

## چگونگی حل یک مسئله

در حل یک مسئله بهتر است چهار مرحله زیر، به ترتیب طی شود تا آن مسئله را به طور کامل حل نمود.

## مرحله اول: فهمیدن مسئله

یعنی خواندن صحیح و خوب یک مسئله، تشخیص دادن فرض‌ها و داده‌های مسئله، تشخیص خواسته‌های مسئله و ارتباط مناسب بین آن‌ها.

## مرحله دوم: انتخاب راهبرد و روش مناسب برای حل مسئله

در این کتاب ۸ راهبرد برای حل مسئله توضیح داده شده است. تشخیص این‌که در هر مسئله از کدام راهبرد استفاده شود، یکی از مهم‌ترین مراحل حل مسئله می‌باشد. راهبردهای حل مسئله عبارتند از:

- (۱) رسم شکل (۲) الگوسازی (تفکر نظام‌دار) (۳) حذف حالت‌های نامطلوب (۴) الگویابی  
(۵) حدس و آزمایش (۶) زیرمسئله (۷) حل مسئله ساده‌تر (۸) روش‌های نمادین

## مرحله سوم: حل مسئله

با توجه به راهبرد انتخاب‌شده و فهم مناسب مسئله، شروع به حل آن می‌کنیم. اگر در جایی از حل مسئله تشخیص دادید که با راهبرد انتخابی به جواب نمی‌رسید، مسئله را با دقت بیشتری خوانده، به مرحله دوم برگشته و راهبرد خود را عوض کنید.

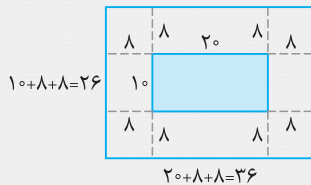
## مرحله چهارم: برگشت به عقب

جوابی که به دست می‌آید باید منطقی باشد. بهتر است راه حل و روش‌هایی که برای حل از آن‌ها استفاده شده را دوباره بررسی و آزمایش کنیم تا جواب به دست آمده همان جواب درست و قطعی مسئله باشد.

## راهبرد رسم شکل

در بسیاری از مسائل با کشیدن یک شکل مناسب، مسئله یا به طور کامل حل می‌شود و یا به حل مسئله کمک می‌کند. در رسم شکل نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نمی‌باشد. منظور از رسم شکل، کشیدن یک شکل دقیق نیست؛ بلکه می‌توانید برای این کار از شکل‌های ساده استفاده نمایید. مثلاً برای رسم یک زمین کشاورزی رسم یک مستطیل ساده کافی است.

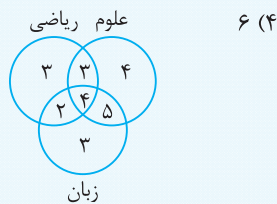
**مثال:** طول و عرض یک زمین والیبال ۲۰ و ۱۰ متر می‌باشد. اگر فاصله زمین تا دیوار سالن از هر طرف ۸ متر باشد، مساحت سالن را به دست آورید.



**پاسخ:** همان‌طور که در شکل مشخص است، طول و عرض سالن به ترتیب برابر ۳۶ و ۲۶ متر خواهد بود. بنابراین مساحت سالن برابر است با:  
متر مربع  $۹۳۶ = ۲۶ \times ۳۶$

**تست:** در یک کلاس ۳۰ نفره، بعد از امتحانات ترم اول، نتایج زیر به دست آمده است:

۱۲ نفر در درس ریاضی، ۱۶ نفر در درس علوم و ۱۴ نفر در درس زبان نمره ۲۰ گرفته‌اند. ۷ نفر هم در ریاضی و هم در علوم ۲۰ شده‌اند. ۹ نفر، هم در علوم و هم در زبان ۲۰ شده‌اند و ۶ نفر، هم در ریاضی و هم در زبان ۲۰ شده‌اند. ۴ نفر هم در هر سه درس ۲۰ گرفته‌اند. چند نفر از دانش‌آموزان این کلاس در هیچ‌کدام از این سه درس نمره ۲۰ نگرفته‌اند؟



$$۳ + ۳ + ۴ + ۲ + ۴ + ۵ + ۳ = ۲۴$$

بنابراین ۲۴ نفر حداقل در یکی از این ۳ درس نمره ۲۰ گرفته‌اند. پس  $۳۰ - ۲۴ = ۶$  نفر، در هیچ‌کدام از این سه درس ۲۰ نگرفته‌اند. بنابراین جواب

صحیح گزینه (۴) می‌باشد.

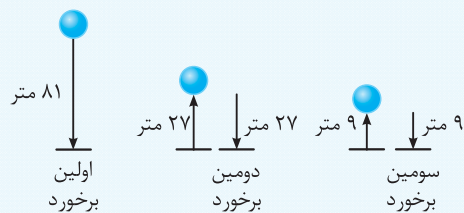
**تست:** توپی از ارتفاع ۸۱ متری رها می‌شود. این توپ هر بار پس از برخورد با زمین، ثلث ارتفاع قبلی خود بالا می‌رود. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟

۱۳۵ (۱)

۱۳۹ (۲)

۱۵۳ (۳)

۱۴۱ (۴)

**پاسخ:**متر  $153 = 81 + 27 + 27 + 9 + 9$  = مجموع مسیر طی شده توسط توپ

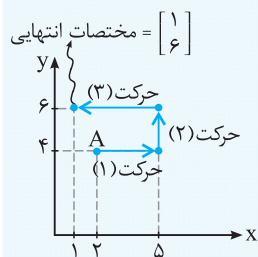
بنابراین گزینه (۳) صحیح می‌باشد.

**تست:** نقطه A ابتدا در مختصات  $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$  قرار دارد. این نقطه را ابتدا ۳ واحد به سمت راست، سپس ۲ واحد به سمت بالا و در انتها ۴ واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم. در آخر نقطه A دارای چه مختصاتی است؟

 $\begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$  (۱)

 $\begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$  (۲)

 $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$  (۳)

 $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$  (۴)
**پاسخ:**

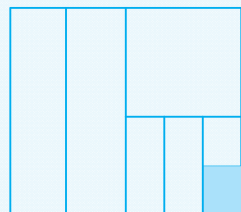
با توجه به شکل، گزینه (۱) صحیح می‌باشد.

**تست:** چه کسری از شکل روبه‌رو رنگ شده است؟

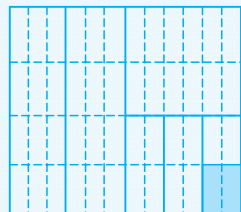
 $\frac{1}{12}$  (۱)

 $\frac{1}{24}$  (۲)

 $\frac{1}{18}$  (۳)

 $\frac{1}{36}$  (۴)
**پاسخ:**

مطابق شکل با خطوط نقطه‌چین، آن را به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم. همان‌طور که

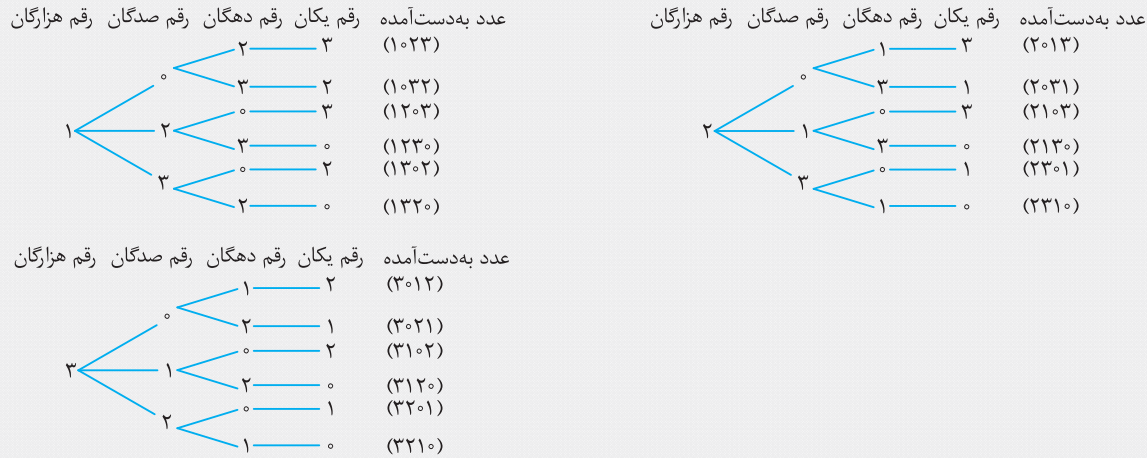
مشاهده می‌شود،  $\frac{2}{48} = \frac{1}{24}$  شکل رنگ شده است. پس گزینه (۲) صحیح می‌باشد.

### راهبردهای گوسازی (تفکر نظام‌دار)

برای حل بعضی از مسئله‌ها باید همه حالت‌های ممکن را بنویسیم. برای نوشتن همه حالت‌ها، لازم است آن‌ها را با نظم، الگو و ترتیب مشخصی نوشت. استفاده از جدول‌ها، نمودار درختی و ... از راه‌هایی است که همه حالت‌ها را می‌توان با آن‌ها مشخص کرد. الگوسازی به شما کمک می‌کند تا مطمئن شوید که همه حالت‌ها را نوشته‌اید. به این راهبرد که با توجه به نظم و ترتیب منظمی از آن استفاده می‌کنیم، تفکر نظام‌دار نیز می‌گویند.

**مثال:** با ارقام ۰، ۱، ۲ و ۳، چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

**پاسخ:** توجه شود که رقم صفر نمی تواند در سمت چپ عدد ظاهر شود. با استفاده از نمودار درختی تمام حالت ها را می نویسیم:



در مجموع ۱۸ عدد چهار رقمی ساخته می شود.

**تست:** حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۱۲۰ و مجموع آن ها کم تر از ۴۰ شده است. چند جفت عدد با این شرایط وجود دارد؟

۴ (۱)      ۳ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

**پاسخ:** برای حل این مسئله، ابتدا جدولی منظم تهیه می کنیم که شامل چهار قسمت می باشد. باید در نظر داشت که اعداد را طوری پیدا کنیم که حاصل ضرب آن ها ۱۲۰ و حاصل جمع آن ها کم تر از ۴۰ شود:

عدد کوچک تر	عدد بزرگ تر	حاصل ضرب	حاصل جمع
۴	۳۰	۱۲۰	۳۴
۵	۲۴	۱۲۰	۲۹
۶	۲۰	۱۲۰	۲۶
۸	۱۵	۱۲۰	۲۳
۱۰	۱۲	۱۲۰	۲۲

بنابراین ۵ حالت مختلف برای دو عدد وجود دارد. بنابراین گزینه (۳) صحیح می باشد.

**تست:** تعداد زیادی سکه های ۲۵ و ۵۰ تومانی داریم. به چند حالت می توان ۳۰۰ تومان درست کرد، به طوری که از هر سکه حداقل یک بار استفاده شود؟

۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۳ (۴)

**پاسخ:** دقت شود که نباید تعداد سکه های ۲۵ تومانی فرد باشد، چرا که بقیه پول را نمی توان با سکه های ۵۰ تومانی ساخت. پس داریم:

تعداد سکه های ۲۵ تومانی	تعداد سکه های ۵۰ تومانی	حاصل جمع
۲	۵	$(2 \times 25) + (5 \times 50) = 300$
۴	۴	$(4 \times 25) + (4 \times 50) = 300$
۶	۳	$(6 \times 25) + (3 \times 50) = 300$
۸	۲	$(8 \times 25) + (2 \times 50) = 300$
۱۰	۱	$(10 \times 25) + (1 \times 50) = 300$

بنابراین ۵ حالت وجود دارد و گزینه (۲) صحیح می باشد.

## درس

## دوم

# راهبردهای حذف حالت‌های نامطلوب و الگویابی

ریاضی هفتم IQ

## راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

در حل بعضی از مسائل، ابتدا با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را پیدا می‌کنیم. سپس حالت‌هایی را که با شرایط و خواسته‌های مسئله مطابقت ندارند، حذف می‌کنیم. پاسخ‌های باقی‌مانده که با شرایط مسئله مطابقت دارند، جواب می‌باشند.

**مثال:** اعدادی بین ۸۰ و ۹۰ پیدا کنید که مجموع ارقام آن‌ها بر ۳ بخش پذیر باشد.

**پاسخ:** در یک جدول، تمام اعداد بین ۸۰ و ۹۰ را به همراه مجموع رقم‌های آن‌ها نوشته و آن اعدادی را که مجموع ارقام آن‌ها بر ۳ بخش پذیر است، مشخص می‌کنیم: با توجه به جدول، اعداد ۸۱، ۸۴ و ۸۷ مورد نظر هستند.

بخش پذیری بر ۳	مجموع ارقام	اعداد
✓	۹	۸۱
✗	۱۰	۸۲
✗	۱۱	۸۳
✓	۱۲	۸۴
✗	۱۳	۸۵
✗	۱۴	۸۶
✓	۱۵	۸۷
✗	۱۶	۸۸
✗	۱۷	۸۹

با توجه به جدول، اعداد ۸۱، ۸۴ و ۸۷ مورد نظر هستند.

**تست:** در یک مهد کودک، ۸ دختر بچه و ۱۶ پسر بچه وجود دارند. هر هفته ۴ پسر و ۶ دختر به مهد کودک اضافه می‌شوند، پس از چند هفته تعداد پسر بچه‌ها و دختر بچه‌ها مساوی می‌شود؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

**پاسخ:**

نتیجه	تعداد پسر بچه‌ها	تعداد دختر بچه‌ها	هفته
✗	$۱۶ + ۴ = ۲۰$	$۸ + ۶ = ۱۴$	۱
✗	$۲۰ + ۴ = ۲۴$	$۱۴ + ۶ = ۲۰$	۲
✗	$۲۴ + ۴ = ۲۸$	$۲۰ + ۶ = ۲۶$	۳
✓	$۲۸ + ۴ = ۳۲$	$۲۶ + ۶ = ۳۲$	۴

بعد از ۴ هفته، تعداد پسر بچه‌ها و دختر بچه‌ها مساوی می‌شود. بنابراین گزینه (۱) صحیح می‌باشد.

