

فهرست

۷

فصل اول: راهبردهای حل مسئله

۴۶

فصل دوم: عددهای صحیح

۸۱

فصل سوم: جبر و معادله

۱۲۸

فصل چهارم: هندسه و استدلال

۱۸۴

فصل پنجم: شمارنده‌ها و اعداد اول

۲۲۰

آزمون نیم‌سال اول

۲۲۶

فصل ششم: سطح و حجم

۲۷۰

فصل هفتم: توان و جذر

۳۱۱

فصل هشتم: بردار و مختصات

۳۶۴

فصل نهم: آمار و احتمال

۴۱۵

آزمون نیم‌سال دوم



مسائل

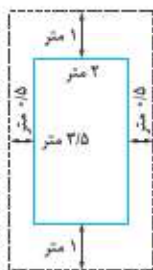
راهبردهای حل مسئله

در ریاضی همواره با مسائل مختلفی مواجه می‌شویم. یکی از هدف‌های آموزش ریاضی، حل مسائل مربوط به آن است. حل کردن مسئله، مراحل مختلفی دارد که اولین مرحله درک و فهمیدن مسئله است که این موضوع با خوب خواندن مسئله، خلاصه کردن آن، مشخص کردن داده و اطلاعات و خواسته‌های مسئله حاصل می‌شود. مرحله بعدی انتخاب راهبرد و روش مناسب برای حل مسئله است. در این فصل می‌خواهیم بعضی از راهبردهای حل مسئله را مورد بررسی قرار دهیم.

۱) راهبرد رسم شکل

گاهی اوقات با رسم تصویر مناسبی از مسئله و اطلاعات داده شده آن، می‌توانیم آن مسئله را بدون نوشتن عملیات ریاضی یا کم‌تر استفاده کردن از آن‌ها، حل کنیم. در این راهبرد ممکن است شکل را فقط تصور کنیم و آن را رسم نکنیم. در رسم شکل برای حل مسئله یک الگوی خاص وجود ندارد و با توجه به نوع مسئله باید شکل موردنظر را ارائه داد. در این‌جا بعضی از انواع مهم آن را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

مثال شخصی می‌خواهد برای اتومبیل خود که ابعادهای ۲ و $\frac{3}{5}$ متر است، یک پارکینگ در نظر بگیرد، به طوری که اگر اتومبیل در پارکینگ قرار گیرد، $\frac{5}{5}$ متر از چپ و راست و یک متر از جلو و عقب فضای خالی وجود داشته باشد. با این شرایط مساحت این پارکینگ چند متر مربع باید باشد؟



پاسخ اتومبیل را به صورت یک مستطیل به طول $\frac{3}{5}$ و عرض ۲ در نظر بگیریم. از آن‌جا که باید در طرفین، فضای خالی خواسته شده وجود داشته باشد، پس مسئله را می‌توان به صورت مقابل تصور کرد.

در واقع با توجه به شرایط مسئله، پارکینگ موردنظر باید به اندازه مستطیلی باشد که با نقطه چین مشخص شده است. ابعاد این مستطیل برابر است با:

$$\text{طول} = 1 + \frac{3}{5} + 1 = \frac{5}{5}$$

$$\text{عرض} = \frac{5}{5} + 2 + \frac{5}{5} = 3$$

$$\text{مساحت} = \frac{5}{5} \times 3 = \frac{16}{5}$$

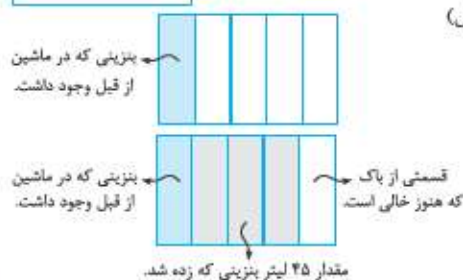
پس:

مثال $\frac{1}{5}$ باک اتومبیلی بنزین دارد. در پمپ بنزین ۴۵ لیتر بنزین زده شد و هنوز $\frac{1}{5}$ باک خالی است. گنجایش باک این اتومبیل چند لیتر است؟



پاسخ برای حل مسئله‌های مربوط به کسر و نسبت‌های کسر بهتر است یک مستطیل رسم کنیم و سپس با توجه به شرط‌های مسئله، مستطیل را تقسیم کنیم. در این مسئله، کل بنزین را با نماد مستطیل نشان می‌دهیم.

از آن‌جا که $\frac{1}{5}$ باک اتومبیل بنزین دارد، پس $\frac{1}{5}$ آن را رنگ می‌کنیم. (شکل مقابل)



اما بعد از این‌که ۴۵ لیتر بنزین زده شده، هنوز $\frac{1}{5}$ آن خالی است؛ پس در ادامه، شکل به صورت روبه‌رو رسم می‌شود:

با توجه به شکل، ۴۵ لیتر، $\frac{3}{5}$ باک را پر کرده است؛ پس هر قسمت برابر با ۱۵ لیتر و در نتیجه گنجایش باک $5 \times 15 = 75$ لیتر است.

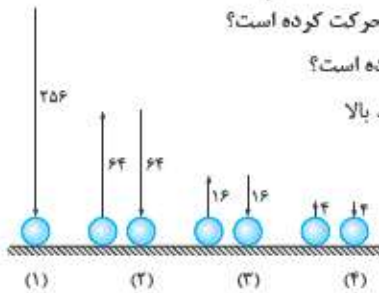


مثال توپی از ارتفاع ۲۵۶ سانتی‌متری سطح زمین رها می‌شود و هر بار که به زمین برخورد می‌کند، $\frac{1}{4}$ ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید.

الف) این توپ از لحظه رهاشدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند سانتی‌متر حرکت کرده است؟

ب) پس از این که توپ ۴۲۰ سانتی‌متر را طی می‌کند، مجموعاً چند بار به زمین برخورد کرده است؟

پاسخ با توجه به این که توپ، پس از هر بار برخورد با زمین به اندازه $\frac{1}{4}$ ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید، پس وضعیت آن در مراحل مختلف به صورت مقابل است:



همان‌طور که مشخص است تا سومین بار که به زمین می‌خورد به اندازه ۴۱۶ سانتی‌متر حرکت کرده است.
 $(256 + 64 + 64 + 16 + 16 + 4 + 4 = 416)$

ب) با توجه به شکل، مسافت طی شده توسط توپ تا هر بار برخورد با زمین را محاسبه می‌کنیم تا جایی که مسافت طی شده ۴۲۰ سانتی‌متر شود.

مسافت طی شده تا برخورد اول = ۲۵۶

مسافت طی شده تا برخورد دوم = $256 + 64 + 64 = 384$

مسافت طی شده تا برخورد سوم = $256 + 64 + 64 + 16 + 16 = 416$

مسافت طی شده تا برخورد چهارم = $256 + 64 + 64 + 16 + 16 + 4 + 4 = 424$

با توجه به این که توپ ۴۲۰ سانتی‌متر (بین برخورد سوم و چهارم) طی کرده است، پس مجموعاً ۳ بار به زمین برخورد کرده است.

۲) راهبرد الگوسازی

در بعضی از مسئله‌ها برای این که بتوانیم آن‌ها را حل کنیم، باید تمام حالت‌های ممکن را بنویسیم. راهبرد الگوسازی به ما کمک می‌کند تا همه حالت‌ها، بدون این که موردی از قلم بیفتد، با نظم، الگو و ترتیب مشخصی نوشته شود. با توجه به نظم و ترتیبی که می‌سازند به این راهبرد «تفکر نظام‌دار» نیز می‌گویند. با بررسی مثال‌های زیر، با روش نوشتن این حالت‌ها آشنا می‌شویم.

مثال حاصل ضرب دو عدد طبیعی برابر با ۷۲ و مجموع آن‌ها کم‌ترین مقدار شده است. همه حالت‌های ممکن را بنویسید و این کم‌ترین مقدار را مشخص کنید.

پاسخ همه حالت‌های ممکن که حاصل ضرب دو عدد می‌تواند برابر با ۷۲ شود را همراه با مجموع آن‌ها در جدول زیر می‌نویسیم:

| عدد اول | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۶ | ۸ |
|--------------|----|----|----|----|----|----|
| عدد دوم | ۷۲ | ۳۶ | ۲۴ | ۱۸ | ۱۲ | ۹ |
| مجموع دو عدد | ۷۳ | ۳۸ | ۲۷ | ۲۲ | ۱۸ | ۱۷ |

همان‌طور که مشخص است، کم‌ترین مقدار ممکن برابر با ۱۷ است.

مثال ۵ نفر در یک میهمانی حضور دارند. همه آن‌ها با هم دست می‌دهند. در مجموع چند بار عمل دست‌دادن انجام شده است؟

پاسخ هر فرد را با یک شماره مشخص می‌کنیم و حالت‌هایی که هر فرد می‌تواند با افراد دیگر دست بدهد را در جدول زیر می‌نویسیم.

(دقت کنید که اگر فرد شماره (۱) و (۲) با هم دست بدهند، این عمل دست‌دادن فقط یک بار در شمارش حساب می‌شود.)

| شماره فرد | شماره افرادی که او می‌تواند با آن‌ها دست بدهد | مجموع حالت‌ها |
|-----------|---|---------------|
| ۱ | ۲, ۳, ۴, ۵ | ۴ |
| ۲ | ۳, ۴, ۵ | ۳ |
| ۳ | ۴, ۵ | ۲ |
| ۴ | ۵ | ۱ |

پس در مجموع $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ بار عمل دست‌دادن اتفاق افتاده است.





مثال یک هندوانه ۱۰ کیلوگرمی را در یک طرف ترازو گذاشته‌ایم و با گذاشتن وزنه در طرف دیگر ترازو، می‌خواهیم تعادل ترازو را برقرار کنیم. اگر تعداد داخل‌خواهی وزنه‌های ۱، ۲ و ۵ کیلوگرمی داشته باشیم، به چند حالت این کار ممکن است؟

پاسخ با تشکیل جدول زیر تعداد حالت‌هایی که می‌توان با استفاده از یک، دو یا سه وزنه، مجموع ۱۰ کیلوگرم را به وجود آورد، می‌نویسیم.

| تعداد وزنه‌های ۱ کیلوگرمی | تعداد وزنه‌های ۲ کیلوگرمی | تعداد وزنه‌های ۵ کیلوگرمی |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| ۱۰ | - | - |
| ۸ | ۱ | - |
| ۶ | ۲ | - |
| ۴ | ۳ | - |
| ۲ | ۴ | - |
| - | ۵ | - |
| ۵ | - | ۱ |
| ۳ | ۱ | ۱ |
| ۱ | ۲ | ۱ |
| - | - | ۲ |

تعداد حالت‌ها با توجه به جدول بالا ۱۰ تا است.

مثال با اعداد ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد زوج دورقمی می‌توان ساخت؟

پاسخ با توجه به این که عدد خواسته شده باید زوج باشد، پس در سه حالت زیر اعداد را می‌نویسیم:

حالت اول رقم یکان صفر باشد: $۱۰, ۲۰, ۳۰, ۴۰, ۵۰ \Rightarrow$ تعداد حالت‌ها = ۵

حالت دوم رقم یکان ۲ باشد: $۱۲, ۲۲, ۳۲, ۴۲, ۵۲ \Rightarrow$ تعداد حالت‌ها = ۵

حالت سوم رقم یکان ۴ باشد: $۱۴, ۲۴, ۳۴, ۴۴, ۵۴ \Rightarrow$ تعداد حالت‌ها = ۵

پس در مجموع $۵ + ۵ + ۵ = ۱۵$ حالت برای نوشتن آن‌ها وجود دارد.

