20\%$$

$$\text{ثلث} \frac{3}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5} = 20\%$$

$$\rightarrow 40\% - 20\% = 20\%$$

### کاربرد درصد

همان طور که می‌دانید تاجران و فروشنده‌گان مقداری از مبلغ خرید اجناس را به عنوان سود خود در نظر گرفته و قیمت نهایی را بالاتر از قیمت اصلی محاسبه می‌کنند. به عنوان مثال وقتی می‌گوییم «بانک‌ها با سود ۳۴ درصد وام می‌دهند» به این معنا می‌باشد که مشتری موظف است ۳۴ درصد بیشتر از مبلغ گرفته شده را به بانک پس بدهد یا هنگامی که می‌گوییم ۱۰ درصد زیان کرده‌ایم به این معنا است که به اندازه‌ی ۱۰ درصد از قیمت یک کالا، کمتر از میزان واقعی فروش کرده‌ایم.

**مثال:** ۲ فروشنده کالایی را با قیمت ۳۰۰۰ تومان خریدند. فروشنده‌ی اول با ۱۰٪ سود و فروشنده‌ی دوم با ۱۰٪ ضرر فروخت. قیمت فروش هر کدام چقدر است؟

۱۰	□
۱۰۰	۳۰۰۰

→  $\square = 10 \times 30 = 300$

$\times 30$

**پاسخ:** ابتدا ۱۰ درصد از ۳۰۰۰ تومان را می‌باییم.

پس فروشنده‌ی اول ۳۰۰۰ تومان بیشتر از ۳۰۰۰ تومان کمتر از آن ۳۰۰۰ تومان فروش کرده است.

قیمت فروش  $= 3000 + 300 = 3300$  : فروشنده‌ی اول

قیمت فروش  $= 3000 - 300 = 2700$  : فروشنده‌ی دوم



۴. قیمت پشت ویترین کالایی ۳۰۰۰ تومان است. اگر بخواهیم کالا را با ۱۵٪ تخفیف بفروشیم باید به چه قیمتی کالا را بفروشیم؟

(۱) ۹۰۰      (۲) ۲۷۰۰      (۳) ۴۵۰      (۴) ۲۵۵۰

**پاسخ:** گزینه‌ی «۴». قیمت کل کالا را معادل ۱۰۰٪ درنظر گرفته و ۱۵ درصد از آن را محاسبه کرده و از قیمت کل

کم می‌کنیم. زیرا تخفیف به معنای دادن مبلغی کمتر از قیمت اصلی کالا می‌باشد.

تخفیف	۱۵	□
کل قیمت	۱۰۰	۳۰۰۰
	$\times 30$	

(میزان تخفیف کالا)  $\rightarrow \square = 15 \times 30 = 450$

(میزان پرداختی کالا)  $3000 - 450 = 2550$

**نکته:** می‌توان برای به دست آوردن میزان پرداختی در تخفیف یک کالا، ابتدا میزان تخفیف در سؤال را از ۱۰۰ درصد کم کرده و با مقدار به دست آمده تناسب را ایجاد کرد تا با یک بار محاسبه، میزان پرداختی را بیابیم.

در سؤال قبل به جای محاسبه‌ی ۱۵٪ تخفیف، ۸۵٪ پرداختی را محاسبه می‌کنیم:

میزان پرداخت	۸۵	□
	$\times 30$	
	$100$	۳۰۰۰

→  $\square = 85 \times 30 = 2550$

**نکته:** برای به دست آوردن میزان درصد یک عدد کافیست مقدار درصد را در عدد مربوطه به صورت کسری ضرب کنیم.

**مثال:** ۳٪ از ۱۵۰ برابر است با:

**نکته:** برای به دست آوردن میزان درصدی از یک درصد دیگر می‌توان درصدها را در هم ضرب کرد. با این روش فقط یک بار نیاز به محاسبه‌ی درصد کل می‌باشد.

**مثال:** ۲۰ درصد از ۳۰ درصد پولی چند درصد از آن می‌باشد؟

**پاسخ:** با توجه به نکته‌ی گفته شده داریم:

$$\frac{20}{100} \times \frac{30}{100} = \frac{600}{10000} = \frac{6}{100} = 6\%$$



۵. قیمت بهای تمام شدهی کالایی معادل ۲۵۰۰۰ تومان می‌باشد. فروشنده می‌خواهد ۴۰٪ سود ببرد، باید کالا را چند تومان بفروشد؟

(۱) ۳۰۰۰۰

(۲) ۳۵۰۰۰

(۳) ۴۰۰۰۰

(۴) ۴۵۰۰۰

سود	۴۰	□
قیمت کل	۱۰۰	۲۵۰۰۰

$\times 25\%$

پاسخ: گزینه‌ی «۲» ابتدا ۴۰٪ سود را محاسبه کرده و به قیمت اصلی اضافه می‌کنیم.

$$\rightarrow \square = ۴۰ \times ۲۵۰ = ۱۰۰۰ = ۲۵۰۰۰ + ۱۰۰۰۰ = ۳۵۰۰۰$$

نکته: برای به دست آوردن مقدار سود کافیست میزان سود را با ۱۰۰ درصد جمع کرده و بر مبنای آن مقدار را بیابیم به طور

$$\text{مثال در سؤال قبل، میزان پرداختی } ۱۴۰ \text{ درصد باید باشد:} \\ \%_{100} + \%_{40} = \%_{140} \rightarrow \frac{140}{100} \times ۲۵۰۰۰ = ۳۵۰۰۰$$

### افزایش درصدی

در تغییرات عددی به صورت درصد توجه کنید که مقدار اولیه همواره به صورت ۱۰۰ درنظر گرفته می‌شود. بنابراین هنگامی که می‌گوییم به قیمت کالایی ۱۰٪ اضافه شده است یعنی دقیقاً به اندازه‌ی قیمت اولیه اضافه شده است پس قیمت کالا ۲ برابر شده است و میزان درصد جدید ۲۰٪ است.

و یا هنگامی که می‌شنویم جمعیت یک شهر ۵۰٪ رشد داشته است یعنی نصف مقدار قبل به جمعیت شهر اضافه شده است به عبارت دیگر  $\frac{1}{2}$  واحد به ۱ واحد اولیه اضافه شده است و میزان جمعیت  $\frac{1}{2}$  برابر یا  $\frac{3}{5}$  برابر مقدار قبل شده است.

نکته: هرگاه میزان افزایش یا کاهش یک داده را بخواهیم باید مقدار جدید را از مقدار اولیه کم کنیم. اما اگر بخواهیم درصد افزایش یا کاهش را محاسبه کنیم، درصد افزایش و کاهش را نسبت به «مقدار اولیه» می‌بیابیم

مثال: قیمت کالایی سال پیش ۱۲۰۰۰ تومان بود و امسال ۱۵۰۰۰ تومان است. چند درصد افزایش یافته است؟

نسبت افزایش	۳۰۰۰	□
مقدار اولیه	۱۲۰۰۰	۱۰۰

$\frac{۳۰۰۰ \times ۱۰۰}{۱۲۰۰۰} = \%_{25}$

پاسخ: (مقدار افزایش یافته)  $۱۵۰۰۰ - ۱۲۰۰۰ = ۳۰۰۰$



۶. طول ضلع یک مربع ۲ برابر شده است. مساحت مربع چند درصد افزایش یافته است؟

(۱) ۱۰۰٪

(۲) ۲۰۰٪

(۳) ۳۰۰٪

(۴) ۴۰۰٪

پاسخ: گزینه‌ی «۳» برای راحتی محاسبات با یک مثال عددی مسئله را حل می‌کنیم. فرض کنید ضلع اولیه‌ی مربع ۲

بوده است و ضلع مربع جدید برابر ۴ شده است.

۲×۲ = ۴	مساحت مربع اول
۴×۴ = ۱۶	مساحت جدید

۱۶	□
۴	۱۰۰
×	×

$$\rightarrow \square = ۱۶ \times ۲۵ = ۴۰۰$$

مساحت مربع جدید ۴۰۰٪ شده است. یعنی اگر مساحت مربع اول را ۱۰۰٪ در نظر بگیریم مساحت مربع جدید

۴ برابر شده است. اما توجه کنید که در سؤال میزان افزایش مدنظر است، بنابراین باید اختلاف ۲ مقدار اولیه و

(مساحت افزایش یافته)  $۴۰۰ - ۱۰۰ = \%_{300}$

جدید را بیابیم:

نکته: هرگاه مقدار داده‌ای ۲۰٪ افزایش باید مقدار عدد ۳ برابر شده است و میزان درصد جدید ۳۰٪ است.

## سودها و تخفیف‌های متوالی

گاه اتفاق می‌افتد که یک داده چندین بار توسط درصدهای پشت سر هم تغییر می‌کند، مانند سودهای پشت سر هم که توسط تاجران در خرید یک کالا رخ می‌دهد یا تخفیف‌های متوالی که در فروشگاهها به مناسبت‌های مختلف اعمال می‌شود. برای حل این گونه مسائل به صورت مرحله به مرحله باید درصد و مقدار هر قسمت را یافت و در مرحله‌ی بعد مقدار تغییر یافته را مبنا قرار داد.

**نکته:** اگر بخواهیم کالایی را چند بار متوالی تخفیف دهیم، ترتیب تخفیف‌ها اهمیتی ندارد. مثلاً می‌خواهیم کالایی را ابتدا با ۱۵٪ تخفیف بفروشیم سپس ۱۰٪ دیگر تخفیف بدهیم؛ فرقی با این که اوّل ۱۰٪ تخفیف بدھیم و سپس ۱۵٪، نخواهد داشت.

۷. جمیت یک شهر سال اوّل ۱۰٪ نسبت به ابتدای سال و سال دوم ۲۰٪ نسبت به ابتدای سال افزایش پیدا می‌کند. اگر در آغاز سال جمعیت شهر ۱۰۰۰ نفر بوده باشد در پایان سال دوم جمعیت شهر چند نفر شده است؟

۱۳۲۰ (۴)

۱۱۰۰ (۳)

۱۲۲۰ (۲)

۱۳۰۰ (۱)

**پاسخ:** گزینه‌ی «۴» ابتدا جمعیت در پایان سال اوّل را می‌باییم. با توجه به این که جمعیت ۱۰٪ افزایش یافته است: جمعیت در پایان سال اوّل به صورت زیر است:

۱۰	□
۱۰۰	۱۰۰۰

×۱۰

→  $\square = 10 \times 100 = 1000$   
جمعیت پایان سال اوّل ۱۰۰۰ نفر افزایش یافته است

مجدداً برای سال دوم تناسبی با افزایش ۱۰ درصدی درنظر می‌گیریم. جمعیتی را که در سال دوم ۲۰ درصد افزایش پیدا می‌کند، این بار نسبت به ۱۱۰۰ نفر (جمعیت پایان سال اوّل) محاسبه می‌کنیم.

۲۰	□
۱۰۰	۱۱۰۰

×۱۱

→  $\square = 20 \times 1100 = 2200$   
نفر = جمعیت افزایش یافته

**توجه:** اگر در سؤال قبل می‌خواستیم میزان افزایش درصد نسبت به ابتدای سال را بیابیم می‌بایست درصد افزایش ۳۲٪ نفر را نسبت به ۱۰۰۰ نفر (جمعیت ابتدای سال اوّل) را بیابیم:

۳۲٪	□
۱۰۰	۱۰۰

÷۱۰

جمعیت در ۲ سال ۳۲٪ افزایش یافته است.  $\rightarrow \square = 32\% \div 100 = 32\%$

**نکته:** اگر یک مبلغ یا مقدار چند بار پشت سر هم به صورت درصد افزایش یابد (مانند سودهای متوالی) میزان درصد کل افزایشی ضرب درصدها + مجموع درصدها = درصدنهایی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

به عنوان مثال در سؤال ۷ می‌توانیم به صورت زیر درصدنهایی را به یکباره محاسبه کنیم:

$$\left( \frac{1}{100} + \frac{2}{100} \right) + \left( \frac{1}{100} \times \frac{2}{100} \right) = \frac{3}{100} + \frac{2}{10000} = 32\% \text{ درصدنهایی افزایش}$$



۸. پارچه‌ای به طول ۳ متر داریم که در هر بار شستن به اندازه‌ی ۲۰٪ آب می‌رود. محاسبه کنید پس از ۲ بار

شست و شو طول پارچه چه مقدار می‌شود؟

$$1) ۱۹۲ \text{ سانتی‌متر} \quad 2) ۲۴۰ \text{ سانتی‌متر} \quad 3) ۲۶۰ \text{ سانتی‌متر} \quad 4) ۱۸۰ \text{ سانتی‌متر}$$

**پاسخ:** گزینه‌ی «۱» در این سؤال نیز مرحله به مرحله پیش رفته و از مقدار قبلی کم می‌کنیم. سپس مجدداً از مقدار می‌دانیم: ۳ متر = ۳۰۰ سانتی‌متر جدید که کم‌تر از مقدار قبلی است، درصد می‌گیریم.

