

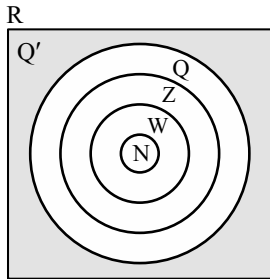
مؤلف درس، تست‌های طراحی شده و تنظیم تست‌های این فصل: فرهاد حامی

۱. مجموعه‌های متناهی و نامتناهی - مجموعه‌های اعداد و بازه‌ها

صفحه‌های ۷ تا ۲ ریاضی ۱

مجموعه‌های اعداد

مجموعه‌های اعداد - به مجموعه‌های زیر توجه کنید:



$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$: مجموعه‌ی اعداد طبیعی

$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$: مجموعه‌ی اعداد حسابی

$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$: مجموعه‌ی اعداد صحیح

$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$: مجموعه‌ی اعداد گویا

Q' : مجموعه‌ی اعداد گنگ

$R = Q \cup Q'$: مجموعه‌ی اعداد حقیقی

مجموعه‌ی عددهای طبیعی فرد را به صورت $O = \{2k - 1 \mid k \in N\}$ و مجموعه‌ی عددهای طبیعی زوج را به صورت $E = \{2k \mid k \in N\}$ نمایش می‌دهیم. همچنین مجموعه‌ی اعداد حسابی را می‌توانیم به صورت $W = \{k - 1 \mid k \in N\}$ نمایش دهیم.

اعمال بر روی مجموعه‌های اعداد - در دو جدول زیر، اعمال بر روی مجموعه‌های اعداد نمایش داده شده است:

| نماد | به معنی | مثال | نماد | به معنی | مثال |
|--------------------------------|-------------------------------------|---|--------|---------|--|
| \in (\notin) | عضویت (عدم عضویت) | $\sqrt{2} \in Q', \frac{1}{2} \in Q, 0.222\dots \in Q$ $-7 \notin N, 0.2020020002\dots \notin Q$ | \cap | اشتراک | $N \cap Z = N, Q \cap Q' = \emptyset$ |
| \subset ($\not\subset$) | زیرمجموعه بودن (زیرمجموعه نبودن) | $N \subset W, Q' \subset R, Z \subset Q$ $N \not\subset Q', Q \not\subset Q', Z \not\subset N$ | \cup | اجتماع | $N \cup Z = Z, Q \cup Q' = R$ |
| | | | $-$ | تفاضل | $W - N = \{0\}, N - W = \emptyset$ $R - Q = Q'$ |

توجه - در مجموعه‌های اعداد داریم: $N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$

بازه‌ها

تعریف بازه - در این بخش با نوع دیگری از زیرمجموعه‌های اعداد حقیقی بنام بازه یا فاصله آشنا می‌شویم. وقتی بخواهیم کلیه‌ی اعداد حقیقی بین دو عدد را نمایش دهیم از نماد بازه استفاده می‌کنیم. اگر a و b دو عدد حقیقی و $a < b$ باشد، آنگاه مجموعه‌ی اعداد حقیقی بین a و b را با نماد (a, b) نمایش می‌دهیم و آن را بازه‌ی باز a و b می‌نامیم. بازه‌هایی که شامل دو نقطه‌ی ابتدا و انتها هستند، بسته‌اند و با نماد $[a, b]$ نمایش داده می‌شوند، همچنین بازه‌هایی که فقط شامل یک نقطه‌ی ابتدا یا انتها هستند نیم‌باز هستند و با نمادهای $[a, b)$ یا $(a, b]$ نمایش داده می‌شوند. به مثال‌های زیر در مورد بازه‌ها و نمایش‌های مختلف آن توجه کنید.

| | | | |
|--|---|--|--|
| <p>(۱) $(1, 2)$ باز : نوع بازه نمایش مجموعه‌ای: $\{x \in R \mid 1 < x < 2\}$ نمایش هندسی: </p> | <p>(۲) $[1, 2]$ بسته : نوع بازه نمایش مجموعه‌ای: $\{x \in R \mid 1 \leq x \leq 2\}$ نمایش هندسی: </p> | <p>(۳) $[1, 2)$ نیم‌باز : نوع بازه نمایش مجموعه‌ای: $\{x \in R \mid 1 \leq x < 2\}$ نمایش هندسی: </p> | <p>(۴) $(1, 2]$ نیم‌باز : نوع بازه نمایش مجموعه‌ای: $\{x \in R \mid 1 < x \leq 2\}$ نمایش هندسی: </p> |
|--|---|--|--|

برای نمایش مجموعه‌ی $\{x \in R \mid x > a\}$ در قالب نماد بازه، از نماد $(a, +\infty)$ استفاده می‌کنیم. توجه کنید که $+\infty$ و $-\infty$ اعداد حقیقی نیستند. به مثال‌های زیر توجه کنید.

| | | |
|---|---|---|
| <p>(۱) $(1, +\infty)$ باز : نوع بازه نمایش مجموعه‌ای: $\{x \in R \mid x > 1\}$ نمایش هندسی: </p> | <p>(۲) $(-\infty, 1)$ باز : نوع بازه نمایش مجموعه‌ای: $\{x \in R \mid x < 1\}$ نمایش هندسی: </p> | <p>(۳) $[1, +\infty)$ نیم‌باز : نوع بازه نمایش مجموعه‌ای: $\{x \in R \mid x \geq 1\}$ نمایش هندسی: </p> |
|---|---|---|

مجموعه‌ی اعداد حقیقی را با نماد بازه به صورت $(-\infty, +\infty)$ نمایش می‌دهیم.

تذکره: اگر a و b دو عدد حقیقی و $a < b$ باشد، آنگاه:

[۱] $(a, b) \subset (a, b) \subset [a, b]$

[۲] $(a, b) \subset [a, b] \subset [a, b]$

[۳] $a \in [a, b]$

[۴] $a \notin [a, b]$

[۵] $\{a, b\} \subset [a, b]$

مثال: همی عبارت‌های زیر برای بازه $(-7, 11)$ درست هستند.

(۱) $-7 \notin (-7, 11)$

(۲) $5 \in (-7, 11)$

(۳) $11 \in (-7, 11)$

(۴) $\{0, 3\} \subset (-7, 11)$

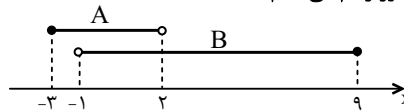
(۵) $\{12, 5\} \subset (-7, 11)$

(۶) $(-7, 11) \subset (-7, 11)$

اعمال بر روی بازه‌ها در محاسبات اجتماع، اشتراک و تفاضل دو یا چند بازه، به طور معمول از نمایش هندسی استفاده می‌کنیم.

مثال: اگر $A = [-3, 2)$ و $B = (-1, 9]$ ، آنگاه مجموعه‌های $A \cap B$ ، $A \cup B$ و $A - B$ را به دست آورید.

حل: ابتدا نمایش هندسی هر دو بازه را روی یک محور رسم می‌کنیم.



از روی شکل دیده می‌شود که:

$A \cap B = (-1, 2)$ و $A \cup B = [-3, 9]$ و $A - B = [-3, -1)$

تذکره: به برابری‌های زیر در بازه‌ها توجه کنید:

$R - \{a\} = (-\infty, a) \cup (a, +\infty)$

$R - (a, b) = (-\infty, a] \cup (b, +\infty)$

$R - [a, b] = (-\infty, a) \cup (b, +\infty)$

$R - (a, b) = (-\infty, a) \cup [b, +\infty)$

مثال: $R - \{5\}$ برابر $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$ است.

مثال: $R - (-1, 2)$ برابر $(-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$ است.

۲۰
سؤال

صفحه‌های ۲ و ۳ ریاضی ۱

تیپ ۱

مجموعه‌های اعداد

(ریاضی ۱ - صفحه ۲ - کار در کلاس - مکمل ۱ - ب)

(۴) $0 / 222 \dots \in Q'$

(۴) $(\sqrt{8} - 2\sqrt{2}) \in W$

(۴) $(-0 / 4 + 1 \frac{2}{5}) \in N$

(۱) $(\pi + \frac{2}{3}) \notin Q$

۱ کدام گزینه‌ی زیر درست نیست؟

(ریاضی ۱ - صفحه ۲ - کار در کلاس - مرتبط با ۱)

(۴) $\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}\} \subset Q'$

(۴) $(0 / 6 + \frac{2}{3}) \in (Q \cap R)$

(۴) $-\frac{3}{4} \in (Z \cup Q')$

(۱) $(\sqrt{3} + 5) \notin (R - Q)$

۲ کدام گزینه‌ی زیر درست است؟

(ریاضی ۱ - صفحه ۲ - مرتبط با پاراگراف ۲)

(۴) $(R \cap Q) \subset Q'$

(۴) $(Q \cap W) \subset Z$

(۴) $(Z \cup Q) \subset W$

(۱) $Q \subset (R \cap Z)$

۳ کدام گزینه‌ی زیر درست است؟

(ریاضی ۱ - صفحه ۲ - کار در کلاس - مرتبط با ۱)

(۴) $W \cup N$

(۴) $(W \cap Z) - \{0\}$

(۴) $N - Q'$

(۱) $W - (W - N)$

۴ کدام مجموعه‌ی زیر، مجموعه‌ی اعداد طبیعی را نمایش نمی‌دهد؟

(ریاضی ۱ - صفحه ۲ - کار در کلاس - مرتبط با ۱) و (آزمون کانون - ۱۹ آبان ۹۶)

(۴) $(Q' - N) \cup Q = R$

(۴) $N \cap (Q' - R) = \emptyset$

(۴) $(Z - N) \cap W = \emptyset$

(۱) $(Z - N) \cup W = Z$

۵ کدام گزینه نادرست است؟

۶ فرض کنید C ، B و A مجموعه‌های اعدادی هستند که $\{A, B, C\} = \{W, Z, Q'\}$ است. اگر $A \cap B = \emptyset$ و $C - A = \emptyset$ باشد، حاصل

(ریاضی ۱ - صفحه ۲ - کار در کلاس - مرتبط با ۱) و (آزمون کانون - ۵ آبان ۹۶)

(۴) $\{0, -1, -2, \dots\}$

(۴) Q'

(۴) \emptyset

(۱) $\{-1, -2, \dots\}$

کدام است $A - (B \cup C)$ ؟

صفحه‌های ۳ تا ۵ ریاضی ۱

تیپ ۲

تعریف بازه

(ریاضی ۱ - صفحه ۵ - کار در کلاس - مشابه ۱)

(۴) $\{3, 5\} \neq (3, 5)$

(۴) $\{-2, 1\} \subset [-3, 0)$

(۴) $\emptyset \subset (-15, 1)$

(۱) $[-1, 2] \subset [-1, 2]$

۷ کدام گزینه‌ی زیر درست نیست؟

(ریاضی ۱ - صفحه ۵ - کار در کلاس - مشابه ۱)

(۴) $3 \in R - (2, 3)$

(۴) $2 \notin R - (2, 3]$

(۴) $-\frac{5}{2} \notin \left(\frac{-5}{2}, 2 \right]$

(۱) $0 \in (-3, 0]$

۸ کدام گزینه‌ی زیر درست نیست؟

۹- اگر بازه‌ی $[2n-1, 3n+14]$ شامل عدد ۵ باشد، حداقل مقداری که n می‌تواند اختیار کند، کدام است؟
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۳- مرتبط با پاراگراف ۲) و (آزمون کانون - ۲۱ مهر ۹۶)

(۱) ۳ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) ۲

صفحه‌های ۴ و ۵ ریاضی ۱

تیپ ۳

اعمال بر روی بازه‌ها

۱۰- دو بازه‌ی $A = (a-2, b)$ و $B = [a, b+3]$ مفروض‌اند، حاصل $A \cap B$ کدام است؟ $(a < b)$
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) و (آزمون کانون - ۵ آبان ۹۶)

(۱) $[b, b+3]$ (۲) $[a, b]$ (۳) $(a-2, b+3)$ (۴) $(a-2, a)$

۱۱- اگر اشتراک مجموعه‌های $A = (-\infty, \frac{2a-5}{3}]$ و $B = [a, +\infty)$ ، مجموعه‌ای تک عضوی باشد، a کدام است؟
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳)

(۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۵

۱۲- اگر نمایش مجموعه‌های A و B به صورت بازه‌های $A = [-1, 2]$ و $B = (-3, a]$ و مجموعه‌ی $A \cap B$ غیر تهی باشد، آنگاه مجموعه‌ی تمام مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) و (آزمون کانون- ۱۰ بهمن ۹۳)

(۱) $\{a | a \geq -1\}$ (۲) $\{a | -1 \leq a < 2\}$ (۳) $\{a | a < -3\}$ (۴) $\{a | -2 < a < -1\}$

۱۳- اگر n عددی طبیعی باشد، اشتراک دو مجموعه‌ی $A = [\frac{-4}{n}, 4)$ و $B = (\frac{1}{n+1}, 2)$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح چند عضو دارد؟
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳)

(۱) یک (۲) پنج (۳) هیچ (۴) بی‌شمار

۱۴- اگر $(-\infty, \frac{a}{3}] \cup [2a-1, +\infty) = \mathbb{R}$ ، حدود a کدام است؟
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳)

(۱) $a \leq \frac{2}{3}$ (۲) $a \leq 1$ (۳) $a \geq 1$ (۴) $a \geq \frac{2}{3}$

۱۵- اشتراک بازه‌های $(a, -2]$ و $(b, 4]$ برابر $(-\frac{2}{3}, 1)$ است. اجتماع بازه‌های $(-2a-1, b)$ و (b, a) کدام است؟
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) و (آزمون کانون- ۲۳ مهر ۹۵)

(۱) $(-3, 1)$ (۲) $(-1, \frac{2}{3})$ (۳) $(1, 4)$ (۴) $(-3, 1) - \{-\frac{2}{3}\}$

۱۶- اگر $A = [-3, 4)$ و $B = \{x \in \mathbb{R} | (-x) \in A\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی $A - B$ کدام بازه‌ی زیر است؟
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) و (آزمون کانون- ۲۱ آذر ۹۳)

(۱) $(3, 4)$ (۲) $(-4, -3)$ (۳) $(-3, 3)$ (۴) $(-4, 4)$

۱۷- کدام بازه شامل تعداد بیشتری از اعداد طبیعی است؟
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) و (آزمون کانون - ۲۱ مهر ۹۶)

(۱) $[-3, 5] \cap (2, 5)$ (۲) $[0, 3) \cup (1, 5)$ (۳) $[1, 6] - [2, 3]$ (۴) $(0, 6) \cap [1, 7)$

۱۸- اگر $A \cup B = (-3, 2]$ و $A - B = (1, 2]$ و $B - A = (-3, -1)$ ، آنگاه مجموعه‌ی A در Z چند عضو دارد؟
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳)

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۹- اگر $A = \{x | x \in \mathbb{R}, 3x-1 \geq \frac{1}{2}\}$ ، $B = \{x | x \in \mathbb{R}, 4x - \frac{3}{2} < 5\}$ و $C = \{x | x \in \mathbb{W}, x-4 \leq 0\}$ باشند، حاصل $(A \cap B) - C$ کدام است؟
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مرتبط با ۳) و (آزمون کانون- ۹۲)

(۱) $[\frac{1}{2}, \frac{13}{8}) - \{1\}$ (۲) $[\frac{1}{2}, \frac{13}{8})$ (۳) $\mathbb{R} - \{1\}$ (۴) $\mathbb{R} - \{0, \pm 1, \pm 2\}$

۲۰- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\}$ ، آنگاه مجموعه‌ی $(A - B) \cup (B - A)$ برابر کدام گزینه است؟
(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- کار در کلاس- مکمل ۳)

(۱) $\mathbb{R} - (1, 4]$ (۲) $\mathbb{R} - [1, 4)$ (۳) $\mathbb{R} - [1, 4]$ (۴) $\mathbb{R} - (1, 4)$

۱. مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

صفحه‌های ۷ تا ۵ ریاضی ۱

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی \leftarrow مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی باشد را مجموعه‌ی متناهی می‌نامند، اگر تعداد اعضای یک مجموعه را نتوان با یک عدد بیان کرد، مجموعه را نامتناهی می‌نامند. در مجموعه‌های نامتناهی، تعداد اعضای مجموعه از هر عددی که در نظر بگیریم بزرگ‌تر است.

