

# کتاب کار و تمرین ریاضی نهم



محسن ساعدی - حامد اصلانی



باناام خدا

# مقدمه:

کتابی که در دست دارید «**کتاب کار و تمرین ریاضی نهم**» است که توسط مؤلفان گرامی آقای محسن ساعدی و حامد اصلانی زیر نظر دبیر محترم مجموعه تهیه شده است. این کتاب بر اساس کتاب جدید آموزش و پرورش برای پایه‌ی نهم (پایه‌ی سوم دوره‌ی اول متوسطه) نگاشته شده است. این کتاب تمامی نکته‌های مربوط به کتاب جدید نهم را دربر می‌گیرد و تمرین‌های متنوع آن به گونه‌ای طراحی شده‌اند که موجب تفکر، خلاقیت و ابتکار دانش‌آموزان عزیز شود. هر فصل بر اساس موضوع‌بندی کتاب درسی و به صورت درس به درس تفکیک شده است. و تلاش شده است تا تمرین‌ها، پرسش‌های هر بخش از ساده تر به دشوارتر تنظیم شود. هر درس شامل قسمت‌های زیر است:

۱. عبارت‌های درست و نادرست
  ۲. کامل کردن جملات
  ۳. پرسش‌های چهارگزینه‌ای
  ۴. پرسش‌های با پاسخ تشریحی
  ۵. پرسش‌های مبتکرانه
  ۶. آزمونک
- و در انتهای هر فصل به ترتیب:
۷. آزمون مبتکرانه

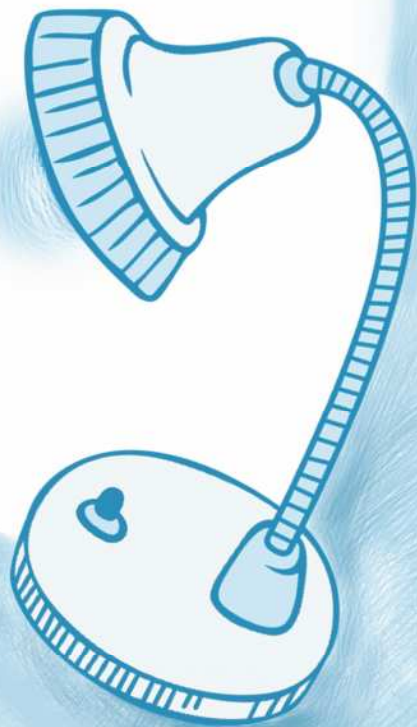
نکات کلیدی مربوط به حل پرسش‌های مبتکرانه‌ی هر درس "به صورت راهنمایی" در پایان کتاب آورده شده است (به جز در موارد خاص که راه حل کامل ارائه شده است).

۸. آزمون فصل

بخش پرسش‌های مبتکرانه فقط برای دانش‌آموزان علاقمند و سخت‌کوش است و معلمان عزیز در حل آن‌ها صاحب اختیار هستند. امیدواریم این مجموعه برای دانش‌آموزان عزیز مفید بوده و برای رسیدن به موفقیت، یاری‌گر آن‌ها باشد.

در پایان لازم می‌دانیم از مؤلفان محترم، دبیر مجموعه و خانم‌ها محبوبه شریفی (حروف‌چین و صفحه‌آرا)، مریم رسولی و بهاره خدای (گرافیک)، سپیده رشیدی، زهرا گودرز و رضیه صفریان (طراح جلد) سپاس‌گزاری کنیم.

**انتشارات مبتکران**





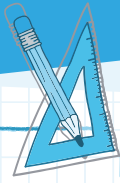
# فهرست

عنوان	صفحه
<b>فصل پنجم: عبارتهای جبری</b> ..... ۷۹	
درس ۱: عبارتهای جبری و مفهوم اتحاد.....	۸۰
درس ۲: چند اتحاد دیگر، تجزیه و کاربردها.....	۸۴
درس ۳: نابرابرها و نامعادلهها.....	۸۶
پرسشهای مبتکرانه.....	۸۹
آزمون فصل ۵.....	۹۱
<b>درس ششم: خط و معادلههای خطی</b> ..... ۹۳	
درس ۱: معادله خط.....	۹۴
درس ۲: شیب خط و عرض از مبدأ.....	۹۷
درس ۳: دستگاه معادلههای خطی.....	۱۰۲
پرسشهای مبتکرانه.....	۱۰۵
آزمون فصل ۶.....	۱۰۷
<b>فصل هفتم: عبارتهای گویا</b> ..... ۱۰۹	
درس ۱: معرفی و ساده کردن عبارتهای گویا.....	۱۱۰
درس ۲: محاسبات عبارتهای گویا.....	۱۱۳
درس ۳: تقسیم چندجمله‌ایها.....	۱۱۷
پرسشهای مبتکرانه.....	۱۲۰
آزمون فصل ۷.....	۱۲۳
<b>فصل هشتم: حجم و مساحت</b> ..... ۱۲۵	
درس ۱: حجم و مساحت کره.....	۱۲۶
درس ۲: حجم هرم و مخروط.....	۱۲۹
درس ۳: سطح و حجم.....	۱۳۲
پرسشهای مبتکرانه.....	۱۳۶
آزمون فصل ۸.....	۱۳۸
آزمون نوبت دوم.....	۱۴۰
پاسخ پرسشها مبتکرانه.....	۱۴۳