بیشتر بدانید

اصل ضرب

هرگاه برای انجام عمل اول n راه و برای انجام عمل دوم m راه وجود داشته باشد، برای انجام کل عمل، $m \times n$ روش وجود دارد. این اصل برای بیش از ۲ عمل نیز درست است.

مثال با ارقام ۰، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ چند عدد سه‌رقمی می‌توان نوشت به طوری که:

الف) ارقام تکراری باشند.

ب) ارقام تکراری نباشند.

پاسخ برای ساختن عددی سه‌جایگاه یکان، دهگان و صدگان در نظر می‌گیریم؛ پس:

الف) با توجه به این که تکرار ارقام مجاز است، در هر یک از جایگاه هر ۵ رقم می‌توانند قرار بگیرند. در واقع برای هر جایگاه ۵ حالت ممکن است؛ پس کل حالت‌ها طبق اصل ضرب برابر است با:

| | | | |
|------|-------|-------|---------------|
| یکان | دهگان | صدگان | |
| ۵ | ۵ | ۵ | تعداد حالت‌ها |

\Rightarrow کل حالت‌ها $= ۵ \times ۵ \times ۵ = ۱۲۵$

ب از آن‌جا که تکرار ارقام مجاز نیست، پس رقمی که در هر جایگاه قرار گیرد، در جایگاه دیگر نمی‌تواند استفاده شود، بنابراین:

| | صدگان | دهگان | یکان |
|---------------|-------|-------|------|
| تعداد حالت‌ها | ۵ | ۴ | ۳ |

ارقامی که در یکان و دهگان قرار می‌گیرند در این قسمت قرار نمی‌گیرند. در این قسمت قرار نمی‌گیرد. رقمی که در صدگان قرار گرفته ارقام ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶

$$۶۰ = ۳ \times ۴ \times ۵: \text{تعداد کل حالت‌ها}$$

۳) راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

گاهی اوقات با مسائلی مواجه می‌شویم که برای پیدا کردن حالت‌های مطلوب، ابتدا باید همه حالت‌های ممکن را با استفاده از راهبرد الگوسازی نوشته، سپس حالت‌های نامطلوب را حذف کنیم.

این راهبرد را به اصطلاح راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب می‌نامیم و معمولاً در حل مسائلی استفاده می‌شود که تعداد شرط‌های مسئله بیش از یکی است. در ادامه مثال‌هایی که از این راهبرد حل می‌شوند را بررسی می‌کنیم.

مثال مجموع سه عدد متفاوت ۱۱ و حاصل ضرب آن‌ها ۳۶ شده است. این اعداد را مشخص کنید.

پاسخ ابتدا با استفاده از راهبرد الگوسازی همه حالت‌های ممکن را می‌نویسیم. سپس حالت مطلوب را انتخاب می‌کنیم. دقت شود که

اعداد متفاوت هستند.

| | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|
| عدد اول | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۲ |
| عدد دوم | ۲ | ۳ | ۴ | ۶ | ۳ |
| عدد سوم | ۱۸ | ۱۲ | ۹ | ۶ | ۶ |
| مجموع | ۲۱ | ۱۶ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۱ |

حالت مطلوب

مثال رمزی ۳ رقمی را در بداقبال‌ترین شرایط، حداقل با طرح چند سؤال می‌توان پیدا کرد؟ (به شرط آن که جواب‌ها بله یا خیر باشند).

پاسخ سؤالات باید به صورتی باشند که بیشترین حالت ممکن در هر بار پرسش حذف شود. اگر سؤالات به صورتی بیان شوند که نصف حالت‌ها در هر مرحله حذف شوند، در بداقبال‌ترین حالت ممکن طبق روند زیر طی ۱۰ مرحله به رمز موردنظر می‌رسیم. (دقت شود که

در رمز سه‌رقمی، دهگان و صدگان می‌تواند صفر قرار گیرد.)

- سؤال ۱) آیا عدد موردنظر بیشتر از ۵۰۰ است؟ خیر
- سؤال ۲) آیا عدد موردنظر بیشتر از ۲۵۰ است؟ خیر
- سؤال ۳) آیا عدد موردنظر بیشتر از ۱۲۵ است؟ خیر
- سؤال ۴) آیا عدد موردنظر بیشتر از ۶۳ است؟ خیر
- سؤال ۵) آیا عدد موردنظر بیشتر از ۳۲ است؟ خیر
- سؤال ۶) آیا عدد موردنظر بیشتر از ۱۶ است؟ خیر
- سؤال ۷) آیا عدد موردنظر بیشتر از ۸ است؟ خیر
- سؤال ۸) آیا عدد موردنظر بیشتر از ۴ است؟ خیر
- سؤال ۹) آیا عدد موردنظر بیشتر از ۲ است؟ خیر
- سؤال ۱۰) آیا عدد موردنظر ۲ است؟ خیر

تنها عدد باقی‌مانده، عدد یک است. در هر مرحله اگر جواب بله یا خیر بود، می‌توان تعداد اعداد دسته باقی‌مانده را طبق روال داده‌شده نصف کرد.

۴) راهبرد الگویی

در ریاضی، دنباله‌هایی که با آن‌ها روبه‌رو می‌شویم، به دو صورت عددی یا هندسی هستند.

در هر دو نوع دنباله با نوشتن اعداد مربوط به هر مرحله، به دنبال کشف الگو و رابطه بین اعداد دنباله هستیم. در واقع این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطه خاصی وجود داشته باشد. با بررسی مثال‌های صفحه بعد، با انواع مختلف این دنباله‌ها و روش حل آن‌ها آشنا می‌شویم.

مثال در هر یک از مثال‌های زیر، عدد بعدی را تعیین کنید.

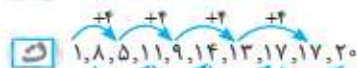
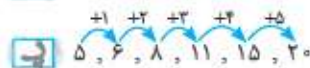
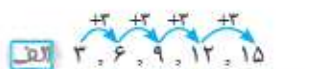
الف) ۳, ۶, ۹, ۱۲, ...

ب) ۸, ۱۴, ۲۰, ۲۶, ...

پ) ۵, ۶, ۸, ۱۱, ۱۵, ...

ت) ۱, ۸, ۵, ۱۱, ۹, ۱۴, ۱۳, ۱۷, ۱۷, ...

پاسخ با توجه به اعداد نوشته‌شده، رابطه بین اعداد را به صورت زیر پیدا کرده و سپس عدد خواسته‌شده را به دست می‌آوریم.



مثال در هر یک از موارد زیر، عدد مرحله ۱۰ ام را تعیین کنید.

الف) ۲, ۵, ۸, ۱۱, ...

ب) ۲, ۴, ۸, ۱۶, ...

پ) ۲, ۶, ۱۲, ۲۰, ...

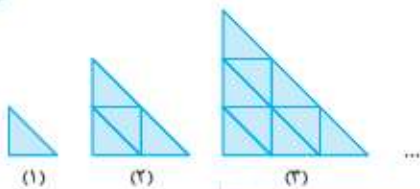
پاسخ با تشکیل جدول زیر، الگو مربوط به هر قسمت را پیدا می‌کنیم.

| شماره مرحله | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ... | ۱۰ |
|-------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-----|---------------------|
| عدد مرحله | ۲ | ۵ | ۸ | ۱۱ | ... | ۲۹ |
| الگو | $(1 \times 3) - 1$ | $(2 \times 3) - 1$ | $(3 \times 3) - 1$ | $(4 \times 3) - 1$ | ... | $(10 \times 3) - 1$ |

| شماره مرحله | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ... | ۱۰ |
|-------------|---|--------------|-----------------------|--------------------------------|-----|--|
| عدد مرحله | ۲ | ۴ | ۸ | ۱۶ | ... | ۱۰۲۴ |
| الگو | ۲ | 2×2 | $2 \times 2 \times 2$ | $2 \times 2 \times 2 \times 2$ | ... | $2 \times 2 \times \dots \times 2$ بار ۱۰ |

| شماره مرحله | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ... | ۱۰ |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----|----------------|
| عدد مرحله | ۲ | ۶ | ۱۲ | ۲۰ | ... | ۱۱۰ |
| الگو | 1×2 | 2×3 | 3×4 | 4×5 | ... | 10×11 |

مثال تعداد مثلث‌های کوچک در شکل دهم چندتا است؟



| شماره مرحله | ۱ | ۲ | ۳ | ... | ۱۰ |
|-------------|--------------|--------------|--------------|-----|----------------|
| عدد مرحله | ۱ | ۴ | ۹ | ... | ۱۰۰ |
| الگو | 1×1 | 2×2 | 3×3 | ... | 10×10 |

۵) راهبرد حدس و آزمایش

در بعضی از موارد با مسائلی مواجه می‌شوید که برای حل آن‌ها روش و راه حل مستقیمی وجود ندارد یا راه رسیدن به جواب آن طولانی و دشوار است. در این نوع مسائل شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید. پس از این که چند حدس اولیه را بررسی کردید، با توجه به شرایط مسئله و نتیجه به دست آمده حدس بعدی را در جهتی مطرح کنید که به پاسخ مسئله نزدیک شوید تا به جواب درست مسئله برسید. برای درک بهتر این راهبرد به مثال‌های صفحه بعد توجه کنید:

مثال تعداد ۵۰۰ تومانی‌های پارسا ۵ تا کم‌تر از تعداد ۱۰۰۰ تومانی‌های او است. اگر او جمعاً ۲۷۵۰۰ تومان پول داشته باشد، او چندتا ۵۰۰ تومانی دارد؟

پاسخ با یک حدس اولیه شرایط مسئله را بررسی می‌کنیم. سپس با توجه به مجموع به دست آمده، حدس‌های بعدی را برای رسیدن به جواب مسئله مطرح می‌کنیم. (دقت شود در هر حدس، تعداد سکه‌های ۵۰۰ تومانی ۵ تا کم‌تر از ۱۰۰۰ تومانی باشد.)

| تعداد ۵۰۰ تومانی | تعداد ۱۰۰۰ تومانی | مجموع | نتیجه |
|------------------|-------------------|------------------------|-------------------------------------|
| ۱۰ | ۱۵ | $۵۰۰۰ + ۱۵۰۰۰ = ۲۰۰۰۰$ | × (تعداد ۵۰۰ تومانی باید بیشتر شود) |
| ۱۲ | ۱۷ | $۶۰۰۰ + ۱۷۰۰۰ = ۲۳۰۰۰$ | × (تعداد ۵۰۰ تومانی باید بیشتر شود) |
| ۱۵ | ۲۰ | $۷۵۰۰ + ۲۰۰۰۰ = ۲۷۵۰۰$ | ✓ |

مثال مجموع تعداد مرغ‌ها و گاوها و گوسفندان یک مزرعه ۱۱۳ تا است. اگر تعداد کل پاهایی که دیده می‌شود ۴۶ تا باشد، در این مزرعه در مجموع چند گوسفند و گاو وجود دارد؟

پاسخ با توجه به این که تعداد پاهای مرغ، گاو و گوسفند به ترتیب ۲، ۴ و ۴ است و با در نظر گرفتن این موضوع که مجموع این حیوانات ۱۱۳ تا است، حدس خود را شروع می‌کنیم:

| تعداد مرغ‌ها | تعداد گوسفندان | تعداد گاوها | مجموع پاها | نتیجه |
|--------------|----------------|-------------|----------------|--|
| ۵ | ۵ | ۳ | $۱۰ + ۳۲ = ۴۲$ | × (تعداد حیواناتی که ۴ پا دارند باید بیشتر شود.) |
| ۴ | ۶ | ۳ | $۸ + ۳۶ = ۴۴$ | × (تعداد حیواناتی که ۴ پا دارند باید بیشتر شود.) |
| ۳ | ۷ | ۳ | $۶ + ۴۰ = ۴۶$ | ✓ |

دقت شود که در این سؤال نمی‌توان تعداد گاو و گوسفندها را به صورت دقیق مشخص کرد و فقط در مورد مجموع آن‌ها می‌توانیم اظهار نظر کنیم.