به مثال‌هایی از مجموعه‌های متناهی و نامتناهی در زیر توجه کنید.

| مجموعه‌های زیر متناهی‌اند | مجموعه‌های زیر نامتناهی‌اند |
|--|---|
| (۱) $\{a, b\}$ | (۱) مجموعه‌ی اعداد طبیعی |
| (۲) مجموعه‌ی اعداد طبیعی دو رقمی | (۲) اعداد گویای بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{5}$ |
| (۳) مجموعه‌ی حروف الفبای انگلیسی | (۳) بازه‌ی $(-1, 1)$ |
| (۴) مجموعه‌ی اتم‌های موجود در جو زمین | (۴) اعداد صحیح کوچکتر از -5 |
| (۵) مجموعه‌ی اعداد اول بین 100 تا 10^5 | (۵) مجموعه‌ی خطوطی که از نقطه‌ی $(0, 1)$ می‌گذرند |
| (۶) مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد 36 | |

توجه \llcorner در بحث متناهی بودن یک مجموعه، بزرگی آن مجموعه اهمیت ندارد، نکته‌ی اساسی آن است که اگر وقت به اندازه‌ی کافی داشته باشیم، بتوانیم اعضای مجموعه را بشماریم.

مثال: مجموعه‌ی موش‌های کره‌ی زمین، یک مجموعه‌ی متناهی است، با اینکه تعداد آنها را نمی‌دانیم. پس ندانستن تعداد اعضای یک مجموعه، دلیلی بر نامتناهی بودن آن مجموعه نیست.

تذکره: مجموعه‌های N, W, Z, Q, Q', R همگی نامتناهی‌اند.

مجموعه‌ی تهی، مجموعه‌ای متناهی است.

اعمال بر روی مجموعه‌های متناهی و نامتناهی \leftarrow اگر A و B دو مجموعه باشند، آنگاه جدول زیر وضعیت اعمال بر روی دو مجموعه را نمایش می‌دهد:

| وضعیت | $A \cap B$ | $A \cup B$ | $A - B$ | $B - A$ |
|-----------------------------|-----------------------------------|------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| متناهی A و متناهی B | متناهی | متناهی | متناهی | متناهی |
| نامتناهی A و متناهی B | متناهی | نامتناهی | نامتناهی | متناهی |
| نامتناهی A و نامتناهی B | می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. | نامتناهی | می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. | می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. |

مثال: مجموعه‌ی اعداد صحیح نامثبت و مجموعه‌ی اعداد حسابی هر دو نامتناهی‌اند ولی اشتراک آنها مجموعه‌ی $\{0\}$ است که مجموعه‌ای متناهی است. از طرفی مجموعه‌ی اعداد صحیح (Z) و مجموعه‌ی اعداد حسابی (W) هر دو نامتناهی‌اند ولی $Z - W = Z^-$ ، مجموعه‌ای نامتناهی است.

تذکره: اگر مجموعه‌ی A ، یک زیرمجموعه‌ی نامتناهی داشته باشد، آنگاه A ، مجموعه‌ای نامتناهی است.

اگر مجموعه‌ی A ، مجموعه‌ای متناهی باشد، هر زیرمجموعه‌ای از آن هم متناهی است.

مثال: اگر $B = \{x \in R \mid x > 2\} \subset B$ باشد، آنگاه B ، مجموعه‌ای نامتناهی است، زیرا زیرمجموعه‌ی آن مجموعه‌ای نامتناهی است.

مثال: اگر $A \subset \{x \in Z \mid 1 < x < 10\}$ باشد، آنگاه A ، مجموعه‌ای متناهی است، زیرا مجموعه‌ی A ، زیرمجموعه‌ی یک مجموعه‌ی متناهی است.

۲۰
سؤال

صفحه‌های ۵ تا ۷ ریاضی ۱

تیپ ۴

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

(ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۶ - کار در کلاس - مشابه ۱)

(۲) مجموعه‌ی اعداد اعشاری بین $0/4$ و $0/7$ (۴) مجموعه‌ی اعداد صحیح مکعب کامل و کوچکتر از 1000

۲۱-۱ کدام مجموعه‌ی زیر متناهی است؟

(۱) مجموعه‌ی اعداد صحیح نابیشتر از -1 (۳) مجموعه‌ی اعداد صحیح 17 رقمی

- ۲-۲۲ (۲) کدام مجموعه‌ی زیر متناهی نیست؟
 (۱) مجموعه‌ی اعداد اول زوج
 (۳) مجموعه‌ی تمام خطوط گذرنده از مبدأ مختصات
- ۳-۲۳ (۳) کدام مجموعه‌ی زیر نامتناهی نیست؟
 (۱) مجموعه‌ی خطوط مماس بر یک دایره
 (۳) بازه‌ی (۰, ۴)
- ۴-۲۴ (۴) کدام یک از عبارات‌های زیر همواره درست است؟
 الف) هر مجموعه‌ی متناهی ناتهی از اعداد، دارای بزرگترین و کوچکترین عضو است.
 ب) هر مجموعه‌ی نامتناهی از اعداد، دارای بزرگترین و کوچکترین عضو نیست.
 (۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

- ۵-۲۵ (۵) کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟
 (۱) $A_1 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 > 25\}$
 (۳) $A_3 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x > 9, x < 100\}$
- ۶-۲۶ (۶) کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟
 (۱) $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 1000\}$
 (۳) $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 53\}$

- ۷-۲۷ (۷) کدام یک از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ای متناهی را نشان می‌دهد؟
 (۱) $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 5\}$
 (۳) $C = \{x^3 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$
- ۸-۲۸ (۸) چند تا از مجموعه‌های زیر متناهی نیست؟
 الف) مجموعه‌ی اعداد طبیعی که مضرب ۴ باشند ولی مضرب ۲ نباشند.
 ب) مجموعه‌ی اعداد صحیح مثبتی که در تقسیم بر ۳ باقی‌مانده‌ی ۱ دارند.
 پ) مجموعه‌ی کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از -۱
 ت) مجموعه‌ی اعداد گویایی که مربعشان با خودشان برابر است.

- ۹-۲۹ (۹) اگر $A = \{n \in \mathbb{Z} \mid \frac{4}{n} \in \mathbb{Z}\}$ ، $B = \{n \in \mathbb{Z} \mid \frac{(-1)^n}{n} \in \mathbb{Z}\}$ و $C = \{n \in \mathbb{W} \mid \frac{1}{n} < 1\}$ ، آنگاه:
 (۱) A و B متناهی و C نامتناهی است.
 (۳) B و C متناهی و A نامتناهی است.

- ۱۰-۳۰ (۱۰) اگر مجموعه‌های $A = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$ و $B = \left\{ \frac{x}{8} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$ مفروض باشند، کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟
 (۱) $A \cup B$ (۲) $A \cap B$ (۳) $B - A$ (۴) $A - B$
- ۱۱-۳۱ (۱۱) کدام مجموعه‌ی زیر نامتناهی نیست؟
 (۱) $W \cap Z$ (۲) $R - Q'$ (۳) $Q - N$ (۴) $N - W$

- ۱۲-۳۲ (۱۲) اگر A مجموعه‌ی اعداد اول و B مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد باشند، کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟
 (۱) $A \cup B$ (۲) $A \cap B$ (۳) $B - A$ (۴) $A - B$

- ۱۳-۳۳ (۱۳) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مرتبط با تمرین ۲) و (سراسری انسانی - ۹۶)
 (۱) $A \cup B$ (۲) $A \cap B$ (۳) $B - A$ (۴) $A - B$
- ۱۴-۳۴ (۱۴) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مرتبط با فعالیت)
 (۱) $W \cap Z$ (۲) $R - Q'$ (۳) $Q - N$ (۴) $N - W$

- ۱۵-۳۵ (۱۵) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مکمل تمرین ۲) و (آزمون کانون - ۹۳)
 (۱) $A_1 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 > 25\}$
 (۳) $A_3 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x > 9, x < 100\}$
- ۱۶-۳۶ (۱۶) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مکمل تمرین ۲) و (آزمون کانون - ۹۳)
 (۱) $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 1000\}$
 (۳) $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 53\}$

- ۱۷-۳۷ (۱۷) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مکمل تمرین ۲) و (آزمون کانون - ۹۳)
 (۱) $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 5\}$
 (۳) $C = \{x^3 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$

- ۱۸-۳۸ (۱۸) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مکمل تمرین ۲) و (آزمون کانون - ۹۳)
 (۱) $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 5\}$
 (۳) $C = \{x^3 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$

- ۱۹-۳۹ (۱۹) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مکمل تمرین ۲) و (آزمون کانون - ۹۳)
 (۱) $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 5\}$
 (۳) $C = \{x^3 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$

- ۲۰-۴۰ (۲۰) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مکمل تمرین ۲) و (آزمون کانون - ۹۳)
 (۱) $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 5\}$
 (۳) $C = \{x^3 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$

- ۲۱-۴۱ (۲۱) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مرتبط با تمرین ۲) و (سراسری انسانی - ۹۶)
 (۱) $A \cup B$ (۲) $A \cap B$ (۳) $B - A$ (۴) $A - B$

- ۲۲-۴۲ (۲۲) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مرتبط با فعالیت)
 (۱) $W \cap Z$ (۲) $R - Q'$ (۳) $Q - N$ (۴) $N - W$

- ۲۳-۴۳ (۲۳) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مکمل تمرین ۲) و (سراسری انسانی خارج از کشور - ۹۶)
 (۱) $A \cup B$ (۲) $A \cap B$ (۳) $B - A$ (۴) $A - B$

- ۲۴-۴۴ (۲۴) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مکمل تمرین ۲) و (سراسری انسانی - ۹۶)
 (۱) $A \cup B$ (۲) $A \cap B$ (۳) $B - A$ (۴) $A - B$

- ۲۵-۴۵ (۲۵) (ریاضی ۱- صفحه ۷- مکمل تمرین ۲) و (سراسری انسانی - ۹۶)
 (۱) $A \cup B$ (۲) $A \cap B$ (۳) $B - A$ (۴) $A - B$

۱۳-۳۲- اگر A و B دو مجموعه نامتناهی باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر درباره‌ی این دو مجموعه نادرست است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۷- مرتبط با تمرین ۳) و (آزمون کانون - ۲۱ آذر ۹۳)

- (۱) مجموعه $A \cap B$ ممکن است نامتناهی باشد.
 (۲) مجموعه $A \cup B$ لزوماً نامتناهی است.
 (۳) مجموعه $A \cap B$ ممکن است متناهی باشد.
 (۴) مجموعه $A - B$ لزوماً نامتناهی است.

۱۴-۳۴- اگر A مجموعه‌ی اعداد اول بزرگ‌تر از 10^{1396} و B مجموعه‌ی اعداد زوج بزرگ‌تر از 10^{1396} باشد، کدام گزینه نادرست است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۷- مرتبط با تمرین ۳) و (آزمون کانون - ۱۹ آبان ۹۶)

- (۱) $A \cap B$ متناهی است. (۲) $A - B$ نامتناهی است. (۳) $B - A$ نامتناهی است. (۴) $A \cup B$ متناهی است.

۱۵-۳۵- اگر A مجموعه‌ای نامتناهی و B مجموعه‌ای متناهی باشد، کدام مجموعه نامتناهی است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۷- مرتبط با تمرین ۳) و (سراسری انسانی خارج از کشور- ۹۲)

- (۱) $A \cap B$ (۲) $B - A$ (۳) $A - B$ (۴) $(A - B) - A$

۱۶-۳۶- اگر مجموعه‌ی A متناهی و مجموعه‌های B و C نامتناهی باشند، مجموعه‌های $A \cap (B \cup C)$ و $B - (A \cap C)$ ، به ترتیب از راست به چپ، چگونه‌اند؟

(ریاضی ۱- صفحه ۷- مرتبط با تمرین ۳) و (آزمون کانون- ۲۳ مهر ۹۵)

- (۱) متناهی - متناهی (۲) نامتناهی - نامتناهی (۳) متناهی - نامتناهی (۴) نامتناهی - متناهی

۱۷-۳۷- کدام گزینه در حالت کلی درست نیست؟

(ریاضی ۱- صفحه ۷- مرتبط با تمرین ۶)

- (۱) اگر مجموعه‌ای دارای یک زیرمجموعه نامتناهی باشد، آنگاه نامتناهی است.
 (۲) اگر مجموعه‌ای متناهی باشد، هر زیرمجموعه‌ای از آن هم متناهی است.
 (۳) اشتراک دو مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.
 (۴) اگر حداقل یکی از دو مجموعه، نامتناهی باشد، اجتماع آنها مجموعه‌ای نامتناهی است.