**تست:** علی آقا، سه پسر دارد که حاصل ضرب سن آن‌ها ۳۶ سال و مجموع سن آن‌ها، ۱۳ سال است. اختلاف سن دو پسر بزرگ علی آقا، چند سال است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

صفر (۲)

۱ (۱)

**پاسخ:**

نتیجه	حاصل جمع سن سه پسر	حاصل ضرب سن سه پسر	سن پسر سوم	سن پسر دوم	سن پسر اول
✗	$۱۲ + ۳ + ۱ = ۱۶$	$۱۲ \times ۳ \times ۱ = ۳۶$	۱	۳	۱۲
✗	$۹ + ۴ + ۱ = ۱۴$	$۹ \times ۴ \times ۱ = ۳۶$	۱	۴	۹
✓	$۶ + ۶ + ۱ = ۱۳$	$۶ \times ۶ \times ۱ = ۳۶$	۱	۶	۶

بنابراین سن هر دو پسر بزرگ علی آقا ۶ سال می‌باشد که اختلاف سن آن‌ها صفر می‌شود. پس گزینه (۲) صحیح است.

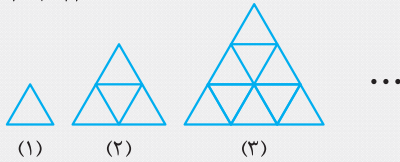
توجه شود که جواب ۹، ۲، ۲ نیز درست می‌باشد. اما اختلاف ۹، ۲، ۷ سال می‌شود که در بین گزینه‌ها نمی‌باشد.

## راهبرد الگویابی

اگر بین اعداد و یا شکل‌های هندسی، رابطه، الگو یا نظم خاصی وجود داشته باشد، می‌توان با کشف آن الگو یا رابطه بین اعداد و شکل‌ها، به حل مسئله کمک کرد.

توجه شود که هدف از الگوسازی، نظم دادن به داده‌های مسئله است. در صورتی که در الگویابی، هدف، پیدا کردن رابطه بین اعداد و شکل‌ها می‌باشد.

۳,۷,۱۱,۱۵,...

**مثال:** آ) عدد هشتم و پنجاهم را در الگوی عددی روبه‌رو پیدا کنید.

ب) در شکل‌های زیر، تعداد مثلث‌های کوچک را در شکل هفتم و دوازدهم بیابید.

**پاسخ:** آ) عددها ۴ تا ۴ تا اضافه می‌شوند. در حل این مسائل باید الگوی کلی بین اعداد را یافت. برای این کار عدد ۴ را در یک شکل هندسی مانند مربع ضرب می‌کنیم، یعنی می‌نویسی  $4 \times \square$ . در این جا عدد ۴، فاصله ثابت بین اعداد و مربع، شماره عدد یا شکل می‌باشد. اگر به جای مربع، عدد یک قرار دهیم، باید عدد شماره یک یعنی عدد ۳ به‌وجود آید. برای این منظور باید یک واحد از  $4 \times \square$  کم شود. یعنی می‌نویسیم  $4 \times \square - 1$ . رابطه به‌دست‌آمده برای همه شماره شکل‌های این الگو برقرار است. مثلاً اگر به جای  $\square$  عدد ۳ قرار دهیم، حاصل برابر با  $4 \times 3 - 1 = 11$  می‌شود که همان عدد سوم در الگو است. پس داریم:

۳,۷,۱۱,۱۵,...

$$3, 7, 11, 15, \dots \Rightarrow \square = 8 \Rightarrow 4 \times 8 - 1 = 32 - 1 = 31 \quad \text{عدد پنجاهم} \Rightarrow \square = 50 \Rightarrow 4 \times 50 - 1 = 200 - 1 = 199$$

ب) بهتر است در الگوهای هندسی، ابتدا آن را به الگوی عددی تبدیل کنیم. یعنی تعداد مثلث‌ها را زیر شماره هر شکل بنویسیم:

شماره شکل (۱) (۲) (۳) (۴)

تعداد مثلث‌ها: ۱ ۴ ۹ ...

در این جا، فاصله بین اعداد، عددی ثابت نیست. یعنی ابتدا ۳ تا، بعد ۵ تا و ... به عدد قبلی اضافه می‌شود. بنابراین باید دنبال کشف یک الگوی دیگر باشیم:

شماره شکل  $\times$  شماره شکل = الگوی دنباله هندسی  $\Rightarrow 1, 4, 9, \dots$ 

$$\begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ 1 \times 1 \end{array}, \begin{array}{c} 4 \\ \downarrow \\ 2 \times 2 \end{array}, \begin{array}{c} 9 \\ \downarrow \\ 3 \times 3 \end{array}, \dots$$

$$\text{شماره شکل هفتم} \Rightarrow \text{تعداد مثلث‌ها} = 7 \times 7 = 49$$

$$\text{شماره شکل دوازدهم} \Rightarrow \text{تعداد مثلث‌ها} = 12 \times 12 = 144$$

**تست:** در تقسیم عدد ۳۴ بر ۱۱، هفتاد و یکمین رقم اعشار در خارج قسمت تقسیم، چه رقمی است؟

۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۹ (۴) ۳

**پاسخ:** باید ۳۴ را بر ۱۱ تا جایی تقسیم کنیم که در خارج قسمت به تکرار ارقام برسیم. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در خارج قسمت «۰۹» تکرار می‌شود. یعنی دو رقم دو رقم در خارج قسمت تکرار داریم. بنابراین هفتاد و یکمین رقم اعشار، برابر رقم صفر می‌باشد. پس گزینه (۱) صحیح می‌باشد.

$$\begin{array}{r} 34/0000 \quad | \quad 11 \\ -33 \quad \quad \quad | \quad 3/0909\dots \\ \hline 100 \\ -99 \\ \hline 100 \\ -99 \\ \hline 1 \end{array}$$

**تست:** در جدول مقابل، به جای علامت سؤال، طبق الگوی عددی نوشته‌شده، عدد مناسب کدام است؟

۲۲	۱۰	۳۳
۳۱	۱۱	۴۳
۱۷	۱۷	۱۸
۲۵	۱۲	۳۲
۱۷	?	۱۰

۱) ۱۱ (۲) ۱۵ (۳) ۹ (۴) ۱۲

**پاسخ:**

دقت شود اگر مجموع رقم‌های عددهای سمت راست و سمت چپ هر سطر با هم جمع شود، عدد وسط

به‌دست می‌آید. مثلاً در سطر اول داریم  $10 = (3 + 3) + (2 + 2)$  پس در ردیف پنجم داریم:

$$? = (1 + 7) + (1 + 0) = 9$$

# راهنمای حدس و آزمایش وزیر مسئله

## درس سوم

### راهنمای حدس و آزمایش

ممکن است بعضی از مسائل روش و راه حل مستقیمی نداشته باشند و یا راه رسیدن به جواب آن، طولانی و دشوار باشد. در این روش می‌توانیم پاسخ مسئله را حدس بزنیم و با یک روش منطقی و منظم، پاسخ خود را بررسی و آزمایش کرده و با توجه به نتیجه به دست آمده، حدس بعدی را انجام دهیم. با این کار، کم‌کم به پاسخ درست مسئله خواهیم رسید.

**مثال:** دو زاویه، مکمل یکدیگرند. یکی از این زاویه‌ها ۳ برابر دیگری است. اندازه هر زاویه را به دست آورید.

**پاسخ:** با تهیه یک جدول و حدس اولیه، زاویه‌ها را به دست می‌آوریم. توجه داشته باشید که دو زاویه وقتی مکمل یکدیگرند که مجموع آن‌ها،  $180^\circ$  شود.

نتیجه	مجموع دو زاویه	زاویه بزرگ‌تر	زاویه کوچک‌تر
باید حدس اولیه را افزایش دهیم.	$3^\circ + 9^\circ = 12^\circ$	$3 \times 3^\circ = 9^\circ$	$3^\circ$
باید حدس را افزایش دهیم.	$4^\circ + 12^\circ = 16^\circ$	$3 \times 4^\circ = 12^\circ$	$4^\circ$
مطلوب است.	$45^\circ + 135^\circ = 180^\circ$	$3 \times 45^\circ = 135^\circ$	$45^\circ$

بنابراین زاویه‌های مورد نظر  $45^\circ$  و  $135^\circ$  می‌باشند.

**تست:** سحر در مدت چهار روز ۶۴ کیلومتر دوچرخه‌سواری کرده است. اگر او هر روز ۴ کیلومتر بیش‌تر از روز قبل دوچرخه‌سواری کرده باشد، در روز

سوم، چند کیلومتر دوچرخه‌سواری کرده است؟

۱۷ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۲۳ (۱)

**پاسخ:** ابتدا یک حدس برای روز اول می‌زنیم و روزهای دیگر را ۴ تا ۴ اضافه می‌کنیم. سپس مجموع را به دست می‌آوریم. پس از بررسی، با استدلال مناسب، حدس‌های بعدی را زده و به جواب می‌رسیم.

نتیجه	مجموع	روز چهارم	روز سوم	روز دوم	روز اول
حدس اولیه باید بالاتر برود.	$7 + 11 + 15 + 19 = 52$	$15 + 4 = 19$	$11 + 4 = 15$	$7 + 4 = 11$	۷
باید کمی حدس بالاتر برود.	$9 + 13 + 17 + 21 = 60$	$17 + 4 = 21$	$13 + 4 = 17$	$9 + 4 = 13$	۹
درست	$10 + 14 + 18 + 22 = 64$	$18 + 4 = 22$	$14 + 4 = 18$	$10 + 4 = 14$	۱۰

در روز سوم ۱۸ کیلومتر دوچرخه‌سواری کرده است. بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

**تست:** در یک پارکینگ، در مجموع ۳۵ دستگاه اتومبیل و دوچرخه وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آن‌ها ۸۲ عدد باشد، اختلاف تعداد دوچرخه‌ها

و اتومبیل‌ها چند تا است؟

۲۳ (۴)

۲۲ (۳)

۲۱ (۲)

۲۴ (۱)

**پاسخ:**

تعداد دوچرخه	تعداد اتومبیل	بررسی حدس و آزمایش
۲۰	۱۵	باید تعداد اتومبیل‌ها کم شود. $\Rightarrow (20 \times 2) + (15 \times 4) = 100$
۲۵	۱۰	باید تعداد اتومبیل‌ها کم شود. $\Rightarrow (25 \times 2) + (10 \times 4) = 90$
۲۸	۷	باید تعداد اتومبیل‌ها کم شود. $\Rightarrow (28 \times 2) + (7 \times 4) = 84$
۲۹	۶	جواب درست می‌شود. $\Rightarrow (29 \times 2) + (6 \times 4) = 82$

گزینه (۴) صحیح است.  $\Rightarrow 29 - 6 = 23$  = اختلاف تعداد دوچرخه‌ها و اتومبیل‌ها

$$\begin{array}{r} \triangle \square \circ \\ + \triangle \square \circ \\ \hline \square \diamond \diamond \circ \\ 720 \quad 830 \\ + 720 \quad + 830 \\ \hline 1440 \quad 1660 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \triangle \square \circ \\ 940 \\ + 940 \\ \hline 1880 \end{array}$$

**تست:** در عبارت مقابل، هر شکل نشانهٔ یک عدد خاص است. چند تا عدد سه رقمی به جای  $\triangle \square \circ$  می توان قرار داد تا حاصل جمع درست باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۳

**پاسخ:** مشخص است که  $\circ = 0$  می باشد. حال با حدس و آزمایش داریم:

بنابراین سه عدد ۷۲۰، ۸۳۰ و ۹۴۰ را می توان به جای  $\triangle \square \circ$  قرار داد. پس گزینه (۴) صحیح می باشد.

### راهبرد زیرمسئله

برای حل مسئله های پیچیده و چندمرحله ای، از راهبرد زیرمسئله استفاده می کنیم. در این راهبرد، ابتدا مسئله را به مسئله های کوتاه، ساده و پشت سر هم تقسیم می کنیم. سپس به ترتیب به این مسئله ها پاسخ می دهیم. اگر ترتیب زیرمسئله ها درست باشد، حل هر زیرمسئله به حل مسئله بعدی کمک می کند تا در نهایت، مسئله اصلی حل شود.

**مثال:** میوه فروشی، ۳۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۲۳۰۰ تومان و ۶۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۱۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم پرتقال را به قیمت ۲۷۰۰ تومان و هر کیلوگرم سیب را به قیمت ۲۵۰۰ تومان فروخت. البته ۱۰ درصد از پرتقال ها و سیب های میوه فروشی قبل از فروختن خراب شد و او آن ها را دور ریخت. میوه فروشی در کل چقدر سود برده است؟

**پاسخ:** با راهبرد زیرمسئله، آن را حل می کنیم:

(آ) قیمت کل خرید پرتقال: تومان  $30 \times 2300 = 69000$

(ب) قیمت کل خرید سیب: تومان  $60 \times 2100 = 126000$

(پ) مقدار پرتقال ها و سیب های باقی مانده: کیلوگرم سیب  $60 \times \frac{90}{100} = 54$ ؛ کیلوگرم پرتقال  $30 \times \frac{90}{100} = 27$

(ت) قیمت کل فروش پرتقال: تومان  $27 \times 2700 = 72900$  (ث) قیمت کل فروش سیب: تومان  $54 \times 2500 = 135000$

(ج) قیمت کل خرید: تومان  $69000 + 126000 = 195000$  (چ) قیمت کل فروش: تومان  $72900 + 135000 = 207900$

(ح) سود کل: تومان  $207900 - 195000 = 12900$

**تست:** ابعاد یک استخر ۷، ۶ و ۳ متر است. اگر دو شیر ورودی آب در این استخر باشد، به طوری که شیر اول در هر ساعت ۱ متر مکعب و شیر دوم در هر دقیقه ۱۰۰ لیتر آب وارد این استخر کنند، استخر پس از چند ساعت پر می شود؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

**پاسخ:** با راهبرد زیرمسئله، سؤال را حل می کنیم:

(آ) حجم استخر بر حسب متر مکعب:  $3 \times 6 \times 7 = 126 m^3$

(ب) میزان ورود آب از شیر دوم در هر ساعت و بر حسب متر مکعب: متر مکعب در هر ساعت  $6 = 6000 \div 1000$ ، لیتر در ساعت  $600 \times 100 = 60000$

(پ) میزان ورود آب از هر دو شیر در یک ساعت:  $6 + 1 = 7 m^3$

(ت) مدت زمانی که استخر پر می شود: ساعت  $126 \div 7 = 18$

پس گزینه (۴) صحیح است.