مثال مجموع سن علی و پدرش ۴۹ است. اگر سن پدر علی از ۳ برابر سن پسرش یک سال بیشتر باشد، سن هر یک را مشخص کنید.

پاسخ ابتدا سن علی را حدس می‌زنیم و بعد از سه برابر و به اضافه یک کردن آن، حدس خود را در مورد سن پدر علی می‌نویسیم و سپس آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

| سن علی | سن پدر علی | مجموع | نتیجه |
|--------|------------------------|----------------|----------------------------|
| ۱۰ | $۳ \times ۱۰ + ۱ = ۳۱$ | $۱۰ + ۳۱ = ۴۱$ | × (سن علی باید بیشتر باشد) |
| ۱۱ | $۳ \times ۱۱ + ۱ = ۳۴$ | $۱۱ + ۳۴ = ۴۵$ | × (سن علی باید بیشتر باشد) |
| ۱۲ | $۳ \times ۱۲ + ۱ = ۳۷$ | $۱۲ + ۳۷ = ۴۹$ | ✓ |

۶) راهبرد زیر مسئله

ساختار بعضی از مسائل به صورتی است که آن مسئله، از چند مسئله کوچک‌تر تشکیل شده است. در حل این مسائل ابتدا مسئله‌های کوچک‌تر را شناسایی کرده و سپس با حل این زیرمسئله‌ها و کنار هم قراردادن آن‌ها، مسئله اصلی را حل می‌کنیم. به مثال‌های زیر توجه کنید تا با این روش بیشتر آشنا شوید.

مثال شخصی در هر ماه ۵۰۰ هزار تومان پس‌انداز می‌کند. اگر او ۶ ماه پس‌انداز داشته باشد، $\frac{1}{3}$ قیمت کالایی که مدنظرش است را تأمین می‌کند. قیمت کالا چه قدر بوده است؟

پاسخ زیرمسئله (۱): پس‌انداز ۶ ماه او چه قدر بوده است؟
 زیرمسئله (۲): قیمت کالا چه قدر است؟

$$۶ \times ۵۰۰۰۰۰ = ۳۰۰۰۰۰۰$$

$$۳۰۰۰۰۰۰ \times ۳ = ۹۰۰۰۰۰۰$$



مثال شخصی کالایی را که ۸۰۰ تومان قیمت داشت، با ۲۰ درصد تخفیف خرید. او این کالا را با چه قیمتی بفروشد تا ۲۰ درصد سود کند؟

پاسخ زیرمسئله (۱): مقدار پولی که برای خرید کالا پرداخت شده، چه قدر است؟

$$۱۰۰ - ۲۰ = ۸۰ \Rightarrow ۸۰۰ \times \frac{۸۰}{۱۰۰} = ۶۴۰$$

$$۶۴۰ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۱۲۸$$

$$۶۴۰ + ۱۲۸ = ۷۶۸$$

زیرمسئله (۲): ۲۰ درصد قیمت پرداخت شده چه قدر است؟

زیرمسئله (۳): کالا به چه قیمتی باید به فروش برسد تا ۲۰ درصد سود کند؟

مثال در یک ظرف که دو سوم آن پر از گوی است، ۲۰ درصد گوی آبی، ۱/۴ آن گوی قرمز، ۱/۸ آن گوی سفید و ۶۸ گوی سیاه وجود دارد. در این ظرف چند مهره می‌توان جای داد؟

پاسخ زیرمسئله (۱): چه کسری از ظرف شامل گوی‌های آبی، قرمز و سفید است؟

$$\frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۸} = \frac{۸+۱۰+۵}{۴۰} = \frac{۲۳}{۴۰}$$

$$۱ - \frac{۲۳}{۴۰} = \frac{۱۷}{۴۰}$$

$$\frac{۱۷}{۴۰} = \frac{۶۸}{۱۶۰} \Rightarrow \bigcirc = ۱۶۰$$

$$\frac{۲}{۳} = \frac{۱۶۰}{۲۴۰} \Rightarrow \square = ۳ \times ۸۰ = ۲۴۰$$

زیرمسئله (۲): چه کسری از قسمت پر، شامل گوی سیاه است؟

زیرمسئله (۳): تعداد گوی‌های درون ظرف چندتا است؟

زیرمسئله (۴): ظرفیت ظرف، چند گوی است؟

۷/ راهبرد حل مسئله ساده‌تر

در بعضی موارد، ممکن است برای حل یک مسئله روش و راه‌حل مستقیم وجود نداشته باشد، یا این‌که اگر روش مستقیمی وجود داشته باشد، آن روش پیچیده و زمان‌بر است.

در حل این مسائل می‌توان ابتدا مسئله‌ای ساده‌تر را که با مسئله اصلی در ارتباط است، حل کنیم، سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده‌شده، جواب مسئله اصلی را به دست آوریم.

برای ساده‌کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیداکردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف‌شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم. برای آشنایی و درک بهتر این راهبرد به مثال‌های زیر توجه کنید.

مثال حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید.

$$۲+۴+۶+۸+\dots+۱۰۰$$

پاسخ ابتدا حالت ساده‌تری از مسئله را در نظر می‌گیریم و سپس با حل آن‌ها، الگویابی برای مسئله اصلی می‌یابیم.

$$۲+۴=۶=۲ \times ۳ \text{ (مجموع ۲ عدد زوج محاسبه شده است.)}$$

$$۲+۴+۶=۱۲=۳ \times ۴ \text{ (مجموع ۳ عدد زوج محاسبه شده است.)}$$

$$۲+۴+۶+۸=۲۰=۴ \times ۵ \text{ (مجموع ۴ عدد زوج محاسبه شده است.)}$$

با توجه به الگوی بالا می‌توان گفت، اگر k تا عدد زوج نوشته شود، مجموع آن‌ها برابر است با $(k) \times (k+1)$: پس:

$$\underbrace{۲+۴+۶+\dots+۱۰۰}_{\text{تا عدد زوج ۵۰}} = ۵۰ \times ۵۱ = ۲۵۵۰$$

مثال حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۲۷} + \dots + \frac{۱}{۶۵۶۱}$$

$$\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۹} = \frac{۲+۱}{۹} = \frac{۳}{۹} \Rightarrow \frac{(۹-۱) \div ۲}{۹}$$

$$\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۲۷} = \frac{۹+۳+۱}{۲۷} = \frac{۱۳}{۲۷} \Rightarrow \frac{(۲۷-۱) \div ۲}{۲۷}$$

$$\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۲۷} + \dots + \frac{۱}{۶۵۶۱} = \frac{(۶۵۶۱-۱) \div ۲}{۶۵۶۱} = \frac{۳۲۸۰}{۶۵۶۱}$$

پاسخ ابتدا حالت‌های ساده‌تری از مسئله را در نظر می‌گیریم.

با توجه به الگوی بالا می‌توان گفت:

۱۸ راهبرد روش‌های نمادین

بسیاری از مسائل را می‌توان با استفاده از نمادهای هندسی به زبان ریاضی نوشت و به یک تساوی تبدیل کرد و سپس با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش، عددی که می‌تواند جای آن نماد قرار گیرد را پیدا کرد. به مثال‌های زیر دقت کنید:

مثال مقدار پس‌انداز یک هفته علی ۲۰۰۰۰ تومان است. او می‌خواهد کالایی بخرد که این مقدار پس‌انداز، از نصف قیمت کالا ۲۰۰۰ تومان کم‌تر است. قیمت کالا چه قدر است؟

$$\frac{1}{2} \times \bigcirc - 2000 = 20000 \Rightarrow \frac{1}{2} \times \bigcirc = 22000$$

$$\bigcirc = 44000$$

پاسخ فرض کنید قیمت کالا \bigcirc باشد، پس:

با راهبرد حدس و آزمایش می‌توان گفت:

مثال عددی را ۴ برابر و ۱۰ واحد از آن کم کردیم، حاصل ۷۰ شد. آن عدد را به دست آورید.

$$4 \times \bigcirc - 10 = 70 \Rightarrow 4 \times \bigcirc = 80 \xrightarrow{\text{راهبرد حدس و آزمایش}} \bigcirc = 20$$

پاسخ فرض کنید عدد مورد نظر \bigcirc باشد، پس:

مثال شخصی چند ماه ورزش کرد و وزنش نصف شد. سپس چند ماه ورزش کردن را قطع کرد و ۱۰ کیلو به وزنش اضافه شد. اگر بعد از این دوره، او ۶۴ کیلو شده باشد، وزن او در ابتدا چه قدر بوده است؟

$$\frac{\bigcirc}{2} + 10 = 64 \Rightarrow \frac{\bigcirc}{2} = 54 \Rightarrow \bigcirc = 108$$

پاسخ اگر به جای وزن اولیه \bigcirc قرار دهیم، داریم:

مثال قیمت یک کتاب ۲۰ تومان بیشتر از ۴ برابر پول حسن و ۳۰ تومان کم‌تر از ۶ برابر پول او است. قیمت این کتاب چند تومان بوده است؟

$$\left. \begin{array}{l} \text{قیمت کتاب} = 4 \times \bigcirc + 20 \\ \text{قیمت کتاب} = 6 \times \bigcirc - 30 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 \times \bigcirc + 20 = 6 \times \bigcirc - 30$$

پاسخ پول حسن را \bigcirc فرض می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{تا دایره از طرفین حذف می‌کنیم.}} +20 = 2 \times \bigcirc - 30 \Rightarrow 2 \times \bigcirc = 50 \Rightarrow \bigcirc = 25$$

$$4 \times \bigcirc + 20 = 4 \times 25 + 20 = 120$$

بنابراین قیمت کتاب برابر است با:



پرسش‌های تشریحی

راهنمای درسم‌شکل

- ۱ اتاقی به شکل مستطیل و به ابعاد ۱۰ و ۸ متر داریم. فرشی به شکل مستطیل را کف این اتاق می‌اندازیم به طوری که از هر طرف، ۱ متر کناره‌های اتاق خالی می‌ماند. مساحت فرش چند متر مربع است؟
- ۲ تویی از ارتفاع ۸۱ متری سطح زمین رها می‌شود و هر بار که به زمین می‌خورد، $\frac{1}{3}$ ارتفاع قبل بالا می‌آید. اگر این توپ ۱۵۲ متر را طی کرده باشد، چند بار به زمین خورده است؟
- ۳ گرمی در پایین دیواری دوازده‌متری به سمت بالای دیوار می‌خزد. این گرم، هر روز سه متر به طرف بالا می‌خزد، ولی هنگام شب نیز می‌خورد و دو متر پایین می‌آید. چند روز طول می‌کشد تا این گرم به بالای دیوار برسد؟
- ۴ آریا و آرش با هم مسابقه می‌دهند که چه کسی زودتر به آن طرف دریاچه می‌رسد. دریاچه به شکل دایره و قطر آن ۱ کیلومتر است. آرش دور دریاچه شروع به دویدن می‌کند و آریا هم‌زمان به درون آب می‌پرد و تصمیم می‌گیرد مسیر را شنا کند تا مسافت کم‌تری را بپیماید. اگر سرعت شنا کردن آریا نصف سرعت دویدن آرش باشد، چه کسی مسابقه را می‌برد؟
- ۵ در یک بازی، جریمه هر خطا، ۲ برابر جریمه خطای قبلی است. اگر یک بازیکن تا بعد از خطای چهارم، مجموعاً ۲۲۵۰۰ تومان جریمه شود، جریمه اولین خطای او چه قدر بوده است؟
- ۶ از بین دانش‌آموزان یک مدرسه، ۷۰ درصد عضو تیم فوتبال و ۶۰ درصد عضو تیم بسکتبال هستند. اگر ۱۰ درصد دانش‌آموزان عضو هیچ تیمی نباشند، چند درصد آن‌ها عضو هر دو تیم هستند؟
- ۷ جرم ۳ سیب با جرم ۲ پرتقال و جرم ۲ سیب با جرم ۱۵ آلو برابر است. جرم ۴۵ آلو با جرم چند پرتقال مساوی است؟
- ۸ مهران $\frac{1}{5}$ پول خود را کتاب و $\frac{1}{4}$ آن را هدیه تولد برای دوستش خرید و ۲۲۰۰۰ پول بایش باقی ماند. او چه قدر بابت کتاب پول داده است؟
- ۹ $\frac{1}{3}$ بچه‌های مدرسه‌ای به اردو رفته‌اند. $\frac{5}{6}$ بچه‌هایی که در مدرسه مانده‌اند، در حیاط مشغول بازی هستند و فقط ۷ نفر در کلاس‌های درس مانده‌اند. این مدرسه چند دانش‌آموز دارد؟
- ۱۰ علی با ۲۵٪ پولش کتاب‌های علمی و با $\frac{5}{6}$ باقی‌مانده آن کیف خرید. اگر علی با ۳ برابر ربع باقی‌مانده پولش، ۴ دفتر ۹۰۰ تومانی بخرد، نسبت کل پول علی به باقی‌مانده پولش چه قدر خواهد بود؟

راهنمای الگوسازی

- ۱۱ محیط مستطیلی ۴۸ متر است. مساحت این مستطیل حداکثر چند متر مربع است؟ (طول و عرض مستطیل، عددهای طبیعی هستند.)
- ۱۲ مساحت مستطیلی ۶۰ سانتی‌متر مربع است. محیط آن حداکثر چند سانتی‌متر می‌تواند باشد؟ (طول و عرض مستطیل، اعداد طبیعی هستند.)
- ۱۳ با انگشتان یک دست به چند طریق می‌توانیم عدد ۲ را نشان دهیم؟
- ۱۴ ۲۰ لامپ خاموش داریم. به چند طریق می‌توانیم ۱۸ لامپ را روشن کنیم؟
- ۱۵ با رقم‌های ۲، ۳، ۴، ۵ و ۷ تمامی عددهای چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۵ و بدون تکرار ارقام را بنویسید.
- ۱۶ از عدد ۱۹ تا ۵۳ چند عدد داریم که رقم دهگان آن‌ها از رقم یکانشان بزرگ‌تر باشد؟
- ۱۷ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۷ چند عدد سه‌رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت که صدگان و دهگان هر دو از یکان کوچک‌تر باشند؟
- ۱۸ در نوشتن اعداد ۱ تا ۱۱۲ چند بار از رقم یک استفاده شده است؟
- ۱۹ در نوشتن اعداد ۱ تا ۹۹ به صورت پشت سر هم، از چند رقم استفاده شده است؟
- ۲۰ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ چند عدد سه‌رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

راهنمای حرف‌حالت‌های نامطبوع

- ۲۱ مجموع سن دو نفر ۲۰ سال و حاصل ضرب سن آن‌ها ۹۶ است. اختلاف سن آن‌ها چه قدر است؟
- ۲۲ محیط مستطیلی که طول و عرض آن اعداد طبیعی هستند، ۲۶ و مساحت آن بیشتر از محیطش است. مساحت این مستطیل چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟
- ۲۳ در شکل رویه‌رو در سطوح دوم و سوم، عدد داخل هر دایره تفاضل دو عدد بالایی آن است. این دایره‌ها را در چند حالت می‌توان با اعداد ۱ تا ۶ طوری پر کرد، به طوری که از هر عدد فقط یک بار استفاده شود.



۲۴ ۸ گوی داریم که همگی از لحاظ ظاهری یکسان هستند ولی یکی از آن‌ها از بقیه کمی سنگین‌تر است. چگونه می‌توانیم تنها با ۲ بار وزن کردن، گوی سنگین را پیدا کنیم؟

۲۵ ۸۰ سکه داریم که در بین آن‌ها، سکه‌ای سبک‌تر از بقیه وجود دارد و بقیه سکه‌ها، هم‌وزن هستند. در بداقبال‌ترین شرایط، حداقل با چند بار وزن کردن توسط ترازوی قدیمی (دوکفه‌ای) می‌توان سکه سبک‌تر را به دست آورد؟

راهنمای گویایی

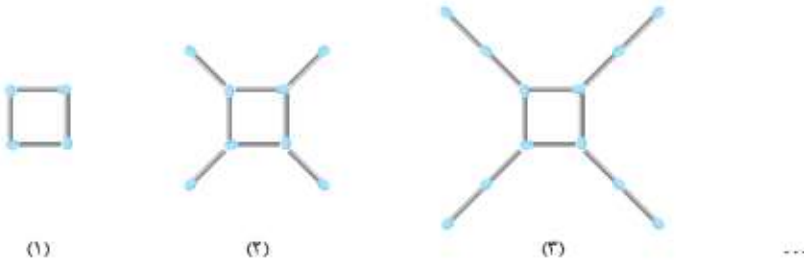
۲۶ در هر یک از قسمت‌های زیر با توجه به رابطه‌ای که بین اعداد وجود دارد، تعیین کنید به جای علامت سؤال چه عددی قرار می‌گیرد؟
 ۱ ۱۱، ۱۷، ۲۳، ۲۹، ؟ ۲ ۲، ۲، ۴، ۱۲، ۴۸، ؟ ۳ ۱، ۸، ۲۷، ۶۴، ؟ ۴ ۵، ۸، ۱۲، ۱۷، ؟

۲۷ در هر یک از قسمت‌های زیر با توجه به رابطه‌ای که بین اعداد وجود دارد، تعیین کنید به جای علامت سؤال چه عددی قرار می‌گیرد؟
 ۱ ۲، ۱، ۵، ۶، ۸، ۱۱، ؟ ۲ ۳، ۱، ۶، ۳، ۱۲، ۹، ۲۴، ؟ ۳ ۸، ۵، ۷، ۱۰، ۶، ۲۰، ؟ ۴ ۲، ۳، ۶، ۷، ۱۴، ۱۵، ؟

۲۸ در هر یک از قسمت‌های زیر با توجه به رابطه‌ای که بین اعداد وجود دارد، تعیین کنید عدد دهم دنباله، چه عددی است؟
 ۱ ۱۱، ۱۴، ۱۷، ۲۰، ۲۳، ... ۲ ۲، ۵، ۱۰، ۱۷، ... ۳ ۳، ۸، ۱۵، ۲۴، ...

۲۹ اگر عدد ۵ را ۵۰۰ بار در خودش ضرب کنیم، سه رقم آخر عدد حاصل، چه ارقامی هستند؟

۳۰ در الگوی زیر، تعداد چوب‌کبریت‌های شکل یازدهم چندتا است؟



۳۱ با توجه به الگوی داده‌شده، در مرحله ششم چند مربع خواهیم داشت؟



۳۲ با توجه به الگوی داده‌شده، چه کسری از شکل دهم رنگی است؟



۳۳ با توجه به الگوی داده‌شده، تعیین کنید در شکل دهم چند دایره وجود دارد؟



راهنمای حدس و آزمون

$4 \times \bigcirc - 18 = 30$

۳۴ به جای \bigcirc چه عددی قرار دهیم تا تساوی حاصل شود؟

۳۵ اختلاف دو زاویه تند یک مثلث قائم‌الزاویه ۱۴ درجه است. اندازه هر یک از دو زاویه را حساب کنید.

۳۶ ارزش ۲۰ سکه ۵۰ تومانی و ۲۰۰ تومانی روی هم ۲۲۰۰ تومان است. تعداد سکه‌های ۲۰۰ تومانی چندتا است؟

۳۷ حاصل ضرب دو عدد متوالی ۷۵۶ شده است. این دو عدد را پیدا کنید.

۳۸ در یک سالن، صندلی‌ها ۳ پایه یا ۴ پایه هستند. اگر تعداد صندلی‌ها ۱۶ و تعداد پایه‌های آن‌ها ۶۴ باشد، از هر نوع صندلی چه تعداد داریم؟

۳۹ در یک پارکینگ ۱۵ دوچرخه و اتومبیل وجود دارد. اگر مجموع چرخ‌ها ۵۰ باشد، تعداد دوچرخه‌ها و اتومبیل‌ها را مشخص کنید.

۴۰ طول و عرض یک مستطیل اعداد طبیعی هستند. اگر ۵ برابر مساحت مستطیل با دو برابر محیط آن از نظر عددی برابر باشد، عرض مستطیل چه قدر است؟



- ۴۱ هنگام تولد هلیا، پدرش ۲۴ سال داشت. اکنون مجموع سن آن‌ها ۳۴ سال است. هلیا چند ساله است؟
- ۴۲ در یک آزمون تستی ۲۰ سؤال، هر جواب درست ۸ نمره مثبت و هر جواب غلط ۵ نمره منفی دارد. سؤال‌های بدون پاسخ نمره‌ای ندارند. سارا در این آزمون شرکت کرد و نمره ۱۳ گرفت. او به چند سؤال پاسخ درست، به چند سؤال پاسخ غلط و به چندتا پاسخ نداده است؟

راهبرد بر مسئله

- ۴۳ شخصی ۱۰۰ کیلو موز را هر کیلو ۳۰۰۰ تومان و ۱۲۰ کیلو پرتقال را هر کیلو ۲۵۰۰ تومان خرید. اگر او هر کیلو موز را ۳۷۰۰ و هر کیلو پرتقال را ۳۰۰۰ تومان بفروشد، چه قدر سود کرده است؟
- ۴۴ یک سگ به دنبال خرگوشی است که ۱۷۵ متر جلوتر از او است. هر بار که خرگوش ۷/۵ متر می‌جهد، سگ ۹/۲۵ متر می‌جهد. پس از چند جهش، سگ، خرگوش را گرفته است؟
- ۴۵ کتابی را با ۲۰ درصد تخفیف ۱۲ هزار تومان خریده‌ایم. اگر همین کتاب را با ۳۰ درصد تخفیف می‌خریدیم، چه قدر باید پرداخت می‌کردیم؟
- ۴۶ ۷ سال قبل، مجموع سن مانی و آدرین ۱۳ سال بود. ۵ سال بعد آدرین ۱۷ ساله است. مانی هم اکنون چند سال دارد؟
- ۴۷ میانگین ۴ عدد ۲۴ شده است. اگر به عدد اول یک واحد، به عدد دوم ۲ واحد، به عدد سوم ۳ واحد و به عدد چهارم ۴ واحد اضافه کنیم، میانگین ۴ عدد جدید چند می‌شود؟
- ۴۸ آرمان ۳۵۰۰۰ تومان پول دارد. او می‌خواهد ۶ دفتر و با باقی‌مانده پولش هر چه قدر که می‌تواند خودکار بخرد؛ اگر قیمت هر دفتر ۵۲۰۰ تومان و قیمت هر خودکار ۵۰۰ تومان باشد، او چند خودکار می‌تواند بخرد و چند تومان برایش باقی می‌ماند؟