۲۰	□
۱۰۰	۳۰۰

$$\rightarrow \square = ۲۰ \times ۳ = ۶ \text{ cm} \rightarrow ۳۰۰ - ۶ = ۲۴۰ \text{ cm}$$

مقدار پارچه پس از شست و شوی اول

۲۰	□
۱۰۰	۲۴۰

$$\rightarrow \square = \frac{۲۴۰ \times ۲۰}{۱۰۰} = ۴۸ \text{ cm} \rightarrow ۲۴۰ - ۴۸ = ۱۹۲ \text{ cm}$$

مقدار پارچه پس از شست و شوی دوم

**نکته:** میزان درصد نهایی تخفیف‌های متوالی یا کم‌شدنهای درصدی پشت سر هم به صورت زیر محاسبه می‌شود:  
ضرب درصدها – مجموع درصدها = درصد نهایی

در سؤال ۸ میزان درصد نهایی کم شده از پارچه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\left( \frac{۲۰}{۱۰۰} + \frac{۲۰}{۱۰۰} \right) - \left( \frac{۲۰}{۱۰۰} \times \frac{۲۰}{۱۰۰} \right) = \frac{۴۰}{۱۰۰} - \frac{۴}{۱۰۰} = \% ۳۶$$

$\frac{۳۶}{۱۰۰} \times ۳۰۰ = ۱۰.۸ \text{ cm}$  یعنی ۳۶٪ از ۳۰۰ سانتی‌متر آب رفته است.

$$\text{طول پارچه باقی‌مانده} = ۳۰۰ - ۱۰.۸ = ۱۹۲ \text{ cm}$$



۹. به کالایی که قیمت آن ۴۰۰۰ تومان است، به اندازه‌ی ۲۰٪ تخفیف تعلق گرفت. فروشنده‌ی جدید فروشگاه که اطلاعی از میزان تخفیف نداشت به اندازه‌ای روی کالای تخفیفی سود کشید که مجدداً به مقدار اولیه برگردد. محاسبه کنید چند درصد سود روی کالا کشیده شده است؟

$$1) \% ۲۰ \quad 2) \% ۲۵ \quad 3) \% ۳۰ \quad 4) \% ۴۰$$

**پاسخ:** گزینه‌ی «۲» از آنجا که ۲۰٪ تخفیف، معادل ۸٪ پرداختی می‌باشد، مقدار ۸٪ از قیمت کالا را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۸}{۱۰} \times ۴۰۰۰ = ۳۲۰۰ \text{ (میزان قیمت پس از تخفیف) تومان}$$

حال باید درصدی را محاسبه کنیم که باعث می‌شود قیمت جدید به ۴۰۰۰ تومان تبدیل گردد.

۴۰۰۰	□
۳۲۰۰	۱۰۰

$$\rightarrow \square = \frac{۴۰۰۰ \times \frac{۱}{۸}}{\frac{۳۲۰۰}{۳۲}} = \frac{۴۰۰۰ \div ۸}{۳۲ \div ۸} = \frac{۵۰۰ \div ۲}{۴ \div ۲} = \frac{۲۵۰}{۲} = ۱۲۵$$

مقدار جدید ۱۲۵٪ مقدار قبلی می‌باشد یعنی ۲۵٪ افزایش داشته است که همان مبلغ سود مورد نظر است.

**نکته:** اگر به کالایی تخفیف تعلق گرفته باشد یا مقداری به صورت درصدی کاهش یافته باشد و بخواهیم مقدار کاهش یافته را به

$$\frac{\text{مقدار درصد کم شده} \times 100}{\text{مقدار درصد کم شده} - 100} = \text{درصد افزایش قیمت}$$

اندازه‌ی اوّلیه برگردانیم از فرمول مقابل استفاده می‌کنیم:

در سؤال ۹ با استفاده از نکته‌ی گفته شده میزان درصد افزایش به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{100 \times 20}{100 - 20} = \frac{2000}{80} = \% 25$$

**نکته:** اگر به کالایی سودی تعلق گرفته باشد یا مقداری به صورت درصد افزایش یافته باشد و بخواهیم مقدار افزایش یافته را به

$$\frac{\text{مقدار درصد اضافه شده} \times 100}{\text{مقدار درصد اضافه شده} + 100} = \text{درصد کاهش قیمت}$$

اندازه‌ی اوّلیه برگردانیم از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

۱۰. یک سالن تئاتر در روزهای تعطیل هفته بلیط‌های ورودی را با  $40\%$  افزایش قیمت می‌فروشد و در پایان

تعطیلات مجدداً به حالت اوّلیه برگرداند. محاسبه کنید بلیط‌ها در روزهای عادی تقریباً چند درصد کمتر

از روزهای تعطیل فروخته می‌شود؟

$\% 35 (4)$

$\% 30 (3)$

$\% 28 / 5 (2)$

$\% 40 (1)$

**پاسخ:** گزینه‌ی «۲» طبق نکته‌ی گفته شده میزان کاهش قیمت به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{100 \times 40}{100 + 40} = \frac{4000}{140} \simeq \% 28 / 5$$

**مثال:** کالایی را با  $20\%$  تخفیف خریدیم و سپس آن را با  $20\%$  سود به مبلغ  $18000$  تومان فروختیم. اختلاف قیمت این کالا

از تخفیف و هنگام فروش چند تومان است؟

$$100 - 20 = 80\% \quad \frac{96}{100} = \frac{18000}{\square} \rightarrow \square = \frac{18000 \times 100}{96} = 18750.$$

$$100 + 20 = 120\%.$$

$$80\% \times 120\% = 96\% \quad 18750 - 18000 = 750.$$

**پاسخ:**

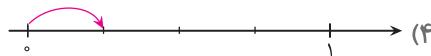
**توجه مهم:** در صورتی که نکات مربوطه را فراموش کردید (!) می‌توانید با یک مثال عددی به صورت مرحله به مرحله سؤال را حل کنید.



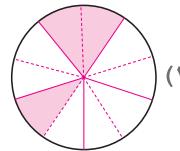
## پسته تمرين

۱. میزان درصد در کدام عبارت یا شکل بیشتر است؟

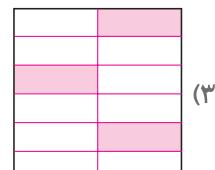
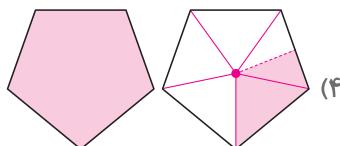
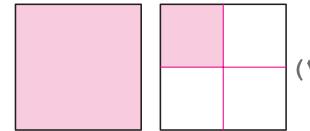
(۲) ربع نصف عدد



(۳) ۶ تومان از ۳۰ تومان



۲. شکل یا محور مربوط به عبارت «قیمت یک کالا را با ۳۰٪ سود فروختیم» کدام است؟



۳. ۴۵ درصد از بچه‌های یک مدرسه را دانش‌آموزان ورزشکار تشکیل می‌دهند و ۴۵ نفر از دانش‌آموزان مدرسه‌ی دیگر را ورزشکاران تشکیل می‌دهند. کدام مدرسه تعداد بیشتری دانش‌آموزان ورزشکار دارد؟

(۲) مدرسه‌ی دوم

(۳) بدون تعداد افراد ۲ مدرسه معلوم نمی‌شود.

(۱) مدرسه‌ی اول

(۳) با یکدیگر برابرند.

۴. درصد از آب‌های مصرفی یک روستا صرف انسان و دام و ۱۲٪ درصد صرف موارد متفرقه و نصف باقی‌مانده صرف کشاورزی و نصف دیگر صرف تولیدات صنعتی و خدماتی می‌شود. چند درصد صرف کشاورزی می‌شود؟

۷۲ (۴)

۶۴ (۳)

۳۶ (۲)

۲۲ (۱)

۵. در یک فروشگاه به میزان ۳۰٪ قیمت همبرگر به مبلغ ۸۰۰۰ تومان و به اندازه‌ی ۲۰٪ قیمت روغن به مبلغ ۳۰۰۰ تومان تخفیف تعلق می‌گیرد. میزان سود مشتری در عدم پرداخت مبلغ چند تومان است؟

۲۴۰۰ (۴)

۸۴۰۰ (۳)

۶۰۰۰ (۲)

۵۶۰۰ (۱)

۶. پس از گرفتن تخفیف ۱۵ درصدی از یک فروشنده مبلغ ۵۹۵۰ تومان پرداخت کردیم. قیمت اصلی کالا چند تومان بوده است؟

۸۹۲۵ (۴)

۶۰۰۰ (۳)

۷۰۰۰ (۲)

۳۵۰۰ (۱)

۷. تقریباً چند درصد اعداد بین ۱۳۵ تا ۱۶۰ بر ۳ بخش پذیرند؟

%۶۰ (۴)

%۵۰ (۳)

%۴۰ (۲)

%۳۳ / ۳ (۱)

۸. در شهر شکرستان  $80$  درصد افراد کل شهر تحصیلات بالاتر از دبستان دارند و به میزان  $30$  درصد این افراد تحصیلات فوق لیسانس دارند. اگر تعداد افراد فوق لیسانس شهر  $7200$  نفر باشد، چند نفر در شهر شکرستان زندگی می‌کنند؟

(۱)  $6900$       (۲)  $30000$       (۳)  $24000$       (۴)  $22800$

۹. یک تکه نجف در اختیار داریم که می‌دانیم نصف کنده‌ی یک درخت بریده شده می‌باشد. هیچ وسیله‌ی اندازه‌گیری در اختیار نداریم. چند درصد از این کنده‌ی درخت را با توجه به امکانات حاضر نمی‌توانیم برش بزنیم؟

(۱)  $\%25$       (۲)  $\%43$       (۳)  $\%50$       (۴)  $\%75$

۱۰. ضلع یک مربع را به اندازه‌ی  $50$  درصد افزایش طول می‌دهیم. مساحت مربع چند برابر می‌شود؟

(۱)  $1/5$  برابر      (۲)  $2$  برابر      (۳)  $25/2$  برابر      (۴)  $4$  برابر

۱۱. یک زمین کشاورزی به شکل مستطیل داریم که بار اول  $20$  درصد زمین و بار دوم نصف باقی‌مانده را محصول کاشتیم. اگر مساحت کل زمین  $8000$  مترمربع باشد، اختلاف مساحت بین  $2$  قسمت کاشته شده و کاشته نشده چقدر است؟

(۱)  $4800$       (۲)  $3200$       (۳)  $1600$       (۴)  $1200$

۱۲. محمد یک کالا را با تخفیف  $20$  درصدی و ستایش همان کالا را با سود  $30$  درصدی خرید. اگر ستایش به اندازه‌ی  $4500$  تومان بیشتر از محمد پول داده باشد، قیمت اصلی کالا چقدر است؟

(۱)  $9000$  تومان      (۲)  $13500$  تومان      (۳)  $7850$  تومان      (۴)  $6400$  تومان

۱۳. تفاوت مبلغ یک تخفیف  $40$  درصدی به یک کالا با قیمت  $1200$  تومان و  $2$  تخفیف متوالی  $20$  درصدی به یک کالا به قیمت  $2000$  تومان، چقدر است؟

(۱)  $480$       (۲)  $320$       (۳)  $200$       (۴)  $240$

۱۴. کامران  $30\%$  کاری را در  $6$  روز و همایون که از او قوی‌تر است  $40\%$  همان کار را در  $2$  روز انجام می‌دهد. اگر این دو با یکدیگر کار کنند، کار چند روزه تمام می‌شود؟

(۱)  $3$  روزه      (۲)  $4$  روزه      (۳)  $5$  روزه      (۴)  $8$  روزه

۱۵. یک بادکنک پس از هر بار باد کردن به اندازه‌ی  $40$  درصد مقدار قبل افزایش حجم پیدا می‌کند. پس از  $3$  بار باد کردن حجم آن چند درصد نسبت به اول افزایش داشته است؟

(۱)  $120\%$       (۲)  $196\%$       (۳)  $96\%$       (۴)  $174/4\%$

<input type="checkbox"/>									
<input type="checkbox"/>									
<input type="checkbox"/>									

**توجه:** حالا با توجه به پاسخنامه و از طریق فرمول  $\frac{\text{تعداد سؤالات با پاسخ درست}}{\text{تعداد کل سؤالات}} \times 100$  می‌توانید در صد پاسخگویی خود به سؤالات را مشخص نموده و ادامه مسیر خود را مطابق دستور العمل آمده، مشخص کنید.