**تست:** به ضلع مربعی ۵ درصد اضافه می کنیم. مساحت مربع چند درصد اضافه می شود؟

(۱) ۱۰/۲۵ (۲) ۲۵ (۳) ۱۲/۲۵ (۴) ۱۱/۲۵

**پاسخ:** با راهبرد زیرمسئله، سؤال را حل می کنیم:

(آ) اگر ضلع اولیه مربع را ۱۰۰ در نظر بگیریم، ضلع جدید برابر است با:

$$100 + \frac{5}{100} \times 100 = 105$$

$$100 \times 100 = 10000$$

$$105 \times 105 = 11025$$

$$11025 - 10000 = 1025$$

$$\frac{1025}{10000} \times \frac{100}{100} \Rightarrow x = \frac{1025 \times 100}{10000} = 10.25\%$$

(ب) مساحت اولیه مربع:

(پ) مساحت حالت دوم مربع:

(ت) مقدار افزایش یافته مساحت:

(ث) درصد افزایش:

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

## درس

## چهارم

# راهبردهای حل مسئله ساده‌تر و روش‌های نمادین

IQ ریاضی هفتم

## راهبرد حل مسئله ساده‌تر

بعضی از مسائل، پیچیدگی‌هایی شامل استفاده از اعداد بزرگ یا حل به ظاهر سخت دارند که نمی‌توان آن‌ها را به راحتی حل کرد. اما اگر ابتدا، مسئله‌ای ساده‌تر را که با مسئله اصلی در ارتباط است، حل کنیم، آن‌گاه با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده‌شده، جواب مسئله اصلی آشکار می‌شود. برای ساده کردن مسئله، گاهی لازم است از عددهای تقریبی یا کوچک‌شده استفاده کرد. هم‌چنین حل بعضی از مسائل ساده‌شده و استفاده از راهبرد الگویابی و کشف الگو در حل مسئله ساده، ما را به حل مسئله اصلی می‌رساند.

**مثال:** حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{1}{6561}$$

**پاسخ:** ابتدا حاصل عبارت‌های ابتدایی را به دست آورده و با پیدا کردن یک الگو، حاصل عبارت اصلی را می‌یابیم:

$$\left(\text{جمع دو کسر اول}\right) \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\left(\text{جمع سه کسر اول}\right) \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} = \frac{9}{27} + \frac{3}{27} + \frac{1}{27} = \frac{13}{27}$$

$$\left(\text{جمع چهار کسر اول}\right) \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} = \frac{27}{81} + \frac{9}{81} + \frac{3}{81} + \frac{1}{81} = \frac{40}{81}$$

در حاصل عبارت‌های به دست آمده، مخرج کسر برابر با، «بزرگ‌ترین مخرج» و صورت کسر برابر با، «مخرج کسر منهای یک، تقسیم بر ۲» می‌باشد. بنابراین حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{1}{6561} = \frac{(6561-1) \div 2}{6561} = \frac{3280}{6561}$$

**تست:** حاصل عبارت  $(1 + \frac{1}{4}) \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 + \frac{1}{2}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{80})$  چقدر است؟

$$\frac{79}{2} \quad (4)$$

$$\frac{82}{2} \quad (3)$$

$$\frac{80}{2} \quad (2)$$

$$\frac{81}{2} \quad (1)$$

**پاسخ:** ابتدا مسئله را برای پرانتزهای ابتدایی حل کرده و سپس الگویابی برای حل مسئله اصلی می‌یابیم:

$$\text{ضرب دو پرانتز اول: } \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) = \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{3}$$

$$\text{ضرب سه پرانتز اول: } \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$$

می‌توان نتیجه گرفت که حاصل ضرب این پرانتزها برابر است با «مخرج آخرین کسر به علاوه یک». پس داریم:

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{80}\right) = \frac{80+1}{2} = \frac{81}{2} \Rightarrow \text{گزینه (۱) صحیح است.}$$

**نکته:** برای جمع کردن تعدادی عدد که پشت سر هم به صورت متوالی هستند؛ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$1+2+3+4+5 = ? \Rightarrow ? = \frac{(\text{مجموع دو عدد اول و آخر}) \times (\text{تعداد عددها})}{2} = \frac{5 \times (1+5)}{2} = \frac{5 \times 6}{2} = 15$$

$$9+10+11+12+13+14 = ? \Rightarrow ? = \frac{(\text{مجموع دو عدد اول و آخر}) \times (\text{تعداد عددها})}{2} = \frac{6 \times (9+14)}{2} = \frac{6 \times 23}{2} = 69$$



**تست:** اگر ۸ نفر دو به دو به هم دست بدهند، عمل دست دادن در مجموع چند بار اتفاق می‌افتد؟

۳۶ (۴)

۷۲ (۳)

۲۸ (۲)

۵۶ (۱)

**پاسخ:**

عمل دست دادن یک بار اتفاق می‌افتد.  $A \longleftrightarrow B \Rightarrow$  ابتدا فرض می‌کنیم A و B به هم دست بدهند.

عمل دست دادن سه بار اتفاق می‌افتد.  $A \longleftrightarrow B \longleftrightarrow C$ : حال فرض کنیم A، B و C دوبه‌دو به هم دست می‌دهند.

عمل دست دادن ۶ بار اتفاق می‌افتد.  $A \longleftrightarrow B \longleftrightarrow C \longleftrightarrow D$ : دوبه‌دو به هم دست می‌دهند.

بنابراین الگویی که می‌توان پیدا کرد، عبارت است از:

تعداد دست دادن‌های ۲ نفر	تعداد دست دادن‌های ۳ نفر	تعداد دست دادن‌های ۴ نفر	...	تعداد دست دادن‌های ۸ نفر
۱	$1+2=3$	$1+2+3=6$		$1+2+3+\dots+7 = \frac{7 \times 8}{2} = 28$

بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

### راهنمای روش‌های نمادین

بسیاری از مسائل را می‌توان با مدل‌سازی هندسی حل کرد. برای این منظور یک نماد یا شکل هندسی مناسب را به عنوان سؤال یا خواسته مسئله در نظر می‌گیریم. سپس سعی می‌کنیم صورت مسئله را با آن نماد به زبان ریاضی بازنویسی کنیم. به این کار، نوشتن معادله می‌گویند. سپس با حل معادله (که در فصل‌های آینده خواهید خواند)، که در این جا از روش حدس و آزمایش استفاده می‌شود، خواسته مسئله را به دست می‌آوریم.

**مثال:** از سه برابر عددی، دو واحد کم کرده‌ایم. حاصل برابر ۹۷ شده است. آن عدد چیست؟

**پاسخ:** عدد خواسته شده را با نماد  $\bigcirc$  نشان می‌دهیم. طبق صورت مسئله داریم:

$3 \times \bigcirc - 2 = 97$	حدس و آزمایش $\rightarrow$	$\bigcirc$	$3 \times \bigcirc - 2$	نتیجه	
		۳۰	$3 \times 30 - 2 = 88$	$\times$	$88 \neq 97$
		۳۲	$3 \times 32 - 2 = 94$	$\times$	$94 \neq 97$
		۳۳	$3 \times 33 - 2 = 97$	$\checkmark$	$97 = 97$

عدد مورد نظر ۳۳ بوده است.  $\Rightarrow$

**تست:** اگر به سه برابر عددی، چهار واحد اضافه کنیم، پنج برابر همان عدد به دست می‌آید. حاصل ضرب آن عدد در خودش چقدر می‌شود؟

۹ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

**پاسخ:** با استفاده از روش نمادین، مسئله را حل می‌کنیم. عدد مورد نظر را  $\bigcirc$  فرض می‌کنیم. داریم:

$3 \times \bigcirc + 4 = 5 \times \bigcirc$	حدس و آزمایش $\rightarrow$	$\bigcirc$	$3 \times \bigcirc + 4$	$5 \times \bigcirc$	نتیجه
		۱	$3 \times 1 + 4 = 7$	$5 \times 1 = 5$	$7 \neq 5$
		۲	$3 \times 2 + 4 = 10$	$5 \times 2 = 10$	$10 = 10$

در نتیجه عدد مورد نظر، عدد ۲ می‌باشد. خواسته مسئله حاصل ضرب ۲ در ۲ یعنی ۴ است. پس گزینه (۲) صحیح می‌باشد.

**تست:** سارا ۸ ساله و مادرش ۲۶ ساله می‌باشند. چند سال دیگر، سن مادر دو برابر سن سارا می‌شود؟

۶ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

**پاسخ:** مقدار سن افزایش یافته سارا و مادرش را  $\bigcirc$  فرض می‌کنیم. بعد از  $\bigcirc$  سال داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{سن سارا} = 8 + \bigcirc \\ \text{سن مادر سارا} = 26 + \bigcirc \end{array} \right\} \Rightarrow 26 + \bigcirc = 2 \times (8 + \bigcirc) \Rightarrow 26 + \bigcirc = 16 + 2 \times \bigcirc$$

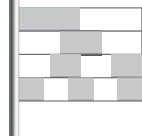
با حدس و استفاده از گزینه‌ها، مقدار  $\bigcirc$  برابر ۱۰ سال می‌شود. پس گزینه (۱) صحیح است.

**نکته:** ممکن است حل یک مسئله با چندین راهنبرد و روش، امکان داشته باشد. مهم، یافتن بهترین و سریع‌ترین راه‌حل می‌باشد. هم‌چنین ممکن است در حل بعضی از مسائل مجبور به استفاده از چند راهنبرد شویم، مانند مثال‌های بالا که هم از روش نمادین و هم از روش حدس و آزمایش استفاده شد.

## پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل اول

### راهبردهای رسم شکل و الگوسازی

۱. در یک کلاس ۵۰ نفری، ۲۵ نفر عضو فوتبال، ۲۹ نفر عضو والیبال و ۲ نفر عضو هیچ رشته ورزشی نیستند. (نه فوتبال و نه والیبال) چند نفر فقط در یک رشته ورزشی عضو هستند؟  
 (کنکور) ۴۴ (۱) ۴۲ (۲) ۴۰ (۳) ۲۳ (۴)
۲. یک بچه خرس قطبی که در گودال یخی به عمق ۲۰ متر افتاده است، روزها ۵ متر بالا می‌آید و شب‌ها هنگام خواب، ۴ متر سُرمی خورد و به پایین برمی‌گردد. چند روز طول می‌کشد تا او به بالای گودال برسد؟  
 (مسابقات جهانی ریاضی) ۱۱ روز (۱) ۱۲ روز (۲) ۱۶ روز (۳) ۲۰ روز (۴)
۳. یک قالیچه مستطیل شکل،  $\frac{1}{4}$  یک اتاق مستطیل شکل  $۳ \times ۴$  را پوشانده است. اگر نسبت طول به عرض قالیچه با نسبت طول به عرض اتاق مساوی باشد، جمع طول و عرض قالیچه چقدر خواهد بود؟  
 (تیزهوشان) ۲ (۱)  $\frac{۳}{۲}$  (۲)  $\frac{۷}{۲}$  (۳)  $\frac{۲}{۳}$  (۴)
۴. در یک سالن سینما، صندلی‌ها مرتب و پشت سر هم به شکل مستطیل قرار گرفته‌اند. صندلی شادی از انتهای سالن، صندلی سوم و از جلوی سالن، صندلی هفتم، از سمت راست، صندلی پنجم و از چپ، صندلی ششم است. در این سالن چند صندلی وجود دارد؟  
 (المپیاد ریاضی) ۵۷ (۱) ۷۲ (۲) ۸۲ (۳) ۹۰ (۴)
۵. دور یک میز مربعی شکل، ۴ صندلی جا می‌گیرد. دانش‌آموزان می‌خواهند ۱۰ تا از این نوع میز را کنار هم در یک ردیف چسبیده به هم قرار دهند و یک میز مستطیل شکل بسازند. چند صندلی دور این میز مستطیل شکل قرار می‌گیرد؟  
 (مسابقات جهانی ریاضی) ۴۰ (۱) ۳۲ (۲) ۳۰ (۳) ۲۲ (۴)
۶. در یک انجمن که ۸۶ عضو دارد، تعداد دانش‌آموزان دختر، ۱۴ نفر بیش‌تر از تعداد دانش‌آموزان پسر است. تعداد دانش‌آموزان پسر کدام است؟  
 (آزمون تیمز) ۳۶ نفر (۱) ۳۴ نفر (۲) ۵۰ نفر (۳) ۷۲ نفر (۴)
۷. نقاط  $A, B, C$  و  $D$  روی یک خط راست به ترتیبی مشخص شده‌اند که  $AB = ۱۳$ ،  $BC = ۱۱$ ،  $CD = ۱۴$  و  $DA = ۱۲$  است. فاصله بین دورترین دو نقطه چقدر است؟  
 (مسابقات جهانی ریاضی) ۲۵ (۱) ۱۴ (۲) ۳۸ (۳) ۵۰ (۴)
۸. قطاری به طول ۱۰۰ متر به ابتدای یک پل ۲۰۰ متری می‌رسد. اگر سرعت عبور قطار در هر ثانیه، ۱۰ متر باشد، چند ثانیه طول می‌کشد تا کل قطار از روی پل عبور کند؟  
 (کنکور) ۵ (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴)
۹. در یک فروشگاه لوازم ورزشی، آگهی زیر نصب شده است:  
 «سه توپ با ۲ راکت، مجموعاً ۲۴۰ دلار و یک راکت با یک توپ، ۹۰ دلار می‌باشد.» قیمت یک توپ چقدر است؟  
 (مسابقات جهانی ریاضی) ۱۳۰ دلار (۱) ۶۰ دلار (۲) ۵۰ دلار (۳) ۴۰ دلار (۴)
۱۰. اگر نصف عددی با ثلث عددی دیگر مساوی و مجموع عدد اول با ۲ برابر عدد دوم ۳۲ باشد، اختلاف دو عدد چقدر است؟  
 (تیزهوشان) ۷ (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴)
۱۱. جرم ۳ سیب با جرم ۲ پرتقال و جرم ۲ سیب با جرم ۱۵ آلو برابر است. جرم ۴۵ آلو با جرم چند پرتقال مساوی است؟  
 (المپیاد ریاضی) ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)
۱۲. فاطمه با  $\frac{2}{4}$  از پولش یک کیف خرید و بقیه پول خود را ۲ قسمت کرد؛ قسمت اول را به علاوه ۶۰۰ تومان یک کتاب خرید و  $\frac{2}{3}$  به علاوه ۱۰۰ تومان از قسمت دوم را برای خرید یک دفتر داد و در آخر ۴۰۰ تومان برایش باقی ماند. پول فاطمه چند تومان بوده است؟  
 (تیزهوشان) ۹۶۰۰ (۱) ۱۳۲۰۰ (۲) ۸۱۶۰ (۳) ۱۰۶۵۰ (۴)
۱۳. استخری پر از آب است. اگر ۴۵۰ لیتر آب به آن اضافه کنیم، ۲۵ درصد استخر خالی می‌ماند. گنجایش استخر چند متر مکعب است؟  
 (المپیاد ریاضی) ۵۴۰ (۱) ۵۴۰۰۰ (۲) ۵۴ (۳) ۵/۴ (۴)
۱۴. پرچمی از چهار نوار هم‌اندازه تشکیل و به صورت مقابل تقسیم‌بندی شده است. چه کسری از مساحت پرچم، رنگی است؟  
 (المپیاد ریاضی)  $\frac{28}{60}$  (۱)  $\frac{29}{60}$  (۲)  $\frac{57}{120}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)



دانش‌آموزان عزیز! تست‌های دارای  $\star$  کمی دشوارتر هستند. هم‌چنین تست‌های دارای  $\star$  خارج از کتاب درسی می‌باشند که نکته آن داخل درس تحت عنوان «ویژه علاقمندان» یا آورده شده است.