۱۸-۳۸- اگر $A \subset B$ و A ، مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آنگاه مجموعه‌ی $B - A$ چگونه است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۶- کار در کلاس- مرتبط با ۴)

- (۱) متناهی است. (۲) نامتناهی است.
 (۳) تهی است. (۴) ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

۱۹-۳۹- اگر $A = \{x \in Z \mid x < -2\}$ و $B = \{x \in W \mid 1 < x < 158\}$ ، آنگاه:

(ریاضی ۱- صفحه ۷- مکمل تمرین ۶)

- (۱) A متناهی و B نامتناهی است. (۲) A نامتناهی و B متناهی است.
 (۳) A و B نامتناهی هستند. (۴) A و B متناهی هستند.

۲۰-۴۰- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۷- مرتبط با تمرین‌های ۳ و ۶) و (آزمون کانون- ۲۱ آبان ۹۵)

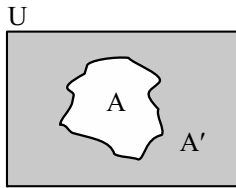
- (۱) اشتراک دو مجموعه نامتناهی، الزاماً مجموعه‌ای نامتناهی است.
 (۲) تفاضل دو مجموعه نامتناهی، الزاماً مجموعه‌ای نامتناهی است.
 (۳) اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای نامتناهی، آنگاه مجموعه‌ی A الزاماً نامتناهی است.
 (۴) اگر $A \subseteq B$ و $A \cap B$ مجموعه‌ای نامتناهی، آنگاه مجموعه‌ی B الزاماً نامتناهی است.

۲. متمم یک مجموعه

مجموعه‌ی مرجع و متمم یک مجموعه

صفحه‌های ۸ تا ۱۰ و ۱۲ ریاضی ۱

مجموعه‌ی مرجع و متمم یک مجموعه



مجموعه‌ی مرجع به‌طور کلی، در هر مبحث، مجموعه‌ای که تمامی مجموعه‌های مورد بحث، زیرمجموعه‌ی آن باشند را مجموعه‌ی مرجع یا مجموعه‌ی جهانی می‌نامیم و با M یا U نمایش می‌دهیم. به مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اصلی یا عام نیز گفته می‌شود.

متمم یک مجموعه هرگاه U مجموعه‌ی مرجع و $A \subset U$ باشد، آنگاه مجموعه‌ی $U - A$ را متمم A می‌نامیم و آن را با نماد A' (یا A^C) نمایش می‌دهیم. به عبارت دیگر A' شامل همه‌ی عضوهایی از U است که در A نیستند.

$$\text{مجموعه‌ی } -A = \text{مجموعه‌ی مرجع } U = \text{متمم مجموعه‌ی } A$$

توجه با توجه به تعریف، $U' = \emptyset$ و $\emptyset' = U$.

مثال: اگر $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ مجموعه‌ی مرجع، $A = \{0, 2, 3\}$ و $B = \{4, 5, 6, 7\}$ باشد، آنگاه A' و B' را بیابید.

$A' = U - A = \{1, 4, 5, 6, 7, 8\} - \{0, 2, 3\} = \{1, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$B' = U - B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} - \{4, 5, 6, 7\} = \{0, 1, 2, 3, 8\}$

نتیجه: اگر U مجموعه‌ی مرجع و $A \subset U$ باشد، آنگاه:

- (۱) $U - A = A'$ (۲) $A \cap A' = \emptyset$ (۳) $A - A' = A$
 (۴) $A \cup A' = U$ (۵) $(A')' = A$

مثال: اگر W را به‌عنوان مجموعه‌ی مرجع در نظر بگیریم، آنگاه متمم مجموعه‌ی اعداد طبیعی یعنی N' ، مجموعه‌ی $\{0\}$ است.

مثال: اگر N را مجموعه‌ی مرجع در نظر بگیریم، متمم مجموعه‌ی اعداد طبیعی زوج، مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد است. اجتماع مجموعه‌ی اعداد طبیعی زوج و مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد، مجموعه‌ی اعداد طبیعی است. از طرفی اشتراک مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد و مجموعه‌ی اعداد طبیعی زوج، تهی است.

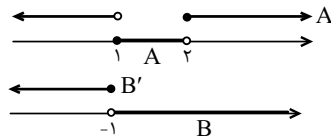
مجموعه‌ی متمم در بازه‌ها: اگر R مجموعه‌ی مرجع باشد، آنگاه به متمم بازه‌های زیر توجه کنید:

- (۱) $A = [a, b] \Leftrightarrow A' = (-\infty, a) \cup (b, +\infty)$ (۲) $A = [a, b) \Leftrightarrow A' = (-\infty, a) \cup [b, +\infty)$
 (۳) $A = (a, b] \Leftrightarrow A' = (-\infty, a] \cup (b, +\infty)$ (۴) $A = (a, b) \Leftrightarrow A' = (-\infty, a] \cup [b, +\infty)$

مثال: اگر R مجموعه‌ی مرجع، $A = [1, 2)$ و $B = (-1, +\infty)$ باشند، آنگاه مجموعه‌های A' و B' را با نماد بازه نمایش دهید.

$A' = R - A = R - [1, 2) = (-\infty, 1) \cup [2, +\infty)$

$B' = R - B = R - (-1, +\infty) = (-\infty, -1]$



متمم و اعمال بر روی مجموعه‌ها: اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی مرجع U باشند، آنگاه با استفاده از نمودار ون و هاشور زدن مجموعه‌های مورد نظر، می‌توان درستی قوانین زیر را بررسی کرد:

- (۱) $(A \cap B)' = A' \cup B'$ (۲) $(A \cup B)' = A' \cap B'$
 (۳) $A - B = A \cap B'$ (۴) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

۲۰ سوال

صفحه‌های ۸ تا ۱۰ و ۱۲ ریاضی ۱

تیپ ۶

متمم یک مجموعه

- ۱-۴۱ اگر Z را به‌عنوان مجموعه‌ی مرجع در نظر بگیریم، آنگاه N' کدام مجموعه‌ی زیر است؟
 (۱) مجموعه‌ی اعداد حسابی (۲) مجموعه‌ی اعداد صحیح نامنفی (۳) مجموعه‌ی اعداد صحیح نامثبت (۴) مجموعه‌ی اعداد صحیح مثبت
- ۲-۴۲ اگر Z مجموعه‌ی مرجع باشد، آنگاه مجموعه‌ی W' کدام است؟
 (۱) N (۲) $\{-k \mid k \in N\}$ (۳) $Z - N$ (۴) $R - W$
- ۳-۴۳ اگر R مجموعه‌ی مرجع باشد، کدام گزینه نادرست است؟
 (۱) $-2/1 \in N'$ (۲) $2\sqrt{5} \in (R - Q')$ (۳) $-0/1 \in Q$ (۴) $\sqrt{2} \in Z'$
- ۴-۴۴ اگر N مجموعه‌ی مرجع باشد، متمم مجموعه‌ی $A = \{x \in N : x^2 < 100\}$ کدام است؟ (ریاضی ۱- صفحه ۸- مرتبط با فعالیت) و (آزمون کانون- ۲۳ مهر ۹۵)
 (۱) $\{100, +\infty\}$ (۲) $\{1, 12, 13, 14, \dots\}$ (۳) $\{x \in N \mid x > 11\}$ (۴) $\{x \in N \mid x > 9\}$
- ۵-۴۵ اگر $B = \{x \in R \mid x \leq -1\}$ ، $A = \{x \in R \mid x > 1\}$ باشد، آنگاه $A' \cap B'$ کدام است؟ (ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶) و (آزمون کانون- ۲۱ آبان ۹۵)
 (۱) $[-1, 1)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(-1, 1]$ (۴) $[-1, 1]$

- ۴۶- اگر مجموعه مرجع، مجموعه اعداد صحیح، $A' = \{5, 6, 7, 8\}$ و $B' = \{7, 8, 9, 10\}$ باشد، آنگاه مجموعه $(A \cup B)'$ چند عضوی است؟
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶)
- (۱) ۲ عضوی (۲) ۵ عضوی (۳) ۷ عضوی (۴) ۸ عضوی
- ۴۷- اگر مجموعه مرجع، مجموعه اعداد طبیعی و $A = \{n \in \mathbb{N} | n > 7\}$ و $B = \{5, 6, 8\}$ ، آنگاه مجموعه $A' \cup B$ ، یک مجموعه ی است.
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶)
- (۱) ۶ عضوی (۲) ۷ عضوی (۳) ۸ عضوی (۴) ۹ عضوی
- ۴۸- اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، $A = \{4, 5, 6\}$ و $B' = \{1, 2, 3, 4\}$ ، آنگاه مجموعه $A - B$ چند عضو دارد؟
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مشابه ۶)
- (۱) ۱ عضو (۲) ۲ عضو (۳) ۳ عضو (۴) ۴ عضو
- ۴۹- اگر A و B زیرمجموعه های مجموعه مرجع U باشد بطوریکه $U = \{2, 4, 6, \dots, 98, 100\}$ ، $A, U = \{2, 4, 6, \dots, 98, 100\}$ مجموعه اعداد بخش پذیر بر ۶ و B مجموعه اعداد مربع کامل، آنگاه $A - B'$ چند عضو دارد؟
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶) و (آزمون کانون - ۱۹ آبان ۹۶)
- (۱) ۱۲ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۱
- ۵۰- اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم و $A \subset U$ ، آنگاه A را کدام مجموعه زیر در نظر بگیریم تا تعداد عضوهای مجموعه A' بیشتر باشد؟
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۱)
- (۱) اعداد فرد (۲) مقسوم علیه های عدد ۳ (۳) اعداد اول (۴) مربع کامل
- ۵۱- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} | -1 < 2 - x \leq 5\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} | \frac{2x+3}{x} \in \mathbb{W}\}$ ، آنگاه مجموعه $A \cap B'$ شامل چند عدد طبیعی است؟
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶)
- (۱) سه (۲) دو (۳) یک (۴) هیچ
- ۵۲- اگر N مجموعه مرجع و $A \subset N$ باشد، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟
(ریاضی ۱- صفحه ۱۲- مرتبط با تمرین ۲)
- (۱) اگر A نامتناهی باشد، آنگاه A' نامتناهی است. (۲) اگر A نامتناهی باشد، آنگاه A' متناهی است.
(۳) اگر A متناهی باشد، آنگاه A' متناهی است. (۴) اگر A متناهی باشد، آنگاه A' نامتناهی است.
- ۵۳- مجموعه U ، مجموعه مرجع و $A \subset U$ ، کدام مجموعه با A برابر است؟
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۴)
- (۱) $A' \cup \emptyset'$ (۲) $(A \cup U') \cup U$ (۳) $(A \cap \emptyset) \cup A'$ (۴) $(A' \cap \emptyset) \cup A$
- ۵۴- مجموعه های A و B در مجموعه مرجع U داده شده اند. اگر $A \subset B$ باشد، آنگاه:
(ریاضی ۱- صفحه ۱۲- کار در کلاس- مشابه ۳)
- (۱) $A = B$ (۲) $A \in B$ (۳) $A' \subset B'$ (۴) $B' \subset A'$
- ۵۵- اگر $A \subset B$ و U مجموعه مرجع آن ها باشد، کدام گزینه صحیح است؟
(ریاضی ۱- صفحه ۱۲- کار در کلاس- مرتبط با ۳)
- (۱) $A' \cup B' = U$ (۲) $A \cup B = U$ (۳) $A' \cup B = U$ (۴) $A \cap B = B$
- ۵۶- متمم مجموعه $A \cup (B - A)$ کدام است؟
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶) و (آزمون کانون - ۲۱ مهر ۹۶)
- (۱) $A' \cup B'$ (۲) $A' - B$ (۳) $B' - A'$ (۴) $A' - B'$
- ۵۷- اگر $A \cup B = U$ باشد، کدام گزاره همواره صحیح است؟
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶) و (آزمون کانون - ۵ آبان ۹۶)
- (۱) $A \cap B' = \emptyset$ (۲) $A - B = B - A$ (۳) $A' = B - A$ (۴) $A' \cup B' = U$
- ۵۸- اگر مجموعه مرجع، مجموعه اعداد طبیعی و $A = \{ \text{شمارنده های اول عدد } 20 \}$ و $B = \{2k - 1 | k \in A\}$ باشد، آنگاه تعداد اعضای مجموعه $A - (A \cap B')$ کدام است؟
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶) و (آزمون کانون - ۱۷ شهریور ۹۶)
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۳
- ۵۹- اگر $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ مجموعه مرجع، $A = \{1, 3, 5\}$ و $B = \{2, 3, 4, 5\}$ باشد، کدام عدد متعلق به مجموعه $(A - B)' \cap (A \cup B)$ نیست؟
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶)
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸
- ۶۰- اگر $A \cap B = \{a, b, c, d\}$ و $A \cap C = \{b, c, e, f\}$ ، آنگاه $A - (B - C)$ کدام است؟
(ریاضی ۱- صفحه ۹- کار در کلاس- مرتبط با ۶)
- (۱) $\{a, c, e, f\}$ (۲) $\{a, d\}$ (۳) $\{e, f\}$ (۴) $\{b, d\}$

۲. متمم یک مجموعه

تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه

صفحه‌های ۱۳ تا ۱۴ ریاضی ۱

تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه

❖ دو مجموعه‌ی جدا از هم ◀ اگر اشتراک دو مجموعه تهی باشد، آنگاه دو مجموعه را جدا از هم یا مجزا می‌نامند.

بنابراین اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، آنگاه $A \cap B = \emptyset$.

■ مثال: دو مجموعه‌ی $A = \{7, 8\}$ و $B = \{3, 4\}$ جدا از هم هستند، زیرا عضو مشترکی ندارند.

■ مثال: مجموعه‌ی اعداد گویا و مجموعه‌ی اعداد گنگ جدا از هم هستند.

🔗 نکته الف- اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، آنگاه با استفاده از نمودار ون می‌توان درستی روابط زیر را بررسی کرد:

(۱) $A - B = A$ (۲) $B - A = B$

(۳) $A \subset B'$ (۴) $B \subset A'$

ب- دو مجموعه‌ی $A - B$ و $B - A$ همواره جدا از هم‌اند. در نتیجه $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$.

❖ تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه ◀ فرض کنید A و B دو زیرمجموعه‌ی دلخواه متناهی از مجموعه‌ی مرجع متناهی U هستند. اگر $n(A)$ و

$n(B)$ به ترتیب تعداد اعضای مجموعه‌های A و B باشند، آنگاه تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه را با $n(A \cup B)$ نمایش می‌دهیم و خواهیم

داشت:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

در این فرمول، $n(A \cap B)$ تعداد اعضای اشتراک دو مجموعه است.