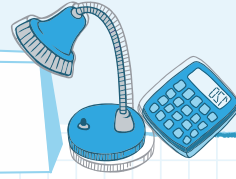
عنوان	صفحه
<b>فصل اول مجموعهها</b> ..... ۷	
درس ۱: معرفی مجموعهها.....	۸
درس ۲: مجموعهها.....	۱۰
درس ۳: اجتماع، اشتراک و تفاصل مجموعهها.....	۱۵
درس ۴: مجموعهها و احتمال.....	۱۸
پرسشهای مبتکرانه.....	۲۰
آزمون فصل ۱.....	۲۳
<b>فصل دوم: عددهای حقیقی</b> ..... ۲۵	
درس ۱: عددهای گویا.....	۲۶
درس ۲: عددهای حقیقی.....	۳۱
درس ۳: قدر مطلق و محاسبه تقریبی.....	۳۴
پرسشهای مبتکرانه.....	۳۶
آزمون فصل ۲.....	۳۸
<b>فصل سوم: استدلال و اثبات در هندسه</b> ..... ۴۱	
درس ۱: استدلال.....	۴۲
درس ۲: آشنایی با اثبات در هندسه.....	۴۵
درس ۳: هم‌نهشت مثلثها.....	۵۰
درس ۴: حل مسئله در هندسه.....	۵۴
درس ۵: شکلها متشابه.....	۵۷
پرسشهای مبتکرانه.....	۵۹
آزمون فصل ۳.....	۶۱
<b>فصل چهارم: توان و ریشه</b> ..... ۶۳	
درس ۱: توان صحیح.....	۶۴
درس ۲: نماد عملی.....	۶۸
درس ۳: ریشه‌گیری.....	۶۹
درس ۴: جمع و تفریق رادیکالها.....	۷۱
پرسشهای مبتکرانه.....	۷۳
آزمون فصل ۴.....	۷۶
آزمون نوبت اول.....	۷۷



# فصل اول: مجموعه‌ها



## معرفی مجموعه‌ها



### بخش اول: (a) معرفی مجموعه‌ها (b) نمودار ون

- مجموعه، در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیای مشخص و متمایز (غیرتکراری) استفاده می‌شود. و اعضای یک مجموعه را داخل دو آکولاد قرار می‌دهیم و نیز مجموعه را با حروف بزرگ انگلیسی نامگذاری می‌کنیم.

**مثال**  $A = \{1, 2, 3\}$

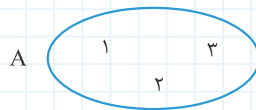
- در یک مجموعه، تکرار یک عضو و یا جابه‌جایی اعضا، تغییری در مجموعه ایجاد نمی‌کند.

**مثال**  $\{1, 2, 3\} = \{3, 1, 2\} = \{1, 1, 2, 3, 3, 3\}$

- برای نشان دادن عضو بودن در یک مجموعه از نماد  $\in$  و برای نمایش عضو نبودن در آن مجموعه از نماد  $\notin$  استفاده می‌شود.

**مثال**  $3 \in A$  و  $5 \notin A$

- اگر اعضای مجموعه  $A = \{1, 2, 3\}$  را درون یک منحنی یا خط شکسته بسته قرار دهیم، در واقع مجموعه  $A$  را به صورت نمودار ون نمایش داده‌ایم.



**مثال**

- مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد، مجموعه تهی نامیده می‌شود و با نماد  $\emptyset$  (حرف فی در زبان یونانی) یا  $\{ \}$  نمایش داده می‌شود.

**توجه**  $\{0\}$  مجموعه تهی نیست و یک عضو دارد.

- به عبارات زیر توجه کنید:

A - مجموعه تمام اعداد زوج طبیعی یک رقمی

B - مجموعه سه عدد زوج طبیعی یک رقمی

مجموعه A به صورت  $\{2, 4, 6, 8\}$  می‌باشد اما برای مجموعه B پاسخهای متفاوتی وجود دارد.

**مثال**  $\{2, 4, 8\}$  یا  $\{6, 8, 4\}$  یا ...

بنابراین عبارت A مشخص کننده یک مجموعه می‌باشد ولی عبارت B مشخص کننده یک مجموعه نمی‌باشد زیرا عبارتهایی یک مجموعه را مشخص می‌کنند که یک مجموعه معین و یکتا را بیان کنند.

## تمرین فصل اول

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- ۱- مجموعه  $\{-5, 6, 1, 1^7, \frac{1}{5}, 25 \times \frac{1}{5}, x^0\}$ ،  $A$ ، ۲ عضو دارد.  درست  نادرست
- ۲- مجموعه مقسوم‌علیه‌های مشترک اعداد ۲۴ و ۳۶ یک مجموعه ۴ عضوی است.  درست  نادرست
- ۳- عبارت اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰۰۰۰۰۰ یک مجموعه را مشخص می‌کند.  درست  نادرست
- ۴- عبارت اعداد طبیعی که بر ۳ بخش‌پذیر هستند، یک مجموعه را مشخص نمی‌کند.  درست  نادرست
- ۵- مجموعه اعداد گویای بین  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{3}{8}$  یک مجموعه تهی است.  درست  نادرست

جای خالی را با کلمه، عدد و یا علامت مناسب کامل کنید.

- ۱- مجموعه مقسوم‌علیه‌های مشترک اعداد ۲۴ و ۳۶ یک مجموعه ..... عضوی است.
- ۲- در مجموعه  $A = \{1, 1, 1, 3, 3, \frac{4}{8}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$  تعداد اعضا ..... است.
- ۳- در هر یک از الگوهای زیر، عدد بعدی را بنویسید.
- a) ۴، ۸، ۱۲، ۱۶، .....  درست  نادرست
- b) ۳، ۷، ۱۱، ۱۵، .....  درست  نادرست
- c) ۱، ۴، ۹، ۱۶، .....  درست  نادرست
- d) ۳۰، ۲۸، ۲۴، ۱۸، .....  درست  نادرست
- e) ۳، ۷، ۱۳، ۲۱، .....  درست  نادرست
- f) +۵، +۱، -۴، -۱۰، .....  درست  نادرست
- g) -۸، -۳، +۲، .....  درست  نادرست

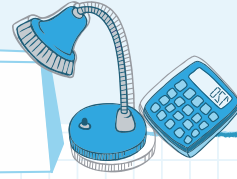
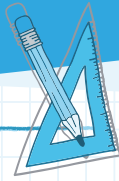
گزینه صحیح را انتخاب کنید.

- ۱- مجموعه، دسته یا گروهی است از:  الف اشياء مشخص و متمایز  ب اشياء شبیه به هم  ج اعداد متمایز  د اعداد مشخص
- ۲- مجموعه  $A = \{1, \frac{1}{4} \times 2, 15, 5^0\}$  چند عضو دارد؟  الف ۴  ب صفر  ج ۱  د هیچکدام

پاسخ پرسش‌های زیر را به صورت تشریحی بنویسید.