۱۵☆ اگر جرم ۴ هندوانه برابر با جرم ۱۵ طالبی و جرم ۵ جعبه تخم مرغ برابر با جرم ۱۲ هندوانه باشد، جرم ۳ جعبه تخم مرغ برابر با جرم چند طالبی است؟

(المپیاد ریاضی)

- ۴۵ (۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۵ (۴)

۱۶ مجموع دو عدد طبیعی ۱۷ می باشد. اگر حاصل ضرب آن دو عدد بیشترین مقدار ممکن باشد، حاصل ضرب اختلاف دو عدد در مجموع دو عدد کدام است؟

- ۱۸۴ (۱) ۷۲ (۲) ۱۷ (۳) ۳۴ (۴)

۱۷ اختلاف دو عدد طبیعی که حاصل جمع آن‌ها ۲۴ و حاصل ضربشان بیشترین مقدار ممکن باشد، کدام است؟

(المپیاد ریاضی)

- ۲ (۱) یک (۲) صفر (۳) ۳ (۴)

۱۸ با سکه‌های ۲۵ تومانی و ۵۰ تومانی به چند حالت می توان ۲۰۰ تومان درست کرد، به طوری که از هر سکه حداقل یک بار استفاده شود؟

- ۳ حالت (۱) ۴ حالت (۲) ۵ حالت (۳) ۶ حالت (۴)

۱۹ هنگامه کوچولو می خواهد عددی را به مادرش بگوید که حاصل ضرب رقم‌های آن برابر است با ۲۴. حاصل جمع رقم‌های کوچکترین عددی که او می تواند بگوید کدام است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

۲۰☆ به چند طریق می توانیم ۴۰۰ تومان پول را با اسکناس‌های ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ تومانی، ایجاد کنیم؟

(المپیاد ریاضی، با کمی تغییر)

- ۷ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۲۱☆ چند عدد دو رقمی با ارقام فرد تکریمی مختلف داریم؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- ۱۵ (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴)

۲۲☆ با ارقام ۵، ۳، ۲، ۷ و ۹ چند عدد ۴ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان ساخت؟

(آزمون پیشرفت تمصیلی تیزهوشان)

- ۱۲ (۱) ۲۴ (۲) ۶۴ (۳) ۱۲۰ (۴)

## راهبردهای حذف حالت‌های نامطلوب و الگوییابی

۲

۲۳ حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۳۰ و تفاضل آن‌ها ۷ می باشد. مجموع آن دو عدد کدام است؟

(المپیاد ریاضی)

- ۱۲ (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۷ (۴)

۲۴ مجموع ۳ عدد طبیعی، ۱۰ شده است. بیشترین حاصل ضرب آن‌ها کدام است؟

(المپیاد ریاضی)

- ۲۴ (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)

۲۵☆ محیط مستطیلی با طول و عرض طبیعی، ۳۶ سانتی متر است. اگر طول دو برابر عرض باشد، مساحت آن چقدر است؟

(تیزهوشان)

- ۳۶ سانتی متر مربع (۱) ۶۴ سانتی متر مربع (۲) ۷۲ سانتی متر مربع (۳) ۸۱ سانتی متر مربع (۴)

در پنج سؤال بعدی با توجه به الگوی داده شده، به جای علامت سؤال، کدام عدد باید قرار گیرد؟

۲۶  $1, 1/5, 1/7, 5, ?$

(تیزهوشان)

- ۲ (۱)  $1/875$  (۲)  $2/25$  (۳)  $1/80$  (۴)

۲۷  $3, 0, 28, 24, 18, ?$

(تیزهوشان)

- ۱۴ (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴)

۲۸  $3, 8, 23, 68, ?$

(تیزهوشان)

- ۱۱۳ (۱) ۱۵۸ (۲) ۲۰۳ (۳) ۲۰۴ (۴)

۲۹  $1, 0, 2, 3, 5, 8, ?$

(کنکور)

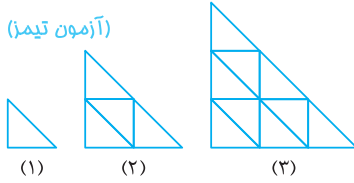
- ۱۳ (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴)

۳۰  $64, 40, 28, 22, ?$

(آزمون پیشرفت تمصیلی تیزهوشان ۹۵-۹۴)

- ۲۰ (۱) ۱۹ (۲) ۱۸ (۳) ۱۱ (۴)

(آزمون تیمز)



(تیزهوشان)

۱۰۰۰ (۴)

۶۰ (۲)

۸۱ (۴)

۴۹ (۱)

۶۴ (۳)

(آزمون تیمز)

۲	۵
۳	۷
۴	?
۷	۱۵

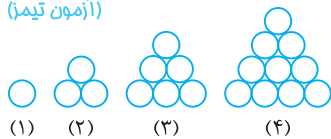
(المپیاد ریاضی)



مرحله (۱) مرحله (۲)

مرحله (۳)

(آزمون تیمز)



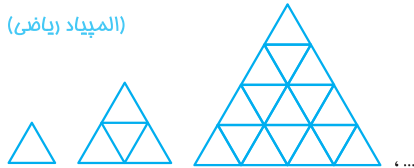
(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

(المپیاد ریاضی)

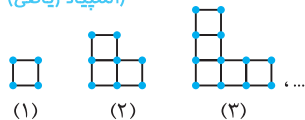


(۱)

(۲)

(۳)

(المپیاد ریاضی)

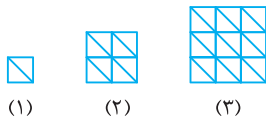


(۱)

(۲)

(۳)

(آزمون تیمز)

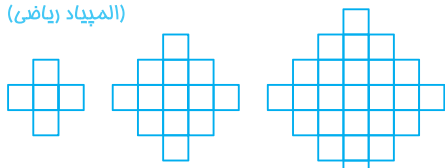


(۱)

(۲)

(۳)

(المپیاد ریاضی)

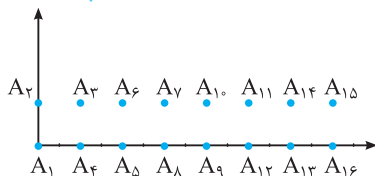


(۱)

(۲)

(۳)

(المپیاد ریاضی)



۳۱. تعداد مثلث‌های کوچک در شکل هشتم چندتا است؟

۳۲. در دنباله ۱، ۸، ۲۷، ۶۴، ۱۰۰۰، دهمین عدد کدام است؟

۳۳. در جدول زیر، بین اعداد سمت چپ و اعداد سمت راست، رابطه‌ای برقرار است. به جای علامت سؤال، کدام عدد را باید قرار دهیم؟

۳۴. با توجه به الگوی داده‌شده، در مرحله ششم چند مربع خواهیم داشت؟

۳۵. با توجه به الگوی داده‌شده، چند دایره برای ساختن شکل هفتم لازم است؟

۳۶☆. با توجه به الگوی زیر، شکل ششم از چند مثلث کوچک ساخته شده است؟

۳۷☆. با توجه به الگوی داده‌شده، شکل صدم از چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟

۳۸☆. شکل هفتم از چند مثلث کوچک تشکیل شده است؟

۳۹☆. در شکل دهم چند مربع کوچک دیده می‌شود؟

۴۰☆. در دستگاه مختصات زیر، مختصات نقطه ۱۳۸۸م کدام گزینه است؟

۶۰ (۲)

۸۱ (۴)

۴۹ (۱)

۶۴ (۳)

۱۰۰۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۶۰۰ (۱)

۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۱ (۳)

۱۲ (۴)

۱۶ (۱)

۲۱ (۲)

۲۶ (۳)

۳۱ (۴)

۲۸ (۲)

۳۸ (۴)

۲۶ (۱)

۳۰ (۳)

۱۰۰ (۱)

۱۴۰ (۲)

۱۰۲۴ (۳)

۲۵۶ (۴)

۵۹۸ (۲)

۶۰۲ (۴)

۵۹۶ (۱)

۶۰۰ (۳)

۷۲ (۲)

۹۸ (۴)

۷۰ (۱)

۹۰ (۳)

۲۰۱ (۱)

۲۱۱ (۲)

۲۲۱ (۳)

۲۲۳ (۴)

(۲)  $\begin{bmatrix} ۱۳۸۶ \\ ۰ \end{bmatrix}$

(۴)  $\begin{bmatrix} ۱۳۸۶ \\ ۱ \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱۳۸۶ \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱۳۸۶ \end{bmatrix}$

۴۱ ☆ دو جمله اول از یک دنباله به ترتیب، اعداد ۳ و ۴ هستند. هر جمله جدید از تقسیم جمله قبلی بر جمله ماقبلش تعیین می شود. اختلاف سی و دومین عدد با هفتاد و دومین عدد این دنباله چقدر می شود؟ (المپیاد ریاضی)

۱ (۱)  $\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{11}{3}$  (۳)  $\frac{13}{4}$  (۴)

۴۲ ☆ شکل زیر که از شش مربع  $1 \times 1$  سانتی متری تشکیل شده است، دارای محیط ۱۴ سانتی متر است. محیط شکلی همانند ادامه شکل زیر که از ۲۰۱۳ مربع تشکیل شده باشد، چند سانتی متر است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)



۲۰۲۲ (۱)  $4028$  (۲)  $6038$  (۳)  $4032$  (۴)

### راهبردهای حدس و آزمایش و زیرمسئله

۳

۴۳ در یک پارکینگ مجموعاً ۱۸ ماشین و دوچرخه پارک شده اند. اگر تعداد کل چرخ های آن ها، در مجموع، ۶۰ تا باشد، تعداد ماشین ها چند برابر تعداد دوچرخه ها می باشد؟ (نمونه دولتی)

۲ (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴)

۴۴ تعدادی مرغ و گوسفند در یک مزرعه هستند. تعداد دست و پای گوسفندها، هشت برابر تعداد سر مرغ ها است. تعداد گوسفندها ..... دو برابر تعداد مرغ ها است. (مسابقات جهانی ریاضی)

۱ (۱) دو برابر تعداد مرغ ها است.  $\frac{4}{3}$  (۲) چهار برابر تعداد مرغ ها است.  $\frac{3}{2}$  (۳) برابر با تعداد مرغ ها است.  $\frac{4}{5}$  (۴) نصف تعداد مرغ ها است.