راهبرد حل مسئله ساده‌تر

- ۴۹ مساحت تقریبی مستطیلی به ابعاد ۱۰۰۵ در ۵۰۴ متر، چند متر مربع است؟
- ۵۰ رقم وسط در حاصل عبارت 1111111×1111111 چند است؟
- ۵۱ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.
- $$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2048}$$
- ۵۲ حاصل عبارت مقابل برابر با چه عددی است؟
- $$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{96 \times 97}$$
- ۵۳ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.
- $$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{100}\right)$$
- ۵۴ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.
- $$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 99$$
- ۵۵ در یک ۱۲ ضلعی، مجموع تعداد قطرهای و اضلاع چه قدر است؟

راهبرد روش‌های نمادین

- ۵۶ شخصی برای خرید ۷ خودکار ۵۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۴۵۰ تومان پس گرفت. قیمت هر خودکار چه قدر بوده است؟
- ۵۷ اگر ۶ برابر عددی، ۷ واحد کم کنیم، حاصل از ۵ برابر آن عدد، یک واحد بیشتر می‌شود. آن عدد را بیابید.
- ۵۸ طنابی را به شکل یک مربع به ضلع ۸ در آورده‌ایم. اگر این طناب را به یک مستطیل با عرض ۵ تبدیل کنیم، طول مستطیل چند است؟
- ۵۹ دو زاویه مکمل‌اند و اندازه یکی از آن‌ها از ۴ برابر دیگری 20° کم‌تر است. اندازه هر یک از زاویه‌ها را به دست آورید.
- ۶۰ اختلاف طول و عرض مستطیلی ۱۲ سانتی‌متر است. اگر محیط مستطیل ۵۶ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را حساب کنید.
- ۶۱ مجموع سن رضا و کیارش، ۳۷ سال، رضا و داریوش ۴۴ سال و داریوش و کیارش ۳۳ سال است. رضا چند سال دارد؟
- ۶۲ اگر آرسام ۵ خودکار بخرد، ۳۲۰ تومان اضافه می‌آورد و اگر ۷ خودکار بخرد، ۴۸۰ تومان کم می‌آورد. پول آرسام چند تومان است؟

پرسش‌های چندگزینه‌ای

راهبرد رسم شکل

- ۱ طول و عرض فرش به ترتیب ۳ و ۲ متر است که از هر طرف غیر از گوشه‌های فرش یک متر از طول و عرض اتاق کم‌تر است. مساحت اتاق چند متر مربع است؟

۱) ۱۲ (۲) ۲) ۲۰ (۲) ۳) ۲۴ (۳) ۴) ۶ (۴)

- ۲ می‌خواهیم روی زمینی مستطیل‌شکل به طول ۴۰ و عرض ۲۰ متر خانه‌ای بسازیم. طرف کوچک‌تر زمین قسمت جلوی ساختمان است. خانه از سمت جلو ۵ متر، از انتهای زمین ۴ متر و از کناره‌های زمین ۳ متر باید فاصله داشته باشد. بزرگ‌ترین مساحتی که خانه می‌تواند داشته باشد، چند متر مربع است؟

۱) ۲۳۰ (۱) ۲) ۴۳۴ (۲) ۳) ۲۵۶ (۳) ۴) ۲۵۸ (۴)





۳ می‌خواهیم دور استخری به طول و عرض ۱۸ و ۱۲ متر را نرده بکشیم به طوری که فاصله نرده تا هر لبه استخر، دقیقاً ۱ متر باشد. در این صورت طول نرده برابر است با:

- (۱) ۶۸ متر (۲) $68/28$ متر (۳) ۶۶ متر (۴) $66/28$ متر

۴ گریه‌ای از پنجره اتاق به درون حیاطی مربع‌شکل به ضلع ۲۰ متر می‌افتد. چهار سنگ با طناب‌هایی به طول ۱۰ متر به چهار گوشه این حیاط بسته شده‌اند. مساحتی که گریه می‌تواند از دست سنگ‌ها در امان باشد، چند متر مربع است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۱۰

۵ مسیر ریل قطار اسباب‌بازی یک کودک، دایره‌ای شکل است. شش تیر چراغ‌برق، به فاصله‌های یکسان دور مسیر قرار دارند و ۱۰ ثانیه طول می‌کشد تا قطار از تیر اول به تیر سوم برسد. چه قدر طول می‌کشد تا قطار کل مسیر را دور بزند؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۶ تویی از ارتفاع ۳۶ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با زمین، به اندازه $\frac{1}{3}$ ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین برخورد می‌کند، چند متر حرکت کرده است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۶۸ (۳) ۷۲ (۴) ۷۶

۷ ۱۵ دانش‌آموز با فاصله یکسان در یک صف ایستاده‌اند. اگر فاصله نفر سوم و پنجم ۱۲۰ سانتی‌متر باشد، طول این صف چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۸۰۰ (۲) ۸۲۰ (۳) ۸۴۰ (۴) ۸۶۰

۸ وقتی اتوبوسی نصف مسیر خود را طی کرده بود، مسافری به خواب رفت. هنگامی که بیدار شد، بقیه مسافتی که باقی مانده بود، نصف مسافتی بود که در طی آن، مسافر به خواب رفته بود. در مدت خواب مسافر، اتوبوس چه کسری از مسیر خود را طی کرده است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ مسیر (۲) $\frac{1}{3}$ مسیر (۳) $\frac{2}{4}$ مسیر (۴) $\frac{2}{3}$ مسیر (المیاد ریاضی)

۹ در یک کلاس ۵۰ نفری، ۲۵ نفر عضو فوتبال، ۲۹ نفر عضو والیبال و ۲ نفر در هیچ رشته ورزشی شرکت نکرده‌اند. چند نفر فقط در یک رشته ورزشی شرکت کرده‌اند؟

- (۱) ۴۴ (۲) ۴۲ (۳) ۴۰ (۴) ۲۳

۱۰ اگر جرم ۴ هندوانه برابر با جرم ۱۵ طالبی و جرم ۵ جعبه تخم‌مرغ برابر با جرم ۱۲ هندوانه باشد، جرم ۳ جعبه تخم‌مرغ با جرم چند طالبی برابر است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۸ (۴) ۲۵ (مسابقات ریاضی)

۱۱ یک قالبیچه مستطیل‌شکل، $\frac{1}{4}$ یک اتاق مستطیل‌شکل 3×4 را پوشانده است. اگر نسبت طول به عرض قالبیچه با نسبت طول به عرض اتاق مساوی باشد، جمع طول و عرض قالبیچه چه قدر خواهد بود؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (تیزهوشان)

۱۲ برای کاشتن ۵ ردیف گل، که در هر ردیف ۴ شاخه گل قرار می‌گیرد، حداقل چند شاخه گل لازم داریم؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴ (آزمون GMAT)

۱۳ دور یک میز مربعی شکل، ۴ صندلی جا می‌گیرد. دانش‌آموزان می‌خواهند ۱۰ تا از این نوع میز را کنار هم در یک ردیف (چسبیده به هم) قرار دهند و یک میز مستطیل‌شکل بسازند. چند صندلی دور این میز مستطیل‌شکل قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۰ (۴) ۲۲ (مسابقات کالگورو)

۱۴ شخصی $\frac{1}{5}$ زمین خود را گندم و $\frac{1}{3}$ باقی‌مانده آن را خیار کاشته است و بقیه زمینش را که ۱۶۰۰۰ متر مربع است، لوبیا می‌کارد. او چند متر مربع از زمینش را گندم کاشته است؟

- (۱) ۶۰۰۰ (۲) ۸۰۰۰ (۳) ۵۰۰۰ (۴) ۷۰۰۰

۱۵ تعدادی از دانش‌آموزان در یک کلاس منتظر هستند تا معلمشان به کلاس بیاید. $\frac{1}{4}$ افرادی که در کلاس هستند مشغول مطالعه و $\frac{1}{5}$ باقی‌مانده آن‌ها در حال حرف‌زدن با یکدیگر هستند. سایر دانش‌آموزان که ۱۲ نفر است، در حال نوشتن تکالیف هستند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۵ (۳) ۲۷ (۴) ۳۰



۱۶ باغداری در $\frac{1}{3}$ زمین خود درخت هلو، در $\frac{1}{4}$ باقی مانده درخت آلو، در $\frac{3}{4}$ باقی مانده درخت سیب و در قسمت باقی مانده درخت پرتقال کاشته است. او در چه کسری از زمینش درخت پرتقال کاشته است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۱۷ استخری پر از آب است. اگر ۴۵۰ لیتر آب به آن اضافه کنیم، ۲۵ درصد استخر خالی می ماند. گنجایش این استخر چند متر مکعب است؟

(۱) ۵۷۰ (۲) ۵۴۰۰۰ (۳) ۵۴ (۴) ۵ / ۴ (المیبار ریاضی)

۱۸ آریا مقداری پول داشت. $\frac{2}{5}$ آن را به برادرش و ربع پول باقی مانده اش را نیز به خواهرش داد. اکنون چه کسری از کل پول برای او باقی مانده است؟

(۱) $\frac{7}{15}$ (۲) $\frac{11}{30}$ (۳) $\frac{13}{30}$ (۴) $\frac{9}{30}$

۱۹ در یک مجتمع ورزشی $\frac{2}{5}$ ورزشکاران در ورزش فوتبال، $\frac{1}{4}$ باقی مانده آن ها در ورزش بوکس، $\frac{5}{8}$ بقیه آن ها در ورزش والیبال، نصف باقی مانده نیز در ورزش کشتی و بقیه آن ها که تعدادشان ۹ نفر است، در ورزش کاراته فعالیت دارند. تعداد افرادی که والیبال بازی می کنند، چند نفر است؟

(۱) ۹۰ (۲) ۹۶ (۳) ۸۴ (۴) ۸۱ (المیبار ریاضی)

۲۰ پدرام با $\frac{2}{4}$ از پولش یک کیف خرید و بقیه پول خود را به ۲ قسمت تقسیم کرد: قسمت اول را به علاوه ۶۰۰ تومان یک کتاب خرید و

$\frac{2}{3}$ به علاوه ۱۰۰ تومان از قسمت دوم را برای خرید یک دفتر داد و در آخر ۴۰۰ تومان برایش باقی ماند. پول پدرام چند تومان بوده است؟

(۱) ۹۶۰۰ (۲) ۱۳۲۰۰ (۳) ۸۱۶۰ (۴) ۱۰۶۵۰ (تیزهوشان)