**تعداد سؤالات با پاسخ درست**  
**= درصد پاسخگویی**

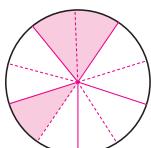
## شناختنامه سؤالات پسته تمرین ۱

شماره سؤال	عنوان زیرم موضوع	سطح سؤال	پاسخ	سوال متناظر پیش آزمون	سوال متناظر بسته تمرین ۱۳	سوال متناظر بسته تمرین ۱۲	سوال متناظر بسته تمرین ۱۱	سوال متناظر بسته تمرین ۱۰
۱	شناخت مفهوم درصد	لایه ۱	۱	۲۳۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۳۱
۲	شناخت مفهوم درصد	لایه ۱	۴	۲۳۱	۲۱	۲۱	۲۱	۲۳۱
۳	شناخت مفهوم درصد	لایه ۱	۲	۴۳۲	۲۱	۲۱	۲۱	۴۳۲
۴	شناخت مفهوم درصد	لایه ۱	۱	۶۲	۲	۲	۲	۶۲
۵	کاربرد درصد	لایه ۲	۳	۵۵	۷۵	۵۴	۳	۵۵
۶	کاربرد درصد	لایه ۲	۲	۷۵	۷۵	۵۲	۲	۷۵
۷	کاربرد درصد	لایه ۲	۱	۴۴	۱۱	۱۱	۱	۴۴
۸	کاربرد درصد	لایه ۲	۲	۱۰۹	۱۰۸	۸۷	۲	۱۰۹
۹	کاربرد درصد	لایه ۲	۲	۴۴	۴۴	۲۲	۲	۴۴
۱۰	کاربرد درصد	لایه ۲	۳	۴۲	۴۲	۶۶	۳	۴۲
۱۱	کاربرد درصد	لایه ۲	۲	۷۲۲	۷۶۵	۸۷	۲	۷۲۲
۱۲	کاربرد درصد	لایه ۲	۱	۷۵	۷۶۵	۳۸۷	۱	۷۵
۱۳	درصدهای متولی	لایه ۲	۴	۱۰۹	۱۰۸	۸۷	۴	۱۰۹
۱۴	درصدهای متولی	لایه ۲	۲	۱۰۹	۱۰۸	۸۷	۲	۱۰۹
۱۵	درصدهای متولی	لایه ۲	۴	۸۸	۹۱۰	۹۱۰	۴	۸۸

## پاسخنامه

۱

گزینه‌ی «۱» تک تک عبارت‌ها را معادل کسری با مخرج ۱۰۰ قرار می‌دهیم.



$$1) \frac{3}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$$

$$2) \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 125}{8 \times 125} = \frac{125}{1000} = \frac{125}{100} = 12.5\%$$

با استدلال دیگری هم می‌توانستیم این گونه حساب کنیم، نصف عدد برابر ۵۰٪ می‌باشد و ربع ۵۰٪ یعنی  $\frac{1}{4}$  عدد ۵، برابر  $12.5$  درصد می‌شود.

$$3) \frac{60 \div 3}{300 \div 3} = \frac{20}{100} = 20\%$$

$\frac{1}{4}$  از یک واحد (۴)

مشاهده می‌شود گزینه‌ی «۱» یا ۳۰٪ از گزینه‌های دیگر بیشتر است.

۲

گزینه‌ی «۴» اگر کالایی را با ۳۰٪ سود بفروشیم باید معادل ۱۳۰٪ از یک واحد را داشته باشیم. گزینه‌ی «۱»

عبارت  $\frac{1}{4}$  یا ۱۲۵ درصد و گزینه‌ی «۲» معادل  $\frac{1}{5}$  یا  $137.5\%$  درصد و گزینه‌ی «۳» معادل ۲۵ درصد یا  $\frac{1}{4}$  می‌باشد.

تنها گزینه‌ی «۴» عبارت  $\frac{1}{10}$  یا ۱۳٪ را نشان می‌دهد.

گزینه‌ی «۴» باید تعداد افراد دقیق مشخص باشد تا متوجه شویم ۴۵ درصد از چه تعداد دانش‌آموز را با ۴۵ نفر مقایسه کنیم یا با درصدگیری متوجه شویم که ۴۵ نفر معادل چند درصد می‌باشد تا با ۴۵ درصد مدرسه‌ی اوّل مقایسه کنیم. میزان درصد با مقدار عددی مقایسه نمی‌شود.

مصرف انسان و دام و متفرقه

گزینه‌ی «۱» تمام آب روستا معادل ۱۰٪ است:

$$= \frac{۶۴}{۱۰} = ۶۴\% \quad \text{مصرف کشاورزی} \rightarrow \text{نصف باقی‌مانده صرف کشاورزی می‌شود}$$

$$= \frac{۳۲}{۶۴} = ۳۲\% \quad \text{مقدار باقی‌مانده}$$

مقدار پرداختی

$$\frac{۷۰}{۱۰۰} \times ۸۰۰۰ = ۵۶۰۰$$

(پرداختی همبرگر) تومان

گزینه‌ی «۳»

$\frac{۱۰۰}{۱۰۰} - \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۸۰}{۱۰۰}$	پرداخت	$\begin{array}{ c c } \hline ۸۰ & \square \\ \hline ۱۰۰ & ۳۰۰۰ \\ \hline \end{array}$	$\rightarrow \square = ۳۰۰ \times ۸۰ = ۲۴۰۰۰$	(پرداختی روغن)
$\rightarrow \text{کل قیمت} \times ۳۰۰$	کل قیمت			

سود حاصل از عدم پرداخت  $\rightarrow ۲۹۶۰۰ + ۵۶۰۰ = ۲۹۶۰۰$  پرداختی کل  $\rightarrow (۳۰۰۰۰ + ۸۰۰۰) - ۲۹۶۰۰ = ۸۴۰۰$

همچنین می‌توانستیم فقط مبالغ تخفیف را محاسبه کرده و جمع کنیم. یعنی ۵٪ تخفیف روی مبلغ ۳۸۰۰۰ محاسبه کنیم.

میزان پرداختی

گزینه‌ی «۲»

درواقع ۵۹۵۰ معادل ۸۵٪ قیمت کالا می‌باشد که پرداخت کرده‌ایم.

پرداخت	$\begin{array}{ c c } \hline ۸۵ & ۵۹۵۰ \\ \hline ۱۰۰ & \square \\ \hline \end{array}$	$\rightarrow \square = \frac{۵۹۵۰ \times ۱۰۰}{۸۵} = ۷۰۰۰$	قیمت اوّلیه
کل			

گزینه‌ی «۱» ابتدا تعداد اعداد بین ۱۳۵ تا ۱۶۰ را می‌باییم.

طبق نکته‌ی گفته شده از قبل می‌دانیم: تعداد اعداد

اعداد بخش‌پذیر بر ۳، ۳ تا در میان و برابر با اعداد ۱۳۸ و ۱۴۱ و ۱۴۷ و ۱۴۴ و ۱۵۰ و ۱۵۳ و ۱۵۶ و ۱۵۹ می‌باشند.

$$\frac{۸}{۲۴} = \frac{\square}{۱۰۰} \rightarrow \square = \frac{۸ \times ۱۰۰}{۲۴} = \frac{۱۰۰}{۳} = ۳۳\% / ۳$$

$$\frac{۳}{۱۰} \times \frac{۸}{۱۰} = \frac{۲۴}{۱۰۰} = ۲۴\%$$

گزینه‌ی «۲» ابتدا محاسبه کنیم ۳۰ درصد از ۸۰ درصد یعنی چقدر از کل جمعیت.

یعنی ۲۴ درصد افراد فوق لیسانس دارند.

$\begin{array}{ c c } \hline ۲۴ & ۷۲۰۰ \\ \hline ۱۰۰ & \square \\ \hline \end{array}$	$\rightarrow \square = \frac{۷۲۰۰ \times ۱۰۰}{۲۴} = ۳۰۰۰$	کل افراد شهر ۳۰۰۰۰ نفر هستند.
---	---	-------------------------------

گزینه‌ی «۳» یک تکه نخ را می‌توانیم نصف یا ۵۰٪ درصد و نصف ۵۰٪ معادل ۲۵ درصد و نصف ۲۵ درصد معادل ۱۲/۵ درصد یا ۳ قسمت مساوی از ۵ درصد یا  $\frac{۵}{۳}$  (تقریباً ۱۶ درصد) بکنیم. بنابراین تنها گزینه‌ی ۲ عملی نیست.

گزینه‌ی «۴» ضلع مربع اگر ۵٪ درصد افزایش یابد یعنی به اندازه‌ی نصف ضلع به آن اضافه شده پس  $1/5$  برابر شده است. مساحت مربعی که ضلع آن  $1/5$  یا  $\frac{۳}{۲}$  برابر شده باشد به صورت زیر افزایش می‌یابد.

$$\frac{۳}{۲} \times \frac{۳}{۲} = \frac{۹}{۴} = \frac{۴/۵}{۲} = ۲/۲۵$$

۳

۴

۵

۶

۷

۸

۹

۱۰

گزینهی «۳» اگر بار اوّل  $20\%$  زمین را بکاریم یعنی  $80$  درصد زمین را نکاشته‌ایم و نصف باقی‌ماندهی زمین یعنی  $40\%$  در کل کاشته شده است.

$$\frac{6}{100} \times 8000 = 480 \quad \text{مترا مربع کاشته شده است}$$

$$\frac{4}{100} \times 8000 = 320 \quad \text{مترا مربع کاشته نشده است}$$

$$480 - 320 = 160 \quad \text{مترا مربع (اختلاف مساحت)}$$

گزینهی «۱» اگر محمد  $20$  درصد تخفیف گرفته باشد یعنی  $80$  درصد قیمت کالا را پرداخته است و اگر ستایش با سود  $30$  درصد خریده باشد یعنی  $130\%$  از قیمت کل را پرداخته است. اختلاف مقدار بین این  $2$  حالت معادل  $50\%$  است. یعنی ستایش برابر  $5$  درصد یا نصف قیمت کالا پول بیشتری پرداخته است، پس کل قیمت کالا دو برابر  $450$  تومان  $450 \times 2 = 900$  تومان (قیمت کالا) می‌باشد.

$$\frac{4}{100} \times 1200 = 480 \quad \text{تومان}$$

۲ تخفیف متوالی  $20$  درصدی به این صورت است که در ابتدا با  $20$  درصد تخفیف، به اندازه  $80$  درصد قیمت کالا را می‌پردازیم و سپس از  $80$  درصد باقی‌مانده  $20$  درصد تخفیف می‌گیریم. پس میزان تخفیف کل به صورت  $20$  درصد از  $80$  درصد باشد.

$$\frac{2}{10} \times \frac{8}{10} = \frac{36}{100} \rightarrow \text{میزان تخفیف کل} = \frac{36}{100} + \frac{20}{100} = \frac{56}{100} \quad (\text{مبلغ تخفیف}) = 720 \times 200 = 144000$$

$$720 - 480 = 240 \quad \text{: تفاوت تخفیف}$$

گزینهی «۲» اگر کامران  $30\%$  کار را در  $6$  روز انجام دهد یعنی در هر روز  $5$  درصد کار را انجام می‌دهد پس  $20$  روزه کار تمام است  $(5 \times 20 = 100)$  اگر همایون  $40$  درصد کار را در  $2$  روز انجام دهد، یعنی هر روز  $20$  درصد کار را انجام می‌دهد پس کار  $5$  روزه تمام است  $(5 \times 20 = 100)$  طبق نکته‌ی گفته شده پایان انجام کار به صورت زیر است:

$$\frac{5 \times 20}{5 + 20} = \frac{100}{25} = 4$$

گزینهی «۴» به دلیل آن که در هر مرحله  $40\%$  مرحله‌ی قبل حجم افزایش می‌یابد، حجم جدید  $140$  درصد حجم قبل می‌باشد. به صورت مرحله به مرحله میزان حجم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$140 \times 140 = \frac{14}{100} \times 140 = 196 \quad \text{بار دوم} \quad \frac{14}{100} \times 196 = \frac{2744}{100} = 274/4$$

$$274/4 - 100 = 174/4 \quad \text{اختلاف حجم نسبت به حالت اوّل}$$

**توجه:** حالا با توجه به درصد پاسخگویی خود در بسته تمرین  $1$ ، از روی یکی از نزدبان‌های «نقشه راه دانش‌آموز» انتهای کتاب حرکت کرده تا خود را به خانه جدید برسانید و بعد از آن مطابق دستورالعمل آورده شده در آن خانه عمل کنید. توجه کنید که در صورت ورود به بسته تمرین  $2$  باز هم باید مطابق دستورالعمل‌های این نقشه عمل کنید. توجه شود که سؤالات متناظر با هر سؤال در هر بسته تمرین در جدولی که در ابتدای پاسخ‌نامه هر بسته تمرین آمده است، مشخص شده است.