۴۵ در یک میدان اسب سواری، مجموع تعداد سرهای اسب ها و سوارکارها ۲۲ و تعداد پاهای آن ها ۷۲ است. در این میدان چند اسب وجود دارد؟ (تیزهوشان)

۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

۴۶ میانگین دو عدد ۱۱ است. اگر یکی از عددها ۶ تا از دیگری بیش تر باشد، عدد بزرگ تر کدام است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

۶ (۱) ۸ (۲) ۱۴ (۳) ۱۷ (۴)

۴۷ در عبارت  $7 \triangle = 2 \square$  ،  $79287 \div \square = 21$  ، مجموع ارقام  $\square$  و  $\triangle$  برابر است با ..... (المپیاد ریاضی)

۳ (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۴۸ ☆ سپیده برای هر نمره بالای ۱۷، هزار تومان از پدرش جایزه می گیرد و برای هر نمره کم تر از ۱۷، چهارصد تومان جریمه می شود. پس از ۱۱ آزمون، مبلغ ۵۴۰۰ تومان از پدرش دریافت می کند. او در چند آزمون نمره کم تر از ۱۷ داشته است؟ (المپیاد ریاضی)

۵ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

۴۹ ☆ سعید ۵ سال بزرگ تر از خواهر و برادر دوقلویش است. اگر مجموع سن هر سه خواهر و برادر، ۲۹ سال باشد، سن سعید چند برابر سن خواهر و برادر دوقلویش است؟ (المپیاد ریاضی)

۱۶ (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{13}{8}$  (۳)  $\frac{11}{6}$  (۴)

۵۰ ☆ دو زاویه، مکمل یکدیگرند. یکی، از ۴ برابر دیگری، ۲۰ درجه کم تر است. تفاضل دو زاویه چقدر است؟ (تیزهوشان)

۱۱۰ (۱) ۱۰۰ (۲) ۸۰ (۳) ۴۰ (۴) درجه

۵۱ اگر کالایی ۷۵۰ تومانی را با ۲۰ درصد تخفیف بخریم و سپس ۸۰۰ تومان بفروشیم، چند درصد سود کرده ایم؟ (المپیاد ریاضی)

۲۵ (۱)  $\frac{100}{3}$  (۲)  $\frac{200}{3}$  (۳) ۳۰ (۴)

۵۲ یک سگ به دنبال خرگوشی است که ۱۷۵ متر از او جلوتر است. هر بار که خرگوش  $\frac{7}{5}$  متر می جهد، سگ  $\frac{9}{25}$  متر می جهد. پس از چند جهش سگ، خرگوش گرفته می شود؟ (المپیاد ریاضی)

۷۵ (۱) ۹۲ (۲) ۹۷ (۳) ۱۰۰ (۴)

۵۳ پسر بچه ای هر ۳ پرتقال را به قیمت ۱۰ دلار می خرد و هر پنج پرتقال را به قیمت ۲۰ دلار می فروشد. چند پرتقال بفروشد تا ۱۰۰ دلار سود ببرد؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

۶۷ (۱) ۱۵۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۰۵ (۴)

۵۴ ۸۰ درصد یک کتری، آب دارد. بعد از این که ۲۰ درصد آب موجود در کتری بخار شد، ۱۰۲۴ میلی لیتر آب در آن باقی می ماند. حجم کتری چند میلی لیتر است؟ (المپیاد ریاضی)

۱۲۸۰ (۱) ۱۴۰۰ (۲) ۱۶۰۰ (۳) ۱۷۷۰ (۴)

۵۵.  $\frac{1}{4}$  از  $\frac{3}{5}$  پول حسین با ثلث پول امیر برابر است. اگر نصف پول حسین، ۲۰۰۰ تومان باشد، پول امیر چند تومان است؟ (نمونه دولتی)

- ۱) ۵۴۰۰      ۲) ۹۰۰      ۳) ۳۶۰۰      ۴) ۱۸۰۰

۵۶. برای پر کردن یک تانکر آب، از سه شیر آب استفاده می‌کنیم. شیر اول اگر به تنهایی باز باشد، ۸ ساعت طول می‌کشد تا تانکر را پر کند. شیر دوم به تنهایی در ۱۲ ساعت و شیر سوم به تنهایی در ۲۴ ساعت تانکر را پر می‌کنند. اگر هر سه شیر هم‌زمان باز شوند، تانکر خالی در چند ساعت پر از آب می‌شود؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

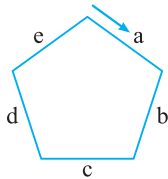
- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۶      ۴) ۴

۵۷. کلاه‌فروشی در یک روز حراجی، کلاه‌های ۱۲۰۰۰ تومانی را صبح فروخت و در مجموع ۷۲۰۰۰۰ تومان فروش کرد. بعد از ظهر، قیمت کلاه‌های باقی‌مانده را به ۹۰۰۰ تومان کاهش داد و ۲ برابر صبح، کلاه فروخت. درآمد کلاه‌فروشی در آن روز چند تومان بوده است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- ۱) ۱۰۸۰۰۰۰ تومان      ۲) ۱۸۰۰۰۰۰ تومان      ۳) ۱۴۴۰۰۰۰ تومان      ۴) ۱۲۶۰۰۰۰ تومان

۵۸. جرم یک لیوان پر از آب، ۳۰۰ گرم است. اگر  $\frac{5}{7}$  آب درون آن را خالی کنیم، جرم لیوان و باقی‌مانده آب ۱۸۰ گرم می‌شود. جرم لیوان خالی به تنهایی چند گرم است؟ (تیزهوشان)

- ۱) ۱۳۲      ۲) ۱۲۰      ۳) ۱۵۰      ۴) ۱۴۲



۵۹. سیما از نقطه بالای شکل مقابل و در جهت فلش شروع به راه رفتن می‌کند. مسیر او یک پنج‌ضلعی با اضلاع هم‌اندازه است. در کدام قسمت از شکل، او ۶۵ درصد از مسیر را طی کرده است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

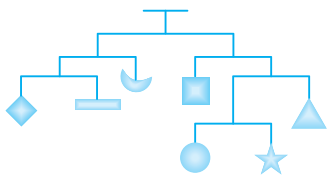
۱) b      ۲) c      ۳) d      ۴) e

۶۰. یک فروشنده لوازم برقی، یک تلویزیون را به قیمت ۹۰۰ هزار تومان خرید و با ۵۰ درصد سود برای فروش برچسب قیمت زد. اما تلویزیون فروش نرفت و مجبور شد آن را ۲۰ درصد کم‌تر از قیمت تعیین شده بفروشد. در این صورت او:

- ۱) ۱۸۰ هزار تومان سود کرده است.      ۲) ۱۸۰ هزار تومان ضرر کرده است.  
۳) ۱۰۰ هزار تومان ضرر کرده است.      ۴) ۲۷۰ هزار تومان سود کرده است.

۶۱. در یک ظرف، ۲۰ لیتر آب خالص است. طی ۳ مرحله، در هر مرحله  $\frac{1}{4}$  آب را خارج کرده و به جای آن ضد یخ می‌ریزیم. در نهایت در این ظرف چند لیتر آب خالص باقی می‌ماند؟ (تیزهوشان)

- ۱) ۸      ۲)  $11/5625$       ۳)  $8/7275$       ۴)  $8/4375$



۶۲. در تصویر روبه‌رو، یک ترازو را می‌بینید که در حالت تعادل است. اگر وزن کل اجسامی که به این ترازو آویزان شده‌اند، ۱۱۲ گرم باشد، وزن ستاره چند گرم می‌شود؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- ۱) ۶      ۲) ۷      ۳) ۱۲      ۴) ۱۴

### راهبردهای حل مسئله ساده‌تر و روش‌های نمادین

۴

۶۳. رقم وسط در حاصل عبارت  $1111111 \times 1111111$  برابر است با .....

- ۱) ۵      ۲) ۶      ۳) ۷      ۴) ۸

۶۴. حاصل عبارت  $10020030040050060070080090010 \times 10203040506070809010$  چند رقمی است؟ (المپیاد ریاضی)

- ۱) ۴۵      ۲) ۴۷      ۳) ۴۸      ۴) ۴۹

۶۵. حاصل جمع ارقام حاصل ضرب  $999999 \times 666666$  کدام است؟ (المپیاد ریاضی)

- ۱) ۵۴      ۲) ۶۳      ۳) ۷۲      ۴) ۸۱

۶۶. از هر ضلع مربعی، ۱۰ درصد کم می‌کنیم. از مساحت آن چند درصد کاسته می‌شود؟ (تیزهوشان)

- ۱) ۹۱ درصد      ۲) ۸۱ درصد      ۳) ۱۹ درصد      ۴) ۲۰ درصد

۶۷. حاصل عبارت  $\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5} + \dots - \frac{1}{49 \times 50}$  کدام است؟ (المپیاد ریاضی)

- ۱)  $\frac{1}{49}$       ۲)  $\frac{1}{51}$       ۳)  $\frac{1}{40}$       ۴)  $\frac{1}{50}$

(مسابقات جهانی ریاضی)

۶۸ ☆ در حاصل عبارت  $1 - \underbrace{666\dots6}_{\text{تا } 2014} \times \underbrace{666\dots6}_{\text{تا } 2014}$  چند بار رقم ۵ می‌آید؟

- ۱) ۴۰۲۸      ۲) ۲۰۱۴      ۳) ۲۰۱۳      ۴) ۴۰۲۶

(تیزهوشان)

۶۹ ☆ عدد ۱۳۸۲ را ۱۰۳ بار در خودش ضرب کردیم. یکان عدد حاصل کدام است؟

- ۱) ۲      ۲) ۴      ۳) ۶      ۴) ۸

۷۰ ☆ اگر  $x = 1392 + \frac{1}{1392}$ ،  $y = 1392 + \frac{1}{1392 + \frac{1}{1392}}$  و  $z = 1392 + \frac{1}{1392 + \frac{1}{1392 + \frac{1}{1392}}}$  باشند، کدام گزینه درست است؟ (تیزهوشان)

- ۱)  $y < z < x$       ۲)  $z < x < y$       ۳)  $z < y < x$       ۴)  $x < y < z$

۷۱ ☆ مردم یک شهر دچار یک بیماری واگیردار شده‌اند. ماه اول ۲۰ درصد افراد بیمار شدند، آخر ماه ۲۰ درصد افراد بیمار، خوب شدند.

(مسابقات جهانی ریاضی)

ابتدای ماه بعد ۲۰ درصد افراد سالم بیمار شدند. در پایان، چند درصد افراد، سالم ماندند؟

- ۱)  $67\frac{1}{2}$       ۲) ۶۰      ۳) ۵۲      ۴) ۴۴

(المپیاد ریاضی)

۷۲ ☆  $\frac{2}{3}$  از  $\frac{3}{5}$  عددی، ۴۴ شده است. آن عدد کدام است؟

- ۱) ۱۱۰      ۲) ۴۴      ۳) ۳۲۰      ۴) ۳۳۰

(المپیاد ریاضی)

۷۳ ☆ اگر  $\frac{\text{دایره}}{\text{مثلث}} = \frac{1}{6}$  و  $\frac{\text{مربع}}{\text{مثلث}} = 10$  مدل سازی شده باشد، مقدار  $\frac{\text{دایره}}{\text{مربع}}$  کدام است؟

- ۱) ۵      ۲) ۱۰      ۳) ۱۵      ۴) ۲۰

(المپیاد ریاضی)

۷۴ ☆ اختلاف ۴۰ درصد و ۳۰ درصد عددی، ۶ شده است. آن عدد کدام است؟

- ۱)  $\frac{60}{7}$       ۲) ۶۰      ۳) ۶      ۴)  $\frac{42}{10}$

(المپیاد ریاضی)

۷۵ ☆  $\frac{2}{5}$  از  $\frac{1}{4}$  عددی را ۳ برابر کردیم، عدد ۲۷ به دست آمد. آن عدد کدام است؟

- ۱) ۳۰      ۲) ۴۵      ۳) ۹۰      ۴) ۲۷

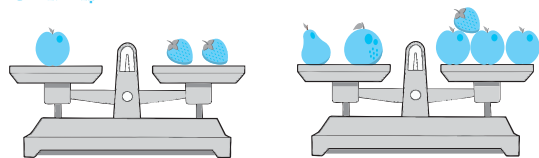
(المپیاد ریاضی)

۷۶ ☆ اختلاف  $\frac{3}{4}$  عددی از  $\frac{2}{5}$  همان عدد، ۵۶ شده است. آن عدد کدام است؟

- ۱) ۵۶      ۲) ۱۶۰      ۳) ۱۱۲      ۴) ۲۰

۷۷ ☆ در شکل زیر، هر دو ترازو متعادل هستند. اگر جرم یک سیب ۲۰۰ گرم و جرم یک پرتقال ۳۰۰ گرم باشد، جرم یک گلابی چند گرم است؟

(المپیاد ریاضی)



- ۱) ۲۰۰      ۲) ۷۰۰      ۳) ۴۰۰      ۴) ۶۰۰

۷۸ ☆ مجموع دو عدد طبیعی برابر ۷۷ است. عدد اول را در ۸ و عدد دوم را در ۶ ضرب می‌کنیم. اگر حاصل این دو با هم برابر باشد، عدد بزرگ‌تر کدام است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- ۱) ۳۳      ۲) ۴۴      ۳) ۲۷      ۴) ۴۶

(تیزهوشان)

۷۹ ☆ قیمت یک کتاب ۲۰ تومان بیش‌تر از ۴ برابر پول حسن و ۳۰ تومان کم‌تر از ۶ برابر پول او است. قیمت این کتاب چند تومان است؟

- ۱) ۲۰۰      ۲) ۲۵۰      ۳) ۱۲۰      ۴) ۱۰۰

(المپیاد ریاضی)

۸۰ ☆ ۶ درصد از  $\frac{4}{5}$  کدام گزینه زیر، برابر ۴ درصد می‌شود؟

- ۱)  $\frac{5}{6}$       ۲)  $\frac{6}{5}$       ۳)  $\frac{2}{3}$       ۴)  $\frac{4}{5}$

۸۱ ☆ شخصی بار اول  $\frac{1}{3}$  پولش را و بار دوم ۱۰۰ تومان بیش‌تر از بار اول خرج کرد و ۳۰۰۰ تومان باقی ماند. کل پول او چند تومان بوده است؟

(تیزهوشان)

- ۱) ۹۳۰۰      ۲) ۸۷۰۰      ۳) ۹۱۰۰      ۴) ۸۹۰۰

۸۲ ☆ سه عدد فرد متوالی را اگر دوبه‌دو با هم جمع کنیم، حاصل آن‌ها ۱۲۸، ۱۳۰ و ۱۳۲ می‌شود. مجموع این سه عدد کدام است؟ (تیزهوشان)

- ۱) ۳۹۰      ۲) ۳۶۰      ۳) ۲۵۸      ۴) ۱۹۵

۸۳ ☆ در گروهی از گاوها و مرغ‌ها، تعداد پاها ۱۴ تا بیش‌تر از دو برابر تعداد سرها است. چند گاو در این گروه وجود دارد؟ (المپیاد ریاضی)

- ۱) ۵      ۲) ۷      ۳) ۱۰      ۴) ۱۲

۸۴ ☆ یک آگهی به‌صورت زیر روی دیوار یک مغازه میوه فروشی چسبانده شده است. قیمت یک کیلو سیب چقدر است؟ (المپیاد ریاضی)

قیمت یک کیلو سیب و یک کیلو پرتقال = ۹۰۰ تومان  
قیمت ۳ کیلو سیب و ۲ کیلو پرتقال = ۲۴۰۰ تومان

- ۱) ۱۳۰۰ تومان      ۲) ۶۰۰ تومان      ۳) ۴۰۰ تومان      ۴) ۳۰۰ تومان

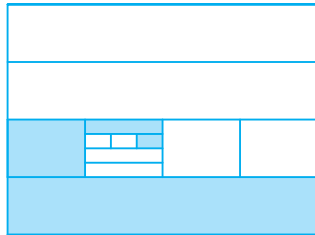
۸۵ ☆ مجموع نصف پول علی با  $\frac{1}{4}$  پول رضا برابر ۲۰۰ تومان می‌شود. اگر پول علی دو برابر پول رضا باشد، پول علی چند تومان است؟ (المپیاد ریاضی)