■ مثال: اگر $n(A) = 10$ ، $n(B) = 7$ و $n(A \cup B) = 13$ باشند، $n(A \cap B)$ را بیابید.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 13 = 10 + 7 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 4$

◀ حل:

■ مثال: در یک کلاس ۳۰ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۰ نفر والیبال بازی می‌کنند و ۵ نفر، هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند. چند نفر در این کلاس، فوتبال یا والیبال بازی می‌کنند؟

◀ حل: اگر مجموعه‌ی A را دانش‌آموزان فوتبالیست و مجموعه‌ی B را دانش‌آموزان والیبالیست در نظر بگیریم، آنگاه:

نفر $n(A \cup B) = 15 + 10 - 5 = 20 \Rightarrow n(A \cap B) = 5$ و $n(B) = 10$ و $n(A) = 15$

🔗 تذکر: برای دو مجموعه‌ی جدا از هم A و B ، داریم: $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

■ مثال: اگر $A = \{6, 7\}$ و $B = \{2, 3, 4\}$ آنگاه $A \cup B$ و تعداد اعضای آن را بیابید.

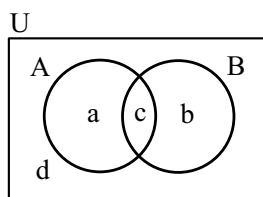
◀ حل: A و B جدا از هم‌اند، پس:

$A \cup B = \{6, 7\} \cup \{2, 3, 4\} = \{2, 3, 4, 6, 7\}$

پس $n(A \cup B) = 5$. توجه کنید که $n(A) = 2$ و $n(B) = 3$.

تعیین تعداد عضوهای یک مجموعه با استفاده از نمودار ون: در مسائل این بخش، با استفاده از نمودار ون و کامل کردن آن، می‌توان مجهول خواسته

شده را یافت. تعداد اعضای مجموعه‌های این نمودار با چهار عدد ثابت a ، b ، c و d کامل می‌شود که در آن:



$c = n(A \cap B)$ = تعداد تمامی عضوهایی که در هر دو مجموعه‌ی A و B هستند.

$a + c = n(A)$ = تعداد عضوهای مجموعه‌ی A

$b + c = n(B)$ = تعداد عضوهای مجموعه‌ی B

$a + c + b = n(A \cup B)$ = تعداد تمامی عضوهایی که در مجموعه‌ی A یا B هستند.

$a = n(A - B)$ = تعداد عضوهایی که فقط در مجموعه‌ی A هستند.

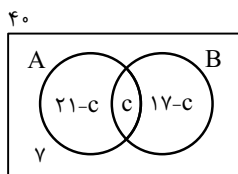
$b = n(B - A)$ = تعداد عضوهایی که فقط در مجموعه‌ی B هستند.

$d = n(A' \cap B')$ = تعداد تمامی عضوهایی که شامل مجموعه‌ی A یا B نیستند.

🔗 نکته ب- برای رسم نمودار ون از c (اشتراک دو مجموعه) شروع می‌کنیم. (اگر c معلوم باشد، آن را قرار می‌دهیم و اگر مجهول باشد، برحسب

مجهول c قرار می‌دهیم)، سپس مقادیر a و b و در انتها d را یافته و نمودار را کامل کرده و مجهول خواسته شده را می‌یابیم.

■ مثال: در یک کلاس ۴۰ نفری، ۱۷ نفر عضو گروه سرود، ۲۱ نفر عضو گروه تئاتر و ۷ نفر عضو هیچ گروهی نیستند. چند نفر از دانش‌آموزان این کلاس، عضو هر دو گروه هستند؟



◀ حل: نمودار ون را رسم می‌کنیم (شکل روبه‌رو). تعداد دانش‌آموزانی که عضو هر دو گروه هستند را c در نظر می‌گیریم که مجهول است، پس مسأله را با c ادامه می‌دهیم؛ بنابراین نمودار به صورت مقابل است.

$40 = (21 - c) + c + (17 - c) + 7$

$\Rightarrow 40 = 45 - c \Rightarrow c = 5$

پس ۵ نفر عضو هر دو گروه هستند. تعداد نفراتی که فقط عضو گروه سرود هستند $17 - 5 = 12$ نفرند.

نکته ۴۴ در حل مسائل مربوط به معادله‌های مجموعه‌ای، به تبدیل کلمات کلیدی زیر توجه کنید:

(الف) A و B معادل $A \cap B$ است. (ب) A یا B معادل $A \cup B$ است. (پ) «حداقل A یا B » معادل $A \cup B$ است.
(ت) فقط A معادل $A - B$ است. (ث) فقط A یا فقط B معادل $(A - B) \cup (B - A)$ است. (ه) «به جز A » معادل A' است.

■ مثال: یک روستا ۴۰۰ کشاورز دارد که ۳۰۰ نفر از آنها گندم یا جو می‌کارند. در صورتی که ۲۱۰ نفر گندم و ۱۴۰ نفر جو بکارند، آنگاه:
الف) چند نفر هم گندم می‌کارند و هم جو؟
ب) چند نفر فقط گندم می‌کارند؟
پ) چند نفر جو نمی‌کارند؟

راه حل اول: استفاده‌ی مستقیم از فرمول اجتماع:

الف) در این سؤال $n(U) = 400$ (مجموعه‌ی کشاورزان روستاست) و A مجموعه‌ی کشاورزانی که گندم می‌کارند، پس $n(A) = 210$ و B مجموعه‌ی کشاورزانی که جو می‌کارند پس $n(B) = 140$ ، لذا طبق فرمول اجتماع داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 300 = 210 + 140 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 50$$

ب) تعداد کشاورزانی که فقط گندم می‌کارند، برابر است با:

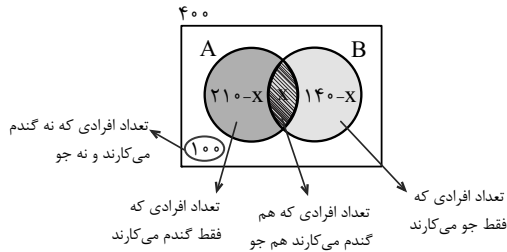
تعداد کشاورزانی که هم گندم می‌کارند و هم جو - تعداد کشاورزانی که گندم می‌کارند = تعداد کشاورزانی که فقط گندم می‌کارند

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 210 - 50 = 160$$

$$n(B') = n(U) - n(B) = 400 - 140 = 260$$

پ) تعداد کشاورزانی که جو نمی‌کارند، برابر است با:

راه حل دوم: استفاده از نمودار ون: چون $n(A \cap B)$ مجهول است، با فرض $n(A \cap B) = x$ ، نمودار ون را کامل می‌کنیم.
الف)



$$n(A \cup B) = 300$$

$$\Rightarrow 300 = (210 - x) + x + (140 - x) \Rightarrow x = 50$$

ب) باید $210 - x$ را بیابیم، پس:

$$\xrightarrow{x=50} 210 - 50 = 160 = \text{تعداد افرادی که فقط گندم می‌کارند.}$$

پ) تعداد افرادی که جو نمی‌کارند برابر است با:

$$400 - 140 = 260$$

۲۰
سؤال

دو مجموعه‌ی جدا از هم (مجزا) تیپ ۷ صفحه‌ی ۱۰ ریاضی ۱

۱) ۶۱- اگر $E - F = E$ باشد، چه رابطه‌ای بین دو مجموعه‌ی ناتهی E و F ، همواره برقرار است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۰- فعالیت- مرتبط با نتیجه ۱) و (آزمون کانون- ۲۲- آذر ۹۲)

(۴) E و F دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند

(۳) $E = F$

(۲) $F \subset E$

(۱) $E \subset F$

۲) ۶۲- اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم در مجموعه‌ی مرجع U باشند، مجموعه‌ی $[(A - B) \cup (B - A)]'$ برابر کدام مجموعه است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۰- فعالیت- مرتبط با ۱) و (آزمون کانون- ۷- آبان ۹۵)

(۴) $A' \cap B'$

(۳) $A' \cap B$

(۲) $A' \cup B'$

(۱) $A \cup B$

۳) ۶۳- اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟ (U مجموعه‌ی مرجع است.)

(ریاضی ۱- صفحه ۱۰- فعالیت- مرتبط با ۱) و (آزمون کانون- ۵- آبان ۹۶)

(۴) $(A \cup B)' = \emptyset$

(۳) $A - B = \emptyset$

(۲) $A \cup B = U$

(۱) $(A \cap B)' = U$

تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه تیپ ۸ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ ریاضی ۱

۴) ۶۴- اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم و U مجموعه‌ی مرجع باشد، در صورتی که $n(A) = 4$ و $n(B) = 9$ ، آنگاه $n(A \cup B)$ کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۰- فعالیت- مرتبط با ۲)

(۴) ۹

(۳) ۲۶

(۲) ۵

(۱) ۱۳

۵) ۶۵- اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی مرجع U ، $n(A) = 14$ ، $n(A \cup B) = 25$ و $A \cap B \neq \emptyset$ باشند، تعداد اعضای مجموعه‌ی $A \cap B$ حداکثر چقدر است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۳)

(۴) ۱۴

(۳) ۱۳

(۲) ۱۲

(۱) ۱۱

۶) ۶۶- اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی مرجع U ، $n(A) = 14$ ، $n(A') = 10$ و $n(B') = 8$ باشند، آنگاه $n(B)$ کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۴)

(۴) ۷

(۳) ۹

(۲) ۸

(۱) ۱۶

۷) ۶۷- مجموعه‌ی A ، ۱۰ عضوی و مجموعه‌ی B ، ۵ عضوی است. اگر مجموعه‌ی $A - (A \cap B)$ ، ۷ عضوی باشد، مجموعه‌ی $A \cup B$ چند عضو دارد؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۴) و (آزمون کانون- ۹- آبان ۹۳)

(۴) ۱۵

(۳) ۱۳

(۲) ۱۲

(۱) ۷

۸) ۶۸- اگر A و B ، دو مجموعه و $n(A - B) = 12$ و $n(B - A) = 14$ و $n(A \cup B) = 31$ باشند، آنگاه $n(A)$ کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۴)

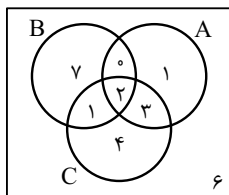
(۴) ۲۳

(۳) ۲۱

(۲) ۱۹

(۱) ۱۷

- ۹-۶۹ اگر $n(A) = 18$ و $n(A \cap B) = 15$ باشد، مقدار $n(A \cap B')$ کدام است؟ (A و B زیرمجموعه‌ای از U هستند.)
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مشابه تمرین ۴)
- ۱۰-۷۰ اگر مجموعه‌ی A، $2m$ عضو و مجموعه‌ی B، n عضو و مجموعه‌ی $A \cap B$ ، $\frac{m+n}{2}$ عضو داشته باشد، مجموعه‌ی $(A-B) \cup (B-A)$ چند عضو خواهد داشت؟
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۴) و (آزمون کانون- ۸ بهمن ۹۵)
- ۱۱-۷۱ اجتماع دو مجموعه‌ی A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه‌های (A-B) و (B-A) به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند. اگر از هر یک از مجموعه‌های A و B، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه‌ی اشتراک آنها ۴ عضو کم می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه‌ی جدید کدام است؟
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۴) و (سراسری انسانی- ۹۴)
- ۱۲-۷۲ مجموعه‌ی A دارای ۳۶ عضو و مجموعه‌ی B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آنها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه‌ی A حذف شود، از اشتراک آنها ۹ عضو حذف می‌شود، تعداد عضوهای اجتماع مجموعه‌ی جدید با مجموعه‌ی B، کدام است؟
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۴) و (سراسری انسانی خارج از کشور- ۹۴)
- ۱۳-۷۳ در یک کلاس درس، ۱۹ نفر به تاریخ و ۱۴ نفر به جغرافی علاقه‌مندند و ۶ نفر به هر دو درس و ۵ نفر به هیچ‌کدام از این دو درس علاقه‌ای ندارند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۵)
- ۱۴-۷۴ در یک کلاس ۲۰ نفری، ۷- x نفر فقط در درس ریاضی و $\frac{2}{3}x$ نفر فقط در درس علوم نمره‌ی بالای ۱۵ گرفته‌اند. اگر تعداد کسانی که در هر دو درس نمره‌ی بالای ۱۵ گرفته‌اند یا در هیچ‌کدام نمره‌ی بالای ۱۵ نگرفته‌اند، برابر با ۱۲ باشد، تعداد کل افراد کلاس کدام است؟
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۶) و (آزمون کانون- ۶ مرداد ۹۶)
- ۱۵-۷۵ در یک کلاس ۴۰ نفری، ۱۸ نفر در فوق برنامه‌ی هنری و ۲۱ نفر در فوق برنامه‌ی علمی شرکت کرده‌اند. اگر ۹ نفر آنها در این دو برنامه شرکت نکرده باشند، چند نفر آنان در هر دو برنامه شرکت کرده‌اند؟
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۲- کار در کلاس- مشابه ۲) و (سراسری انسانی- ۹۵)
- ۱۶-۷۶ در یک کلاس ۳۰ نفری، اگر ۹ نفر در برنامه‌های پژوهشی و ۴ نفر هم در هر دو نوع برنامه‌ی پژوهشی و پرورشی شرکت کرده باشند و ۷ نفر در هیچ‌کدام از برنامه‌ها شرکت نکرده باشند، چند نفر فقط در برنامه‌های پرورشی شرکت کرده‌اند؟
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۶) و (آزمون کانون- ۲۱ مهر ۹۶)
- ۱۷-۷۷ در یک مهمانی ۲۵ نفر شرکت کرده‌اند. اگر ۱۴ نفر چای و ۱۷ نفر قهوه نوشیده باشند و ۶ نفر نه چای و نه قهوه نوشیده باشند، چند نفر حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند؟
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۶) و (آزمون کانون- ۲۴ شهریور ۹۶)
- ۱۸-۷۸ در یک کلاس ۴۰ نفری، ۱۳ نفر فوتبال و ۱۷ نفر والیبال بازی می‌کنند. اگر ۱۳ نفر نه فوتبال بازی کنند و نه والیبال، چند نفر حداقل یکی از دو رشته را بازی می‌کنند؟
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۶)
- ۱۹-۷۹ در یک نظرسنجی از ۱۲۰ نفر در شهر تهران، مشخص شد که ۷۲ نفر در یک هفته‌ی گذشته از مترو و ۴۹ نفر از اتوبوس استفاده کرده‌اند. همچنین ۲۴ نفر از آنها اعلام کرده‌اند که در این مدت از هر دو وسیله‌ی نقلیه استفاده کرده‌اند. چند نفر دقیقاً از یکی از دو وسیله استفاده کرده‌اند؟
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۶)
- ۲۰-۸۰ یک باشگاه ورزشی دارای سه وسیله‌ی A (دارت)، B (تنیس روی میز) و C (بیلیارد) است. نمودار زیر، تعداد اعضای این باشگاه را نمایش می‌دهد. چند نفر در این باشگاه از تنیس روی میز یا بیلیارد استفاده می‌کنند؟
 (ریاضی ۱- صفحه ۱۳- مرتبط با تمرین ۴)



- ۱۴ (۱)
 ۱۷ (۲)
 ۱۵ (۳)
 ۱۲ (۴)

۳. الگو و دنباله

الگو (الگوهای خطی و الگوهای غیرخطی)

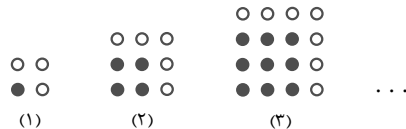
صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ ریاضی ۱

الگو (الگوهای خطی و الگوهای غیرخطی)

یافتن یک مدل یا الگوی ریاضی برای پدیده‌ها، طرح‌های هندسی یا آزمایش‌های متوالی، نیاز به سازماندهی و تنظیم اطلاعات دارد. استفاده از جدول در پیدا کردن یک مدل ریاضی کمک می‌نماید. در این سازماندهی، شکل‌ها را با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ... و n ... مقدار آنها را با $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ و نمایش می‌دهیم. a_n را جمله n ام یا جمله عمومی الگو می‌نامیم و با در اختیار بودن آن می‌توانیم کلیه جملات الگو را بیابیم. برای یافتن یک مدل ریاضی، رابطه‌ای بین شماره‌ی هر مرحله (اندیس جمله) و مقدار آن (مقدار جمله) می‌یابیم که این رابطه در تمامی مراحل (شکل‌ها) ثابت است.