- ۱- اعضای مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.
- الف) مجموعه اعداد اول بین ۴۰ و ۶۰  الف
- ب) مجموعه ضرب‌های ۱۳ بین ۷۵ و ۲۲۴  ب
- ۲- کدام یک از عبارتهای زیر مشخص‌کننده یک مجموعه است؟  الف اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰۰  ب اعداد صحیح کوچک‌تر از ۱  ج درختان بلوط رشته کوه زاگرس  د پنج عدد متوالی یک رقمی
- ۳- اگر  $A = \{1, 2, 8\}$  و  $B = \{2, 3, 5, 6, 8\}$  و  $C = \{2, 3, 5, 7\}$  سه مجموعه از مجموعه مرجع  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  باشد، آن‌ها را با نمودار ون نمایش دهید.  الف اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰  ب شاعران معروف ایران  ج پنج عدد متوالی یک رقمی
- ۴- دانش‌آموزان یک کلاس به ترتیب در زمینه‌های زیر فعالیت می‌کنند:
- الف) ۲۲ نفر عضو نشریه مدرسه‌اند در حالی که ۶ نفرشان در گروه قرآن نیز فعالیت دارند.  الف
- ب) ۱۸ نفر عضو گروه قرآن هستند در حالی که ۷ نفرشان در گروه کتابخانه نیز هستند.  ب
- ج) ۲۱ نفر عضو گروه کتابخانه‌اند در حالی که ۱۰ نفرشان در نشریه نیز کار می‌کنند.  ج
- اگر سه نفر عضو هر سه گروه باشند و دو نفر در هیچ فعالیتی شرکت نکنند با رسم شکل توضیح دهید این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟





## بخش اول: (a) دو مجموعه برابر (b) زیرمجموعه‌ها

○ دو مجموعه‌ای که عضوهای کاملاً برابر دارند، دو مجموعه مساوی نامیده می‌شوند.

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 3\} \Rightarrow A = B \quad \text{مثال}$$

○ دو مجموعه‌ای که تعداد عضوهایشان برابر باشند را دو مجموعه هم‌ارز می‌نامیم.

$$A = \{1, 2, 3\}, C = \{3, 5, 7\} \Rightarrow A \sim C \quad \text{مثال (دو مجموعه A و C هم‌ارزند)}$$

○ زمانی که همه عضوهای مجموعه A در مجموعه M باشد، می‌گوییم A زیرمجموعه M است و می‌نویسیم:  $A \subset M$

○ اگر همه اعضای M در A نباشد آنگاه M زیرمجموعه A نیست و می‌نویسیم  $M \not\subset A$

○ اگر  $A \subset B$  و  $B \subset A$  باشد آنگاه نتیجه می‌گیریم که  $A = B$

توجه) تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست.  $\emptyset \subset A$

توجه) هر مجموعه‌ای زیر مجموعه خودش می‌باشد.  $A \subset A$  است.

○ اگر عضوهای مجموعه‌ای n تا باشد، تعداد زیرمجموعه‌های آن  $2^n$  زیرمجموعه است.

مثال) مجموعه‌ای که ۴ عضو دارد  $2^4 = 16$  زیرمجموعه دارد.

تعدادی از مجموعه‌هایی که آشنایی با آنها لازم است.

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

مجموعه اعداد حسابی

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

مجموعه اعداد طبیعی

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

مجموعه اعداد صحیح

$$E = \{2k \mid k \in N\} = \{2, 4, 6, \dots\}$$

مجموعه اعداد طبیعی زوج

$$D = \{2k - 1 \mid k \in N\} = \{1, 3, 5, \dots\}$$

مجموعه اعداد طبیعی فرد

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

مجموعه اعداد گویا

## تمرین فصل دوم

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

درست  نادرست

درست  نادرست

درست  نادرست

درست  نادرست

۱- مجموعه پنج حرف اول الفبای انگلیسی  $\{a, b, c\} \subset \{a, b, c, d, e\}$

۲-  $\{7, 11, 13\} \subset \{11, 13, 7\}$

۳-  $\emptyset \subset \emptyset$

۴- اگر  $C \subset D$  عضو در C وجود دارد که در D نمی‌باشد.

۵- دو مجموعه  $\{0\}$  و  $\emptyset$  مفروضند، کدام یک از روابط زیر درست است؟

- درست  نادرست
- درست  نادرست
- درست  نادرست
- درست  نادرست
- درست  نادرست

- الف  $\{0\} = \emptyset$
- ب  $\{0\} \subset \emptyset$
- ج  $\emptyset \subset \{0\}$
- د  $\{0\} \not\subset \emptyset$

۶- اگر  $C \subset D$  عضوی در  $C$  وجود دارد که در  $D$  نمی باشد.

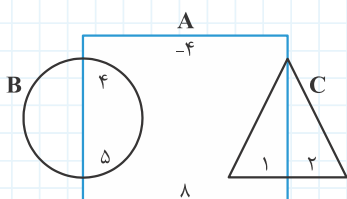
۷- تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه  $2k$  عضوی  $2$  برابر تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه  $k$  عضوی است.

- درست  نادرست
- درست  نادرست

۸- دو مجموعه  $\{ \}$  و  $\{\emptyset\}$  با هم برابر هستند.

جای خالی را با کلمه، عدد و یا علامت مناسب کامل کنید.

- ۱- مجموع همهٔ عضوهای، مجموعهٔ  $\{ \text{مضرب های یک رقمی } 3\}$  برابر ..... است.
- ۲- مجموعهٔ  $A = \{\{1\}, \{1, 2\}, 3, \{3\}\}$  ..... زیر مجموعه دارد.
- ۳- اگر مجموعه‌ای ۳۲ زیر مجموعه داشته باشد، تعداد عضوهای آن ..... است.
- ۴- دو مجموعهٔ  $\{ \}$  و  $\emptyset$  با هم برابر .....
- ۵- در مجموعهٔ  $\{x \in \mathbb{Z} | x \leq 5\}$  بزرگترین عضو مجموعه ..... است.



گزینهٔ صحیح را انتخاب کنید.