## پسته تمدین

۱. اگر یک شانه‌ی تخم مرغ به صورت ردیف‌های ۵ در ۶ تایی درست شده باشد و نصف یک ردیف تخم مرغ‌ها شکسته باشند، چند درصد تخم مرغ‌ها شکسته شده است؟

- (۱) ۳٪ (۲) ۵٪ (۳) ۱۰٪ (۴) ۱۵٪

۲. دوست هر کدام ۳ مسیر مختلف با طول یکسان را طی کرده‌اند. کدام طول بیشتری از مسیر را طی کرده است، اگر بدانیم که  $\frac{4}{5}$  از مسیر را طی کرده است و سجاد از ۷۰۰۰ متر به اندازه‌ی ۴۹۰۰ متر طی کرده است و میلاد نصف راه را پیاده و نصف باقی‌مانده‌ی راه را با ماشین طی کرده است.

- (۱) علی (۲) میلاد (۳) سجاد (۴) باید مسیر علی و میلاد مشخص باشد.

۳. از یک کیسه‌ی ۴ کیلوگرمی شیر را با ۲۵٪ از یک کیلوگرم شکر مخلوط می‌کنیم. مقدار محلول به دست آمده تقریباً چند درصد از مقدار اولیه‌ی شیر است؟

- (۱) ۵۵٪ (۲) ۱۵٪ (۳) ۴۰٪ (۴) ۳۶٪

۴. عرض یک مستطیل را ۵۰٪ کاهش و طول آن را ۵۰٪ افزایش می‌دهیم. مساحت شکل به دست آمده چند درصد مساحت شکل اولیه است؟

- (۱) ۲۵٪ (۲) ۷۵٪ (۳) ۱۲۵٪ (۴) تغییری نمی‌کند.

$$\text{چند درصد } \frac{4}{9} \text{ است؟}$$

- (۱) ۲۶۲/۵ (۲) ۲۶/۲۵ (۳) ۲۶۲۵ (۴) ۲/۶۵۲

۵. یک قالیباف برای هر قالی ۴۰۰ هزار تومان هزینه می‌کند. او می‌خواهد قالی‌ها را به قیمتی بفروشد که با مبلغ سود سه قالی به اندازه‌ی هزینه‌ی ۶ قالی دیگر بتواند درآمد کسب کند. این قالیباف برای هر قالی چند درصد سود در نظر گرفته است؟

- (۱) ۱۰۰٪ (۲) ۲۰۰٪ (۳) ۳۰۰٪ (۴) ۱۵۰٪

۶. مینا با  $\frac{1}{5}$  از ۲۰٪ پولش می‌تواند ۳ دفتر ۱۲۰۰ تومانی بخرد. او با تمام پولش چند پاک کن ۳۰۰ تومانی می‌تواند بخرد؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۳۰۰

۷. در یک شهر توریستی به اندازه‌ی ۳۵٪ افراد کل شهر از بیرون شهر برای جشن به این شهر مسافرت کردند. در روز جشن ۷۰٪ اهالی حاضر در شهر به پایکوبی پرداختند. اگر اهالی ساکن در شهر قبل از جشن ۷۰۰۰ نفر باشند، تقریباً چند نفر در جشن شرکت کردند؟

- (۱) ۴۹۰۰ (۲) ۹۴۵۰ (۳) ۶۶۱۵ (۴) ۸۲۵۴



۹. در یک مسابقه به نفر اول مبلغی جایزه دادند. به نفر دوم به اندازه‌ی ۳۰ درصد کم‌تر از نفر اول و به نفر سوم ۳۰ درصد کم‌تر از نفر دوم جایزه دادند. اگر بخواهند به هر ۳ نفر به یک اندازه جایزه بدهند به نفر سوم چند درصد باید بیشتر جایزه بدهند؟

٪۴۲ (۴)

٪۵۱ (۳)

٪۴۹ (۲)

٪۹۶ (۱)

۱۰. روی قیمت یک کالا ابتدا ۴۰٪ سود کشیدیم و پس از آن که کالا فروش نرفت به اندازه‌ی ۲۵٪ تخفیف دادیم. محاسبه کنید مقدار فروخته شده چند درصد مقدار اولیه و به چه صورت تغییر کرده است؟

۱) ٪۳۵ - کم شده است.

۲) ٪۵ - بیشتر شده است.

۳) ٪۳۵ - بیشتر شده است.

۱	۲	۳	۴
۱	۲	۳	۴
۱	۲	۳	۴

توجه: حالا با توجه به پاسخ‌نامه و از طریق فرمول  $\frac{\text{می‌توانید درصد پاسخ‌گویی خود به سوالات را مشخص نموده و ادامه مسیر خود را مطابق دستور العمل آمده، مشخص کنید.}}{\text{تعداد سوالات با پاسخ درست} \times 100}$

$= \text{درصد پاسخ‌گویی}$

## شناسنامه سوالات پسته تمرین ۲

شماره سوال	عنوان زیرموضع	سطح سوال	پاسخ	پیش آزمون	سؤال متناظر در بسته ۱۰	سؤال متناظر در بسته ۱۰
۱	شناخت مفهوم درصد	درصد	۳	۳۱	۳۲۱	۳۲۱
۲	شناخت مفهوم درصد	درصد	۱	۳۱	۶۳۱	۶۳۱
۳	شناخت مفهوم درصد	درصد	۴	۵۴	۳۵	۳۵
۴	کاربرد درصد	درصد	۲	۶	۴۴۶	۴۴۶
۵	کاربرد درصد	درصد	۳	۶۵۴	۷۵۶	۷۵۶
۶	کاربرد درصد	درصد	۲	۶۵۷	۳۵۶	۳۵۶
۷	کاربرد درصد	درصد	۴	۴۵۳	۷۵۴	۷۵۴
۸	درصدهای متولی	متولی	۳	۸۷	۹۱۰	۹۱۰
۹	درصدهای متولی	متولی	۱	۱۰۹	۸۱۰	۸۱۰
۱۰	درصدهای متولی	متولی	۴	۸۷	۹۱۰	۹۱۰

## پاسخ‌نامه

۱ گزینه‌ی «۳» نصف یک ردیف ۶ تابی یعنی ۳ عدد شکسته است ۳ تا از ۳۰ تخم مرغ معادل ۱۰ درصد تخم مرغ‌ها می‌باشد.

$$\frac{۳}{۳۰} = \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱۰}{۱۰۰} = \%۱۰$$

دقت کنید که نصف ۵ عدد قابل شکستن نیست!

۲ گزینه‌ی «۱» تک تک مسیرها را به درصد می‌یابیم.

$$\text{میلاد} = \frac{\frac{۴\times ۲}{۵}}{\frac{۴\times ۲}{۵}} = \frac{\lambda}{۱۰۰} = \%۸۰$$

علی مسیر بیشتری طی کرده است.

$$=\frac{۱}{۲} + (\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}) = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴} \rightarrow \frac{\frac{۳}{۴} \times ۲۵}{\frac{۴}{۴} \times ۲۵} = \frac{۷۵}{۱۰۰} = \%۷۵$$

علی مسیر بیشتری طی کرده است.

$$\text{مقدار شیر} = \frac{۳}{۱۰۰} \times ۴۰۰۰ = ۱۲۰۰ \text{ گرم}$$

۳ گزینه‌ی «۴» می‌دانیم هر کیلوگرم معادل ۱۰۰۰ گرم است.

$$\text{مقدار شکر} = \frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۱۰۰۰ = ۲۵۰ \text{ میزان محلول} \rightarrow \text{گرم} = ۱۴۵۰$$

حال محاسبه می‌کنیم ۱۴۵۰ گرم چند درصد ۴ کیلوگرم می‌باشد.

$$\frac{۱۴۵۰}{۴۰۰۰} = \frac{\square}{۱۰۰} \rightarrow \square = \frac{۱۴۵۰ \times ۱۰۰}{۴۰۰۰} = \%۳۶/۲۵$$

گزینه‌ی «۲» اگر عرض مستطیل را  $5 \times 5$  درصد کاهش دهیم یعنی اکنون  $5 \times 3$  درصد مقدار اولیه یا  $\frac{1}{2}$  حالت اولیه و اگر طول را  $5 \times 5$  درصد افزایش دهیم معادل  $15 \times 3$  درصد مقدار اولیه یا  $\frac{3}{2}$  حالت اولیه طول ضلع داریم بنابراین مساحت جدید به صورت زیر تغییر می‌کند.

$$\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$$

مساحت جدید  $75\%$  مساحت اولیه است.

گزینه‌ی «۳» برای حل این گونه سوال‌ها کافیست مقدارها را برابر هم تقسیم کنیم.

$$\frac{35}{3} \div \frac{4}{9} = \frac{35}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{105}{4} = \frac{2625}{100} = 2625\%$$

گزینه‌ی «۲» باید هزینه‌ی  $6$  قالی به دست آید:

توجه کنید که  $240000$  تومان باید سود  $3$  قالی باشد و خود هزینه‌ی  $3$  قالی نیز باید روی قیمت  $3$  تایی حساب شود. هزینه‌ی  $3$  قالی معادل  $120000$  تومان می‌باشد. پس کل مبلغ  $3$  قالی به صورت  $360000$  تومان محاسبه می‌شود، یعنی سهم هر قالی  $120000$  هزار تومان می‌شود که سه برابر گرانتر از قیمت اولیه هر قالی است. یعنی  $30\%$  قیمت اولیه بنابراین باید  $20\%$  سود روی آن کشیده شود.

گزینه‌ی «۴» از  $20$  درصد پول معادل  $4\%$  است.

هزینه‌ی  $3$  دفتر  $= 360000$   
 $3 \times 120000 = 360000$

۴	۳۶۰۰
۱۰۰	□

کل پول مینا  $\rightarrow \square = 900000$

تعداد  $30$  دفتر و پاک کن می‌تواند بخرد  $300000 \div 300 = 1000000$

گزینه‌ی «۳» اگر  $35\%$  اضافه شوند، جمعیت شهر معادل  $135\%$  می‌شود که به مقدار  $70\%$  از  $135\%$  در جشن شرکت می‌کنند.

$$\frac{70}{100} \times 135 = \frac{94}{5} = 18.8$$

یعنی  $94/5$  درصد جمعیت شهر در جشن شرکت کردند. حال با توجه به جمعیت شهر قبل از جشن درصد می‌گیریم.

نفر افراد حاضر در جشن  $= \frac{70000 \times 94/5}{100} = 6615$

۹۴/۵	□
۱۰۰	۷۰۰۰

گزینه‌ی «۱» نفر دوم معادل  $70$  درصد نفر اول جایزه گرفته است و نفر سوم  $70$  درصد از نفر دوم یعنی هفتاد درصد از هفتاد درصد نفر اول جایزه گرفته است.

جایزه نفر سوم نسبت به نفر اول  $= \frac{49}{100} = 49\%$

یعنی به نفر سوم  $49\%$  نفر اول جایزه دادند. اگر بخواهیم به اندازه‌ی نفر اول میزان جایزه افزایش یابد به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{100 \times 49}{100 - 49} \approx 96$$

تقریباً  $96\%$  باید افزایش مبلغ بدهنند.

گزینه‌ی «۴» با  $40$  درصد سود به اندازه‌ی  $140$  درصد مبلغ کالا را داریم و با  $25$  درصد تخفیف از میزان  $140$  درصد این به صورت قیمت را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{25}{100} \times \frac{140}{100} = 35\%$$

یعنی به میزان  $35$  درصد تخفیف از قیمت کل کالا می‌دهیم پس میزان پرداختی نهایی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

یعنی به میزان  $5$  درصد بیشتر از قیمت اصلی می‌پردازیم.

$$140 - 35 = 105\%$$

## پسته تمدین ۳

۱. میلاد ۲۰٪ پولش و کیوان ربع پولش و سامان ۴۰ هزار تومان از ۲۰۰ هزار تومان پولش را خرج کرده است. کدام درصد بیشتری خرج کرده‌اند؟

۴) هر ۳ مقدار مساوی خرج کرده‌اند.