مثال: در شکل زیر، اگر a_n الگوی تعداد دایره‌های رنگی و b_n الگوی تعداد دایره‌های غیر رنگی باشد، جدول را کامل کنید و سپس a_n و b_n را پیدا کنید. چند دایره‌ی غیر رنگی در مرحله‌ی دهم داریم؟ آیا در مرحله‌ی تعداد دایره‌های رنگی ۸۸ خواهد بود؟

حل:



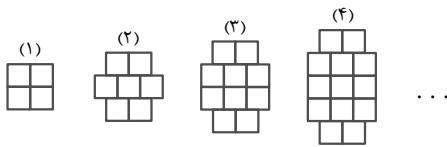
| شماره‌ی شکل | ۱ | ۲ | ۳ | ... | n |
|-------------|----------|----------|----------|-----|----------|
| الگوی a_n | $۱^۲$ | $۲^۲$ | $۳^۲$ | ... | $n^۲$ |
| الگوی b_n | $۲(۱)+۱$ | $۲(۲)+۱$ | $۲(۳)+۱$ | | $۲(n)+۱$ |

بنابراین $b_n = 2n + 1$ و $a_n = n^2$. تعداد دایره‌های غیر رنگی در مرحله‌ی دهم برابر $b_{10} = 2 \times 10 + 1 = 21$ و تعداد دایره‌های رنگی برابر ۸۸ باشد وجود ندارد، زیرا مربع هیچ عدد طبیعی برابر ۸۸ نخواهد بود یعنی معادله $a_n = n^2 = ۸۸$ جواب طبیعی ندارد.

الگوهای خطی اگر جمله عمومی یک الگو به صورت $t_n = an + b$ باشد (a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت)، آن الگو را خطی می‌نامیم. یک الگوی خطی، نقاطی به مختصات (n, t_n) بر روی خط $y = ax + b$ هستند که در آن n عددی طبیعی است. در این حالت، میزان تغییر جملات، به ازای تغییرات n ، شیب خط، یعنی عدد a است.

نتیجه: وقتی یک الگو خطی است که میزان تغییر جملات متوالی، مقدار ثابتی باشد این مقدار ثابت برابر با ضریب n ، یعنی عدد a (شیب خط) است.

مثال: آیا اعداد $۲, ۷, ۱۲, ۱۷, \dots$ یک الگوی خطی را نمایش می‌دهند؟
حل: اختلاف هر دو جمله متوالی، مقدار ثابت ۵ است، پس الگوی داده شده خطی است.
 $۷ - ۲ = ۱۲ - ۷ = ۱۷ - ۱۲ = ۵$



مثال: مطابق الگوی زیر، چند مربع کوچک در مرحله‌ی دهم خواهیم داشت؟

حل: ابتدا داده‌ها را سازماندهی می‌کنیم.

| مرحله | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ... |
|----------------------------------|---|---|----|----|-----|
| مقدار جمله (تعداد مربع‌های کوچک) | ۴ | ۷ | ۱۰ | ۱۳ | ... |
| اختلاف جملات | | ۳ | ۳ | ۳ | |

اختلاف جملات متوالی، مقدار ثابت ۳ است، الگو خطی است، شیب خط $a = ۳$ و جمله اول ۴ است، پس $b = ۱$ و جمله عمومی به صورت $t_n = 3n + 1$ است. در مرحله‌ی دهم $t_{10} = 3 \times 10 + 1 = ۳۱$ مربع داریم.

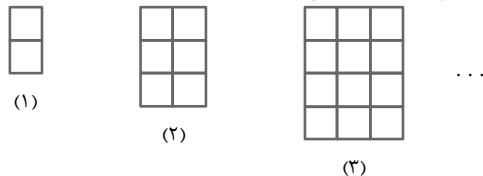
مثال: اگر جملات چهارم و نهم یک الگوی خطی به ترتیب ۱۴ و ۲۹ باشند، جمله عمومی این الگو را بیابید.

حل: جمله عمومی الگوی خطی را $t_n = an + b$ فرض می‌کنیم، بنابراین طبق فرض داریم:

$$t_4 = 14 \Rightarrow \begin{cases} 14 = 4a + b \\ 29 = 9a + b \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} 29 - 14 = 5a \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{a=3} 14 = 4 \times 3 + b \Rightarrow b = 2 \Rightarrow t_n = 3n + 2$$

الگوهای غیر خطی هرگاه در یک الگو، اختلاف هر دو جمله متوالی مقدار ثابتی نباشد، الگو، غیر خطی است. به مثال‌های زیر توجه کنید.

مثال: در شکل زیر، تعداد مربع‌های کوچک، از الگوی منظمی پیروی می‌کند. فرمولی برای تعداد مربع‌های کوچک در هر مرحله بیابید.

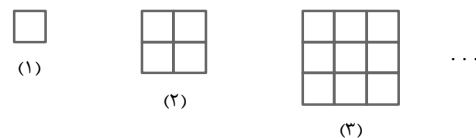


حل: با کمی دقت می‌بینیم که مقدار هر جمله (تعداد مربع‌های کوچک)، مربع شماره‌ی همان جمله به اضافه‌ی شماره‌ی همان جمله است، به جدول زیر توجه کنید:

| مرحله | ۱ | ۲ | ۳ | ... | n |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----|-----------|
| مقدار جمله | $۱^۲ + ۱$ | $۲^۲ + ۲$ | $۳^۲ + ۳$ | ... | $n^۲ + n$ |

بنابراین $a_n = n^2 + n$. این الگو را یک الگوی درجه‌ی دوم می‌نامیم.

مثال: در شکل زیر، تعداد مربع‌های کوچک در هر مرحله، از الگوی منظمی پیروی می‌کند. فرمولی برای تعداد مربع‌های کوچک در هر مرحله بیابید.



حل: با کمی دقت می‌بینیم که مقدار هر جمله (تعداد مربع‌های کوچک)، مربع شماره‌ی همان جمله است، به جدول زیر توجه کنید:

| مرحله | ۱ | ۲ | ۳ | ... | n |
|----------------------------------|-------|-------|-------|-----|-------|
| مقدار جمله (تعداد مربع‌های کوچک) | $۱^۲$ | $۲^۲$ | $۳^۲$ | ... | $n^۲$ |

بنابراین $a_n = n^2$. این الگو را الگوی مربعی می‌نامیم.

مثال: برای الگوی زیر، یک مدل ریاضی ارائه دهید. شکل هفتم از چند دایره تشکیل شده است؟
 حل: جملات این الگو را به صورت زیر تنظیم می‌کنیم.



| | | | | | | |
|----------------|---|-----|-------|---------|-----|-------------|
| مرحله | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ... | n |
| تعداد دایره‌ها | ۱ | ۱+۲ | ۱+۲+۳ | ۱+۲+۳+۴ | ... | ۱+۲+۳+...+n |

$\Rightarrow a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ (الگوی مثلثی)

بنابراین:

پس در شکل هفتم $a_7 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$ ، بنابراین $a_7 = 28$.

نتیجه: هر الگویی که هر جمله‌ی آن، مساوی مجموع اعداد طبیعی، از ۱ تا شماره‌ی همان جمله باشد را یک الگوی مثلثی می‌نامیم و جمله‌ی عمومی آن را به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

جملات الگوی مثلثی به صورت زیر هستند:

۱، ۳، ۶، ۱۰، ۱۵، ۲۱، ۲۸، ...

سؤال ۲۰

صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷ ریاضی ۱

تیپ ۹

الگوهای خطی

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۶- مرتبط با پاراکراف ۲)

۱) کدام یک از الگوهای زیر خطی است؟

- (۱) $1, -2, 1, -2, \dots$ (۲) $7, 11, 17, 25, \dots$ (۳) $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \dots$ (۴) $2, 4, 8, 16, \dots$

۲) در یک الگوی خطی جمله‌ی سوم برابر با ۷ و جمله‌ی هفتم برابر با ۱۵ است. جمله‌ی عمومی این الگو کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۶- مشابه مثال) و (آزمون کانون- ۱۹ آذر ۹۵)

- (۱) $t_n = n + 8$ (۲) $t_n = 3n - 2$ (۳) $t_n = n + 4$ (۴) $t_n = 2n + 1$

۳) در یک الگوی خطی با جملات متمایز، حاصل کدام عبارت برابر جمله‌ی سیزدهم نیست؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۶- مرتبط با مثال) و (آزمون کانون- ۷ آبان ۹۵)

- (۱) $5a_5 - 4a_3$ (۲) $\frac{a_8 + a_{18}}{2}$ (۳) $\frac{5a_{20} - a_{24}}{4}$ (۴) $\frac{5a_8 + a_{28}}{6}$

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۵- فعالیت- مشابه ۱)

۴) در شکل مقابل، تعداد قطعه‌ها در طرح دهم برابر است با:

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۷ (۳) ۴۱ (۴) ۴۷
-

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۷- کار در کلاس- مشابه ۱)

۵) برای ساختن حرف X الگوی زیر را داریم. با توجه به این الگو، دهمین شکل، دارای چند مربع است؟

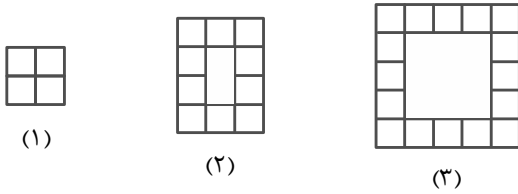
- (۱) ۳۹ (۲) ۴۰ (۳) ۴۱ (۴) ۴۲
-

۶) شکل زیر، چوب‌کبریت‌های استفاده شده در هر مرحله‌ی طرح را نمایش می‌دهد. در کدام مرحله‌ی طرح، تعداد چوب‌کبریت‌های استفاده شده ۲۴۵ خواهد بود؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۵- فعالیت- مشابه ۱)

- (۱) ۳۸ (۲) ۴۸ (۳) ۳۴ (۴) ۴۴
-

(ریاضی ۱ - صفحه‌های ۱۷ - کار در کلاس - مشابه ۱)



۸۷- (۷) با توجه به شکل زیر، در مرحله‌ی هفتم چند مربع کوچک خواهیم داشت؟

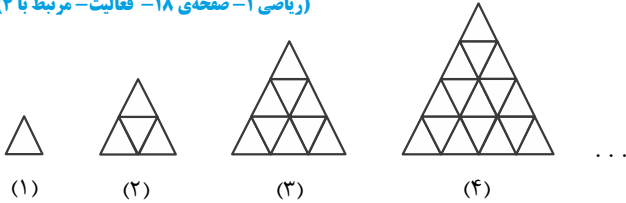
- (۱) ۴۰
(۲) ۳۶
(۳) ۶۴
(۴) ۵۰

صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰ ریاضی ۱

تیپ ۱۰

الگوهای غیرخطی

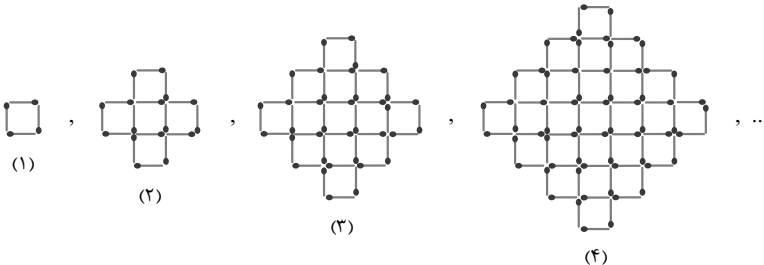
(ریاضی ۱ - صفحه‌های ۱۸ - فعالیت - مرتبط با ۴)



۸۸- (۸) مطابق شکل زیر، در طرح هفتم، چند مثلث کوچک داریم؟

- (۱) ۲۷
(۲) ۳۵
(۳) ۴۹
(۴) ۳۶

(ریاضی ۱ - صفحه‌های ۱۸ - فعالیت - مرتبط با ۴) و (آزمون کانون - ۱۸ فروردین ۹۶)



۸۹- (۹) با توجه به الگوی زیر، در کدام مرحله تعداد چوب‌کبریت‌ها برابر ۱۹۶ است؟

- (۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۱۴
(۴) ۱۶

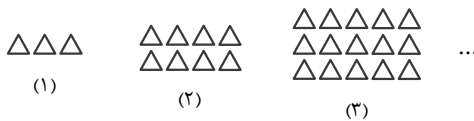
۹۰- (۱۰) درخت نسبت‌های خویشاوندی (شجره‌نامه) برای یک خانواده به صورت زیر است. مرحله‌ی دوازدهم چند نفرند؟

(ریاضی ۱ - صفحه‌های ۱۸ - فعالیت - مرتبط با ۴)