۱- با توجه به شکل روبه‌رو کدام گزاره درست است؟

- الف  $A \not\subset B$
- ب  $(-2)^3 \in A$
- ج  $1 \in A$
- د  $B \subset A$

۲- اگر  $a \in A$  و  $A \subset B$  باشد، آن گاه داریم:

- الف  $a \subset B$
- ب  $a \notin B$
- ج  $a \in B$
- د  $a \subset A$

۳- اگر  $a \notin A$  و  $B \subset A$  باشد، آن گاه داریم:

- الف  $a \subset B$
- ب  $a \notin B$
- ج  $a \subset A$
- د  $a \in B$

۴- مجموعهٔ تهی چند زیر مجموعه دارد؟

- الف ندارد
- ب ۱
- ج ۲
- د ۳

۵- اگر مجموعه‌ای دارای  $P$  عضو باشد، تعداد زیر مجموعه‌های آن چقدر است؟

- الف  $P$
- ب  $2^P$
- ج  $P^2$
- د  $2^P - 1$

۶- اگر  $A$  مجموعهٔ اعداد فرد و  $B$  مجموعهٔ اعداد اول باشد، کدام رابطه صحیح است؟

- الف  $A = B$
- ب  $B \subset A$
- ج  $A \subset B$
- د  $A \neq B$

۷- اگر  $A \subset B$  و  $B \subset D$  باشد، کدام یک از روابط زیر صحیح است؟

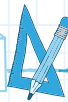
- الف  $D \subset A$
- ب  $D = A$
- ج  $B = A$
- د  $A \subset D$

۸- کدام نادرست است؟

- الف  $\{a, b, c\} \subset \{\text{سه حرف اول الفبای انگلیسی}\}$
- ب  $\{21, 13, 17\} \subset \{17, 21, 13\}$
- ج  $23 \subset \{\text{اعداد اول}\}$
- د  $\emptyset \subset \emptyset$

۹- مجموعهٔ  $E = \{1, 2, \{1, 2\}\}$  داده شده است. کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- الف  $\{1, 2\} \subset A$
- ب  $\{1, 2\} \in E$
- ج  $\emptyset \subset E$
- د  $\{\} \in E$



پاسخ تشریحی پرسش‌های زیر را به صورت تشریحی بنویسید.

۱- اگر  $A = \{-5, -4, -3, -2, \dots, 9\}$  باشد:

- الف) زیر مجموعه‌ای از  $A$  بنویسید که عضوهایش کوچک‌تر از  $-5$  باشد.
- ب) زیر مجموعه‌ای از  $A$  بنویسید که عضوهایش عدد اول باشد.
- ج) زیر مجموعه‌ای از  $A$  بنویسید که عضوهایش مضرب  $3$  باشد.
- د) زیر مجموعه‌ای از  $A$  بنویسید که عضوهایش مضرب  $5$  باشد.

۲- اگر هر عضو مجموعه  $A$  در مجموعه  $B$  نیز باشد، چه رابطه‌ای بین مجموعه  $B$  و  $A$  برقرار است؟

۳- همهٔ زیر مجموعه‌های مجموعه  $A = \{7, -5, \beta\}$  را بنویسید.

۴- اگر  $A = \{\emptyset, \{1\}, \{\emptyset, \{1\}\}$ ، تعداد عضوهای  $A$  را بنویسید.

۵- اگر  $A = \{0, \{\}\}$  و  $B = \{\{0\}, 1\}$ ، کدام یک از موارد زیر درست و کدام یک نادرست است؟

- |                   |   |                      |   |                   |   |           |     |
|-------------------|---|----------------------|---|-------------------|---|-----------|-----|
| $A = B$           | د | $\{\{\}\} \subset A$ | ج | $0 \in B$         | ب | $1 \in A$ | الف |
| $A \subset B$     | ح | $\{0\} \subset B$    | ز | $\{0\} \subset A$ | و | $0 \in A$ | ه   |
| $B \not\subset A$ | ل | $\{\}\subset B$      | ل | $\{\}\subset A$   | ی | $1 \in B$ | ط   |

۶- اگر به عضوهای مجموعه‌ای یک عضو اضافه کنیم، تعداد زیر مجموعه‌های آن چند برابر می‌شود؟

۷- به تعداد عضوهای یک مجموعه چند عضو اضافه کنیم تا تعداد زیر مجموعه‌های آن  $16$  برابر شود؟

۸- اگر از عضوهای یک مجموعه  $3$  عضو کاسته شود، تعداد زیر مجموعه‌های آن چه تغییری می‌کند؟

۹- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $7$  عضوی چند برابر تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه  $5$  عضوی است؟

۱۰- به تعداد عضوهای یک مجموعه  $5$  عضوی،  $3$  عضو اضافه می‌کنیم. به زیر مجموعه‌های آن چقدر افزوده می‌شود؟

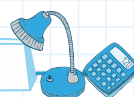
۱۱- اگر داشته باشیم  $\{1, 2\} \subset E \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$  آنگاه تعداد عضوهای مجموعه  $E$  چندتا می‌تواند باشد؟

۱۲- مجموع زیر مجموعه‌های دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابر با  $40$  است. اگر مجموعه  $A$ ،  $3$  عضو داشته باشد، تعداد عضوهای مجموعه  $B$  چندتا است؟

۱۳- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه مساوی باشند مقادیر  $x$  و  $y$  را بیابید.

$$A = \{4, -8, x + y\}$$

$$B = \{-2^3, 4x, 12\}$$



بخش دوم: نمایش مجموعه‌های اعداد

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$-3^2 \in \mathbb{N} - 1$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} - 3$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$-2 \notin \mathbb{N} - 5$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$\mathbb{Z} \not\subset \mathbb{Q} - 7$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$(0-6) \notin \mathbb{Q} - 9$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$\sqrt{3} \notin \mathbb{Q} - 11$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$\{0\} \subset \emptyset - 13$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$\{0\} = \emptyset - 15$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$(+5) \in \mathbb{N} - 2$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$\emptyset \in \mathbb{Z} - 4$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$\mathbb{R} \subset \mathbb{A} - 6$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$-8^3 \in \mathbb{Z} - 8$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$0 \in \mathbb{N} - 10$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$\frac{3}{5} \in \mathbb{Q} - 12$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$\emptyset = \{\emptyset\} - 14$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست
<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست	$\emptyset \subset \{0\} - 16$	<input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست

جای خالی را با کلمه، عدد و یا علامت مناسب کامل کنید.

۱- در جای خالی از علامت مناسب  $\in$ ،  $\notin$ ،  $\subset$ ،  $\not\subset$  استفاده کنید. (عضوهای مجموعه را داخل آکولاد  $\{ \}$  می‌نویسیم و برای نام‌گذاری مجموعه‌ها، حروف بزرگ را به کار می‌بریم.)