- ۱) ۱۶۰      ۲) ۳۲۰      ۳) ۱۰۰۰      ۴) ۲۰۰۰

## مسئله‌های سری IQ

### ۱ راهبردهای رسم شکل و الگوسازی

۸۶ ☆ چه کسری از شکل روبه‌رو رنگی است؟ (المپیاد ریاضی)



- ۱)  $\frac{1}{4}$   
۲)  $\frac{1}{3}$   
۳)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$   
۴)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

۸۷ ☆ در یک جاده مستقیم، نشانه اول در  $\frac{1}{5}$  کیلومتری از یک درخت و نشانه دوم در  $\frac{1}{3}$  کیلومتری از همان درخت قرار دارند. بین این دو نشانه، ۱۵ نشانه دیگر با فاصله مساوی قرار دارد. از بین این ۱۵ نشانه چندمین نشانه در فاصله  $\frac{1}{4}$  کیلومتری از آن درخت قرار دارد؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- ۱) چهارمین      ۲) پنجمین      ۳) ششمین      ۴) هفتمین

۸۸ ☆ برای کاشتن ۵ ردیف گل که در هر ردیف ۴ گل داشته باشیم، حداقل چند شاخه گل لازم داریم؟ (المپیاد ریاضی)

- ۱) ۱۵      ۲) ۱۰      ۳) ۲۰      ۴) ۲۴

۸۹ ☆ در یک دهکده سرخ‌پوستی، بعضی از افراد قبیله «خرس بزرگ»، از افراد قبیله «عقاب سیاه» هستند. هیچ‌کدام از افراد قبیله «عقاب سیاه»، از قبیله «سلطان سرخ» نیستند. همه افراد قبیله «گوزن سفید»، از قبیله «سلطان سرخ» هستند. بعضی از افراد قبیله «گوزن سفید»، از افراد قبیله «خرس بزرگ» هستند. از جملات بیان‌شده، کدام گزینه زیر را می‌توان نتیجه گرفت؟ (المپیاد ریاضی)

۱) افراد قبیله «سلطان سرخ»، همگی از افراد قبیله «عقاب سیاه» هستند.

۲) همه افراد قبیله «گوزن سفید» از افراد قبیله «عقاب سیاه» هستند.

۳) هیچ‌کدام از افراد قبیله «خرس بزرگ»، از قبیله «سلطان سرخ» نیستند.

۴) بعضی از افراد قبیله «سلطان سرخ» از قبیله «خرس بزرگ» هستند.

۹۰ ☆ در ترم تابستان یک آموزشگاه، از میان ۷۰ مراجعه‌کننده برای دروس ریاضی، فیزیک و شیمی، ۴ نفر در هیچ درسی ثبت‌نام نکردند.

در دروس ریاضی، فیزیک و شیمی به ترتیب ۴۰، ۲۸ و ۲۴ نفر ثبت‌نام کردند که ۱۲ نفر ریاضی و فیزیک، ۱۳ نفر ریاضی و شیمی، ۶ نفر شیمی و فیزیک و ۵ نفر در هر سه درس ثبت‌نام کرده‌اند. چند نفر فقط در یک درس ثبت‌نام کرده‌اند؟ (کنکور)

- ۱) ۵۳      ۲) ۵۲      ۳) ۴۶      ۴) ۴۵

۹۱ ☆ چند عدد طبیعی مختلف داریم که حاصل ضرب دو عدد فرد یک رقمی باشند؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- ۱) ۲۵      ۲) ۱۵      ۳) ۱۴      ۴) ۱۳



۹۲☆ شش نفر با هم ۲۰ کلوچه خوردند. شهین فقط ۱ کلوچه، مهین ۲ کلوچه، متین ۳ کلوچه و نگین بیش تر از همه کلوچه خورد. نگین حداقل چند کلوچه خورده است تا مطمئن باشیم از همه بیش تر کلوچه خورده است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- ۷ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴)

۹۳☆ به چند طریق می توان به کمک انگشتان دو دست، عدد ۳ را نمایش داد؟

(آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان)

- ۷ (۱) ۷۲ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۱۰ (۴)

۹۴☆ وحید، سعید، مجید و حمید دربارهٔ یک عدد مشخص صحبت می کردند. وحید: «این عدد ۹ است.» سعید: «این عدد یکی از اعداد ۲، ۳، ۵ یا ۷ است.» مجید: «این عدد زوج است.» حمید: «این عدد ۱۵ است.» اگر از بین وحید و سعید فقط یک نفر راست گفته باشد و

(مسابقات جهانی ریاضی)

از بین مجید و حمید نیز فقط یک نفر راست گفته باشد، این عدد کدام است؟

- ۲ (۱) ۱۵ (۲) ۹ (۳) ۳ (۴)

۹۵☆ چند عدد ۳ رقمی می توان نوشت به طوری که یکان آن از دهگان آن از صدگان آن بزرگ تر باشد؟

(المپیاد ریاضی)

- ۹۴ (۱) ۸۶ (۲) ۸۴ (۳) ۵۹ (۴)

### راهنمای حذف حالت های نامطلوب و الگویی

۲

۹۶☆ جمع ارقام بزرگ ترین عدد سه رقمی با ارقام غیر تکراری که بر ۶ بخش پذیر است، کدام است؟

- ۲۳ (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۱ (۴)

۹۷☆ مجموع سن سه نفر ۱۳ سال و حاصل ضرب سن آن ها ۷۲ شده است. اختلاف بزرگ ترین و کوچک ترین سن بین این سه نفر کدام است؟

(المپیاد ریاضی)

- ۴ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۹۸☆ کیانا با استفاده از همهٔ رقم های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸ دو عدد چهار رقمی متفاوت و بدون تکرار ارقام می سازد. حداقل مقدار مجموع این دو عدد کدام است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- ۲۴۶۸ (۱) ۳۳۳۳ (۲) ۳۸۲۵ (۳) ۴۷۳۴ (۴)

۹۹☆ با توجه به الگوی داده شده، جمله پنجاه و ششم کدام است؟

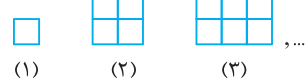
(کنکور)

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

۱۰۰☆ در الگوی مقابل، در شکل ۳۱ ام چند پاره خط کوچک، بیش تر از شکل ۳۰ ام به کار می رود؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- ۱۲۴ (۱) ۱۴۸ (۲) ۲۵۴ (۴)



(۱) (۲) (۳) , ...

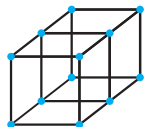
- ۶۱ (۳)

۱۰۱☆ جسم زیر که از تعدادی میله و اتصال آن ها ساخته شده است، دارای طول ۲ واحد است. برای ساختن چنین شکلی به طول ۴۰ واحد، به چند میلهٔ کوچک نیاز داریم؟

(المپیاد ریاضی)

- ۳۲۴ (۱) ۳۴۴ (۲)

- ۳۶۴ (۳) ۳۸۴ (۴)



۱۰۲☆ سه شکل زیر از مربع های سفید و سیاه تشکیل شده اند. اگر این الگو را ادامه دهیم، چند درصد از مربع های شکل پنجاهم سیاه هستند؟

(المپیاد ریاضی)

- ۴۹ درصد (۱) ۵۰ درصد (۲)

- ۵۱ درصد (۳) ۶۶  $\frac{۲}{۳}$  درصد (۴)

۱۰۳☆ شکل های زیر با چوب کبریت ساخته شده اند. اگر پانصد تا چوب کبریت داشته باشیم، تعداد مربع های ساخته شده چند تا می شود؟

(المپیاد ریاضی)

- ۱۶۴ (۱) ۱۶۵ (۲)

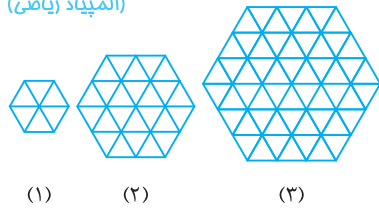
- ۱۶۶ (۳) ۱۶۷ (۴)



(۱) (۲) (۳)

☆ ۱۰۴. در الگوی زیر، هر شکل از کنار هم قرار دادن تعدادی چوب‌کبریت با اندازه واحد ساخته می‌شود. در شکل دهم، چند چوب‌کبریت

(المپیاد ریاضی)



وجود دارد؟

- ۱) ۹۰۳  
۲) ۹۳۰  
۳) ۹۰۰۳  
۴) ۹۰۳۰

☆ ۱۰۵. با توجه به جدول زیر که جدولی  $4 \times 2$  است، جدول دیگری با همین الگو نوشته شده که در ردیف هفتم آن اعداد ۸۰ و ۶۰ نوشته شده

(آزمون جهانی ریاضی)

۱۰	۳
۱۳	۷
۲۰	۶
۲۶	۱۴

است. مجموع اعداد موجود در اولین ردیف این جدول کدام است؟

- ۱) ۲۰  
۲)  $17/5$   
۳) ۸  
۴)  $10/5$

### راهبردهای حدس و آزمایش و زیرمسئله

۳

☆ ۱۰۶. یک اسکی‌باز در هر ۲ ثانیه، نسبت به ۲ ثانیه قبل، ۵ متر بیش‌تر به پایین‌تر می‌خورد. اگر او در مدت زمان ۱۰ ثانیه مجموعاً ۹۰ متر

(المپیاد ریاضی)

به پایین اسکی کرده باشد، در ۲ ثانیه اول حرکت خود، چند متر اسکی کرده است؟

- ۱) ۶  
۲) ۱۰  
۳) ۹  
۴) ۸

☆ ۱۰۷. پنج ظرف به گنجایش‌های ۱۸، ۲۰، ۲۱، ۲۵ و ۲۷ لیتر موجود است. بعضی از این ظرف‌ها پر از آب، بعضی از آن‌ها پر از روغن و یکی از

آن‌ها خالی است. اگر بدانیم در کل مقدار آب سه برابر روغن است، در این صورت کدام ظرف خالی است؟

(آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان ۹۵-۹۴)

- ۱) ۲۰ لیتری  
۲) ۲۱ لیتری  
۳) ۲۵ لیتری  
۴) ۲۷ لیتری

☆ ۱۰۸. در جمع نوشته‌شده زیر، هریک از شکل‌های مربع، دایره و مثلث به جای یک رقم گذاشته شده است. اگر این سه رقم با هم متفاوت

(تیزهوشان)

باشند، دایره نشان‌دهنده چه رقمی است؟

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \square \square \bigcirc \\ + \square \triangle \triangle \\ \hline 1 \ 3 \ 5 \ 9 \end{array}$$

- ۱) ۵  
۲) ۷  
۳) ۸  
۴) ۹

☆ ۱۰۹. یک مخزن بنزین به سه پمپ وصل شده است. از پمپ اول ۳۰ درصد بنزین موجود در مخزن را خارج می‌کنیم. از پمپ دوم، ۴۰ درصد بنزین

باقی‌مانده را برمی‌داریم و از پمپ سوم، نصف بنزین باقی‌مانده را خارج می‌کنیم. چند درصد از بنزین اولیه در مخزن باقی مانده است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- ۱) ۲۱  
۲) ۱۰  
۳) ۱۲  
۴) ۱۴

☆ ۱۱۰. علی کاری را به تنهایی در ۹ روز انجام می‌دهد. احمد ۵۰٪ از علی در عمل زنگ‌تر است. احمد به تنهایی این کار را در چند روز انجام

(تیزهوشان)

می‌دهد؟

- ۱)  $4/5$  روز  
۲)  $13/5$  روز  
۳) ۶ روز  
۴) ۴ روز

☆ ۱۱۱. احمد  $\frac{2}{3}$  کاری را در ۴ ساعت و علی  $\frac{3}{4}$  این کار را در ۶ ساعت و پارسا، ثلث این کار را در ۴ ساعت انجام می‌دهند. احمد ۳ ساعت و

(المپیاد ریاضی)

علی ۲ ساعت کار کردند و دست از کار کشیدند. پارسا به تنهایی بقیه کار را در چند ساعت انجام می‌دهد؟

- ۱) ۴  
۲) ۳  
۳) ۲  
۴) ۱

☆ ۱۱۲. شمع‌های A و B را با هم روشن می‌کنیم. شمع A، ۱۱ ساعت و شمع B، ۷ ساعت طول می‌کشد تا آب شوند. بعد از ۳ ساعت، هر دو

(المپیاد ریاضی)

شمع دارای ارتفاعی یکسان هستند. نسبت ارتفاع شمع A به شمع B در ابتدا چقدر بوده است؟

- ۱)  $\frac{14}{11}$   
۲)  $\frac{11}{14}$   
۳)  $\frac{11}{12}$   
۴)  $\frac{12}{11}$

## راهبردهای حل مسئله ساده‌تر و روش‌های نمادین

۴

(المپیاد ریاضی)

۱۱۳☆ حاصل عبارت  $\frac{1}{۲} - \frac{1}{۴} + \frac{1}{۸} - \frac{1}{۱۶} + \frac{1}{۳۲} - \dots - \frac{1}{۴۰۹۶}$  کدام است؟

- ①  $\frac{۱۳۶۵}{۴۰۹۶}$       ②  $\frac{۴۰۹۵}{۴۰۹۶}$       ③  $\frac{۱۳۶۶}{۴۰۹۶}$       ④ صفر

(کنکور)

۱۱۴☆ حاصل عبارت  $\frac{1}{۳} + \frac{1}{۹} + \frac{1}{۲۷} + \frac{1}{۸۱} + \dots + \frac{1}{۵۹۰۴۹}$  برابر است با .....