- (۱) ۱۰۲۴
(۲) ۵۷۶
(۳) ۴۰۹۶
(۴) ۵۱۲

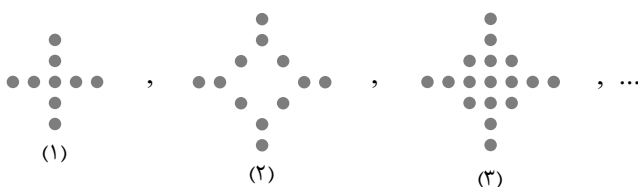
(ریاضی ۱ - صفحه‌های ۲۰ - مرتبط با تمرین ۲) و (آزمون کانون - ۱۷ آذر ۹۶)



۹۱- (۱۱) در الگوی زیر، شکل دهم از چند مثلث تشکیل شده است؟

- (۱) ۸۶
(۲) ۹۸
(۳) ۱۱۲
(۴) ۱۲۰

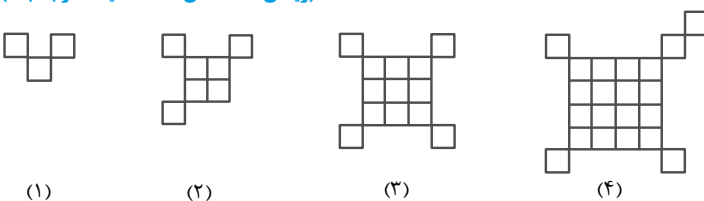
(ریاضی ۱ - صفحه‌های ۲۰ - مشابه تمرین ۲) و (آزمون کانون - ۳ آذر ۹۶)



۹۲- (۱۲) در چندمین شکل از الگوی غیرخطی زیر، تعداد دایره‌های سیاه برابر ۱۲۹ می‌شود؟

- (۱) ۷
(۲) ۱۱
(۳) ۱۹
(۴) ۱۰

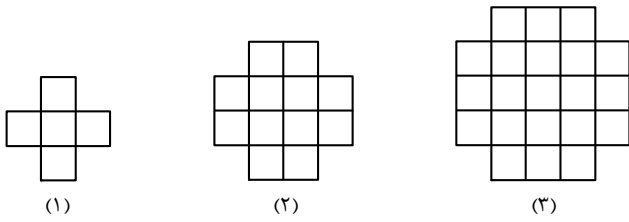
(ریاضی ۱ - صفحه‌های ۱۸ - فعالیت - مرتبط با ۳)



۹۳- (۱۳) در الگوی زیر، شکل شماره‌ی ۹ چند مربع کوچک دارد؟

- (۱) ۹۱
(۲) ۸۷
(۳) ۸۳
(۴) ۷۹

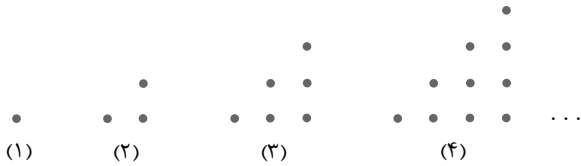
(ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۸ - فعالیت - مشابه ۴)



۱۴) ۹۴- در الگوی زیر، شکل ششم از چند مربع کوچک تشکیل شده است؟

- ۶۴ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۵۶ (۳)
- ۵۴ (۴)

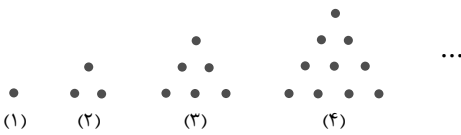
(ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۹ - کار در کلاس - مشابه ۴)



۱۵) ۹۵- در طرح زیر، تعداد نقطه‌ها در مرحله‌ی هشتم، چند تا است؟

- ۳۶ (۱)
- ۴۴ (۲)
- ۵۸ (۳)
- ۲۹ (۴)

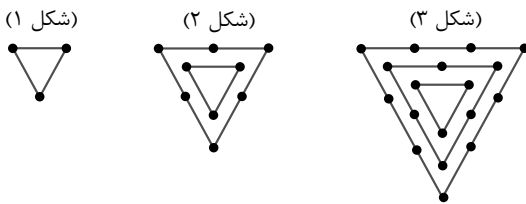
(ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۹ - کار در کلاس - مشابه ۴) و (سراسری انسانی خارج از کشور - ۸۶)



۱۶) ۹۶- در آرایه‌ی مثلثی مقابل، مجموع دایره‌ها در دو شکل یازدهم و دوازدهم کدام است؟

- ۱۲۱ (۱)
- ۱۴۴ (۲)
- ۱۴۵ (۳)
- ۱۴۸ (۴)

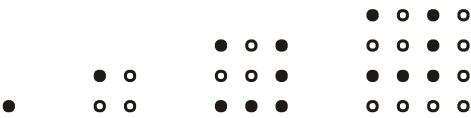
(ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۹ - کار در کلاس - مشابه ۴)



۱۷) ۹۷- با توجه به الگوی زیر، شکل ششم از چند نقطه‌ی توپر تشکیل شده است؟

- ۳۲ (۱)
- ۴۳ (۲)
- ۵۳ (۳)
- ۶۳ (۴)

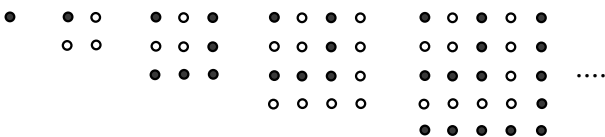
(ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۹ - کار در کلاس - مرتبط با ۴) و (سراسری انسانی - ۸۳)



۱۸) ۹۸- در الگوی شکل زیر، شکل دهم چند عضو سفید دارد؟

- ۵۵ (۱)
- ۷۲ (۲)
- ۶۵ (۳)
- ۵۶ (۴)

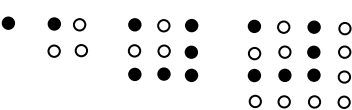
(ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۹ - کار در کلاس - مرتبط با ۴) و (سراسری انسانی خارج از کشور - ۸۸)



۱۹) ۹۹- در الگوی مقابل، تعداد صفرهای توخالی در شکل دوازدهم کدام است؟

- ۵۵ (۱)
- ۶۶ (۲)
- ۷۲ (۳)
- ۷۸ (۴)

(ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۹ - کار در کلاس - مرتبط با ۴) و (سراسری انسانی - ۸۶)



۲۰) ۱۰۰- در آرایه زیر، تفاضل تعداد صفرهای توپر در دو شکل دهم و یازدهم کدام است؟

- صفر (۱)
- ۱۷ (۲)
- ۱۹ (۳)
- ۲۱ (۴)

۳. الگو و دنباله

دنباله‌ها

صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰ ریاضی ۱

دنباله‌ها

هر تعداد عدد که پشت سر هم قرار می‌گیرند را یک دنباله می‌نامند. این اعداد، جملات دنباله نامیده می‌شوند. دنباله‌ها را به شکل زیر نمایش می‌دهند:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

که در آن a_1 جمله اول، a_2 جمله دوم و به همین ترتیب a_n ، جمله n ام یا جمله عمومی نامیده می‌شود.

[۱] معلوم بودن جمله عمومی: وقتی جمله عمومی معلوم است، می‌توان مقدار هر جمله، رابطه‌ای بین جملات، تعداد جملات منفی یا مثبت و ... دنباله را به دست آورد. توجه کنید که در تمامی این حالت‌ها، مقادیر n (شماره‌ی جملات) متعلق به اعداد طبیعی هستند.

■ مثال: اگر جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = n^2 - 5n$ باشد، چهار جمله اول دنباله را یافته و آنها را بنویسید.

$$a_1 = 1^2 - 5 \times 1 = -4, \quad a_2 = 2^2 - 5 \times 2 = -6, \quad a_3 = 3^2 - 5 \times 3 = -6, \quad a_4 = 4^2 - 5 \times 4 = -4$$

◀ حل:

بنابراین جملات دنباله به صورت $\dots, n^2 - 5n, \dots, -4, -6, -6, -4$ خواهند بود.

■ مثال: چند جمله از دنباله با جمله عمومی $a_n = (-1)^{n^2+1}(3n-19)$ ، مثبت است؟

◀ حل: باید تعدادی جمله‌هایی را بیابیم که $a_n > 0$ ، از آن جایی که $3n^2$ به ازای هر مقدار طبیعی n ، عددی زوج است، پس $3n^2 + 1$ همواره عددی فرد است، در نتیجه $(-1)^{3n^2+1} = -1$:

$$a_n = (-1)^{3n^2+1} > 0 \Rightarrow - (3n^2 - 19) > 0 \Rightarrow 3n^2 - 19 < 0 \Rightarrow n < \frac{19}{3}$$

بنابراین مجموعه مقادیر قابل قبول n ، برابر $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است و شش جمله مثبت است.

[۲] معلوم بودن جملات دنباله: با در اختیار داشتن جملات یک دنباله، در اغلب موارد می‌توانیم با یافتن رابطه‌ای بین هر دو جمله متوالی، جمله عمومی دنباله و جملات دیگر دنباله را بیابیم.

■ مثال: یک جمله عمومی برای دنباله‌ی $\dots, -25, -16, -9, -4, -1$ بیابید.

◀ حل: با کمی دقت می‌بینیم که جملات ردیف فرد همگی منفی و جملات ردیف زوج همگی مثبت‌اند و از نظر قدر مطلق، مقدار هر جمله برابر مربع شماره‌ی آن جمله است، پس جمله عمومی به صورت $a_n = (-1)^n n^2$ می‌تواند باشد.

[۳] دنباله‌های معروف: در جدول زیر معروفترین دنباله‌هایی که به آن‌ها در تست‌ها برخورد می‌کنیم، آورده شده است. در هر یک از آن‌ها a ، b و c اعداد حقیقی‌اند.

| نام دنباله | جمله عمومی | ویژگی جملات دنباله |
|---------------------|---------------------------------|---|
| دنباله‌ی ثابت | $t_n = c$ | اختلاف هر دو جمله متوالی، صفر است. |
| دنباله‌ی خطی | $t_n = an + b, a \neq 0$ | اختلاف هر دو جمله متوالی، مقداری ثابت و مخالف صفر است. |
| دنباله‌ی درجه‌ی دوم | $t_n = an^2 + bn + c, a \neq 0$ | اختلاف جملات متوالی، خود یک دنباله‌ی خطی تشکیل می‌دهند. در این حالت اختلاف هر دو جمله متوالی دنباله‌ی خطی برابر $2a$ است. |
| دنباله‌ی مربعی | $t_n = n^2$ | هر جمله‌ی آن، مربع شماره‌ی آن جمله است. |
| دنباله‌ی مثلثی | $t_n = \frac{n(n+1)}{2}$ | هر جمله‌ی آن، برابر مجموع اعداد طبیعی، از ۱ تا شماره‌ی همان جمله است. |

■ مثال: آیا دنباله‌ی $\dots, 20, 12, 6, 2, 0$ ، می‌تواند یک دنباله‌ی درجه‌ی دوم را نمایش دهد؟ جمله عمومی دنباله را بیابید.

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & , & 2 & , & 6 & , & 12 & , & 20 & , & \dots \\ & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ & & 2 & & 4 & & 6 & & 8 & & \dots \\ & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ & & 2 & & 2 & & 2 & & & & \end{array}$$

◀ حل: چون اختلاف جملات متوالی، خود یک دنباله‌ی خطی تشکیل می‌دهند، پس دنباله‌ی داده شده،

مربوط به یک دنباله‌ی درجه‌ی دوم است. جمله عمومی را $t_n = an^2 + bn + c$ در نظر می‌گیریم.

چون اختلاف جملات متوالی دنباله‌ی خطی ۲ است، پس $2a = 2$ در نتیجه $a = 1$. برای یافتن b و c

کافی است دو جمله از دنباله را در نظر بگیریم. $t_1 = 0$ و $t_2 = 2$ داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow 1 + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -1 \\ t_2 = 2 \Rightarrow 4 + 2b + c = 2 \Rightarrow 2b + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = -1 \\ 2b + c = -2 \end{cases}$$

با حل دستگاه $b = -1$ و $c = 0$ به دست می‌آید و در نتیجه جمله عمومی دنباله به صورت $t_n = n^2 - n$ است.

نکته: از دنباله‌ی مثلثی نتیجه می‌گیریم که، مجموع اعداد طبیعی متوالی از ۱ تا n برابر است با:

$$(۱) \quad ۱ + ۲ + ۳ + \dots + n = \frac{n(n+1)}{۲}$$

و با استفاده از آن خواهیم داشت:

$$(۲) \quad ۲ + ۴ + ۶ + \dots + 2n = n(n+1) \quad \text{مجموع اعداد طبیعی زوج متوالی از ۲ تا } 2n$$

$$(۳) \quad ۱ + ۳ + ۵ + \dots + (2n-1) = n^2 \quad \text{مجموع اعداد طبیعی فرد متوالی از ۱ تا } 2n-1$$

[۴] **دنباله‌های بازگشتی:** هر گاه در یک دنباله، بین دو جمله‌ی متوالی یا دو یا چند جمله‌ی قبل از آن رابطه‌ی معین‌ی برقرار باشد، دنباله را بازگشتی می‌نامیم.

■ **مثال:** در دنباله‌ی $\dots, ۱۳, ۸, ۳, ۲, ۱, ۱$ ، جملات هشتم و نهم را بیابید.

◀ **حل:** با کمی دقت می‌بینیم که از جمله‌ی سوم به بعد، هر جمله برابر مجموع دو جمله‌ی قبل از خود است، پس جمله‌ی هشتم $۲۱ = ۸ + ۱۳$ و جمله‌ی نهم $۳۴ = ۲۱ + ۱۳$ است.