$0, 9$ <input type="checkbox"/> A	$0$ <input type="checkbox"/> F	$\emptyset$ <input type="checkbox"/> D
A <input type="checkbox"/> N	$\{1, 2, 3, 4\}$ <input type="checkbox"/> F	$\emptyset$ <input type="checkbox"/> E
$-(-5+3)$ <input type="checkbox"/> N	$-(-3)^2$ <input type="checkbox"/> N	$17$ <input type="checkbox"/> D
$[ -(-3)^2 ]^2$ <input type="checkbox"/> N	$\frac{-\sqrt{25} \times \sqrt{9}}{3}$ <input type="checkbox"/> Z	$\sqrt{16}$ <input type="checkbox"/> C

۲- مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x < 10\}$  همان مجموعه اعداد ..... یک رقمی است.

۳- مجموعه اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۳ را به زبان ریاضی به صورت ..... می‌نویسیم.

۴- در مجموعه  $\{x \in \mathbb{Z} \mid 2x < 9\}$  بزرگ‌ترین عضو ..... است.

گزینه صحیح را انتخاب کنید.

- ۱- کدام گزینه عضوهای مجموعه  $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$  است.
- الف)  $\{3, 2, 1, 0\}$   ب)  $\{3, 2, 1, 0, \dots\}$   ج)  $\{1, 2, 3\}$   د)  $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- ۲- میانگین سه عدد  $(-21)$  و میانگین دو عدد از این سه عدد  $(-23)$  است، عدد سوم کدام است؟
- الف)  $-17$   ب)  $-27$   ج)  $-19$   د)  $-15$
- ۳- اگر از دو برابر عددی، ۳ واحد کم کنیم حاصل ۲۹- می‌شود، آن عدد چیست؟
- الف) ۱۲  ب)  $-13$   ج)  $-14$   د) ۱۳
- ۴- میانگین ۱۰ عدد ۲۰ است. اگر به هر عدد ۱۰ تا اضافه کنیم، میانگین جدید چه تغییری می‌کند؟
- الف) یکی بیشتر می‌شود  ب) ۲ تا بیشتر می‌شود  ج) ۱۰ تا بیشتر می‌شود  د) ۲۰ تا بیشتر می‌شود
- ۵- در مجموعه  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 > 20\}$  کدام عضو قرار ندارند؟
- الف) ۵  ب) ۷  ج)  $-4$   د)  $-6$



پاسخ پرسش‌های زیر را به صورت تشریحی بنویسید.

پاسخ تشریحی

۱- مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان مشخص کنید. سپس کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو هر مجموعه را مشخص کنید:

الف) مجموعه‌ای به نام A که عضوهایش اعداد صحیح بزرگ‌تر از ۲- باشد.

ب) مجموعه‌ای به نام B که عضوهایش مضرب صحیح ۳ باشد.

ج) مجموعه‌ای به نام C که عضوهایش مضرب صحیح ۲ باشد.

د) مجموعه‌ای به نام D که عضوهایش مضرب صحیح ۵ باشد.

ه) مجموعه‌ای به نام E که عضوهایش اعداد صحیح کوچک‌تر از ۴- باشد.

و) مجموعه‌ای به نام F که عضوهایش عدد اول یک رقمی باشد.

۲- با توجه به سوال قبلی درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

$$-2 \in A$$

$$A \subset B$$

$$F \subset A$$

$$0 \in B$$

$$B \subset A$$

$$B \subset C$$

$$D \not\subset E$$

$$-4 \notin C$$

$$B \not\subset C$$

$$3 \in C$$

$$5 \in D$$

$$C \subset B$$

$$C \subset D$$

$$-5 \notin F$$

$$B = C$$

۳- عضوهای مجموعه مقابل را بنویسید.

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 < x^2 < 20\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 < x < 11\}$$

$$C = \{2x \mid x \in \mathbb{Z}, -7 < x < 4\}$$

۴- مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی مشخص کنید.

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

$$G = \{-8, -9, -1, 0, \dots\}$$

$$B = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$$

$$H = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots\}$$

$$C = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots \right\}$$

$$F = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

۵- مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان بنویسید.

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2x^2 - 3 = 4\}$$

$$E = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 < 49\}$$

$$F = \left\{ x-1 \mid x \in \mathbb{Z}, \frac{1}{x} \in \mathbb{Z} \right\}$$

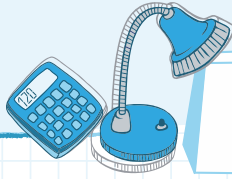
$$C = \{x^2 + x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 = 9\}$$

$$G = \left\{ x \mid x \in \mathbb{Z}, \frac{x}{6} \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$D = \{x^2 - 7 \mid x, y \in \mathbb{N}, x + y < 5\}$$

$$H = \left\{ x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{1}{x} \in \mathbb{N} \right\}$$

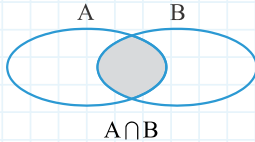




## اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

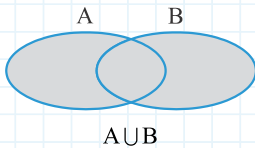


- اجتماع و اشتراک دو مجموعه: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن هم عضو  $A$  و هم عضو  $B$  باشند را اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$  می‌نامیم و با  $A \cap B$  نشان می‌دهیم که خوانده می‌شود (اشتراک  $B$ )



با زبان ریاضی:  $A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$

- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن شامل همهٔ عضوهای  $A$  و  $B$  است را اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  می‌نامیم و با  $A \cup B$  نشان می‌دهیم که خوانده می‌شود (اجتماع  $B$ )



با زبان ریاضی:  $A \cup B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$

**مثال** اگر دو مجموعه  $A = \{2, 4, 6, 8\}$  و  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  را داشته باشیم آنگاه:

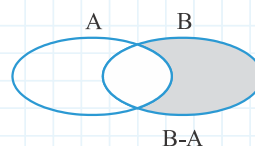
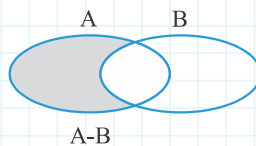
$$A \cap B = \{2, 4\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$$