- ①  $\frac{۵۹۰۴۸}{۵۹۰۴۹}$       ②  $\frac{۲۹۵۲۵}{۵۹۰۴۹}$       ③  $\frac{۲۹۵۲۴}{۵۹۰۴۹}$       ④ ۱

(تیزهوشان)

۱۱۵☆ حاصل عبارت  $\frac{۳}{۲} + \frac{۳}{۴} + \frac{۳}{۸} + \dots + \frac{۳}{۱۳۱۰۷۲}$  کدام است؟

- ①  $\frac{۱۳۱۷۰۱}{۱۳۱۰۷۲}$       ②  $\frac{۱۳۱۰۷۳}{۱۳۱۰۷۲}$       ③  $\frac{۳۹۳۲۱۳}{۱۳۱۰۷۲}$       ④  $\frac{۳ \frac{۱۳۱۰۷۱}{۱۳۱۰۷۲}}$

(تیزهوشان)

۱۱۶☆ حاصل عبارت  $\frac{1}{۱ \times ۳} + \frac{1}{۳ \times ۵} + \dots + \frac{1}{۹ \times ۱۱}$  کدام است؟

- ①  $\frac{۱۲}{۱۱}$       ②  $\frac{۱۰}{۱۱}$       ③  $\frac{۵}{۱۱}$       ④  $\frac{۹}{۱۱}$

(کنکور)

۱۱۷☆ حاصل عبارت  $A = 1 + \frac{1}{۲} + \frac{1}{۶} + \frac{1}{۱۲} + \dots + \frac{1}{۹۹۹۰۰۰}$  کدام عدد است؟

- ① ۳      ②  $\frac{۲}{۹۹۹}$       ③  $\frac{۱}{۹۹۹}$       ④  $\frac{۱}{۹۹}$

۱۱۸☆ اگر در کسر مسلسل  $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\ddots}}}$ ، تعداد ۱۰ خط کسری وجود داشته و آخرین مخرج،  $1 + \frac{1}{\ddots}$  باشد، حاصل عبارت داده شده برابر است با:

(آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان)

- ①  $\frac{۸۹}{۵۵}$       ②  $\frac{۱۴۰}{۸۹}$       ③  $\frac{۱۴۴}{۸۹}$       ④  $\frac{۲۳۳}{۱۴۴}$

۱۱۹☆ یک نانوا از هر بسته آرد، ۶ نان درست می‌کند و مقداری آرد باقی می‌گذارد. باقی‌مانده هر ۷ بسته آرد به اندازه یک بسته آرد کامل

(تیزهوشان ۹۴-۹۳)

است. این نانوا با ۶۲ بسته آرد حداکثر چند نان می‌تواند بپزد؟

- ① ۳۷۲      ② ۴۱۴      ③ ۴۳۴      ④ ۴۹۶

۱۲۰☆ در یک کلاس ۱۰۰ نفره، ۴۰ درصد پسران نمره A گرفتند و ۵۰ درصد دختران نیز نمره A کسب کردند. تعداد پسرانی که نمره A

(مسابقات جهانی ریاضی)

گرفتند، ۴ تا بیش‌تر از تعداد دخترانی بود که نمره A گرفتند. تعداد پسرها در این کلاس چند نفر است؟

- ① ۸۰      ② ۷۰      ③ ۶۰      ④ ۵۰

۱۲۱☆ اگر قیمت ۶ خودکار برابر قیمت ۸ مداد باشد و قیمت ۱۲ مداد برابر قیمت ۱۵ پاک‌کن باشد، قیمت ۱۸ خودکار برابر با قیمت چند

(المپیاد ریاضی)

پاک‌کن است؟

- ① ۳۰      ② ۴۵      ③ ۶۰      ④ ۲۷

۱۲۲☆ در یک سبد میوه، همه میوه‌ها به جز ۴ تا، سیب، همه میوه‌ها به جز ۴ تا، گلابی و همه میوه‌ها به جز ۴ تا، هلو هستند. در این سبد چند

(مسابقات جهانی ریاضی)

میوه وجود دارد؟ (این سبد فقط شامل میوه‌های سیب، گلابی و هلو است.)

- ① نامعلوم      ② ۸      ③ ۱۲      ④ ۶

(المپیاد ریاضی)

۱۲۳☆ یک تکه طناب ۴۷۵ متری را به چند حالت مختلف می‌توان به طناب‌های ۱۱ و ۲ متری تقسیم کرد؟

- ① ۲۲      ② ۲۱      ③ ۴۲      ④ ۴۳

۱۲۴☆ در هر کدام از مزرعه‌های خانواده‌های قدیانی و قلیخانی، ۹ حیوان وجود دارد. مزرعه قدیانی ۳ مرغ بیش‌تر از مزرعه قلیخانی دارد،

ولی یک سگ کم‌تر دارد. تعداد گوسفندهای مزرعه قلیخانی ۲ برابر تعداد گوسفندهای مزرعه قدیانی است، ولی تعداد مرغ‌های آن با

(مسابقات جهانی ریاضی)

تعداد سگ‌های مزرعه قدیانی برابر است. در مزرعه قدیانی چند مرغ وجود دارد؟

- ① ۵      ② ۴      ③ ۳      ④ ۲

## پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

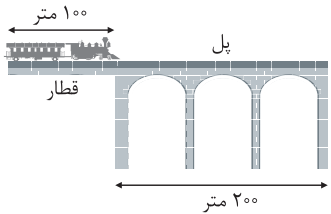
۱ / ۷

با توجه به معلومات مسئله، شکل را رسم می‌کنیم. بیش‌ترین فاصله بین D و B برابر  $12 + 2 + 11 = 25$  می‌باشد.

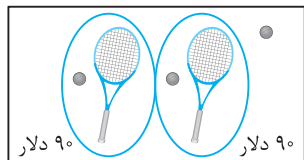


۳ / ۸

برای این‌که قطار به طور کامل از روی پل رد شود، باید مسافتی  $300$  متری طی کند. چون خود قطار  $100$  متر طول دارد و باید کامل از روی پل رد شود. چون در هر ثانیه،  $10$  متر جلو می‌رود، پس بعد از  $300 \div 10 = 30$  ثانیه به طور کامل از روی پل رد می‌شود.



۲ / ۹

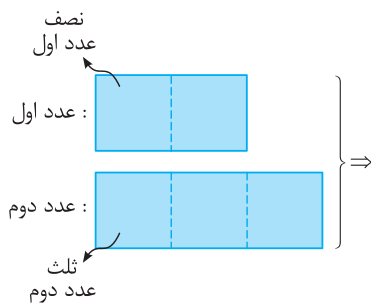


مجموعاً → ۲۴۰ دلار

$$\Rightarrow 90 + 90 + \text{قیمت یک توپ} = 240$$

$$\Rightarrow 60 \text{ دلار} = \text{قیمت یک توپ} \Rightarrow 240 = \text{قیمت یک توپ} + 180$$

۴ / ۱۰



$$\begin{array}{c} \text{عدد اول} \\ + \\ \text{دو برابر عدد دوم} \\ \hline \end{array} = 8 \times \square = 32 \Rightarrow \square = 4$$

بنابراین عدد اول  $8 \times 4 = 32$  و عدد دومی  $3 \times 4 = 12$  می‌باشد. اختلاف آن‌ها برابر است با:  $12 - 8 = 4$

۲ / ۱۱

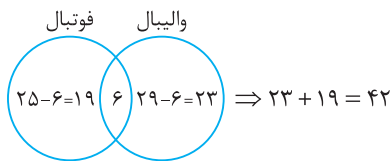
$$\boxed{15 \text{ آلو}} = \boxed{2 \text{ سیب}} \times 3$$

$$\boxed{3 \text{ سیب}} = \boxed{2 \text{ پرتقال}} \times 2$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \boxed{45 \text{ آلو}} = \boxed{6 \text{ سیب}} \\ \boxed{6 \text{ سیب}} = \boxed{4 \text{ پرتقال}} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{45 \text{ آلو}} = \boxed{4 \text{ پرتقال}}$$

۲ / ۱

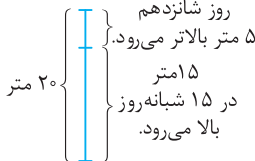
۴۸ نفر حداقل یکی از دو ورزش را انجام می‌دهند.  $50 - 2 = 48 \Rightarrow$  مجموع ۲۵ و ۲۹ برابر ۵۴ نفر می‌شود. بنابراین  $54 - 48 = 6$  نفر هر دو ورزش را انجام می‌دهند.



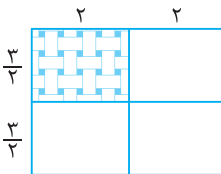
پس ۴۲ نفر فقط در یک رشته ورزشی فعالیت می‌کنند.

۳ / ۲

او در هر شبانه‌روز  $5 - 4 = 1$  متر بالا می‌رود. در روز شانزدهم ۵ متر بالا می‌رود و به بالای گودال می‌رسد. در ۱۵ شبانه‌روز بالا می‌رود.



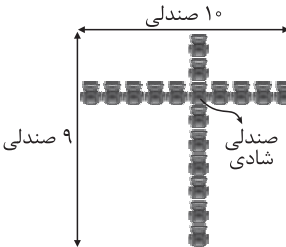
۳ / ۳



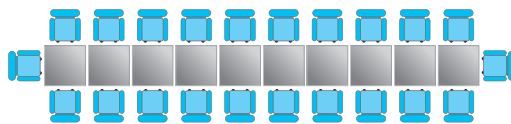
همان‌طور که مشاهده می‌شود، طول قالیچه برابر ۲ و عرض آن برابر  $\frac{3}{2}$  خواهد شد و مجموع آن‌ها برابر است با:  $2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$

۴ / ۴

شکل مقابل را متناسب با متن سؤال رسم می‌کنیم. در سالن سینما ۹ ردیف افقی و ۹ ردیف عمودی صندلی وجود دارد. بنابراین  $9 \times 10 = 90$  صندلی در این سالن وجود دارد.

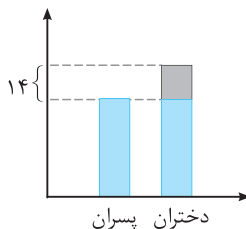


۴ / ۵



با توجه به شکل بالا، ۲۲ صندلی دور میز جدید مستطیل شکل جای می‌گیرد.

۱ / ۶



$$\Rightarrow 14 = 86 + \text{دانش آموزان پسر} + \text{دانش آموزان پسر}$$

$$\Rightarrow 86 - 14 = 72$$

$$\Rightarrow 72 \div 2 = 36 \Rightarrow \text{تعداد دانش آموزان پسر} = 36$$

مشاهده می‌شود که هر چه دو عدد به هم نزدیک شوند، حاصل ضرب دو عدد، بزرگ‌تر می‌شود. بنابراین با توجه به جدول، دو عدد مورد نظر ۸ و ۹ هستند:

$$= 17 = 1 \times 17 = (9 - 8) \times (9 + 8) = \text{خواسته سؤال}$$

۳ / ۱۷

عدد اولی	عدد دومی	حاصل جمع	حاصل ضرب
۱	۲۳	۲۴	۲۳
۲	۲۲	۲۴	۴۴
۳	۲۱	۲۴	۶۳
⋮	⋮	⋮	⋮
۱۱	۱۳	۲۴	۱۴۳
۱۲	۱۲	۲۴	۱۴۴

بنابراین هر دو عدد، ۱۲ می‌باشند که حاصل تفریق آن‌ها صفر است.

۱ / ۱۸

در مسئله گفته شده اگر از هر سکه حداقل یک‌بار استفاده شده باشد، پس در جدول هیچ‌گاه عدد مربوط به سکه‌های ۲۵ و ۵۰ تومانی صفر نمی‌شود.

تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی	تعداد سکه‌های ۲۵ تومانی	مجموع
۳	۲	$(3 \times 50) + (2 \times 25) = 200$
۲	۴	$(2 \times 50) + (4 \times 25) = 200$
۱	۶	$(1 \times 50) + (6 \times 25) = 200$

طبق جدول، ۳ حالت ایجاد می‌شود.

۴ / ۱۹

عدد ۲۴ می‌تواند از حاصل ضرب  $3 \times 8$  و  $4 \times 6$  ساخته شود. با  $3 \times 8$  دو عدد ۳۸ و ۸۳ ساخته می‌شود که حاصل جمع ارقام آن‌ها ۱۱ است. با  $4 \times 6$  دو عدد ۶۴ و ۴۶ ساخته می‌شود که مجموع ارقام آن‌ها ۱۰ می‌باشد. در بین اعداد ۳۸، ۸۳، ۶۴ و ۴۶، کوچک‌ترین عدد ۳۸ است که مجموع ارقام آن ۱۱ می‌باشد.

۴ / ۲۰

با استفاده از جدول نظام‌دار داریم:

تعداد اسکناس‌های ۲۰۰ تومانی	تعداد اسکناس‌های ۱۰۰ تومانی	تعداد اسکناس‌های ۵۰ تومانی	مجموع
۲	۰	۰	$2 \times 200 = 400$
۱	۱	۲	$(1 \times 200) + (1 \times 100) + (2 \times 50) = 400$
۱	۲	۰	$(1 \times 200) + (2 \times 100) = 400$
۱	۰	۴	$(1 \times 200) + (4 \times 50) = 400$
۰	۱	۶	$(1 \times 100) + (6 \times 50) = 400$
۰	۲	۴	$(2 \times 100) + (4 \times 50) = 400$
۰	۳	۲	$(3 \times 100) + (2 \times 50) = 400$
۰	۴	۰	$(4 \times 100) = 400$
۰	۰	۸	$(8 \times 50) = 400$

۹ حالت برای ساختن ۴۰۰ تومان پول وجود دارد.