■ **مثال:** در دنباله‌ی اعداد $a_1 = ۳, a_n = a_{n-1} - ۱, a_{n+1} = a_n$ ، جمله‌ی چهارم این دنباله را بیابید.

$$n=1 \Rightarrow a_{1+1} = a_1 - 1 \Rightarrow a_2 = a_1 - 1 = 3 - 1 = 2 \Rightarrow a_2 = 2$$

$$n=2 \Rightarrow a_{2+1} = a_2 - 1 \Rightarrow a_3 = a_2 - 1 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow a_3 = 1$$

$$n=3 \Rightarrow a_{3+1} = a_3 - 1 \Rightarrow a_4 = a_3 - 1 = 1 - 1 = 0 \Rightarrow a_4 = 0$$

۲۰
سؤال

صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰ ریاضی ۱

تیپ ۱۱

دنباله‌ها

① ۱۰۱- اگر جمله‌ی عمومی یک دنباله، به صورت $a_n = 2(-2)^{n+1}$ باشد، جمله‌ی چندم این دنباله برابر ۱۲۸ است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- کار در کلاس- مرتبط با ۲) و (آزمون کانون- ۹۳ آبان ۹۳)

چهارم (۱) پنجم (۲) هفتم (۳) هشتم (۴)

② ۱۰۲- چند جمله از دنباله با جمله‌ی عمومی $a_n = 3n - 13$ ، منفی است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- کار در کلاس- مشابه ۲) و (آزمون کانون- ۲۵ آبان ۹۳)

سه جمله (۱) چهار جمله (۲) دو جمله (۳) بی‌شمار (۴)

③ ۱۰۳- در دنباله با جمله‌ی عمومی $a_n = \frac{n}{81} + (-\frac{1}{3})^n$ ، چند جمله‌ی منفی وجود دارد؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- کار در کلاس- مرتبط با ۲)

دو جمله (۱) یک جمله (۲) هیچ (۳) بی‌شمار (۴)

④ ۱۰۴- جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = bn^2 + cn$ است. اگر جملات اول و دوم این دنباله به ترتیب برابر ۳ و ۸ باشند، جمله‌ی دهم آن کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- کار در کلاس- مرتبط با ۲) و (آزمون کانون- ۲۲ آذر ۹۲)

۴۰ (۱) ۸۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۶۰ (۴)

⑤ ۱۰۵- حاصلضرب شش جمله‌ی اول دنباله با جمله‌ی عمومی $a_n = (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$ کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- کار در کلاس- مرتبط با ۲)

$\frac{1}{7}$ (۱) $\frac{-1}{7}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{-1}{8}$ (۴)

⑥ ۱۰۶- در دنباله با جمله‌ی عمومی $a_n = (-1)^{n+1} \times n$ ، مجموع ۲۰۰ جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- کار در کلاس- مرتبط با ۳)

۱ (۱) -۱۰۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱ (۴)

⑦ ۱۰۷- اگر چند جمله‌ی اول یک دنباله به صورت $\dots, \frac{7}{8}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ باشد، جمله‌ی عمومی آن به کدام صورت می‌تواند باشد؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- کار در کلاس- مشابه ۳)

$a_n = \frac{2n-1}{2n}$ (۱) $a_n = \frac{2n+1}{n}$ (۲) $a_n = \frac{2n+1}{2n}$ (۳) $a_n = \frac{2n-1}{2n}$ (۴)

۸-۱۰۸ از بین گزینه‌های زیر، کدام جمله‌ی عمومی نمی‌تواند مربوط به جملات نوشته شده از دنباله‌ی داده شده باشد؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۹- کار در کلاس- مرتبط با ۳) و (آزمون کانون- ۱۰ آبان ۹۲)

$$\begin{aligned} (1) & \dots, \frac{2n}{n+1}, \dots, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, 1 \\ (2) & \dots, n, \dots, \frac{-1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \\ (3) & \dots, (-3)^n, \dots, 9, -27, -3 \\ (4) & \dots, n^2 - n^2, \dots, 0, 1 \end{aligned}$$

۹-۱۰۹ جمله‌ی هفتم از دنباله‌ی اعداد $\dots, \frac{4}{17}, \frac{3}{10}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}$ کدام است؟

(۱) $0/12$ (۲) $0/14$ (۳) $0/15$ (۴) $0/17$

۱۰-۱۱۰ در دنباله‌ی درجه‌ی دوم $\dots, 35, 22, 12, 5, 1$ ، جمله‌ی سی‌ام چه عددی است؟ (ریاضی ۱- صفحه ۲۰- مشابه تمرین ۴) و (آزمون کانون- ۲۲ فروردین ۹۲)

(۱) 1335 (۲) 1334 (۳) 1336 (۴) 1337

۱۱-۱۱۱ در دنباله‌ی درجه‌ی دوم $\dots, 10, 6, 3, 1$ ، مجموع جملات هفتم و هشتم، برابر کدام است؟ (ریاضی ۱- صفحه ۱۹- کار در کلاس- مرتبط با ۴)

(۱) 49 (۲) 56 (۳) 64 (۴) 81

۱۲-۱۱۲ در دنباله‌ی درجه‌ی دوم $\dots, 10, 6, 3, 1$ ، اگر هر جمله را با جمله‌ی قبل از خودش جمع کنیم، جمله‌ی بیست و پنجم دنباله‌ی جدید کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۹- کار در کلاس- مرتبط با ۴)

(۱) 676 (۲) 625 (۳) 576 (۴) 400

صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰ ریاضی ۱

تیپ ۱۲

دنباله‌های بازگشتی

۱۳-۱۱۳ در دنباله‌ی $\dots, 8, 5, 3, 2, 1, 1, 1$ ، مجموع جملات هشتم و نهم کدام است؟ (ریاضی ۱- صفحه ۱۹- کار در کلاس- مشابه ۳)

(۱) 47 (۲) 55 (۳) 34 (۴) 70

۱۴-۱۱۴ رابطه‌ی $U_{n+2} = U_{n+1} + U_n$ بین جملات یک دنباله برقرار است. اگر $U_1 = U_2 = 1$ باشد، جمله‌ی نهم این دنباله کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۹- کار در کلاس- مشابه ۳) و (سراسری تجربی- ۷۸)

(۱) 35 (۲) 34 (۳) 33 (۴) 32

۱۵-۱۱۵ در دنباله‌ی $\dots, 3, 15, 75, 375$ ، مجموع جملات n ام و $(n+1)$ ام، چند برابر جمله‌ی $(n-1)$ ام می‌تواند باشد؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۹- کار در کلاس- مشابه ۳)

(۱) 50 (۲) 45 (۳) 30 (۴) 25

۱۶-۱۱۶ در دنباله‌ای با جمله‌ی n ام a_n داریم $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ و $a_1 = 1$ ، جمله‌ی هشتم کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۹- کار در کلاس- مشابه ۳) و (سراسری انسانی خارج از کشور- ۹۱)

(۱) 36 (۲) 35 (۳) 32 (۴) 38

۱۷-۱۱۷ در دنباله‌ی اعداد $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$ ، جمله‌ی دهم، کدام است؟ (ریاضی ۱- صفحه ۱۹- کار در کلاس- مشابه ۳) و (سراسری انسانی خارج از کشور- ۹۴)

(۱) 979 (۲) 987 (۳) 1015 (۴) 1023

۱۸-۱۱۸ در دنباله‌ی اعداد $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2n + 1$ ، جمله‌ی بیست و سوم کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۹- کار در کلاس- مشابه ۳) و (سراسری انسانی- ۹۴)

(۱) 484 (۲) 517 (۳) 529 (۴) 576

۱۹-۱۱۹ در یک دنباله‌ی اعداد، $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} + 1$ ، جمله‌ی هشتم این دنباله کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۹- کار در کلاس- مشابه ۳) و (سراسری تجربی- ۹۵)

(۱) 127 (۲) 159 (۳) 247 (۴) 255

۲۰-۱۲۰ در یک دنباله‌ی اعداد $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} - 2$ ، حاصل $a_8 - a_7$ ، کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۱۹- کار در کلاس- مشابه ۳) و (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۵)

(۱) 32 (۲) 48 (۳) 56 (۴) 64

۴. دنباله‌ی حسابی

تعریف، جمله‌ی عمومی و درج واسطه

صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ ریاضی ۱

تعریف، جمله‌ی عمومی و درج واسطه

تعریف دنباله‌ی حسابی: یک دنباله‌ی حسابی، دنباله‌ای است که هر جمله‌ی آن (به غیر از جمله‌ی اول)، از افزودن یک مقدار ثابت به جمله‌ی قبلی به دست می‌آید، این مقدار ثابت (تفاضل مشترک) را قدر نسبت دنباله‌ی حسابی می‌نامیم.

اگر جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی را با t_1 و قدر نسبت آن را با d نمایش دهیم، آنگاه:

$$\begin{array}{ccccccc} t_1, & t_2, & t_3, & t_4, & \dots, & t_n, & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \\ t_1 & t_1+d & t_1+2d & t_1+3d & & t_1+(n-1)d & \end{array}$$

بنابراین جمله‌ی عمومی یا جمله‌ی n ام یک دنباله‌ی حسابی برابر است با:

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

از آنجایی که $t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = t_4 - t_3 = \dots = d$ در نتیجه:

$$t_{n+1} - t_n = d \quad \text{یا} \quad t_{n+1} = t_n + d$$

تذکره: وقتی جملات یک دنباله داده شده باشند، زمانی دنباله حسابی است که تفاضل هر دو جمله‌ی متوالی مقداری ثابت باشد. در دنباله‌ی حسابی اگر هر جمله را با قدر نسبت جمع کنیم جمله‌ی بعدی به دست می‌آید.

مثال: نشان دهید دنباله‌ی $3, 9, 15, 21, \dots$ یک دنباله‌ی حسابی است. سه جمله‌ی بعدی دنباله را بیابید و جمله‌ی عمومی آن را پیدا کنید.

حل: چون تفاضل هر جمله از جمله‌ی قبلی مقدار ثابتی است، دنباله حسابی است.

$$9 - 3 = 15 - 9 = 21 - 15 = \dots = 6 \Rightarrow d = 6 \quad (\text{دنباله حسابی است})$$

برای یافتن جملات بعدی، کافی است به هر جمله، قدر نسبت را بیفزاییم.

$$3, 9, 15, 21, \boxed{27}, \boxed{33}, \boxed{39} \Rightarrow t_n = 3 + (n-1) \times 6 = 6n - 3$$

۱ | واسطه‌ی حسابی بین دو عدد: اگر a, b, c ، سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند، آنگاه:

$$b = \frac{a+c}{2} \quad \text{یا} \quad 2b = a+c$$

مثال: به ازای چه مقدار a ، سه عدد $a-6, 2a+1, 9-a$ ، به ترتیب سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی هستند؟

$$2(2a+1) = (9-a) + (a-6) \Rightarrow 4a+2 = 3 \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

حل:

نکته: سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی را می‌توانیم به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$a-d, a, a+d$$

به طریق مشابه، پنج جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی را می‌توانیم به صورت $a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$ در نظر بگیریم.

مثال: زوایای داخلی یک مثلث، تشکیل یک دنباله‌ی حسابی می‌دهند. مجموع بزرگترین و کوچکترین زاویه را بیابید.

حل: مجموع زوایای داخلی یک مثلث برابر 180° است، اگر زوایا را $a-d$ و a و $a+d$ در نظر بگیریم، آنگاه:

$$(a-d) + a + (a+d) = 180^\circ \Rightarrow 3a = 180^\circ \Rightarrow a = 60^\circ$$

بزرگترین زاویه $a+d$ و کوچکترین زاویه $a-d$ است، بنابراین مجموع آنها:

$$(a+d) + (a-d) = 2a = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

جمله‌ی عمومی یا جمله‌ی n ام یک دنباله‌ی حسابی برابر است با:

$$t_n = t_1 + (n-1)d \rightarrow t_n = dn + t_1 - d$$

با مرتب کردن این رابطه بر حسب n ، دیده می‌شود که جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی یک دو جمله‌ای درجه‌ی اول بر حسب n است. بنابراین جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی یک دنباله‌ی خطی است.

نکته: جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی به صورت کلی $t_n = an + b$ است که در آن ضریب n ، یعنی عدد a ، قدر نسبت دنباله است. با قرار دادن $n=1$ در عبارت، جمله‌ی اول به دست می‌آید.

مثال: بررسی کنید دنباله با جمله‌ی عمومی $t_n = -3n + 11$ یک دنباله‌ی حسابی را مشخص می‌کند. قدر نسبت و جمله‌ی اول آن را بیابید.

حل: جمله‌ی عمومی داده شده، یک دنباله‌ی خطی است، پس دنباله‌ی فوق حسابی است. قدر نسبت ضریب n یا $d = -3$ و جمله‌ی اول با قرار دادن

$$n=1, \text{ برابر } t_1 = -3 + 11 = 8 \text{ است.}$$

[۲] رابطه‌ی بین جملات دنباله‌ی حسابی: اگر دو جمله یا رابطه‌ای بین جملات یک دنباله‌ی حسابی در اختیار باشد، آنگاه می‌توانیم با یافتن قدر نسبت و جمله‌ی اول، آن دنباله را مشخص کنیم. در این حالت معمولاً با حل دستگاه، قدر نسبت و جمله‌ی اول آن را بیابیم.

نکته: اگر دو جمله‌ی t_n و t_m از یک دنباله‌ی حسابی موجود باشند، آنگاه قدر نسبت از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$t_m - t_n = (m - n)d$$

مثال: اگر جمله‌های دوازدهم و هشتم یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب ۳۲ و ۲۰ باشند، قدر نسبت و جمله‌ی اول آن را بیابید.

$$\begin{cases} t_{12} = t_1 + 11d \\ t_8 = t_1 + 7d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 32 = t_1 + 11d \\ 20 = t_1 + 7d \end{cases} \Rightarrow (t_1 + 11d) - (t_1 + 7d) = 32 - 20$$

$$\Rightarrow 4d = 12 \Rightarrow d = 3 \xrightarrow{t_{12}=32} 32 = t_1 + 11 \times 3 \Rightarrow t_1 = -1$$

قدر نسبت را می‌توانیم با استفاده از فرمول نکته‌ی بالا، سریعتر محاسبه کنیم:

$$t_{12} - t_8 = (12 - 8)d \Rightarrow 32 - 20 = 4d \Rightarrow d = 3$$

[۳] تعیین تعداد جمله‌های دنباله‌ی حسابی: برای تعیین تعداد جمله‌های (یا شماره‌ی جمله‌ی مجهول) یک دنباله‌ی حسابی، قدر نسبت و جمله‌ی اول (در صورت نیاز جمله‌ی آخر) را با توجه به معلومات مسئله یافته و سپس از جمله‌ی عمومی ($t_n = t_1 + (n-1)d$) استفاده کرده و تعداد جملات (شماره‌ی جمله) یعنی n را می‌یابیم.

مثال: دنباله‌ی حسابی $\dots, -149, -154, -159, \dots$ چند جمله‌ی منفی دارد؟

حل: در این دنباله، $t_1 = -159$ و $d = 5$ باید n را در نامعادله $t_n < 0$ بیابیم:

$$t_n < 0 \Rightarrow -159 + (n-1)5 < 0 \Rightarrow (n-1)5 < 159$$

$$\Rightarrow n - 1 < 31/5 \dots \Rightarrow n < 32/5 \dots \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \leq 32$$

مثال: چند عدد سه رقمی مضرب ۱۱ وجود دارد؟
حل: اولین عدد سه رقمی مضرب ۱۱، ۱۱۰ و آخرین آن ۹۹۰ است، با استفاده از جمله‌ی عمومی تعداد را می‌یابیم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow 990 = 110 + (n-1)(11) \\ \Rightarrow \frac{990 - 110}{11} = 11(n-1) \Rightarrow n - 1 = 80 \Rightarrow n = 81$$

نکته: اگر بین دو عدد a و b و n واسطه قرار دهیم، آنگاه قدر نسبت دنباله‌ی حسابی حاصل از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$d = \frac{b-a}{n+1}$$

$$a, \underbrace{\square, \dots, \square}_{n}, b$$

[۴] درج چند واسطه‌ی حسابی بین دو عدد: اگر بخواهیم بین دو عدد a و b جمله قرار دهیم که با آنها تشکیل دنباله‌ی حسابی بدهند، آنگاه این دنباله $n+2$ جمله داشته و جمله‌ی اول آن $t_1 = a$ و جمله‌ی آخر آن $t_{n+2} = b$ است.