راهنمای آگوستی

۲۱ حاصل ضرب دو عدد طبیعی، ۱۳۲ شده است. بیشترین حاصل جمع آن ها کدام گزینه است؟

(۱) ۱۳۸ (۲) ۱۳۳ (۳) ۶۸ (۴) ۳۷

۲۲ حاصل ضرب دو عدد برابر ۱۸۰ شده است. در چند حالت، رقم یکان مجموع این دو عدد، برابر ۹ است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۳ مساحت مستطیلی ۱۲۰ سانتی متر مربع و طول و عرض آن یک عدد طبیعی است. در بین مستطیل هایی که این ویژگی را دارند، کمترین محیط برابر با چه عددی است؟

(۱) ۴۴ (۲) ۴۲ (۳) ۵۲ (۴) ۴۶

۲۴ با انگشتان دو دست به چند طریق می توان عدد ۲ را نمایش داد؟

(۱) ۳۶ (۲) ۴۵ (۳) ۴۳ (۴) ۵۱

۲۵ با انگشتان یک دست، به چند طریق می توان عدد ۳ را نمایش داد؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۶ تعداد زیادی سکه های ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می توان به وسیله این سکه ها مبلغ ۴۰۰ تومان را پرداخت کرد به طوری که در هر بار حداکثر از ۲ نوع سکه استفاده کنیم؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۲۷ بوفه یک مدرسه چند نوع ساندویچ می فروشد که قیمت ساندویچ ها، ۵۰۰۰، ۱۰۰۰۰ و ۱۵۰۰۰ تومان است. علی و دوستانش ۴۰۰۰۰ تومان پول دارند. تمام حالت هایی که آن ها می توانند همه پولشان را برای خرید ساندویچ بدهند، چندتا است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

۲۸ سینا پانزده سکه ۱۰ تومانی دارد. او می خواهد سکه هایش را در سه دسته قرار دهد به طوری که در هر دسته، تعداد سکه ها فرد باشد. سینا به چند حالت می تواند این کار را انجام دهد؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

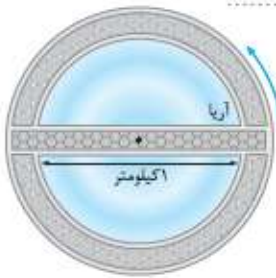
۲۹ چند عدد سه رقمی وجود دارد که مجموع ارقام آن ها ۲۵ است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۰ در نوشتن اعداد از ۵۰ تا ۱۵۰ چند بار از رقم ۵ استفاده شده است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴





پاسخ ۴
مسافتی که آریا باید شنا کند قطر دریاچه یعنی ۱ کیلومتر است.

مسافتی که آرش باید بدود، نصف محیط دریاچه است، یعنی:
 $\frac{1 \times 3.14}{2} = 1.57$ کیلومتر
 سرعت دویدن آرش دو برابر سرعت شنا کردن آریا است، اما فاصله‌ای که باید بپیماید کم‌تر از دو برابر فاصله‌ای است که آریا باید بپیماید. پس آرش زودتر از آریا می‌رسد و مسابقه را می‌برد.

پاسخ ۵
فرض کنید جریمه اولین خطا ۱۰۰ تومان باشد، پس:

خطای چهارم: ۴ توپ
 خطای سوم: ۳ توپ
 خطای دوم: ۲ توپ
 خطای اول: ۱ توپ

$100 + 200 + 300 + 400 = 1000$
 $100 \times 10 = 1000$
 $1000 \div 10 = 100$ تومان

پاسخ ۶
فرض کنید کل دانش‌آموزان به صورت مستطیل رویه‌رو باشند:

با توجه به این که ۱۰ درصد عضو هیچ تیمی نیستند، پس در مجموع ۹۰ درصد دانش‌آموزان عضو تیم بسکتبال و فوتبال هستند. اما $70 + 60 = 130$ ؛ پس $130 - 90 = 40$ درصد افراد عضو هر دو تیم هستند؛ یعنی نمودار به صورت مقابل است.

پاسخ ۷
جرم ۳ سیب با جرم ۲ پرتقال برابر است، پس:
 از طرفی جرم ۲ سیب با جرم ۱۵ آلو برابر است، بنابراین:

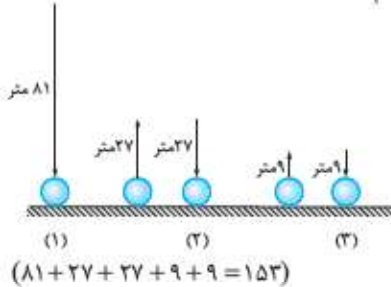
| | |
|--------|--------|
| پرتقال | پرتقال |
| سیب | سیب |
| سیب | سیب |
| آلو | آلو |

پاسخ پرسش‌های تشریحی

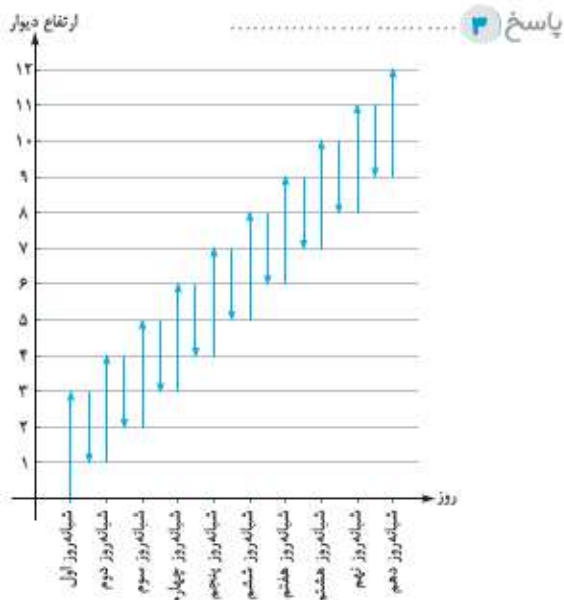
پاسخ ۱
با توجه به این که فاصله فرش تا دیوار یک متر است و با توجه به شکل مقابل داریم:

$10 \times 6 = 60$ مساحت فرش

پاسخ ۲
با توجه به شکل زیر و با در نظر گرفتن این که این توپ پس از هر بار برخورد به زمین $\frac{1}{3}$ ارتفاع قبلی بالا می‌آید، می‌توان گفت:



مسافتی که توپ پس از ۳ بار برخورد با زمین پیموده است ۱۵۳ متر است. بنابراین با پیمودن ۱۵۲ متر هنوز برای بار سوم به زمین نخورده است، پس این توپ در این مسافت فقط ۲ بار به زمین خورده است.



همان‌طور که در نمودار بالا مشخص است، این کرم در هر شبانه‌روز در مجموع یک متر به بالا می‌رود ولی در روز دهم چون به لبه دیوار رسیده است، دیگر به پایین سر نمی‌خورد.



پاسخ ۱۲ همه مستطیل‌هایی که مساحتشان ۶۰ سانتی‌متر مربع است را در نظر می‌گیریم و محیط آن‌ها را حساب می‌کنیم.

| عرض | طول | محیط |
|-----|-----|------|
| ۱ | ۶۰ | ۱۲۲ |
| ۲ | ۳۰ | ۶۴ |
| ۳ | ۲۰ | ۴۶ |
| ۴ | ۱۵ | ۳۸ |
| ۵ | ۱۲ | ۳۴ |
| ۶ | ۱۰ | ۲۲ |

با توجه به جدول بالا، محیط مستطیل حداکثر ۱۲۲ سانتی‌متر است.



پاسخ ۱۳ اگر انگشتان را مطابق شکل مقابل شماره‌گذاری کنیم، حالت‌هایی که در آن می‌توان با انگشتان یک دست عدد ۲ را نشان داد عبارتند از:

| تعداد حالت‌ها | انگشت دوم | انگشت اول |
|---------------|------------------|-----------|
| ۴ | ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ | ۱ |
| ۳ | ۳ یا ۴ یا ۵ | ۲ |
| ۲ | ۴ یا ۵ | ۳ |
| ۱ | ۵ | ۴ |

(دقت شود حالت‌های تکراری نوشته نشده‌اند.)

پاسخ ۱۴ تعداد حالت‌هایی که می‌توانیم ۱۸ لامپ را روشن کنیم، با تعداد حالت‌هایی که می‌توانیم ۲ لامپ را خاموش نگه داریم برابر است. این تعداد به کمک راهبرد الگوسازی به صورت زیر هستند (لامپ‌ها را از ۱ تا ۲۰ شماره‌گذاری می‌کنیم):

| تعداد حالت‌ها | شماره لامپ دوم | شماره لامپ اول |
|---------------|--------------------------|----------------|
| ۱۹ | ۲۰ یا ... یا ۴ یا ۳ یا ۲ | ۱ |
| ۱۸ | ۲۰ یا ... یا ۵ یا ۴ یا ۳ | ۲ |
| ۱۷ | ۲۰ یا ... یا ۶ یا ۵ یا ۴ | ۳ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| ۱ | ۲۰ | ۱۹ |
| ۰ | | ۲۰ |

تعداد کل حالت‌ها: $1 + 2 + 3 + \dots + 19 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$

| | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| پرتقال | پرتقال | پرتقال | پرتقال |
| سیب | سیب | سیب | سیب |
| ۱۵ آلو | ۱۵ آلو | ۱۵ آلو | ۱۵ آلو |

پس: با توجه به شکل مقابل، جرم ۴۵ آلو با جرم ۴ پرتقال برابر است.

پاسخ ۸ با توجه به این که مهران $\frac{1}{5}$ پول خود را کتاب و $\frac{1}{4}$ آن را هدیه خریده است و کوچک‌ترین مخرج مشترک بین ۴ و ۵ عدد ۲۰ است، می‌توانیم کل پول مهران را مستطیلی در نظر بگیریم که ۲۰ قسمت دارد و سپس قسمت‌های استفاده‌شده را مشخص کنیم.

| | | | |
|------|------|--|--|
| هدیه | کتاب | | |
| هدیه | کتاب | | |
| هدیه | کتاب | | |
| هدیه | کتاب | | |

$\frac{1}{5} = \frac{4}{20}$ $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$
با توجه به شکل، ۱۱ قسمت از شکل باقی مانده است که برابر با ۲۲۰۰۰ تومان است؛ پس ارزش هر قسمت $22000 \div 11 = 2000$ تومان است. بنابراین:

$4 \times 2000 = 8000$ تومان

پاسخ ۹ اگر همه دانش‌آموزان را به صورت مستطیل روبه‌رو در نظر بگیریم، داریم:

| | | |
|------|------|------|
| بازی | بازی | اردو |
| بازی | بازی | اردو |
| بازی | بازی | اردو |

همان‌طور که مشخص است، $\frac{1}{9}$ دانش‌آموزان در کلاس مانده‌اند؛ پس تعداد کل دانش‌آموزان برابر است با: $9 \times 7 = 63$

پاسخ ۱۰ اگر کل پول علی را به صورت یک مستطیل در نظر بگیریم، داریم: $\frac{1}{4} = 25\%$ کتاب علمی و با $\frac{5}{6}$ باقی‌مانده کیف خرید:

| | | |
|-----|-----|-----|
| کیف | کیف | کیف |
| کیف | کیف | کیف |
| کیف | کیف | کیف |

با سه برابر ربع باقی‌مانده پولش، ۴ دفتر ۹۰۰ تومانی خرید. باقی‌مانده:

| | | |
|-----|-----|-----|
| کیف | کیف | کیف |
| کیف | کیف | کیف |
| کیف | کیف | کیف |

همان‌طور که از شکل مشخص است، قسمت باقی‌مانده $\frac{1}{33}$ کل پول است.