۳) سامان

۲) میلاد

۱) کیوان

۲. از  $\frac{3}{5}$  پولی چند درصد از آن پول است؟

۴) ۶۰٪

۳) ۲۰٪

۲) ۱۵٪

۱) ۱۲٪

۳. در یک مسابقه، شیرین ۸۵٪ از کیک و محمد ۹۳٪ درصد از یک کیک دیگر را خورده‌اند. اگر ۲ کیک کاملاً شبیه یک دیگر باشند و محمد به مقدار ۱۲۰ گرم بیشتر خورده باشد، وزن کیک‌ها چقدر بوده است؟

۴) ۲/۵ کیلوگرم

۳) ۲ کیلوگرم

۲) ۱ کیلوگرم

۱) ۱/۵ کیلوگرم

۴. چند درصد است؟

۴) ۹۰٪

۳) ۷۵٪

۲) ۵۰٪

۱) ۴۰٪

۵. یک کیف ۴۵۰۰ تومانی را به مبلغ ۳۳۳۰ تومان خریدیم. چند درصد تخفیف گرفته‌ایم؟

۴) ۴۲٪

۳) ۲۰٪

۲) ۲۶٪

۱) ۷۴٪

۶. فروشنده‌ای ۴۰۰ عدد کفش دارد که هر کدام را ۲۵۰۰۰ تومان خریده است.  $\frac{3}{5}$  آن‌ها را با ۲۰٪ سود و باقی آن‌ها را با ۳۵٪ سود فروخته است. در مجموع چندهزار تومان سود کرده است؟

۴) ۳۸۰۰۰

۳) ۱۲۶۰۰۰

۲) ۷۲۰۰۰

۱) ۵۴۰۰۰

۷.  $\frac{21}{6}$  دانش‌آموzan مدرسه‌ای به اردو نرفتند. تعداد حاضران در اردو چند درصد اعضای کل مدرسه هستند؟

۴) ۷۲٪

۳) ۶۵٪

۲) ۵۶٪

۱) ۵۵٪

۸. یک کارخانه‌ی ورشکسته طی اقدامی اجناشی را با ۶۰٪ تخفیف قیمت‌گذاری کرد. کارخانه‌ی دیگر پس از خرید کل کالا قیمت را به حالت اصلی برگرداند. اگر کارخانه‌ی دوم کالا را به قیمت ۲۵۰۰۰ تومان بفروشد، تفاوت قیمت کالا قبل و بعد از ورشکستگی کارخانه چقدر بوده است؟

۴) ۶۵۰۰

۳) ۱۶۰۰۰

۲) ۱۵۰۰۰

۱) ۴۰۰۰

۹. کالایی را با یک سود ۱۵ درصدی و یک تخفیف ۲۰ درصدی به قیمت ۱۳۸۰ تومان خریدیم. قیمت اصلی کالا چقدر بوده است؟

۴) ۴۲۰۰

۳) ۱۸۰۰

۲) ۱۵۰۰

۱) ۲۰۰۰

۱۰. کالایی را با ۲۰٪ تخفیف خریده‌ایم و با ۵ درصد ضرر به قیمت ۲۲۸۰ تومان فروختیم. قیمت اویله‌ی کالا چند تومان بوده است؟  
(تیزهوشان ۹۶)

۴) ۲۵۲۰۰

۳) ۳۰۰۰۰

۲) ۲۶۸۲۳

۱) ۲۵۰۰۰

## شناختنامه سؤالات پسته تمرین ۳

شماره سؤال	عنوان زیرموضع	سطح سؤال	پاسخ پیش‌آزمون	سؤال متناظر در
۱	شناخت مفهوم درصد	۱	۲ ۱	۱
۲	شناخت مفهوم درصد	۱	۲ ۱	۲
۳	شناخت مفهوم درصد	۱	۳ ۱	۱
۴	کاربرد درصد	۴	۱ ۲	۴
۵	کاربرد درصد	۵	۵ ۴	۵
۶	کاربرد درصد	۶	۱ ۲	۶
۷	کاربرد درصد	۷	۱ ۲	۷
۸	درصددهای متولی	۸	۱۰ ۹	۸
۹	درصددهای متولی	۹	۸ ۷	۹
۱۰	درصددهای متولی	۱۰	۸ ۷	۱۰

## پاسخنامه

۱۰٪ میلاد  $\frac{۴۰}{۲۰۰} = \frac{۱}{۵} = \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۰.۲۰$  سامان

کیوان  $\frac{۱}{۴} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = ۰.۲۵$

گزینه‌ی «۱»

کیوان درصد بیشتری خرج کرده است.

$\frac{۳}{۵} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۴} \times \frac{۳}{۵} = \frac{۳}{۲۰} = \frac{۱۵}{۱۰۰} = ۰.۱۵$

گزینه‌ی «۲»

گزینه‌ی «۱» اختلاف ۸۵٪ و ۹۳٪ معادل ۸٪ از کل کیک می‌باشد که برابر ۱۲۰ گرم شده است.

۸	۱۲۰
۱۰۰	□

 $\rightarrow \square = \frac{۱۲۰ \times ۱۰۰}{۸} = ۱۵۰۰$ 

گرم وزن کل کیک

گزینه‌ی «۳»

می‌دانیم هر کیلوگرم معادل ۱۰۰۰ گرم و ۱۵۰۰ گرم معادل  $\frac{۱}{۵}$  کیلوگرم است.

$$\frac{۴}{۵} = \frac{۴۵}{۱۰} \div ۵ = \frac{۴۵}{۱۰} \times \frac{۱}{۵} = \frac{۹}{۱۰} = ۰.۹$$

گزینه‌ی «۴»

۳۳۳۰۰	□
۴۵۰۰۰	۱۰۰

 $\rightarrow \square = \frac{۳۳۳۰۰ \times ۱۰۰}{۴۵۰۰۰} = ۰.۷۴$

گزینه‌ی «۵»

$۰.۱۰ - ۰.۷۴ = ۰.۲۶$

۷۴ درصد پرداختی و ۲۶٪ تخفیف گرفته‌ایم.

پرداختی  $۰.۲۰ + ۰.۱۰ = ۰.۳۰$  → سود ۰٪

گزینه‌ی «۶»  $\frac{۳}{۵} \times ۴۰ = ۲۴$  از ۴۰ برابر است با:

$$\frac{12\%}{100} \times 25000 = 30000 \text{ تومان} \quad 24\% \times 30000 = 7200000 \text{ مبلغ سود}$$

$$400 - 240 = 160 \text{ عدد}$$

$$20\% \rightarrow 35 + 100\% = 135 \text{ سود}$$

$$\frac{135}{100} \times 25000 = 33750 \quad 33750 \times 160 = 5400000 \text{ مبلغ سود}$$

$$5400000 + 7200000 = 12600000$$

معادل ۱۲۶۰ هزار تومان سود کرده است.

$$\frac{60}{60} - \frac{21}{60} = \frac{39}{60} \text{ حاضران در اردو}$$

«۳» گزینه‌ی

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 39 & \square \\ \hline 60 & 100 \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = \frac{\cancel{5}\% \times \cancel{39}}{\cancel{6}\% \cancel{13}} = 65$$

$$\frac{100 \times 60}{100 - 60} = 150\%$$

«۴» گزینه‌ی درصد افزایش کارخانه‌ی دوم به صورت رو به رو است:

$$(100\% + 150\%) = 250\%$$

يعني ۲۵۰ تومان معادل ۲۵۰ درصد قیمت اصلی می‌باشد.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 250 & 25000 \\ \hline 100 & \square \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = 10000 \text{ تومان}$$

این قیمت معادل ۴۰ درصد قیمت اوّلیه بوده است و قیمت اصلی ۲۵۰۰۰ تومان است.

$$25000 - 10000 = 15000 \text{ : تفاوت قیمت}$$

$$\frac{8}{100} \times 115 = 92 \text{ یعنی معادل } 92\% \text{ می‌پردازیم} \quad 9 \quad \text{«۲» گزینه‌ی با سود ۱۵٪ کالا قیمت به } 115\% \text{ افزایش می‌باید و با تخفیف } 8\% \text{ به اندازه‌ی } 115 \text{ درصد}$$

قیمت کل را می‌پردازیم.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 92 & 1380 \\ \hline 100 & \square \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = 150 \quad \text{×}^{15}$$

«۳» اگر با ۲۰٪ تخفیف خریده باشیم یعنی ۸۰ درصد قیمت کل را پرداختیم. با ۵ درصد ضرر فروختیم یعنی ۹۵ درصد قیمت کل کالا را پرداختیم یعنی ۹۵ درصد از ۸۰ درصد قیمت کل کالا پرداخت شده است.

$$\frac{95}{100} \times \frac{80}{100} = 76\%$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 76 & 22800 \\ \hline 100 & \square \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = \frac{22800 \times 100}{76} = 30000 \quad \text{قیمت اصلی}$$



## آزمون پایانی

۱. اگر نسبت  $\frac{\square - 5}{\square + 5}$  با نسبت  $\frac{3}{4}$  برابر باشد،  $\square$  کدام است؟

(۱۰) ۴

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

۲. نسبت رقم یکان حاصل ضرب  $23 \times 79 \times 58$  به مجموع ارقام کوچک ترین عدد ۳ رقمی بدون تکرار ارقام چند است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۳. به جای تقسیم یک شبانه روز به ۲۴ ساعت، یک شبانه روز را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کردیم و هر زمان از شبانه روز را با یک عدد اعشاری نمایش دادیم. ۶ ساعت معمولی پس از ساعت ۱۱ صبح برابر چه عددی در این سیستم جدید می باشد؟

۵ / ۵ (۴)

۱۴:۰۰ (۳)

۱۳:۳۰ (۲)

۲ / ۵ (۱)

۴. پول رزیتا و سحر با یکدیگر مساوی است. اگر رزیتا ثلث پولش را خرج کند و  $\frac{2}{7}$  باقی مانده‌ی پولش را به سحر بدهد، نسبت پول رزیتا به سحر چقدر است؟

۳ به ۲ (۴)

۴ به ۱ (۳)

۷ به ۳ (۲)

 $\frac{2}{5}$  (۱)

۵. محیط مثلثی ۱۱۷ سانتی‌متر است. اگر نسبت اضلاع آن ۲، ۳ و ۴ باشد، اندازه‌ی ضلع بزرگ‌تر چند سانتی‌متر است؟

۷۲ (۴)

۵۲ (۳)

۳۹ (۲)

۲۶ (۱)

۶.  $\frac{3}{5}$  از نصف زمینی را کاشت کرده‌ایم. اگر مساحت قسمت کاشته نشده ۲۱۰۰ مترمربع باشد، مساحت قسمت کشش شده چند مترمربع است؟

۴۵۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۱۵۰۰ (۲)

۳۰۰۰ (۱)

۷. نسبت طول به عرض مستطیلی  $\frac{7}{4}$  و محیط آن ۴۴ میلی‌متر است. مساحت این مستطیل چند سانتی‌مترمربع است؟

(تیزهوشن ۹۶)

۴ / ۴۸ (۴)

۴۴۸ (۳)

۱۱ / ۲ (۲)

۱ / ۱۲ (۱)

۸. اگر سه نفر در پروژه‌ای شرکت داشته باشند که سود آن به نسبت  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{3}$  بین آن‌ها تقسیم شود و شرکت در پروژه‌ای ۶۰۰۰۰۰۰۰ تومن سود کند، کمترین سودی که به یکی از آن‌ها تعلق می‌گیرد، چند تومن است؟

۱۸۰۰۰۰۰۰۰ (۴)

۳۰۰۰۰۰۰ (۳)

۲۰۰۰۰۰۰ (۲)

۱۰۰۰۰۰۰ (۱)

۹. نسبت پول کیمیا به کوروش  $\frac{6}{5}$ ٪ به  $6 / 0$  می‌باشد. نسبت پول فاطمه به کیمیا  $\frac{6}{5}$  به  $45$  می‌باشد. اختلاف پول کیمیا و فاطمه ۵۶۰ تومن است. مجموع پول این ۳ نفر چند تومن است؟

۱۶۲۰ (۴)

۷۴۰ (۳)

۹۸۰ (۲)

۱۱۲۰ (۱)

۱۰. چرخ با محیط ۱۳ و توسط تسمه‌ای به یکدیگر وصل شده‌اند. اگر چرخ بزرگ ۱۰ دور بزند، چرخ کوچک چند دور می‌زند؟

۵۰ (۴)

۲۵ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

۱۱. عدد  $\frac{2}{8}$  چند درصد عدد  $\frac{5}{6}$  است؟

۴) ۳۰ درصد

۳) ۳۰۰ درصد

۲)  $\frac{1}{3}$  درصد

۱)  $\frac{1}{3}$  درصد

۱۲. کالایی را با ۱۰٪ تخفیف ۶۰ تومان خریدیم. اگر فروشنده بخواهد با ۲۰٪ سود بفروشد، چقدر باید بفروشد؟

۴) ۷۲۳۶

۳) ۷۳۷۰

۲) ۶۷۰۰

۱) ۸۰۴۰

۱۳. قیمت یک کتاب در ماه گذشته ۵۳۰۰ تومان بوده است. کدامیک از تغییرات زیر، قیمت کتاب را بیشتر ارزان می‌کند؟

۱) ابتدا ۱۰٪ قیمت کتاب کم شود و سپس ۱۰٪ قیمت جدید به آن اضافه شود.