- تفاضل دو مجموعه:** اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن عضو  $A$  باشند ولی عضو  $B$  نباشند را تفاضل  $B$  از  $A$  می‌نامیم و با  $A - B$  نشان می‌دهیم که خوانده می‌شود (منهای  $B$ )

با زبان ریاضی:  $A - B = \{x | x \in A \text{ و } x \notin B\}$

**توجه** با توجه به نمودارهای ون زیر می‌بینیم که:  $A - B \neq B - A$



**مثال** در مثال قبل داریم:

$$A - B = \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, 6, 8\} - \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{6, 8\}$$

$$B - A = \{1, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}\} - \{2, 4, 6, 8\} = \{1, 3, 5\}$$

**مجموعه مرجع:** مجموعه‌ای که شامل مجموعه‌های دیگر باشد، مجموعه مرجع نامیده می‌شود که آن را با  $M$  نشان می‌دهند.

**توجه** دو مجموعه‌ای که هیچ عضو مشترک نداشته باشند را «جدا از هم» می‌گوییم.

**توجه** تعداد عضوهای هر مجموعه مانند  $A$  را با  $n(A)$  نشان می‌دهیم.

**مثال** اگر مجموعه  $A$  ۳ عضو داشته باشد، می‌نویسیم:  $n(A) = 3$

**توجه** اجتماع هر مجموعه با خودش برابر همان مجموعه است. یعنی  $A \cup A = A$

**توجه** اشتراک هر مجموعه با خودش برابر همان مجموعه است. یعنی  $A \cap A = A$

**توجه** اشتراک هر مجموعه با تهی برابر تهی است. یعنی  $A \cap \emptyset = \emptyset$

**توجه** اجتماع هر مجموعه با تهی برابر همان مجموعه است. یعنی  $A \cup \emptyset = A$

**توجه** اشتراک و اجتماع دو مجموعه خاصیت جابه‌جایی دارد. یعنی  $A \cup B = B \cup A$  ،  $A \cap B = B \cap A$

**توجه** اشتراک و اجتماع سه مجموعه خاصیت شرکت‌پذیری دارد. یعنی  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$   
 $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

**توجه** اگر یک مجموعه، زیرمجموعه مجموعه‌ای دیگر باشد آنگاه اجتماع آنها مجموعه بزرگتر و اشتراک آنها مجموعه کوچکتر خواهد بود.

**مثال** اگر  $A \subset B$  باشد آنگاه:  $A \cup B = B$   
 $A \cap B = A$

**توجه** اشتراک دو مجموعه، زیرمجموعه هر دو مجموعه است. یعنی:  $(B \cap A) \subset A$   
 $(B \cap A) \subset B$

**توجه** هر یک از دو مجموعه، زیرمجموعه اجتماع آنهاست. یعنی:  $A \subset (A \cup B)$   
 $B \subset (A \cup B)$

**توجه**  $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$

**توجه** اگر  $A \subset B$  باشد آنگاه:  $A - B = \emptyset$

**توجه** اگر  $A \cup B = \emptyset$  باشد آنگاه:  $A = B = \emptyset$

**توجه**  $(B - A) \cup (A \cap B) = B$

**توجه**  $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

**توجه**  $A \cap (A \cup B) = A$

**توجه**  $A \cup (A \cap B) = A$

## تمرین فصل سوم

**درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.**

- |                                 |                               |
|---------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> نادرست | <input type="checkbox"/> درست |
| <input type="checkbox"/> نادرست | <input type="checkbox"/> درست |
| <input type="checkbox"/> نادرست | <input type="checkbox"/> درست |
| <input type="checkbox"/> نادرست | <input type="checkbox"/> درست |
| <input type="checkbox"/> نادرست | <input type="checkbox"/> درست |
| <input type="checkbox"/> نادرست | <input type="checkbox"/> درست |

۱- اگر  $b \in C \cup D$  به طور قطع می‌توان گفت  $b \in C$  می‌باشد.

۲- همواره  $A \subset A \cap B$  است.

۳- همیشه  $B \subset A \cup B$  است.

۴- هر مجموعه بیشتر از یک زیرمجموعه دارد.

۵- اجتماع دو زیرمجموعه از یک مجموعه، زیرمجموعه آن مجموعه می‌باشد.

۶- اگر  $A \cap B = A \cap C$  ، می‌توان گفت  $B = C$ .

جای خالی را با کلمه، عدد و یا علامت مناسب کامل کنید.

- ۱- اشتراک دو مجموعه جدا از هم ..... است.  
 ۲- اگر  $A$  زیر مجموعه  $B$  باشد آنگاه اشتراک آن‌ها ..... است.  
 ۳- اگر  $A$  زیر مجموعه  $B$  باشد آنگاه اجتماع آن‌ها ..... است.

گزینه صحیح را انتخاب کنید.

۱- اگر مجموعه مقسوم‌علیه‌های ۳۶ را  $A$  و مجموعه مقسوم‌علیه‌های ۴۸ را  $C$  و مجموعه مقسوم‌علیه‌های ۶۰ را  $B$  نام‌گذاری کنیم، خواهیم داشت:

الف  $C \subset B$       ب  $A \subset B$       ج  $(C \cap A) \subset B$       د  $(C \cup A) \subset B$

۲- اگر  $A = \{2, 4, 6\}$  و  $A \cap B = \{2, 6\}$  باشد، آن‌گاه کدام گزینه می‌تواند مجموعه  $B$  باشد؟

الف  $\{3, 2, 5, 6\}$       ب  $\{2, 3, 5\}$       ج  $\{2, 3\}$       د  $\{5, 6\}$

۳- اگر  $\{4, 6, 8\} = \{4, 6, b\} \cap \{3, 4, a, 8\}$  آنگاه  $a$  و  $b$  برابرند با:

الف  $a = 6$  و  $b = 6$       ب  $a = 6$  و  $b = 8$       ج  $a = 8$  و  $b = 8$       د  $a = 8$  و  $b = 6$

۴- اگر  $A \subset B$  و  $B \not\subset A$  کدام گزینه نادرست است؟

الف  $A \subset A \cup B$       ب  $B \subset A \cap B$       ج  $(A \cap B) \subset (A \cup B)$       د  $A \cap B \subset B$

۵- اگر  $B$ ، ۱۰ عضو و مجموعه  $(A \cup B)$ ، ۲۰ عضو داشته باشد تعداد عضوهای  $A$  متعلق‌اند کدام است؟

الف ۱۵      ب ۱۰      ج ۵      د معلوم نمی‌شود.