۲ / ۱۲

کتاب	کیف	دفتر
۱۰۰		
۶۰۰		
۴۰۰		

$\frac{2}{4}$  با  $\frac{1}{2}$  برابر است. بنابراین داریم:

$$1100 \text{ تومان معادل } \frac{1}{12} \text{ کل پول می‌باشد.} \Rightarrow 600 + 100 + 400 = 1100$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1100}{\square} \Rightarrow \square = \frac{1100 \times 12}{1} = 13200 \text{ کل پول فاطمه:}$$

۴ / ۱۳

۴۵۰ لیتر	۲۵٪ خالی

۲۵ درصد معادل  $\frac{1}{4}$  است. بنابراین  $\frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$  استخر خالی است. پس

۴۵۰ لیتر برابر  $\frac{1}{12}$  حجم استخر است و حجم استخر برابر است با:

$$\text{متر مکعب } 5/4 = 5400 \div 1000 = 5400 \Rightarrow \text{لیتر } 5400 = 12 \times 450$$

۲ / ۱۴

در ردیف اول  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$  یعنی  $\frac{1}{8}$  رنگ شده است. در ردیف دوم  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$

یعنی  $\frac{1}{12}$  رنگ شده است. در ردیف سوم  $\frac{1}{4} \times \frac{2}{4}$  یعنی  $\frac{1}{8}$  رنگ

شده است. در ردیف چهارم  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}$  یعنی  $\frac{3}{20}$  رنگ شده است. بنابراین

در مجموع کل قسمت رنگ‌شده برابر است با:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{3}{20} = \frac{15 + 10 + 15 + 18}{120} = \frac{58}{120} = \frac{29}{60}$$

۲ / ۱۵

$$12 \text{ هندوانه} = 45 \text{ طالبی} \xrightarrow{\times 3} 4 \text{ هندوانه} = 15 \text{ طالبی}$$

$$12 \text{ هندوانه} = 5 \text{ جعبه تخم‌مرغ}$$

$$9 \text{ طالبی} \xrightarrow{\div 5} 5 \text{ جعبه تخم‌مرغ} = 45 \text{ طالبی} \Rightarrow$$

$$3 \text{ جعبه تخم‌مرغ} = 27 \text{ طالبی} \xrightarrow{\times 3}$$

۳ / ۱۶

عدد اول	عدد دوم	مجموع	حاصل ضرب
۱	۱۶	۱۷	$1 \times 16 = 16$
۲	۱۵	۱۷	$2 \times 15 = 30$
۳	۱۴	۱۷	$3 \times 14 = 42$
۴	۱۳	۱۷	$4 \times 13 = 52$
۵	۱۲	۱۷	$5 \times 12 = 60$
۶	۱۱	۱۷	$6 \times 11 = 66$
۷	۱۰	۱۷	$7 \times 10 = 70$
۸	۹	۱۷	$8 \times 9 = 72$

۴ / ۲۴

حالت‌هایی که عدد یک به عنوان یکی از سه عدد به کار می‌رود را در جدول نمی‌آوریم. چرا که حاصل ضرب هر عدد در یک برابر خود عدد است و ما دنبال بیش‌ترین مقدار حاصل ضرب هستیم.

حاصل ضرب	حاصل جمع	عدد سوم	عدد دوم	عدد اول
$۲ \times ۲ \times ۶ = ۲۴$	۱۰	۶	۲	۲
$۲ \times ۳ \times ۵ = ۳۰$	۱۰	۵	۳	۲
$۲ \times ۴ \times ۴ = ۳۲$	۱۰	۴	۴	۲
$۳ \times ۴ \times ۳ = ۳۶ \checkmark$	۱۰	۳	۴	۳

۳ / ۲۵

وقتی محیط مستطیل ۳۶ سانتی‌متر باشد، در نتیجه مجموع طول و عرض مستطیل برابر ۱۸ سانتی‌متر می‌باشد. چون محیط مستطیل دو برابر مجموع طول و عرض آن است.

طول	عرض	مجموع	مساحت = عرض $\times$ طول	(باید طول دو برابر عرض باشد.) نتیجه
۱۷	۱	۱۸	$۱۷ \times ۱ = ۱۷$	نامطلوب
۱۶	۲	۱۸	$۱۶ \times ۲ = ۳۲$	نامطلوب
۱۵	۳	۱۸	$۱۵ \times ۳ = ۴۵$	نامطلوب
۱۴	۴	۱۸	$۱۴ \times ۴ = ۵۶$	نامطلوب
۱۳	۵	۱۸	$۱۳ \times ۵ = ۶۵$	نامطلوب
۱۲	۶	۱۸	$۱۲ \times ۶ = ۷۲$	مطلوب
۱۱	۷	۱۸	$۱۱ \times ۷ = ۷۷$	نامطلوب
۱۰	۸	۱۸	$۱۰ \times ۸ = ۸۰$	نامطلوب
۹	۹	۱۸	$۹ \times ۹ = ۸۱$	نامطلوب

سانتی‌متر مربع  $۷۲ = ۱۲ \times ۶ =$  مساحت مستطیل  $\Rightarrow$

۲ / ۲۶

$$+0/5 \quad +0/25 \quad +0/125$$

$$10/15, 1/75, 1/75 + 0/125 = 1/875$$

۳ / ۲۷

$$-2 \quad -4 \quad -6 \quad -8$$

$$30, 28, 24, 18, 11 - 8 = 10$$

۳ / ۲۸

هر عدد از سه برابر عدد قبلی منتهای یک ساخته می‌شود.

$$3, (3 \times 3) - 1 = 8, (3 \times 8) - 1 = 23, (3 \times 23) - 1 = 68$$

$$(3 \times 68) - 1 = 203$$

۱ / ۲۹

دو جمله قبل با هم جمع می‌شوند تا جمله بعدی به دست آید.

$$1, 1, 1+1=2, 1+2=3, 2+3=5, 3+5=8, 5+8=13$$

۲ / ۳۰

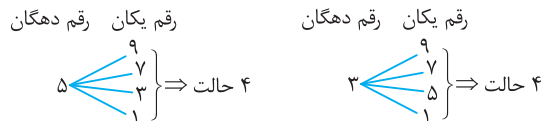
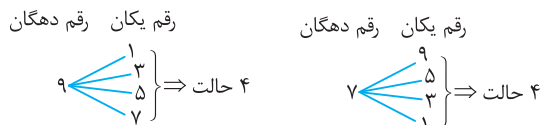
$$-24 \quad -12 \quad -6 \quad -3$$

$$64, 40, 28, 22, 19$$

عدهایی که هر دفعه از عدد اولیه کم می‌شوند را باید بر ۲ تقسیم کنیم.

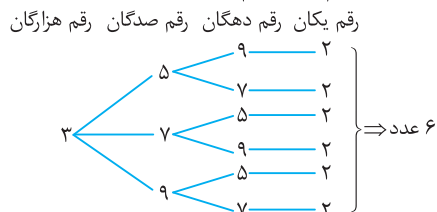
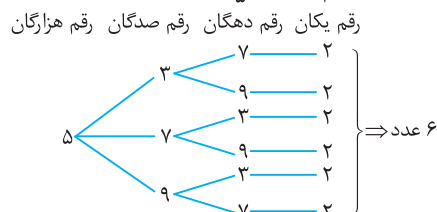
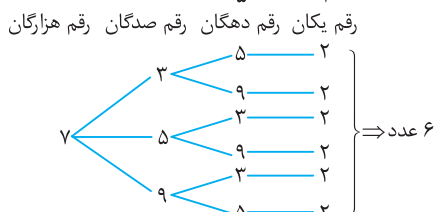
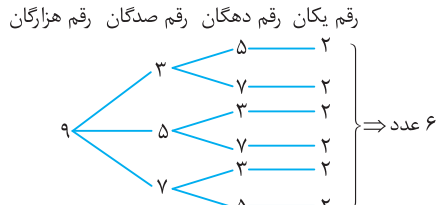
۲ / ۲۱

ارقام فرد عبارت‌اند از ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹



۲ / ۲۲

رقم یکان حتماً باید ۲ باشد. بنابراین سه رقم دیگر را با ارقام ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ می‌سازیم.



در مجموع  $۶ \times ۴ = ۲۴$  عدد ساخته می‌شود.

۲ / ۲۳

ابتدا به کمک جدول نظام‌دار، تمام حالت‌هایی که ضرب دو عدد ۳۰ می‌شود را نوشته، سپس حالت‌های نامطلوب را حذف کرده تا به جواب برسیم.

نتیجه	تفاضل دو عدد	حاصل ضرب دو عدد	عدد دوم	عدد اول
نامطلوب	$30 - 1 = 29$	۳۰	۱	۳۰
نامطلوب	$15 - 2 = 13$	۳۰	۲	۱۵
مطلوب	$10 - 3 = 7$	۳۰	۳	۱۰
نامطلوب	$6 - 5 = 1$	۳۰	۵	۶

بنابراین دو عدد مورد نظر ۱۰ و ۳ هستند که مجموع آن‌ها برابر ۱۳ می‌باشد.

۳ ۳۹

شماره شکل	۱	۲	۳	...	۱۰
تعداد مربع‌ها	۵	۱۳	۲۵	...	۲۲۱
الگوی بین تعداد مربع‌ها	$(1 \times 1) + (2 \times 2)$	$(2 \times 2) + (3 \times 3)$	$(3 \times 3) + (4 \times 4)$	...	$(10 \times 10) + (11 \times 11) = 100 + 121 = 221$

۲ ۴۰

۱۳۸۸ مضرب ۴ می‌باشد. طبق شکل، نقاط با مضرب ۴ روی محور طول‌ها هستند، یعنی عرض آن‌ها صفر می‌باشد. از طرفی طبق شکل، طول نقطه  $A_4$  برابر ۲،  $A_8$  برابر ۶،  $A_{12}$  برابر ۱۰ می‌باشد؛ یعنی دو واحد کم‌تر از شماره نقطه. پس مختصات  $A_{1388}$  برابر است با:

$$\left[ \begin{array}{c} 1388 - 2 = 1386 \\ \circ \end{array} \right]$$

۴ ۴۱

چند جمله از این دنباله را می‌نویسیم. می‌بینیم اعداد، ۶ تا ۶ تا تکرار می‌شوند:

$$\left( \frac{1}{3}, \frac{4}{3} \right), \left( \frac{4}{3}, \frac{1}{3} \right), \left( \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right), \left( \frac{3}{4}, \frac{1}{4} \right), \left( \frac{1}{5}, \frac{2}{5} \right), \left( \frac{2}{5}, \frac{1}{5} \right), \left( \frac{1}{6}, \frac{5}{6} \right), \left( \frac{5}{6}, \frac{1}{6} \right)$$

بنابراین جمله‌های سی و دوم و هفتاد و دوم را به‌صورت زیر به‌دست آورده و از هم کم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 32 \overline{) 6} \\ \underline{30} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 72 \overline{) 6} \\ \underline{72} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 4} \\ \underline{3} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \overline{) 3} \\ \underline{4} \\ -1 \end{array} \Rightarrow 4 - \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$$

دومین رقم  $\frac{-30}{2}$  دنباله  $\rightarrow$  ششمین رقم  $\frac{-72}{4}$  دنباله

۲ ۴۲

$$\text{محیط شکل با یک مربع} = 4 + (2 \times 0) = 4 \text{ cm}$$

$$\text{محیط شکل با دو مربع} = 4 + (2 \times 1) = 6 \text{ cm}$$

$$\text{محیط شکل با سه مربع} = 4 + (2 \times 2) = 8 \text{ cm}$$

⋮ ⋮

$$\text{محیط شکل با } 2013 \text{ مربع} = 4 + (2 \times 2012) = 4028 \text{ cm}$$

۱ ۴۳

چند حدس می‌زنیم به طوری که مجموع تعداد ماشین‌ها و دوچرخه‌ها ۱۸ شود، سپس در هر حدس تعداد چرخ‌ها را به‌دست آورده و با حدس و آزمایش‌های بعدی به جواب می‌رسیم.

تعداد ماشین	تعداد دوچرخه	تعداد چرخ‌ها
۹	۹	$(9 \times 4) + (9 \times 2) = 54$
۱۰	۸	$(10 \times 4) + (8 \times 2) = 56$
۱۱	۷	$(11 \times 4) + (7 \times 2) = 58$
۱۲	۶	$(12 \times 4) + (6 \times 2) = 60$

بنابراین نسبت تعداد ماشین‌ها به تعداد دوچرخه‌ها، برابر  $\frac{12}{6} = 2$  می‌باشد.

۳ ۳۱

شماره شکل	۱	۲	۳	...	۸
تعداد مثلث کوچک	۱	۴	۹	...	۶۴
الگوی تعداد مثلث‌ها	$1 \times 1$	$2 \times 2$	$3 \times 3$	...	$8 \times 8$

۴ ۳۲

$$1 = 1 \times 1 \times 1, 8 = 2 \times 2 \times 2, 27 = 3 \times 3 \times 3, \dots, 1000 = 10 \times 10 \times 10$$

۱ ۳۳

$$9 = (2 \times 4) + 1 \Rightarrow \text{عدد سمت چپ} = 2 \times \text{عدد سمت راست}$$

۳ ۳۴

شماره مرحله	۱	۲	۳	...	n
تعداد مربع	۱	۶	۱۱	...	
الگو	$(5 \times 1) - 4$	$(5 \times 2) - 4$	$(5 \times 3) - 4$	...	$(5 \times n) - 4$

$$\text{مرحله ششم} : n = 6 : (5 \times 6) - 4 = 30 - 4 = 26$$

۲ ۳۵

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	۷
تعداد دایره‌ها	۱	۳	۶	۱۰	...	۲۸
الگوی تعداد دایره‌ها	۱	۱+۲	۱+۲+۳	۱+۲+۳+۴	...	۱+۲+۳+...+۷

تذکره: مجموع عددهای ۱ تا ۷ را طبق نکته درسی می‌بینیم:

$$\begin{aligned} \text{(مجموع دو عدد اول و آخر)} \times \text{(تعداد عددها)} \\ 2 \times (1 + 2 + \dots + 7) &= 2 \times 28 \\ \frac{7 \times (7 + 1)}{2} = \frac{7 \times 8}{2} &= 28 \end{aligned}$$

۳ ۳۶

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تعداد مثلث	۱	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶
مثلث	دو بار	سه بار	چهار بار	پنج بار	شش بار	هفت بار

۲ ۳۷

$$4, 10, 16, \dots$$

$$\text{شکل اول} \quad \text{شکل دوم} \quad \text{شکل سوم} \quad \text{شکل صدم} \\ (1 \times 6) - 2, (2 \times 6) - 2, (3 \times 6) - 2, \dots, (100 \times 6) - 2 = 600 - 2 = 598$$

۴ ۳۸

شماره شکل	۱	۲	۳	...	۷
تعداد مثلث کوچک	۲	۸	۱۸	...	۹۸
الگوی تعداد مثلث‌ها	$2 \times (1 \times 1)$	$2 \times (2 \times 2)$	$2 \times (3 \times 3)$	...	$2 \times (7 \times 7)$