۲) ابتدا ۲۰٪ قیمت کتاب کم شود و سپس ۲۰٪ قیمت جدید به آن اضافه شود.

۳) ابتدا ۳۰٪ قیمت کتاب کم شود و سپس ۳۰٪ قیمت جدید به آن اضافه شود.

۴) ابتدا ۴۰٪ قیمت کتاب کم شود و سپس ۴۰٪ قیمت جدید به آن اضافه شود.

۱۴. فروشنده‌ای قیمت کالایی را به ۳۰ درصد افزایش داد و درنهایت با ۱۷ درصد سود فروخت. این فروشنده چند درصد

قیمت پشت ویترین تخفیف داده است؟

۴) ۲۳ درصد

۳) ۱۳ درصد

۲) ۱۰ درصد

۱) ۵ درصد

۱۵. ۸۵ درصد از حجم یک بطری را پر از آب کردیم و در یخچال گذاشتیم. پس از آن که بخ بست متوجه شدیم ۱۵ درصد

مقدار آب ریخته شده به علت افزایش حجم بیرون ریخته است. اگر مقدار آب بیرون ریخته ۲۵۵ سانتی‌متر مکعب باشد

ظرفیت حجم خالی ظرف آب چقدر بوده است؟

۱) ۱۵۰ سانتی‌متر مکعب

۲) ۳۰۰ سانتی‌متر مکعب

۳) ۴۵۰ سانتی‌متر مکعب

۴) ۲۰۰۰ سانتی‌متر مکعب



## شناختن سوالات آزمون پایانی

پاسخ	عنوان زیرموضع	شماره سؤال	پاسخ	عنوان زیرموضع	شماره سؤال
۱	کاربرد تناسب	۹	۲	مفهوم تناسب	۱
۴	کاربرد تناسب معکوس	۱۰	۱	مفهوم تناسب	۲
۴	مفهوم درصد	۱۱	۲	کاربرد تناسب	۳
۱	کاربرد درصد	۱۲	۱	کاربرد تناسب	۴
۴	کاربرد درصد	۱۳	۳	کاربرد تناسب	۵
۲	تناسب‌های متواالی	۱۴	۳	کاربرد تناسب	۶
۲	تناسب‌های متواالی	۱۵	۱	کاربرد تناسب	۷
			۱	کاربرد تناسب	۸

## پاسخنامه



۱

گزینه‌ی «۲» کافیست ۲ تساوی را برابر قرار داده و مخرج مشترک بگیریم.

$$\frac{3}{4} = \frac{\square - 5}{20} \rightarrow \frac{15}{20} = \frac{\square - 5}{20} \rightarrow 15 = \square - 5 \rightarrow \square = 20.$$

۲

گزینه‌ی «۱» از واحد ۱ به یاد داریم برای به دست آوردن رقم یکان اعداد فقط به رقم یکان تک تک اعداد توجه می‌کنیم:

رقم یکان برابر ۶ می‌باشد  
 $23 \times 79 \times 58 \rightarrow 3 \times 9 \times 8 = 216 \rightarrow$

$\frac{6}{3} = 2$  نسبت ۲ مقدار  
 $3 = \text{مجموع ارقام} \rightarrow 1 + 0 + 2 = 3 = \text{کوچک‌ترین عدد} \rightarrow 3 \text{ رقمی بدون تکرار ارقام}$

۳

گزینه‌ی «۲» باید یک تناسب بین ۲۴ ساعت و ۱۰ قسمت قرار دهیم. ساعت  $\frac{6}{5}$  در این سامانه معادل ۱۱ صبح است.

هر ۶ ساعت معمولی در این سامانه معادل  $\frac{2}{5}$  ساعت می‌باشد بنابراین پس از ساعت ۱۱ صبح در این سامانه معادل  $\frac{2}{5}$  ساعت باید جلو برویم که برابر  $\frac{1}{5}$  در این سامانه می‌باشد.

گزینه‌ی «۱»

باقي‌مانده است  $\frac{2}{3}$  روزیتا  $\frac{1}{3}$  خرج کرده است.(به سحر داده و از  $\frac{2}{3}$  پولش کم شده است)  $\frac{2}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{4}{21}$  از باقی‌مانده  $\frac{2}{7}$  از باقی‌مانده  $\frac{4}{21}$  روزیتا

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{21} = \frac{14 - 4}{21} = \frac{10}{21} \rightarrow \text{روزیتا} = \frac{10}{21} \text{ سحر} = \frac{10 \times 21}{25 \times 21} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{21} = \frac{4}{21} = \frac{25}{21} = 1 + \frac{4}{21} = 1 + \frac{4}{21} = \frac{25}{21} = \frac{2}{5}$$

۵

گزینه‌ی «۳» از آن جا که محیط برابر جمع کل اضلاع می‌باشد پس برای محاسبه تناسب جمع نسبت‌ها را می‌یابیم:

$$2 + 3 + 4 = 9$$

۴	$\square$
۹	۱۱۷

جمع نسبت  $\times 13$   $\rightarrow \square = 4 \times 13 = 52$

$$\frac{1}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

کشت نشده است.

گزینه‌ی «۳» از نصف زمین  $\frac{3}{5}$  کشت شده است.  
نسبت قسمت کشت شده به کشت نشده  $3 : 7$  است.

کشت نشده	۷	۲۱۰۰
کشت شده	۳	□

$\times 300$

$$44 \div 2 = 22 \rightarrow 22 = \text{عرض} + \text{طول}$$

گزینه‌ی «۱» می‌دانیم:  $(\text{عرض} + \text{طول}) \times 2 = \text{محیط مستطیل}$

$$4+7=11 \quad \begin{array}{|c|c|} \hline & \text{طول} \\ \hline 7 & \square \\ \hline 11 & 22 \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = 7 \times 2 = 14 \Rightarrow 22 - 14 = 8 \text{ میلی‌متر}$$

$$\text{سانتی‌متر مربع} = 1/12 = 1/8 \times 1/4 = \text{مساحت} \rightarrow \text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت}$$

یادآوری:  $1 \text{ میلی‌متر} = 1 \text{ سانتی‌متر}$ ,  $14 \text{ سانتی‌متر} = 1 \text{ سانتی‌متر و } 4 \text{ میلی‌متر} = 4/1 \text{ سانتی‌متر}$ ,  $8 \text{ میلی‌متر} = 8/1 \text{ سانتی‌متر}$

گزینه‌ی «۱» ابتدا  $3$  نسبت  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{6}$  را به نسبت‌هایی با مخرج یکسان تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{1}{6}, \frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

نسبت‌ها به صورت  $1$  و  $2$  و  $3$  می‌باشند.  $\rightarrow$

حال که مجموع سود شرکت مورد بررسی می‌باشد پس مجموع نسبت‌ها را می‌یابیم و با کمترین نسبت سود تناسب می‌گیریم.

$$\text{مجموع نسبت} = 2+1+3=6$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & \square \\ \hline 6 & 600000 \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = 1000000$$

کمترین سود  $1$  میلیون تومان می‌باشد.

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$$

گزینه‌ی «۱» درصد معادل  $\frac{75}{100}$  می‌باشد.

نسبت پول فاطمه به کیمیا  $3 : 4$  یا  $15 : 20$  می‌باشد.

$$\frac{\text{کیمیا}}{\text{کوروش}} = \frac{15}{20} = \frac{\text{کیمیا}}{\text{کوروش}} \quad \text{و} \quad \frac{\text{کیمیا}}{\text{فاطمه}} = \frac{5}{4} = \frac{15}{12}$$

پس نسبت کیمیا  $15$ , کوروش  $12$  و فاطمه  $1$  است.

$$15+12+1=28 \quad \text{مجموع نسبت ۳ نفر} \quad 15-1=14 \quad \text{اختلاف نسبت کیمیا و فاطمه}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 14 & 56 \\ \hline 28 & \square \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = 28 \times 4 = 112.$$

گزینه‌ی «۴» چون  $2$  چرخ توسط تسمه به یکدیگر وصل شدند پس با نسبت محیط (دور چرخ) با یکدیگر در ارتباطند

پس نسبت تعداد دور زدن  $2$  چرخ با نسبت محیط یکسان است.

$$\frac{\text{چرخ بزرگ}}{\text{چرخ کوچک}} = \frac{65}{13} = 5$$

محیط چرخ بزرگ  $5$  برابر چرخ کوچک است پس:

$$10 \times 5 = 50 \quad \frac{1}{5} \text{ چرخ کوچک دور می‌زند و تعداد دور زدن چرخ کوچک } 5 \text{ برابر چرخ بزرگ است.}$$

$$\frac{2/8}{5} = \frac{28}{100} \div 5 = \frac{28}{100} \times \frac{1}{5} = \frac{28}{500} = \frac{56}{1000} \rightarrow \frac{56}{1000} \div \frac{56}{300} = \frac{56}{1000} \times \frac{30}{56} = \frac{30}{1000} = 3\%$$

$$\frac{5/6}{3} = \frac{56}{100} \div 3 = \frac{56}{100} \times \frac{1}{3} = \frac{56}{300}$$

گزینه‌ی «۴»

۱۱



۹۰	۶۰٪
۱۰۰	□

گزینه‌ی «۱» اگر با ۱۰٪ تخفیف خریدیم یعنی ۹۰٪ بهای کالا را پرداخته‌ایم:

$$\rightarrow \square = 67 \times 100 = 6700$$

$$\frac{120}{100} \times 6700 = 8040$$

با ۲۰ درصد سود یعنی به اندازه‌ی ۱۲۰ درصد قیمت اصلی بفروشد.

۱۲

گزینه‌ی «۴»

۱۳

$$\frac{90}{100} \times \frac{110}{100} = \frac{99}{100} = 99\%$$

$$\frac{80}{100} \times \frac{120}{100} = \frac{96}{100} = 96\%$$

$$\frac{70}{100} \times \frac{130}{100} = \frac{91}{100} = 91\%$$

$$\frac{60}{100} \times \frac{140}{100} = \frac{84}{100} = 84\%$$

گزینه‌ی «۲» اگر فروشنده ۳۰ درصد افزایش قیمت داده باشد قیمت فروش کالا ۱۳۰٪ قیمت اصلی است. حال با تخفیف ۱۳۰ درصدی از ۱۷۰ درصد معادل ۱۷ درصد سود کسب شده است.

یعنی اگر به میزان □ درصد بپردازیم، مبلغ ۱۱۷ درصد از قیمت اصلی کالا به دست می‌آید. بنابراین:

$$\frac{130}{100} \times \square = \frac{117}{100} \rightarrow \square = \frac{117}{130} \times \frac{100}{100} = \frac{9}{10} = 90\%$$

یعنی ۹۰ درصد پرداخت شده است پس فروشنده ۱۰ درصد تخفیف داده است.

$$\frac{85}{100} \times \frac{15}{100} = \frac{1275}{10000} \times \frac{1}{100} = \frac{1275}{1000000} = 1275\text{ مترمکعب}$$

مقدار آب ریخته شده معادل ۱۲/۷۵ درصد از کل حجم ظرف است که برابر ۲۵۵ سانتی‌مترمکعب می‌باشد.

۱۲/۷۵	۲۵۵
۱۰۰	□

حجم خالی ظرفیت ظرف آب ۱۵ درصد این مقدار است.

$$\frac{15}{100} \times 2000 = 300$$

به مرحله‌ی آزمون غنی‌سازی بروید.

بله

مجدداً سوالاتی را که در آزمون پایانی مشکل داشتید حل کنید.