برای یافتن این واسطه‌ها (جمله‌ها)، ابتدا با استفاده از جمله‌ی عمومی قدر نسبت دنباله را یافته و سپس جملات را می‌یابیم.

مثال: بین دو عدد ۳ و ۲۷، پنج واسطه‌ی حسابی قرار داده‌ایم، این اعداد را بیابید.

$$t_6 = t_1 + 5d \Rightarrow 27 = 3 + 5d \Rightarrow d = 4$$

حل: به دنباله‌ی روبه‌رو توجه کنید:

بنابراین هر جمله (غیر از جمله‌ی اول)، با افزودن عدد ۴ به جمله‌ی قبل به دست می‌آید.

$$3, \square, \square, \square, \square, \square, 27$$

۲۰
سؤال

صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ ریاضی ۱

تیپ ۱۳

تعریف و واسطه‌ی حسابی بین دو عدد

۱) اعداد $3 + 2P + 4$ و $3P - 1$ سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی هستند. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

(ریاضی ۱ - صفحه ۲۳ - کار در کلاس - مرتبط با ۲) و (سراسری ریاضی - ۸۴)

$$4 \quad (1) \quad 5 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 7 \quad (4)$$

۲) اگر جملات دنباله‌ی حسابی، $\dots, 1 + 2X, 2 + X, 1 - X$ را در عدد حقیقی m ضرب کنیم، قدر نسبت دنباله‌ی جدید ۴۸ می‌شود. مقدار m کدام است؟

(ریاضی ۱ - صفحه ۲۳ - کار در کلاس - مرتبط با ۲) و (آزمون کانون - ۵ آبان ۹۶)

$$-14 \quad (1) \quad -12 \quad (2) \quad -18 \quad (3) \quad -16 \quad (4)$$

۳) اگر x, y و z سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی و حاصل جمع آن‌ها -10 باشد، در این صورت حاصل $yx + zy$ کدام است؟

(ریاضی ۱ - صفحه ۲۳ - کار در کلاس - مرتبط با ۲) و (آزمون کانون - ۲۱ آبان ۹۵)

$$\frac{200}{9} \quad (4) \quad \frac{-200}{3} \quad (3) \quad \frac{9}{200} \quad (2) \quad \frac{-20}{9} \quad (1)$$

۴-۱۲۴ اگر اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند، وتر مثلث چند برابر کوچک‌ترین ضلع مثلث است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۲۳- کار در کلاس- مرتبط با ۲) و (آزمون کانون- ۸ بهمن ۹۵)

$$\frac{5}{3} \quad (۴) \quad \frac{4}{3} \quad (۳) \quad \frac{7}{5} \quad (۲) \quad \frac{5}{4} \quad (۱)$$

۵-۱۲۵ اگر مجموع سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی برابر ۲۱ و مجموع مربعات این سه جمله، برابر ۱۶۵ باشد، عدد کوچک‌تر برابر کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۲۳- کار در کلاس- مرتبط با ۲) و (آزمون کانون- ۸۹)

$$7 \quad (۱) \quad 10 \quad (۲) \quad 14 \quad (۳) \quad 4 \quad (۴)$$

۶-۱۲۶ زوایای داخلی یک پنج ضلعی محدب به ترتیب از کوچک به بزرگ تشکیل یک دنباله‌ی حسابی می‌دهند. اگر مجموع آن‌ها ۵۴۰ درجه و بزرگ‌ترین

(ریاضی ۱- صفحه ۲۴- مرتبط با ۳) و (آزمون کانون- ۲۶ مهر ۹۲)

آن‌ها ۱۳۶ درجه باشد، قدر نسبت این دنباله چند درجه است؟

$$14 \quad (۱) \quad 12 \quad (۲) \quad 16 \quad (۳) \quad 20 \quad (۴)$$

صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴ ریاضی ۱

تیپ ۱۴

جمله‌ی عمومی و رابطه‌ی بین جملات

۷-۱۲۷ کدام‌یک از گزینه‌های زیر، جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۲۲- مرتبط با پاراگراف ۱) و (آزمون کانون- ۲۲ آذر ۹۲)

$$t_n = \Delta n + 3 \quad (۱) \quad t_n = 3n^2 \quad (۲) \quad t_n = \frac{1}{n+1} \quad (۳) \quad t_n = n^3 + n \quad (۴)$$

۸-۱۲۸ در دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی $t_n = (k-2)n^2 + (k+1)n + k^2$ ، جمله‌ی دهم و قدرنسبت دنباله به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(ریاضی ۱- صفحه ۲۲- مرتبط با پاراگراف ۱) و (آزمون کانون- ۲۴ آبان ۹۲)

$$2 \text{ و } 31 \quad (۱) \quad 3 \text{ و } 31 \quad (۲) \quad 2 \text{ و } 34 \quad (۳) \quad 3 \text{ و } 34 \quad (۴)$$

۹-۱۲۹ اگر $2b, a, 2a-4, b-a, \dots$ جملات یک دنباله‌ی حسابی باشند، جمله‌ی هشتم این دنباله کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۲۲- کار در کلاس- مرتبط با ۱) و (آزمون کانون- ۲۵ مهر ۹۳)

$$\frac{-13}{2} \quad (۱) \quad -6 \quad (۲) \quad 4 \quad (۳) \quad \frac{-21}{2} \quad (۴)$$

۱۰-۱۳۰ نوزدهمین جمله از آخر دنباله‌ی حسابی $176, \dots, 8, a, 2$ کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۲۴- مرتبط با تمرین ۲)

$$122 \quad (۱) \quad 119 \quad (۲) \quad 125 \quad (۳) \quad 116 \quad (۴)$$

۱۱-۱۳۱ اگر از قدرنسبت یک دنباله‌ی حسابی دو واحد کم کنیم، جمله‌ی پنجم دنباله‌ی حسابی جدید نسبت به حالت قبل چه تغییری می‌کند؟

(ریاضی ۱- صفحه ۲۲- مرتبط با پاراگراف ۱) و (آزمون کانون- ۱۰ آبان ۹۲)

(۱) ده واحد کم می‌شود. (۲) شش واحد کم می‌شود. (۳) هشت واحد کم می‌شود. (۴) تغییری نمی‌کند.

۱۲-۱۳۲ در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی چهارم از جمله‌ی دهم، ۲۴ واحد کمتر است. جمله‌ی سی‌ام از جمله‌ی هجدهم چقدر بیش‌تر است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۲۴- مرتبط با تمرین ۲) و (آزمون کانون- ۲۰ مرداد ۹۶)

$$42 \quad (۱) \quad 52 \quad (۲) \quad 48 \quad (۳) \quad 44 \quad (۴)$$

۱۳-۱۳۳ تفاضل جمله‌ی دهم از جمله‌ی دوازدهم یک دنباله‌ی حسابی، ۵ و مجموع دو جمله‌ی دهم و دوازدهم، ۲۵ است، جمله‌ی بیست و یکم این دنباله

(ریاضی ۱- صفحه ۲۴- مرتبط با تمرین ۳) و (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۴)

$$35 \quad (۱) \quad 36 \quad (۲) \quad 37/5 \quad (۳) \quad 38/5 \quad (۴)$$

۱۴-۱۳۴ در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع چهار جمله‌ی اول ۱۵ و مجموع پنج جمله‌ی بعدی آن ۳۰ می‌باشد، جمله‌ی یازدهم این دنباله کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۲۴- مشابه تمرین ۳) و (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۵)

$$7/5 \quad (۱) \quad 8 \quad (۲) \quad 8/5 \quad (۳) \quad 9 \quad (۴)$$

۱۵-۱۳۵ در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی t_n ، مجموع جملات دهم و بیستم برابر ۱۸۰ است. در این دنباله حاصل $t_{17} + t_{13}$ کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه ۲۴- مرتبط با تمرین ۳) و (آزمون کانون- ۱۹ آبان ۹۶)

$$90 \quad (۱) \quad 180 \quad (۲) \quad 360 \quad (۳) \quad 200 \quad (۴)$$

۱۶-۱۳۶ در یک دنباله‌ی حسابی با جملات مثبت، حاصلضرب جمله‌ی اول و پنجم برابر ۵۷ و حاصلضرب جمله‌ی دوم و چهارم برابر ۱۰۵ است. سومین جمله‌ی دنباله کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴- مرتبط با تمرین ۳) و (آزمون کانون - آذر ۹۶)

$$9 \quad (1) \quad 11 \quad (2) \quad 13 \quad (3) \quad 15 \quad (4)$$

۱۷-۱۳۷ در یک دنباله‌ی حسابی، $t_3 + t_5 = 16$ و $t_3^2 - t_5^2 = -160$ است، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۲- مرتبط با پاراگراف ۱) و (آزمون کانون-۷ آبان ۹۵)

$$2 \quad (1) \quad -2 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad -5 \quad (4)$$

۱۸-۱۳۸ a_n جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی است و در آن $a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 100$ و $a_{101} + a_{102} + \dots + a_{200} = 200$ ، حاصل $a_2 - a_1$ برابر است با:

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴- مرتبط با تمرین ۳)

$$0/0001 \quad (1) \quad 0/001 \quad (2) \quad 0/01 \quad (3) \quad 0/1 \quad (4)$$

۱۹-۱۳۹ در دنباله حسابی با جمله‌های $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{14}, a_{15}$ حاصل عبارت $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{14} a_{15}}$ کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۱- فعالیت- مرتبط با ۲)

$$15a_1 a_{15} \quad (4) \quad 14a_1 a_{15} \quad (3) \quad \frac{15}{a_1 a_{15}} \quad (2) \quad \frac{14}{a_1 a_{15}} \quad (1)$$

۲۰-۱۴۰ در یک جلسه، تعدادی دانش‌آموز و معلم شرکت دارند. معلمین با دانش‌آموزان به این صورت مصاحبه می‌کنند: یکی از معلم‌ها با ۵ دانش‌آموز مصاحبه می‌کند، معلم دوم با ۷ دانش‌آموز و معلم سوم با ۹ دانش‌آموز و به همین ترتیب معلم آخر با تمام دانش‌آموزان مصاحبه می‌کند. اگر تعداد معلم‌ها، ۱۲ باشد، تعداد دانش‌آموزان کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۲- کار در کلاس- مرتبط با ۲)

$$33 \quad (1) \quad 30 \quad (2) \quad 25 \quad (3) \quad 27 \quad (4)$$

۲۰
سؤال

صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴ ریاضی ۱

تیپ ۱۵

تعیین تعداد جملات

۱-۱۴۱ کدام دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی زیر، تنها سه جمله‌ی مثبت دارد؟

$$t_n = 2n - 15 \quad (1) \quad t_n = 3n - 5 \quad (2) \quad t_n = 15 - 4n \quad (3) \quad t_n = 21 - 7n \quad (4)$$

۲-۱۴۲ در دنباله‌ی حسابی $7, 14, 21, \dots, 105$ ، چند جمله وجود دارد؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴- مرتبط با تمرین ۴- پ)

$$13 \quad (1) \quad 14 \quad (2) \quad 15 \quad (3) \quad 17 \quad (4)$$

۳-۱۴۳ جمله‌ی چندم از دنباله‌ی حسابی $7, 1, 2k-1, 3, \dots$ برابر ۳۲ است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۲- کار در کلاس- مرتبط با ۱) و (آزمون کانون - ۱۰ آبان ۹۲)

$$7 \quad (1) \quad 8 \quad (2) \quad 9 \quad (3) \quad 10 \quad (4)$$

۴-۱۴۴ تعداد عددهای سه رقمی مضرب ۳ که کوچکتر از ۲۰۰ باشند، کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴- مرتبط با تمرین ۴- پ) و (آزمون کانون- ۲۴ آبان ۹۲)

$$25 \quad (1) \quad 27 \quad (2) \quad 31 \quad (3) \quad 33 \quad (4)$$

۵-۱۴۵ چند عدد طبیعی دو رقمی وجود دارد که باقی‌مانده‌ی تقسیم آن‌ها بر ۴ برابر ۱ باشد؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۳- مرتبط با مثال)

$$21 \quad (1) \quad 20 \quad (2) \quad 18 \quad (3) \quad 22 \quad (4)$$

۶-۱۴۶ اگر جمله‌ی سوم و پنجم یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب از راست به چپ برابر ۳۳ و ۱۹ باشد، چند جمله‌ی این دنباله، مثبت است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۳- کار در کلاس- مرتبط با ۱) و (آزمون کانون- ۷ آبان ۹۵)

$$8 \quad (1) \quad 9 \quad (2) \quad 7 \quad (3) \quad 13 \quad (4)$$

۷-۱۴۷ چند جمله از دنباله‌ی حسابی $89, a, 84, \dots$ مثبت است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۳- کار در کلاس- مرتبط با ۱) و (آزمون کانون - ۱۹ آبان ۹۶)

$$37 \quad (1) \quad 36 \quad (2) \quad 35 \quad (3) \quad 38 \quad (4)$$

۸-۱۴۸ اگر در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی t_n داشته باشیم $t_3 = 166$ و $t_5 = 150$ ، آنگاه اولین جمله‌ی منفی این دنباله کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۳- کار در کلاس- مرتبط با ۱) و (آزمون کانون- ۱۰ آبان ۹۲)

$$-8 \quad (1) \quad -6 \quad (2) \quad -4 \quad (3) \quad -2 \quad (4)$$

۹-۱۴۹ چهارمین، پنجمین و ششمین جمله‌ی یک دنباله‌ی حسابی به صورت $x, 5x, x+8$ است. شماره‌ی اولین جمله‌ی از این دنباله که بزرگ‌تر از ۱۰۰ است، کدام است؟

(ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۳- کار در کلاس- مرتبط با ۲)

$$37 \quad (1) \quad 38 \quad (2) \quad 29 \quad (3) \quad 26 \quad (4)$$