پاسخ ۱۱ با توجه به این که محیط مستطیل ۴۸ است، پس $عرض + طول = \frac{48}{2} = 24$ بنابراین:

| مساحت | عرض | طول |
|-------|-----|-----|
| ۲۳ | ۱ | ۲۳ |
| ۴۴ | ۲ | ۲۲ |
| ۶۳ | ۳ | ۲۱ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| ۱۴۴ | ۱۲ | ۱۲ |

بیشترین مقدار →

پاسخ ۱۵) ۷۳۲۵ ۲۷۳۵

این اعداد عبارتند از (رقم یکان باید ۵ باشد): ۷۳۲۵ ۳۷۲۵

پاسخ ۱۶) ۲۳۷۵ ۳۲۷۵

به کمک راهبرد الگوسازی همه حالت‌های ممکن را پیدا می‌کنیم.

| رقم دهگان | تعداد اعدادی که رقم دهگانشان از یکانشان بزرگ‌تر است. |
|-----------|--|
| ۱ | - |
| ۲ | ۲۰, ۲۱ |
| ۳ | ۳۰, ۳۱, ۳۲ |
| ۴ | ۴۰, ۴۱, ۴۲, ۴۳ |
| ۵ | ۵۰, ۵۱, ۵۲, ۵۳ |

$۲ + ۳ + ۴ + ۴ = ۱۳$ تعداد حالت‌ها

پاسخ ۱۷)

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۷ | ۴ | ۳ |
| ۷ | ۳ | ۴ |
| ۷ | ۴ | ۵ |
| ۷ | ۵ | ۴ |
| ۷ | ۵ | ۳ |
| ۷ | ۳ | ۵ |
| ۵ | ۴ | ۳ |
| ۵ | ۳ | ۴ |

$۸ =$ تعداد حالت‌ها

پاسخ ۱۸)

| محدوده | تعداد اعداد شامل رقم ۱ | تعداد |
|---------------|------------------------|-------|
| از ۱ تا ۹ | ۱ | ۱ |
| از ۱۰ تا ۱۹ | ۱۰, ۱۱, ۱۲, ..., ۱۹ | ۱۱ |
| از ۲۰ تا ۹۹ | ۲۱, ۳۱, ۴۱, ..., ۹۱ | ۸ |
| از ۱۰۰ تا ۱۰۹ | ۱۰۰, ۱۰۱, ..., ۱۰۹ | ۱۱ |
| از ۱۱۱ تا ۱۱۲ | ۱۱۱, ۱۱۲ | ۵ |

$۱ + ۱۱ + ۸ + ۱۱ + ۵ = ۳۶$ تعداد کل

پاسخ ۱۹)

| محدوده | تعداد رقم‌ها |
|-------------|---|
| از ۱ تا ۹ | در نوشتن هر عدد یک‌رقمی از یک رقم استفاده می‌شود: $۹ \times ۱ = ۹$ |
| از ۱۰ تا ۹۹ | در نوشتن هر عدد ۲ رقمی از ۲ رقم استفاده می‌شود: $۹۰ \times ۲ = ۱۸۰$ |

$۹ + ۱۸۰ = ۱۸۹$ تعداد کل

(دقت شود که تعداد اعداد یک‌رقمی ۹ تا و تعداد اعداد دورقمی ۹۰ تا است.)

پاسخ ۲۰)

اگر رقم صدگان ۱ باشد (باتوجه به جدول زیر)، تعداد حالت‌ها برابر با ۶ است. از طرفی چون رقم صدگان می‌تواند هر کدام از ۴ رقم دیگر باشند، پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با: $۴ \times ۶ = ۲۴$

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۵ | ۳ | ۱ |
| ۶ | ۳ | ۱ |
| ۶ | ۵ | ۱ |
| ۳ | ۵ | ۱ |
| ۳ | ۶ | ۱ |
| ۵ | ۶ | ۱ |

پاسخ ۲۱)

ابتدا به کمک راهبرد الگوسازی حالت‌هایی که مجموع سن دو نفر ۲۰ سال می‌شود را محاسبه کرده و سپس حالت‌های نامطلوب را از بین آن‌ها حذف می‌کنیم تا به جواب برسیم.

| عدد اول | عدد دوم | حاصل‌ضرب |
|---------|---------|----------|
| ۱ | ۱۹ | ۱۹ |
| ۲ | ۱۸ | ۳۶ |
| ۳ | ۱۷ | ۵۱ |
| ۴ | ۱۶ | ۶۴ |
| ۵ | ۱۵ | ۷۵ |
| ۶ | ۱۴ | ۸۴ |
| ۷ | ۱۳ | ۹۱ |
| ۸ | ۱۲ | ۹۶ |
| ۹ | ۱۱ | ۹۹ |
| ۱۰ | ۱۰ | ۱۰۰ |

پس ۸ و ۱۲ دو عدد منظر هستند که اختلاف آن‌ها $۱۲ - ۸ = ۴$ است.

پاسخ ۲۲)

از آن‌جا که محیط مستطیل ۲۶ است، پس:

$۱۳ = \text{عرض} + \text{طول} \Rightarrow ۲۶ = (\text{عرض} + \text{طول}) \times ۲$

به کمک راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب، همه حالت‌ها را بررسی می‌کنیم و حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم.

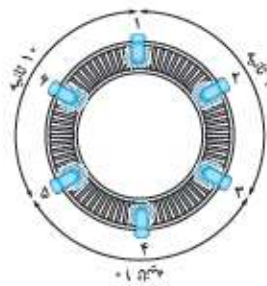
| نتیجه | مقایسه محیط و مساحت | مساحت | عرض | طول |
|-------|---------------------|-------|-----|-----|
| × | $۲۶ > ۱۲$ | ۱۲ | ۱۲ | ۱ |
| × | $۲۶ > ۲۲$ | ۲۲ | ۱۱ | ۲ |
| ✓ | $۲۶ < ۳۰$ | ۳۰ | ۱۰ | ۳ |
| ✓ | $۲۶ < ۳۶$ | ۳۶ | ۹ | ۴ |
| ✓ | $۲۶ < ۴۰$ | ۴۰ | ۸ | ۵ |
| ✓ | $۲۶ < ۴۲$ | ۴۲ | ۷ | ۶ |

پس تعداد حالت‌های مطلوب مسئله ۴ حالت است.





گزینه ۴: طول طنابها ۱۰ متر است. در نتیجه هر سگ فضایی به اندازه یک ربع دایره را پوشش می‌دهد. پس منطقهای که در شکل رنگی شده است، منطقهای امن برای گربه است و هیچ سگی نمی‌تواند به آن وارد شود.
مساحت دایره - مساحت مربع = مساحت ناحیه رنگی
 $= 20 \times 20 - 10 \times 10 \times 3 = 400 - 300 = 100$



گزینه ۵: با توجه به این که شش تیر چراغ وجود دارد و ۱۰ ثانیه طول می‌کشد تا قطار از تیر اول به سوم برسد، می‌توان به کمک شکل روبه‌رو گفت: قطار بعد از ۳۰ ثانیه کل مسیر را دور می‌زند.

گزینه ۶: با توجه به شکل زیر و با در نظر گرفتن این که توپ پس از هر بار برخورد، $\frac{1}{3}$ ارتفاع قبل به بالا می‌آید، می‌توان گفت مجموع مسافتی که پس از ۳ بار برخورد با زمین پیموده شده است، برابر است با:

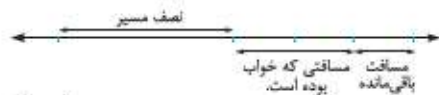


$$36 + 12 + 12 + 4 + 4 = 68$$

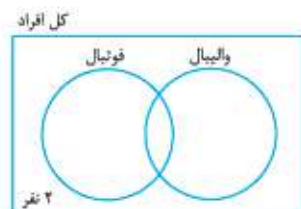
گزینه ۷: فرض کنید وضعیت قرارگرفتن دانش‌آموزان به صورت زیر باشد:



با توجه به این که فاصله نفر سوم تا پنجم ۱۲ سانتی‌متر است، پس فاصله بین هر دو فرد متوالی ۶۰ سانتی‌متر است؛ بنابراین (دقت شود بین ۱۵ نفر، ۱۴ فاصله وجود دارد). $14 \times 60 = 840$ طول صف می‌کنیم. اگر کل مسیر را با یک خط راست نمایش دهیم، داریم:



همان‌طور که مشخص است، هنگامی که شخص خواب بود، $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ مسیر را طی کرده است.



گزینه ۹: اگر کل افراد را به صورت مستطیل روبه‌رو در نظر بگیریم، داریم:

پس: $2 \times (\square + \triangle + \bigcirc) = 114$
 $\square + \triangle + \bigcirc = \frac{114}{2} = 57$
 با توجه به این که $\triangle + \square = 33$ است، پس:
 $\square + \triangle + \bigcirc = 57 \Rightarrow \square + 33 = 57 \Rightarrow \square = 24$

پاسخ ۲۲: فرض کنیم پول آرسام \square و قیمت هر خودکار \bigcirc باشد، پس اگر ۵ خودکار بخرد، ۲۲۰ تومان اضافه می‌آورد.

$$\square + \bigcirc = 57 \Rightarrow \square + 220 = 57 \Rightarrow \square = 24$$

$$\square + \bigcirc = 57 \Rightarrow \square + 220 = 57 \Rightarrow \square = 24$$

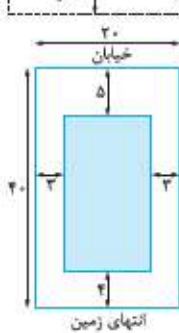
$$\square + \bigcirc = 57 \Rightarrow \square + 220 = 57 \Rightarrow \square = 24$$

$$\square + \bigcirc = 57 \Rightarrow \square + 220 = 57 \Rightarrow \square = 24$$

پس: $\square + \bigcirc = 57 \Rightarrow \square + 220 = 57 \Rightarrow \square = 24$

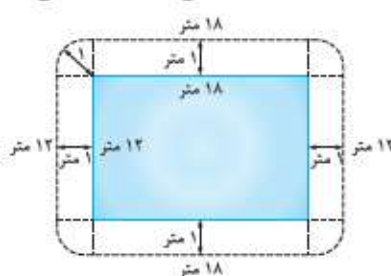
پاسخ پرسش‌های چندگزینه‌ای

گزینه ۱: با کمک راهبرد رسم شکل مسئله را حل می‌کنیم. از آن‌جا که فرش، یک متر با دیوارها فاصله دارد، می‌توان شکل را به صورت روبه‌رو در نظر گرفت: طول اتاق = $3 + 2 = 5$ عرض اتاق = $2 + 2 = 4$ مساحت اتاق = $4 \times 5 = 20$



گزینه ۲: با توجه به شکل مقابل، بیشترین مساحتی که خانه می‌تواند داشته باشد، قسمت رنگی است. طول قسمت رنگی = $40 - (4 + 5) = 31$ عرض قسمت رنگی = $20 - (3 + 3) = 14$ مساحت قسمت رنگی = $31 \times 14 = 434$

گزینه ۳: از آن‌جا که فاصله نرده تا هر لبه استخر، دقیقاً یک متر است، طبق شکل زیر در گوشه‌های یک ربع دایره به وجود می‌آید.