آیا به تمام سوالات آزمون پایانی به درستی پاسخ داده‌اید؟

خیر





## آزمون غنی‌سازی

۱. اگر  $a$  و  $b$  را اعداد طبیعی در نظر بگیریم و رابطه  $\frac{3a+b}{2a+3b} = \frac{3}{5}$  برای  $a$  و  $b$  برقرار باشد، نسبت  $a$  به  $b$  کدام است؟

(۴) به ۳

(۳) به ۵

(۲) به ۹

(۱) به ۴

۲. با مخلوط شدن رنگ‌های سیاه و سفید به ترتیب با نسبت‌های ۲ به ۳، ۳۰۰ لیتر رنگ خاکستری روشن به دست آمده است. با افزودن چند لیتر رنگ سیاه به این محلول می‌توانیم رنگ خاکستری تیره‌تری با نسبت‌های عکس به دست آوریم؟

(۴) ۱۵۰

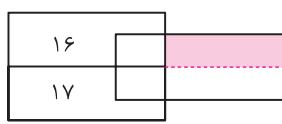
(۳) ۹۰

(۲) ۱۸۰

(۱) ۲۷۰

۳. در شکل زیر که از ۳ مستطیل ۴ در ۵ ساخته شده، مساحت ۲ ناحیه مشخص شده است. مساحت رنگی چقدر است؟

(تیزه‌هشتمان ۹۳)


 $\frac{13}{2}$ 
 $\frac{13}{7}$ 
 $\frac{52}{2}$ 
 $\frac{52}{13}$ 

۴. هر ۸ گاو در ۵ روز ۱۰۰ لیتر شیر می‌دهند. ۶ گاو در چند روز ۱۵۰ لیتر شیر می‌دهند؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۴

۵. ۱۲ نفر کاری را در ۲۰ روز انجام می‌دهند. پس از انجام  $\frac{1}{4}$  کار گران دست از کار کشیدند. تمام کار چند روزه تمام می‌شود؟

(المپیاد ریاضی ۷۶)

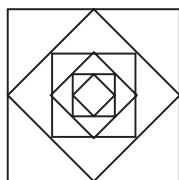
(۴) ۱۲

(۳) ۱۵

(۲) ۱۸

(۱) ۲۳

۶. به صورت شکل زیر، از وسط ضلع یک مربع به یکدیگر وصل و این کار را به صورت پی‌درپی انجام می‌دهیم. مساحت مربع پنجم چند درصد مساحت اوّلین مربع است؟


 $\%12$ 
 $\%8$ 
 $\%25$ 
 $\%6/25$ 

۷. ساعتی بر روی ساعت ۲ ظهر تنظیم شده است. عقریه‌ی ساعت‌شمار ۴۰ درصد از مسیرش را در یک ساعت آینده طی می‌کند. فاصله‌ی ۲ عقریه‌ی دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار چند درصد از ساعت است؟

(۴) ۷۲٪

(۳) ۳۶٪

(۲) ۲۰٪

(۱) ۱۲٪

۸. ۱۲ کیلوگرم از شربتی با غلظت ۴۰ درصد را با ۱۵ کیلوگرم از شربت دیگری با ۶۰٪ غلظت مخلوط می‌کنیم. شربت جدید تقریباً غلظت چند درصدی دارد؟

 $\%50$ 
 $\%65$ 
 $\%45$ 
 $\%55$



۹. فروشنده‌ای یک اسباب‌بازی را با  $15\%$  تخفیف و به قیمت  $19550$  تومان فروخت و  $15\%$  قیمت خرید سود کرد. این فروشنده چند درصد قیمتی را که تمایل داشت سود ببرد، سود برد است؟

 $\frac{1}{3}\%$  $\frac{42}{5}\%$  $53\%$  $6\%$ 

۱۰. صاحب یک مغازه لباس فروشی لباسی را با  $50\%$  سود فروخت و با پول آن لباس دیگری خرید و اگر آن لباس را با  $10\%$  ضرر نیز بفروشد و در این معامله جمماً  $7000$  تومان سود برد باشد، قیمت فروش لباس اوّل تومان بوده است؟  
(تیزه‌نوشان)

 $340000$  $204000$  $300000$  $240000$

## شناختنامه سوالات آزمون عُنی‌سازی

ردیف	عنوان زیرموضع	شماره سوال	ردیف	عنوان زیرموضع	شماره سوال
۳	مفهوم درصد	۶	۱	درک نسبت و تناسب	۱
۲	کاربرد درصد	۷	۴	تناسب مستقیم و کاربرد آن	۲
۲	کاربرد درصد	۸	۱	تناسب مستقیم و کاربرد آن	۳
۳	کاربرد درصد	۹	۴	تناسب مستقیم و کاربرد آن	۴
۲	درصدهای متولی	۱۰	۱	تناسب معکوس	۵

### پاسخ‌نامه



۱ گزینه‌ی «۱» برای حل این نوع سوالات باید به یک نکته توجه کنیم که مثلاً: اگر نسبت  $\frac{a}{b}$  باشد یعنی از  $b$  کوچک‌تر است و اگر  $a$  را در ۷ ضرب کنیم و  $b$  را در ۵ ضرب کنیم مقداری مساوی یک‌دیگر خواهد داشت (همان طرفین  $\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$   $\rightarrow a \times 7 = b \times 5$  وسطین خودمان!).

با توجه به رابطه‌ی داده شده چون نسبت صورت به مخرج ۳ به ۵ است پس اگر صورت را در ۵ ضرب کنیم و مخرج را در ۳ ضرب کنیم مقداری یکسان خواهیم داشت:

اگر پرانتز را مانند خانواده‌ای فرض کنیم که فرزندانش اعداد داخل آن باشند، می‌توان گفت اگر خانواده‌ای پولدار شوند (!) فرزندان هم پولدار خواهند شد پس اگر در پرانتزی عددی ضرب شود در تک تک اعداد داخل پرانتز ضرب خواهد شد.

(تک تک اعداد ۵ برابر شدند)

$$(3a + b) \times 5 = 15a + 5b$$

$$(2a + 3b) \times 3 = 6a + 9b$$

پس باید مقدار  $15a + 5b$  و  $6a + 9b$  با یک‌دیگر مساوی باشند.

ترمازویی را فرض کنید که در یک طرف آن ۱۵ سیب و ۵ گلابی و در طرف دیگر ۶ سیب و ۹ گلابی موجود باشد. می‌توان از هر ۲ طرف ۶ سیب و ۵ گلابی برداشت و تعادل ترازو هم‌چنان برقرار باشد تا فقط در یک ترازو سیب یا فقط گلابی داشته باشیم.

(تعداد برداشته شده از هر نوع به تعداد عدد کمتر می‌باشد)  $15a + 5b = 6a + 9b \xrightarrow{\text{هر طرف را برداشیم}} 9a = 4b$

در یک طرف ۹ تا  $a$  و در طرف دیگر ۴ تا  $b$  موجود است و تعادل (تساوی) هم‌چنان برقرار است.

پس مقدار  $b$  از  $a$  بیشتر است و نسبت آن‌ها به ۴ است نسبت  $a$  به  $b$  نیز ۴ به ۹ خواهد بود.

۲ گزینه‌ی «۴» یکی از کاربردهای اساسی نسبت تغییر نسبت مواد مختلف در محصولات و رنگ‌هاست تا ترکیب جدیدی از غلظتها به دست بیاوریم. برای آن که نسبت سفید به سیاه را به ۲ به ۳ تبدیل کنیم باید مقدار رنگ سیاه بیشتری را مخلوط کنیم. در حل سوالات این چنین به چند دانسته نیاز داریم: (الف) مقدار کل محلول (ب) مقدار هر رنگ در محلول

ابتدا مقدار رنگ سیاه را به دست می‌آوریم:

$$\frac{2}{5} = \frac{\text{رنگ سیاه}}{\text{كل رنگ}} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{\square}{300} \rightarrow \square = 2 \times 60 = 120 \text{ لیتر (رنگ سیاه)}$$



پس در محلول  $120$  لیتر رنگ سیاه و  $180$  لیتر رنگ سفید داریم. توجه کنید با اضافه شدن رنگ سیاه این مقدار رنگ سفید است که ثابت باقی می‌ماند و باید با توجه به «مقداری که ثابت می‌ماند» نسبت جدید را پیدا کرد. پس در محلول جدید محاسبه می‌کنیم با  $180$  لیتر رنگ سفید که باید با نسبت  $2$  متناسب باشد چقدر رنگ سیاه نیاز داریم:

$$\frac{2}{\square} = \frac{180}{3 \times 90} \rightarrow \square = 270$$

$\times 90$

(رنگ سیاه) لیتر  $\square = 270$  رنگ سیاه

توجه کنید  $270$  لیتر رنگ سیاه نیاز داریم که  $120$  لیتر آن از قبل وجود دارد و ما باید  $150$  لیتر رنگ سیاه اضافه کنیم.

**گزینه‌ی ۱** قبل از آن که این سؤال را حل کنیم باید توجه کنیم که از کجا در می‌یابیم که این مسئله با تناسب حل خواهد شد. هر  $3$  مستطیل که دارای اضلاع  $4$  در  $5$  باشند، مساحت  $20$  واحد مربعی دارند:

پس در مستطیل سوم با توجه به این که اندازه‌های  $16$  و  $17$  مشخص است به صورت زیر قسمت‌ها را مشخص می‌کنیم.

۱۶	۴	ناحیه ۱
۱۷	۳	ناحیه ۲

در مستطیل سوم نیز باید جمع  $2$  ناحیه‌ی  $1$  و  $2$  برابر  $13$  واحد مربع باشند اما از آن جا که نمی‌دانیم هر بخش چه مقدار است با توجه به قسمت‌های مشخص شده می‌فهمیم  $13$  واحد به

نسبت  $3$  به  $4$  تقسیم شده است. پس از تناسب کمک می‌گیریم.

$$\frac{\text{ناحیه ۱}}{\text{مجموع ناحیه‌ها}} = \frac{4}{7} = \frac{\square}{13} \rightarrow \square = \frac{13 \times 4}{7} = \frac{52}{7}$$

ناحیه‌ی رنگی  $\frac{52}{7}$  از  $13$  واحد می‌باشد.

**گزینه‌ی ۴**

**نکته:** برخی از مسائل تناسب به گونه‌ای هستند که چند متغیر متناسب ووابسته به یکدیگر دارند به این نوع تناسب‌ها، «تناسب مرکب» می‌گویند. راه حل کلی در حل این گونه مسائل این است که یک مقیاس یکسان برای حل مسئله در نظر بگیریم و باقی مقادیر را با توجه به این مقیاس محاسبه کنیم. در اینجا مقدار شیر دادن یک گاو در یک روز را مقیاس اصلی درنظر می‌گیریم.

اگر  $8$  گاو در  $5$  روز  $10$  لیتر شیر بدنهند پس  $8$  گاو در  $1$  روز  $20$  لیتر شیر می‌دهند

اگر  $8$  گاو در یک روز  $20$  لیتر شیر بدنهند پس  $1$  گاو در  $1$  روز  $2/5$  لیتر شیر می‌دهد. لیتر  $2/5$  شیر می‌دهد.  
 $2/5 \times 6 = 15$  ابتدا محاسبه کنیم  $6$  گاو در هر روز  $15$  لیتر شیر می‌دهند.

چون هر  $6$  گاو در هر روز  $15$  لیتر شیر می‌دهند پس در  $10$  روز  $150$  لیتر شیر می‌دهند. برای قسمت پایانی می‌توانستیم از جدول تناسب پی در پی استفاده کنیم.

۸	۲۰
۶	□

$$\rightarrow \square = \frac{20 \times 6}{8} = 15$$

لیتر (شیردهی  $6$  گاو)

$\rightarrow \times 10$	۱۵	۱
	۱۵۰	□

تعداد لازم برای  $150$  لیتر شیر)  $\rightarrow \square = 10$

**گزینه‌ی ۱** در این سؤال با وجود آن که تعداد روزهای کاری و کارگران متناسب هستند اما دقت کنید بخشی از کار انجام شده و تعداد کارگران تغییر می‌کند پس باید قدم به قدم جلو رفته و داده‌ها را تغییر دهیم. اگر  $\frac{1}{4}$  کار انجام شود یعنی  $5$  روز از کار انجام شده است و  $15$  روز دیگر در پیش رو داریم. همچنین  $\frac{1}{6}$  کارگران یعنی به تعداد  $2$  کارگر رفته‌اند و  $10$  کارگر باقی مانده است.

مسئله را به این صورت بیان می‌کنیم: اگر  $12$  کارگر می‌مانندند  $15$  روز کار در پیش داشتیم اکنون  $10$  کارگر داریم. بنابراین تعداد روزها را به این صورت محاسبه می‌کنیم.