۶- هرگاه  $A \cup B = \emptyset$  باشد آنگاه همواره:

الف  $A = \emptyset, B \neq \emptyset$       ب  $A = B = \emptyset$       ج  $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$       د  $A \neq \emptyset, B = \emptyset$

۷- اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، ۲۵ عضو دارد به مجموعه  $A$ ، ده عضو جدید اضافه کرده‌ایم. به اشتراک آن‌ها ۹ عضو اضافه شده است. اجتماع مجموعه  $B$  و مجموعه جدید حاصل از  $A$  چند عضو دارد؟

الف ۲۵      ب ۲۶      ج ۳۴      د ۳۵

۸- اگر  $A = \{\emptyset, \{2\}, x\}$  کدام گزینه صحیح است؟

الف  $\{2\} \in A$       ب  $\{2\} \subset A$       ج  $2 \in A$       د  $\emptyset \not\subset A$

پاسخ پرسش‌های زیر را به صورت تشریحی بنویسید.

۱- برای اینکه هر یک از روابط زیر صحیح باشد بین  $A$  و  $B$  چه رابطه‌ای باید برقرار باشد؟

الف  $A \cap B = A$       ب  $A \cup B = A$       ج  $A \cup B = \emptyset$       د  $A \cap B = \emptyset$

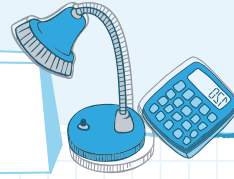
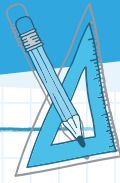
۲- اگر  $B \subset A$  باشد، طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.

الف  $A \cup B =$

ب  $(A - B) \cup B =$

ج  $B - A =$

## مجموعه‌ها و احتمال



در سال گذشته آموختیم که برای محاسبه احتمال رخ دادن یک پیشامد از رابطه زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow \text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}}$$

می‌دانیم که

**مثال** تاسی را می‌اندازیم، احتمال هر یک از پیشامدهای زیر عبارتست از:

پیش آمد رو شدن مضرب ۲ = A

$$A = \{2, 4, 6\}, S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(A) = 3, n(S) = 6$$

الف) عدد رو شده مضرب ۲ باشد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

پیشامد رو شدن عدد اول = B

ب) عدد رو شده اول باشد.

$$B = \{2, 3, 5\}, n(B) = 3 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

پیشامد رو شدن عدد بیشتر از ۶ = C

ج) عدد رو شده بیشتر از ۶ باشد.

$$C = \emptyset \Rightarrow n(C) = 0 \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{0}{6} = 0$$

**مثال** دو تاس را با هم می‌اندازیم، احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده بیشتر از ۹ باشد چقدر است؟

$$n(S) = 6 \times 6 = 36 \text{ حالت}$$

تاس اول ۶ حالت و تاس دوم هم ۶ حالت دارد. پس کل حالت‌های ممکن می‌شود:

$$A = \{4, 6\}, \{5, 5\}, \{5, 6\}, \{6, 4\}, \{6, 5\}, \{6, 6\} \Rightarrow n(A) = 6 \text{ حالت}$$

همه حالت‌های مطلوب عبارتند از:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

**مثال** چند عدد ۳ رقمی را می‌توان با رقم‌های فرد نوشت، درحالی‌که تکرار مجاز نباشد؟

صدگان	دهگان	یکان
۵ انتخاب	۴ انتخاب	۳ انتخاب

همه اعدادی که می‌توان در عدد نویسی به کاربرد  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$  است. پس برای نوشتن صدگان ۵ انتخاب داریم. اگر یک عدد را انتخاب کنیم

تعداد انتخاب‌های باقی‌مانده برای دهگان می‌شود ۴ انتخاب و به همین ترتیب تعداد انتخاب‌ها ممکن برابر یکان، ۳ انتخاب است پس در کل؛

$$5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ عدد می‌توان نوشت}$$

حال اگر در نوشتن عدد ۳ رقمی مجاز به استفاده تکراری از یک رقم باشیم برای هر گزینه ۵ انتخاب خواهیم داشت. در نتیجه می‌توانیم، ۱۲۵ عدد ۳ رقمی بنویسیم.

$$5 \times 5 \times 5 = 125$$

## تمرین فصل چهارم

**درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.**

- |                               |                                 |  |
|-------------------------------|---------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> درست | <input type="checkbox"/> نادرست | ۱- سکه‌ای را شش بار پرتاب کردیم و هر شش بار رو آمد، در هفتمین پرتاب هم حتماً رو می‌آید.          |
| <input type="checkbox"/> درست | <input type="checkbox"/> نادرست | ۲- در پرتاب تاس، احتمال اینکه عدد رو شده زوج باشد، ۵۰ درصد است.                                  |
| <input type="checkbox"/> درست | <input type="checkbox"/> نادرست | ۳- در خانواده‌ای که دو فرزند دارند احتمال اینکه هر دو پسر یا هر دو دختر باشند $\frac{1}{4}$ است. |
| <input type="checkbox"/> درست | <input type="checkbox"/> نادرست | ۴- شش مداد رنگی با رنگ‌های مختلف را به ۱۲۰ حالت می‌توان کنار هم چید.                             |
| <input type="checkbox"/> درست | <input type="checkbox"/> نادرست | ۵- تعداد اعداد شش رقمی که با ارقام ۰ و ۱ می‌توان ساخت ۶۴ تا است.                                 |
| <input type="checkbox"/> درست | <input type="checkbox"/> نادرست | ۶- تعداد اعداد شش رقمی بدون تکرار ارقام ۶۴۸ تا است.  |

جای خالی را با کلمه، عدد و یا علامت مناسب کامل کنید.

- ۱- با ۳ رقم، در صورتی که تکرار مجاز نباشد می‌توان ..... عدد ۳ رقمی نوشت.
- ۲- در کیسه‌ای ۶ مهره سفید، ۷ سیاه و ۴ مهره سبز داریم. اگر بخواهیم از هر رنگ لااقل یک مهره داشته باشیم دست کم باید ..... مهره از کیسه بیرون بیاوریم.
- ۳- در پرتاب ۵ سکه مختلف احتمال اینکه حداقل ۲ سکه رو بیاید ..... است.
- ۴- تعداد اعداد سه رقمی که در آن ۹ به کار نرفته باشد ..... تا است.
- ۵- تعداد حالات ممکن در پرتاب ۳ سکه برابر ..... حالت است.