$$2 \times \frac{3}{14} = \frac{6}{28}$$

$$2(18 + 12) = 60$$

$$\Rightarrow \text{طول نرده} = 60 + \frac{6}{28} = \frac{66}{28}$$



۱۵ گزینه ۱: کل افراد کلاس را اگر به صورت مستطیل در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

| | |
|---------------------------------|--------|
| ۳ نفر در حال انجام تکلیف مطالعه | ۱۲ نفر |
| ۳ نفر در حال انجام تکلیف مطالعه | |
| ۳ نفر در حال انجام تکلیف مطالعه | |
| ۳ نفر در حال انجام تکلیف مطالعه | |
| حرف‌نویس مطالعه | |

با توجه به شکل بالا می‌توان گفت:

$$۱۰ \times ۳ = ۳۰ = \text{تعداد افراد کلاس}$$

گزینه ۱۶: اگر همه زمین کشاورز را یک مستطیل در نظر بگیریم، با توجه به شرایط مسئله و در نظر گرفتن شکل مقابل می‌توان گفت، $\frac{1}{12}$ زمین پرتقال کاشته شده است.

| | | |
|--------|-----|-----|
| سیب | آلو | هلو |
| سیب | آلو | هلو |
| سیب | آلو | هلو |
| پرتقال | آلو | هلو |

گزینه ۱۷: با توجه به این که ۲۵ درصد معادل $\frac{1}{4}$ و مخرج مشترک $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{3}$ عدد ۱۲ است، با در نظر گرفتن شکل روبه‌رو داریم:

$$\left(\frac{1}{4} = \frac{3}{12}, \frac{2}{3} = \frac{8}{12}\right)$$

$$\text{لیتر} = ۱۲ \times ۴۵۰ = ۵۴۰۰ = \text{حجم استخر}$$

$$\text{متر مکعب} = ۵۴۰۰ \div ۱۰۰۰ = ۵ \frac{4}{10} = \text{حجم استخر}$$

(هر لیتر، $\frac{1}{۱۰۰۰}$ متر مکعب است.)

گزینه ۱۸: کل پول را به صورت مستطیل روبه‌رو در نظر می‌گیریم:

| |
|--------|
| کل پول |
|--------|

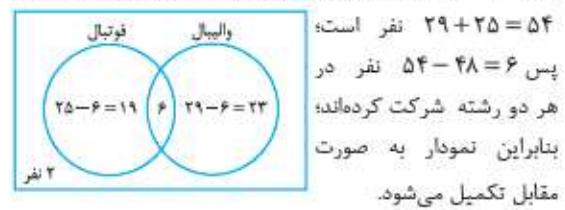
| |
|-----------|
| سهم برادر |
|-----------|

آریا $\frac{2}{5}$ پولش را به برادرش داد که این سهم را به صورت مقابل نمایش می‌دهیم:

| |
|----------------|
| پول باقی‌مانده |
| پول باقی‌مانده |
| پول باقی‌مانده |
| سهم خواهر |

در ادامه او ربع پول باقی‌مانده‌اش را به خواهرش داد. پس باقی‌مانده پول را مطابق شکل روبه‌رو ۴ قسمت می‌کنیم و یک قسمت آن را

با توجه به این که تعداد افراد شرکت‌کننده در والیبال و فوتبال ۴۸ - ۲ = ۵۰ نفر بوده، اما مجموع این افراد با توجه به سؤال



یعنی ۴۲ = ۲۳ + ۱۹ نفر فقط در یک رشته شرکت داشته‌اند.

گزینه ۱۹: با توجه به اطلاعات مسئله، جرم ۴ هندوانه با جرم ۱۵ طالبی و جرم ۵ جعبه تخم‌مرغ با جرم ۱۲ هندوانه برابر است، پس طبق شکل مشخص است که جرم ۵ جعبه تخم‌مرغ با جرم ۳ × ۱۵ = ۴۵ طالبی برابر است. پس جرم هر جعبه تخم‌مرغ با جرم $\frac{45}{5} = 9$ طالبی برابر می‌شود. بنابراین، جرم ۳ جعبه تخم‌مرغ با جرم ۳ × ۹ = ۲۷ طالبی برابر است.

| | | |
|----------------|-----------|-----------|
| ۵ جعبه تخم‌مرغ | | |
| ۴ هندوانه | ۳ هندوانه | ۲ هندوانه |
| ۱۵ طالبی | ۱۵ طالبی | ۱۵ طالبی |

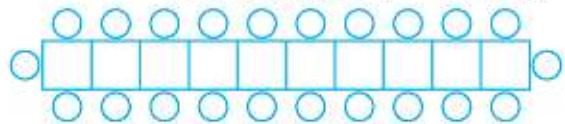
گزینه ۲۰: از آن‌جا که نسبت طول به عرض قالیچه با نسبت طول به عرض اتاق مساوی است و قالیچه $\frac{1}{4}$ اتاق را پوشانده است، با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان گفت:

$$۲ + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

گزینه ۲۱: با توجه به شکل روبه‌رو، حداقل ۱۰ شاخه گل لازم داریم.



گزینه ۲۲: میزها را به صورت زیر رسم می‌کنیم و به هم می‌چسبانیم و صندلی‌ها را دور آن قرار می‌دهیم:



با توجه به شکل، ۲۲ صندلی دور این میز مستطیل شکل قرار می‌گیرد. گزینه ۲۳: با توجه به شکل زیر کل شکل از ۱۵ قسمت تشکیل شده است که این شخص ۸ قسمت آن که ۱۶۰۰۰ متر مربع است را لوبیا کاشته است. پس مساحت هر بخش کوچک

$$۲۰۰۰ = \frac{۱۶۰۰۰}{۸} \text{ متر مربع است. بنابراین:}$$

| | |
|------|------|
| گندم | خیار |
| گندم | |
| گندم | |

۶۰۰۰ = ۳ × ۲۰۰۰ = مساحت زمینی که گندم کاشته شده است

| عدد اول | عدد دوم | حاصل جمع |
|---------|---------|----------|
| ۱ | ۱۳۲ | ۱۳۳ |
| ۲ | ۶۶ | ۶۸ |
| ۴ | ۳۳ | ۳۷ |
| ۶ | ۲۲ | ۲۸ |
| ۱۲ | ۱۱ | ۲۳ |

جواب مسئله →

۲۲ گزینه •• با استفاده از راهبرد الگوسازی، همه حالت‌های ممکن برای دو عدد که ضرب آن‌ها ۱۸۰ می‌شود را نوشته، در ادامه با توجه به حاصل جمع دو عدد نوشته‌شده، مسئله را حل می‌کنیم.

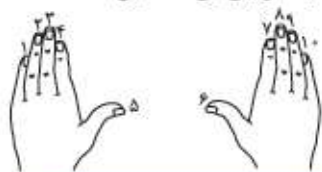
| عدد اول | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۹ | ۱۰ | ۱۲ |
|----------|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| عدد دوم | ۱۸۰ | ۹۰ | ۶۰ | ۴۵ | ۳۶ | ۳۰ | ۲۰ | ۱۸ | ۱۵ |
| حاصل جمع | ۱۸۱ | ۹۲ | ۶۳ | ۴۹ | ۴۱ | ۳۶ | ۲۹ | ۲۸ | ۲۷ |

همان‌طور که مشخص است، در دو حالت رقم یکان مجموع این دو عدد برابر با ۹ است.

۲۳ گزینه • با در نظر گرفتن این‌که مساحت مستطیل ۱۲۰ است، می‌توان نوشت:

| عرض | طول | محیط |
|-----|-----|----------------------------|
| ۱ | ۱۲۰ | $2 \times (1 + 120) = 242$ |
| ۲ | ۶۰ | $2 \times (2 + 60) = 124$ |
| ۳ | ۴۰ | $2 \times (3 + 40) = 86$ |
| ۴ | ۳۰ | $2 \times (4 + 30) = 68$ |
| ۵ | ۲۴ | $2 \times (5 + 24) = 58$ |
| ۶ | ۲۰ | $2 \times (6 + 20) = 52$ |
| ۸ | ۱۵ | $2 \times (8 + 15) = 46$ |
| ۱۰ | ۱۲ | $2 \times (10 + 12) = 44$ |

با توجه به جدول بالا، کم‌ترین محیط در بین این مستطیل‌ها ۴۴ است.

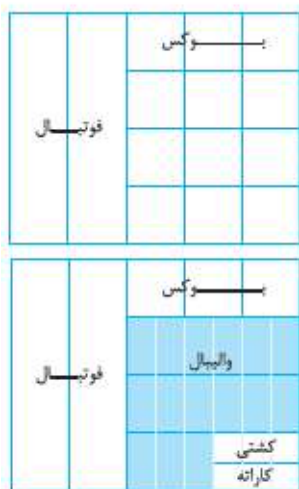


۲۴ گزینه •• اگر انگشتان ۲ دست را مطابق شکل روبه‌رو شماره‌گذاری کنیم، داریم:

| شماره انگشت اول | شماره انگشت دوم | تعداد حالت‌ها |
|-----------------|--------------------------|---------------|
| ۱ | ۱۰ یا ... یا ۴ یا ۳ یا ۲ | ۹ |
| ۲ | ۱۰ یا ... یا ۴ یا ۳ | ۸ |
| ۳ | ۱۰ یا ... یا ۵ یا ۴ | ۷ |
| ... | ... | ... |
| ۸ | ۱۰ یا ۹ | ۲ |
| ۹ | ۱۰ | ۱ |
| ۱۰ | - | ۰ |

کل حالت‌ها $= 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$

به عنوان سهم خواهر آریا در نظر می‌گیریم. همان‌طور که مشخص است، کل شکل ۲۰ قسمت است که ۹ قسمت آن باقی مانده، در واقع $\frac{9}{20}$ پول برای آریا باقی مانده است.



۱۹ گزینه • با توجه به اطلاعات مسئله $\frac{2}{5}$ در ورزش فوتبال و $\frac{1}{4}$ باقی‌مانده در ورزش بوکس $\frac{5}{6}$ بقیه در ورزش والیبال و نصف باقی‌مانده در کشتی تعداد باقی‌مانده که ۹ نفر است در ورزش کاراته هستند.

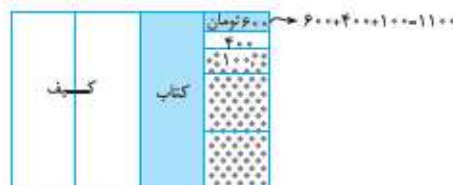
با در نظر گرفتن شکل بالا، کوچک‌ترین قسمت، نشان‌دهنده ۳ نفر است. از طرفی تعداد بخش‌هایی که مربوط به والیبال است، ۳۰ قسمت است. پس:

$3 \times 30 = 90$: تعداد افرادی که والیبال بازی می‌کنند



۲۰ گزینه •• با کمک راهبرد رسم شکل مسئله را حل می‌کنیم. پدram با $\frac{2}{4}$ از پولش کیف خرید و بقیه را به دو قسمت کرد: قسمت اول را به علاوه ۶۰۰ تومان کتاب خرید. (قسمت رنگی)

$\frac{2}{3}$ به علاوه ۱۰۰ تومان از قسمت دوم را برای خرید یک دفتر داد (قسمت نقطه‌چین) و در آخر ۴۰۰ تومان باقی ماند.



همان‌طور که مشخص است شکل از ۱۲ قسمت ۱۱۰۰ تومانی تشکیل شده است، پس:

$12 \times 1100 = 13200$ کل پول

۲۱ گزینه •• به کمک راهبرد الگوسازی بیشترین حاصل جمع را به دست می‌آوریم. (دقت داشته باشید که حاصل ضرب دو عدد ۱۳۲ است.)