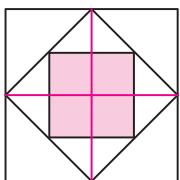
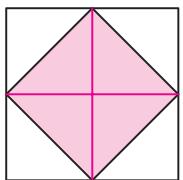
تعداد روز جدید  $\times$  تعداد کارگر جدید = تعداد روزهای اویله  $\times$  تعداد کارگر اویله

$$12 \times 15 = 10 \times \bigcirc \rightarrow \bigcirc = \frac{12 \times 15}{10} = 18$$

$$18 + 5 = 23$$

بنابراین کار ۱۸ روز دیگر تمام می‌شود و تعداد روزهای کل کار برابر است با:

گزینه‌ی «۳» ابتدا مساحت مربع‌ها را به ترتیب به دست می‌آوریم. اگر مساحت مربع اویل را ۱ در نظر بگیریم به صورت



زیر مساحت‌ها به دست می‌آید:

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

و به همین ترتیب در هر مرحله مساحت مربع داخلی نصف مساحت مربع پیروی‌اش است.

مربع پنجم مربع چهارم مربع سوم مربع دوم مربع اویل

$$1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{16}$$

مساحت مربع پنجم به صورت رو به رو محاسبه می‌شود: حال باید محاسبه کنیم  $\frac{1}{16}$  از مساحت مربع اویل چند درصد می‌شود:

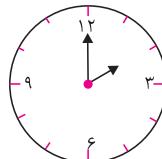
$$\text{حال باید محاسبه کنیم } \frac{1}{16} \text{ از مساحت مربع اویل چند درصد می‌شود: } \frac{1}{16} \times 360^\circ = 22.5^\circ$$

گزینه‌ی «۲» عقربه‌ی ساعت‌شمار در ۱ ساعت آینده ۱ واحد  $30^\circ$  درجه‌ای جلو می‌رود.  $40^\circ$  درصد  $30^\circ$  درجه معادل  $120^\circ$

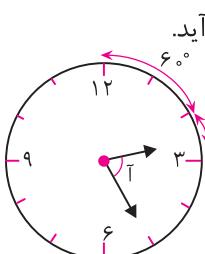
می‌باشد.  $(\frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3})$ . حال باید محاسبه کنیم:

عقربه‌ی دقیقه‌شمار در یک ساعت پیش رو (که معادل دور زدن  $360^\circ$  درجه برای عقربه‌ی دقیقه‌شمار است) چند درجه جلو می‌رود:

$$\frac{40}{100} \times 360^\circ = 144^\circ$$



از ساعت ۲ که به صورت شکل رو به رو می‌باشد



عقربه‌ی ساعت‌شمار  $120^\circ$  درجه جلوتر و عقربه‌ی دقیقه‌شمار  $144^\circ$  درجه جلوتر می‌رود و به صورت رو به رو درمی‌آید.

فاصله ۲ عقربه از یکدیگر برابر است با:

$$\frac{72}{360} = \frac{\square}{100} \rightarrow \square = \frac{72 \times 100}{360} = 20\%$$

$72^\circ$  درجه معادل  $20\%$  از ساعت است.

گزینه‌ی «۲» اگر غلظت شربتی  $40^\circ$  درصد باشد باید محاسبه کنیم از  $12$  کیلوگرم محلول چه

مقدار شربت و چه مقدار آب است. گرم (آب)  $= 72000 - 48000 = 24000$  گرم (شربت)  $= \frac{4}{10} \times 120000 = 48000$

**نکته:** غلظت به میزان وجود ماده‌ی ناخالص در کل محلول گفته می‌شود.

برای شربت دیگر نیز همین مقدار را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{6}{10} \times 150000 = 90000 \rightarrow 150000 - 90000 = 60000 \text{ گرم (شربت)}$$

حال اگر بخواهیم غلظت کل شربت‌هار احساب کنیم مقادیر شربت را با مقادیر کل محلول محاسبه کرد و نسبت به هم درصد می‌گیریم:

$$\text{گرم} = 13800 + 4800 = 18600$$

$$\text{کل محلول} = 12000 + 15000 = 27000$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{میزان شربت} & \square \\ \hline 13800 & \square \\ \hline \text{کل محلول} & 100 \\ \hline \end{array} \rightarrow \square = \frac{13800 \times 100}{27000} \simeq 51\%$$

تقریباً  $51\%$  معادل  $5\%$  غلظت دارد.



**نکته:** برای محاسبه‌ی ۲ مقدار با غلظت متفاوت می‌توان روش زیر را به کار برد:

$$\text{غلظت ماده جدید} = \frac{(\text{غلظت ماده دوم} \times \text{مقدار ماده دوم}) + (\text{مقدار ماده اول} \times \text{غلظت ماده})}{\text{مقدار ماده دوم} + \text{مقدار ماده اول}}$$

این سؤال با این روش به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{(۰/۴ \times ۱۲۰۰۰) + (۰/۶ \times ۱۵۰۰۰)}{۱۲۰۰۰ + ۱۵۰۰۰} = \frac{۴۸۰۰ + ۹۰۰۰}{۲۷۰۰۰} = \frac{۱۳۸۰۰}{۲۷۰۰۰} \approx ۵۱/۱$$

گزینه‌ی «۳» چون ۱۵٪ تخفیف گرفته است یعنی ۸۵٪ قیمت را پرداخته است پس قیمت قبل از تخفیف را محاسبه می‌کنیم.

۸۵	۱۹۵۵۰
۱۰۰	□

$$\text{قیمت قبل از تخفیف} = ۲۳۰ \times ۱۰۰ = ۲۳۰۰۰$$

توجه کنید قیمتی را که فروشنده برای کالا در نظر گرفته بود معادل ۲۳۰۰۰ تومان بوده است چون ۱۵٪ سود کرده است، پس قیمت خرید فروشنده کمتر از ۱۹۵۵۰ بوده است و ۱۱۵٪ قیمتی است که خودش خریده است.

۱۱۵	۱۹۵۵۰
۱۰۰	□

$$\rightarrow \square = \frac{۱۹۵۵۰ \times ۱۰۰}{۱۱۵} = ۱۷۰۰۰$$

مبلغ خریدی که فروشنده خریده است ۱۷۰۰۰ تومان می‌باشد. تفاوت قیمت خرید و فروش فروشنده ۲۲۵۰ - ۱۷۰۰۰ = ۵۹۵۰ تومان می‌باشد و مبلغی که فروشنده تمایل داشت بگیرد ۶۰۰۰ - ۱۷۰۰۰ = ۴۳۰۰ می‌باشد. باید حساب کنیم ۲۵۵۰ تومان چند درصد ۴۳۰۰ تومان است.

۲۵۵۰	□
۶۰۰۰	۱۰۰

$$\rightarrow \square = \frac{۲۵۵۰ \times ۱۰۰}{۶۰۰۰} = ۴۲/۵$$

فروشنده ۴۲/۵ درصد از مبلغی که می‌خواست سود ببرد، سود برد است.

گزینه‌ی «۲» در ابتدا دقت کنید که با ۵۰ درصد سود، به میزان ۱۵٪ قیمت جنس به دست می‌آید. پس لباس دوم با ۱۵٪ درصد قیمت لباس اول خریده شده است. پس وقتی که ۱۰ درصد ضرر می‌کنیم یعنی ۹٪ درصد از ۱۵٪ درصد قیمت لباس را دریافت می‌کنیم.

$$\frac{۹}{۱۰} \times \frac{۱۵}{۱۰۰} = \frac{۱۳۵}{۱۰۰} = ۱۳۵\%$$

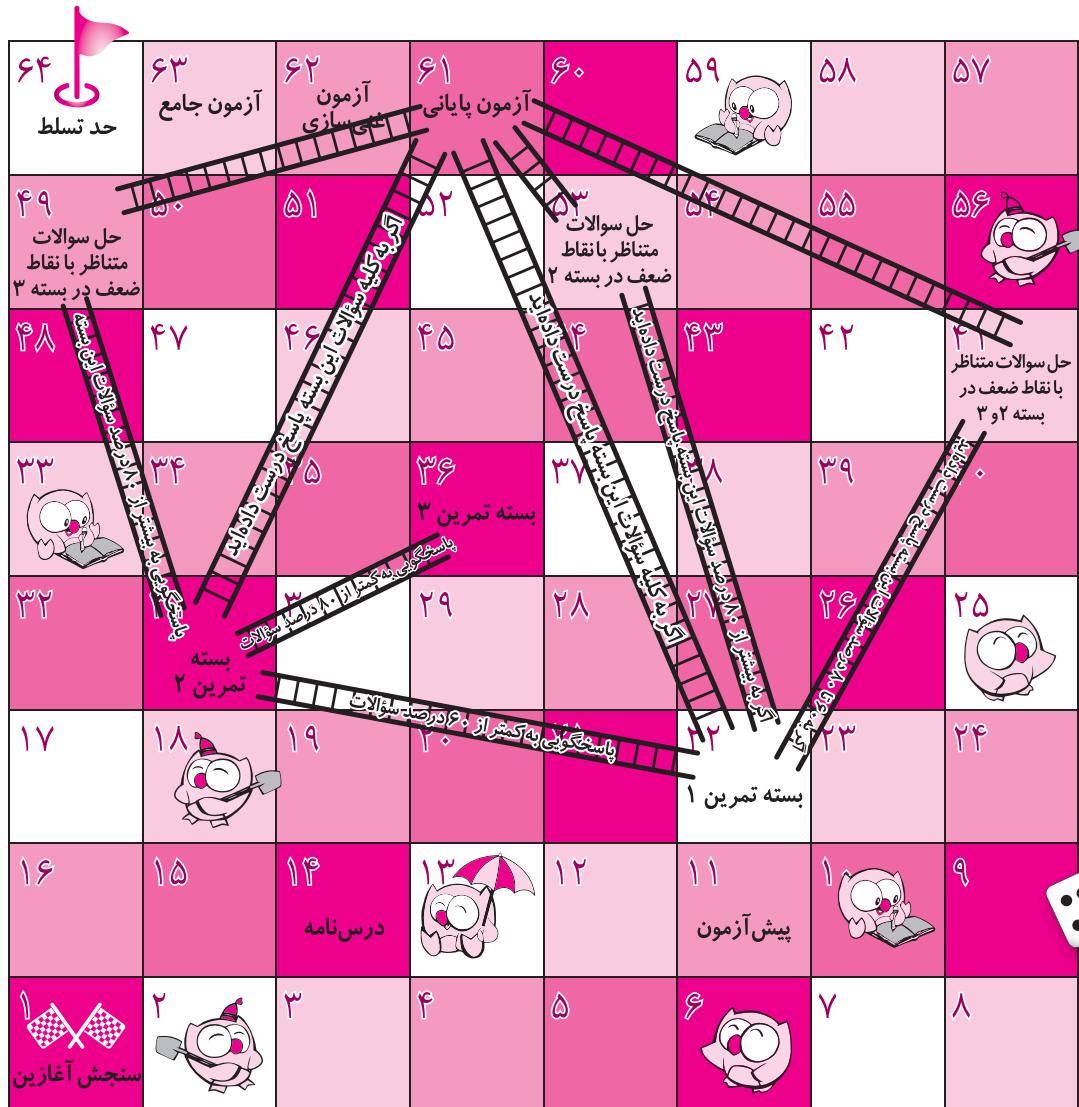
چون درصد فروش لباس دوم ۱۳۵ بوده است یعنی ۳۵٪ بیش از قیمت لباس اول از مبلغی که فرد خودش پرداخته است سود به دست آورده است پس مبلغ ۷۰۰۰ تومان همان ۳۵٪ می‌باشد.

۳۵	۷۰۰۰
۱۰۰	□

$$\rightarrow \square = ۱۰۰ \times ۲۰۰ = ۲۰۰۰۰$$

لباس اول با ۱۵٪ سود فروخته شده است پس ۱۵٪ درصد مبلغ ۳۰۰۰۰ =  $\frac{۱۵}{۱۰۰} \times ۳۰۰۰۰$  تومان می‌باشد.

## نقشه راه دانش آموز



برای مشاهده انیمیشن نقشه راه دانش آموز در گل پلاس، اپلیکیشن QR code reader را دانلود کرده و روی گوشی (یا تبلت) خود نصب نمایید.  
پس از اجرای نرم افزار، گوشی (یا تبلت) خود را در مقابل QR code مقابله کرftه و از مشاهده انیمیشن لذت ببرید.