گزینه صحیح را انتخاب کنید.

- ۱- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، احتمال اینکه هر دو عدد ۴ باشد چقدر است؟  

الف) $\frac{1}{6}$	ب) $\frac{1}{12}$	ج) $\frac{1}{36}$	د) $\frac{2}{36}$
--------------------	-------------------	-------------------	-------------------
- ۲- با ارقام زوج چند عدد دو رقمی می‌توان نوشت که بر ۵ بخش پذیر باشد؟  

الف) ۴	ب) ۵	ج) ۱۰	د) ۲۰
--------	------	-------	-------
- ۳- احتمال اینکه مجموع ارقام یک عدد دو رقمی، عددی فرد شود، چقدر است؟  

الف) $\frac{1}{3}$	ب) $\frac{1}{3}$	ج) $\frac{1}{4}$	د) $\frac{2}{36}$
--------------------	------------------	------------------	-------------------
- ۴- یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم، احتمال اینکه سکه رو و تاس عددی بیشتر از ۳ باشد چقدر است؟  

الف) $\frac{1}{2}$	ب) $\frac{1}{3}$	ج) $\frac{1}{4}$	د) $\frac{1}{6}$
--------------------	------------------	------------------	------------------
- ۵- تاسی را ۴ بار انداختیم و هر ۴ بار، ۶ آمده است. احتمال این که بار پنجم ۵ بیاید چقدر است؟  

الف) ۱	ب) $\frac{1}{2}$	ج) $\frac{1}{5}$	د) $\frac{1}{6}$
--------	------------------	------------------	------------------

پاسخ پرسش‌های زیر را به صورت تشریحی بنویسید.

- ۱- با پنج رنگ آبی، سبز، زرد، قرمز و سفید، به چند طریق می‌توان پرچمی سه رنگ ساخت؟
- ۲- در یک آزمون ۴ گزینه‌ای با ۸ سوال، پاسخ‌نامه هر دانش آموز، چند حالت مختلف می‌تواند داشته باشد؟
- ۳- با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی کوچک‌تر از ۴۰۰ می‌توان نوشت؟
- ۴- مهره‌های شماره‌دار را از شماره ۱ تا ۱۰ درون کیسه‌ای قرار دادیم و می‌خواهیم یکی یکی مهره‌ها را به طور تصادفی از کیسه خارج کنیم. به سوالات زیر به ترتیب پاسخ دهید:
  - الف) احتمال اینکه اولین مهره خارج شده شماره ۱ باشد چقدر است؟
  - ب) احتمال اینکه اولین و دومین مهره، به ترتیب ۵ و ۹ باشد چقدر است؟
  - ج) احتمال اینکه اولین مهره عددی فرد باشد چقدر است؟
  - د) احتمال اینکه دومین مهره عددی زوج باشد چقدر است؟ (دو جواب)
- ۵- چند عدد سه رقمی فرد وجود دارد که بر ۵ بخش پذیر است؟





## پرسش‌های هیتکرانه

- ۱- با توجه به شرایط زیر مجموعه‌های A و B و C را مشخص کنید.
- الف) اعداد ۲، -۵، ۷ عضو مجموعه‌های A و B هستند و در C نیستند.
- ب) اعداد ۳، ۵ عضو هر سه مجموعه هستند.
- ج) عدد ۸ فقط عضو مجموعه A است.
- د) مجموع عددی عضوهای B مساوی ۱۰- است و مجموعه B، ۷ عضو دارد.
- ه) فقط عضو B و ۲- فقط عضو C است.
- و) جمع اعضای مجموعه A مساوی ۵ است و A نیز ۷ عضو دارد.
- ز) مجموعه‌های B و C سه عضو مشترک دارند.
- ح) مجموعه‌های A و C نیز سه عضو مشترک دارند.
- ۲- در دنباله‌های عددی زیر، جمله دهم را پیدا کنید.
- {۱, ۴, ۹, ۱۶, .....}                      {۱, ۸, ۲۷, ۶۴, .....}                      {۰, ۷, ۲۶, ۶۳, .....}
- ۳- حاصل جمع همه عضوهای مجموعه اعداد زوج دورقمی را حساب کنید.
- ۴- اگر به تعداد عضوهای یک مجموعه، ۲ عضو اضافه شود، به تعداد زیر مجموعه‌های آن ۴۸ مجموعه اضافه می‌شود. تعداد عضوهای آن مجموعه چندتا است؟
- ۵- اگر تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه  $k+1$  عضو باشد، تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه  $2k+1$  عضو چند است؟
- ۶- اگر از تعداد عضوهای مجموعه‌ای ۴ عضو کم کنیم از تعداد زیر مجموعه‌های آن ۱۲۰ مجموعه کم می‌شود. تعداد عضوهای این مجموعه چندتا است؟
- ۷- تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه  $(k-1)$  عضو ۳۲ زیرمجموعه از تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه ۶ عضو کمتر است. مقدار k را حساب کنید.
- ۸- تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه  $3k+5$  عضو چند برابر تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه  $3k-1$  عضو است؟
- ۹- تعداد زیر مجموعه‌های ۵ عضو یک مجموعه ۸ عضو را بدست آورید.
- ۱۰- تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضو و تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضو یک مجموعه ۷ عضو را به دست آورید.
- ۱۱- اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  باشد عضوهای  $B = \left\{ \frac{x}{3^x} \mid x \in A \right\}$  را بنویسید.
- ۱۲- مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضایشان مشخص کنید.

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 - 1 = 0\}$$

$$B = \{2^x \times 3^y \mid x, y \in \mathbb{N}, x + y = 5\}$$

$$C = \{2^x + 3^y \mid x, y \in \mathbb{N}, x + y = 7\}$$

$$D = \{2^{xy} - 3^x \mid x, y \in \mathbb{N}, x + y = 4\}$$

$$E = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, \sqrt{-x} \in \mathbb{N}\}$$

$$F = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^3 + 1 = 0\}$$